

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЧУВАШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
И.Н. УЛЬЯНОВА»

На правах рукописи

Воронов Павел Леонидович

**РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИК И АЛГОРИТМОВ
РАСЧЕТА ПО ЧАСТЯМ СИММЕТРИЧНЫХ И НЕСИММЕТРИЧНЫХ
РЕЖИМОВ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ**

Специальность 05.09.03 –

«Электротехнические комплексы и системы»

**Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Научный руководитель –
кандидат технических наук,
профессор
Щедрин Владимир Александрович

ЧЕБОКСАРЫ-2018

Оглавление

Введение.....	6
ГЛАВА 1 ОСНОВНЫЕ ТЕНЗОРЫ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СЭС	14
1.1 Краткий обзор основных этапов развития тензорно- топологического метода и диакоптики	14
1.2 Тензоры электрических сетей и их геометрическая интерпретация	28
1.2.1 Геометризация физических явлений	28
1.2.2 Особенности геометрического представления возбужденных электрических сетей.....	31
1.2.3 Три образа электрической сети.....	32
1.3 Обобщенные координаты и тензоры. Уравнения состояния электромеханических систем.....	35
1.3.1 Независимые координаты и тензоры электрических систем	35
1.3.2 Уравнения состояния электромеханических систем.....	36
1.4 Преобразование дифференциалов координат, тензоров первого и второго ранга.....	41
1.4.1 Введение контравариантных и ковариантных тензоров	41
1.4.2. Метрические тензоры многообразий и их формулы преобразования.....	43
1.5 Тензоры преобразования, базовые инварианты и метрические тензоры электрических сетей.....	46
1.5.1 Матрицы тензора преобразования и их свойства	46
1.5.2 Базовые параметры электрических сетей	50
1.5.3 Связь между параметрами электромагнитного поля и электрических сетей.....	51
1.5.4 Взаимные базисы и метрические тензоры электрических систем.....	56
1.6 Выводы по главе 1	63
ГЛАВА 2 ДВОЙСТВЕННОСТЬ И ОРТОГОНАЛЬНОСТЬ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ.....	64

2.1. Особенности топологических моделей возбужденных электрических сетей и принцип двойственности де Рама-Кодайра.....	64
2.2 Двойственная топологическая модель электрической сети	71
2.3 Ортогональные уравнения электрических сетей и их решение	81
2.3.1 Основные особенности ортогональных уравнений 1-сети	81
2.3.2 Составление и решение ортогональных уравнений 1-сети	84
2.3.3 Несингулярные тензоры преобразования ортогональных сетей.....	86
2.3.4 Числовой пример решения ортогональных уравнений сети	93
2.4 Ортогональные уравнения и расчет сложных систем по частям	96
2.5 Выводы по главе 2.....	102
ГЛАВА 3 РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ АНАЛИЗА И РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ И СЭС ПО ЧАСТЯМ В ОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ	104
3.1 Инвариантность тензорных уравнений электрических систем и групповые свойства матриц преобразования	104
3.2 Методика решения сложных СЭС по частям в ортогональной системе координат	111
3.2.1 Представление электрических схем замещения в ортогональной системе координат	111
3.2.2 Методика и пример расчета разветвленной электрической схемы по частям в ортогональных координатах	113
3.3 Алгоритмы расчета и особенности их практической реализации	118
3.3.1 Базовые алгоритмы расчета СЭС по частям	118
3.3.2 Математическая модель формирования матриц преобразования и топология объединения решений связанных подсхем	122
3.3.3 Формирование и обращение матрицы контурных сопротивлений дополнительной (p+1) схемы	125
3.3.4 Математическая модель формирования матриц преобразования и топология объединения решений изолированных подсхем.....	130

3.4 Приложение теории ортогональных сетей и диакоптики к эквивалентированию сложных СЭС	137
3.4.1 Способы топологического и функционального расчленения систем.....	137
3.4.2 Эквивалентирование схем замещения СЭС при моделировании	139
3.5 Алгоритмы расчета по частям систем контурного типа и примеры их практического применения	145
3.5.1 Базовый алгоритм решения многоконтурных СЭС.....	145
3.5.2 Числовой пример применение алгоритма к анализу переходных процессов.....	148
3.5.3 Алгоритм расчета по частям на основе свойств двухполюсника	153
3.6 Выводы по главе 3	157
ГЛАВА 4 АНАЛИЗ И РАСЧЕТ СЭС С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ГЕНЕРАЦИЕЙ МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ	160
4.1 Математические модели идеализированной синхронной машины в действительных и комплексных системах координат.....	160
4.1.1 Краткая характеристика основных систем координат	160
4.1.2 Идеализированная синхронная машина	162
4.1.3 Матрицы преобразования переменных при введении действительных и комплексных систем координат	163
4.2. Математические модели машин и внешней сети во вращающихся системах координат	170
4.2.1 Матрицы импеданса электрических машин в различных координатных системах.....	170
4.2.2 Матрицы и уравнения сети во вращающихся системах координат.....	173
4.2.3 Связь электрических машин и сетей во вращающейся системе координат	179
4.2.4 Особенности расчета СЭС, содержащих явнополюсные машины	181
4.3 Выводы по главе 4.....	189
ГЛАВА 5 РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН ПРИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ И СЛОЖНЫХ ВИДАХ ПОВРЕЖДЕНИЙ В СЭС	191

5.1 Краткая характеристика инженерных методов расчета КЗ	191
5.2 Комплекс программ расчета режимов СЭС и токов КЗ методом диакоптики	198
5.2.1 Особенности построения ПВК DIANSW	198
5.2.2 Характеристика программных модулей ПВК DIANSW	200
5.3 Применение тензорно-топологического метода для расчета несимметричных повреждений	206
5.3.1 Виды преобразований и использование сингулярных матриц.....	206
5.3.2 Совместное использование матриц преобразования и уравнений связи для расчета однократной несимметрии	210
5.3.3 Пример аналитического расчета сложного вида повреждения.....	217
5.4 Методики расчета трехфазных систем по частям при сложных видах повреждений	219
5.5 Выводы по главе 5.....	234
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	237
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	239
Приложение 1 Свидетельство о государственной регистрации программы на ЭВМ DIANSW	254
Приложение 2 Свидетельство о государственной регистрации программы на ЭВМ RAZBIF	255
Приложение 3 Справки о внедрении результатов работы.....	256

Введение

В настоящее время системы электроснабжения (СЭС), объединяющие в единые электротехнические комплексы (ЭТК) принципиально новые компоненты генерации, преобразования и передачи электроэнергии (ЭЭ), а также мощные узлы электродвигательных нагрузок и устройств бытового электропотребления, становятся все более технологически сложными и крупномасштабными инфраструктурами [13, 18, 57, 71]. Наблюдается рост когенерационных генерирующих установок и электростанций промышленных предприятий, а также малых распределенных источников ЭЭ [39]. Практическая реализация концепции Smart Grid придает СЭС интеллектуальные направления развития [47, 70]. Внедрение децентрализованных и распределенных по сети источников генерации ЭЭ разного типа, преобразователей напряжения, компенсаторов реактивной мощности и других регулирующих устройств на базе современной силовой электроники, приводит к изменению традиционной иерархической (преимущественно радиальной) структуры сетей СЭС. Они превращаются в сложно-разветвленные и неструктурированные метасистемы, нуждающиеся в интеллектуальном управлении, способном обеспечить совместную согласованную и функционально надежную работу всех элементов ЭТК и СЭС [47, 57, 80]. Очевидно, что такое управление должно производиться автоматически на программном уровне с помощью ЭВМ, релейной защиты и автоматики (РЗА) и информационно-измерительных систем. Использование значительного числа элементов управления, регулирования и автоматизации, а также комплексных устройств противоаварийной автоматики (ПА) с учетом сетевых и системных ограничений, обеспечивающих нормативные уровни надежности и качество электроэнергии, накладывают дополнительные требования к достоверности получаемых результатов, точности расчетов и времени счета [58, 81].

Для успешного и рационального использования вычислительных средств при исследовании формирующихся современных электротехнических комплексов СЭС требуется разработка систематизированного, универсального и единообразного метода анализа и расчета сложных систем, который был бы

одинаково применим как для каждого отдельного элемента ЭТК, так и для СЭС в целом. Разработка такого метода всегда была и остается весьма актуальной задачей.

Одним из направлений её эффективного решения является использование тензорно-топологической методологии, позволяющей в рамках единой обобщенной теории рассматривать неподвижные сети, вращающиеся машины и любые устройства управления и регулирования СЭС, а также с целью упрощения анализа и расчета вводить различные системы координат, находить требуемые решения по частям с помощью стандартных формул преобразования и алгоритмов с одной и той же последовательностью вычислительных шагов [66, 67, 83, 99, 119]. Разработка такого метода сопряжена с обоснованием его применимости к конкретным дискретным электрическим системам, выявлением роли наложенных на электродинамические СЭС связей, а также с введением в анализ и расчет правильных, не нарушающих основных физических законов и топологических принципов, понятий.

В то же время развитие активно-адаптивных сетей, внедрение элементов гибких систем транспорта ЭЭ и расширение доли распределенной генерации требует дальнейшей разработки и реализации оптимальных и эффективных алгоритмов режимных расчетов электротехнических комплексов и СЭС с учетом их особенностей, а также характеристик используемых программно-вычислительных комплексов (ПВК). В первую очередь заслуживают разрешения вопросы практического применения диакоптических методов, основанных на теории ортогональных сетей, поскольку при выполнении научных исследований, проектировании и эксплуатации сложных электротехнических комплексов и систем электроснабжения приходится выполнять значительную вычислительную работу. Она связана с решением различного рода электротехнических задач, характеризующихся большой размерностью переменных, а также зачастую неопределенностью параметров СЭС и других исходных данных. Так как рассматриваемые задачи очень громоздки и сложны, то для их решения разрабатываются соответствующие методики и автоматизированные алгоритмы

моделирования, построения топологических моделей, схем замещения, эквивалентирования и диакоптики (анализа и решения систем по частям) и т.д.

Основополагающие идеи, теоретические и практические обоснования тензорно-топологического метода, включая диакоптику принадлежат Г. Крону. Они базируются на ключевых понятиях тензорного анализа и топологии дифференцируемых многообразий. Заметный вклад в развитие разнообразных диакоптических методов применительно к электрическим цепям, электротехническим комплексам и системам наряду с многими зарубежными исследователями внесли отечественные ученые: А.Е. Арменский, Н.Л. Архангельский, П.А. Бутырин, Н.М. Ермолаева, С.А. Курганов, Б.С. Курнышев, А.Е. Петров, Г.Е. Пухов, Е.В. Сметанин, Ю.Н. Сохор, В.В. Филаретов, В.С. Хачатрян, М.А. Шакиров и другие.

В настоящее время универсальный метод диакоптики, совмещающий в себе преимущества топологического (структурного) и функционального (композиционного) подходов, все шире используется для решения технических, физических, статистических, экономических, гуманитарных и других задач большой размерности [67, 85, 100, 108, 112, 133]. Суть этого метода состоит в расчленении (разрыве) топологической модели или схемы замещения сложной системы на части и решении (расчете) каждой из этих частей в отдельности, а затем в формировании решения системы в целом без составления и решения ее общих уравнений. На первом этапе такого анализа по функциональным признакам, возникающим в точках разрыва, восстанавливаются структурно-функциональные особенности каждой из частей системы, а на втором - искомое полное решение системы находится благодаря применению двойственного подхода и соответствующих преобразований тензоров, определяющих параметры системы и параметры режима СЭС.

Разработка методик и алгоритмов для анализа и решения практических инженерных задач в области электротехнических систем методом диакоптики требует своего дальнейшего развития на основе автоматизации всех этапов решения этим методом на ЭВМ.

Целью диссертации является разработка и реализация методик и алгоритмов расчета симметричных и несимметричных режимов сложно-разветвленных систем тензорно-топологическим методом для повышения эффективности моделирования, проектирования и эксплуатации СЭС.

Основные задачи. Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие теоретические и практические задачи:

1. Обоснование и выбор модифицированной тензорно-топологической модели электрических сетей СЭС с уточнением понятия ортогональной сети, постулата об инвариантности мощности, а также применения несингулярных матриц преобразования координат.

2. Разработка методик и реализация алгоритмов анализа, расчета и эквивалентирования электротехнических комплексов и СЭС по частям в ортогональной системе координат.

3. Построение и практическая реализация алгоритмов режимных расчетов и токов короткого замыкания для начального и заданного момента времени крупномасштабных СЭС.

4. Определение математических моделей взаимосвязанных электрических машин и сетей СЭС во вращающихся вещественных и комплексных системах координат.

5. Разработка и реализация методик расчета несимметричных и сложных видов повреждений в СЭС тензорно-топологическим методом.

Объектом исследования являются сложно-разветвленные и крупномасштабные системы электроснабжения.

Предметом исследования является моделирование, анализ и расчет электромагнитных процессов на основе использования тензорного метода и диакоптики.

Область исследования относится к разработке и реализации методик анализа и расчета электрических величин при симметричных и несимметричных режимах и повреждениях в СЭС.

Методология и методы исследования. В работе применены методы теоретических основ электротехники, тензорного анализа электрических сетей и диакоптики, математического моделирования и расчетов электромагнитных процессов в СЭС с использованием программно-вычислительных комплексов, разработанных на кафедре «Электроснабжения и интеллектуальных электроэнергетических систем имени А.А. Федорова».

Достоверность результатов подтверждается корректным использованием обоснованных методов исследования, обсуждением результатов работы на международных всероссийских и республиканских научно-практических конференциях, совпадением результатов с теоретическими и экспериментальными данными, в том числе и полученными другими исследователями.

Соответствие паспорту специальности 05.09.03 – электротехнические комплексы и системы. Объект изучения: электротехнические комплексы и системы генерирования электрической энергии, электропривода, электроснабжения, электрооборудования. Область исследований (п.1): развитие теории электротехнических комплексов и систем, изучение системных свойств и связей, физическое, математическое, имитационное моделирование компонентов электрических комплексов и систем; (п.4): исследование работоспособности и качества функционирования в различных режимах при разнообразных внешних воздействиях.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Модифицированная топологическая модель ортогональной электрической сети, характеризующая соотношения между параметрами её в многомерных системах координат.

2. Алгоритмы и программы вычисления электрических величин в нормальных и аварийных режимах, автоматического формирования матриц преобразования и объединения решений фрагментов (подсхем) СЭС, рассчитанных по частям.

3. Методика упрощения и эквивалентирования сложно-разветвленных сетей

тензорно-топологическим методом, позволяющая сохранять в эквивалентной модели все или часть узлов, к которым присоединены генераторы и обобщенные нагрузки СЭС.

4. Методика расчета несимметричных простых и сложных видов повреждения, использующая матрицы преобразования координат, уравнения связи и рассчитанные по частям схемы последовательностей СЭС для симметричных составляющих.

5. Результаты исследования и расчетов установившихся и электромагнитных процессов в конкретных СЭС при симметричных и несимметричных режимах.

Научная новизна работы:

1. Предложена и исследована модифицированная двухмерная топологическая модель ортогональной электрической сети и раскрыта двойственность между её геометрической конфигурацией и параметрами режима СЭС, отражающая физическое содержание сингулярных и несингулярных матриц преобразования, а также замкнутых (соленоидальных) и открытых (ламинарных) путей токов и напряжений в 1 – сети и 2 – сети.

2. Разработаны и практически реализованы алгоритмы расчета режимов СЭС, автоматического формирования матриц, используемых при объединении решений связанных и изолированных подсхем СЭС, рассчитанных по частям, не зависящие от числа и вида взаимосвязей подсхем и удобные для расчетов на ПК.

3. Построены и адаптированы математические модели синхронных генераторов и электрических сетей в вещественных и комплексных вращающихся системах координат с помощью тензорных преобразований, и ковариантной производной по времени.

4. Разработаны на основе тензорно-топологического метода и теории ортогональных сетей методика и алгоритмы расчета несимметричных и сложных видов повреждений в СЭС, отличающиеся от традиционных совместным использованием матриц преобразования координат, уравнений связи и рассчитанных по частям схем последовательностей для симметричных

составляющих.

Теоретическую и практическую ценность в работе представляют:

1. Разработанные методики и алгоритмы, реализующие расчеты электрических величин при симметричных и несимметричных режимах в сложно-разветвленных СЭС по частям, могут быть использованы предприятиями и организациями, занимающимися проектированием и эксплуатацией электрооборудования электротехнических комплексов и систем любого класса напряжений.

2. Реализованные алгоритмы автоматического формирования схем замещения СЭС, рассчитываемых по частям, применение метода двойной факторизации, формирование матриц преобразования и объединения решений подсистем, обеспечивают высокую скорость режимных расчетов и могут быть применены в программном обеспечении для оценки и прогнозирования режимов в темпе процесса.

3. Методика эквивалентирования и упрощения сложно-разветвленных сетей СЭС, обеспечивающая инвариантность мощности, сохранение узлов подключения генераторов и мощных двигателей, участвующих в подпитке мест повреждения, может быть использована при анализе переходных электромагнитных процессов и при вычислении собственных значений уравнений, определяющих характер свободных процессов.

4. Математические модели элементов СЭС, методика расчетов несимметричных и сложных видов повреждений, а также разработанное программное обеспечение могут применяться в учебном процессе при подготовке бакалавров и магистров по направлению 13.04.02 – энергетика и электротехника.

Апробация результатов исследования. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на международных, всероссийских и республиканских конференциях: II Международная научно-практическая конференция и выставка «Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем России-2013» (Чебоксары, 2013), IV, V и VII Международные научно-технические конференции «Электроэнергетика глазами

молодежи» (Новочеркасск, 2013; Томск, 2014; Казань, 2016), IV Международная научно-практическая конференция и выставка «Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем России» (Чебоксары, 2017). X Всероссийская научно-техническая конференция «Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем» (Чебоксары, 2013), Республиканские научно-технические конференции молодых специалистов «Электротехника, Электромеханика, Электроэнергетика» (Чебоксары, 2009, 2010, 2018), Всероссийские 46-я и 47-я научные студенческие конференции по гуманитарным, естественным, техническим наукам (Чебоксары, 2012, 2013), Республиканская научно-техническая конференция молодых специалистов в рамках форума «РЕЛАВЭКСПО - 2017» (Чебоксары, 2017). XI Всероссийская научно-техническая конференция «Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике» (Чебоксары, 2018)

Внедрение результатов работы. Результаты работы использованы для анализа режимов работы СЭС на предприятиях ООО НПП «ЭКРА» и ЗАО «ЭнЛАБ», что подтверждается актами о внедрении. На программное обеспечение, созданное в ходе работы, получено два свидетельства о государственной регистрации. Материалы диссертации также внедрены в учебный процесс факультета энергетики и электротехники Чувашского государственного университета имени И.Н. Ульянова, что подтверждается соответствующей справкой.

Публикации. Основные результаты исследования отражены в 35 научных работах, в том числе, в 5 статьях, опубликованных в журналах из перечня ВАК, 2-х свидетельствах о государственной регистрации программ для ЭВМ, сборниках научных работ и докладах на конференциях.

Структура и объем работы: диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы (157 наименований), и приложений (5 страниц), включает в себя 258 страниц машинного текста, 27 рисунков и 1 таблицу.

ГЛАВА 1 ОСНОВНЫЕ ТЕНЗОРЫ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СЭС

1.1 Краткий обзор основных этапов развития тензорно-топологического метода и диакоптики

Результаты исследований, содержащиеся в данной работе, получены под несомненным влиянием плодотворных идей и фундаментальных трудов Г. Крона, которого по праву называют основоположником матричного и тензорного анализа электрических систем [16, 131]. Свои четыре фундаментальные работы, изданные в виде отдельных книг [64, 66, 149, 150], Крон рассматривал в качестве опорной базы для постановки и решения инженерных проблем при исследовании сложных систем тензорно-топологическим методом, а также для построения теории возбуждаемых полиэдральных сетей и систем, взаимосвязанных в единую топологическую структуру, через которую распространяются электромагнитные, и другие волны. Он полагал, что с помощью многомерных топологических моделей в отличие от обычных и широко применяемых на практике 1-мерных схем замещения удастся добиться распределения исследуемых физических сущностей не только в дискретных точках пространств, а непрерывно на основе тензорного анализа и топологии. В таком случае, по его мнению, каждый p -мерный симплекс многомерных топологических моделей сможет представлять аналитические функции p переменных таким же образом, как каждая ветвь 1-мерной сети представляет собой линейный интеграл дифференциальной 1-формы [64, 141, 149].

В [143, 150] Крон сумел развить тензорную теорию обобщенных двухфазных электрических машин, доказав, что динамическое взаимодействие между двумя пространственно-ортогональными обобщенными ветвь-сетями также можно исследовать посредством дифференциальных римановых и неримановых геометрий. Он, выразив голономные уравнения Лагранжа-Максвелла в тензорной форме посредством ковариантных производных в

конфигурационном пространстве Римана, затем с помощью тензорных преобразований выполнил соответствующую корректировку этих производных и применил их для исследования электромеханических систем и машин в неголономных координатных осях, что позволило ему применять уравнения Лагранжа-Максвелла, но уже в неримановом многообразии. Значимость неголономной корректировки и введения абсолютной ковариантной производной состояла в том, что все группы скорректированных слагаемых в электромеханических уравнениях становились тензорами [145].

В [66, 142, 144] Крон обосновал тензорную теорию электрических сетей с учетом их фундаментальных свойств, а также назначения, показав, что стационарные однофазные и многофазные электрические сети можно организовать в произвольные ортогональные 1-мерные структуры, содержащие только ветви. Рассматривая совокупности ветвей, образующих замкнутые и открытые пути токов и напряжений в электровозбужденных сетях, как системы координат, он сумел применить для анализа и расчета взаимосвязанных неподвижных и вращающихся электрических сетей математический аппарат тензорного анализа и топологии с помощью введения в электротехнику новых понятий: «тензор соединения», «взаимосоединение и разрывание систем», «матрицы преобразования» и др. При этом в качестве фундаментальных симметричных метрических тензоров $g_{\alpha\beta}$ и $g^{\beta\alpha}$ им были использованы соответственно тензоры второго ранга импеданса $z_{\alpha\beta}$ и адмиттанса $y^{\beta\alpha}$, отображающие собой материальные параметры элементов электрических систем [66]. В то же время в тензорные уравнения состояния (движения, поведения) возбужденных электрических сетей и электромеханических систем им были введены параметры режима в виде ковариантных и контравариантных тензоров первого ранга тока и напряжения, определяемых через обобщенные координаты (электрические заряды или количества электричества q^β и магнитные потокосцепления ψ_α) выражениями: $i^\beta = dq^\beta / dt$, $u_\alpha = d\psi_\alpha / dt$ [149, 150]. Позже, опираясь на новейшие достижения современной математики и фундаментальные

топологические понятия теории кохомологий [1, 50, 62, 104, 113, 156] и теорию потоков [49, 138], охвативших топологию на дифференцируемых многообразиях и теорию определенных на них дифференциальных форм, Крон обнаружил тесную связь развиваемого им метода анализа сложных систем с топологией дифференцируемых многообразий [134, 141, 142, 148], в центре которой в отличие от комбинаторной топологии естественным образом вводятся понятия тензорного анализа, а также локальные и глобальные (непрерывные и дискретные) свойства многосвязных пространств. Эти свойства оказываются неотделимыми от функционалов, накладываемых или вложенных в эти пространства. Раскрывая двойственную структуру дифференцируемых многообразий или параллелизм между пространственной структурой и накладываемыми функциональными формами, Крон своих последних статьях [141, 142] предложил четыре абстрактные системы координат и новый модуль обобщенной ветви возбужденной электрической сети. Там же он сформулировал применительно к электротехнике принцип двойственности де-Рама-Кодайра и показал иерархическую структуру невозбужденных сетей, представляемых геометрическим комплексом, образованным, в 3-мерном пространстве совокупностью четырех элементов: 0-мерной точкой, 1-мерной линией, 2-мерной плоскостью и 4 мерной призмой, подчеркнув, что топологическая структура и комплекс электрически возбужденных сетей не является графом, а имеет вид расслоенного пространства (fiber bundle). Теория расслоенных пространств доступно изложена в [50, 110, 156]. Некоторые из этих новых положений тензорно-топологического метода Крона являются предметом рассмотрения в настоящей работе.

В книге [149], первый вариант которой был переведен с большими сокращениями на русский язык еще в 1955 году [65], Крон наряду с материалом, специально подобранном для инженеров-энергетиков, включил главы, посвященные составлению и разворачиванию тензорных уравнений Лагранжа и обобщенных тензорных уравнений Максвелла. В ней было также уделено много внимания дискретным сетевым моделям непрерывного поля и таким понятиям,

как градиент, дивергенция, ротор, а также операциям дифференцирования и интегрирования тензоров. Крон реализовывал с помощью 1-мерных сетей линейные, поверхностные и объемные интегралы физических сущностей для того, чтобы получать сетевые модели для основных дифференциальных уравнений в частных производных математической физики, в частности уравнений Максвелла. Он неизменно подчеркивал, что именно такие модели могут служить фундаментом для дальнейшего развития теории и понимания процессов в многомерных полиэдральных сетях [64, 148, 149].

Его четвертая книга – это совокупность ряда работ Крона по диакоптике [64]. Она оказалась наиболее востребованной, поскольку введенные им в инженерную практику диакоптические методы решения прикладных задач по частям позволили раскрыть в явном виде освобождающиеся силы связей, скрытые в взаимосвязанных нерасчлененных системах, а также обратила внимание исследователей на обширный новый источник информации, содержащейся в топологических моделях, непосредственно привлекаемых к нахождению этих решений. Надо заметить, что метод диакоптики в настоящее время не только стал не только самостоятельным разделом теоретической электротехники, но и успешно развивается многими учеными в различных областях науки и техники. Существует и разрабатывается множество новых подходов, методов, алгоритмов решения сложных систем по частям, которые не обязательно связаны с работами Крона. Они являются оригинальными решениями конкретных прикладных задач, имеющими самостоятельное значение [2, 12, 68, 85, 99, 108, 111, 112, 127, 133, 154 и др.]. Это лишний раз подчеркивает широту и актуальность современных исследований, проводимых по данной тематике.

Научное наследие Г. Крона было высоко и достойно оценено во многих странах. Оно стало максимально востребованным в связи с широким распространением и применением ЭЦВМ – эффективного средства практической реализации преимуществ тензорного метода. После введения понятия двойственности сетей его творчество стало вызывать повышенный интерес не только со стороны специалистов в области управления сложными техническими

системами, но и сравнительно недавно у философов, экономистов и социологов. Видный советский ученый П.Г. Кузнецов, давая объективную оценку трудам Г. Крона [6], писал: «Подобно тому, как математика нашла способ опознавать один и тот же объект, записанный в разных системах координат, может быть найден и способ интеграции профессиональных знаний. Этот способ использует ту же основу, что и математика – мы имеем в виду тензорный анализ. Мы полагаем, что развитие тензорного анализа в той форме, которую ему придал Г. Крон в «Тензорном анализе сетей», вполне пригодно для создания универсального языка науки и техники». Заметим, что Г. Крон разрабатывал и совершенствовал тензорно-топологический метод исследования сложных технических систем в течение четырех десятилетий, формулируя свои обобщенные постулаты (аксиомы) и вводя в теорию электрических систем методом проб и ошибок новые понятия из тензорного анализа и топологии.

На первом этапе основной целью его исследований была задача составления тензорных уравнений состояния (движения) систем, состоящих из однородных по своим физическим свойствам устройств, путем расчленения общей системы, объединяющей их, на отдельные группы (части), исходя из физических или функциональных соображений (признаков). Алгебраические и дифференциальные уравнения для каждой из частей формировались независимо друг от друга и представлялись в форме диагональных блоков двухмерных матриц и векторов, являвшихся компонентами соответствующих тензоров в выбранных или заданных системах координат. Результирующие уравнения исследуемой системы в целом затем формировались им с помощью особых матриц преобразования, впервые введенных им в теорию электрических систем и сетей. Необходимые математические операции с их помощью выполнялись по соответствующим законам или правилам преобразования, присущих тензорам. Оказалось, что введенные матрицы преобразования, выражавшие собой компоненты общего тензора преобразования в разных координатах, содержали в себе поразительно много информации о свойствах характеристиках динамических систем, сетей, устройств, несмотря на то, что сами матрицы преобразования никоим образом не

фигурировали в тензорных уравнениях состояния или движения исследуемых объектов. Исключительность тензора преобразования, обозначенного им в индексной форме через символ $C_{\alpha'}^{\alpha}$, проявлялась не только в том, что он определял геометрическую структуру целого множества систем, составленных из одних и тех же устройств, частей, подсистем, соединенных между собой различным образом, но и позволял по уравнениям одной из них, формировать уравнения всех остальных с помощью семейства матриц преобразования и операций по правилам тензорного анализа. Для решения задач требовалось лишь найти нужные матрицы преобразования. Надо полагать, что уравнения еще более сложных систем (метасистем), формирующихся из совокупности малых, объединяемых в более крупные, можно тоже определять, используя те же процедуры и последовательности шагов. Для перехода к метасистемам в тензорном методе, очевидно, не существует принципиальных ограничений, если вводимые матрицы преобразования (соединения) обладают групповым свойством $C = C_1 C_2 C_3$, подчиняются ассоциативному закону произведения и имеют обратные матрицы, то есть, когда выполняется условие: $CC^{-1} = 1$.

Второй этап его исследований был связан с построением моделей для решения полученных тензорных уравнений. До появления ЭЦВМ в электроэнергетике для этих целей широко применялись устройства в виде анализаторов (столов) переменного и постоянного тока, а затем аналоговые вычислительные машины (АВМ). С помощью АВМ многими учеными были разработаны чисто аналоговые, а также гибридные и электродинамические модели электрических машин и систем в различных координатных осях [63, 89, 106]. Крон создал также целый ряд сетевых электрических моделей для важнейших уравнений математической физики (Максвелла, Дирака, Шредингера и др.). В его моделях, электромагнитного поля [65, 149], могли использоваться только физически реализуемые схемные элементы, которые приходилось конструировать на базе устройств электроники и микроэлектроники. Такой подход аналогового решения систем алгебраических и интегро-

дифференциальных уравнений был чреват искусственным появлением нелинейных элементов, вводимых исследователем в процессе физической реализации самой модели. С появлением ЭЦВМ Крон, исходя из первых двух этапов развития своего тензорного метода, пришел к заключению, что тензорные уравнения любых физических систем наиболее эффективно могут использоваться и решаться одновременно и совместно с топологическими моделями ЭТС и СЭС, представляемыми любыми схемами замещения. Применение ЭЦВМ легко решало проблему, связанную с необходимостью физической реализации элементов таких моделей, поскольку в отличие от анализаторов переменного тока в ЭЦВМ беспрепятственно могли моделироваться, например, отрицательные сопротивления, гираторы и другие схемные элементы [60, 82, 119]. Кроме этого, ЭЦВМ стали идеальным средством матричного представления компонент тензоров любого ранга и операций с ними при различных преобразованиях координат. В то же время сами матрицы преобразования, получившие общепризнанное обозначение \mathbf{C} и $\mathbf{C}_t^{-1} = \mathbf{A}$ с компонентами 0 и ± 1 , оказались исключительно удобными при записи и выполнении операций с ними в различном программном обеспечении, поскольку умножение на нуль и единицу в ЭЦВМ не считается операцией произведения двух величин [66, 153].

На третьем этапе своих исследований Г. Крон стал использовать совместно два источника информации: тензорные уравнения систем и их топологические модели. С их помощью он сначала ввел понятие ортогональных сетей [66], а затем предложил новый эффективный метод решения сложных систем по частям, назвав его диакоптикой [64, 139]. Этот термин он позаимствовал у Стенли (Philip Stenly), который применял его для обозначения процедуры разделения (расчленения) различных систем. Сущность метода диакоптики Крона заключалась не только в объединении двух источников информации (тензорных уравнений и топологических моделей), но и двух способов анализа: непрерывного (на основе теоретико-множественной топологии с ее тензорными уравнениями и теорией функций) и дискретного (на основе комбинаторной топологии [87] с ее теорией графов и электрических цепей [76, 82, 97]). Комбинаторная

(алгебраическая) топология рассматривалась в то время многими как наука о дискретных свойствах физических и геометрических систем и поэтому использовалась при описании различных сетей с помощью абстрактных моделей в виде линейных графов или полиэдров (многогранников), состоящих из набора размерных симплексов (точек, ребер, плоскостей и т.д.).

В то же время с теоретико-множественной топологией связывались понятия функционального анализа с его дифференциальными и интегральными формами уравнений, и импеданса. Примером использования теоретико-множественного подхода к анализу динамических систем могут служить обобщенные уравнения Эйлера-Лагранжа, описывающие состояние (поведение) механической системы в виде движения одной единственной точки в N -мерном аффинном (аморфном) пространстве, которое ограничено какими-либо геометрическими линиями, поверхностями [3, 10, 50, 78, 95], а также уравнения Лагранжа-Максвелла для электродинамических систем и электрических машин [65, 105, 149, 150].

Заметим, что уравнения электромагнитного поля были получены Д. Максвеллом [73] на основе идей и закона электромагнитной индукции Фарадея с помощью уравнений Лагранжа, как и тензорные уравнения электрических машин разных типов в обобщенной теории электромеханических преобразователей, разработанной Кроном. Именно геометрическое истолкование движения материальной точки, описываемое уравнениями Лагранжа-Максвелла, оказалось крайне плодотворными в терминах тензорного анализа и геометрии римановых и неримановых пространственных структур [143, 144,]. На этой базе он разработал универсальную теорию динамики вращающихся машин и с помощью своей физической модели (обобщенной машины) с одной системой тензорных уравнений и своей теории преобразования координат описал установившиеся и динамические процессы многих обычных и ряда специальных машин. Его тензорная теория вращающихся машин оказалась практически сразу общепризнанной и затем была развита учеными-электротехниками многих стран [4, 46, 63, 105, 119, 126, 129, 152 и др.]. Заметим, что фундаментальные понятия точечных многообразий, тензоров и движения геометрической точки в

пространстве состояния тесно связаны с понятием обобщенных координат - важнейшим средством описания движения любой системы. Поэтому ниже будут даны необходимые пояснения к ряду понятий, связанных с введением обобщенных координат, используемых в дальнейшем в данной работе применительно к электромеханическим системам.

Уместно подчеркнуть, что Г. Крон постепенно развивал и изменял свою тензорную методологию, расширяя области использования ее для исследования систем различной природы. Однако, будучи инженером-электротехником, он диалектически продолжал совершенствовать пока еще незавершенную обобщенную теорию стационарных электрических сетей. Вводя в нее все новые и новые понятия, он часто отказывался от общепринятых и даже неоднократно от положений, ранее предложенных им самим. При этом Г. Крон всегда исходил из основных принципов адекватного соответствия между тензорными и топологическими понятиями, неизменно учитывая последние достижения математики. Поэтому его работы длительное время считались слишком трудными для понимания, поскольку они основывались на новейших разделах развивающейся современной математики [1, 49, 50, 55, 62, 110, 113, 156], знакомых лишь очень немногим инженерам-электротехникам, а также на его постулатах (обобщающих аксиомах), требовавших, конечно, все более строгого и глубокого теоретического обоснования. Известно, например, какими трудными моментами были попытки введения в теорию электрических цепей матричного исчисления, алгебраической топологии в сочетании ее с теорией графов и, тем более, тензоров [59, 75, 82, 128, 135]. До сих пор можно услышать мнение о том, что тензоры электрических систем могут быть заменены матрицами. Однако при такой замене необходимо сначала наделить матрицу свойствами тензора и приписать ей правила преобразования при изменении систем координат, присущие только тензорам, чтобы не нарушать физического представления об исследуемом объекте или совокупности взаимосвязанных объектов [66].

Огромное множество публикаций, вышедших в свет во многих странах, начиная с 30-х годов прошлого столетия по настоящее время, составляет

обширную библиографию, посвященную работам Г. Крона. Она включает в себя как глубоко научный анализ результатов его исследований, так и попытки доказательств обоснованности и корректности основных положений тензорно-топологического метода с разных точек зрения, а также и критические замечания. Сегодня уже нет необходимости опровергать, например, известные и резко неодобрительные высказывания А.В. Берендеева в дискуссии по обсуждению работ Крона на страницах журнала «Электричество» (1950, №12). Докторская диссертация А.В. Берендеева подвергнута тщательному рассмотрению в [119], где методы Крона и А.В. Берендеева по применению тензорного исчисления к магнитносвязанным цепям сопоставлены и отличаются лишь выбором тензора метрики. Автор не встречал публикаций, в которых бы непосредственно указывалось на ошибочность решений каких-либо прикладных задач, полученных тензорным методом Крона. Многочисленные исследования либо касаются теоретических дискуссионных моментов, либо в них идет речь в основном о дальнейшем развитии тензорно-топологического метода применительно к новым проблемам в различных предметных областях науки и техники [85, 88]. Тензорно-топологическая концепция Г. Крона, называемая иногда методологией, получила дальнейшее развитие в трудах зарубежных и большого ряда отечественных ученых, названных выше. Особый вклад в тщательное исследование и разъяснение основных теоретических положений и практических приложений тензорного метода и диакоптики Г. Крона к анализу электрических сетей и машин внесли известные зарубежные ученые: В. Hoffman [136, 138], W. Gibbs [129], L. Bewley [126], J. Lynn [152], J. Roth [153], S. Stigant [155], H. Happ [111, 133], D. White, H. Woodson [105], K. Pullen [82], S. Seely [155] и многие другие.

Серьезное внимание к идеям Крона было проявлено в Нижегородском университете, где в 50-е годы XX столетия под руководством академика А.А. Андропова велись фундаментальные исследования по теории нелинейных колебаний и динамике неголономных систем А.В. Гапоновым, Н.А. Железцовым, Ю.И. Неймарком, Н.А. Фуфаевым и др. [78]. Ими независимо от Крона была обнаружена связь механики неголономных систем и общей теории коллекторных

электрических машин. В результате исследований на строго научной основе с применением уравнений Лагранжа-Максвелла А.В. Гапоновым были получены новые уравнения движения, одинаково применимые для исследования голономных и неголономных электромеханических систем.

Дискуссии и обсуждения работ Крона на страницах журнала «Электричество» (1950-52) гг. и появившийся в сокращенном варианте русский перевод его книги [65] тоже способствовали повышению интереса к тензорному методу анализа электрических машин и сетей. В послесловии к [65] Э.А. Меерович, представив свой взгляд на геометрическую теорию электрических цепей, подтвердил допустимость и правильность преобразований Крона. Вскоре были изданы монографии Л.Н. Грузова [46] по обобщенной теории электрических машин, С.В. Страхова [102] по применению метода мгновенных значений для анализа электромеханических и электромагнитных процессов, возникающих при различных симметричных и несимметричных коммутациях, В.А. Тафта по использованию частотных методов в цепях с периодически изменяющимися параметрами, в том числе в электрических машинах. Эти монографии, написанные под влиянием работ Крона, способствовали дальнейшему проявлению интереса к его тензорному методу. При участии профессоров В. А. Веникова, П.А. Ионкина, Н.А. Мельникова, Н.И. Соколова, С.А. Ульянова и др. в МЭИ появились работы по применению матричного и тензорного исчисления, графов и алгебраической топологии, выполненные аспирантами различных кафедр [56, 101, 119]. В 1972 г. вышла из печати в переводе на русский язык книга Крона по диакоптика [64]. В послесловии к ней редактором А.В. Барановым были подробно рассмотрены основания метода Крона. Им же с помощью чисто формальных математических методов была подтверждена правильность и достоверность алгоритмов и результатов расчетов сложных систем, полученных Кроном, а также подчеркнуты широкие возможности и эффективность тензорно-топологического метода для решения прикладных инженерных задач на основе ключевой идеи метода: применения матриц преобразования и произвольного выбора систем координат.

Заметим, что идея решения сложных систем по частям была высказана и реализована независимо от Крона в работах С.А. Лебедева, Г.Е. Пухова и позже развита многими отечественными исследователями [56, 68, 83, 108, 112 и др.]. В [53, 56] приведены классификации методов диакоптики и способов выделения подсистем при расчленении исходной сложной системы на части. Там же даны характеристики значительному числу рекомендованных алгоритмов для расчета установившихся режимов электрических систем различными авторами. Заметим, что первоначальный многочисленный поток публикаций, защит докторских и кандидатских диссертаций по диакоптике в большей мере касался не вопросов развития теории, а практического применения тензорного метода к анализу электромеханических преобразователей энергии на основе обобщенной электрической машины Крона, а также диакоптики - метода решения сложных систем по частям для задач сложно-разветвленных электроэнергетических систем. Но поскольку каждый из авторов пытался внести свою личную лепту лишь в решение той или иной сугубо конкретной проблемы с помощью тензорного метода и диакоптики, то широкий круг инженеров-электротехников по-прежнему оставался в неведении как о глубокой сути, так и об общих достоинствах и областях применения этих методов.

Наконец, в 1978 г. был переведен на русский язык и издан значительным тиражом капитальный труд Крона по тензорному анализу сетей [66] под редакцией Л.Т. Кузина и П.Г. Кузнецова. В предисловии и послесловии «Тензорный анализ сетей» Г. Крона и его роль в проектировании систем» к книге редакторами ее и А.Е. Петровым была дана подробная характеристика тензорным и топологическим понятиям и методам Крона, а также было показано, что его линейные преобразования имеют типично тензорный характер. Там же была отмечена особая роль несингулярного тензора преобразования, являющегося, по их мнению, инструментом, позволяющим выражать топологическую структуру анализируемой и синтезируемой сложной динамической системы, а также осуществлять переход от одной из них к другой на основе преобразования координат. С точки зрения автоматизации проектирования многих технических

систем такой подход эквивалентен изменению конструкции. Пожалуй, впервые ими была подчеркнута реальная возможность совместного применения полиэдральных моделей сетей и обобщенных моделей электрических машин Крона к моделированию и исследованию крупномасштабных и сложных кибернетических и интеллектуальных систем.

В книге А.Е. Петрова [85], вышедшей в 1985 г., и в его монографии [83] достаточно подробно и вполне доступно отражена суть тензорной методологии Крона и его теории тензорного анализа сетей. Эти и другие публикации А.Е. Петрова по тензорному анализу и диакоптика раскрывают новые аспекты применения тензорно-топологических методов и двойственных сетей к исследованию технических и экономических систем. Заметим лишь, что топологические модели для транспортных и экономических задач, представляемые ортогональными сетями, конечно, принципиально отличаются от возбужденных электрических систем. Чтобы правильно понимать и эффективно использовать развитую Кроном и его многочисленными последователями тензорно-топологическую концепцию к решению конкретных инженерных задач, необходимо непосредственно обращаться к способам рассуждений и аналитическому аппарату, применяемым авторами этих работ. Свой метод Крон развивал непрерывно, основываясь на фундаментальных положениях теоретической физики, аналитической механики, дифференциальной геометрии, а также теоретико-множественной, комбинаторной топологии и топологии дифференцируемых многообразий. Он стремился к объединению физических свойств и топологических характеристик систем различной природы в единой модели. Однако, именно такое объединение, поиск и введение в инженерную практику физических и топологических понятий, адекватно соответствующих друг другу, представлялись во многом самыми трудными для восприятия и вызывали много вопросов. Крон не претендовал на абсолютную математическую строгость вводимых им понятий и не очерчивал границ применения, разрабатываемого и еще не завершенного им универсального метода, неизменно подчеркивая эту свою позицию [64, 142, 149.]. Однако считал критерием его

справедливости – правильность получаемых с его помощью результатов как им самим, так и другими исследователями, совершенствовавшими этот метод. Крон, корректно откликаясь на критику одних и заинтересованную поддержку других исследователей, пытавшихся в разное время подтвердить или строго научно доказать справедливость и правильность базовых положений его метода, с сожалением отмечал, что большинство этих доказательств оказывалось, как правило, неприемлемым по двум основным причинам. Во-первых, в этих доказательствах доминировали не относящиеся к делу матрицы инцидентий вместо его матриц преобразования тензоров, а также понятия теории графов и комбинаторной топологии, не имеющие, по его мнению, отношения к возбужденным электрическим системам. Во-вторых, в них отсутствовали понятия топологии дифференцируемых многообразий, внешних дифференциальных форм и их интегралов как действительно необходимых и непосредственно относящихся к истинной теории возбужденных электрических p -сетей. Обнаружив, что электрические аналоги эквивалентных моделей для полей в ряде предметных областях накладывают специфические ограничения на применение теории графов, Крон в своих последних статьях [141, 148] обратился к построению новых топологических моделей возбужденных электрических сетей на базе новых топологических открытий.

Академик В.В. Попков, обращая внимание [88 и др.] на универсальность «всеобщей инженерной науки» Крона, заметил: «Хотя в работах Крона использован язык электротехники, он неоднократно подчеркивал, что эта терминология не является обязательной и его метод может быть изложен на языке самых современных математических теорий, таких как алгебраическая топология, геометрия дифференцируемых многообразий, групп гомологий и когомологий, не говоря уже об обычном тензорном и матричном исчислении». Надо сказать, что концепция многообразий – одного из центральных понятий современной топологии и анализа была развита лишь во второй половине XX столетия на основе фундаментальных работ Ж. де Рама [49], К. Кодайра [138], А.Н. Колмогорова [62] Л. Шварца [113] и применена математиками и

естествоиспытателями [50, 104, 107, 110, 153, 156 и др.] в различных областях, включая геометризацию физических явлений и топологическую теорию калибровочных полей. Классическим примером калибровочного поля является электромагнетизм, законы которого выражаются уравнениями Максвелла. Топология дифференцируемых многообразий охватила множество геометрических объектов классической механики и электродинамики, теории поверхностей, дифференциальных уравнений. Было доказано, что гомологическая теория замкнутых дифференцируемых многообразий может быть изложена в терминах дифференциальных форм на этих многообразиях, а также раскрыта аналогия между основными элементами гомологической топологии и теории интегрирования на многообразиях (внешняя производная и произведение) [50]. Функциональный анализ, топология, многомерная дифференциальная геометрия и ее аппарат – тензорный анализ во всех его разновидностях в настоящее время составляют единую базу для плодотворного исследования процессов в различных областях естествознания, включая и электротехнику.

1.2 Тензоры электрических сетей и их геометрическая интерпретация

1.2.1 Геометризация физических явлений

Физические явления принято описывать системами алгебраических и дифференциальных уравнений, причем для многих, не связанных друг с другом явлений, эти уравнения идентичны. Например, уравнения $F = m dv / dt$ и $u = L di / dt$ могут быть решены одним и тем же универсальным методом с помощью одинакового геометрического представления, поскольку на языке геометрии можно сопоставить физические свойства изменения параметров и свойства кривых или поверхностей. Центральные понятия геометрии (точка, линия, поверхность и др.) широко используются при рассмотрении физических явлений, хотя и не связываются непосредственно с реальными или наглядными образами своего представления в привычном 3-мерном евклидовом пространстве. Чаще всего они наделяются совершенно различными физическими

интерпретациями. Нулевые размеры точки не исключают ее внутренней структуры. Точка может изображать какое-либо устройство, размерами которого можно пренебречь при составлении уравнений его движения. То же предположение можно отнести к линиям и поверхностям. Например, под замкнутым контуром передачи мощности от источника к нагрузке Максвелл понимал линию («ось мощности Фарадея») [73]. Критерием, ограничивающим произвол в выборе геометрических объектов (точек, линий, фигур и т.д.), адекватных физическим явлениям, являются не сами по себе геометрические объекты, а отношения между ними. Именно они должны быть точными и непротиворечивыми.

Существует разделяемое многими мнение, что опыт вовсе не определяет физику и геометрию по отдельности, а рассматривает их суммарно в неотделимой взаимосвязи [6, 50–107], в результате чего физические и геометрические представления сливаются и происходит процесс взаимопревращения физики и геометрии. Речь идет о физической геометрии. И хотя набор экспериментальных фактов подтверждает тождественность физической геометрии с евклидовым пространством в огромном интервале расстояний (10^{-16} – 10^{28}) см, все же, в дифференциальной геометрии сформировалась и неевклидова геометрия Гаусса–Лобачевского–Римана, в которой фундаментальная роль принадлежит интервалу, сохраняющему инвариантность по отношению широкого класса преобразований, определяемого в общем случае формулой $ds^2 = g_{\lambda\mu} dq^\lambda dq^\mu$ [10, 50, 55]. Величины $g_{\lambda\mu}$ образуют метрический тензор, а приведенное выражение есть алгебраическое представление гладких поверхностей, свойством которых является кривизна, характеризующая в малом отклонение их от геометрии Евклида. Благодаря новому подходу стали различать геометрию в целом и геометрию в малом. В глобальном плане неевклидова геометрия, включающая в себя как частный случай евклидову геометрию, характеризуется отклонением суммы углов треугольника от π , а малые участки этих геометрических пространств отличаются формулами, определения расстояний между двумя близкими точками. Так для

плоскости в прямоугольных координатах $ds^2 = dx^2 + dy^2$, а для сферы $ds^2 = r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2 + r^2 d\vartheta^2$, где r, ϑ, φ - это радиус, полярный и азимутальный углы. Однако, если на плоскости выбирается косоугольная система координат, то хотя численное значение интервала остается неизменным, поскольку квадрат длины вектора – инвариант, формула его определения изменяется на $ds^2 = dx^2 + dy^2 + 2dxdycos\alpha$. Различие в формулах отражается не только выбором координатных осей, но и различием самих поверхностей. Глобально формулы для сферы и плоскости отличаются, но локально малый участок сферы можно в первом приближении аппроксимировать частью плоскости подобно замене малой дуги непрерывной кривой прямым отрезком. Методы дифференциальной геометрии и тензорного анализа позволяют представлять такие геометрические объекты произвольной размерности в алгебраических терминах и оперировать ими без необходимости их визуального представления. Достаточно сказать, что единство геометрии и физики утвердилось после создания общей и специальной теории относительности, в которой движение частиц определяется геометрией в римановом пространстве (гравитационном поле).

В [66] высказана мысль о том, что для геометрического представления электромагнитных явлений требуется гораздо большее разнообразие сложных координатных систем и пространств, чтобы удовлетворить определенным условиям такую интерпретацию. Необходимо, чтобы такое представление было справедливым для всех вводимых координатных систем, а также адекватно отображало максимальное число электромагнитных параметров режима, описывающих физические явления, и сохраняло бы отношения между ними в любой момент времени. Вместе с этим важно понимать, что геометрический язык в таких случаях используется только в качестве оборота речи, поскольку невозможно вообразить, например, геометрически матрицу N -го порядка. К тому же, представляя ее геометрической сущностью, необходимо учитывать, что она одновременно представляет и всю совокупность последовательных матриц N -го порядка в различных координатных системах, так как каждая отдельная матрица

определяет компоненты тензорного или не тензорного объекта лишь в одной частной системе координат. Следовательно, каждую геометрическую сущность в общем случае нужно рассматривать как геометрический объект, который может быть тензором тогда, когда его компоненты преобразуются по правилам тензорных преобразований.

1.2.2 Особенности геометрического представления возбужденных электрических сетей

Тензорный анализ является базой современной дифференциальной геометрии и топологии [50,156]. Однако, для применения геометрических интерпретаций к электромагнитным явлениям в электрических сетях имеют место определенные ограничения. Дело в том, что существующие в дифференциальной геометрии представления о безграничном пространстве, допускающем бесконечное число переменных и координатных систем, связанных с произвольным выбором линейных преобразований, не совпадает с реалиями, относящимися к конкретным, пусть даже и к очень сложным, электрическим системам. В каждой из них имеет место ограниченное число переменных и независимых координат, зависящих от конечного числа способов соединения элементов (обобщенных ветвей) в систему, а также ограниченное число возможных линейных преобразований этих переменных.

Наряду с этим сложность введения геометрического представления обуславливается и тем, что возбужденная электрическая сеть радикально отличается от любых других сетей наличием окружающего ее электромагнитного поля. Поскольку при изучении физических законов необходимо понимать, что все они являются в какой-то мере приближенными [107, 149], то, следовательно, надо предполагать приближенными и любые представления о пространствах и конфигурациях, связанных с возбужденными электрическими сетями. Логично в данной работе предварительно охарактеризовать в первом приближении такую

сеть ее тремя очевидными типами 1-мерных представлений, которые существуют одновременно, а затем раскрыть их специфические свойства.

1.2.3 Три образа электрической сети

Целесообразно различать «материальную 1-сеть», состоящую из набора элементов (материальных объектов), образующих ее ветви, соединяемые между собой различным образом в некоторый комплекс. Его геометрическая структура и отличительные свойства связываются с конструктивными параметрами, которые в ЭТК и СЭС называются параметрами системы. Соотношения между параметрами системы и структурой их представления в римановом пространстве требуют специального рассмотрения.

Если не принимать во внимание конструктивные параметры рассматриваемой сети и считать ее электрически невозбужденной, то можно такую 1-сеть называть абстрактной. Наборам ее ветвей можно сопоставить абстрактные системы координат, характеризуемые единичными базисными векторами. Способ соединения ветвей, формирующий конфигурацию такой абстрактной 1-сети, задается матрицами связи C_{α}^{α} , которые определяют два типа независимых наборов ветвей. Они перечисляют ветви, входящие в замкнутые и разомкнутые пути, принимаемые за координатные оси. Выбор путей определяется целями решения соответствующих задач. В тензорно-топологическом методе этот выбор является ключевым этапом решения прикладных задач. Он определяет матрицы соединения обобщенных ветвей в систему в целом, а также и другие матрицы преобразования переменных и координат.

Можно было бы абстрактную 1-сеть или невозбужденную электрическую сеть, составленную из набора материальных элементов, представить в виде графа, состоящего из узлов и ребер. (в алгебраической топологии их называют соответственно 0-мерными и 1- мерными симплексами), а также ввести в рассмотрение известные топологические контурные и узловые матрицы инцидентий, которые широко используются при решении электрических и

электронных сетей с активными элементами, особенно когда определяются сложные передаточные функции и когда топологические методы имеют значительные преимущества перед алгебраическими [8, 60, 82]. Однако, матрицы инцидентий не имеют отношения к матрицам преобразования, применяемым в тензорном методе Крона.

Третий тип, составляющих совокупность p -сетей, проявляется только при возбуждении электрических систем. Совокупность p -сетей объединяет в себе множество электромагнитных параметров. Они порождаются электромагнитным возбуждением и входят в уравнения электромагнитного поля, окружающего сеть или систему. Часть из них принято называть в СЭС параметрами режима. К ним относятся активные и реактивные мощности, ток, напряжение, частота, а также механические параметры: скольжение, скорости вращения роторов машин и т.д. Совокупность этих p -сетей является невидимой. Однако, она реально существуют вместе с материальной 1-сетью и p -мерными абстрактными сетями. Если в ветвях материальной сети возникают (индуцируются каким-либо образом) токи, мгновенные значения которых измеряются продольно включаемыми приборами, а также напряжения, мгновенные значения которых определяются поперечно включаемыми приборами, то в самом первом приближении изменение токов можно геометрически интерпретировать точкой в N -мерном пространстве. Такое предположение можно сделать, исходя из геометрического представления о контравариантном векторе (тензоре) тока. Тогда в соответствии с тензорным представлением ковариантного вектора (тензора) напряжения его геометрическим представлением будет уже $(N-1)$ -мерная гиперплоскость [3, 55, 66]. Однако, заметим, что в данном случае вводимые обобщенные векторы существенно отличаются от привычных векторов, например, скорости и силы. Последние являются физически существующими инвариантными пространственными векторами, а их компоненты (составляющие) в каких-либо координатных системах – это гипотетические или воображаемые величины. В то же время в тензорном представлении электрические токи ветвей и напряжения между точками разомкнутых путей (узловых пар) возбужденной сети – это реально

измеряемые величины, а обобщенные векторы, их интерпретирующие, суть воображаемые или гипотетические векторы, которым нельзя придать ни направление, ни величину. Они имеют только компоненты, но эти компоненты реально существуют и могут быть измерены. Рассматриваемый обобщенный вектор определяется совокупностью величин, преобразуемых с помощью матриц $C_{\alpha'}^{\alpha}$. Формула преобразования компонент зависит от типа вектора, его ковариантности.

Проблема наглядного представления возбужденных электрических сетей СЭС соответствующими топологическими моделями, удовлетворяющими принципу де Рама - Кодайра [141], сформулированного на основе теории дифференцируемых многообразий и расслоенных пространств, а также уравнениям электромагнитного поля Максвелла, находится в стадии своего решения. Законы развития современной физической геометрии, стимулировавшие появление нового математического понятия – расслоенного пространства [110, 156] способствуют этому. Крон, уделивший особое внимание в своих последних работах [142, 148] топологии многообразий теории расслоенных пространств, а другие исследователи увидели в них [67, 88, 119, 134] перспективу дальнейшего совершенствования тензорно-топологического метода. Однако переход к расслоенным пространствам требует перестройки обычных геометрических представлений о топологических основах теории возбужденных электрических сетей.

Чтобы правильно применять тензорно-топологический метод к анализу и расчету сложных СЭС по частям необходимо ознакомиться с некоторыми базовыми положениями его, связанными с введением обобщенных координат, ковариантных и контравариантных тензоров, матриц преобразования, фундаментального метрического тензора, определяющего структуру многообразия или пространства, точки которого отображают состояние исследуемой системы и другими понятиями применительно к электромеханическим системам.

1.3 Обобщенные координаты и тензоры. Уравнения состояния электромеханических систем

1.3.1 Независимые координаты и тензоры электрических систем

В анализе режимов работы СЭС достаточно опираться на теорию электромагнетизма, в основе которой лежат дифференциальные уравнения Максвелла и неустранимая топологическая или геометрическая структура конфигурационного пространства, определяемого выбором обобщенных координат. Существует множество способов введения независимых координат. Они могут быть геометрическими, физическими или другими величинами, не имеющими вовсе геометрического истолкования. Обычно такие координаты называются обобщенными [3, 10, 95.]. При их выборе руководствуются природой исследуемых систем и характером рассматриваемых задач. Поскольку нас в дальнейшем будет интересовать состояние физических (электродинамических) систем, то в качестве обобщенных координат, полностью определяющих их геометрическую конфигурацию и состояние, отражаемое точкой некоторого многообразия, будут приниматься различные наборы числовых функций от состояния анализируемой системы. Можно сказать, что в общем случае координаты физической системы представляют собой совокупность числовых функций от ее состояния, которые, полностью его определяют. Процедура введения независимых обобщенных координат или наименьшего числа переменных, определяемого характером связей, наложенных на систему, может быть различной. Но произвол выбора обобщенных координат зависит от топологии пространства конфигураций. Например, накладывая геометрическую криволинейную систему координат на поверхность стола, нельзя сделать ее искривленной. Нельзя также наложить на поверхность сферы декартовы координаты. Эти простые примеры показывают, что всегда следует обращать внимание на координатные эффекты и отличать их от изменений физического характера. Если каким-либо преобразованием удалось упростить тензорные уравнения, то это означает лишь то, что устранена сложность, вносимая

координатным эффектом, так как форма (вид) записи тензорных уравнений в преобразованных координатных системах не меняется. Тензор сам по себе – это целостный математический объект, описывающий определенные свойства измеряемого физического объекта, и характеризуемый своими компонентами (составляющими) в данной системе координат, представляемыми в форме N -мерной матрицы. Он подчиняется строгим правилам (законам) тензорного преобразования своих компонент при замене корректно вводимой (допустимой) системы координат. Такое словесное представление тензора вполне соответствует его математическому определению [55, 95], смысл которого сводится к следующему: тензор – это совокупность N^m функций $T_{\alpha\beta\dots}$, которые при преобразовании координат изменяются по правилу $T_{\alpha\beta\dots}^{\dots\delta\gamma\dots} = C_{\alpha}^{\alpha'} C_{\beta}^{\beta'} \dots C_{\delta}^{\delta'} C_{\gamma}^{\gamma'} \dots T_{\alpha'\beta'\dots}^{\dots\delta'\gamma'\dots}$, где N - число обобщенных координат, а m - число индексов в выражении для функций, определяющих тензор m -ранга. Современное определение тензора связывают с полилинейными функциями нескольких векторных аргументов, а тензор представляется полилинейным функционалом. В самом общем виде тензор (тензорное поле) ранга $(p+q)$ типа (p,q) над n - мерным векторным пространством L есть элемент тензорного произведения p линейных пространств L и q сопряженных пространств L^* (то есть пространств линейных функционалов или 1-форм на пространстве L):

$$\tau \in T_q^p(L) = L \otimes \dots \otimes L \otimes L^* \otimes \dots \otimes L^*,$$

где T_q^p - тензорное произведение пространств. Сумма чисел $(p+q)$ определяет ранг p раз контравариантного и q раз ковариантного тензора.

1.3.2 Уравнения состояния электромеханических систем

Будем различать, имея в виду СЭС, два типа состояния системы: статическое и динамическое. Статическое состояние системы определяется ее независимыми обобщенными координатами (q^1, q^2, \dots, q^N) . Обобщенные

координаты, как уже сказано, не обязательно являются геометрическими, но они всегда необходимы для фиксации точки состояния в задаваемом ими многообразии, причем число измерений многообразия N должно быть равным числу независимых обобщенных координат. Под статическим состоянием системы следует понимать ее равновесное состояние, которое существенным образом отличается от понятия статической устойчивости динамической системы. В динамическом режиме или состоянии она характеризуется обобщенными координатами вида $(q^1(t), q^2(t), \dots, q^N(t))$, являющимися функциями времени. Для описания таких систем помимо обобщенных координат вводятся и обобщенные импульсы $(p_1(t), p_2(t), \dots, p_N(t))$. Тогда состояние системы уже отображается точкой в $2N$ -мерном многообразии, которое называется фазовым пространством. Переменные состояния $q^k(t), p_k(t)$ являются канонически сопряженными координатами, но их выбор не единственен и относится к принципиально трудным задачам. Важно заметить, что системе этих независимых переменных соответствуют сопряженные зависимые переменные $\dot{q}^k = dq^k / dt$ и $\dot{p}_k = dp_k / dt$. Если под обобщенными координатами понимать электрические заряды, то $\dot{q}^k = dq^k / dt$ - это электрические токи, если под обобщенными импульсами понимать потокосцепления, то $\dot{p}_k = dp_k / dt$ - это электрические напряжения. Следовательно, отображающая точка, заданная координатами и импульсами, считается принадлежащей многообразию или пространству всех возможных состояний исследуемой системы, а сами координаты и импульсы - это суть числовые функции от состояния ее. Их называют иногда экстенсивными переменными, поскольку они зависят от размеров системы, а токи и напряжения относят к интенсивным (производным) переменным [105].

В аналитической динамике при задании обобщенных координат и обобщенных импульсов при составлении уравнений движения систем часто используется силовая функция Гамильтона, равная сумме кинетической и потенциальной энергий исследуемой системы $H(q, p, t) = (T + \Pi)$ [3]. Однако, для анализа электромеханических систем предпочитают применять силовую

функцию Лагранжа или лагранжиан [78, 105, 150]. Для линейных систем, которые рассматриваются в основном в данной работе, лагранжиан определяется выражением $\tilde{L}(q, \dot{q}, t) = (T - \Pi)$. Предпочтение, отдаваемое использованию функции $\tilde{L}(q, \dot{q}, t)$, объясняется тем, что определяемые с ее помощью уравнения для электрической части электромеханической системы получаются тождественными уравнениям, составленным непосредственно по законам Кирхгофа [65, 105 119]. Кроме того, функцию $\tilde{L}(q, \dot{q}, t)$ можно разложить на две функции с помощью интегрирования ее дифференциала

$$d\tilde{L} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial \tilde{L}}{\partial \dot{q}^k} d\dot{q}^k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial \tilde{L}}{\partial q^k} dq^k + \frac{\partial \tilde{L}}{\partial t} dt$$

по двум путям, принимая, например, при интегрировании по координатам все $\dot{q} = const$, а при интегрировании по производным от координат все $q = const$. Тогда первая из них будет функцией только координат и времени, причем равной для линейных систем потенциальной энергии системы, взятой с обратным знаком. Вторая же функция будет зависеть и от координат, и от их производных, причем она будет равной так называемой коэнергии системы [105, 155]. Коэнергия T' для линейных систем в механике равна кинетической энергии. В линейных электрических системах, когда потокосцепления обмоток являются линейными функциями токов, магнитная энергия и коэнергия индуктивно связанных обмоток тоже совпадают $W_M = W'_M$. Для нелинейных систем силовую функцию вычисляют по формуле $\tilde{L}'(q, \dot{q}, t) = (T' - \Pi)$ через кинетическую коэнергию T' , определяемую с помощью обобщенных импульсов [105].

Обычно способам выбора и введения обобщенных координат, а также методам вычисления кинетической и потенциальной энергий, силовых функций, энергии ускорения и т. п. в инженерной практике анализа и расчета СЭС (аналогично и при исследовании систем из других областей) уделяется очень мало внимания, поскольку данный выбор относится, как бы к предшествующим этапам решения, и уже известен заранее, а расчеты проводятся на хорошо апробированных моделях электрических устройств с сосредоточенными

параметрами по законам теории цепей. Однако, если для чисто механических систем вопрос выбора координат по сути не возникает (это перемещения, скорости, силы, импульсы и т.д.) то в случае электромеханических комплексов СЭС появляются определенные трудности, связанные с согласованием электромагнитных и механических координат. В зависимости от характера решаемых задач удобно принять один из двух способов выбора обобщенных координат. Первый – это когда в качестве обобщенных координат выбираются интегральные величины $q^k = \int i^k dt$, представляющие собой количество электричества, прошедшее по замкнутому контуру сети. Тогда потенциальной энергии будет соответствовать запасенная электрическая энергия $W_э$, а силам – электрические напряжения, взятые с обратным знаком. Потокосцепления при такой аналогии примут на себя роль обобщенных импульсов, а запасенная магнитная энергия W_M – кинетической энергии. Во втором способе за обобщенные координаты принимаются потокосцепления. Тогда электрические заряды приобретают свойства обобщенных импульсов, а токи и напряжения, электрическая и магнитная энергии обмениваются соответственно ролями. В данной работе выбран первый способ электромеханических аналогий, в котором в качестве обобщенных координат принимаются интегралы по времени от контурных токов $q^k = \int i^k dt$, протекших через контуры или другие замкнутые пути токов. Эти обобщенные координаты были использованы Максвеллом [73] при выводе уравнений электромагнитного поля и Кроном [150] при выводе уравнений, электрических машин с помощью уравнений Эйлера-Лагранжа, представляемых в настоящее время в виде

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial \dot{q}^\gamma} \right) - \frac{\partial \tilde{L}}{\partial q^\gamma} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}^\gamma} = Q_\gamma \quad (\gamma = 1, 2, \dots, s), \quad (1.1)$$

где q^γ – обобщенная координата, \dot{q}^γ – обобщенная скорость, \tilde{L} – силовая функция Лагранжа, F – функция рассеяния Релея, Q_γ – обобщенная сила, действующая в направлении γ координаты, s – степень свободы системы.

Система уравнений (1.1) справедлива для голономных электромеханических систем и включает в себя как электрические, так и механические обобщенные координаты. Голономность и неголономность системы определяется характером связей, накладываемых на нее и определяющих ее степень свободы или число независимых координат. Геометрические или кинематические связи определяются математическими выражениями вида $f_\alpha(q_1, q_2, \dots, q_m, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_m) = 0$. Если они интегрируемы относительно координат, то связи голономные, а если дифференциальные связи неинтегрируемые, то они неголономные, и тогда рассматриваемая система называется неголономной [78, 119, 150]. Существуют критерии проверки связей на условия их интегрируемости, одно из которых выражается в общем случае [119] формулой $\partial C_{\alpha\alpha} / \partial q^\beta = \partial C_{\alpha\beta} / \partial q^\alpha$, где под $C_{\alpha\beta}$ понимают соответствующий коэффициент матрицы преобразования. В СЭС неголономные связи могут появиться из-за конструктивного исполнения устройств, например, коллекторных машин при наличии скользящих контактов или при введении некоторых координатных осей, в частности свободно вращающихся в пространстве.

В правую часть уравнения (1.1) входят также ЭДС сторонних источников (электрических сил) и механические моменты, являющиеся соответствующими ковариантными тензорами первого ранга. Естественно, что механические силы электрического происхождения (например, в электрических двигателях и аппаратах) подчиняются фундаментальному принципу динамического равновесия Даламбера [105], но проявляются в токах и напряжениях, связанных с законами Кирхгофа. Однако использовать уравнения Даламбера и Кирхгофа совместно для сложных систем затруднительно, поэтому анализ предпочитают проводить с помощью уравнений Лагранжа-Максвелла.

1.4 Преобразование дифференциалов координат, тензоров первого и второго ранга

1.4.1 Введение контравариантных и ковариантных тензоров

Очевидно, что числовые значения совокупностей функций, используемых для описания физических величин, зависят от выбора координат и будут отличаться при замене координат. Поэтому крайне важно выяснить, каким образом различные физические величины преобразуются при замене координат, а также установить правила (законы) этих преобразований.

Хотя число независимых координат (q^1, q^2, \dots, q^N) и определяет размерность многообразия, однако его структура проявляется лишь тогда, когда вводится понятие «расстояния» между парой его точек. Без этого структура многообразия характеризуется лишь непрерывностью в том смысле, что имеют место и другие точки с координатами $(q + dq)$, причем величины dq^1, dq^2, \dots, dq^N называются дифференциалами координат. Например, ими могут быть электрические токи, если в качестве обобщенных координат выбраны электрические заряды.

Операция, с помощью которой осуществляется замена одной системы координат на другую, называется преобразованием координат. Такая замена проводится в N -мерном пространстве с помощью N соотношений вида $q'^\lambda = f^\lambda(q^1, q^2, \dots, q^N)$, $(\lambda = 1, 2, \dots, N)$, где функции f^λ разрешимы, так что всегда можно определить величины $q^\lambda = g^\lambda(q'^1, q'^2, \dots, q'^N)$. Взяв дифференциалы от равенств $q'^\lambda = f^\lambda(q^1, q^2, \dots, q^N)$, можно записать формулы [50], выражающие преобразования дифференциалов при замене координат:

$$dq'^\lambda = \sum_{\nu=1}^N \frac{\partial f^\lambda}{\partial q^\nu} dq^\nu = \sum_{\nu=1}^N \frac{\partial q'^\lambda}{\partial q^\nu} dq^\nu. \quad (1.2)$$

Наряду с координатами и их дифференциалами изменениям могут подвергаться и наборы других функций или отдельные функции, относящиеся к точкам данного многообразия и зависящие от координат. Пусть задан один из наборов функций (J^1, J^2, \dots, J^N) и пусть каждая из функций данного набора

зависит от координат. Если при замене координат эти функции изменяются по формуле вида

$$J'^{\lambda} = \sum_{\mu=1}^N \frac{\partial q'^{\lambda}}{\partial q^{\mu}} J^{\mu} \quad (\lambda = 1, 2, \dots, N) \quad (1.3)$$

как и дифференциалы координат (1.2), то данные N функций представляют собой компоненты некоторого контравариантного вектора или контравариантного тензора первого ранга, например, вектора скорости или *вектора электрического тока*. Если закон преобразования набора других функций (U_1, U_2, \dots, U_N) имеет вид

$$U'_{\lambda} = \sum_{\mu=1}^N \frac{\partial q^{\mu}}{\partial q'^{\lambda}} U_{\mu} \quad (\lambda = 1, 2, \dots, N), \quad (1.4)$$

то они являются компонентами ковариантного вектора или ковариантного тензора первого ранга, например, градиента какого-либо скаляра или *вектора электрического напряжения*. Поскольку выражения (1.3) и (1.4) представляют собой совершенно разные формулы, то Г. Крон, ассоциируя эти функции с токами и напряжениями, отнес [65] ток и напряжение электрической сети к классу тензорных величин разного типа, числовая запись которых при замене координат изменяется по разным законам. Следовательно, контравариантные векторы (токи) и ковариантные векторы (напряжения) – это примеры тензоров первого ранга. Первые из них принято обозначать с помощью верхних, а вторые – нижних индексов. К тензорам нулевого ранга принято относить скаляры, которые не изменяются при замене координат. Скалярные величины появляются, если установить, например, взаимосвязь между векторами тока J^{λ} и напряжения U_{λ} , определив сумму их произведений. Она будет равна

$$\sum_{\mu=1}^N J'^{\mu} U'_{\mu} = \sum_{\mu=1}^N \left(\sum_{\lambda=1}^N \frac{\partial q'^{\mu}}{\partial q^{\lambda}} J^{\lambda} \right) \left(\sum_{\nu=1}^N \frac{\partial q^{\nu}}{\partial q'^{\mu}} U_{\nu} \right) = \sum_{\lambda=1}^N \sum_{\nu=1}^N \frac{\partial q^{\nu}}{\partial q^{\lambda}} J^{\lambda} U_{\nu}.$$

Поскольку координаты q^{λ} и q^{ν} являются независимыми, то производные $\partial q^{\nu} / \partial q^{\lambda} = 1$, если $\lambda = \nu$, и равны нулю, если $\lambda \neq \nu$. Тогда можно записать замечательное равенство

$$\sum_{\mu=1}^N J'^{\mu} U'_{\mu} = \sum_{\lambda=1}^N J^{\lambda} U_{\lambda}, \quad (1.5)$$

подтверждая тем самым, что величина суммы произведений этих функций не изменяется при преобразовании координат и, следовательно, она является скаляром. Если принять, следуя Крону, что J^{λ} - это компоненты контравариантного вектора тока, а U_{λ} - компоненты ковариантного вектора напряжения, то тем самым подтверждается его постулат об инвариантности мощности, вызвавший в свое время многочисленные дискуссии и получивший огромное количество вариантов доказательств его справедливости [33, 66, 67, 85, 119, 137, 153]. Однако вне рамок этих дискуссий об инвариантности мощности, применения сингулярных матриц преобразования, природы «элементарной» или «примитивной» цепи и т.д. как-то оставались в тени наиболее важные вопросы, связанные с ведением векторов базиса и метрики при исследовании возбужденных электрических сетей, их двойственности, ортогональности и необходимости раскрытия физической и топологической интерпретации несингулярного тензора преобразования в теории электрических сетей.

1.4.2. Метрические тензоры многообразий и их формулы преобразования

Всякое многообразие можно превратить в метрическое пространство, если наделять его метрикой, задав в нем расстояние между двумя его точками. Такие пространства обладают топологическими свойствами и находят широкое применение в тензорном анализе различных физических систем, в том числе электрических машин и электротехнических комплексов. С помощью метрики задаются скалярные произведения векторов, длины кривых, углы между кривыми и т.д. Метрику или понятие «расстояния» в многообразии между его точками проще всего определить, например, на плоскости в системе декартовых координат (X, Y) . Это расстояние вычисляется с помощью теоремы Пифагора по формуле

$ds^2 = (dX^2 + dY^2)$. Метрика отражает наиболее существенные свойства геометрии многообразия (в данном случае плоскости). В общем же случае обобщенных координат q^1, q^2, \dots, q^N метрика представляется ковариантным тензорным полем $g_{\alpha\beta}$. Тензорное поле считается заданным, если каждой точке рассматриваемого пространства однозначно сопоставлен некоторый тензор. Для N -мерных многообразий с обобщенными координатами расстояние между парой точек (q^μ) и $(q^\mu + dq^\mu)$ определяется [10, 50] более сложной формулой

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dq^\mu dq^\nu. \quad (1.6)$$

Это - скалярная величина, а ее симметричные относительно индексов функции $g_{\mu\nu}$, зависящие от обобщенных координат, называются метрическими коэффициентами. Пространство или многообразие с метрическими коэффициентами $g_{\mu\nu}$, определяющими «расстояние» или метрику ds , называется римановым, причем предполагается, что коэффициенты матрицы $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$, симметричны и определитель $|g|$, составленный из $N(N-1)/2$ ее коэффициентов, не равен нулю. В [50] доказано, что функции $g_{\mu\nu}$ являются компонентами ковариантного тензора второго ранга, который называется фундаментальным метрическим тензором, а точечное многообразие, в котором он задан, римановым пространством R^N .

Попутно отметим одну важную особенность формул (1.3) – (1.5). В их записи встречается один и тот же индекс дважды, причем один раз в ковариантном (нижнем) положении) и один раз в контравариантном (верхнем) положении. В таких случаях в тензорном исчислении для существенного сокращения записи выражений (уравнений, формул) знак суммы, как правило, опускается. Тогда, в частности, можно записать выше приведенные формулы преобразования тензоров первого ранга (токов и напряжений) (1.2) и (1.3) в виде:

$$J'^{\lambda} = \frac{\partial q'^{\lambda}}{\partial q^{\mu}} J^{\mu}; \quad U'_{\lambda} = \frac{\partial q^{\mu}}{\partial q'^{\lambda}} U_{\mu}. \quad (1.7)$$

В выражениях (1.7), имеющих два повторяющихся индекса, знаки

соответствующих сумм опущены.

Скаляр ds^2 можно выразить через разные координаты формулой: $ds^2 = g_{\lambda\mu} dq^\lambda dq^\mu = g'_{\lambda\mu} dq'^\lambda dq'^\mu$. Тогда с учетом выражения (1.2) получается соотношение

$$g'_{\lambda\mu} (\partial q'^\lambda / \partial q^\alpha) (\partial q'^\mu / \partial q^\beta) dq^\alpha dq^\beta = g_{\alpha\beta} dq^\alpha dq^\beta.$$

Поскольку обобщенные координаты независимы, то последнее равенство выполняется при условии, что $g'_{\lambda\mu} (\partial q'^\lambda / \partial q^\alpha) (\partial q'^\mu / \partial q^\beta) = g_{\alpha\beta}$. Следовательно, преобразование рассматриваемого метрического тензора или любого другого ковариантного тензора второго ранга будет осуществляться по закону

$$g'_{\alpha\beta} = g_{\lambda\mu} \frac{\partial q^\lambda}{\partial q'^\alpha} \frac{\partial q^\mu}{\partial q'^\beta}. \quad (1.8)$$

С помощью ковариантного метрического тензора можно найти второй фундаментальный тензор, который является контравариантным тензором второго ранга. Он вычисляется, через соответствующие алгебраические дополнения или соотношение $g_{\lambda\nu} g^{\lambda\mu} = \delta_\nu^\mu$ и определитель $|g|$. Величина δ_ν^μ - это символ Кронекера. Тогда формула преобразования контравариантного тензора второго ранга приобретает [50] вид

$$g'^{\alpha\beta} = g^{\lambda\mu} \frac{\partial q'^\alpha}{\partial q^\lambda} \frac{\partial q'^\beta}{\partial q^\mu}. \quad (1.9)$$

Из аналитической механики известно, что для механических систем $ds^2 = g_{\mu\nu} dq^\mu dq^\nu = 2Tdt^2$, где T - кинетическая энергия материальной системы. В общем случае кинетическая энергия определяется суммой трех составляющих, вычисляемых по формулам:

$$T_0 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{3N} m_k \ddot{q}^k, \quad T_1 = \sum_{s=1}^{3N} B_s \dot{q}^s, \quad T_2 = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^N \sum_{k=1}^N A_{sk} \dot{q}^s \dot{q}^k.$$

Поскольку составляющая T_0 не зависит от $\dot{q} = dq/dt$, то при выборе обобщенных координат и при стационарных (не меняющихся во времени) связях, можно всегда выбрать координаты так, чтобы $T_0 = 0$ и $T_1 = 0$, а кинетическая энергия T представлялась квадратичной формой обобщенных скоростей в виде

$T = T_2 = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^N \sum_{k=1}^N A_{sk} \dot{q}^s \dot{q}^k$. Следовательно, коэффициенты квадратичной формы A_{sk} в таком случае будут принимать на себя роль составляющих метрического тензора, образуя квадратную матрицу.

Обращаясь к уравнению (1.6), определяющему метрику риманова пространства и являющемуся алгебраическим представлением произвольной гладкой поверхности, напомним, что дважды ковариантный тензор $g_{\lambda\mu}$, фигурирующий в нем, позволяет совершать важные операции «поднятия» и «опускания» индексов, в результате которых образуются новые формы изменяемых тензоров. Он же характеризует и пространство, в котором движется точка, отображающая состояния динамической системы. Выбор метрик в тензорной теории электрических систем, раскрывающих дополнительные характеристики и их специфические свойства, является первостепенной задачей. Введение Кроном в электротехнику в качестве метрических тензоров матриц индуктивности $L_{\alpha\beta}$ и полного сопротивления $z_{\alpha\beta}$ требует дополнительного рассмотрения и пояснений, связанных с двойственностью электрических сетей.

1.5 Тензоры преобразования, базовые инварианты и метрические тензоры электрических сетей

1.5.1 Матрицы тензора преобразования и их свойства

Ключевым моментом в обосновании допустимости применения тензорного исчисления к дискретным системам, помимо выбора и введения обобщенных координат, является также поиск в теории электрических сетей понятий, адекватных частным производным в формулах преобразования тензоров (1.7), (1.8), (1.9). Рассматривая невозбужденные электрические сети как совокупность нуль мерных и одномерных пространств алгебраической топологии совместно с понятием импеданса, связанного с теоретико-множественной топологией, желательно найти соотношения между матрицами $[z]$, $[Y]$, и элементами

комбинаторной топологии в едином N -мерном аффинном пространстве. Заметим еще раз, что математический аппарат, называемый тензорным анализом, первоначально развивался именно в N -мерной геометрии при решении задач, относящихся к общей теории относительности и космологии, где подлинное понимание этой теории без помощи тензорного исчисления было просто невозможно [50]. Позже оно нашло широкое применение для решения задач в математической физике, аналитической и квантовой механике, электродинамике и электрических машинах, хотя в этих областях, возможно, и не являлось столь обязательным. Его основное предназначение заключалось в формулировании и раскрытии свойств реальности вне зависимости от выбора координатных систем. Поэтому главное в тензорном методе - это выявление инвариантных соотношений и инвариантных величин, не изменяющихся при замене координат. В силу этого тензорный метод является идеальным средством и инструментом математического моделирования. Он стал исключительно полезным, поскольку позволяет глубже вникать в физическую сущность происходящих явлений и процессов, а также находить обобщенные решения для физических систем с большим числом переменных посредством разделения их на изолированные части и слияния частных решений с помощью групп матриц преобразований в общее решение систем в целом. Например, часто говорят о непрерывности электромагнитного поля, полагая ее неотъемлемым свойством этого поля, но упускают из виду тот факт, что в квантовой электродинамике, где особую роль играют электрические силы, дискретность поля уже рассматривается как его фундаментальная характеристика. Более того в своих аксиомах [73] Максвелл тоже особо подчеркнул дискретность силовых линий электромагнитного поля. Другим наглядным примером проникновения в суть явлений, является исследование Кроном [145] качаний, возникающих в переходных режимах электрических систем, и их физической интерпретации посредством анализа распределения демпферных и синхронизирующих моментов. Поэтому обращение к тензорам оказалось не случайным. Оно оказалось эффективным и при разработке обобщенной теории возбужденных электрических машин и сетей, а

сущности этих матриц применительно к электрическим системам. Между тем тензору C_{μ}^{λ} , показывающему соотношения между «старыми» (λ) и «новыми» (μ) координатами, принадлежит фундаментальная роль в тензорно-топологическом методе. В общем случае, если между переменными существуют функциональные соотношения вида $q^{\lambda} = f(q^{\mu})$, то тензор преобразования определяется как $C_{\mu}^{\lambda} = \partial q^{\lambda} / \partial q^{\mu}$. Он показывает соотношения не между разными по физическому смыслу тензорами в одной и той же координатной системе, а существующие соотношения между тензорами одинаковой ковариантности (например, между токами) в разных координатных системах. Точки в обозначениях тензоров показывают порядок следования индексов.

Заметим, что для тензорных величин в данной работе будет использоваться как индексная, так и прямая форма обозначений. Индексная форма удобна тем, что она наглядно отражает ранг и законы преобразования тензоров, позволяет выделять элементы их составляющих по строкам и столбцам, фиксировать координатные системы с помощью штрихов, производить перестановки тензоров в произведении, осуществлять контроль правильности выполненных операций, а также упрощать ряд вычислительных действий. Будем также, используя прямую форму записи, применять правила матричного умножения, учитывая при этом, что $[A][B] \neq [B][A]$. Тогда первый индекс тензора второго ранга $A_{\alpha\beta}$ будем относить к строкам, второй - к столбцам матриц, а для смешанных тензоров порядок следования индексов при необходимости устанавливать точкой. Например, тензоры $A_{\beta'}^{\beta''}$, $A_{\beta''}^{\beta'}$, $(A_{\beta'}^{\beta''})^{-1} = A_{\beta''}^{\beta'}$, $A_{\beta''}^{\beta'}$ в прямой нотации имеют вид: A , A_t , A^{-1} , A_t^{-1} .

Все, рассмотренные выше операции над тензорами, пока не требовали введения в анализ метрики пространства. Оно могло быть любым: не иметь вообще никакой метрики или иметь любую метрику, выбранную произвольно. Однако топологическая структура пространства конфигураций и выбор подходящей метрики в нем позволяют задачу о движении динамической системы

свести к геометрическим методам ее решения. Если вообразить ветви многоконтурной сети, состоящие только из идеальных проводников ($z = 0$) с протекающими по ним токами, то на основании первого закона Кирхгофа можно найти несингулярный тензор преобразования C_{μ}^{λ} . В нем будут сосредоточены все абстрактные топологические свойства этой простейшей сети. Аналогично, если вообразить сеть, состоящую из идеально непроводящих ветвей ($Y = 0$) с напряжениями на узловых парах ее, то на основании второго закона Кирхгофа можно определить тензор A_{μ}^{λ} , в котором сосредоточены топологические свойства этой идеализированной сети. Геометрически подобные сети с нулевыми конструктивными параметрами, очевидно, эквивалентны пространствам, в которых вводимые векторы не имеют ни величины, ни направления. Они по сути представляют абстрактный тип сети, упомянутый выше, если не принимать во внимание токи и напряжения.

1.5.2 Базовые параметры электрических сетей

В реальности каждая электрическая сеть материальна и обладает непременно конструктивными параметрами. К базовым параметрам, наделяемых свойствами независимых инвариантных тензоров, принято относить три из них: электрическое сопротивление или резистанс - $[R_{\alpha\beta}]$, индуктивность или индуктанс - $[L_{\alpha\beta}]$, эластанс $[S_{\alpha\beta}]$ или величину, обратную емкости $[C^{\beta\alpha}]$. Все они - тензоры второго ранга, и преобразуются при замене координат по формуле (1.8), определяя структуру сети и ее электрические, магнитные и диэлектрические свойства. Каждый из них связан с каким-либо потоком электромагнитного поля. Так, потоку электрических зарядов в проводниках (ветвях) оказывается противодействие, определяемое в форме тепловой энергии, характеризуемое сопротивлением $[R_{\alpha\beta}]$, поток магнитного поля в индуктивных обмотках $[L_{\alpha\beta}]$, проходит по путям вне провода, также вне проводника проходят пути диэлектрического потока, локализованного лишь частично в конденсаторах $[S_{\alpha\beta}]$.

С помощью этих базовых инвариантов можно записать операторное уравнение напряжений для замкнутого контура, состоящего из последовательного соединения этих элементов в виде

$$u_m = R_{mm} i^n + L_{mm} p i^n + (S_{mm} / p) i^n \quad (1.11)$$

Если исследуется установившийся синусоидальный режим, то оператор дифференцирования заменяется на $j\omega$. Аналогично можно записать выражение для токов при параллельном (двойственном) соединении этих элементов, имея ввиду разомкнутый путь или узловую пару. Используя двойственные параметры, находим уравнение

$$I^n = G^{mm} U_m + (K^{mm} / p) U_m + (C^{mm} p) U_m. \quad (1.12)$$

В нем базовыми элементами являются тензоры проводимости, восприимчивости и емкости. Оба уравнения можно представить в матричной форме, используя для тензоров прямую нотацию записи, и выразить переменные через обобщенные координаты: $\mathbf{u} = R\dot{\mathbf{q}} + L\ddot{\mathbf{q}} + S\mathbf{q}$, $\mathbf{I} = G\dot{\boldsymbol{\psi}} + K\boldsymbol{\psi} + C\ddot{\boldsymbol{\psi}}$.

С помощью базовых инвариантов и переменных электрических сетей можно определить и ряд новых геометрических объектов, называемых мгновенными скалярными инвариантами, представляющими линейные и квадратичные формы: $\mathbf{i}\mathbf{u} = p, \mathbf{R}\mathbf{i} = d, \mathbf{i}\mathbf{L}\mathbf{i} = 2W_M, q\mathbf{S}\mathbf{q} = 2W_\Delta, \mathbf{U}\mathbf{I} = P, \mathbf{U}\mathbf{G}\mathbf{U} = D, \boldsymbol{\psi}\mathbf{K}\boldsymbol{\psi} = 2W'_M, \mathbf{U}\mathbf{G}\mathbf{U} = 2W'_\Delta$. Во всех представленных формулах прослеживается двойственность. Она, очевидно, будет иметь место и для метрического тензора электрической сети.

1.5.3 Связь между параметрами электромагнитного поля и электрических сетей

Первоначально [153] геометрические (топологические) понятия вводились Кирхгофом для представления чисто «омических» электрических цепей, состоящих только из активных сопротивлений $[R_{\alpha\beta}]$. Позже под параметрами $[z_{\alpha\beta}]$ и $[Y^{\beta\alpha}]$, в уравнениях контурных токов $[e_\alpha] = [z_{\alpha\beta}][i^\beta]$ и узловых напряжений

$[I^\beta] = [Y^{\beta\alpha}][U_\alpha]$ стали подразумеваться константы, комплексные числа, функции, линейные операторы без определения их в виде тензоров и без представления их составляющих (компонент) через более фундаментальные параметры электромагнитного поля.

В обобщенном представлении электрической сети тензорами или матрицами его компонент $[z_{\alpha\beta}]$ предполагается, что они состоят не только из элементов $[R_{\alpha\beta}]$, а замаскированно включают и взаимосвязанные с ней магнитные и диэлектрические сети [66]. Магнитные и диэлектрические сети состоят из своих конструктивных материалов и часто рассматриваются изолированно от электрической сети. Например, для электрических машин, аппаратов, трансформаторов, измерительных и регулирующих устройств - это находящиеся вне гальванической связи с электрической сетью оригинальные магнитные системы из ферромагнитных материалов и изоляционных зазоров. С помощью таких магнитных и диэлектрических (сети высокого и сверхвысокого напряжения) систем можно изменять компоненты $[z_{\alpha\beta}]$ и $[Y^{\beta\alpha}]$, не нарушая взаимосоединения элементов самой электрической сети.

К наложенным электромагнитным величинам (параметрам режима) магнитных систем относятся магнитодвижущие силы (МДС) и плотности магнитного потока. По характеру физического воздействия МДС аналогична ЭДС электрической сети, а плотность магнитного потока - току. Конструктивными параметрами магнитных систем являются магнитные сопротивления их участков (релактансы ρ^{mm}, ρ^m, \dots) или магнитные проницаемости (μ_{mm}, μ_m, \dots), причем предполагается, что не существует взаимных проницаемостей и релактансов, как и взаимных активных сопротивлений. Конструктивными параметрами для диэлектрических систем являются емкости C^{mm}, C^m , концентрируемые в воздушных зазорах между землей и проводниками, между самими проводниками и другими элементами сетей. Они вычисляются лишь методами теории электромагнитного поля. К наложенным электромагнитным параметрам этих систем относятся ЭДС, ускоряющие движение электрических зарядов в

электрической сети, а также плотности диэлектрических потоков (токи «смещения»). Если магнитные потоки, обусловленные токами, в технических устройствах представляются в виде замкнутых путей (контуров), то электростатические потоки образуют открытые пути, конечными точками которых являются (узловые пары), характеризуемые электрическими потенциалами или зарядами.

Своеобразие применения тензоров для анализа электротехнических устройств заключается в том, что в анализ вводятся идеализированные сосредоточенные параметры электрических сетей (R, L, C, M), которые могут быть раскрыты и рассчитаны лишь на основе теории электромагнитного поля, описываемого системой дифференциальных уравнений в частных производных, предложенных Максвеллом. Физическое содержание этих параметров сетей и устройств переменного тока можно сопоставить с интегральными энергетическими характеристиками их электромагнитных полей.

Практика решения конкретных инженерных задач сформировала две тесно связанные между собой области электротехники: теорию электрических цепей и теорию электромагнитного поля, определив условия, при которых допускается дискретное описание электромагнитных процессов. Оно возможно лишь для квазистационарного приближения, зависящего от частоты переменного тока. Все электромагнитные устройства или установки с характеристическим размером $l \ll \lambda = 2\pi c / \omega$ принято называть квазистационарными [78]. Чтобы оценить условия допустимости такого применения, напомним, что для переменного тока, изменяющегося с частотой ω и протекающего вдоль произвольного витка (контура) длиной l , имеют место время $\tau = l/v$, и фаза запаздывания распространения электромагнитного процесса $\varphi = \omega\tau = 2\pi l / \lambda$, где v - скорость распространения и λ - длина волны. Когда линейные размеры устройств (генераторов, трансформаторов и др.) малы по сравнению с длиной волны электромагнитного поля, то можно пренебречь запаздыванием фазы распространяющейся электромагнитной волны. Так, частотам 50 Гц и 400 Гц

соответствуют длины волн $\lambda_{50} = 6000$ км, $\lambda_{400} = 750$ км, определяемые формулой $\lambda = c/f$, где c – скорость света. Тогда для характеристического размера устройства, принимаемого равным $l = 10$ м, фазы запаздывания и соответственно составят: $\varphi_{50} = 10,5 \cdot 10^{-6}$ рад/с, $\varphi_{400} = 1,3 \cdot 10^{-6}$ рад/с, которыми вполне можно пренебречь. Под характеристическим размером машин и трансформаторов понимают длину l , приближенно вычисляемую по формуле $l = \sqrt[3]{P/9p_0}$, где P – мощность силового устройства; p_0 – мощность так называемого единичного устройства. Ее значение [115] для трансформаторов при частоте 50 Гц и линейной нагрузке $H = 800$ А/см и индукции $B = 1,45$ Тл (14500 Гс) не превышает 15 В·А/см.

Следовательно, электротехнические устройства с замкнутыми токами и сети СЭС можно отнести к квазистационарным системам. Обычно магнитная энергия таких специальным образом сконструированных устройств во много крат превышает энергию их электрического поля. Это утверждение доказывается посредством интегрирования первого уравнения Максвелла. Поскольку в данной работе многократно делаются ссылки на эти уравнения, то приведем их в дифференциальной и интегральной формах записи в международной системе единиц СИ, совпадающей для общефизических и электромагнитных величин с системой единиц МКСА (метр, килограмм, секунда, ампер). В рационализованной форме с учетом того, что для вакуума $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ (Ф/м) и $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Гн/м), а $1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = c$, они имеют вид:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}, \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \operatorname{div}\mathbf{D} = \rho, \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \mathbf{B} = \mu_0\mu\mathbf{H}, \mathbf{D} = \epsilon_0\epsilon\mathbf{E}, \quad (1.13)$$

$$\int_L \mathbf{H}d\mathbf{l} = \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D}ds + \int_S \mathbf{J}ds, \int_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B}ds, \int_S \mathbf{B}ds = 0, \int_S \mathbf{D}ds = q, \quad (1.14)$$

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathcal{E}_{cmp}).$$

В системе уравнений (1.13) ϵ – диэлектрическая проницаемость и μ – магнитная проницаемость среды, в (1.14) σ – проводимость среды, \mathcal{E}_{cmp} – сторонняя ЭДС, являющаяся для поля «внешней силой» или заданной функцией, зависящей от времени и системы координат. Из приведенных уравнений можно

получить частные виды их, соответствующие различным классам электромагнитных явлений. Например, неизменные во времени поля электрических зарядов в отсутствие токов будут описываться взаимно независимыми системами уравнений электростатики и магнитостатики. В то же время поля постоянных токов будут уже связаны посредством соотношений: $rot\mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$. Для квазистационарных процессов, изменяющихся достаточно медленно, когда токи в распределенной сети можно считать одинаковыми по фазе

запаздывания, связь полей будет определяться уравнениями: $rot\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$ и

$e = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$. При этом вполне можно пренебречь слагаемым $\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}_{cm}$ в первом

уравнении системы (1.13), поскольку ток смещения будет $\mathbf{J}_{cm} \ll \mathbf{J}$ - тока

проводимости. В [78] приведено сравнение величин электрической W_e и

магнитной W_m энергий и дана оценка порядка величин \mathbf{E} и \mathbf{B} для простого

примера интегрирования поля по произвольной поверхности, опирающейся на

контур характеристического размера устройства $l \ll \lambda$, где $\lambda = 2\pi c / \omega$. Анализ

показал, что приближенное соотношение при частоте 50 Гц между абсолютными

величинами $B / E \approx \lambda / l = 6000 / 10 = 600$ и что $W_m = B^2 / 2\mu \gg \epsilon E^2 / 2 = W_e$.

Однако, исключая из рассмотрения при анализе квазистационарных систем

параметр $\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}_{cm}$ и пренебрегая W_e , необходимо понимать, что при этом

нарушается принцип непрерывности тока и что, в ряде случаев производная от

малой величины может оказаться весьма значительной при определенных

параметрах режима электрических систем. Кроме того, результирующее

магнитное поле, создаваемое обмоткой с током проводимости, существенным

образом зависит от явлений намагниченности и поляризации вещества обмотки.

Из сказанного следует, что первостепенным в тензорном методе анализа, как и в

любом другом, является вопрос о достоверности расчетных параметров элементов

СЭС, который будет дополнительно рассмотрен в 4 главе диссертации.

1.5.4 Взаимные базисы и метрические тензоры электрических систем

Введенные контравариантные и ковариантные векторы характеризуются своими компонентами в задаваемой координатной системе и относятся к инвариантным величинам, поскольку они не зависят от выбранной системы координат. Однако, задавая их компонентами, необходимо непременно указывать и векторный базис, в котором они определяются. В декартовой ортогональной системе трех координатных осей компоненты любого вектора (рисунок 1.1, а) связаны к тремя единичным ортами $(\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3)$. Вектор \mathbf{r} может быть разложен по ним и представлен в виде уравнения $\mathbf{r} = R^1 \mathbf{j}_1 + R^2 \mathbf{j}_2 + R^3 \mathbf{j}_3$, где при разложении учтены условия: $\mathbf{i}_j \mathbf{i}_k = 0$, если $j \neq k$ и $\mathbf{i}_j \mathbf{i}_k = 1$, если $j = k$. Первое условие - это признак ортогональности, а второе – нормированности. Орты образуют репер или набор измерительных векторов выбранной системы координат. Однако, в общем случае криволинейных координат в пространстве, описываемого ими, можно задать бесконечное число различных реперов, поскольку каждой малой окрестности такого пространства соответствует свой репер. Таким репером можно пользоваться лишь локально, а глобально надо прибегать к интегрированию.

Реперы пространств с криволинейными или обобщенными координатами всегда относятся к фиксированным точкам. С каждой из них может быть связано бесконечное множество векторов определенной физической природы. Такое множество является линейным или векторным пространством, обладающим специальным свойством, определяемым операцией скалярного (внутреннего) произведения векторов, связываемого с понятиями расстояния и угла.

Понятия скалярного и векторного произведения легко и естественно ассоциируются с физическими явлениями при их математическом описании и моделировании. Например, работа силы по перемещению определяется как скалярное произведение векторов силы и перемещения $W = F s \cos(\mathbf{F}, \mathbf{s})$. Примером применения векторного произведения может служить явление

движения электрического заряда в электромагнитном поле. Известно, что действующая на заряд сила $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$, где q - заряд, а \mathbf{E} - напряженность электрического поля. На этот же заряд, который движется со скоростью v , действует и магнитная сила, зависящая от напряженности магнитного поля \mathbf{H} . Она равна $\mathbf{F}_m = \frac{q}{c}(\mathbf{v} \times \mathbf{H})$, где величина c – это скорость света. И хотя магнитная сила не совершает работы, но она изменяет направление движения заряда.

Если в каком-либо N -мерном пространстве не предполагается сравнение длин различных базисных или иных векторов, то такое пространство называется аффинным векторным пространством. Оно позволяет изучать общие свойства физических объектов или геометрических фигур, не изменяющиеся при введении новых систем координат и ограничиваться исследованиями лишь тех свойств, которые можно рассматривать, не прибегая к понятиям расстояния и угла. Простым примером такого пространства может служить трехмерное пространство, по координатным осям которого откладываются температура, давление и объем. Очевидно, что в данном случае вводить понятие длины не имеет смысла, поскольку перечисленные величины имеют совершенно разные единицы измерения. Но вопрос о введении взаимных векторных базисов и разложения по ним векторов в пространствах с обобщенными координатами для электромагнитных и электромеханических систем, а также для электрических сетей имеет принципиальное значение.

Для простоты рассуждений и необходимых пояснений ограничимся рассмотрением базисных векторов лишь в 3-мерном пространстве. В этом случае базис – это система любых трех линейно независимых, некопланарных векторов, $(\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2, \mathbf{e}^3)$, прикрепленных к точке O (рисунок 1.1, б). Для него не фиксированы ни длины, ни углы. Базисные векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ называются масштабными векторами, а прямые, на которых они лежат, образуют косоугольную декартову систему координат. Обобщая можно сказать, что для криволинейных координат у каждой точки пространства будет свой локальный базис, состоящий из касательных векторов $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ к координатным линиям в этой точке.

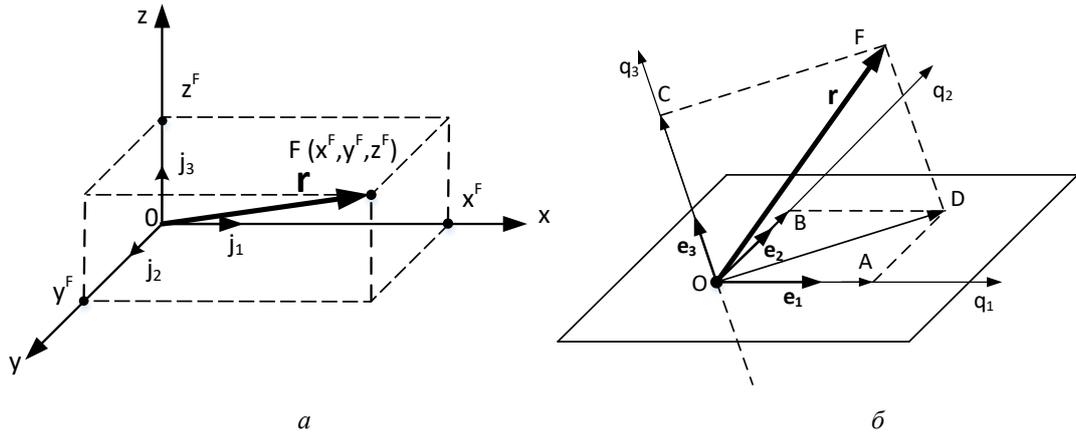


Рисунок.1.1 - Базисы в евклидовом пространстве: *a* – ортогональный, *б* – косоугольный

На рисунке 1.1, б отрезок OF, соответствующий вектору \mathbf{r} , является геометрической суммой трех отрезков OA, OB, OC, представляющих собой соответствующие векторы разложения. В тензорной записи имеем уравнение

$$\mathbf{r} = R^1 \mathbf{e}_1 + R^2 \mathbf{e}_2 + R^3 \mathbf{e}_3 = \sum_{j=1}^3 R^j \mathbf{e}_j = R^j \mathbf{e}_j. \quad (1.15)$$

Такая форма записи векторов после того, как выбран базис, позволяет использовать для представления их через столбцовые матрицы чисел R^1, R^2, R^3 и сводить алгебраические операции над векторами к арифметическим действиям над числами. Векторы-столбцы или столбцовые матрицы образуют линейное пространство. Знак суммы в выражении (1.15) может быть опущен. Векторы одного базиса можно выразить через векторы другого базиса, используя уже рассмотренные выше формулы преобразования тензоров. Изменение базиса соответствует линейному преобразованию каждого вектора. Базисные векторы определяют коэффициенты метрики посредством скалярного произведения $g_{\lambda\mu} = \mathbf{e}_\lambda \mathbf{e}_\mu$, с помощью которых и вычисляется длина векторов, а также других основных элементов пространства, представляемых в системе обобщенных координат (q^1, q^2, \dots, q^N) [50, 55]. Можно также найти соотношения между ортами «нового» базиса при повороте «старого» базиса прямоугольной системы координат на некоторый произвольный угол θ . Такого типа преобразования широко применяются в обобщенной теории электрических машин, где используются как свободно вращающиеся, так и жестко связанные с ротором

системы координат. Формулы прямого и обратного преобразования тогда для случая двух координат имеют вид: $j'_x = j_x \cos \theta + j_y \sin \theta$, $j'_y = -j_x \sin \theta + j_y \cos \theta$, $j_x = j'_x \cos \theta - j'_y \sin \theta$, $j_y = j'_x \sin \theta + j'_y \cos \theta$.

Выше отмечено, что наряду с метрикой $g_{\lambda\mu}$ существует и метрика $g^{\mu\lambda}$, которая связана с контравариантным базисом $(\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2, \mathbf{e}^3)$. Он называется взаимным базисом, если его векторы удовлетворяют условиям: $\mathbf{e}^i \mathbf{e}_j \neq 1$, когда $i \neq j$; $\mathbf{e}^i \mathbf{e}_j = 1$, когда $i = j$. Для обозначения векторов взаимного базиса применяются верхние индексы. Из приведенного определения следует, что в трехмерном пространстве каждый вектор основного базиса ортогонален к двум векторам взаимного базиса, а с третьим вектором, числовой индекс которого совпадает с ним самим, он образует острый угол. Например, поскольку $e_3 e^3 \cos(e_3, e^3) = 1$, то $\cos(e_3, e^3) > 0$ и, следовательно, угол между этими векторами острый. Условие $e^3 e_3 = 1$ означает, что модули векторов одного базиса равны обратным значениям параллельных им высот параллелепипеда взаимного базиса. Чтобы построить взаимный базис, надо сначала выбрать и зафиксировать основной базис $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$. Выражения для каждого из векторов взаимного базиса через векторы основного базиса, и наоборот, представлены [55].

Следовательно, любой вектор можно разложить по векторам основного и взаимного базиса

$$\mathbf{r} = R^1 \mathbf{e}_1 + R^2 \mathbf{e}_2 + R^3 \mathbf{e}_3 \quad \mathbf{r} = R^j \mathbf{e}_j, \quad \mathbf{r} = R_1 \mathbf{e}^1 + R_2 \mathbf{e}^2 + R_3 \mathbf{e}^3 \quad \mathbf{r} = R_j \mathbf{e}^j ..$$

Однако, возникает вопрос, а что представляют собой компоненты такого двойного разложения одного и того же вектора по взаимным базисам? Чтобы разобраться в данном вопросе, обратимся к рассмотрению физических компонент данного вектора. С геометрической точки зрения он является направленным отрезком определенной длины, которая пропорциональна его величине, т. е. формально физическая размерность вектора может не приниматься во внимание. Но все векторы, входящие в одно и то же уравнение, непременно должны иметь одну и ту же физическую размерность [10]. Следовательно, существуют так

называемые физические или фактические компоненты векторов, размерности которых совпадают с размерностью самого вектора. Обычно теоретический анализ и все преобразования при решении задач выполняются с использованием ковариантных и контравариантных компонентов векторов в общем виде, а числовой результат с пересчетом на физические составляющие, если возникает такая необходимость, получают уже в самом конце вычислений. Для того, чтобы их найти, нужно воспользоваться единичными векторными базисами.

Введение ковариантных и контравариантных составляющих вектора, а также обозначений для них соответственно посредством нижних и верхних индексов, однозначно требует обозначать координаты точки в косоугольных декартовых координатах верхними индексами, т. е. (R^1, R^2, R^3) , поскольку эти координаты являются контравариантными компонентами радиус-вектора данной точки. Связь между ковариантными и контравариантными компонентами вектора теперь может быть установлена, если воспользоваться разложениями вектора по основному и взаимному базисам: $\mathbf{r} = R^j \mathbf{e}_j$, $\mathbf{r} = R_j \mathbf{e}^j$. Из этих разложений следует, что $R^j = \mathbf{r} \mathbf{e}^j$ и $R_j = \mathbf{r} \mathbf{e}_j$. Следовательно, будут также справедливы и соотношения: $R^i = \mathbf{r} \mathbf{e}^i$, $R_i = \mathbf{r} \mathbf{e}_i$. Если умножить скалярно соответственно на векторы e_i и e^i приведенные выше две формулы разложения вектора \mathbf{r} , то получим два уравнения: $\mathbf{r} \mathbf{e}_i = R^j (\mathbf{e}_j \mathbf{e}_i)$; $\mathbf{r} \mathbf{e}^i = R_j (\mathbf{e}^j \mathbf{e}^i)$. В этих уравнениях можно ввести следующие обозначения для скалярных произведений базисных векторов: $\mathbf{e}_j \mathbf{e}_i = g_{ji} = g_{ij}$; $\mathbf{e}^j \mathbf{e}^i = g^{ji} = g^{ij}$. Тогда, принимая во внимание, что скалярное произведение $\mathbf{e}^j \mathbf{e}_i = g_i^j = \delta_i^j$, где $\delta_i^j = 0$, если $i \neq j$, и $\delta_i^j = 1$, если $i = j$, находим искомые соотношения в виде:

$$R^i = g^{ij} R_j; R_i = g_{ij} R^j. \quad (1.16)$$

Каждая из величин g_{ij}, g^{ij}, g_i^j , представляет так называемую метрику или метрический тензор второго ранга. Такой тензор является характеристикой

пространства, которое арифметизируется выбранной системой координат и соответствующим базисом.

Поскольку нас интересуют, прежде всего, магнитно-связанные системы, обобщенные координаты q^1, q^2, \dots, q^N которых Максвелл определил [73] как совокупность, необходимых для фиксирования положения, формы, размеров каждого контура цепи вместе с силой токов (как обобщенных скоростей изменения зарядов), то в качестве метрического тензора для них целесообразно принять само и взаимоиנדуктивности различных контуров $L_{\alpha\beta}$. Тогда энергия системы оказывается кинетической и равной магнитной энергии $W_M = 0,5L_{\alpha\beta}i^\alpha i^\beta$. Поэтому, используя свойства метрического тензора (1.16), можно записать, что $L_{\alpha\beta}i^\beta = i_\alpha = \psi_\alpha$. Следовательно, ковариантный вектор тока оказывается равным вектору потокосцепления. Такие два тензора называются ассоциированными. Они соответственно отображают контравариантные и ковариантные составляющие одной и той же физической величины. В данном метрическом пространстве конфигураций «длины» обоих векторов будут равны удвоенному значению магнитной энергии, поскольку модуль $|\psi|^2 = \psi^\alpha \psi_\alpha = L^{\alpha\beta} \psi_\beta \psi_\alpha = i^\alpha \psi_\alpha = 2W_M$ и модуль $|i|^2 = i_\alpha i^\alpha = L_{\alpha\beta} i^\beta i^\alpha = 2W_M$. Таким образом, контравариантный вектор тока и ковариантный вектор потокосцепления являются двумя различными представлениями составляющих магнитной энергии электромагнитных систем. Она может быть вычислена, если задан метрический тензор $L_{\alpha\beta}$ и измерены токи или потокосцепления с помощью приборов разных типов. Геометрически переменная $i_\alpha = dq/dt$ представляется точкой на касательной плоскости, так как базисная переменная q^α интерпретируется вектором из фиксированного начала к этой точке-образу, причем касательная плоскость к криволинейной поверхности в этой точке перемещается вместе с ней, поскольку координаты q^α изменяются. Точка касания является началом координат для токов и других тензоров, вводимых в анализ. Все они лежат в локальном пространстве. В общем для таких систем могут быть введены и другие метрические тензоры [50, 66]. Важно, чтобы

этот тензор представлялся ковариантным тензорным полем $g_{\alpha\beta}$ и через него определялись скалярные произведения векторов.

Известно, что кинетическая энергия электромеханических систем [65, 78] определяется выражениями $T = 0,5(L_{mn}i^m i^n + J_{uv}\omega^u \omega^v)$ или $T = 0,5a_{\alpha\beta}\dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta$, где \dot{x}^α - это электрические токи или угловые скорости, причем индексы m и n относятся к электрическим, а индексы u и v - к механическим величинам. Тогда метрический тензор для электромеханических систем можно записать в форме диагональной матрицы $a_{\alpha\beta} = \text{diag}(L_{mn}, J_{uv})$, поскольку механические и электрические «контуры» не связаны друг с другом. Этот метрический тензор применяется для составления уравнений электрических машин в любых системах координатных осей. Аналогично определяется полная энергия электрических и механических потерь:

$$F = F_{эл} + F_{мех} = 0,5(R_{mn}i^m i^n + B_{uv}\omega^u \omega^v) = 0,5r_{\alpha\beta}\dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta.$$

Следовательно, с помощью данного метрического тензора можно записать уравнения Лагранжа для электромеханических систем [65, 119, 150, 152] в тензорной форме

$$e_\alpha = a_{\alpha\beta}\ddot{x}^\beta + r_{\alpha\beta}\dot{x}^\beta + \Gamma_{\alpha,\gamma\beta}\dot{x}^\gamma \dot{x}^\beta. \quad (1.17)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (1.17) включает в себя все механические моменты, обусловленные изменением скорости вращения, и трансформаторные электрические напряжения; второе - все механические моменты, вызванные механическими потерями, а также падения напряжения на активных сопротивлениях; третье - все генерируемые электрические напряжения, обусловленные движением проводников с токами в магнитном поле машин. Третье слагаемое не является тензором и его физическое содержание будет раскрыто в четвертой главе работы.

Если в качестве метрического тензора выбрать величину импеданса электрической сети $Z_{\alpha\beta}$, то тогда величина $Z_{\alpha\beta}i^\beta$ оказывается равной не потокосцеплению, а электрическому напряжению. Следовательно, мерой тока тогда становится мощность, поскольку $Z_{\alpha\beta}i^\beta i^\alpha = u_\alpha i^\alpha = p$. В данной работе под

импедансом $Z_{\alpha\beta}$ при расчетах переходных и установившихся режимов будем понимать соответственно операторные или комплексные значения функций.

1.6 Выводы к главе 1

1. Дан краткий анализ основных этапов становления и развития тензорно-топологического метода и диакоптики. Г. Кроном и другими отечественными и зарубежными учеными применительно к крупномасштабным и сложным электротехническим комплексам, и системам.

2. Рассмотрены три образа представления и основные тензоры возбужденных электрических сетей, особенности их геометрической интерпретации, а также базовые положения, связанные с введением обобщенных координат, ковариантных и контравариантных тензоров, их формул и матриц преобразования, а также фундаментальных метрических тензоров, определяющих структуру многообразий, точки которых отображают состояние систем.

3. Приведены выражения для лагранжиана, уравнения Эйлера-Лагранжа для электромеханических систем, уравнения электромагнитного поля Максвелла, а также уравнения Крона для электромеханических систем в тензорной форме.

4. Показана связь между параметрами электромагнитного поля и электрических сетей в квазистационарных режимах, а также роль взаимных векторных базисов при разложении по ним тензоров в пространствах с обобщенными координатами для электромагнитных и электромеханических систем.

5. На основе проведенного анализа показано, что топологическая структура возбужденных электрических сетей и машин является совокупностью p -цепей, называемых в топологии дифференцируемых многообразий расслоенными пространствами, представляющими собой касательные пространства в точках состояния исследуемых систем в конфигурационных многообразиях их движения.

В материале главы нашли отражение работы автора [22, 33, 117, 120].

ГЛАВА 2 ДВОЙСТВЕННОСТЬ И ОРТОГОНАЛЬНОСТЬ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

2.1. Особенности топологических моделей возбужденных электрических сетей и принцип двойственности де Рама-Кодайра

Отправной точкой анализа и решения действительно сложных физических или геометрических задач является построение топологических моделей. Однако топологическая модель даже простейшей возбужденной электрической сети не столь очевидна, как это на первый взгляд кажется. Сеть при возбуждении ее каким-либо электромагнитным воздействием уже не может быть адекватно представлена простейшим графом, т.е. набором 0 – симплексов (узлов) и 1 – симплексов (ветвей), а также 2-симплексов (плоскостей) или в общем случае полиэдром, топологические свойства которого исследуются методами комбинаторной топологии [87]. Такая сеть окружена собственным электромагнитным полем, пренебрегать которым некорректно [148]. Теория графов электрических цепей уже давно и эффективно используется в электротехнике для определенных целей [8, 60, 82, 97, 108]. Однако, при тщательном рассмотрении топологического комплекса возбужденной электрической сети в форме обычного графа легко обнаруживается, что в такой модели нарушаются оба закона Кирхгофа [142]. Так, первый закон, например, запрещает существование электрического тока в узлах. Узел также не может поддерживать и разность потенциалов, а только лишь абсолютное значение потенциала [66, 86, 103]. Коль скоро в реальной сети токи не могут покоиться в узлах, то и в топологической модели, правильно отражающей физику процессов в ней, узлов не должно быть. Естественно предположить, что электрические токи протекают в одномерных нитях, то есть только в ветвях. При этом, если следовать законам гидродинамики и электродинамики, то можно также утверждать, что токи (потoki) способны принимать в общем случае конфигурации двух типов: ламинарные (открытые нити или пути) и соленоидальные (замкнутые нити или

пути) [95, 103, 113]. Такое представление, сделанное в [64, 142] относительно электрических токов, согласуется с понятиями замкнутых p -путей и открытых p -путей в топологии дифференцируемых многообразий и расслоенных пространств [104, 110, 156], поскольку в любом поле одновременно могут существовать два типа потоков (векторов): соленоидальные (замкнутые) и ламинарные (разомкнутые). Эти два типа токов, очевидно, нельзя складывать друг с другом, поскольку они имеют различное происхождение и разную природу [64, 111]. Можно провести сравнение, что ламинарные токи в электромагнитных системах аналогичны токам смещения, а соленоидальные - токам проводимости. Из первого уравнения Максвелла системы (1.13), записанного в интегральной форме, непосредственно следует необходимость делать различие между этими токами. К тому же в фундаментальных работах по электротехнике и физике [86, 107] такое различие особо подчеркивается. В [103] И.Е. Тамм отмечал, что токи смещения не связаны с процессом выделением тепла, а топология магнитного поля может быть модифицирована путем обычного деления, то есть преобразования соленоидального поля в ламинарное.

Полный ток через замкнутую поверхность всегда равен уменьшению заряда внутри области, ограниченной этой поверхностью, но он не может быть равным нулю всегда, поскольку заряды могут перемещаться из одного места в другое. Из фундаментального закона сохранения заряда $\nabla \cdot \mathbf{j} = -\partial \rho / \partial t$ [107] следует, что любой поток заряда должен поступать из какого-либо запаса. Кстати, как следствие, из данного закона вытекает положение о том, что суммарный заряд в мире остается неизменным. Однако, когда заряды перемещаются, то происходят изменения в окружающем пространстве. Помимо плотностей движущихся зарядов $\rho(x, y, z, t)$ и плотностей токов $\mathbf{j}(x, y, z, t)$ имеет место плотность энергии в данном месте, а также вектор скорости потока энергии через окружающую эту область поверхность. Это положение отметил Максвелл, добавив, исходя из интуитивных соображений, в одно из системы своих уравнений (1.13, 1.14)

дополнительное слагаемое $\partial \mathbf{E} / \partial t$. Решением данной системы уравнений являются следующие выражения:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}; \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A},$$

где скалярный потенциал φ и векторный потенциал \mathbf{A} в момент времени t в любой точке пространства [86, 107]. Эти потенциалы обусловлены некоторым элементом источников зарядов в других точках,

Введение потенциала φ , имеющего смысл потенциальной энергии единичного заряда, перенесенного в указанную точку пространства из некоторой начальной точки, позволяет вычислять вектор напряженности электрического поля из уравнения $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$. Отметим, что вектор $\mathbf{E} = -grad\varphi$, следовательно, ротор вектора \mathbf{E} в электростатическом поле обращается в нуль для любого распределения зарядов. Это означает, что работа по перемещению единичного заряда не зависит от пути его переноса. Для потенциалов справедлив принцип суперпозиции или наложения. Эти базовые положения обусловлены симметрией и направленностью электростатических сил.

Векторный же потенциал \mathbf{A} позволяет определить вектор \mathbf{B} магнитного поля, если известна плотность вектора тока \mathbf{j} всех движущихся зарядов. Очевидно, что ротор вектора \mathbf{B} не везде равен нулю, и его нельзя представить в виде градиента. Однако, он может быть выражен в виде ротора от другого векторного поля, поскольку дивергенция вектора \mathbf{B} везде равна нулю. Следовательно, вектор $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, поскольку $\nabla \mathbf{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$. Напомним, что дивергенция ротора вектора \mathbf{A} всегда равна нулю, что вытекает из правил векторного анализа [86].

В качестве наглядной иллюстрации сказанного рассмотрим теперь электрический провод, по которому протекает постоянный ток. В отличие от заряда ток I в проводе радиуса r распределен по поперечному сечению равномерно и его вектор плотности представляется одной компонентой, например, по оси x , вдоль которой располагается провод. Плотность тока $j_x = I / \pi r^2$ имеет место только внутри провода. Вне провода вектор плотности

тока отсутствует. Поскольку составляющие j_y, j_z равны нулю, то, следовательно, составляющие векторного потенциала $A_y = 0$ и $A_z = 0$. Для того чтобы вычислить составляющую векторного потенциала, необходимо сначала найти электростатический потенциал φ от провода с однородной плотностью заряда $p = j_x / c^2$. Известно [107], что для точек вне бесконечного заряженного цилиндра (провода) потенциалы будут равны:

$$\varphi = -\frac{\pi r^2 p}{2\pi\epsilon_0} \ln r_{12}, \quad A_x = -\frac{\pi r^2 j_x}{2\pi\epsilon_0 c^2} \ln r_{12} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2} \ln r_{12},$$

где $r_{12} = \sqrt{z_m^2 + y_m^2}$, а величины z_m, y_m - координаты точки m в плоскости z, y , которая перпендикулярна проводу (рисунок 2.1). Нетрудно получить выражения для проекций:

$$B_z = -\frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\partial}{\partial x} \ln r_{12} = -\frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2} \cdot \frac{y_m}{r_{12}^2}; \quad B_y = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\partial}{\partial z} \ln r_{12} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2} \cdot \frac{z_m}{r_{12}^2}.$$

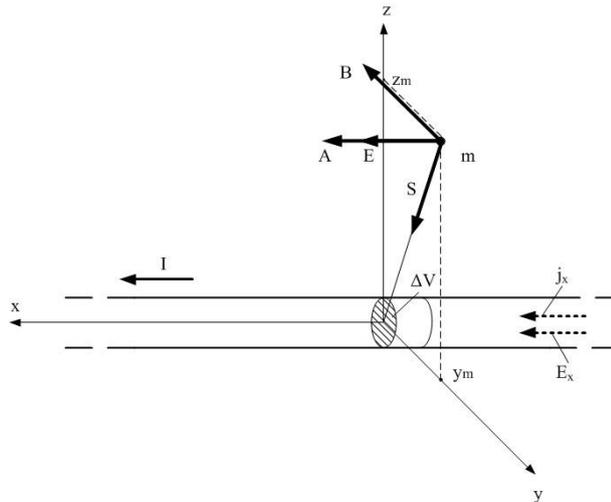


Рисунок 2.1 - Векторы электромагнитного поля проводника с электрическим током

Вектор \mathbf{B} будет направлен перпендикулярно к направлению тока I и отрезку r_{12} по касательной к окружности радиуса r_{12} , если обходить провод по этой окружности, используя правило правого винта (буравчика). Значение же вектора определяется по формуле

$$B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{2I}{r_{12}},$$

где выделен множитель $1/4\pi\epsilon_0 c^2 = \mu_0 = 10^{-7}$ Гн/м (в системе СИ), представляющий собой магнитную проницаемость вакуума.

Вблизи любого элемента провода ΔV , обладающего сопротивлением, помимо показанных на рис.2.1 векторов $\mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{A}, \mathbf{j}$ необходимо изобразить и вектор \mathbf{S} , который отображает реально существующую плотность потока мощности в электромагнитном поле. Его называют вектором Умова-Пойнтинга. Он представляет собой векторное произведение двух основных параметров поля: $\mathbf{S} = \epsilon_0 c^2 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Здесь уместно обратить внимание, что последнее выражение соответствует уравнению в системе Максвелла, которое справедливо для сред с любой магнитной проницаемостью. В случае среды с постоянной проницаемостью можно было бы взять уравнение в виде $\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, где вектор \mathbf{H} называют напряженностью магнитного поля. Тогда вектор Умова – Пойнтинга можно записать в более часто применяемой форме: $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$. Это выражение нетрудно получить из первой формы записи, если учесть, что скорость света $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$. Подчеркнем лишь, что в пространстве, окружающем движущиеся заряды или токи, мерой поля служит все же векторная величина напряженности поля \mathbf{B} , которую только по исторической традиции называют магнитной индукцией.

На рисунке 2.1 вектор \mathbf{S} направлен радиально внутрь проводника к оси цилиндрического провода. Следовательно, в провод, обладающий сопротивлением, через его поверхность по всей длине втекает из внешнего пространства энергия поля, определяемая формулой $2W = \epsilon_0 E^2 + \epsilon_0 c^2 B^2$.

Тогда

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{j} = \nabla \cdot (\epsilon_0 c^2 \mathbf{B} \times \mathbf{E}) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon_0 c^2}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} + \frac{\epsilon_0}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \right).$$

В случае простой линейной среды, которая характеризуется параметрами ϵ , μ , σ , не зависящими от напряженности поля, скорость изменения энергии поля внутри некоторого объема V будет

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int \epsilon \epsilon_0 E \frac{\partial E}{\partial t} dV + \int \mu \mu_0 H \frac{\partial H}{\partial t} dV$$

и скорость изменения энергии, преобразуемой внутри провода в тепло

$$\frac{\partial W_R}{\partial t} = \int \sigma E^2 dV.$$

В случае переменного тока и линейной цепи с сосредоточенными параметрами R , L , C формулы для скорости изменения энергии приобретают вид:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma (Li^2 + Cu_c^2); \quad \frac{\partial W_R}{\partial t} = \Sigma i^2 R.$$

Аналогично можно было бы рассмотреть и другие устройства по определению направления плотности потока вектора Умова – Пойнтинга, например, при заряде конденсатора, при транспортировке электроэнергии по ЛЭП, через трансформаторы и т.д. [86, 103, 115]. В них тоже можно найти подтверждение непреложного факта, что движение электромагнитного поля (или энергии как меры его) осуществляется через изолирующую среду, окружающую электротехнические устройства, генераторы и провода ЛЭП.

Следовательно, видимые ветви возбужденной электрической сети в действительности окружены собственным электромагнитным полем, простирающимся в бесконечность в реальном пространстве и времени, а также, очевидно, полями других видов или форм. Но это важнейшее обстоятельство никоим образом не отражается в графе электрической цепи как ее топологической модели. Применение комбинаторной топологии к возбужденной электрической цепи нарушает принцип двойственности де Рама-Кодайры [49, 138, 141]. Смысл данного принципа состоит в том, что между пространственными геометрическими структурами и накладываемыми на них функциональными формами существует двойственность, т.е. каждой введенной геометрической структуре однозначно соответствует аналитическая форма, и наоборот. В применении к электрической сети этот принцип требует введения только таких геометрических структур (топологических моделей), которые соответствуют электромагнитным параметрам режима ее и удовлетворяют законам электричества и магнетизма. Чтобы соблюсти принцип де Рама-Кодайры

необходимо обратиться к двойственным структурам, рассматриваемым в топологии дифференцируемых многообразий и теории расслоенных пространств. В последнее время принцип двойственности получил признание как универсальный метод изучения природных явлений и построения развивающихся систем [6, 55, 85, 88, 113, 142]. Однако само понятие двойственности трактуется очень широко и используется своеобразно разными авторами многочисленных публикаций. Общеизвестным является то, что в природе нет ни одного изначального феномена без двойственности. Она сохраняет себя, соединяя что-то в одном месте и одновременно разъединяя это что-то в другом, находясь в непрерывном движении.

В электродинамике примером двойственных соотношений могут служить сами фундаментальные уравнения Максвелла, описывающие распространение электромагнитных волн в пространстве. В отсутствие токов и зарядов эти уравнения приобретают симметричную форму. В этом случае одна пара уравнений получается из другой пары простой заменой вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} на вектор магнитной индукции \mathbf{B} . Наличие токов и зарядов усложняет картину, но двойственность по-прежнему проявляется. Она обусловлена различной симметрией векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} . Отсутствие же магнитных зарядов приводит к тому, что вектор \mathbf{B} в отличие от вектора \mathbf{E} всегда имеет вихревую природу. Геометрически величина вектора такого типа определяется элементом плоскости, в отличие от вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} , которому можно сопоставить направленный отрезок. В данном случае эти векторы можно рассматривать как контравариантные (\mathbf{E}) и ковариантные (\mathbf{B}) тензоры соответственно. Их преобразование при изменении систем координат осуществляется по различным законам. Однако эти преобразования являются взаимнообратными. Таким образом, физическая взаимообусловленность векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} имеет под собой глубокий двойственный геометрический смысл, аналогичный прямой и плоскости.

При введении электромеханических аналогий напряжение электрической сети сопоставляется [105, 119] с обобщенной силой – интенсивной (качественной)

величиной, а поток заряда или ток соответственно со скоростью – экстенсивной (количественной) величиной. Потенциалы не балансируются в узлах и не делятся между ветвями, а сумма напряжений в замкнутом контуре из ветвей оказывается равной нулю (второй закон Кирхгофа). Следовательно, эквипотенциальные поверхности имеют место в пространстве вне ветвей. Но напряжения и токи связаны и тесно сопряжены друг с другом, хотя и структурируются или координируются в разных направлениях: токи в сторону понижения размерности, а напряжения - в сторону ее повышения [64, 153]. Сказанное проиллюстрировано ниже логической диаграммой тензоров ортогональных сетей (рисунок 2.4). Можно, утверждать, что напряжения выполняют функцию интегрирования или собирания частей, а токи – дифференцирования или разделения целого.

2.2 Двойственная топологическая модель электрической сети

Из сказанного в предыдущем разделе следует, что помимо моделей в виде электрических цепей, применяемых при моделировании и решении задач различной природы, важна сама по себе проблема топологического представления возбужденных электрических цепей или сетей переменного тока. В простейшем случае цепи представляются линейными идеализированными элементами системы с приложенными идеализированными источниками напряжения и тока, изменяющимися синусоидально, например, при частоте 50 Гц. Решение уравнений Максвелла для них характеризуются волнами электромагнитного поля с длиной волны 6000 км, сосредоточенными в некотором замкнутом объеме. Не будем подробно останавливаться на известных идеализированных представлениях [60, 86, 107] пассивных элементов электрических цепей: индуктивности, емкости, сопротивления (проводимости), которые в разных сочетаниях составляют комплексное полное сопротивление или импеданс $z = f(\omega)$, являющийся материальной характеристикой ветви цепи, внутри которой поле порождает ток или поток электрического заряда. Совокупность таких ветвей в первой главе нами названа материальной сетью. На зажимах каждого из элементов ее при

возбуждении имеет место разность потенциалов или напряжение. Однако напряжения не покоятся в ветвях. Согласно геометрическому представлению тензоров они образуют невидимую совокупность поверхностей, перпендикулярных ветвям, которые формируют в отличие от 1-цепи токов свою 2-цепь напряжений в трехмерном пространстве. Если исходить из классических уравнений Максвелла, то вероятно можно ввести в рассмотрение множество p -сетей, соответствующих каждому из тензоров, входящих в эти уравнения. Следовательно, каждой p -сети можно сопоставить три ее формы, рассмотренные в первой главе. Например, с 1-сетью связаны: абстрактная, у которой ветви образуют систему координат; материальная, чьи ветви обладают импедансом $z = f(\omega)$; электрическая, чьи ветви представляют невидимые, но физически существующие нити токов. Потокосцепления, обусловленные этими токами, как ковариантные тензоры будут уже связаны с 2-сетью. Поскольку с каждой абстрактной p -сетью связана система координат с набором соответствующих единичных векторов, то для них должны существовать и несингулярные (квадратные) матрицы преобразования тензоров, относящимся к этим p -сетям.

Исходя из тензорно-топологической методологии Г. Крона, предлагается использовать в данной работе простейшую модифицированную двойственную (двухфазную) топологическую модель возбужденной электрической сети, учитывающую влияние окружающего её невидимого электромагнитного поля (рисунок. 2.2 а, б). Такая модель удовлетворяет топологическим принципам дифференцируемых многообразий и физическим законам электрических сетей, выраженным уравнениями в инвариантной тензорной форме. Новая модель для примера простейшей 1-сети из 5 ветвей, показана на рисунке 2.2, а. Она сопоставляется с графом, состоящим из 5 ребер и 4 узлов. Граф и видимая электрически невозбужденная 1-сеть топологической модели (рисунок 2.2, а), очевидно, совпадают. Однако, электрически возбужденная 1-сеть в топологической модели характеризуется набором замкнутых и открытых путей токов, состоящих только из ветвей и формирующихся, в отличие от матриц инцидентий теории графов, посредством несингулярных (квадратных) матриц

преобразования $[C]$. Столбцы $[C]$ перечисляют ветви, образующие замкнутые (c) и открытые (o) пути токов, суммарное число которых равно количеству ветвей. Эти пути выполняют роль абстрактной системы осей координат. Здесь отсутствует система пространственных координат в обычном смысле.

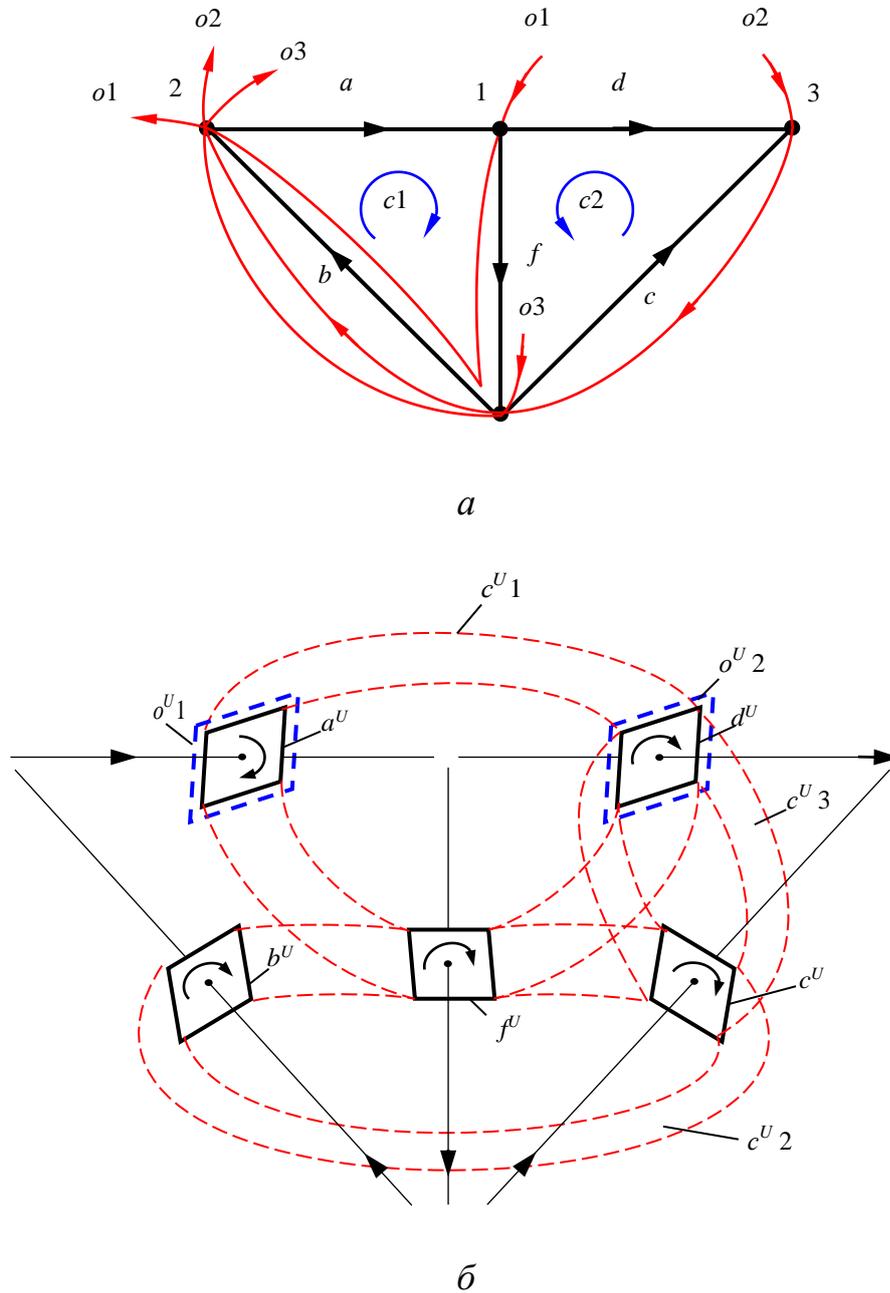


Рисунок 2.2 – Топологическая модель сети: a – замкнутые (c_1, c_2) и открытые (o_1, o_2, o_3) пути 1-цепи токов; $б$ – открытые и замкнутые пути 2-цепи напряжений: два открытых - o^u_1 (поверхность a^u) и o^u_2 (поверхность $-d^u$) и три замкнутых - c^u_1 (поверхности $-a^u, d^u, f^u$), c^u_2 (поверхности $-f^u, b^u, c^u$) и c^u_3 (поверхности $-c^u, -d^u$).

Двойственная же (двумерная) 2-сеть, показанная на рисунке 2.2, б, представлена набором эквипотенциальных поверхностей открытых и замкнутых путей напряжений, ортогональных ветвям 1-сети. Поверхности 2-сети ориентированы с помощью единичных векторов абстрактной системы координат, которые условно обозначены площадками в виде ромбов. Им приписаны базисные векторы a^U , b^U и т.д. Замкнутые и открытые пути напряжений формируются посредством матрицы $[A]=[C_t]^{-1}$, столбцы которой перечисляют поверхности, образующие соответствующие открытые и замкнутые пути напряжений, обозначенные пунктирными линиями. Поскольку при анализе и расчете сетей используется, как правило, два параметра: ток $i^\beta = dq^\beta / dt$ и напряжение $u_\alpha = d\psi_\alpha / dt$, то простейшая топологическая модель будет состоять из ортогональных 1-сети и 2-сети.

Матрицы преобразования $[C]$ и $[A]$ относятся к радикально новым понятиям. Они являются базовыми характеристиками топологической модели, представленной 1-сетью и 2-сетью, и выполняют роль тензоров преобразования. Поскольку обе матрицы несингулярные и имеют обратные, то их, как строго математически обоснованные операторы, можно использовать в базовых формулах преобразования тензоров электрических сетей при разных изменениях их конфигурации и вводимых различных систем координат.

Заметим, что в 2-сети в отличие от 1-сети имеет место два открытых и три замкнутых пути напряжения. Это означает, что пространства токов и напряжений являются сопряженными. На рисунок 2.2, б наложен комплект ветвей 1-сети без узлов графа рисунка 2.2, а, поскольку в предлагаемой топологической модели они запрещены первым законом Кирхгофа. Нанесенные точки в местах пересечения элементов 1-сети и 2-сети, представляют собой скалярные произведения базисных векторов a^U , a_V . В этих точках новой абстрактной 0-сети можно, очевидно, локализовать источники энергии (мощности). Эти точки кардинально отличаются от узлов графа и узлов алгебраической топологии. В теории расслоенных пространств дифференцируемых многообразий они относятся к базовому

(подлежащему) пространству, а само расслоение определяется [50, 110] совокупностью трех элементов: базовым пространством M , пространством расслоения, состоящим из слоев (fiber bundle) F или касательных пространств $T_x M$ над точкой $x \in M$, и непрерывным произвольным отображением $f : F \rightarrow M$. Понятие слоя, определяющего размерность расслоения, не зависит от точек пространства базы. Концепция расслоений сейчас широко используется для описания взаимодействий во многих физических и электродинамических системах, в теории калибровочных полей [104, 107], но она в данной работе не рассматривается.

Заметим, что если взять произведение каждой ветви 1-сети и каждой поверхности 2-сети, то можно образовать трехмерные объекты и придать им смысл импедансных операторов $z(p)$, образовав тем самым в трехмерном пространстве некоторый модуль абстрактной сети, содержащий ветвь, поверхность, призму и точку. Однако, все таким путем полученные четыре элемента в отличие от графа выстраиваются по центральной симметрии, являясь слоями расслоенного многообразия [141]. Ветви 1-сети, поверхности 2-сети и т.д. принимают на себя в тензорном методе Крона роль геометрических систем координат, образуя абстрактную сеть. Обычно последовательно с импедансом в ветвь включают источник возбуждения или генератор, называемый активным элементом сети. Генераторы могут быть различно устроены. Это может быть неподвижная обмотка (индуктивность) в поле вращающегося постоянного магнита (или другой вращающейся обмотки, обтекаемой постоянным или переменным током) или даже вращающаяся обмотка в неподвижном магнитном поле. Такие генераторы характеризуются ЭДС на выводах (клеммах или зажимах) обмотки, определяемой как $e = -d\psi / dt$, где магнитный поток определяется внешними условиями (угловой скоростью вращения магнита или обмотки с током). Сама ЭДС определяется только внутренними условиями генератора и от тока нагрузки не зависит, хотя наличие внутреннего сопротивления у неидеализированного генератора приводит при изменении нагрузки к изменению

напряжения на его зажимах. Попутно отметим, что существуют генераторы, являющиеся химическими элементами. Они применяются в цепях постоянного тока, но их принцип действия совершенно иной. Их тоже представляют часто идеальными источниками с ЭДС, не зависящими от нагрузочного тока. Однако в данной работе такие источники не рассматриваются. Заметим, что в действительности существуют только источники ЭДС, а так называемых источников неизменного тока в природе не существует, хотя они часто используются в задачах для облегчения проводимых вычислений.

С помощью представленной модели раскрывается физический смысл тензора преобразования $[C]$ и правила составления матриц его компонент. Столбцы $[C]$ перечисляют ветви, образующие замкнутые и открытые (разомкнутые) пути токов ортогональных сетей с учетом выбранных положительных направлений ветвей и токов. На рисунке 2.2, а приведен граф невозбужденной электрической сети, ветви которой образуют абстрактную систему координат. На графе указаны номера узлов, обозначены ветви и их положительные направления, а также направления двух замкнутых путей (контуров) и трех разомкнутых путей токов. Пути токов на графе выбраны произвольно. Их число равно количеству ветвей. Когда токи протекают по разомкнутым и замкнутым путям, то они не могут аккумулироваться в узлах. В этом случае первый закон Кирхгофа выполняется автоматически. Исходя из этой информации, составлена конкретная матрица преобразования $[C]$. Она квадратная и может рассматриваться топологическим выражением закона Кирхгофа для токов. Рядом с ней размещена другая таблица или матрица преобразования $[C_t]^{-1} = [A]$, полученная в результате обращения исходной транспонированной матрицы $[C]$. Матрицу $[C]$ вертикальной чертой можно было бы разделить на две прямоугольные, относящиеся соответственно к замкнутым контурам $[C_c]$ и разомкнутым $[C_o]$ путям токов.

$$[C] = \begin{array}{c|ccccc} & c1 & c2 & o1 & o2 & o3 \\ \hline a & 1 & & & & \\ b & 1 & & 1 & 1 & 1 \\ c & & 1 & & -1 & \\ d & & -1 & & & \\ f & 1 & 1 & 1 & & \end{array}; \quad [A] = \begin{array}{c|ccccc} & o^U_1 & o^U_2 & c^U_1 & c^U_2 & c^U_3 \\ \hline a^U & 1 & & -1 & & \\ b^U & & & & & 1 \\ c^U & & & & -1 & 1 \\ d^U & & -1 & 1 & -1 & \\ f^U & & & 1 & & -1 \end{array}.$$

Прямая сумма всех пяти путей токов образует так называемую ортогональную сеть, в которой два типа путей связаны взаимно посредством взаимного импеданса [64 132]. Для инверсной матрицы преобразования $[A]$ нельзя дать столь же простую физическую интерпретацию, как несингулярной матрице $[C]$, в 1-сети токов. Однако, если ее отнести к двойственной 2-сети двухфазной топологической модели, то такая интерпретация становится возможной.

Обратимся к двойственной 2-сети эквипотенциальных поверхностей, отображающих в возбужденной электрической цепи напряжения (рисунок 2.2, б). Двойственная (двумерная) 2-сеть образуется эквипотенциальными поверхностями напряжений, которым соответствуют наборы замкнутых и разомкнутых путей напряжений. Они ортогональны ветвям 1-сети токов. Каждую поверхность также целесообразно ориентировать стрелкой, сопоставляя ей свой базисный вектор. Это, как указано на малых площадках рисунка 2.2, б, например, векторы a^U , b^U и т. д. Все они в совокупности отображают единичные векторы абстрактной системы координат в двойственной 2-сети. На рисунке 2.2, б замкнутые и разомкнутые пути напряжений, которые образуются эквипотенциальными поверхностями, показаны пунктирными линиями. Обозначения путей напряжений пояснены в подрисуночном тексте. Тогда столбцы матрицы $[A]$ будут перечислять поверхности, составляющие замкнутые и разомкнутые пути, и ее можно представить суммой двух сингулярных матриц. Следовательно, в двухфазной модели, представленной здесь, инверсная матрица преобразования $[A]$ топологически выражает второй закон Кирхгофа для напряжений, который в таком представлении сети выполняется автоматически. Ее физический смысл вытекает из топологии дифференцируемых многообразий p -сетей расслоенного пространства.

Таким образом, следуя строго тензорной методологии Г. Крона и топологическому принципу де Рама-Кодайры, можно утверждать, что возбужденная электрическая цепь, для которой выполняются законы Кирхгофа, характеризуется по крайней мере двумя двойственными друг другу и одновременно ортогональными сетями. Видимая или 1-сеть состоит из ветвей равного тока. Она образуется токами замкнутых путей - i^α и токами разомкнутых путей - I^α . Невидимая или 2-сеть состоит из эквипотенциальных поверхностей равного потенциала образуется соответственно напряжениями разомкнутых путей - u_α и напряжениями замкнутых путей - U_α . И хотя для численных расчетов электрических цепей допустимо использовать предложенные Максвеллом методы контурных токов (с параметрами i и e) или узловых потенциалов (с параметрами I и U), тем не менее, в реальной электрически возбужденной цепи одновременно имеют место все четыре параметра режима, играющие одинаково важную роль.

Когда анализ осуществляется, например, только методом контурных токов то в расчетах используются основные формулы преобразования тензоров (параметров электрических сетей) в упрощенной форме с помощью сингулярных (неквадратных) матриц: $e_{\alpha'} = C_{\alpha'}^\alpha e_\alpha$; $i^{\beta'} = C_{\beta'}^\beta i^\beta$; $z_{\alpha'\beta'} = C_{\alpha'}^\alpha z_{\alpha\beta} C_{\beta'}^\beta$; $p' = p = inv$. Физически это означает, что на исследуемую электрическую или электродинамическую систему наложены дополнительные связи, уменьшающие степень свободы системы и число независимых обобщенных координат [78, 119, 136]. Так, для решения контурной сети, состоящей из b ветвей и k независимых контуров, достаточно из уравнения $e_{\alpha'} = z_{\alpha'\beta'} i^{\beta'}$ найти лишь k контурных токов отклика, причем при составлении этого уравнения необходимо заменить все приложенные напряжения (ЭДС) ветвей e_α контурными величинами преобразованием $e_{\alpha'} = C_{\alpha'}^\alpha e_\alpha$. Эти гипотетические контурные $e_{\alpha'}$ нужно отнести к главным ветвям (хордам или связкам) с токами главных контуров $i^{\beta'}$ [76]. Преобразование к токам главных контуров соответствует одновременно и сингулярным преобразованиям Крона [66]. Заметим также, что на практике иногда встречаются безымпедансные или воображаемые ветви, состоящие только

из источников приложенного напряжения и $z_{aa} = 0$. Их присутствие увеличивает число координатных осей «элементарной» цепи, эффективно используемой в тензорном методе. Первоначально введением ортогональных цепей (до разработки метода диакоптики) преследовалась лишь цель устранить лишние координатные оси в «элементарных» цепях, обуславливаемые такими воображаемыми ветвями [66]. Воображаемые ветви могут иметь место также и в узловых сетях. Они появляются, когда воздействующий ток нагрузки прикладывается к паре узловых точек, между которыми нет непосредственной связи ($z_{aa} = \infty$). Такие ветви называются безадмиттансными. Они вводят тоже дополнительные координатные оси в «элементарные» узловые цепи. В узловой сети любые два узла можно назвать узловой парой, которая является двойственным понятием замкнутому контуру. Путь, состоящий из ветвей схемы между узлами пары, можно назвать открытым контуром. В такой сети из b ветвей и с k независимыми контурами тогда будет $p = (b - k)$ узловых пар и соответственно столько же величин отклика $U_{\alpha'}$, которые определяются из уравнения $Y^{\beta\alpha'} U_{\alpha'} = I^{\beta}$, причем b известных токов I^{β} должны быть аналогично заменены на $(b - k)$ узловых токов $I^{\beta} = C_{\beta}^{\beta'} I^{\beta}$, где $C_{\beta}^{\beta'}$ - матрица, обратная к $C_{\alpha'}^{\alpha}$. Метод Крона, оперирующий с узловыми парами отличается от метода узловых потенциалов Максвелла, в котором потенциалы узлов определяются относительно одного узла с произвольно выбранным потенциалом, чаще всего принимаемым равным нулю.

Применение сингулярных, не имеющих обратных, матриц существенно ограничивает возможности тензорного метода при введении различных систем координат, усложняет расчеты при наличии безимпедансных ветвей и использовании «элементарных» цепей, а также не позволяет эффективно рассчитывать сложные системы по частям.

Между тем в любой контурной сети могут одновременно существовать две величины: приложенные напряжения e_{α} и воздействующие токи I^{β} , а также соответственно две величины отклика: i^{β} и U_{α} . Аналогично для любой узловой

сети I^β , e_α и U_α , i^β . Тогда, принимая во внимание величины I^β , U_α , проигнорированные ранее в контурной сети, и аналогичные величины в узловой сети - e_α, i^β , придем к ортогональной сети, в которой имеет место b приложенных напряжений e_α и столько же воздействующих токов I^β , то есть всего $2b$ величин. При преобразовании этих $2b$ величин, относящихся к ветвям, с помощью матрицы C_α^α в параметры контуров $e_{\alpha'} = C_\alpha^\alpha e_\alpha$ и параметры узловых пар (открытых контуров) $I^{\beta'} = C_\beta^{\beta'} I^\beta$ получим, если матрица C_α^α является несингулярной, b (вместо k) известных величин $e_{\alpha'}$ и b (вместо $b - k$) известных воздействующих токов $I^{\beta'}$. Это означает, что в ортогональной сети существуют в открытых контурах известные приложенные напряжения $e_{\alpha'}$, а в замкнутых контурах - известные токи $I^{\beta'}$. Анализ таких сетей основывается на решении b уравнений, число переменных в которых равно количеству ветвей вне зависимости от способов соединения их в систему, а также на принципе инвариантности входной и выходной мощности.

Следовательно, возбужденную электрическую систему или цепь целесообразно характеризовать предложенной выше двойственной топологической моделью, состоящей, по крайней мере, из двух ортогональных друг другу сетей, и оперировать одновременно четырьмя тензорами (качественными параметрами режима), которые в каждой из них представляются в векторной форме записи: \mathbf{i} , \mathbf{e} , \mathbf{I} , \mathbf{U} и \mathbf{i}^* , \mathbf{e}^* , \mathbf{I}^* , \mathbf{U}^* . Индекс (*) подчеркивает сопряженность векторов 1-сети и 2-сети. Допустимо при произвольном выборе замкнутых и открытых путей токов в 1-сети ветвей использовать преимущества топологических концепций «дерево» и «хорда» из теории графов, поскольку эти понятия относятся тоже к ветвям. Если все открытые пути состоят из ветвей «дерева», а замкнутые - включают «хорды», то они автоматически становятся независимыми друг от друга. Это преимущество использовано в работе при реализации алгоритмов расчета СЭС по частям в подпрограммах формирования замкнутых и открытых путей токов. Из уравнений ортогональных сетей вытекает метод диакоптики [139].

2.3 Ортогональные уравнения электрических сетей и их решение

2.3.1 Основные особенности ортогональных уравнений 1-сети

В этом разделе рассмотрены параметрами режима ортогональной электрической 1-сети \mathbf{i} , \mathbf{e} , \mathbf{I} , \mathbf{U} , приведены ее полные и упрощенные уравнения, даны их решения в аналитической форме. Решения проиллюстрированы на конкретных числовых примерах. Показано, как из общего аналитического решения уравнений ортогональной сети вытекает метод диакоптики или расчет сложной сети по частям. Побуждающим мотивом к этому служит использование предложенной тензорно-топологической модифицированной модели возбужденной электрической сети, которая характеризуемой двумя наборами уравнений в форме закона Ома: $(\mathbf{e} + \mathbf{U}) = \mathbf{Z} (\mathbf{i} + \mathbf{I})$, $(\mathbf{i} + \mathbf{I}) = \mathbf{Y} (\mathbf{e} + \mathbf{U})$. В уравнениях задействовано четыре параметра режима и операторы \mathbf{Z} , \mathbf{Y} , наделяемые новыми свойствами, а также несингулярные матрицы преобразования $[\mathbf{C}]$, $[\mathbf{A}]$, позволяющие все сети, содержащие одни и те же ветви (элементы, устройства, подсистемы), представлять в виде одной и той же обобщенной сети, но в различных системах координат. Если разделить матрицы $[\mathbf{C}]$ и $[\mathbf{A}]$ вертикальными линиями по осям замкнутых и открытых путей токов или напряжений, как показано выше (на матрицах модели из 5 ветвей), то можно образовать соответственно четыре сингулярные матрицы $[\mathbf{C}_c]$, $[\mathbf{C}_o]$, $[\mathbf{A}^o]$, $[\mathbf{A}^c]$. Их можно наделить физическим содержанием, поскольку они являются матрицами соединения (связи) и обладают отличительными свойствами, выражаемыми характерным матричным уравнением:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^c \\ \mathbf{A}^o \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_c & \mathbf{C}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^c \mathbf{C}_c & \mathbf{A}^c \mathbf{C}_o \\ \mathbf{A}^o \mathbf{C}_c & \mathbf{A}^o \mathbf{C}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix},$$

из которого следует вывод о том, что пространства замкнутых и открытых путей токов и напряжений ортогональны друг другу. Отсутствием взаимной связи между этими пространствами объясняется и условное название «ортогональная сеть».

Видимая 1-сеть токов (контравариантных тензоров) топологически характеризуется набором замкнутых разомкнутых путей, состоящих только из ветвей и формирующихся с помощью матриц преобразования $[C_c]$ и $[C_o]$. Прямая сумма этих матриц дает результирующую несингулярную матрицу $[C]$, а набор двух токов (соленоидальных и ламинарных) образует ортогональную 1-сеть.

Невидимая 2-сеть напряжений (ковариантных тензоров) топологически характеризуется совокупностью замкнутых и разомкнутых путей напряжений, состоящих только из эквипотенциальных поверхностей и формирующихся с помощью матриц преобразования $[A^c]$ и $[A^o]$. Прямая сумма этих матриц дает результирующую несингулярную матрицу преобразования $[A]$, столбцы которой перечисляют разомкнутые пути (с помощью $[A^c]$) и замкнутые пути (с помощью $[A^o]$).

Следовательно, 1-сеть и 2-сеть двойственны друг другу, и каждая из них представляет собой собственно ортогональную сеть. Понятие ортогональности введено на основании соотношений между прямоугольными матрицами, полученными посредством вертикального деления тензоров преобразования $[C]$ и $[A] = [C_t]^{-1}$ в соответствующей системе координат.

Любой из тензоров (векторов) возбуждения (\mathbf{e} , \mathbf{I}) и отклика (\mathbf{i} , \mathbf{U}) в приведенных выше уравнениях Ома имеет по одной компоненте на каждую координатную ось. Однако складывать компоненты разных типов токов (соленоидальных i и ламинарных I) и напряжений (e , U) нельзя, поскольку они имеют различный физический смысл. Поэтому для решения ортогональных уравнений их сначала необходимо подразделить на два инвариантных, относящихся к координатным осям замкнутых и открытых путей токов.

Основы теории ортогональной 1-сети были изложены Кроном в [66]. Фундаментальные положения метода диакоптики на базе этой теории, впервые развитые в [139], затем были подробно и полно проанализированы с помощью контурной теории и соответствующих структур, и форм уравнений в [64, 111, 132] для многочисленных частных случаев. Базовой характеристикой таких сетей

является несингулярный тензор преобразования $C_{\beta'}^{\beta}$, позволяющий математически строго применять правила (законы) преобразования основных тензоров 1-сети. Формулы преобразования для тензоров 1-сети в общем случае имеют вид:

$$e_{\alpha} + U_{\alpha} = C_{\alpha'}^{\alpha} (e_{\alpha'} + U_{\alpha'}); \quad i^{\beta} + I^{\beta} = C_{\beta'}^{\beta} (i^{\beta'} + I^{\beta'});$$

$$z_{\alpha'\beta'} = C_{\alpha'}^{\alpha} z_{\alpha\beta} C_{\beta}^{\beta'}; \quad p = (e_{\alpha} + U_{\alpha})(i^{\alpha} + I^{\alpha}) = inv.$$

В [66] ортогональные уравнения, относящиеся к системам разной физической природы, были представлены и решены в самой общей развернутой тензорной форме В уравнениях, относящихся к электрическим системам, как правило, одновременно фигурируют контурные (e и i) и узловые (I и U) переменные, Количество неизвестных переменных в общем случае может быть равным сумме замкнутых путей токов (контуров) и открытых путей токов (пар узлов), т.е. числу ветвей сети. В анализе электрическую сеть можно рассматривать как контурную, когда некоторые токи i являются неизвестными переменными или как узловую, когда некоторые напряжения U - неизвестные переменные. Можно также каждую сеть рассматривать как чисто-контурную, когда все токи ветвей i - неизвестные переменные, или как чисто-узловую, когда все напряжения между парами узлов U - неизвестные переменные. В общем случае любую сеть целесообразно рассматривать как ортогональную, когда ее некоторые токи i и некоторые напряжения U являются неизвестными переменными.

Ниже в уравнениях ортогональных сетей будут рассматриваться переменные (тензоры) двух типов: контравариантные токи, протекающие в замкнутых контурах, и ковариантные напряжения, возникающие между парами узлов. Ковариантные и контравариантные переменные отличает важная взаимосвязь, открывающая простой путь к анализу ортогональной сети и к решению сложных сетей и систем по частям. Суть этой взаимосвязи состоит в следующем. Если разомкнуть ветвь, по которой течет контурный ток, то на точках разрыва появляется вместо контравариантной переменной тока ковариантная переменная – напряжение, и наоборот. Следовательно, из сказанного следует

важный вывод: наложение на любую реальную сеть каких-либо ограничений в виде замыканий или разрывов в принципе не изменяет ее структуру, а только отношение между числом ковариантных и контравариантных переменных, сохраняя сумму их постоянной величиной.

2.3.2 Составление и решение ортогональных уравнений 1-сети

Самым простым методом получения ортогональных уравнений является метод преобразования координат, с помощью которого осуществляется переход от координат и уравнений «элементарной» цепи

$$e_{\alpha} + U_{\alpha} = Z_{\alpha\beta}(i^{\beta} + I^{\beta}) \quad (2.1)$$

к уравнениям и координатам ортогональной сети

$$e_{\alpha'} + U_{\alpha'} = Z_{\alpha'\beta'}(i^{\beta'} + I^{\beta'}). \quad (2.2)$$

По форме оба уравнения в тензорной записи идентичны, но их параметры различаются, что отмечено индексом в виде «штриха». Решение ортогональных уравнений (2.2) можно получить в общем виде. Для этого их надо сначала представить в матричной форме, разделив на два инвариантных уравнения по координатам замкнутых (индекс «с») и открытых (индекс «о») путей токов:

$$\begin{bmatrix} U_{c'} + e_{c'} \\ U_{o'} + e_{o'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{c'c'} & Z_{c'o'} \\ Z_{o'c'} & Z_{o'o'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i^{c'} + I^{c'} \\ i^{o'} + I^{o'} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Разрешая матричные уравнения (2.3) относительно независимых переменных, находим:

$$\begin{aligned} i^{c'} &= Z_{c'c'}^{-1} [U_{c'} + e_{c'} - Z_{c'o'}(i^{o'} + I^{o'})] - I^{c'}, \\ U_{o'} &= Z_{o'c'}(i^{c'} + I^{c'}) + Z_{o'o'}(i^{o'} + I^{o'}) - e_{o'}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Аналогично могут быть получены посредством преобразований с помощью несингулярной матрицы $[A] = [C_t]^{-1}$ и решены инверсные уравнения ортогональной сети для токов

$$i^{\beta'} + I^{\beta'} = Y^{\beta'\alpha'}(U_{\alpha'} + e_{\alpha'}). \quad (2.5)$$

Уравнения для токов (2.5) в матричной форме имеют вид

$$\begin{bmatrix} i^{c'} + I^{c'} \\ i^{o'} + I^{o'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y^{c'c'} & Y^{c'o'} \\ Y^{o'c'} & Y^{o'o'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{c'} + U_{c'} \\ e_{o'} + U_{o'} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Решения матричных уравнений (2.6) после несложных действий с матрицами можно представить следующими выражениями:

$$\begin{aligned} U_{o'} &= (Y^{o'o'})^{-1} [i^{o'} + I^{o'} - Y^{o'c'} (e_{c'} + U_{c'})] - e_{o'}; \\ i^{c'} &= Y^{c'c'} (e_{c'} + U_{c'}) + Y^{c'o'} (e_{o'} + U_{o'}) - I^{c'}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Уравнения (2.3) и (2.6), записанные здесь в самой общей матричной форме, для конкретных схем замещения электротехнических систем часто могут быть существенно упрощены. Так, например, если в исследуемой сети отсутствуют кажущиеся ветви (с нулевыми импедансами и адмиттансами), то значения $U_{c'} = 0$ и $i^{o'} = 0$. Когда ЭДС генераторов сосредоточены только в замкнутых контурах, то $e_{o'} = 0$. Поскольку в энергосистемах в качестве конечных точек разомкнутых контуров, как правило, выбираются точки подключения источников и нагрузок, то токи $I^{c'} = 0$. С учетом принятых упрощений система матричных уравнений (2.3) приобретает наиболее простой вид:

$$\begin{bmatrix} e_{c'} \\ U_{o'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{c'c'} & Z_{c'o'} \\ Z_{o'c'} & Z_{o'o'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i^{c'} \\ I^{o'} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Решая систему матричных уравнений (2.8), соответственно находим:

$$\begin{aligned} i^{c'} &= Z_{c'c'}^{-1} (e_{c'} - Z_{c'o'} I^{o'}), \\ U_{o'} &= Z_{o'c'} Z_{c'c'}^{-1} e_{c'} + (Z_{o'o'} - Z_{o'c'} \cdot Z_{c'c'}^{-1} Z_{c'o'}) I^{o'}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

С учетом перечисленных выше упрощений уравнения (2.6) приобретают вид:

$$\begin{bmatrix} i^{c'} \\ I^{o'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y^{c'c'} & Y^{c'o'} \\ Y^{o'c'} & Y^{o'o'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{c'} \\ U_{o'} \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Решения уравнений (2.10) после несложных действий с матрицами можно представить следующими выражениями:

$$\begin{aligned} U_{o'} &= (Y^{o'o'})^{-1} \cdot [I^{o'} - Y^{o'c'} e_{c'}]; \\ i^{c'} &= Y^{c'o'} (Y^{o'o'})^{-1} I^{o'} + [Y^{c'c'} - Y^{c'o'} (Y^{o'o'})^{-1} Y^{o'c'}] e_{c'}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ортогональная система координат и тензорный метод предоставляют новые возможности для инженерных расчетов. Под объектом «ветвь» на практике можно понимать многоэлементную цепь или отдельную подсистему сложной системы и, используя правила тензорных преобразований, с помощью несингулярных матриц находить решение сложной системы по частям. Такая возможность вытекает из своеобразной роли уравнений ортогональной сети.

Однако, сначала обратим внимание на одну важную особенность ортогональных уравнений (2.8) и (2.10), воспользовавшись полученными выражениями (2.9) и (2.11) их решения. Эти формулы интересны тем, что они содержат в себе точную запись решения любой электрической цепи методами контурных токов и узловых напряжений. Данное утверждение очевидно, если принять во внимание, что при анализе цепей методом узловых напряжений все напряжения $e_{c'}=0$, а контурных токов – все $I^{o'}=0$. Тогда из выражений (2.11) и (2.9) находим:

$$i^{c'} = (Y^{cc} - Y^{co}Y^{oo-1}Y^{oc})e_{c'}; U_{o'} = (Z_{o'o'} - Z_{o'e'} \cdot Z_{e'e'}^{-1}Z_{e'o'})I^{o'}. \quad (2.12)$$

Нетрудно видеть, что величины в скобках данных выражений представляют собой матрицы решений стандартных уравнений, составленных соответственно по методам контурных токов и узловых напряжений. Эти результаты решения носят общий характер и не зависят от сделанных выше допущений относительно токов и напряжений, которые были приняты равными нулю.

2.3.3 Несингулярные тензоры преобразования ортогональных сетей

Целесообразно также несколько подробно рассмотреть методику составления несингулярного тензора преобразования $C_{\beta'}^{\beta} = C_{\alpha'}^{\alpha}$ при решении практических задач. Матрицы, выражающие компоненты несингулярного тензора преобразования в различных системах координат, можно назвать ключом к анализу и решению любых электрических систем тензорным методом. Их составление и применение при преобразованиях сетей удобно проиллюстрировать

на примере конкретной электрической схемы, показанной на рисунке 2.3, а, состоящей из 6 ветвей и 4 узлов.

Положительные направления токов и ЭДС всех ветвей указаны стрелками. Точками отмечены одноименные зажимы индуктивностей, имеющих взаимную электромагнитную связь. Значения параметров всех элементов сети (сопротивления ветвей, взаимные индуктивности, ЭДС ветвей и токи источников) считаются заданными.

На рис.2.3, б представлена топологическая модель исследуемой 1-сети в виде графа. На ней произвольно выбраны пути протекания трех замкнутых (контурных) токов - c^1, c^2, c^3 и три пути открытых токов - o^1, o^2, o^3 .

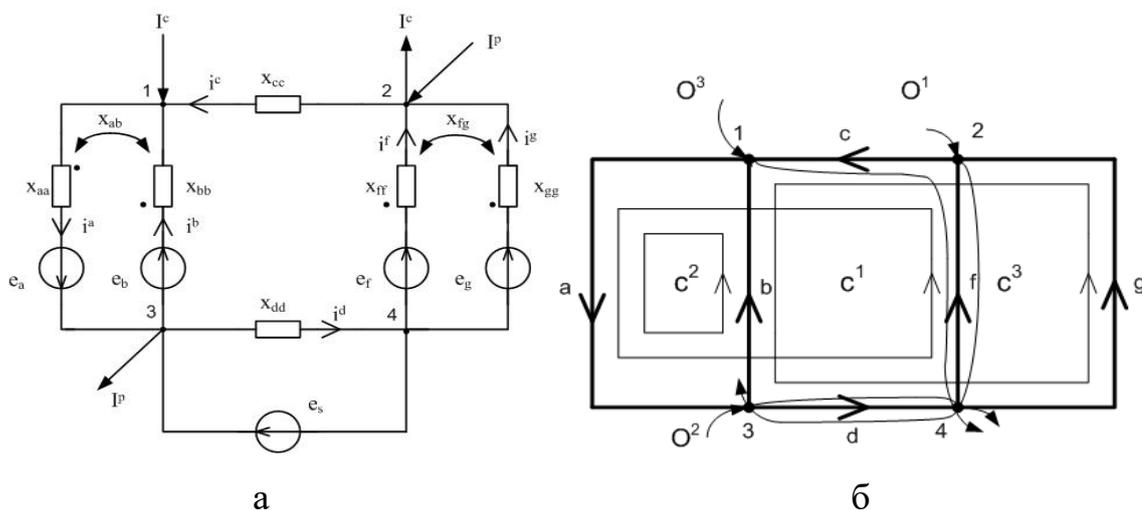


Рисунок 2.3 – Схема и граф исследуемой сети: а – исходная сеть, б – пути токов на графе

Искомые матрицы преобразования уравнений (2.1) «элементарной» цепи в уравнения (2.2) ортогональной сети, для схемы, приведенной на рисунке 2.3, а имеют вид:

$$C_{\alpha'}^{\alpha} = \begin{array}{c|cccccc} & c^1 & c^2 & c^3 & o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline a & 1 & 1 & & & & \\ b & & 1 & -1 & & & \\ c & 1 & & 1 & & & -1 \\ d & 1 & & 1 & -1 & 1 & \\ f & 1 & & & -1 & & -1 \\ g & & & 1 & & & \end{array} ; \quad C_{\alpha'}^{\alpha} = \begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & f & g \\ \hline c^1 & 1 & & 1 & 1 & 1 & \\ c^2 & 1 & 1 & & & & \\ c^3 & & -1 & 1 & 1 & & 1 \\ o^1 & & & & -1 & -1 & \\ o^2 & & & & 1 & & \\ o^3 & & & -1 & & -1 & \end{array} .$$

Они составляется по следующему правилу: с учетом выбранных и отмеченных стрелками положительных направлений для путей токов столбцы матрицы преобразования перечисляют ветви, образующие замкнутые и разомкнутые пути выбранных токов. Знак перед ненулевым элементом матрицы, обозначенный цифрой 1, определяется из сопоставления взаимной ориентации соответствующей ветви выбранного пути тока. Ветвям, которые не входят в данный путь, соответствуют нулевые элементы. Для сети, приведенной на рисунке 2.3, б с учетом выбранных и отмеченных стрелками положительных направлений для путей токов имеем матрицу $C_{\alpha'}^{\alpha}$

Рядом, справа, представлена также и транспонированная матрица к $C_{\alpha'}^{\alpha}$. С точки зрения обозначений основная и транспонированная матрицы отличаются положение точки в индексах. Обе они суть квадратные матрицы, имеющие обратные. Несингулярные или квадратные матрицы преобразования могут быть установлены не только между «элементарной» цепью и любой другой сетью, которая содержит те же самые ветви, но и между любыми сетями данного множества, состоящих из одних и тех же b ветвей (элементов). Уравнения и компоненты тензоров в виде матриц импеданса $[Z]$ и адмиттанса $[Y]$ любой ортогональной сети из счетного множества их, тоже можно найти, исходя лишь из компонент какой-либо одной из них, вовсе не прибегая к использованию «элементарной» цепи. Выбор «элементарной» цепи в качестве первичной или начальной при анализе выгоден, однако, из чисто практических соображений, что объясняется простой процедурой составления семейства ее матриц преобразования к другим сетям $[C_1^{\alpha}], [C_2^{\alpha}]$ и т.д., а также ее собственных уравнений, матриц тока, ЭДС и импеданса. Оперирова с матрицами $[C_i^{\alpha}]$, всегда можно определить на основании свойства группы любую матрицу между двумя ортогональными сетями посредством соотношения $[C_n^m] = [C_m^{\alpha}]^{-1} [C_n^{\alpha}]$.

Анализ ортогональных сетей упрощен тем, что число переменных и уравнений для описания каждой из них всегда равно числу ветвей (элементов) вне зависимости от их соединения, а также от присутствия воображаемых ветвей и

видов возбуждения. Им также присуще свойство взаимозаменяемости ковариантных и контравариантных переменных при наложении связей, которые не изменяют динамическую структуру сетей, а лишь тензорный характер их переменных.

Приведенные выше квадратные или несингулярные матрицы имеют соответствующие обратные матрицы:

$$A_{\alpha}^{\alpha'} = \begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & f & g \\ \hline c^1 & 1 & -1 & & & & \\ \hline c^2 & & 1 & & & & 1 \\ \hline c^3 & & & & & & 1 \\ \hline o^1 & & & 1 & & -1 & -1 \\ \hline o^2 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ \hline o^3 & 1 & -1 & -1 & & & \end{array}, \quad A_{\alpha}^{\alpha'} = \begin{array}{c|cccccc} & c^1 & c^2 & c^3 & o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline a & 1 & 1 & & & & \\ \hline b & & 1 & -1 & & & \\ \hline c & 1 & & 1 & & & -1 \\ \hline d & 1 & & 1 & -1 & 1 & \\ \hline f & 1 & & & -1 & & -1 \\ \hline g & & & 1 & & & \end{array}.$$

Они вычислены на ЭВМ и тоже состоят только из элементов, равных 1, -1 и 0. Если столбцы матрицы $C_{\alpha}^{\alpha'}$ перечисляют замкнутые и открытые пути токов, то физический смысл столбцов матрицы $A_{\alpha}^{\alpha'}$ не столь очевиден. Он раскрыт выше на основе топологической модели 2-сети и перечисляет замкнутые и разомкнутые пути напряжений. Каждую из полученных четырех матриц можно условно разделить вертикальными или горизонтальными линиями на две части, относя образуемые подматрицы соответственно к замкнутым или открытым путям токов или напряжений.

Введение неособенных квадратных или несингулярных матриц преобразования открывает путь к использованию аппарата тензорного анализа для получения уравнений множества сетей, содержащих одно и то же количество ветвей, соединенных различным способом, из уравнений любой другой сети, принадлежащей данному множеству или выбранной в качестве эталонной (простейшей). Более того, удастся получить не только сами уравнения состояния сетей, но и их решения на основе применения правил и формул преобразования тензоров.

На рисунке 2.4 приведена логическая диаграмма, соответствующая двухфазной топологической модели ортогональной сети, отражающая алгебраическую структуру ее тензоров. Она выполнена в виде параллелепипеда, на верхнем основании которого представлена гомологическая последовательность пространств токов и на нижнем – когомологическая последовательность пространств напряжений. Гомологическая и когомологическая последовательности пространств широко используются в алгебраической и дифференциальной топологии [50, 156]. Впервые диаграммы в виде гомологических и когомологических последовательностей были применены к проблемам электрических цепей в [153] а затем развиты Кроном [64] для графического изображения систем уравнений и их решения для различных физических систем по частям. Он называл их алгебраическими диаграммами или диаграммами потоков сигналов для 1-сети, возбужденной электрическими токами.

Приведенная диаграмма существенно отличается от диаграмм последовательностей комбинаторной топологии и называется здесь логической диаграммой. Она отображает в графическом виде одновременно уравнения состояния и решения возбужденных электрических сетей методом диакоптики, а также содержит в себе всевозможные пути или маршруты определения одних тензоров через другие.

Топологическая диаграмма включает шесть точек, которым соответствуют различные виды цепей (пространств), характеризуемые своими типами возбуждения. Это: 1 - «элементарная» цепь (пространство изолированных ветвей), 2 – ортогональная цепь с k замкнутыми и p узловыми парами или открытыми контурами (пространство связанных ветвей), 3 – цепь, возбужденная только ЭДС, (пространство замкнутых путей), 4 - цепь, возбужденная только источниками тока, (пространство открытых путей), 5 – цепь полностью разомкнутых контуров (пространство все-узловых пар), 6 - цепь полностью замкнутых узловых пар (все-контурное пространство).

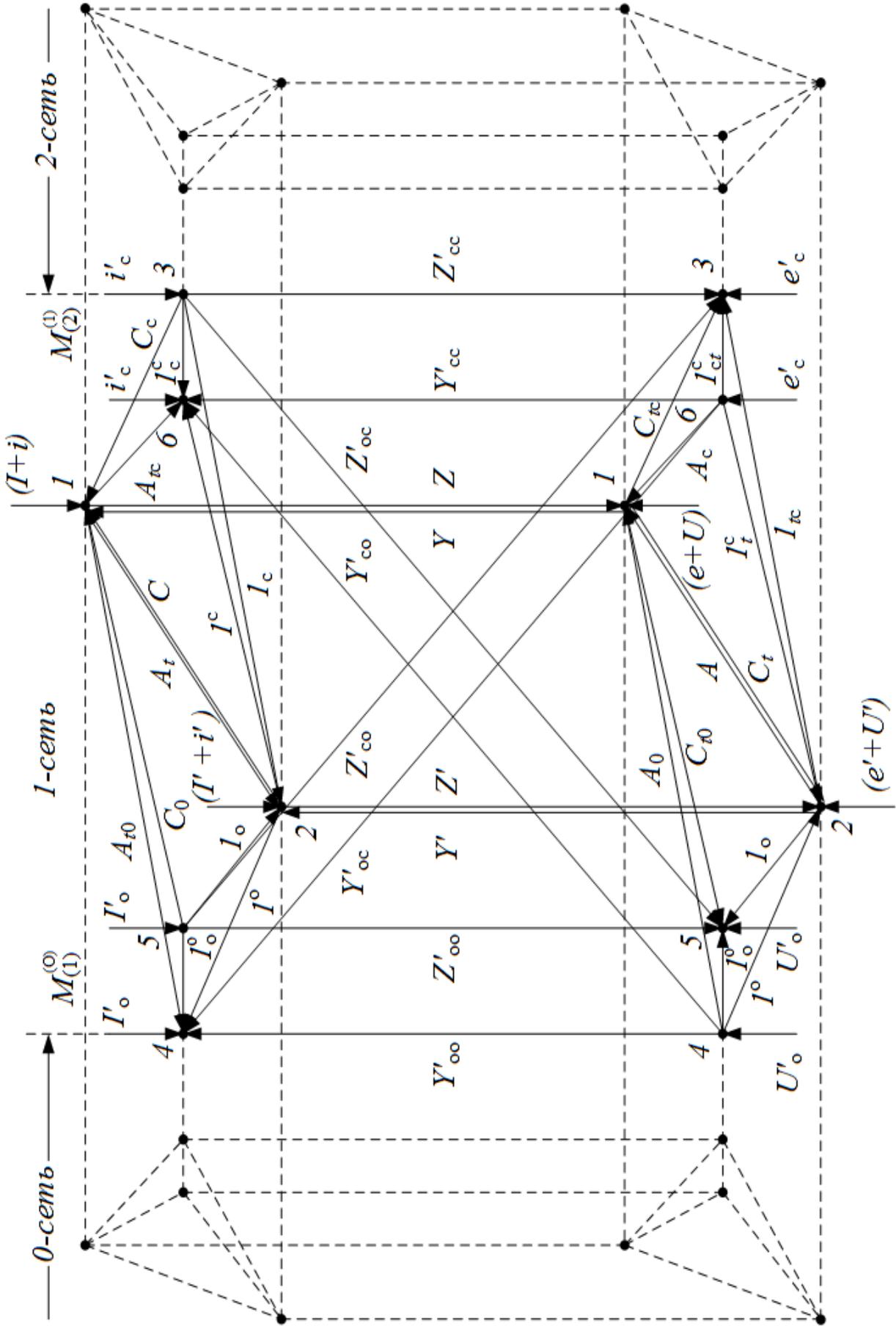


Рисунок 2.4 – Логическая диаграмма тензоров ортогональной электрической сети

Все тензоры первого ранга на диаграмме представлены малыми по длине стрелками на точках, обозначающих пространства, а тензоры второго ранга, включая тензоры преобразования, представлены большими по длине стрелками (ветвями), расположенными между точками пространств токов и напряжений. Заметим, что на диаграмме все тензоры представлены в простой, а не в индексной форме записи, чтобы излишне не загромождать рисунок 2.4.

Тензорные уравнения систем представляют собой совокупность уравнений отдельных элементов, образующих эти системы. Поэтому по аналогии с теорией систем автоматического регулирования, где применяются блок-схемы, графы прохождения сигналов и передаточные функции, операции с тензорами на приведенной диаграмме тоже проводятся по правилам алгебры передаточных функций.

В частности, последовательному соединению элементов соответствует произведение, а параллельному - сумма передаточных функций. В качестве примера проследим, как с помощью диаграммы могут быть составлены уравнения ортогональной сети вида (2.10). Рассматривая последовательно точки 4 и 6, находим тензоры токов: $I'_o = Y'_{oc} e'_c + Y'_{oo} U'_o$ и $i'_c = Y'_{co} U'_o + Y'_{cc} e'_c$. Нетрудно видеть, что полученные из диаграммы уравнения соответствуют выражению (2.10), записанному в матричной форме. С помощью диаграммы могут быть найдены не только кратчайшие маршруты определения тензоров, но и формулы решения, например, узловым или контурным методами, которые требуют непосредственного обращения матриц Y'_{oo} или Z'_{cc} . Например, общая формула для обращения Y'_{oo} , выраженная через матрицы логической диаграммы будет

$$(Y'_{oo})^{-1} = C_{ot} [1 - (Y)^{-1} C_c (Z'_{cc})^{-1} C_{ct}] (Y)^{-1} C_o.$$

В данном случае приходится инвертировать две матрицы: диагональную матрицу «элементарной» цепи Y и контурной матрицы Z'_{cc} . Операция может стать выгодной, если порядок контурной матрицы много меньше порядка матрицы Y'_{oo} . Рассмотрим некоторые особенности решения ортогональных уравнений на числовом примере.

2.3.4 Числовой пример решения ортогональных уравнений сети

Пусть требуется составить и решить ортогональные уравнения электрической сети, приведенной на рисунке 2.3, а. Анализ проведем для случая, когда отсутствуют кажущиеся ветви, предполагая, что $e_s = 0$ и $I^p = 0$, а сама ветвь с ЭДС разомкнута. Это не принципиальное, но вполне оправданное предположение, поскольку в реальных электроэнергетических системах такие источники напряжения и тока не встречаются. Примем, что заданными являются лишь четыре ЭДС в ветвях данной сети, значение каждой из которых равно 100 В. Векторы этих ЭДС совместим с мнимой осью комплексной плоскости. Тогда токи в чисто индуктивной сети будут представляться действительными числами. Собственные индуктивные сопротивления всех шести ветвей сети примем равными 20 Ом. Сопротивления взаимной индукции между отмеченными на схеме ветвями – 10 Ом. Ток нагрузки, подключенной параллельно ветви с сопротивлением x_{cc} , считается заданным и равным $I^c = 2$ А.

Следовательно, в ортогональной системе уравнений неизвестными параметрами будут: три тока замкнутых контуров - $i^{c^1}, i^{c^2}, i^{c^3}$ и три напряжения между узловыми парами - $U_{1-4}, U_{2-3}, U_{3-4}$, т.е. между конечными точками выбранных открытых путей тока, показанных на рисунке 2.3, б. Полное число переменных в ортогональных уравнениях всегда равно числу ветвей. Наличие воображаемых (кажущихся) ветвей не увеличивает числа переменных. Эти ветви лишь вводят известные компоненты токов или напряжений отклика.

Искомые матрицы ортогональной сети запишем в матричной форме:

$$i^s = \begin{bmatrix} i^{c^1} & i^{c^2} & i^{c^3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad U_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & U_{o^1} & U_{o^2} & U_{o^3} \end{bmatrix}.$$

Сначала приведем числовые значения матриц ЭДС, задающих токов и сопротивлений «элементарной» сети. Для экономии места в тексте столбцовые матрицы ЭДС и токов будем иногда изображать в виде строчных (транспонированных) матриц. В результате анализа для «элементарной» сети имеем:

$$Z_{bb} = \begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & f & g \\ \hline a & 20 & 10 & & & & \\ b & 10 & 20 & & & & \\ c & & & 20 & & & \\ d & & & & 20 & & \\ f & & & & & 20 & 10 \\ g & & & & & 10 & 20 \end{array}; e_b = \begin{array}{c|cccccc} a & b & c & d & f & g \\ \hline 100 & 100 & 0 & 0 & 100 & 100 \end{array}; I^b = \begin{array}{c|c} a & 0 \\ b & 0 \\ c & -2 \\ d & 0 \\ f & 0 \\ g & 0 \end{array}.$$

Другие матрицы элементарной сети нам не потребуются.

Для составления ортогональных уравнений осуществим переход от «элементарной» к исследуемой ортогональной сети, приписав каждой из них соответственно индексы « b » и « s ». Переход сделаем путем преобразования соответствующих тензоров «элементарной» сети, которая представляет собой все - контурную сеть (все ее ветви замкнуты на себя). Число ее ветвей всегда соответствует количеству ветвей исходной анализируемой цепи.

Тензоры для исследуемой ортогональной цепи вычислим по известным формулам преобразования: $e_s = C_s^b e_b$, $I^s = [C_{.s}^b]^{-1} I^b$, $Z_{ss} = C_s^b Z_{bb} C_{.s}^b$, где $C_{.s}^b$, C_s^b - несингулярные матрицы преобразования, составленные ранее в виде выражений, приведенных выше. Выполнив соответствующие перемножения, находим матрицы сопротивлений, ЭДС и токов ортогональной цепи:

$$Z_{ss} = \begin{array}{c|cccccc} & c^1 & c^2 & c^3 & o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline c^1 & 80 & 30 & 40 & -40 & 20 & -40 \\ c^2 & 30 & 60 & -30 & 0 & 0 & 0 \\ c^3 & 40 & -30 & 80 & -30 & 20 & -30 \\ o^1 & -40 & 0 & -30 & 40 & -20 & 20 \\ o^2 & 20 & 0 & 20 & -20 & 20 & 0 \\ o^3 & -40 & 0 & -30 & 20 & 0 & 40 \end{array};$$

$$e_s = \begin{array}{c|cccccc} c^1 & c^2 & c^3 & o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline 200 & 200 & 0 & -100 & 0 & -100 \end{array}; I^s = \begin{array}{c|cccccc} c^1 & c^2 & c^3 & o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -2 & -2 & 2 \end{array}.$$

Чтобы найти неизвестные переменные, необходимо разделить каждую из полученных здесь матриц ортогональной цепи на составляющие по осям замкнутых и открытых путей токов. В результате получаем:

$$i_{(s)}^{c'} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline c^1 & c^2 & c^3 \\ \hline i^{c^1/} & i^{c^2/} & i^{c^3/} \\ \hline \end{array}; \quad i_{(s)}^{o'} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}; \quad e_{c'(s)} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline c^1 & c^2 & c^3 \\ \hline 200 & 200 & 0 \\ \hline \end{array};$$

$$U_{c'(s)} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline c^1 & c^2 & c^3 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}; \quad U_{c'(s)} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline U_{o^1} & U_{o^2} & U_{o^3} \\ \hline \end{array}; \quad I_{(s)}^{o'} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline -2 & -2 & 2 \\ \hline \end{array};$$

$$Z_{c'c'(s)} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & c^1 & c^2 & c^3 \\ \hline c^1 & 80 & 30 & 40 \\ \hline c^2 & 30 & 60 & -30 \\ \hline c^3 & 40 & -30 & 80 \\ \hline \end{array}; \quad Z_{c'o'(s)} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline c^1 & 40 & 20 & -40 \\ \hline c^2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline c^3 & -30 & 20 & -30 \\ \hline \end{array};$$

$$Z_{o'c'(s)} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & c^1 & c^2 & c^3 \\ \hline o^1 & 40 & 0 & -30 \\ \hline o^2 & 20 & 0 & 20 \\ \hline o^3 & -40 & 0 & -30 \\ \hline \end{array}; \quad Z_{o'o'(s)} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline o^1 & 40 & -20 & 20 \\ \hline o^2 & -20 & 20 & 0 \\ \hline o^3 & 20 & 0 & 40 \\ \hline \end{array}.$$

Учитывая, что $U_{c'(s)} = 0$ и $i_{(s)}^{o'} = 0$, определяем с учетом введенных обозначений искомые токи замкнутых контуров посредством выражения:

$$i_{(s)}^{c'} = (Z_{c'c'(s)})^{-1}(e_{c'(s)} - Z_{c'o'(s)} I_{(s)}^{o'}).$$

На первом шаге вычисляем обратную матрицу:

$$(Z_{c'c'(s)})^{-1} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0,054 & -0,05 & -0,046 \\ \hline -0,05 & 0,067 & 0,05 \\ \hline -0,046 & 0,05 & 0,054 \\ \hline \end{array}.$$

Далее определяем слагаемые:

$$Z_{c'o'(s)} I_{(s)}^{o'} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 40 & 20 & -40 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -30 & 20 & -30 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline -2 \\ \hline -2 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline -200 \\ \hline 0 \\ \hline -160 \\ \hline \end{array};$$

$$(e_{c'(s)} - Z_{c'o'(s)} I_{(s)}^{o'}) = \begin{array}{|c|} \hline 200 \\ \hline 200 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline -200 \\ \hline 0 \\ \hline -160 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 400 \\ \hline 200 \\ \hline 160 \\ \hline \end{array};$$

и, наконец, матрицу искомым токов замкнутых контуров:

$$i_{(s)}^{c'} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0,054 & -0,05 & -0,046 \\ \hline 0,05 & 0,067 & 0,05 \\ \hline -0,046 & 0,05 & 0,054 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline 400 \\ \hline 200 \\ \hline 160 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 4,24 \\ \hline 1,40 \\ \hline 0,24 \\ \hline \end{array}.$$

Следовательно, токи в ветвях ортогональной цепи будут:

$$i^{b'} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline a & b & c & d & f & g \\ \hline 5,64 & 1,16 & 2,48 & 4,48 & 4,24 & 0,24 \\ \hline \end{array}.$$

Неизвестные напряжения узлов ортогональной цепи определяются по выражению (2.9). Однако, исходя из практических соображений, их можно найти в данном случае гораздо проще по рассчитанным токам $i^{b'}$ ветвей ортогональной цепи, если расчет выполняется вручную, а не на ЭВМ. При этом заметно сокращается время на вычисления. В частности, для рассматриваемого здесь примера, приняв потенциал узла 4 равным нулю, получаем:

$$\begin{aligned} U_{1-4} &= jE_f - jx_{ff}I^f - jx_{fg}I^g - jx_{cc}I^c = \\ &= j200 - j20 \cdot 4,24 - j10 \cdot 0,24 - j20 \cdot 2,4 = j63,2 \end{aligned}$$

$$U_{3-4} = jx_{dd}I^d = j20 \cdot 4,48 = j89,6;$$

$$\begin{aligned} U_{2-3} &= jE_f - jx_{ff}I^f - jx_{fg}I^g - jx_{dd}I^d = \\ &= j200 - j20 \cdot 4,24 - j10 \cdot 0,24 - j20 \cdot 4,48 = j23,2 \end{aligned}$$

Следовательно, искомая матрица узловых пар имеет вид:

$$U_{c'(s)} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline o^1 & o^2 & o^3 \\ \hline j63,2 & j89,6 & j23,2 \\ \hline \end{array}.$$

Нетрудно убедиться, что полученные значения переменных удовлетворяют законам Кирхгофа.

2.4 Ортогональные уравнения и расчет сложных систем по частям

Из уравнений ортогональных сетей вытекает строгое обоснование расчета сложных систем по частям тензорным методом. Чтобы доказать идентичность расчёта разветвленной электрической сети по частям с решением её

ортогональных уравнений, достаточно воспользоваться простым и наглядным примером сети, отображаемой ее графом (рисунок 2.5). Для этого из большого семейства возможных форм ортогональных уравнения целесообразно выбирать, например, характерные для схем замещения СЭС. Они практически совпадают с записью уравнений (2.8) и (2.10), если учесть перестановки строк, и имеют вид:

$$\begin{bmatrix} U_c \\ e_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{oo} & Z_{oc} \\ Z_{co} & Z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I^o \\ i^c \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} I^o \\ i^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y^{oo} & Y^{oc} \\ Y^{co} & Y^{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_o \\ e_c \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Решая обе системы матричных уравнений (2.13) относительно переменных отклика (тока i^c и напряжения U_o), получаем соответственно следующие выражения:

$$i^c = Z_{cc}^{-1}(e_c - Z_{co}I^o),$$

$$U_o = Z_{oc}Z_{cc}^{-1}e_c + (Z_{oo} - Z_{oc} \cdot Z_{cc}^{-1}Z_{co})I^o; \quad i^c = Y^{co}(Y^{oo})^{-1}I^o + [Y^{cc} - Y^{co}(Y^{oo})^{-1}Y^{oc}]e_c,$$

$$U_o = (Y^{oo})^{-1} \cdot [I^o - Y^{oc}e_c].$$

Они содержат в себе точную запись решения электрической цепи методом контурных токов и узловых потенциалов, предложенных Максвеллом, если принять соответственно, что в (2.13) $e_c = 0$ и $I^o = 0$.

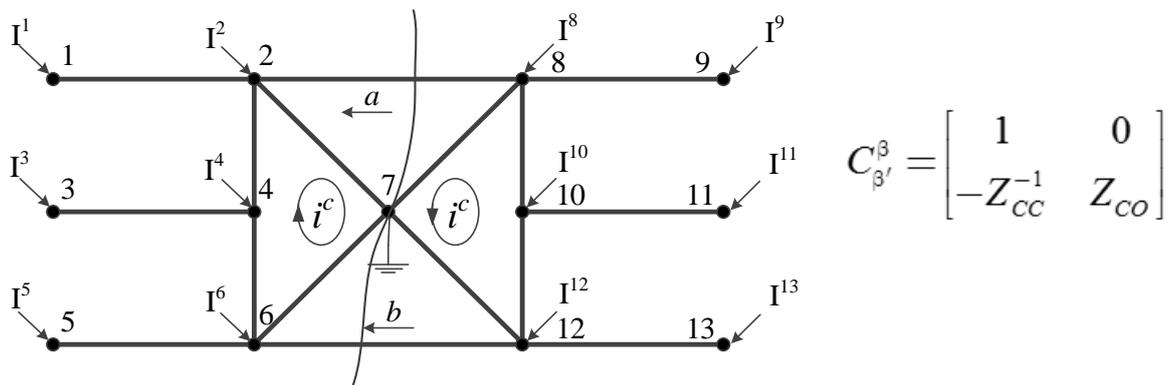


Рисунок 2.5 - Граф разветвленной сети, решаемой по частям

Следовательно, задача заключается в том, что необходимо рассчитать векторы напряжений всех узлов U_{μ} данной связанной разветвленной сети методом расчленения ее на части без составления её полных тензорных

уравнений состояния $I^\nu = Y^{\nu\mu} U_\mu$ и без обращения ее полной матрицы узловых проводимостей $[Y^{\nu\mu}]^{-1} = [Z_{\mu\nu}]$. Заметим, что в методе диакоптики надо делать различие между анализом и решением сложной системы по частям. Чтобы получить уравнения состояния, достаточно объединить уравнения N подсистем, на которые расчленена исходная система, посредством матрицы преобразования или связи. При решении методом расчленения необходимо оперировать с решениями уравнений всех N подсистем и дополнительной $(N+1)$ подсистемы, причем соединение решений осуществлять с помощью двойственных переменных в связях, которые отсутствуют в уравнениях исходной системы.

Алгоритм такого предполагаемого решения будет состоять из следующих этапов: 1) деления схемы замещения исходной системы линией разреза на части (подсхемы); 2) составления уравнений подсхем $I^\beta = Y^{\beta\alpha} U_\alpha$; 3) определения решений подсхем в форме матриц узловых сопротивлений, получаемых путем обращения матриц узловых сопротивлений отдельных подсхем $(Y^{\beta\alpha})^{-1} = Z_{\alpha\beta}$; 4) объединения найденных решений подсхем с помощью ортогональных уравнений и процедур тензорных преобразований.

Четвертый этап является ключевым в методе расчета по частям любой системы. Он может быть реализован с помощью построения дополнительной сети, называемой цепью пересечения, возможно, каким-либо другим известным или еще не известным способом. Однако, нами ставится другая цель. Суть ее – доказать, что такое объединение частных решений можно математически корректно выполнить, если рассматривать исходную нерасчлененную схему и совокупность ее подсхем как две ортогональные сети.

Пусть схема сети (рисунок 2.5) разделяется разрезом ветвей a, b на две подсхемы. Условимся считать расчлененную сеть «старой», а исходную - «новой» сетью, то есть выполним обратное тензорное преобразование. Воспользуемся дополнительными шагами алгоритма:

1. Определенные на третьем этапе тензорные уравнения решения для каждой k -ой из подсхем в виде $U_{\alpha(k)} = Z_{\alpha\beta(k)} I^{\beta(k)}$, представим в ортогональной форме аналогично уравнениям (2.13).

2. Из этих уравнений с помощью сформированной матрицы преобразования $C_{\beta'}^{\beta}$ (она показана рядом с рисунком 2.5) исключим неизвестные контурные токи i^c , а уравнения решения каждой из подсхем преобразуем к виду: $U_{\alpha'} = Z_{\alpha'\beta'} I^{\beta'} = [Z_{oo} - Z_{oc} \cdot Z_{cc}^{-1} Z_{co}]_{\alpha'\beta'} I^{\beta'}$.

3. Введем дополнительные переменные (токи замкнутых контуров i^a и i^b , протекающие в разрезаемых ветвях) и запишем новые ортогональные уравнения уже связанной сети с учетом введенных дополнительных токов замкнутых контуров:

$$U_{\mu} = Z_{\mu\nu} I^{\nu} = \begin{bmatrix} U_o \\ 0 \end{bmatrix}_{\mu} = \begin{bmatrix} Z_{oo} & Z_{oc} \\ Z_{co} & Z_{cc} \end{bmatrix}_{\mu\nu} \cdot \begin{bmatrix} I^o \\ i^c \end{bmatrix}_{\nu}, \quad (2.14)$$

где $[i^c]_{\nu} = i^{\nu}$ - токи, протекающие в разрезаемых ветвях, $[I^o]_{\nu} = I^{\beta'}$ - токи в узлах расчлененной сети.

4. С помощью нового оператора связи $C_{\nu}^{\beta''}$ определим суммарные токи, подтекающие к узлам подсхем с учетом токов от разрезанных ветвей $I^{\beta''} = C_{\nu}^{\beta''} I^{\nu} = I^{\beta'} + C_{\nu}^{\beta''} i^{\nu}$, где $C_{\nu}^{\beta''} = \begin{bmatrix} 1 & C_{\nu}^{\beta'} \end{bmatrix}$. Матрица $C_{\nu}^{\beta''}$ преобразует параметры расчлененной (принятой теперь в качестве «элементарной») сети в параметры связанной исходной сети. Обратим особое внимание на различие матриц $C_{\nu}^{\beta''}$ и $C_{\nu}^{\beta'}$: первая из них преобразует подсхемы в соединенную схему, а вторая – преобразует подсхемы в дополнительную цепь пересечения с двойственными переменными, включающую в себя лишь узлы подсхем, связанные с разрезанными ветвями. Однако обе они не зависят от разрезаемых ветвей.

5. Находим тензор узловых сопротивлений исходной сети:

$$Z_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} Z_{\alpha'\beta'} & Z_{\alpha'\beta'} C_{\nu}^{\beta'} \\ C_{\mu}^{\alpha'} Z_{\alpha'\beta'} & C_{\mu}^{\alpha'} Z_{\alpha'\beta'} C_{\nu}^{\beta'} + z_{bb} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Сопоставим его с тензором импеданса $Z_{\mu\nu}$ связанной сети, определяемый выражением (2.14).

6. Исключив из (2.14) неизвестные токи $[i^e]_v$, находим с учетом (2.15) искомое решение задачи:

$$U_\mu = Z_{\mu\nu} I^\nu = 1_\mu^{\alpha'} \left[Z_{\alpha'\beta'} - Z_{\alpha'\beta'} C_\nu^{\beta'} C_\mu^{\alpha'} Z_{\alpha'\beta'} C_\nu^{\beta'} + z_{bb}^{-1} C_\mu^{\alpha'} Z_{\alpha'\beta'} \right] I^{\beta'}. \quad (2.16)$$

Заметим, что к четвертой компоненте тензора $Z_{\mu\nu}$ добавлены сопротивления разрезанных ветвей z_{bb} . Такое сложение объясняется применением теоремы Тевенина (об активном двухполюснике), суть которой заключается в том, что ток в ветви, присоединяемой к активному двухполюснику определяется напряжением холостого хода и входным сопротивлением двухполюсника $i_b = u_{xx} (z_{ex} + z_{bb})^{-1}$. Присоединение ветвей можно было бы выполнить тензорным преобразованием с помощью новой матрицы связи, но это лишь усложняет поиск решения.

Анализ полученного уравнения (2.16) показывает, что любой ЭТК или СЭС, представленные своими схемами замещения, могут считаться решенными по частям, если определены три тензора: $C_\nu^{\beta'}$, $Z_{\alpha'\beta'}$ и $y^{\nu\mu} = C_\mu^{\alpha'} Z_{\alpha'\beta'} C_\nu^{\beta'} + z_{bb}^{-1}$, называемые обычно матрицами. Матрица $y^{\nu\mu}$ является решением уравнений контурной цепи пересечений. Цепь пересечений является миниатюрной копией или эквивалентом полной схемы замещения сложной СЭС, описываемой значительно меньшим числом независимых переменных (координат). Она содержит в себе все разрезаемые ветви и переменные, полученные в результате решения уравнений подсхем, образованных при делении схемы СЭС на части в виде подсхем. Матрицы подсхем $Z_{\alpha'\beta'}$ могут быть вычислены любым из методов обращения матрицы узловых проводимостей $Y^{\beta'\alpha'}$ (в работе для этого используется эффективный метод двойной факторизации). Ключевой же задачей расчета по частям является вычисление параметра $y^{\nu\mu} = C_\mu^{\alpha'} Z_{\alpha'\beta'} C_\nu^{\beta'} + z_{ab}^{-1}$, то есть составление и решение уравнений дополнительной цепи пересечений на основе формирования её матриц преобразования, учитывающих граничные условия при

объединении решений отдельных подсхем. Практическая реализация алгоритмов автоматической формализации решения этой задачи на ЭВМ, а также разработка программного обеспечения расчетов в целом требуют применения дополнительных специальных приемов кодирования, дополнительных процедур аналитического и топологического преобразования переменных, и рассматриваются в следующей главе.

Как уже было сказано, в инженерной практике для анализа сложных электрических цепей традиционно используются два метода расчета: контурных токов и узловых напряжений. При этом тот факт, что любая контурная цепь, состоящая из «в» ветвей и «к» замкнутых контуров, имеет также и физически реально существующие напряжения между парами узлов, просто игнорируется. Аналогично при анализе цепи, состоящей из «в» ветвей и «р» узловых пар (открытых путей токов), методом узловых напряжений пренебрегают физически реально существующими замкнутыми токами «к» контуров. Напомним, что для любой электрической цепи всегда выполняется условие: $(k + p) = v$.

В [64, 66] Г. Крон ввел в тензорно-топологическую теорию электрических сетей понятие ортогональной цепи. Понятие сети в построениях Г. Крона занимает весьма важное место. Оно приложимо для описания не только технических систем разного рода, но и к сетям экономическим, социальным и другой природы.

В самом общем случае сеть можно рассматривать как совокупность объектов, в которых преобразуются разнообразные потоки и, что важно, потоки энергии или мощности. Сеть обладает топологической структурой, связанной с потоками, т. е. внутренней организацией, которая является иерархической.

В уравнениях ортогональной электрической цепи одновременно рассматриваются переменные (тензоры) двух типов: контравариантные токи, протекающие в замкнутых и открытых контурах, и ковариантные напряжения, возникающие между парами узлов, а точнее вокруг проводников с токами.

Ковариантные и контравариантные переменные отличает важная взаимосвязь, открывающая простой путь к анализу ортогональной цепи и к

решению сложных цепей и систем по частям.

2.5 Выводы по главе 2

1. Выявлено, что отправной точкой анализа электротехнических систем и устройств по частям является построение для них топологических моделей, адекватных физическим явлениям.

2. Показано, что топологические модели электрических сетей, окруженные собственным электромагнитным полем, не могут быть представлены простейшим графом, поскольку при тщательном рассмотрении топологического комплекса возбужденной сети в такой модели нарушаются законы Кирхгофа. При применении алгебраической топологии к возбужденной электрической сети не выполняется принцип двойственности де Рама- Кодайра, смысл которого заключается в том, что между пространственными геометрическими структурами и накладываемыми на них функциональными формами имеет место двойственность: каждой геометрической структуре однозначно соответствует аналитическая форма, и наоборот. Применительно к возбужденным электрическим сетям этот принцип требует введения таких топологических моделей, которые адекватно соответствуют электромагнитным параметрам режима и законам электромагнетизма.

3. Введена в рассмотрение, исходя из тензорно-топологической методологии и принципа двойственности, простейшая, модифицированная, двойственная (двухфазная) топологическая модель возбужденной электрической сети, отличающаяся от графа и характеризующаяся двумя ортогональными сетями с наборами замкнутых и открытых путей токов в 1-сети и напряжений в 2-сети. Предлагается возбужденную электрическую систему или цепь представлять предложенной двойственной топологической моделью, состоящей, по крайней мере, из двух ортогональных друг другу сетей, и оперировать одновременно четырьмя тензорами (качественными параметрами режима), которые в каждой из них представляются в векторной форме записи: $\mathbf{i}, \mathbf{e}, \mathbf{I}, \mathbf{U}$ и $\mathbf{i}^*, \mathbf{e}^*, \mathbf{I}^*, \mathbf{U}^*$.

4. Раскрывается с помощью данной модели физический смысл несингулярных матриц преобразования, вводятся в анализ ортогональные уравнения контурных и узловых 1-сетей и доказывается идентичность решения этих уравнений с расчетом сложных систем по частям. Анализ полученного уравнения. Из (2.16) следует, что любые СЭС, представленные своими схемами замещения, могут считаться решенными по частям, если определены для них три тензора: $C_{\nu}^{\beta'}$, $Z_{\alpha\beta'}$ и $y^{\mu\mu} = C_{\mu}^{\alpha\alpha'} Z_{\alpha\beta'} C_{\nu}^{\beta'} + z_{bb}^{-1}$.

5. Предложена логическая диаграмма, соответствующая двухфазной топологической модели ортогональной сети, отражающая алгебраическую структуру ее тензоров, существенно отличающаяся от диаграмм комбинаторной топологии, отображающая в графическом виде одновременно уравнения состояния и решения электрических сетей по частям, а также всевозможные пути или маршруты определения различных тензоров.

В материале главы нашли отражение работы автора [19, 22, 28, 33, 36, 114, 120].

ГЛАВА 3 РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ АНАЛИЗА И РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ И СЭС ПО ЧАСТЯМ В ОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

3.1 Инвариантность тензорных уравнений электрических систем и групповые свойства матриц преобразования

Любой электротехнический комплекс или СЭС в целом представляют собой динамическую систему, характеризуемую физическими параметрами её элементов (устройств) и параметрами режима, определяющими состояние (поведение, движение) этой системы. Для объективного представления реальной картины физических явлений и процессов в этих системах целесообразно так сформулировать решаемую задачу, чтобы она описывалась инвариантными тензорными уравнениями в различных системах координат, поскольку инвариантность является фундаментальным свойством всех правильно выраженных физических законов [95, 103]. Инвариантность не только обуславливает неизменную форму записи тензорных уравнений при введении новых систем координат, но и обеспечивает одинаковую ковариантность и размерность всех слагаемых, которые входят в тензорные уравнения [10, 50]. Этим обеспечивается удобство и наглядность математических формулировок, отражающих объективные свойства исследуемых явлений, в силу чего тензорный метод служит надежным и идеальным средством и инструментом математического моделирования. И хотя тензоры фактически давно находят широкое применение в электротехнике, сам этот термин используется крайне редко. Его заменяют ставшим привычным словом «матрица», особенно когда речь идет о тензорах нулевого (скалярах), первого (векторах) и второго ранга. Однако, в таких случаях обычно не подчеркивается важное обстоятельство, что все физические явления и количественные связи между физическими объектами, участвующими в них, не зависят от систем координат, в которых они рассматриваются. Между тем исследование электротехнических комплексов и

СЭС, как правило, проводится в самых различных координатных системах. Кроме этого многие исследуемые явления требуют для своего математического описания более сложных понятий, чем вектор. К ним можно отнести тензоры второго или более высокого ранга: удельную электропроводность, диэлектрическую проницаемость, упругие напряжения, моменты инерции, кривизну и метрики пространства и т.д. Ранг (валентность) тензора при записи уравнений подчеркивается числом его индексов. Число же индексов тензора соответствует количеству матриц преобразования, привлекаемых для вычисления его компонент при замене координат. Выше уже было отмечено, что контравариантные тензоры тока, ковариантные тензоры напряжения и соответственно дважды ковариантные и контравариантные тензоры полного сопротивления (импеданса) и полной проводимости (адмиттанса) представляют собой совокупности различных режимных и системных параметров электротехнических комплексов и СЭС. Они отражают специфические свойства физических явлений в этих системах. Компоненты тензора, представляемые обычно с помощью матриц соответствующего порядка, характеризуют тензор при определенных условиях лишь в одной, конкретно заданной системе координат. Но полезным свойством всякого тензора является то, что с помощью группы матриц преобразования всегда можно найти его составляющие или компоненты в любой другой, корректно заданной системе координат.

Свойство инвариантности уравнений, применяемых в тензорно-топологическом методе, позволяет находить критерии соответствия между набором математических выражений или моделей с реальными физическими объектами и процессами в них. Критерии таких соответствий устанавливаются правилами и формулами преобразования параметров физических объектов (тензоров) посредством соответствующих законов изменения их компонент при введении различных систем координат. Поэтому наряду с базовыми тензорами самым значимым при анализе и решении прикладных задач является тензор преобразования $C_{\alpha'}^{\alpha}$, содержащий в себе информацию о топологической сущности и геометрической структуре соединения элементов, образующих анализируемую

и рассчитываемую систему. Характерно, что тензор преобразования и его составляющие не принадлежат к физическим параметрам элементов и устройств и не являются параметрами режима рассматриваемой системы. Это особый тензор, радикально отличающийся от тензоров, относящихся к качественным параметрам режима и раскрывающих конкретные физические свойства явлений и процессов, происходящих в системе. Он играет исключительную роль в геометрической интерпретации физических параметров, описывающих электромагнитные явления, отображая их топологические свойства в различных координатных системах и показывая взаимную связь и отношения между ними. Это проявляется в том, что его составляющие или компоненты являются специфическими матрицами преобразования переменных любой электротехнической системы. Они образуют некоторую математическую сущность – группу преобразований (G), причем с единственной для нее допустимой операцией – умножением. Произведениям этих матриц присущи следующие групповые свойства: ассоциативности - $C_1(C_2C_3) = (C_1C_2)C_3$, наличия обратного и единичного элементов - $(C)^{-1} = A$, $C(C)^{-1} = 1$, принадлежности к группе - $(C_1C_2) = C_3$, где C_3 - элемент той же группы. Теория групп подробно изложена в [15]. Свойство принадлежности к группе является для матриц преобразования основным, поскольку оно отличает их от других квадратных (несингулярных) матриц. Свойством принадлежности обладают и введенные в предыдущей главе и часто используемые на практике сингулярные матрицы преобразования, которые образуют полугруппы. Они не имеют обратных матриц, но являются частью несингулярных матриц преобразования. В данной работе из множества типов различных групп матриц преобразования будут использоваться лишь некоторые. Перечислим эти группы, условно обозначая их здесь разными индексами.

Группа G_c - это совокупность матриц преобразования, отображающих изменения в соединении ветвей, элементов, устройств, комплексов или отдельных подсистем СЭС. Эти матрицы в скрытой форме содержат в себе законы Кирхгофа, а также другие топологические соотношения, характеризующие электрические сети

СЭС.

Группа G_b - это счетное множество матриц преобразования, оставляющих неизменными соединения ветвей (элементов, устройств) в исследуемой электрической системе между собой, но преобразующих в ней лишь произвольно выбираемые пути токов и напряжений от одной совокупности к некоторой другой их совокупности. Очевидно, что составляющие или элементы матриц, принадлежащие к группам G_c и G_b , являются константами и целыми числами. Чаще всего это 1 и 0. Такие группы в алгебраической топологии называются группами Бетти [87].

Группа G_f - это совокупность матриц преобразования, с помощью которых выполняются функциональные преобразования, когда составляющие или компоненты матриц являются функциями переменных. Например, при введении координатных осей $d, q, 0$ или $f, b, 0$, когда оси вращаются свободно или колеблются, например, будучи жестко связанными с ротором одной из электрических машин. Компоненты или составляющие матриц преобразования в этих случаях являются тригонометрическими функциями углового положения вращающихся частей электрических машин.

В общем же случае функционального преобразования тензор $C_{\alpha'}^{\alpha}$, определяющий соотношения между «старыми» и «новыми» переменными (координатами) q^{α} и $q^{\alpha'}$, представляемыми в различных координатных осях, вычисляется по формуле $C_{\alpha'}^{\alpha} = \partial q^{\alpha} / \partial q^{\alpha'}$, где $q^{\alpha} = f(q^{\alpha'})$. Инверсную или обратную величину данного тензора записывают, используя в обозначении перестановку верхнего и нижнего индексов, в виде $C_{\alpha}^{\alpha'} = \partial q^{\alpha'} / \partial q^{\alpha}$. Однако инвертирование $C_{\alpha'}^{\alpha}$ в общем случае отличается от вычисления, например, обратных матриц контурных сопротивлений $z_{\alpha\beta}$ или узловых проводимостей $Y^{\beta\alpha}$. Некоторые особенности преобразования этих матриц будут рассмотрены в последующих главах. Заметим, что при линейных преобразованиях составляющие или компоненты матриц тензора $C_{\alpha'}^{\alpha}$, как правило, являются действительными

константами. Но на практике часто используются также матрицы преобразования, компоненты которых являются комплексными числами, например, при введении симметричных составляющих. Операции с ними имеют свои особенности. Более того при комплексных преобразованиях помимо тензора $C_{\alpha'}^{\alpha}$ появляется еще и сопряженный ему тензор, для обозначения которого в тензорной нотации применяются новые индексы: $(C_{\alpha'}^{\alpha})^* = C_{\alpha'}^{\bar{\alpha}}$. Операции с комплексными матрицами и характерные свойства любых матричных преобразований подробно рассматриваются в [7, 42].

Существует и смысловое отличие смешанного тензора преобразования $C_{\alpha'}^{\alpha}$ второго ранга от тензоров тоже второго ранга, но дважды ковариантных и контравариантных, $z_{\alpha\beta}$ и $Y^{\beta\alpha}$. Последние тензоры определяют соотношения соответственно между ковариантными и контравариантными векторами (тензорами первого ранга) u_{α} и i^{β} , U_{α} и I^{β} в одной и той же системе координат, а тензор $C_{\alpha'}^{\alpha}$ - соотношения между векторами токов (напряжений), относящимся к разным системам координат. Основные формулы преобразования, используемые для анализа электротехнических комплексов и СЭС, были приведены выше. Однако, они изменяются, если матрицы $C_{\alpha'}^{\alpha}$ содержат коэффициенты в комплексной форме. В индексной форме записи в этом случае формулы приобретают вид:

$$e_{\alpha'} = C_{\alpha'}^{\alpha*} e_{\alpha}, \quad i^{\beta} = C_{\beta'}^{\beta} i^{\beta'}, \quad z_{\alpha'\beta'} = C_{\alpha'}^{\alpha*} z_{\alpha\beta} C_{\beta'}^{\beta}, \quad Y^{\beta'\alpha'} = C_{\beta'}^{\beta} Y^{\beta\alpha} C_{\alpha'}^{\alpha*}, \quad p = i^{\alpha*} e_{\alpha},$$

где сопряженный тензор обозначен «звездочкой». Заметим также, что мгновенная мощность в цепи переменного тока определяется произведением тока и напряжения, которые часто представляются синусоидальными функциями. Их произведение – это нелинейная операция, поэтому ее можно выразить в комплексной форме только при условии тождественного представления гармонических функций через комплексы [60, 86], вводя сопряженные величины для комплексов тока и напряжения, а также комплексную мощность $\tilde{S} = \dot{U} I^* = P + jQ$ (в зарубежных учебниках чаще как $\tilde{S} = \dot{I} U^* = P - jQ$). Ее

вещественная часть равна активной (средней) мощности, а мнимая – так называемой реактивной мощности, то есть имеем:

$\tilde{S} = \dot{U} I^* = U \langle \alpha \cdot I \rangle - \beta = UI \langle \varphi \rangle$ и $P = UI \cos \varphi$, $Q = UI \sin \varphi$. Получаемая и отдаваемая мощности любого двухполюсника определяются приведенными формулами, но для них имеет место различная согласованность положительных направлений напряжений и токов

Таким образом, для эффективного исследования сложных электротехнических комплексов и СЭС тензорно-топологическим методом целесообразно одновременно использовать три взаимосвязанных объекта:

- топологические модели как аппарат структурного описания систем;
- дифференциальные и алгебраические уравнения как математическое отражение динамических процессов и режимов;
- инвариантные тензорные величины, связывающие преобразования структур для различных систем координат.

С помощью инвариантных тензорных уравнений удастся отделить при исследовании объективно существующих физических явлений все то, что привносится субъективным выбором систем координат. Важным примером такого подхода и является метод Крона, предназначенный для составления, анализа и решения тензорных уравнений сложных систем, содержащих электрические машины и неподвижные сети, использующий в качестве инварианта мощность, представляющую собой линейную форму. С помощью введенных им постулатов множество алгебраических или дифференциальных уравнений, описывающих состояние системы, можно всегда представить одним матричным уравнением в той же форме записи, но заменив скалярные величины векторными или, если потребуется, объектами более высоких рангов. Аналогичные по форме матричные уравнения можно составить для систем с любым числом степеней свободы. Поскольку все исходные уравнения систем составляются по определенным правилам на основе физических законов, то обобщенное матричное уравнение каждой из них можно связать с тремя новыми ключевыми понятиями:

преобразование, группа, инвариантность, относящимся к фундаментальным атрибутам тензорного анализа или абсолютного дифференциального исчисления. Очевидно, что такой подход будет справедлив и в отношении электротехнических комплексов и СЭС, для исследования которых широко используются математические модели и схемы замещения, алгебраический аппарат векторного анализа и векторные диаграммы, а также инвариантные величины, обуславливающие связь их параметров в различных системах координат. Основу теории моделей составляет логический аппарат их структурного (топологического или геометрического) представления, а для описания динамических используются параметры режима, которые носят тензорный характер.

Смысл сказанного можно кратко пояснить на простейшем примере одной вращающейся обмотки (катушки, витка) с током, в магнитном поле. Ее два уравнения для напряжений и вращающего момента, составленные из физических соображений, имеют вид:

$$u = Ri + \frac{d\psi}{dt} + Bp\theta, \quad m = iB,$$

где u – приложенное напряжение, R - активное сопротивление, $\psi = Li$ - потокосцепление, определяемое через индуктивность обмотки L и ток, B - индукция магнитного поля, пересекаемого обмоткой (отличающегося от ψ), $p\theta$ - мгновенная угловая скорость. В уравнении для напряжения имеет место семь переменных величин. С его помощью нетрудно получить выражения для мгновенной мощности, умножив его обе части на ток, а также уравнение для магнитной энергии. Для множества подобных обмоток, связанных между собой взаимной индукцией, можно составить систему уравнений для всей совокупности этих обмоток, представив их, например, в неподвижной системе координат наблюдателя в виде единого матричного уравнения

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}\mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} + \mathbf{B}p\theta,$$

где $\mathbf{u}, \mathbf{i}, \boldsymbol{\psi}, \mathbf{B}$ - 1-матрицы и \mathbf{R} - 2-матрица. Если множество таких обмоток соединить каким-либо способом в новые электромеханические устройства

(машины, например), то уравнения всех подобных устройств могут быть выражены уже одним тензорным уравнением при непрременном условии существования группы матриц преобразования $C_{\alpha'}^{\alpha}$, посредством которых можно найти уравнения любого из этих устройств по известному уравнению одного из них. Уравнения каждого нового устройства (машины) будут включать те же 7 матриц, хотя их компоненты будут отличаться.

3.2 Методика решения сложных СЭС по частям в ортогональной системе координат

3.2.1 Представление электрических схем замещения в ортогональной системе координат

Для разветвленной схемы числового примера, показанной на рисунке 2.3, а, б были составлены и решены ортогональные уравнения с помощью двух систем координат: «элементарной» и ортогональной. «Элементарная» система координат представлялась набором шести отдельных ветвей рассчитываемой схемы, замкнутых на себя. Все или часть образованных таким путем замкнутых контуров «элементарной» сети могут быть в общем случае связаны между собой электромагнитной индукцией. Ортогональную систему координат можно также представить с помощью реальных активных цепей, которые будут эквивалентны исследуемой разветвленной схеме.

Для рассматриваемого примера она строится следующим образом. Исходя из выбранных положительных направлений замкнутых и открытых путей токов (рисунок 2.3, б), образуются три замкнутых контура с токами $i^{c'1}, i^{c'2}, i^{c'3}$ и с контурными ЭДС $e_{c'1}, e_{c'2}, e_{c'3}$ (показаны слева на рисунке 3.1) Эквивалентные импедансы полученных контуров связаны индуктивно друг с другом. Им соответствуют компоненты матрицы $Z_{c'c'(s)}$, диагональные элементы которой представляют эквивалентные сопротивления этих контуров, а недиагональные элементы - сопротивления взаимоиндукции между ними. На рисунке 3.1

индуктивные взаимосвязи обозначены дуговыми стрелками. Численные значения ЭДС и сопротивлений этих контуров зависят от произвольно выбранных замкнутых путей токов в разветвленной схеме. (для рассматриваемого примера они определены в подразделе 2.2.4).

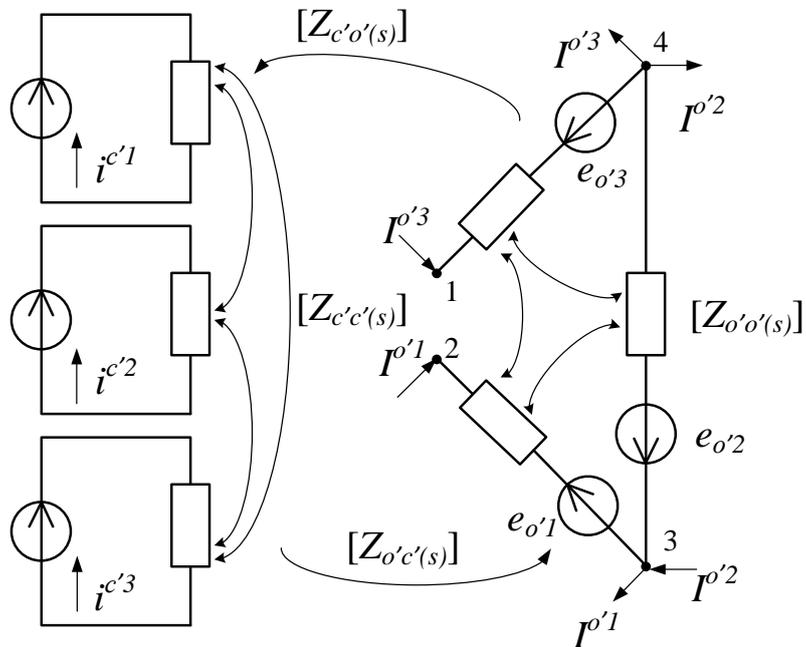


Рисунок 3.1 – Эквивалентное представление схемы в ортогональных координатах

Затем аналогично, исходя из выбранных положительных направлений открытых путей токов (рисунок 2.3, б), строится и разомкнутая часть ортогональной системы координат (показана справа на рисунке 3.1).

Она состоит из набора трех радиальных ветвей с ЭДС $e_{o'1}, e_{o'2}, e_{o'3}$, а также приложенных токов $I^{o'1}, I^{o'2}, I^{o'3}$ и трех сопротивлений, связанных индуктивно в полном соответствии с матрицей $Z_{o'o'(s)}$. Диагональные элементы ее определяют эквивалентные сопротивления ветвей этой радиальной цепи, а недиагональные – сопротивления взаимоиндукции между ними (на рисунке они обозначены стрелками). Обе части ортогональной системы индуктивно связаны между собой, отображаемыми невзаимными матрицами $Z_{c'o'(s)}$ и $Z_{o'c'(s)}$. Первой из них соответствуют индуктивные связи между радиальной эквивалентной открытой цепью с матрицей $Z_{o'o'(s)}$ и эквивалентной цепью замкнутых контуров с матрицей $Z_{c'c'(s)}$, а второй – индуктивные связи между эквивалентной цепью замкнутых

контуров и радиальной эквивалентной открытой цепью, то есть в обратном направлении. Эти невзаимные связи отмечены дуговыми стрелками.

Заметим, что решение уравнений ортогональной сети и решение уравнений исследуемой разветвленной сети идентичны, поскольку источники тока и напряжения, появляющиеся в ортогональной сети, соответствуют этим источникам в разветвленной сети. Естественно, что конкретная конфигурация радиальной открытой цепи определяется матрицей преобразования C_{α}^{α} . Если выбрать все разомкнутые пути токов с одним общим узлом, как это принято в методе узловых потенциалов Максвелла, то получим простейшую радиальную цепь ветвей в виде лучевой звезды.

Ортогональная система координат предоставляет новые возможности для инженерных расчетов. Введение неособенных (несингулярных) матриц преобразования открывает путь к использованию аппарата тензорного анализа к получению уравнений для множества сложных систем, состоящих из одного и того же количества «обобщенных ветвей», соединенных различным способом. Под объектами, называемыми «обобщенной ветвью», следует понимать не только одноэлементные или многоэлементные электрические цепи, но и отдельные устройства или части (подсистемы) сложных систем, состоящих из набора таких объектов. Более того с помощью уравнений какой-либо одной, принадлежащей данному множеству системы, удастся получить не только уравнения состояния других, но и решения любой из них. Возможность найти решения сложных систем по частям вытекает из своеобразной роли уравнений ортогональных сетей.

3.2.2 Методика и пример расчета разветвленной электрической схемы по частям в ортогональных координатах

Представим методику расчета сложных систем по частям, воспользовавшись полученными ранее выражениями для ортогональных уравнений (2.13.) и их решения в виде (2.16.). Практическую реализацию данной методики и процесс преобразования связывания решений отдельных подсистем в

общее решение всей системы, проследим, не прибегая к построению дополнительной цепи пересечений, на примере простой схемы, представленной на рисунке 3.2, состоящей из двух идентичных подсхем, связанных двумя линиями и с общей точкой заземления.

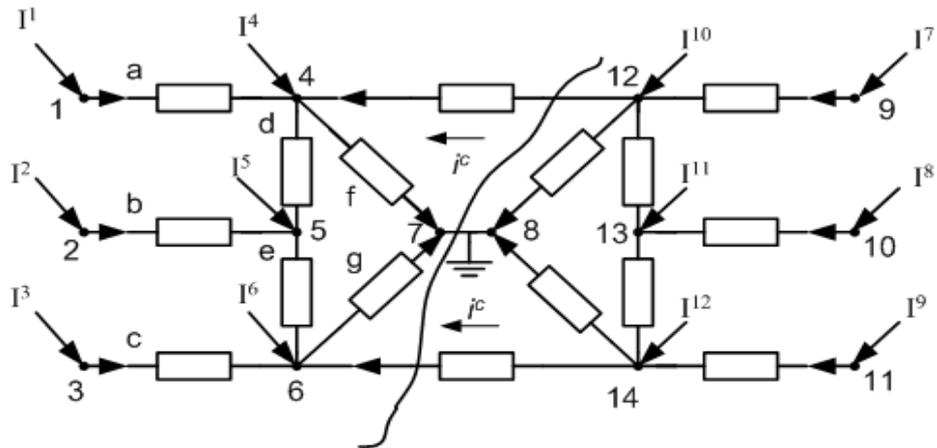


Рисунок 3.2 - Схема исследуемой разветвленной сети

Пусть для исследуемой схемы известны все приложенные к ее узлам задающие токи, стекающие к заземленному узлу, и значения сопротивлений всех ветвей, а требуется рассчитать установившийся режим схемы, вычислив потенциалы узлов ее относительно нулевого потенциала заземленной точки.

Искомые напряжения можно было бы найти методом узловых напряжений, представив решение для всей схемы в матричной форме

$$U_{\mu^j} = Z_{\mu^j \nu^j} I^{\nu^j}, \quad (3.1)$$

где $Z_{\mu^j \nu^j} = (Y^{\nu^j \mu^j})^{-1}$ - матрица узловых сопротивлений или матрица решения схемы в целом. Однако, мы попытаемся найти это решение не путем обращения полной матрицы узловых проводимостей, порядок которой в данном примере (12 x 12), а с помощью ортогональных уравнений и деления исходной схемы на части.

Разделив исходную схему линией разреза, как показано на рисунке 3.2, получим в результате деления две совершенно идентичные подсхемы. Одна из них изображена на рисунке 3.3, а. Точки заземления подсхем 7 и 8 совмещаются, а две разрезанные ветви (между узлами 6-14 и 4-12) временно исключаются из рассмотрения. Они учитываются позже при связывании решений отдельных

подсхем.

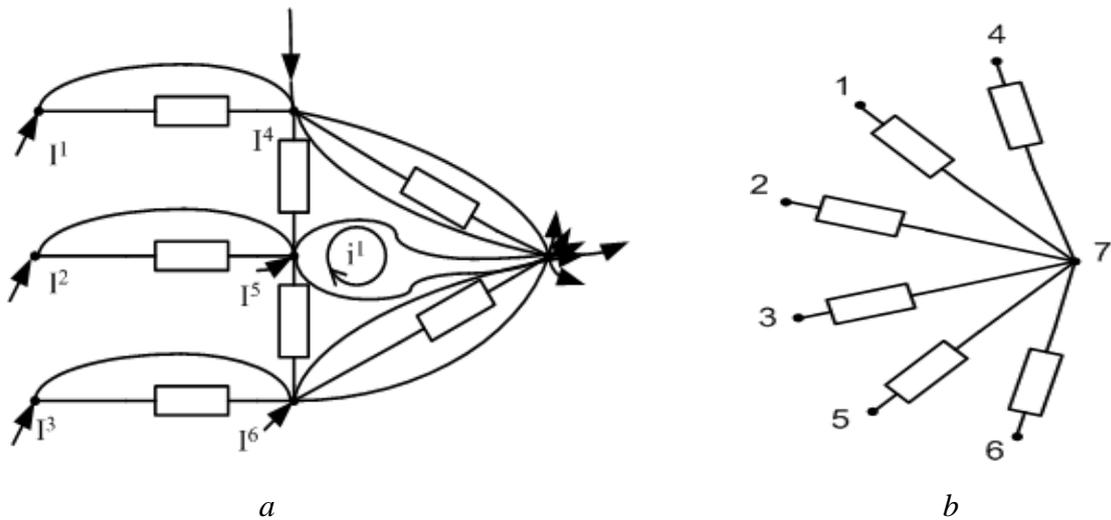


Рисунок 3.3 - Фрагмент исследуемой схемы: *a* – подсхема, *b* - ее эквивалент

В подсхемах выбираются замкнутые и открытые пути токов, например, так, как показано для одной из них на рисунке 3.3, *a*. В каждой из подсхем содержится 6 открытых и 1 замкнутый путь токов. Сформировав диагональную матрицу сопротивлений $Z_{\alpha\beta(1)}$ «элементарной» сети, состоящей из замкнутых на себя сопротивлений отдельных ветвей первой подсхемы, и приняв по условию данной задачи, что взаимоиנדуктивности между ветвями в исходной схеме отсутствует (их учет не вызывает принципиальных затруднений), составляем несингулярную матрицу преобразования параметров «элементарной» сети к соответствующим параметрам ортогональной сети

$$C_{\beta'(1)}^{\beta} = \begin{array}{c|ccccccc} & o_1 & o_2 & o_3 & o_4 & o_5 & o_6 & c_1 \\ \hline a & 1 & & & & & & \\ \hline b & & 1 & & & & & \\ \hline c & & & 1 & & & & \\ \hline d & & & & & 1 & & 1 \\ \hline e & & 1 & & & & & -1 \\ \hline f & 1 & & & 1 & 1 & & 1 \\ \hline d & & 1 & 1 & & & 1 & -1 \end{array} = [C_{o\beta'}^{\beta} C_{c\beta'}^{\beta}]. \quad (3.2)$$

С помощью $C_{\beta'(1)}^{\beta}$ вычисляем матрицу сопротивлений первой подсхемы согласно выражению

$$Z_{\alpha'\beta'(1)} = C_{\alpha'(1)}^{\alpha} Z_{\alpha\beta(1)} C_{\beta'(1)}^{\beta}. \quad (3.3)$$

Разделяя найденную матрицу первой подсхемы на оси замкнутых и

разомкнутых путей токов, записываем ее ортогональные уравнения

$$U_{\alpha'(1)} = Z_{\alpha'\beta'(1)} I_{(1)}^{\beta'} = \begin{bmatrix} U_{o'} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{o'o'} & Z_{o'c'} \\ Z_{c'o'} & Z_{c'c'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{o'} \\ i^{c'} \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Исключив с помощью известной матрицы преобразования

$$C_{\beta''(1)}^{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -Z_{c'c'}^{-1} & Z_{c'o'} \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

из (3.4) токи контуров $i^{c'}$, находим матрицу решения первой подсхемы в виде

$$Z_{\alpha''\beta''(1)} = C_{\alpha'(1)}^{\alpha'} Z_{\alpha'\beta'(1)} C_{\beta''(1)}^{\beta'} = Z_{o'o'} - Z_{o'c'} Z_{c'c'}^{-1} Z_{c'o'}. \quad (3.6)$$

Матрица решения (3.6) является матрицей узловых сопротивлений первой подсхемы. Следовательно, неизвестные напряжения узлов первой подсхемы тогда будут вычисляться по формуле

$$U_{\alpha''(1)} = Z_{\alpha''\beta''(1)} I_{(1)}^{\beta''}. \quad (3.7)$$

Аналогично проводится расчет и для второй подсхемы. Поскольку для данного примера они совершенно одинаковы, то их уравнения и решения идентичны. В общем случае, когда подсхемы различаются, можно записать

$$U_{\alpha''(2)} = Z_{\alpha''\beta''(2)} I_{(2)}^{\beta''}. \quad (3.8)$$

Каждое из уравнений (3.7) или (3.8) можно представить эквивалентной все-узловой цепью. Такая цепь решения первой подсхемы показана на рисунке 3, б в виде звезды сопротивлений, состоящей из шести лучей, между которыми существуют взаимные связи (на рисунке они не обозначены). Обратим внимание еще раз на то, что нижние индексы 1 и 2 у тензоров, записанные в скобках, обозначают или фиксируют только номера подсхем и не имеют отношения ни к рангу, ни к ковариантности этих тензоров.

Следующий шаг состоит в объединении найденных решений подсхем. Для этого вводятся дополнительные переменные и линии связи (ранее разрезанные и отложенные ветви) между подсхемами. В процессе присоединения линий связи появляются замкнутые пути (контур) токов, которые будут проходить через

разрезаемые ветви и через точки заземления подсхем. Очевидно, что число таких замкнутых контуров будет равно числу разрезанных ветвей. Воспользовавшись ортогональной формой записи, составим матричные уравнения для связанной системы в виде

$$\begin{bmatrix} U_o \\ 0 \end{bmatrix}_{(\mu'')} = \begin{bmatrix} Z_{oo} & Z_{oc} \\ Z_{co} & Z_{cc} \end{bmatrix}_{(\mu'' \nu'')} \cdot \begin{bmatrix} I^o \\ i^c \end{bmatrix}_{(\nu'')} , \quad (3.9)$$

где индексы μ'' и ν'' у матриц системы уравнений (3.9) подчеркивают их принадлежность к исходной связанной схеме. При этом столбцовая матрица токов i^c представляет токи, проходящие в разрезаемых ветвях исходной связанной схемы, т.е. $i^c = i^{\nu''}$. Токи, подтекающие со стороны разрезанных ветвей, суммируются с задающими токами узлов подсхем, а результирующие токи определяются по выражению

$$I_{(\Sigma)}^{\beta''} = I^{\beta''} + C_{\nu''}^{\beta''} i^{\nu''} . \quad (3.10)$$

Следовательно, матрицу связанной схемы пока без учета сопротивлений разрезанных ветвей можно записать в виде

$$Z_{\mu'' \nu''}^{\alpha''} = \begin{matrix} o \\ c \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} & Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} C_{\nu''}^{\beta''} \\ C_{\mu''}^{\alpha''} Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} & C_{\mu''}^{\alpha''} Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} C_{\nu''}^{\beta''} \end{bmatrix} . \quad (3.11)$$

Соответственно записывается и матрица напряжений этой схемы

$$U_{\mu''} = \begin{bmatrix} U_{\alpha''} \\ C_{\mu''}^{\alpha''} U_{\alpha''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{\alpha''} \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (3.12)$$

Сопоставляя выражения (3.9) и (3.11), находим равенства:

$$Z_{oo(\mu'' \nu'')} = Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} ; \quad Z_{co} = C_{\mu''}^{\alpha''} Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} ; \quad Z_{oc(\mu'' \nu'')} = Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} C_{\nu''}^{\beta''} ; \quad Z_{cc(\mu'' \nu'')} = C_{\mu''}^{\alpha''} Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} C_{\nu''}^{\beta''} + z_{bb} ,$$

где z_{bb} - сопротивления разрезаемых ветвей. Исключив из (3.9) ток i^c и используя полученные равенства, приходим к решению связанной схемы

$$U_{\mu''} = 1_{\mu''}^{\alpha''} [Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} - Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} C_{\nu''}^{\beta''} (C_{\mu''}^{\alpha''} Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''} C_{\nu''}^{\beta''} + z_{bb})^{-1} C_{\mu''}^{\alpha''} Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''}] \cdot I^{\beta''} . \quad (3.13)$$

Выражение (3.13) соответствует уравнению (2.16). Оно характеризуется тоже тремя тензорами $Z_{\alpha'' \beta''}^{\alpha''}$, $C_{\nu''}^{\beta''}$, $y^{\nu'' \mu''}$, причем последний тензор проводимости

представляет собой инверсию матрицы, записанной в круглых скобках выражения (3.13). Формулы (3.13) и (2.16) отличаются лишь количеством штрихов у индексов тензоров тока и напряжения, поскольку в данном примере было изначально использовано выражение (3.1) и введена для приведения индексов единичная матрица $1_{\mu''}^{\alpha''}$, что не является принципиальным. Более важно, что три тензора $Z_{\alpha''\beta''}$, $C_{\nu''}^{\beta''}$, $y^{\nu''\mu''}$, полученные в результате решения ортогональных уравнений, не связаны с источниками электромагнитного возбуждения исследуемой, как и любой другой схемы, а определяются только их топологией.

Вычисление $Z_{\alpha''\beta''}$, $C_{\nu''}^{\beta''}$, $y^{\nu''\mu''}$ эквивалентно определению обратной матрицы $Z_{\mu''\nu''} = (Y^{\nu''\mu''})^{-1}$, поскольку выражение в квадратных скобках уравнения (3.13) представляет собой матрицу решения исходной схемы в факторизованной форме. Поэтому уравнения (2.16) и (3.13) и называются факторизованными. Однако вычисление матрицы $(Y^{\nu''\mu''})^{-1}$, в явном виде для расчета искомых напряжений полной схемы методом диакоптики не требуется, хотя она при желании или необходимости всегда может быть без особых затруднений определена с помощью трех тензоров: $Z_{\alpha''\beta''}$, $C_{\nu''}^{\beta''}$, $y^{\nu''\mu''}$ и формулы (3.13), а затем применяться для различных целей. Для непосредственного же вычисления искомых значений напряжений $U_{\mu''}$ в любой исследуемой схеме достаточно воспользоваться рядом дополнительных последовательных операций. Число таких операций определяется способом деления исходных схем замещения на подсхемы и многими другими факторами.

3.3 Алгоритмы расчета и особенности их практической реализации

3.3.1 Базовые алгоритмы расчета СЭС по частям

В данном разделе будут представлены два удобных для практики алгоритма расчета сложных СЭС по частям, проиллюстрированные конкретными числовыми примерами. Они полностью реализованы на ЭЦВМ и основаны на методе

узловых напряжений, как наиболее эффективном для анализа и расчета установившихся и переходных режимов, а также токов короткого замыкания (КЗ). Согласно изложенной выше методике и формуле (3.13) для схемы (рисунок 3.2), а также для аналогичных схем любой сложности алгоритм определения $U_{\mu''}$ можно свести к следующим шагам:

- 1) рассчитываются напряжения отдельных подсистем $U_{\alpha''} = Z_{\alpha''\beta''} I^{\beta''}$;
- 2) определяются контурные сопротивления $z_{\mu''\nu''} = C_{\mu''}^{\alpha''} Z_{\alpha''\beta''} C_{\nu''}^{\beta''} + [z_{bb}]_{\mu''\nu''}$;
- 3) рассчитываются ЭДС в линиях связи подсистем $e_{\mu''} = -C_{\mu''}^{\alpha''} U_{\alpha''}$;
- 4) определяются токи в линиях (ветвях) связи $i^{\nu''} = (z_{\mu''\nu''})^{-1} e_{\mu''} = y^{\nu''\mu''} e_{\mu''}$;
- 5) определяются дополнительные токи в подсистемах $\Delta I^{\beta''} = C_{\nu''}^{\beta''} i^{\nu''}$;
- 6) определяются напряжения от $\Delta I^{\beta''}$ в подсистемах $\Delta U_{\alpha''} = Z_{\alpha''\beta''} \Delta I^{\beta''}$;
- 7) находятся результирующие напряжения $U_{\mu''} = 1_{\mu''}^{\alpha''} (U_{\alpha''} + \Delta U_{\alpha''})$.

Приведенный вычислительный алгоритм автоматически распространяется на схемы замещения разветвленных СЭС и сложных ЭТК, если они расчленяются на связанные подсхемы, когда в каждой из них имеют место общие точки, например, заземленные нейтралы элементов СЭС. Его целесообразно называть базовым, поскольку все шаги данного алгоритма и возможные другие вариации или комбинации их, основанные на законах электротехники, широко используются во многих работах [43, 53, 77, 100, 109, 127, 132, 140 и др.].

Новая цель его применения здесь состоит в соединении с ним новых процедур, повышающих эффективность разрабатываемых программных продуктов, позволяющих автоматически формировать промежуточные и результирующие матрицы преобразования и решения сложных систем, вводить вспомогательные двойственные переменные и использовать обратимые преобразования, опираясь на теорию ортогональных сетей.

В таблице 1 приведены два базовых алгоритма расчета по частям сложных схем замещения СЭС с учетом их особенностей. Первый из алгоритмов, уже представленный выше, предусматривает деление схем замещения на связанные

подсхемы, имеющие общие точки, а также когда в каждой из них присутствуют трехфазные элементы СЭС, нейтрали которых заземлены. Во втором алгоритме осуществляется деление схем на изолированные подсхемы, когда заземленные точки в подсхемах отсутствуют (нейтрали изолированы). К таким системам относится обширный класс электрических схем замещения, включающих ЛЭП, многообмоточные трансформаторы, электрические машины, устройства автоматического регулирования и т. д. Хотя такие схемы СЭС кажутся более простыми, их расчет по частям осложняется необходимостью вычисления разности между абсолютными потенциалами разных подсхем.

Первый алгоритм гораздо проще реализуется и чаще применяется на практике. Он является частным случаем второго, требующего введения новых дополнительных шагов на отдельных этапах приведенной в разделе 3.2.2 методики расчета по частям. Шаги вычислений по обоим алгоритмам представлены в Таблице 1. Оба алгоритма реализованы в разработанных программных продуктах. Рассмотрим особенности методики расчета сложных СЭС по частям с помощью второго алгоритма, сравнивая ее этапы с методикой расчета для случая связанных подсхем.

Таблица 1. Алгоритмы расчета СЭС по частям

Шаги для связанных подсхем	Шаги для изолированных подсхем
1. $U_{\alpha''} = Z_{\alpha''\beta''} I^{\beta''}$;	1. $U_{\gamma''} = Z_{\gamma''\delta''} I^{\delta''}$,
2. $z_{\mu''\nu''} = C_{\mu''}^{\alpha''} Z_{\alpha''\beta''} C_{\nu''}^{\beta''} + [z_{bb}]_{\mu''\nu''}$;	2. $Z_{\mu'v'} = C_{\mu'}^{\gamma''} Z_{\gamma''\delta''} C_{v'}^{\delta''} = \begin{bmatrix} Z_{oo} & Z_{oc} \\ Z_{co} & Z_{cc} \end{bmatrix}_{\mu'v'}$,
3. $e_{\mu''} = -C_{\mu''}^{\alpha''} U_{\alpha''}$;	3. $e_{\mu'} = -C_{\mu'(c)}^{\gamma''} U_{\gamma''} - (Z_{co})_{\mu'v'} I^{v'}$,
4. $i^{\nu''} = (z_{\mu''\nu''})^{-1} e_{\mu''} = y^{\nu''\mu''} e_{\mu''}$;	4. $i^{v'} = (Z_{cc})_{\mu'v'}^{-1} e_{\mu'}$,
5. $\Delta I^{\beta''} = C_{\nu''}^{\beta''} i^{\nu''}$;	5. $\Delta I^{\delta''} = C_{v'(o)}^{\delta''} I^{v'} + C_{v'}^{\delta''} i^{v'}$,
6. $\Delta U_{\alpha''} = Z_{\alpha''\beta''} \Delta I^{\beta''}$;	6. $\Delta U_{\gamma''} = Z_{\gamma''\delta''} \Delta I^{\delta''}$,
7. $U_{\mu''} = 1_{\mu''}^{\alpha''} (U_{\alpha''} + \Delta U_{\alpha''})$.	7. $U_{\mu''} = 1_{\mu''}^{\gamma''} (U_{\gamma''} + \Delta U_{\gamma''})$,
	8. $\Delta U_{\mu'} = C_{\mu'(o)}^{\gamma''} U_{\gamma''} + (Z_{oo})_{\mu'v'} I^{v'} + (Z_{oc})_{\mu'v'} i^{v'}$,
	9. $U_{\mu} = 1_{\mu}^{\mu''} (U_{\mu''} + 1_{\mu''}^{\mu} \Delta U_{\mu'})$.

Новая методика включает следующие этапы:

1. Схема замещения исходной СЭС разделяется на p частей с учетом заданных условий или ограничений (то же и для связанных подсхем).

2. Разрезанные ветви связи между подсхемами временно удаляются (то же и для связанных подсхем).

3. В одной из подсхем выбирается и условно заземляется точка (желательно не узел с заданным током), в которой абсолютное значение потенциала принимается равным нулю (для связанных подсхем такие заземленные точки существуют в каждой из них). Заметим, что искусственно созданное заземление только в одной, произвольно выбранной подсхеме, затем не разделяется на p частей при расчленении исходной схемы, как это имело место при расчете связанных подсхем.

4. В остальных $(p-1)$ подсхемах временно заземляется по одному узлу, к которым согласно исходной схеме приложены задающие токи. Цель введения таких заземлений в каждой из подсхем заключается в том, чтобы максимально использовать методику и шаги первого алгоритма, предназначенного для расчета схем, разделяемых на связанные подсхемы. Заземление $(p-1)$ узлов (по одному узлу в каждой из подсхем) позволяет приравнять нулю напряжения U_N в этих узлах, а также исключить временно из рассмотрения $(p-1)$ заданных токов I^N исходной схемы, называя их условно токами нагрузки. Если предположить, что в исходной схеме всего n узлов и она разделяется на p подсхем, то число токов, оставшихся в измененных подсхемах после исключения токов I^N , будет равным $(n-p+1)$. В отличие от токов I^N их можно условно называть генераторными токами I^G .

5. Составляются и обращаются матрицы узловых проводимостей $Y^{\delta''\gamma''}$ преобразованных подсхем и формируются квазидиагональные матрицы узловых сопротивлений $Z_{\gamma''\delta''} = (Y^{\delta''\gamma''})^{-1}$ (для связанных подсхем соответственно $Y^{\beta''\alpha''}$ и $Z_{\alpha''\beta''} = (Y^{\beta''\alpha''})^{-1}$).

6. Реализуется первый шаг вычислений по алгоритмам (Таблица 1) и

определяются напряжения узлов $U_{\gamma''} = Z_{\gamma''\delta''} I^{\delta''}$ (для связанных подсхем $U_{\alpha''} = Z_{\alpha''\beta''} I^{\beta''}$). Введением новых индексов γ и δ подчеркивается, что параметры, обозначенные этими индексами, относятся к изолированным подсхемам и что в искусственно измененных подсхемах на этом шаге вычисляются напряжения узлов только от действия генераторных токов I^G .

Существенные различия между двумя алгоритмами начинаются со второго шага, предусматривающего вычисление параметров $(p+1)$ -схем или так называемых цепей пересечений. Цепью пересечений исследуемой схемы будем называть фрагмент ее, содержащий все разрезаемые ветви, связывающие подсхемы, узлы всех подсхем, связанные с разрезаемыми ветвями (линиями связи), и ветви решения подсхем, примыкающие к этим узлам. Основные вопросы и обоснование метода расчета по частям непосредственно связаны с построением и интерпретацией этой дополнительной $(p+1)$ -схемы, а также с определением ее матриц $C_{\nu''}^{\beta''}$ $z_{\mu''\nu''}$ на втором и ЭДС $e_{\mu''} = -C_{\mu''}^{\alpha''} U_{\alpha''}$ на третьем шаге алгоритма.

3.3.2 Математическая модель формирования матриц преобразования и топология объединения решений связанных подсхем

Основные этапы формирования результирующей матрицы преобразования $C_{\nu''}^{\beta''}$ подробно рассмотрены в [53, 64]. Ее аналитически можно определить последовательным произведением трех функционально отличающихся матриц преобразования $C_{\nu''}^{\beta''} = C_{\nu''(1)}^{\beta''} C_{\nu''(2)}^{\beta''} C_{\nu''(3)}^{\beta''}$. Первая из этих матриц исключает из матриц узловых сопротивлений подсхем элементы, не относящиеся к линиям связи. Ее порядок $(n \times m)$, где n – количество строк (независимых узлов схемы) и m – количество столбцов (узлов схемы, связанных с линиями связи). Вторая матрица восстанавливает линии связи. Количество ее строк равно m - числу узлов исходной схемы, к которым присоединяются линии связи, а количество столбцов - удвоенному количеству разрезанных ветвей $2b$, поскольку ток в линиях разреза

связан с обоими узлами их примыкания, но имеет разные знаки относительно этих узлов. Третья матрица, имеющая порядок $(2b \times b)$, осуществляет функцию объединения фрагментов p подсхем в дополнительную $(p+1)$ схему (цепь пересечений). В каждом столбце ее содержится два ненулевых элемента, причем можно принять, что один из них равен $+1$, если ток разрезаемой ветви подтекает к узлу, а второй соответственно -1 , если ток оттекает от узла. Следовательно, результирующая матрица преобразования $C_{\nu}^{\beta''}$ имеющая порядок $(n \times b)$, топологически выполняет функцию соединения фрагментов подсхем и отражает все связи между p подсхемами и новой $(p+1)$ схемой или цепью пересечений, которая является эквивалентом полной исследуемой схемы, ее миниатюрной копией, описываемой меньшим числом двойственных независимых переменных со стороны b разрезанных ветвей. Матрица $C_{\mu}^{\alpha''}$ является транспонированной к $C_{\nu}^{\beta''}$. Если первоначальный расчет проводится методом узловых напряжений, то двойственными переменными будут контурные токи в ветвях связи и, наоборот, если сначала расчет проводится методом контурных токов, то двойственными переменными будут напряжения пар узлов. Особым признаком эквивалентности исходной нерасчлененной схемы и цепи пересечений является то, что дифференциальные операторы обеих схем имеют одинаковый порядок при расчете переходных процессов, определении собственных значений и собственных векторов, а также корней характеристического уравнения. Нетрудно видеть, что матрица $C_{\nu}^{\beta''}$, являющаяся неотъемлемой частью решения сложных систем по частям, содержит в себе значительное количество нулевых строк и сильно разрежена, поскольку суммарное число независимых узлов исходной схемы существенно превышает число разрезаемых ветвей. Если бы все узлы ее были бы связаны друг с другом разрезаемыми ветвями, то метод диакоптики не имел бы смысла. Исключив из $C_{\nu}^{\beta''}$ все нулевые строки, можно получить новую упрощенную матрицу соединения подсхем, которая без затруднений составляется с помощью модели связи подсхем, представляющей собой фрагмент эквивалента (цепи пересечений) полной системы. И хотя в реализованном в данной работе

программном обеспечении матрица $C_{v''}^{\beta''}$ не используется для определения матрицы $z_{\mu''v''}$ из диагональной матрицы подсхем $Z_{\alpha''\beta''}$, она играет существенную роль в теоретических выкладках, поскольку отражает связи между дополнительной $(p+1)$ схемой и всеми p подсхемами, позволяя преобразовывать напряжения $U_{\alpha''}$ и токи $I^{\beta''}$ при переходе от подсхем к цепи пересечений и выполнять обратное преобразование. Ценно то, что любые произведения ее на другие матрицы сводятся к простейшим операциям перекодирования.

На рисунке 3.4 представлены (условно в форме многополюсников) три подсхемы С-1, С-2 и С-3, на которые разделяется схема замещения одного из рассчитываемых в работе фрагментов Чувашской энергосистемы. Для него выполнены расчеты токов КЗ методом диакоптики с помощью реализованной программы DIANSW. На рисунке 3.4 показаны только те пронумерованные узлы (шины) рассматриваемого фрагмента, которые связываются линиями, разрезаемыми в процессе расчета. Они тоже пронумерованы в соответствии с исходными данными общей топологической модели энергосистемы. Образованную таким образом схему удобно называть моделью связи подсхем. В ней каждая из трех подсхем имеет свои заземленные точки, которые на модели связи не обозначены.

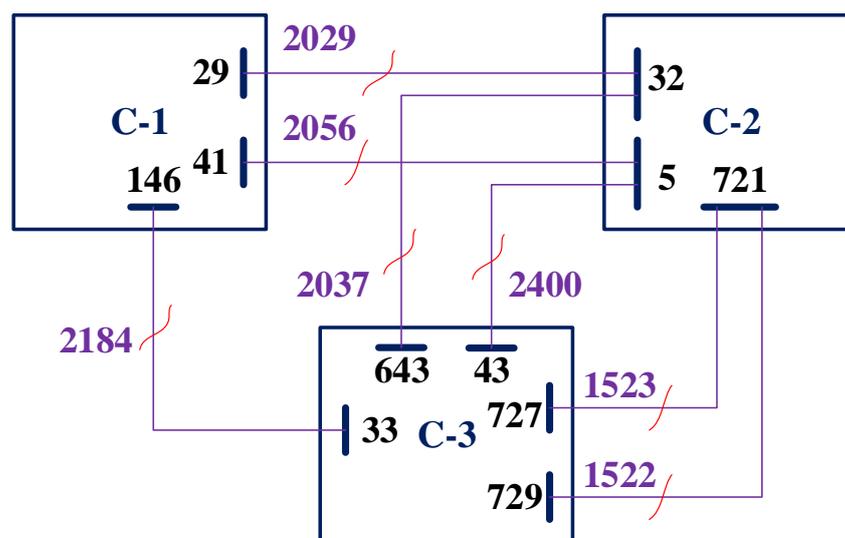


Рисунок 3.4 - Модель связи подсхем при расчленении фрагмента сети на три части

Пользуясь моделью связи подсхем можно представить матрицу $C_{v''}^{\beta''}$, исключив ее нулевые строки, в упрощенной форме:

$$C_{v''(y)}^{\beta''} = \begin{array}{c|cccccccc} & 2029 & 2037 & 2056 & 2400 & 2184 & 1572 & 1573 \\ \hline 29 & 1 & & & & & & \\ \hline 41 & & & 1 & & & & \\ \hline 146 & & & & & 1 & & \\ \hline 32 & -1 & -1 & & & & & \\ \hline 5 & & & -1 & -1 & & & \\ \hline 721 & & & & & & -1 & -1 \\ \hline 643 & & 1 & & 1 & & & \\ \hline 43 & & & & & -1 & & \\ \hline 33 & & & & & & & \\ \hline 727 & & & & & & 1 & \\ \hline 729 & & & & & & & 1 \end{array}$$

и сформулировать простое правило ее составления. Столбцы матрицы $C_{v''(y)}^{\beta''}$, соответствующие разрезаемым линиям связи, перечисляют узлы, которые эти линии связи соединяют в исходной схеме. Знаки перед единичными коэффициентами принимаются по соглашению, как и для матрицы $C_{v''}^{\beta''}$.

3.3.3 Формирование и обращение матрицы контурных сопротивлений дополнительной $(p+1)$ схемы

На первом шаге алгоритма (таблица 1) определяются независимо друг от друга матрицы узловых сопротивлений (матрицы решения) $Z_{\alpha''\beta''(k)}$ каждой отдельной k -подсхемы. Они вычисляются любым эффективным способом обращения матриц узловых проводимостей $(Y_{(k)}^{\beta''\alpha''})^{-1} = Z_{\alpha''\beta''(k)}$. Упрощенную модель полученного уравнения решения $U_{\alpha''(k)} = Z_{\alpha''\beta''(k)} I_{(k)}^{\beta''}$ любой из подсхем удобно интерпретировать графическим эквивалентом (подобным рисунку 3.3, б) в виде «звезды» заземленных сопротивлений, собственные и взаимные импедансы которых являются элементами матриц решения $Z_{\alpha''\beta''(k)}$. Из матриц решения подсхем составляется результирующая диагональная матрица $Z_{\alpha''\beta''}$, состоящая из p блоков, и общее уравнение решения подсхем $U_{\alpha''} = Z_{\alpha''\beta''} I_{\beta''}$. Рассчитанная

совокупность подсхем в виде графических эквивалентов может объединяться множеством линий связи любым способом в различные новые схемы, которые отличаются лишь числом линий связи и узлами их присоединения. Для каждой из них, вводя соответствующие линии связи и сохраняя лишь узлы примыкания этих линий, можно получить соответствующую дополнительную $(p+1)$ схему (цепь пересечений). Чтобы от любой новой схемы перейти к совокупности изолированных подсхем, достаточно разорвать линии связи.

Для любой дополнительной $(p+1)$ схемы по правилам преобразования тензоров можно найти с помощью $C_{\nu''}^{\beta''}$ и $U_{\alpha''}$ контурные ЭДС в разрезаемых ветвях схем $e_{\mu''} = -C_{\mu''}^{\alpha''} U_{\alpha''}$ и контурные сопротивления $z_{\mu''\nu''}$. Эти параметры $(p+1)$ схемы определяются на втором и третьем шаге приведенного алгоритма. Далее, составив ее контурные уравнения $e_{\mu''} = z_{\mu''\nu''} i^{\nu''}$, на четвертом шаге алгоритма посредством обращения матрицы контурных сопротивлений можно вычислить токи в разрезаемых ветвях исходной схемы $i^{\nu''} = (z_{\mu''\nu''})^{-1} e_{\mu''} = y^{\nu''\mu''} e_{\mu''}$. Обратим внимание на то, что на первый взгляд уравнения $U_{\alpha''(k)} = Z_{\alpha''\beta''(k)} I_{(k)}^{\beta''}$ и $e_{\mu''} = z_{\mu''\nu''} i^{\nu''}$ как будто по форме являются контурными уравнениями, однако это не так. Первое из них есть решение узловой цепи и ее параметры, обозначенные прописными буквами, не имеют отношения к каким-либо контурам.

Определение $y^{\nu''\mu''}$ - самый важный этап в методе расчета сложных схем по частям. Чтобы строго обосновать возможность вычисления $y^{\nu''\mu''}$ только с помощью тензоров $C_{\nu''}^{\beta''}$ и $Z_{\alpha''\beta''}$ для множества схем, образованных одними и теми же подсхемами, связанными различными способами, необходимо обратиться к ортогональным уравнениям этих нерасчлененных схем. Вводя в подлежащие разрезанию ветви рассчитываемых схем реально существующие неизвестные токи $[i]$, любую из схем можно представить в ортогональной системе координат с расширенным числом переменных. Тогда, опираясь на теорию и уравнения решения ортогональных сетей (глава 2), можно предложить удобную методику формирования матрицы $y^{\nu''\mu''}$ на ЭЦВМ. Обозначим ее через $[y_4']$,

воспользовавшись далее для нее, а также для других тензоров и тензорных уравнений простой без индексной формой записи.

На первом этапе в соответствии с предлагаемой методикой решение исходных уравнений состояния $[I]=[Y][U]$ любой нерасчлененной схемы данного множества, определяемое в виде уравнения $[U]=[Z][I]$, представляем в ортогональной системе координат

$$[U']=[Z'][I']=\begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & z_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I \\ i \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

разделив матрицу решения $[Z']$ на оси замкнутых ($[z_4]$) и открытых ($[Z_1]$) путей токов. В общем случае матрица $[Z']$ - несимметрична, так как матрицы $[Z_2]$ и $[Z_3]$, характеризующие связи между подсхемами и дополнительной ($p+1$) схемой, не являются взаимными. Система уравнений (3.14) содержит ($n+b$) неизвестных, поскольку любая исходная схема рассматривается как ортогональная, а вектор тока $[I']$ является составным тензором $[I']=\{[I],[i]\}$. Задача заключается в том, чтобы из уравнений решения изолированных подсхем $[U]=[Z_1][I_1]$ получить уравнения решения для любой из нерасчлененных схем с помощью соответствующей им новой матрицы $[C']$. В отличие от рассмотренной выше матрицы соединения $C_{v''}^{\beta''}$ (обозначим ее через $[C]$), новая матрица $[C']$ преобразует рассчитанные параметры подсхем не в параметры дополнительной ($p+1$) схемы, а в параметры нерасчлененной исходной схемы. Она устанавливает связь между токами $[I']$ и полными (с учетом токов $[i]$) токами $[I_1]$ изолированных подсхем. Полные токи в узлах такой расчлененной схемы очевидно будут равны $[I_1]=[I]+[C][i]=[C'] [I']$. Следовательно, искомая матрица $[C']$ тоже оказывается составным тензором $[C']=\{[1],[C]\}$ и определяется только с помощью матрицы $[C]=C_{v''}^{\beta''}$.

На втором этапе, рассматривая схему из подсхем в качестве «элементарной» сети, по формулам преобразования тензоров находим с помощью $[C']$ параметры

исследуемой соединенной схемы пока без учета сопротивлений разрезаемых линий связи:

$$[Z'_1] = [C'_t][Z_1][C'] = \begin{array}{c|cc} & o & c \\ \hline o & Z_1 & Z_1 C \\ \hline c & C_t Z & C_t Z C \end{array}, [U'_1] = [C'_t][U] = \begin{array}{c|cc} & o & c \\ \hline o & U & C_t U \\ \hline c & & \end{array}. \quad (3.15)$$

Поскольку в соединенной схеме источники ЭДС отсутствуют, то компонента $C_t U = 0$. ЭДС могут появиться лишь в дополнительной $(p+1)$ схеме и будут равны $[e] = -[C][Z_1][I]$. Сравнивая выражения для матриц $[Z']$ согласно формулам (3.14) и (3.15), находим соотношения: $[Z_1][C] = [Z_2]$, $[C_t][Z_1] = [Z_3]$, $[C_t][Z_1][C] = [z_4]$, раскрывающие ключевую роль матрицы преобразования $[C]$). Она позволяет по выражению $[z'_4] = [C_t][Z_1][C] + [z_b]$ построить миниатюрную копию сложной схемы, расчлененной на p подсистем, найти путем преобразования $[Z_1]$ матрицы $[Z_2]$ и $[Z_3]$, определяющие связи дополнительной $(p+1)$ схемы с подсистемами, а также составить матрицу $[C']$, позволяющую преобразовать параметры изолированных подсистем в нерасчлененные или соединенные схемы. Поскольку число строк и столбцов несингулярной матрицы $[z_4] = [C_t][Z_1][C]$, равно количеству разрезаемых ветвей, то к ней можно согласованно прибавить матрицу этих ветвей и сформировать контурные уравнения дополнительной $(p+1)$ схемы в виде $[e] = ([z_4] + [z_b])[i] = [z'_4][i]$. Решением полученного уравнения будет выражение $[i] = [z'_4]^{-1}[e]$, которое соответствует формуле четвертого шага рассматриваемого алгоритма, записанной в индексной форме, где $(z_{\mu''\nu''})^{-1} = [z'_4]^{-1} = [y'_4]$.

Вычисление матрицы $[z'_4]$ по выражению $[z'_4] = [C_t][Z_1][C] + [z_b]$ путем прямого выполнения операций перемножения на ЭЦВМ неудобно. Однако, принимая во внимание свойства тензора $[C]$, можно предложить эффективный способ непосредственного составления матрицы $[z'_4]$ и соответствующий ему алгоритм, реализуемый на ЭЦВМ. Он основывается на анализе свойств матриц преобразования и топологических закономерностей операций с ними,

установленных в [53] При этом для формирования элементов матриц $z_{\mu''\nu''}$ достаточно воспользоваться моделью связи или соединения подсхем (подобной рисунку 3.4) и рассчитанными элементами матрицы $[Z_1]$. Поскольку каждая строка и столбец $z_{\mu''\nu''}$ соотносятся с ветвями связи, которые примыкают к определенным узлам исходной схемы, то любой диагональный элемент ее $Z_{j''j''}$ будет равен сумме собственных узловых сопротивлений тех узлов двух подсхем, которые связываются данной ветвью, плюс сопротивление самой ветви связи. Например, диагональный элемент, относящийся к ветви 2400 между узлами 5 и 43 (рисунок 3.4), будет равен $Z_{2400,2400} = Z_{5,5} + Z_{43,43} + z_{2400}$, где $Z_{5,5}$ и $Z_{43,43}$ – собственные узловые сопротивления соответствующих узлов, z_{2400} – сопротивление данной ветви связи. В общем случае, если разрезаемые ветви обозначить латинскими буквами, узлы – греческими, а подсхемы p различать «штрихами», то диагональные элементы матрицы $z_{\mu''\nu''}$ определяются выражением $Z_{jj} = Z_{\lambda\lambda} + Z_{\lambda'\lambda'} + z_j$.

Недиагональные элементы Z_{ij} , определяемые из анализа взаимного влияния разрезаемых ветвей i и j друг на друга, будут вычисляться по трем вариантам общих формул. Если ветвь j соединяет узлы λ и λ' подсхем p и p' , а ветвь i узел δ подсхемы p с узлом δ'' подсхемы p'' , то элемент $Z_{ij} = Z_{\delta\lambda}$, где $Z_{\delta\lambda}$ является взаимным сопротивлением, соответствующим узлам λ и δ подсхемы p . Если ветвь j соединяет узлы λ и λ' подсхем p и p' , а ветвь i узлы δ и δ' тех же подсхем, то элемент $Z_{ij} = Z_{\delta\lambda} + Z_{\delta'\lambda'}$, где $Z_{\delta\lambda}$ – недиагональный элемент матрицы узловых сопротивлений подсхемы p , а $Z_{\delta'\lambda'}$ – подсхемы p' . Если все четыре узла, ограничивающие ветви i и j , принадлежат различным подсистемам, то элемент $Z_{ij} = 0$. В модели связи подсхем (рисунок 3.4) нулевые элементы отсутствуют. При составлении матрицы $z_{\mu''\nu''}$ важно соблюдать соглашение о знаках. Для взаимных элементов они определяются выбором положительных направлений токов в разрезаемых ветвях i и j по отношению к узлам λ , δ и λ' , δ' . Если направления

токов совпадают, то $Z_{\delta\lambda}$ принимается со своим знаком, в противном случае меняется на противоположный. Данный алгоритм используется в программных продуктах, применяемых в работе.

Обращение матрицы $z_{\mu''\nu''}$ можно осуществить тем же способом, что и матриц $(Y_{(k)}^{\beta''\alpha''})^{-1}$ или представить в факторизованной форме, то есть без определения $y^{\nu''\mu''}$ в явном виде. Факторизованная обратная таблица составляется методом разделения матрицы $z_{\mu''\nu''}$ на блоки и имеет принципиальное преимущество только при расчете метасистем [64]. Однако, в общем случае метод обращения матриц разделением их на блоки при решении сложных систем менее эффективен по сравнению с методом диакоптики, поскольку при разделении матриц приходится выполнять значительное число матричных произведений, а все операции начинать с составления уравнений состояния исходной схемы [64, 153]. В методе же диакоптики расчет начинается с расчленения схемы замещения (графа, модели), а произведения на матрицы типа $C_{\nu''}^{\beta''}$ заменяются на операции сложения и перестановки строк и столбцов. Дальнейший расчет по первому алгоритму очевиден.

Во многих работах по диакоптике, отмеченных в предыдущих главах и разделах, предложены различные эффективные вычислительные приемы и процедуры, а также алгоритмы, расширяющие области применения комплексных методов исследования, проектирования и автоматизации сложных объектов и устройств различного назначения. Дать содержательную оценку им всем в работе не представляется возможным.

3.3.4 Математическая модель формирования матриц преобразования и топология объединения решений изолированных подсхем

На втором шаге второго алгоритма для случая изолированных подсхем (Таблица 1) требуются дополнительные преобразования и шаги. Дело в том, изолированные подсхемы имеют разные абсолютные потенциалы узлов и между

подсхемами существует разность потенциалов. Из-за этого они являются зависимыми, а действительная матрица их решения не является квазидиагональной. Наличие этой зависимости вызывает трудности в расчете исходной схемы по частям. Чтобы ее обойти, Крон рекомендует воспользоваться топологическими средствами с помощью построения гипотетических (искусственных) схем и изменения систем координат на основе применения ортогональных уравнений, позволяющих выполнять прямые и обратные преобразования.

Способы построения таких схем лучше всего рассмотреть на наглядном и не сложном примере. дополнительной $(p+1)$ схемы. Предположим, что исходная разветвленная схема, рассчитываемая методом диакоптики, расчленяется на четыре изолированные подсхемы A, B, C, D (рисунок 3.5, а).

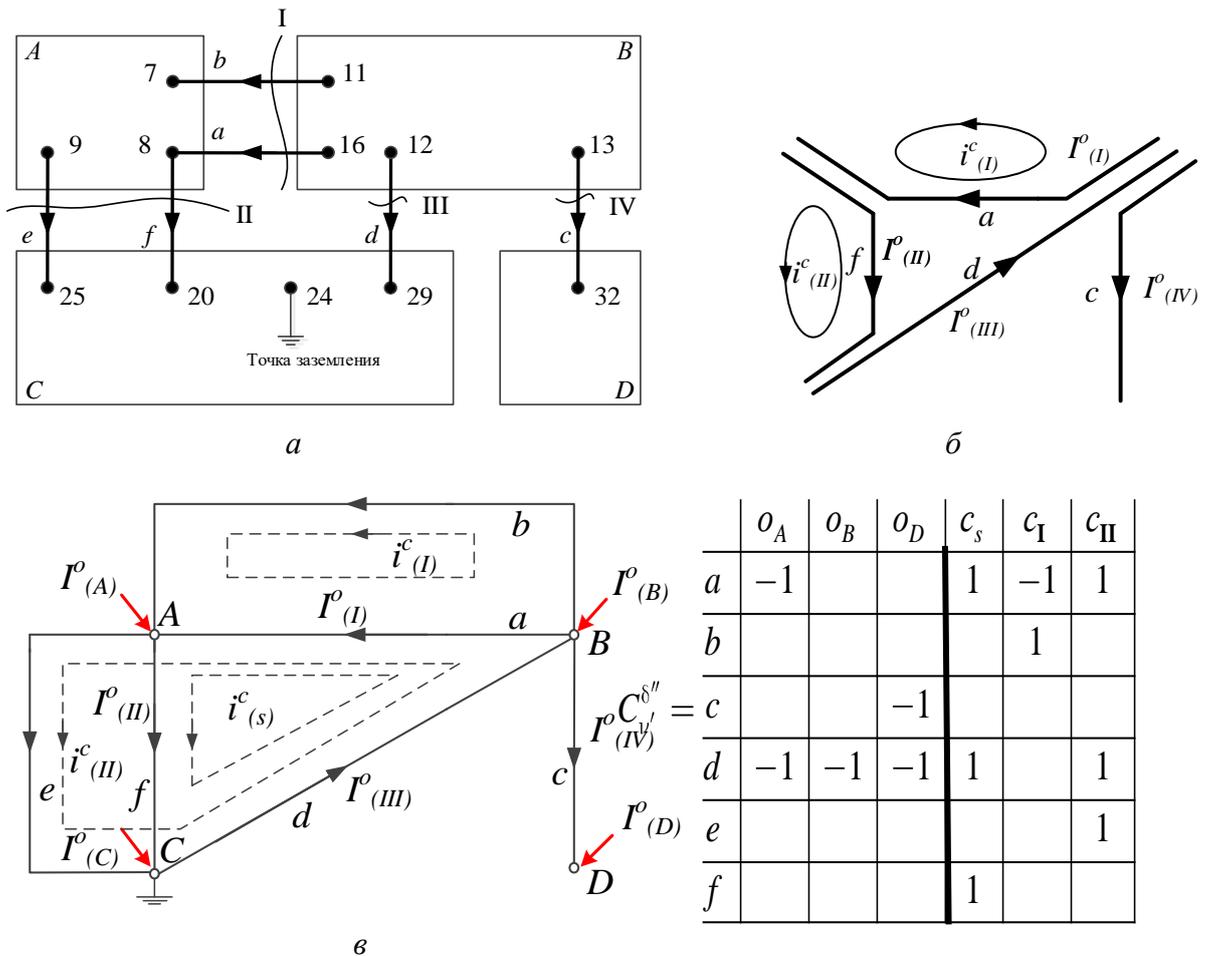


Рисунок 3.5 - Построение модели связи изолированных подсхем: а - подсхемы и линии связи; б – условная модель связи; в – ортогональная модель связи изолированных подсхем

В подсхеме C по предложенной выше методике произвольно выбирается и заземляется одна из точек, например, точка или узел 24. Его можно назвать базисным узлом. Кроме этого в каждой из остальных подсхем временно заземляется один из узлов (всего 3 узла с токами I^N). Напряжения U^N в этих трех узлах принимаются равными нулю. На рисунке 3.5, а показаны 6 разрезаемых линий связи между подсхемами, обозначенные латинскими буквами, а также 11 узлов, отмеченные арабскими цифрами, к которым примыкают эти линии связи подсхем. Там же обозначены линии разрезов в 4 сечениях, пронумерованных римскими цифрами. Под сечением следует понимать линию, пересекающую все ветви связи между двумя подсхемами. Каждая из подсхем в общем случае может содержать произвольное число узлов и ветвей. Фрагмент, состоящий из линий связи и узлов, к которым они примыкают, представляет собой дополнительную гипотетическую $(p+1)$ схему (цепь пересечений). Она являлась бы действительной миниатюрной копией исходной схемы, если бы в каждой из подсхем реально существовала хотя бы одна заземленная точка.

Дальнейшие шаги поиска решения реальной схемы будут связаны с преобразованиями, исключающими из рассмотрения искусственные заземления, а также с операциями введения в расчет исключенных токов I^N и напряжений U^N . Поскольку методики расчета для связанных и изолированных подсхем полностью совпадают до второго шага их алгоритмов (Таблица 1), то вводимые преобразования будут касаться, прежде всего, вычисления матриц новой цепи пересечений для изолированных подсхем, но с помощью матриц $z_{\mu,\nu''}$ и $[Z_1]$, полученных для искусственно связанных подсхем. Суть дополнительных преобразований с топологической точки зрения будет сводиться к восстановлению первоначальной схемы и к построению дополнительной субминиатюрной $(p+1)$ схемы или новой цепи пересечений. С этой целью целесообразно применить два дополнительных преобразования, изменяющих матрицу $z_{\mu,\nu''}$, посредством разделения полностью контурной искусственной модели связи подсхем (рисунок 3, а) на две: ортогональную обобщенную или

«суммарную» сеть и на ортогональную сеть с меньшим числом контуров.

На первом этапе осуществляемых преобразований восстанавливается исходная схема устранением временных заземлений узлов подсхем (в нашем примере их всего 3). Для этого каждый из узлов разделяется на несколько точек с различными абсолютными потенциалами. Тогда контурные токи цепи пересечений связной модели (рисунок 3.5, а) становятся узловыми. Далее формируется условная модель связи подсхем (рисунок 3.5, б), на графе которой показаны только токи в сечениях между подсхемами. Число ветвей этой условной модели эквивалентно числу сечений исходной схемы (в рассматриваемом примере имеется всего 4 подсхемы и 4 сечения). В каждом сечении осуществляется разделение токов на ламинарные и соленоидальные токи. В сечениях, состоящих из нескольких ветвей связи, выбирается одна из них в качестве общей или суммарной ветви (например, ветвь a в сечении I) и предполагается, что в общей ветви протекает суммарный ток $I_{(j)}^o$ всех ветвей данного сечения. Ток $I_{(j)}^o$ является узловым. Он протекает из одной, ранее заземленной точки (например, в подсхеме B) к другой заземленной точке (например, в подсхеме A). Токи остальных ветвей любого сечения протекают через свои собственные ветви и общую ветвь, образуя замкнутые контуры или пути соленоидальных токов (например, ток $i_{(1)}^c$ ветви b через ветвь a сечения I). То же самое можно сказать и в отношении ветвей e и f II сечения. Поскольку в III и IV сечениях содержится лишь по одной ветви, то соленоидальные токи отсутствуют. Переход к модели (рисунок 3.5, б) можно выполнить аналитически, воспользовавшись матрицей преобразования $[C_{j1}]$, которая составляется с помощью соотношений для токов сечений. Она всегда квадратная и ее порядок равен $(b \times b)$, где b число разрезаемых ветвей.

$$C_{J_1} = \begin{array}{c|cccccc} & o_I & o_{II} & o_{III} & o_{IV} & c_I & c_{II} \\ \hline a & 1 & & & & -1 & \\ \hline b & & & & & 1 & \\ \hline c & & & & 1 & & \\ \hline d & & & 1 & & & \\ \hline e & & & & & & 1 \\ \hline f & & 1 & & & & -1 \end{array}, \quad C_{J_2} = \begin{array}{c|cccccc} & o_A & o_B & o_D & c_S & c_I & c_{II} \\ \hline o_I & -1 & & & 1 & & \\ \hline o_{II} & & & & 1 & & \\ \hline o_{III} & -1 & -1 & -1 & & & \\ \hline o_{IV} & & & -1 & 1 & & \\ \hline c_I & & & & & 1 & \\ \hline c_{II} & & & & & & 1 \end{array}.$$

Матрица $[C_{J_2}]$, приведенная рядом с $[C_{J_1}]$, преобразует токи модели (рисунок 3.5, б) в токи ортогональной элементарной сети, состоящей только из общих (суммарных) ветвей, по которым условно протекают полные токи каждого из сечений, и p узлов, к которым приложены токи подсхем. Она является фрагментом полной ортогональной модели, представленной для рассматриваемого примера на рисунке 3, в. Число узлов его, к которым приложены токи разомкнутых контуров, равно числу подсхем $p=4$, а число общих ветвей - количеству сечений. Для данного примера - это ветви a, b, d, f и узлы A, B, C, D с токами $I_{(A)}^o, I_{(B)}^o, I_{(C)}^o, I_{(D)}^o$ (рисунок 3.5, в). Ветви b и e в этот фрагмент пока не входят. Матрица $[C_{J_2}]$ состоит из двух частей. Первая из них составляется исходя из соотношений для токов данного фрагмента: $I_{(I)}^o = i_{(s)}^c - I_{(A)}^o$; $I_{(II)}^o = i_{(s)}^c$, $I_{(III)}^o = i_{(s)}^c - I_{(A)}^o - I_{(B)}^o - I_{(D)}^o$; $I_{(IV)}^o = I_{(D)}^o$, а затем дополняется второй частью: двумя столбцами, отражающими соленоидальные токи в замкнутых контурах I и II сечений. Поскольку в подсхеме С базисный узел остается заземленным, то ток $I_{(C)}^o$ исключается из рассмотрения. Произведение матрицы $[C_{J_1}]$ на матрицу $[C_{J_2}]$ определяет искомую матрицу $[C_J] = C_{J'}^{\delta''}$, преобразующую $(p+1)$ схему, построенную для условно связанных подсхем (рисунок 3.5, а) в новую ортогональную модель связи для изолированных подсхем (рисунок 3.5, в). Матрица $[C_J]$ приведена рядом с рисунком 3.5, в.

Новая искусственная $(p+1)$ схема (рисунок 3.5, в) не может (подобно, например, схеме (рис. 3.5, а) для случая связанных подсхем) служить миниатюрной копией и быть эквивалентом для исходной СЭС с единственной

заземленной точкой, поскольку число узлов в ней сокращено. На ней каждая подсхема представляется лишь одним обобщенным узлом, а токи в сечениях подразделяются на две группы: суммарный ламинарный ток $I_{(N)}^o$, протекающий по одной обобщенной ветви, выбранной произвольно из числа разрезаемых ветвей данного сечения, между заземленными точками двух подсхем, и соленоидальные токи $i_{(N)}^c$, циркулирующие в контурах, образованных обобщенными и собственными ветвями соответствующего сечения. Матрица $[C_j] = C_{v'}^{\delta''}$ разделенная на блоки жирной линией, позволяет найти матрицу новой $(p+1)$ схемы или цепи пересечений для случая изолированных подсхем в виде

$$z_{\mu'v'} = C_{\mu'}^{\gamma''} Z_{\gamma''\delta''} C_{v'}^{\delta''} = \begin{array}{c|cc} & o & c \\ \hline o & Z_{oo} & Z_{oc} \\ \hline c & Z_{co} & Z_{cc} \end{array} \Big|_{\mu'v'}$$

Полученное выражение соответствует второму шагу алгоритма (Таблица 1) для изолированных подсхем. Дальнейший ход решения по данному алгоритму очевиден. Однако требуются некоторые пояснения к параметрам его отдельных шагов. Напряжение $U_{\gamma''}$ в его третьем шаге было определено в узлах отдельных подсхем относительно временно заземленных узлов подсхем с учетом только генераторных токов I^G . Ток $I^{v'}$ - это суммарный ток каждой подсхемы, включая и токи временно заземленных узлов. Если в качестве базисного был выбран узел с задающим током, то этот ток не учитывается. Токи $i^{v'}$ представляют токи, циркулирующие в замкнутых контурах модели связи подсхем. Токи $\Delta I^{\delta''}$, вычисляемые на пятом шаге алгоритма, являются дополнительными токами в узлах подсхем при подсоединении разрезаемых ветвей к подсхемам. Напряжения, обусловленные токами $\Delta I^{\delta''}$, определяемые на шестом шаге, обозначены через $\Delta U_{\gamma''}$, а действительные напряжения подсхем относительно временно заземленных узлов как $U_{\mu''}$. Напряжения $\Delta U_{\mu'}$, вычисляемые на восьмом шаге - это напряжения ранее заземленных узлов относительно базисного узла, а $U_{\mu''}$ - искомые напряжения всей схемы.

Заметим, что при практической реализации второго алгоритма на ЭЦВМ, как и в случае связанных систем, целесообразно для формирования матрицы $z_{\mu''\nu''} = [z'']$ применять специальный прием, исключая операции умножения на матрицу преобразования $[C_j] = C_{\nu'}^{\delta''}$, поскольку элементами ее являются нули и единицы. Для этого достаточно иметь рассчитанную матрицу цепи пересечений для условно связанных подсхем $[z']$ и ортогональную модель связи изолированных подсхем. Формирование матрицы $z_{\mu''\nu''} = [z']$ подробно описано в разделе 3.3.3. Матрица $[z'']$ тоже является квадратной и симметричной и ее порядок $(b \times b)$ тоже определяется числом разрезаемых ветвей. Но число этих ветвей равно числу открытых и замкнутых контуров модели связи для случая изолированных подсхем (рисунок 3.5, в). Каждая строка и столбец ее соответствует определенному открытому (o) или замкнутому (c, s) контуру модели. На рисунке 3.5, в их, как и разрезаемых ветвей, всего шесть. Обобщая, можно сформулировать правила составления диагональных и взаимных элементов матрицы $[z'']$ с помощью элементов матрицы $[z']$. Проиллюстрируем их для модели связи, (рисунок 3.5, в), с числом ветвей $b = 6$. Тогда диагональный элемент z_{ss}'' , соответствующий замкнутому контуру s , состоящему из трех ветвей a, d, f будет равен сумме собственных и взаимных элементов всех ветвей, образующих этот контур. Предполагая, что все ветви одинаково ориентированы относительно положительного направления этого контура, имеем

$$z_{ss}'' = z_{aa}' + z_{ad}' + z_{af}' + z_{dd}' + z_{da}' + z_{df}' + z_{ff}' + z_{fa}' + z_{fd}'.$$

Если направление какой-либо ветви другое, то знаки перед взаимными сопротивлениями ее изменяются. Любой недиагональный элемент равен алгебраической сумме собственных сопротивлений ветвей, относящихся к обоим контурам, и взаимных сопротивлений всех ветвей этих же контуров. Когда ориентации ветвей и контуров совпадают сопротивления имеют положительный знак. При несовпадении их знак меняется на противоположный. Взаимный элемент z_{sa}'' между замкнутым контуром s с ветвями a, d, f и открытым контуром A

с ветвями a, d (рисунок 3.5, в) будет

$$z''_{sA} = -z'_{aa} - z'_{ad} - z'_{af} - z'_{dd} - z'_{da} - z'_{df}.$$

Следовательно, для вычисления матрицы $[z'']$ нужно располагать информацией о ветвях дополнительной $(p+1)$ схемы и о положительных направлениях открытых и замкнутых контуров. Она может быть исходной или получена автоматически на ЭЦВМ по алгоритмам [91].

3.4 Приложение теории ортогональных сетей и диакоптики к эквивалентированию сложных СЭС

3.4.1 Способы топологического и функционального расчленения систем

Применение ортогональных уравнений позволяет найти несингулярные матрицы преобразования, играющие роль топологического выражения законов Кирхгофа и открывающие возможность приложения методов тензорного анализа и диакоптики к дискретным электрическим системам. Расчет по частям можно добиться сокращения времени счета, большей точности обращении матриц и облегчения других вычислений на ЭЦВМ. Это наглядно видно уже из решения конкретной схемы, показанной на рисунке 3.2. В случае обычного расчета ее методом узловых потенциалов надо обращать матрицу (12×12) , в то время как в примере потребовалось обращение только одной матрицы (1×1) . Конечно, в данном конкретном примере рациональнее было бы изначально использовать метод контурных токов. Но для сложных схем при составлении их контурных уравнений возникают дополнительные трудности, связанные с преобразованием задающих токов, а также выбором контуров учетом взаимоиндукции между ветвями и многочисленных трансформаторных связей.

Преимущества расчета по частям ярко проявляются при решении сложных или крупномасштабных электрических систем диффузионного типа, которые могут также служить наглядными моделями для многочисленных других физических объектов и систем, представляемыми электрическими схемами

узлового типа, описываемыми уравнениями $I^\beta = Y^{\beta\alpha} U_\alpha$. Разумеется, что решение по частям этих схем, является лишь одним из этапов его. В СЭС каждая подсхема может иметь множество точек заземлений, распределенных источников генерации, нагрузок, которые обычно объединяются, образуя эквивалентные узлы нагрузок, требующие предварительного определения их параметров для установления уравнений состояния подсхем. Важным моментом является и то, что для анализа в условиях эксплуатации в качестве переменных используются не комплексные значения токов и напряжений, а активные мощности и эффективные значения напряжений. Поэтому до расчета по частям требуется предварительный этап подготовки исходных системных и режимных параметров, представления генерирования электрической мощности отрицательными токами, а потребление энергии нагрузками – положительными токами и т.п.

Существуют различные способы топологического и функционального расчленения сложных СЭС. Их выбор диктуется целями расчета. В работе реализован алгоритм автоматического расчленения схем по критерию минимизации объема памяти и времени счета на ЭВМ. Однако, многие современные СЭС представляют собой иерархию нескольких маленьких сетевых компаний и промышленных предприятий с собственной генерацией, стремящихся оптимизировать лишь свои собственные затраты и извлечь максимальную прибыль. Поэтому способ расчленения таких СЭС может диктоваться правом собственности на них при том, что с режимом передачи ЭЭ по СЭС все они тесно связаны. Полезными при расчленении таких СЭС и удалении разрезаемых ветвей являются правила сохранения узлов и контуров, поскольку для узловой сети не исключены случаи, когда к одному и тому же узлу примыкает несколько разрезаемых ветвей. Поэтому желательно стремиться к тому, чтобы суммарное число узлов и контуров при расчленении было равным их количеству в исходной схеме.

Поскольку в методе диакоптики часто повторяется операция вычисления обратных матриц высокого порядка, особенно при исследовании переходных режимов, то важно использовать наиболее эффективные способы их обращения.

Во всех программных продуктах данной работы используется метод двойной факторизации, который в сочетании с методом диакоптики может решать задачи определения параметров режима электроэнергетических систем в реальном времени [9]. В настоящее время при расчете электрических величин методом узловых напряжений на ПЭВМ проблема дефицита оперативной памяти практически снята, поскольку ее модули достигли 2048 Мб. Однако остаются проблемы скорости вычислений и точности обращения матриц. Сравнительный анализ показывает, что время обращения комплексной матрицы узловых проводимостей прямым методом резко возрастает с увеличением ее порядка, определяемого количеством узлов схемы. Так при 1000 узлах оно составляет на ПЭВМ с процессором Pentium IV 1024 Мб порядка 20 с, а с увеличением числа узлов в три раза возрастает до 900 с. Использование двойной факторизации сокращает время обращения матриц тех же самых исследуемых систем соответственно до 0,2 с и 1,5 с. Применение же метода диакоптики делает время расчета этих систем, разделенных на несколько подсистем, исчезающе малым. Надо отметить, что время расчета методом двойной факторизации является нелинейной функцией отношения числа ветвей к числу узлов топологической модели. С ростом этого отношения увеличивается и время счета на ЭВМ.

В данном разделе решается ряд инженерных задач принципиального характера на числовых примерах с использованием усовершенствованных алгоритмов и приемов расчета установившихся и переходных режимов методом диакоптики.

3.4.2 Эквивалентирование схем замещения СЭС при моделировании

Наиболее полно вопросы теории эквивалентирования и упрощения электрических систем изложены в [56, 101, 124]. Одним из требований к эквиваленту является его физическое подобие оригиналу. Однако в случаях применения эквивалентов при математическом моделировании такое подобие не является обязательным и критерием соответствия математической модели

является подтверждение того, что она правильно отражает явления и процессы, происходящие в оригинале. Это имеет место, если система уравнений эквивалента носит тензорный характер, а наличие матриц группы преобразований обеспечивает корректность применения эквивалента в различных системах координат. Применим полученные выше тензорные соотношения к процедуре априорного метода параметрического эквивалентирования разветвленных СЭС, используя метод диакоптики. Все преобразования проиллюстрируем на примере конкретной СЭС. Граф ее схемы замещения показан на рис.3.6. Схема состоит из трех одинаковых фрагментов. Она электрически возбуждена. К ряду ее узлов приложены задающие токи.

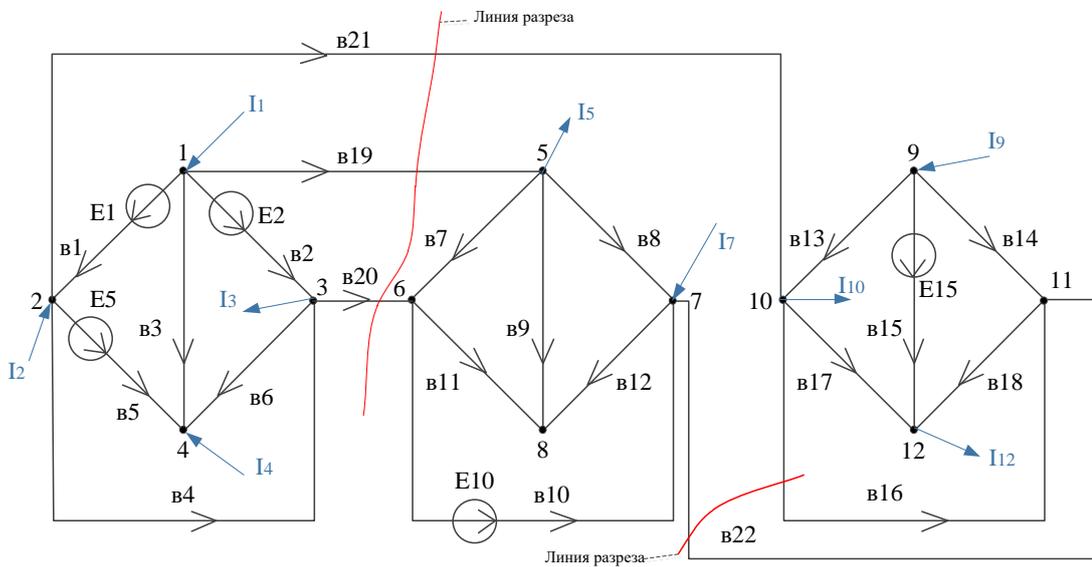


Рисунок 3.6 - Граф схемы замещения разветвленной СЭС

Значения этих токов и номера узлов их приложения представлены матрицей

$$[J_6] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Верхняя строка ее перечисляет номера узлов схемы, а в нижней строке представлены числовые значения приложенных к узлам токов (в амперах). ЭДС, включенные в отдельные ветви схемы, задаются матрицей, первая строка которой нумерует ветви, а вторая – численные значения приложенных ЭДС (в вольтах)

$$[E_6] = \begin{bmatrix} \mathbf{v1} & \mathbf{v2} & \dots & \mathbf{v5} & \dots & \dots & \mathbf{v10} & \dots & \dots & \mathbf{v15} & \dots & \mathbf{v22} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Фрагменты соединяются линиями связи: v_{19} , v_{20} , v_{21} , v_{22} . Сопротивления всех ветвей и линий связи в примере принимаются равными 1 Ом.

Воспользуемся методом расчета исходной схемы по частям и расчленим ее на три части линиями разреза, как показано на рисунке 3.6. Разрезанные ветви отложим временно в сторону, образовав тем самым три изолированных и топологически идентичных подсхемы и четыре отдельные ветви. Задача состоит в том, чтобы осуществить замену отдельных подсхем некоторыми эквивалентными схемами замещения, которые бы содержали полную информацию о них, но только со стороны разрезанных ветвей. Построим, отвлекаясь временно от электрических параметров возбуждения, топологические модели для образованных подсхем или фрагментов, определив матрицы решения для этих моделей, сохраняя в эквивалентных подсхемах число и нумерацию узлов соответствующих фрагментов. Топологические модели не зависят от источников возбуждения и будут представлять собой графы, состоящие из трех лучей типа «звезды». Они показаны на рисунке 3.7.

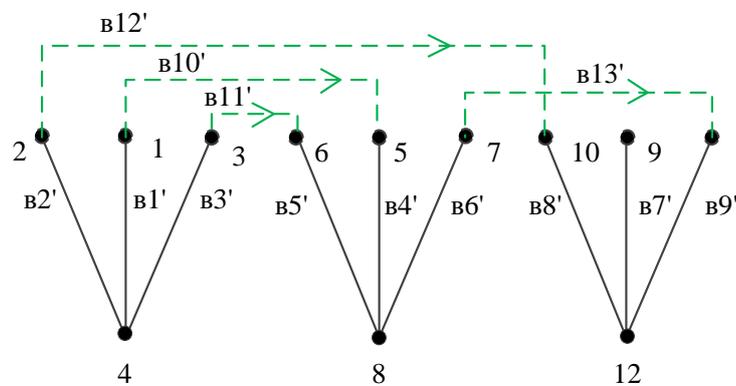


Рисунок 3.7 - Топологическая модель решения разветвленной схемы

Импедансы ветвей (лучей) модели являются элементами матриц узловых сопротивлений (см подраздел 3.2.2) и взаимосвязаны друг с другом. Пунктирными линиями показаны линии связи (разрезаемые ветви). Обратим внимание, что для эквивалентной модели введена новая нумерация всех ветвей, включая и ветви связи (v_{10}' , v_{11}' , v_{12}' , v_{13}'). Эту модель, полученную путем сохранения числа узлов исходной схемы, можно назвать электрическим эквивалентом ее тогда, когда узловая матрица каждого фрагмента исходной

схемы равна соответствующей узловой матрице эквивалентной подсхемы оригинала, т. е.

$$[Y_y]_{m\Phi} = [Y_y]_{m\mathcal{E}} = [A] [Y_\mathcal{E}] [A]_t = \begin{array}{c|ccc} y & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & 3 \end{array}.$$

Важно отметить, что схема на рисунке 3.7 является эквивалентной только относительно узловых токов, но не источников ЭДС ветвей. Поскольку все m -фрагменты и подсхемы эквивалентов идентичны, то будут равны и матрицы их решений или узловых сопротивлений

$$[Z_{y1}]_{1\mathcal{E}} = [Z_{y2}]_{2\mathcal{E}} = [Z_{y3}]_{3\mathcal{E}} = [Y_y]^{-1}_{1\mathcal{E}} = \begin{array}{c|ccc} y & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0,5 & 0,25 & 0,25 \\ 2 & 0,25 & 0,5 & 0,25 \\ 3 & 0,25 & 0,25 & 0,5 \end{array}.$$

Следовательно, квазидиагональная матрица решений эквивалентной схемы с учетом сопротивлений разрезанных ветвей будет равна

e	$e1'$	$e2'$	$e3'$	$e4'$	$e5'$	$e6'$	$e7'$	$e8'$	$e9'$	$e10'$	$e11'$	$e12'$	$e13'$
$e1'$	0,5	0,25	0,25										
$e2'$	0,25	0,5	0,25										
$e3'$	0,25	0,25	0,5										
$e4'$				0,5	0,25	0,25							
$e5'$				0,25	0,5	0,25							
$e6'$				0,25	0,25	0,5							
$e7'$							0,5	0,25	0,25				
$e8'$							0,25	0,5	0,25				
$e9'$							0,25	0,25	0,5				
$e10'$										1			
$e11'$											1		
$e12'$												1	
$e13'$													1

Составлением матрицы $[Z_y]_{\mathcal{E}}$ завершается построение эквивалентной модели исследуемой схемы. Она является узловой сетью с заданными узловыми токами и состоит из 13 ветвей и 12 узлов, включая ветви соединения подсхем. Эта модель применима для анализа исходной сети с теми же 12 узлами и 22 ветвями. В эквивалентной модели всего 2 замкнутых контура, в то время как в исходной сети их 11. Следовательно, для ее решения в дальнейшем целесообразно

воспользоваться контурным методом, как и при расчете цепи пересечений. Однако при расчетах эквивалентных моделей необходимо учитывать следующие обстоятельства. Матрица соединений (узел – ветвь) $[A]_{\mathcal{E}}$ каждой подсхемы (рисунок 3.6) является единичной матрицей, поскольку с каждым узлом в эквивалентной модели связана лишь одна единственная ветвь. Из этого условия следует, что $[Y_{\mathcal{E}}]_{\mathcal{E}} = [Y_y]_{\mathcal{E}} = [Y_y]_{\Phi}$. В общем случае матрица $[A]$ связывает напряжения узлов $[U_y]$ и напряжения на зажимах ветвей $[U_{\mathcal{E}}]$ любой схемы известным соотношением

$$[A] [Z_{\mathcal{E}}]^{-1}([U_{\mathcal{E}}] + [E_{\mathcal{E}}]) = 0,$$

из которого вытекает равенство

$$[Y_y] [U_y] = - [A] [Z_{\mathcal{E}}]^{-1}[E_{\mathcal{E}}].$$

Поэтому левая часть последнего уравнения является функцией не только ЭДС ветвей, но и сопротивлений ветвей. Следовательно, с учетом этого обстоятельства и того, что эквивалентные модели для фрагментов исходной схемы построены с соблюдением равенства узловых токов схемы и модели, можно записать выражение

$$[J_y]_{\mathcal{E}} = [J_y]_c - [A]_c [Z_{\mathcal{E}}]_c^{-1}[E_{\mathcal{E}}]_c. \quad (3.18)$$

Поскольку при данном условии ЭДС в ветвях модели равны $[E_{\mathcal{E}}]_{\mathcal{E}} = 0$, то получаем, что

$$[Y_y]_{\mathcal{E}} [U_y]_{\mathcal{E}} = [J_y]_{\mathcal{E}}. \quad (3.19)$$

Чтобы решить уравнение (3.19), надо сначала определить матрицу узловых токов $[J_y]_{\mathcal{E}}$ из выражения (3.18). Обратим внимание на то, что в выражении (3.18) будут фигурировать узловые токи лишь 11 узлов, поскольку из матрицы инцидентий исключается строка. Отнесем ее к 12 узлу исходной схемы. Кроме этого обратная матрица сопротивлений ветвей единичная, так как по условию задачи значения всех сопротивлений заданы равными 1 Ом. Определив $[J_y]_{\mathcal{E}}$, с учетом равенства $[Y_y]_{\mathcal{E}} = [Y_y]_c$, затем нетрудно вычислить для эквивалентных моделей исследуемой сети узловые напряжения $[U_y]_{\mathcal{E}} = [U_y]_c$. Для рассматриваемого примера искомый ток $[J_y]_{\mathcal{E}}$, вычисляемый по формуле (3.18), будет равен

J_c	y	ε1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	ε22
1	1	1	1																	1			
1	2	-1			1	1															1		
-1	3		-1		-1		1																
1	4			-1		-1	-1																
-1	5							1	1	1										-1			
0	6							-1			1	1											1
1	7								-1		-1		1										1
0	8									-1		-1	-1										
1	9													1	1	1							
-1	10														-1		1	1					-1
0	11														-1		-1		1				-1

 \times

	ε1	ε2	...	ε5	...	ε10	...	ε15	ε22
ε1	1										
ε2		1									
...			1								
ε5				1							
...					1						
ε10						1					
...							1				
ε15								1			
...									1		
...										1	
ε22											1

 \times

$E_ε$	
1	
1	
0	
1	
0	
1	
0	
1	
0	
0	
0	
0	

 $=$

$J_ε$	
-1	
1	
0	
2	
-1	
-1	
2	
0	
0	
-1	
0	

Узловые напряжения $[U_y]_ε = [U_y]_c$. наиболее просто в данном случае рассчитываются методом контурных токов, поскольку в эквивалентной модели всего два замкнутых контура. Поскольку в моделях эквивалента контурных ЭДС нет и $[C]_ε [E_ε]_ε = 0$, то можно записать, что

$$[I_κ] = -([C]_ε [Z_ε]_ε [C]_{tε})^{-1} [B]_ε [Z_ε]_ε [J_ε]_ε. \tag{3.20}$$

В уравнении (3.20) все параметры и матрицы соединения $[C]_ε$ и $[A]_ε$ относятся к схеме, приведенной на рисунке. 3.7 с учетом подключенных линий связи, а также известного соотношения между токами $[A]_ε [J_ε]_ε = [J_y]_ε$.

Таким образом, после вычисления контурных токов могут быть найдены все узловые напряжения и остальные параметры режима исследуемой сети. Матрицы $[A]_c$ (22 x 11), $[Z_ε]_c^{-1}$ (22 x 22) и др. не приводятся из-за их громоздкости. В заключение подчеркнем, что эквивалентирование исследуемой схемы можно было бы провести и дуальным методом, строя эквивалентные схемы контурного типа, т. е. предполагая, что матрица контурных сопротивлений фрагмента оригинала равна матрице ветвей подсхемы эквивалента. При этом исходными уравнениями были бы уравнения, составленные методом контурных токов, а результирующая эквивалентная схема рассчитывалась бы узловым методом.

Однако в практике расчетов сложных электроэнергетических систем предпочтение отдается методу узловых напряжений, которому соответствует прямой метод эквивалентирования, подробно рассмотренный в данном разделе.

3.5 Алгоритмы расчета по частям систем контурного типа и примеры их практического применения

3.5.1 Базовый алгоритм решения многоконтурных СЭС

Данный раздел иллюстрирует применение метода диакоптики и алгоритмы расчета систем контурного типа, вытекающие из теории ортогональных сетей. К контурным относятся практически все системы, содержащие вращающиеся электрические машины, многообмоточные трансформаторы, автотрансформаторы, преобразователи, а также большой класс систем автоматического управления и контроля. Базовый алгоритм в точности двойственен рассмотренному выше первому базовому алгоритму расчета систем узлового типа и состоит из ряда аналогичных этапов и шагов, каждый из которых, однако имеет свои специфические особенности. Методики и алгоритмы расчета таких систем вызывает особый интерес, поскольку они еще недостаточно разработаны и редко применяется для решения конкретных инженерных задач. В разделе подробно изложена методика и дан основной алгоритм, поясняющие суть и последовательность этапов и шагов решения задач методом диакоптики систем контурного типа.

Деление системы на подсхемы. Пусть для рассчитываемой системы построена схема замещения, состоящая из электрически и магнитно-связанных контуров. Параметры всех ее ветвей и значения ЭДС известны, а искомыми величинами являются контурные токи. Задача состоит в том, чтобы составить уравнение состояния системы $e_\alpha = z_{\alpha\beta} i^\beta$ и найти их решение в виде $i^\beta = y^{\beta\alpha} e_\alpha$, где i^β – вектор независимых контурных токов; e_α – вектор контурных ЭДС; $z_{\alpha\beta}$ – матрица контурных сопротивлений; $y^{\beta\alpha}$ – матрица контурных проводимостей.

Метод диакоптики не требует составления уравнений состояния всей цепи в

форме $e_\alpha = z_{\alpha\beta} i^\beta$. Решение получают путем деления данной системы на n подсистем (подсхем) и определения решения каждой из них. Деление выполняется так, чтобы отсутствовала взаимная связь между изолированными подсхемами, т.е. чтобы токи ни одной из них не индуцировали напряжений в других подсхемах, хотя внутри подсхем могут существовать произвольные взаимные связи. Кроме этого, не должно быть взаимоиндукции между подсхемами и разрезанными ветвями, хотя между самими ветвями она может быть. Практически всегда удается разделить реальную цепь требуемым способом.

Рекомендуется линиями деления выбирать границы отдельных систем, машин, сетей и т.д. Ветви, соединяющие предполагаемые подсистемы, в схемах контурного типа разрезаются по длине, так как при таком способе деления образуется меньше контуров в изолированных подсхемах. Устранение разрезанных ветвей уменьшает число переменных в подсхемах и позволяет использовать найденные решения при рассмотрении других задач, в которых эти же подсхемы встречаются. На место удаленных ветвей вводятся закоротки. Если разрезанная ветвь содержала ЭДС, то ЭДС вводят в закоротки соответствующих контуров обеих подсхем.

Решение уравнений подсхем. Для изолированных подсхем необходимо составить их уравнения состояния в виде $e_m = z_{mn} i^n$, где e_m – вектор контурных ЭДС, i^n – вектор контурных токов, z_{mn} – матрица контурных сопротивлений изолированной подсхемы. Эти уравнения решаются путем определения обратных матриц любым известным методом. Решения подсхем получаются в виде $i^n = y^{nm} e_m$, где y^{nm} – матрица контурных проводимостей. Отметим, что если подсхемы одинаковы, то достаточно найти решение только одной из них. Уравнения решения подсхем описывают легко обозримые схемы, представляемые электрически изолированными контурами, число которых равно числу контурных токов в каждой подсхеме, причем контуры взаимосвязаны друг с другом. Значения контурных собственных и взаимных сопротивлений определяются соответствующими элементами матриц y^{nm} .

Построение цепи пересечений. Построение дополнительной $(p+1)$ -схемы (цепи пересечений) представляет собой основной шаг в получении общего решения. Топологически она образуется путем:

- определения той части каждой подсхемы, которая входит в цепь пересечений;
- подсоединения к ним разрезанных ветвей пока без проводимостей этих ветвей;
- связывания всех частей подсхем в предварительную цепь пересечений.

Отмеченные этапы в принципе можно выполнить и аналитически с помощью трех последовательных преобразований. Для этого сначала образуется квазидиагональная матрица $y_1^{\beta\alpha}$, состоящая из матриц y^{mm} всех подсхем. Она включает столько строк и столбцов, сколько имеется независимых контуров во всех подсхемах. Затем с помощью матрицы преобразования $A_{\alpha}^{\alpha'}$ исключаются все контуры подсхем, которые не связаны с другими подсхемами в исследуемой системе, образуя тем самым части, входящие в цепь пересечений. Далее с помощью матрицы $A_{\alpha'}^{\alpha''}$ присоединяются к этим частям разрезанные ветви и, наконец, с помощью матрицы $A_{\alpha''}^r$, объединяются все части в предварительную цепь пересечений. Матрица проводимостей ее находится по правилам теории преобразования как $Y_1^{sr} = A_{\beta}^s y_1^{\beta\alpha} A_{\alpha}^r$, где $A_{\alpha}^r = A_{\alpha}^{\alpha'} A_{\alpha'}^{\alpha''} A_{\alpha''}^r$ и A_{β}^s – матрица, транспонированная относительно A_{α}^r . Матрица A_{α}^r содержит число столбцов, равное числу разрезанных ветвей, а число строк, равное числу всех контуров подсхем. Заключительный шаг в образовании цепи пересечений состоит в сложении элементов матрицы Y_1^{sr} с соответствующими элементами матрицы проводимостей y^{sr} разрезаемых ветвей. Сложение их всегда возможно, поскольку число строк и столбцов у них одинаково. Матрица $Y^{sr} = Y_1^{sr} + y^{sr}$ описывает узловую цепь, которая представляет собой точную, но миниатюрную (записанную с помощью меньшего числа переменных) эквивалентную копию полной исследуемой системы контурного типа. Собственные значения или корни характеристического уравнения копии, те же, что и для всей исходной системы.

Решение цепи пересечений. Определение обратной матрицы $(Y^{sr})^{-1} = Z_{sr}$

или решение цепи пересечений тем проще, чем меньше разрезанных ветвей, так как порядок ее равен числу разрезанных ветвей. С вычислением матриц $y_1^{\beta\alpha}$, A_α^r и Z_{rs} уравнения состояния исследуемой системы считаются решенными.

Алгоритм вычисления неизвестных токов. Алгоритм расчета токов по заданным ЭДС e_α состоит из шести этапов:

- определяются токи в контурах изолированных подсхем $i^\beta = y_1^{\beta\alpha} e_\alpha$;
- вычисляются узловые токи $I^s = A_\beta^s i_1^\beta$;
- рассчитываются напряжения между узловыми точками разрезаемых ветвей по выражению $U_r = Z_{rs} I^s$;
- находятся дополнительные ЭДС в контурах подсхем от токов разрезаемых ветвей $\Delta e_\alpha = A_\alpha^r U_r$;
- выполняется расчета дополнительных токов от этих ЭДС $\Delta i^\beta = y_1^{\beta\alpha} \Delta e_\alpha$;
- определяются искомые контурные токи в системе $i^\beta = i_1^\beta + \Delta i^\beta$.

На практике иногда целесообразно пользоваться формулой, $i^\beta = (1 - y_1^{\beta\alpha} A_\alpha^r Z_{rs} A_\beta^s) y_1^{\beta\alpha} e_\alpha$, объединяющей все шаги рассмотренного алгоритма и представляющей собой полное решение исходной системы. Его удобно применять при анализе более сложных систем (метасистем), в которые данная входит только одной из составляющих. Представленный алгоритм расчета электрических систем контурного типа проиллюстрируем простым числовым примером нахождения токов в переходных режимах.

3.5.2 Числовой пример применение алгоритма к анализу переходных процессов

Эффективность метода диакоптики при расчетах переходных процессов прежде всего может проявляться в задачах о собственных значениях для сложных систем и в задачах по автоматическому регулированию, в которых вычисляются корни полиномов высокой степени. Это связано с тем, что дополнительная $(p+1)$ -схема или цепь пересечений имеет те же самые собственные значения и корни характеристического уравнения, что и исходная система. Это важное соответствие в определении корней и собственных значений, сводимое к

исследованию миниатюрной физической и меньшей алгебраической системы, является одним из существенных преимуществ метода диакоптики. Однако цель примера состоит в том, чтобы пояснить особенности применения алгоритма для контурных систем и попутно подчеркнуть отмеченное соответствие.

Для расчета переходных процессов целесообразно воспользоваться операторным методом Лапласа или Хэвисайда. В этом случае при переходе к изображениям дифференциальные уравнения преобразуются в алгебраические, а матрица $z_{\alpha\beta}$ в операторное сопротивление $z_{\alpha\beta}(p)$. ЭДС и токи тоже представляются операторными величинами $e_{\alpha}(p)$ и $i^{\beta}(p)$. В результате расчета определяются изображения искомых токов, оригиналы которых затем находят с помощью таблиц или теоремы разложения. Отметим, что расчет переходных процессов в цепях с гармоническими ЭДС можно существенно упростить, если результирующий переходный режим рассматривать как наложение свободного режима на установившийся режим. Расчет установившегося режима позволяет найти все матрицы преобразования, которые необходимы и для вычисления переходных токов. Очевидно, чем выше порядок дифференциального уравнения цепи, тем более трудоемкую работу предстоит выполнить. Однако эти трудности конденсируются только при решении характеристического уравнения цепи пересечений. Из него получают корни всей системы. Но сама цепь пересечений - это лишь миниатюрная копия (эквивалент) ее. Эффективность метода возрастает (по сравнению с обычными методами расчета) с увеличением числа контуров. Она еще выше, если число контуров схемы замещения растет без повышения порядка дифференциального уравнения ее.

В качестве числового примера выполняется расчет переходных токов в четырехконтурной схеме, представленной на рисунке 3.8, а. Токи как функции времени определяются во всех ветвях после выключения в схему индуктивности $L_2 = L_1 = 1$ Гн при заданных ЭДС E_1 и E_2 и одинаковых сопротивлениях ветвей, принятых равными 1 Ом. Выбранные параметры схемы позволяют легко вести расчет вручную и осуществлять контроль правильности получаемых результатов на каждом этапе вычислений.

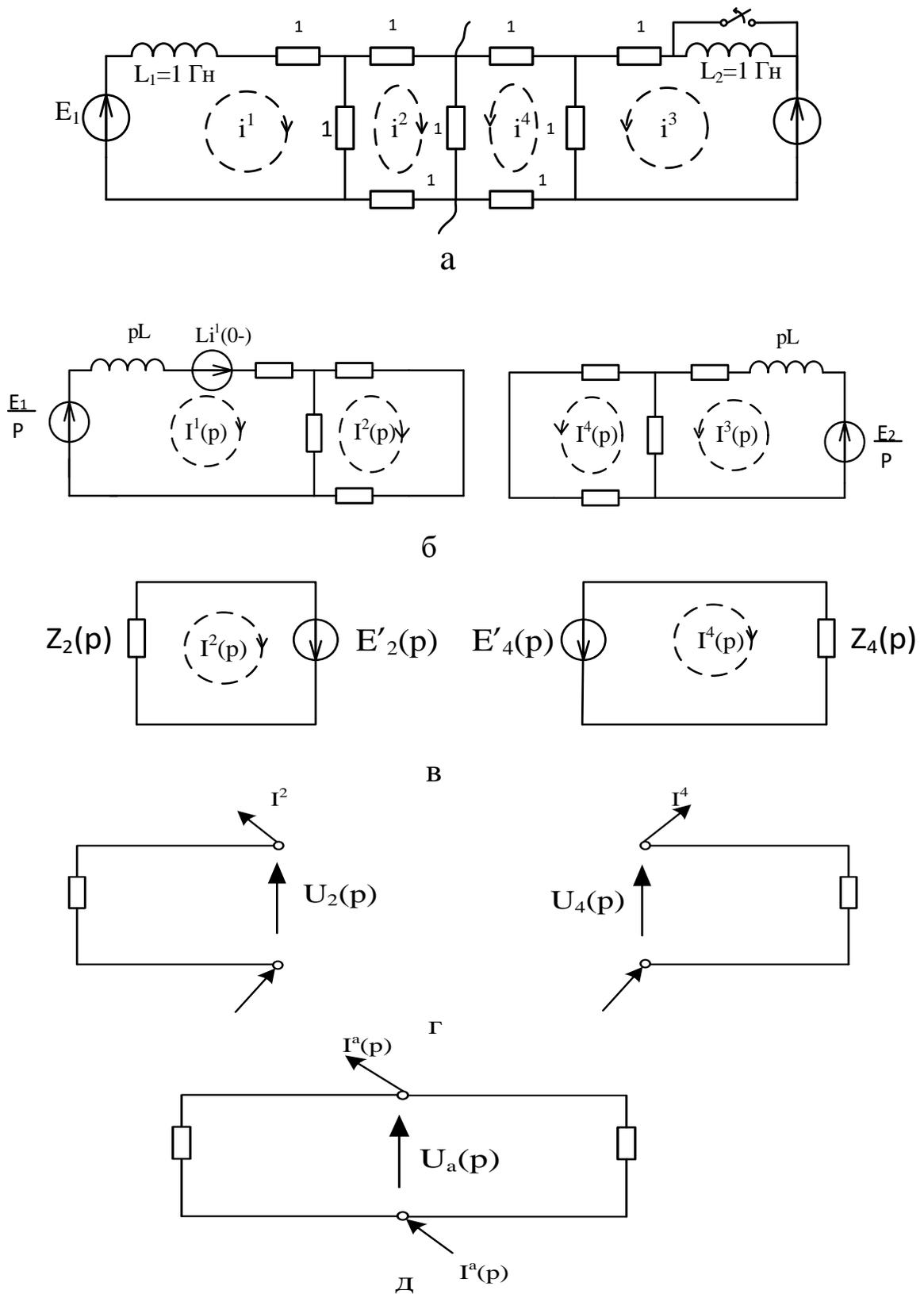


Рисунок 3.8 – Построение цепи пересечений при расчете переходных токов: а – исходная схема, б – операторные схемы замещения подсхем, в – фрагменты подсхем, образующие цепь пересечения, г – замена источников напряжения источниками тока, д – цепь пересечения

Решение проводится по вышеприведенной методике и алгоритму расчета контурных систем. Рассматриваемая схема замещения делится линией разреза на две подсхемы. Разрезаемая ветвь временно удаляется, а вместо нее в каждую из подсхем вводится кажущаяся ветвь (закоротка), поскольку операции этого алгоритма выполняются дуальным способом к алгоритму для схем узлового типа. Короткое замыкание и разрыв дуальны друг другу. Имеющиеся ЭДС в разрезаемых ветвях сохраняются в закоротках каждой из подсхем. В разрезаемой данного примера они отсутствуют. Операторные схемы отдельных подсхем с учетом сказанного показаны на рисунке 3.8, б. Расчетная ЭДС $L \cdot i^1(0-)$ определяется из установившегося режима до коммутации. Поскольку конфигурация и параметры обеих подсхем одинаковы, то достаточно найти решение уравнений только одной из них. Составив для подсхемы операторные уравнения состояния в матричной форме, находим их решение, обращая матрицу контурных сопротивлений. Уравнения состояния и решения имеют вид:

$$\begin{bmatrix} e_\alpha(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+p & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i^\beta(p) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} i^\beta(p) \end{bmatrix} = \frac{1}{5+3p} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2+p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_\alpha(p) \end{bmatrix}.$$

Теперь можно записать квазидиагональную матрицу решения изолированных подсхем, состоящую из двух блоков, в операторной форме

$$y_1^{\beta\alpha}(p) = \frac{1}{5+3p} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 & & \\ 1 & 2+p & & \\ & & 3 & 1 \\ & & 1 & 2+p \end{bmatrix}$$

Далее с помощью составленных матриц аналитического преобразования

$$A_\alpha^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & & \\ & & 1 \end{bmatrix}; \quad A_{\alpha'}^{\alpha''} = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix}; \quad A_{\alpha''}^r = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad A_\alpha^{\alpha'} A_{\alpha'}^{\alpha''} A_{\alpha''}^r = A_\alpha^r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

определяется матрица предварительной цепи пересечений Y^{sr}

$$Y^{sr} = A_3^s y^{\beta\alpha} A_\alpha^r = \begin{bmatrix} 4+2p \\ 5+3p \end{bmatrix}.$$

Она является матрицей первого порядка, поскольку была разрезана только одна ветвь. В ней пока не учтена проводимость этой ветви.

Шаги топологического построения цепи пересечений, показанные на рисунках. 3.8, в, г, д, для решения практических задач вовсе не обязательны, поскольку все преобразования выполняются аналитически. В примере оно сделано с целью иллюстрации проводимых матричных преобразований. Схема, приведенная на рис.3.8, в, получена путем исключения контуров исходной схемы, которые не связаны с разрезаемой ветвью. Операторные сопротивления $Z_2(p)$ и $Z_4(p)$, контурные операторные ЭДС $E_1^1(p)$, $E_2^1(p)$ представляются известными выражениями по Лапласу.

Рисунок 3.8, г отражает замену контурных ЭДС узловыми напряжениями $U_2(p)$ и $U_4(p)$. Эта замена равносильна подсоединению удаленной ветви, но пока без учета ее проводимости y^{sr} . Схема на рисунке 3.8, д, представляющая собой предварительную цепь пересечений, образуется путем соединения подсхем (рисунок 3.8, г). Подсоединив к зажимам $U_a(p)$ удаленную ветвь с проводимостью $y_a^{sr} = 1$, получим матрицу цепи пересечений и ее решение в виде:

$$Y^{sr} = a \begin{bmatrix} 9+5p \\ 5+3p \end{bmatrix}, Z_{rs} = a \begin{bmatrix} 5+3p \\ 9+5p \end{bmatrix}.$$

Изображения искомых контурных токов для всей схемы могут быть найдены из выражения $i^\beta = (1 - y_1^{\beta\alpha} A_\alpha^r Z_{rs} A_\beta^s) y_1^{\beta\alpha} e_\alpha$. После ряда преобразований находим

$$\begin{bmatrix} I^1(p) \\ I^2(p) \\ I^3(p) \\ I^4(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{26+15p}{9+5p} & \frac{7+4p}{9+5p} & \frac{1}{9+5p} & \frac{-2-p}{9+5p} \\ \frac{7+4p}{9+5p} & \frac{4p^2+15p+14}{9+5p} & \frac{-2-p}{9+5p} & \frac{-(2+p)^2}{9+5p} \\ \frac{1}{9+5p} & \frac{-2-p}{9+5p} & \frac{26+15p}{9+5p} & \frac{7+4p}{9+5p} \\ \frac{-2-p}{9+5p} & \frac{-(2+p)^2}{9+5p} & \frac{7+4p}{9+5p} & \frac{4p^2+15p+14}{9+5p} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{5+3p} \cdot \begin{bmatrix} e_1(p) \\ e_2(p) \\ e_3(p) \\ e_4(p) \end{bmatrix}.$$

Отметим, что решение в операторной форме получено в общем виде для любого сочетания ЭДС. Они могут быть постоянными или переменными величинами. Действительные токи могут быть определены, например, по теореме

разложения [60, 86]. Если принять, что $E_1 = E_2 = 1$ В, то установившийся ток до коммутации будет $i^1(0-) = \frac{5}{9}$ А. Изображение и оригинал тока первого контура тогда определяются выражениями:

$$I^1(p) = \frac{75p^2 + 265p + 225}{9p(15p^2 + 52p + 45)}, \quad i^1(t) = \frac{5}{9} + \frac{5}{18}e^{-\frac{5}{3}t} - \frac{5}{18}e^{-\frac{9}{5}t},$$

где $p_1 = -5/3$, $p_2 = -9/5$ – корни характеристического уравнения. Аналогично определяются другие токи.

Таким образом, метод решения по частям применим для расчета переходных режимов разветвленных электрических систем операторным или частотным методами. Эффективность его возрастает с увеличением числа контуров. Он особенно удобен для решения многоконтурных систем, порядок дифференциальных уравнений которых невысок. Вместе с этим существенно упрощается вычисление полюсов или корней характеристических уравнений методом сканирования или обращения матриц импеданса $(p+1)$ дополнительных схем (цепей пересечений), корни которых те же, что и в нерасчлененной системе. Расчет переходных процессов методом диакоптики для линейных и нелинейных систем интенсивно разрабатывается с учетом пространственных и временных переменных.

3.5.3 Алгоритм расчета по частям на основе свойств двухполюсника

Суть предлагаемого подхода состоит в том, что в результате тензорных преобразований параметров исследуемой сети и ее анализа удастся получить выражение, аналогичное формуле решения уравнений ортогональной сети.

Известно, что после подключения новой ветви к двухполюснику (рисунок 3.9, а). в его других ветвях произойдет приращение тока. Приращение для тока I_α обозначим через ΔI_α (рисунок. 3.9, б). Для вычисления ΔI_α можно ввести в подключаемую ветвь два источника ЭДС E_β и E'_β , равные по величине

напряжению U_β , а затем, применив метод наложения, разделить схему на сумму двух двухполюсников (рисунки 3.9, в и 3.9, г).

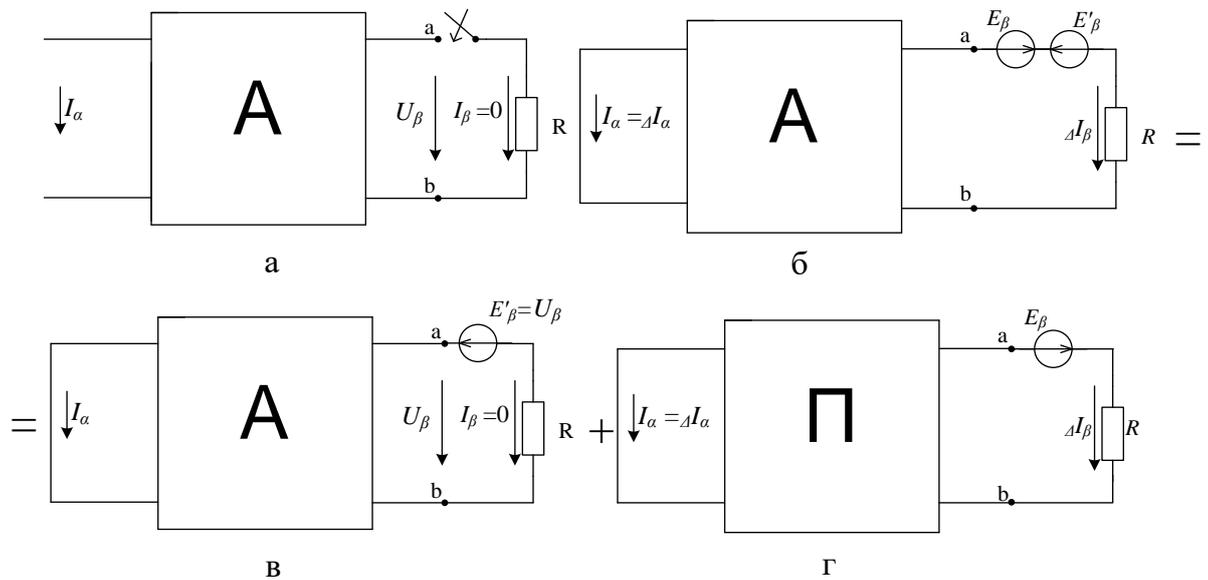


Рисунок 3.9 - Схемы двухполюсников: а – исходная, б – с двумя ЭДС, в – активного эквивалентного, г – пассивного эквивалентного

В электрической схеме согласно принципу компенсации любую ветвь (часть схемы) всегда можно заменить источником встречной ЭДС, равной $E_j = z_{jj} I^j$, поскольку влияние отдельной ветви на всю остальную схему определяется только разностью потенциалов между ее концами. При этом, обращаясь к тензорному методу, можно перечисленные операции с двухполюсниками выполнить с помощью преобразований и получить результирующую формулу решения всей системы в целом.

Выполним отмеченные преобразования для некоторого часто встречающегося на практике вида схемы (рисунке 3.10), разделяемой на три части. Подсхемы С-1 и С-2 могут, например, представлять собой разветвленные СЭС, а С-3 - трансформаторы связи, ЛЭП или другие устройства и в том числе сложные системы. В анализе предполагается, что отсутствуют электромагнитные связи между ветвями разных подсхем, а контурные токи в них выбраны так, чтобы они ограничивались соответственно только частями: I и III, II и III. Полное

число контурных токов принимается равным числу независимых контуров исходной схемы.

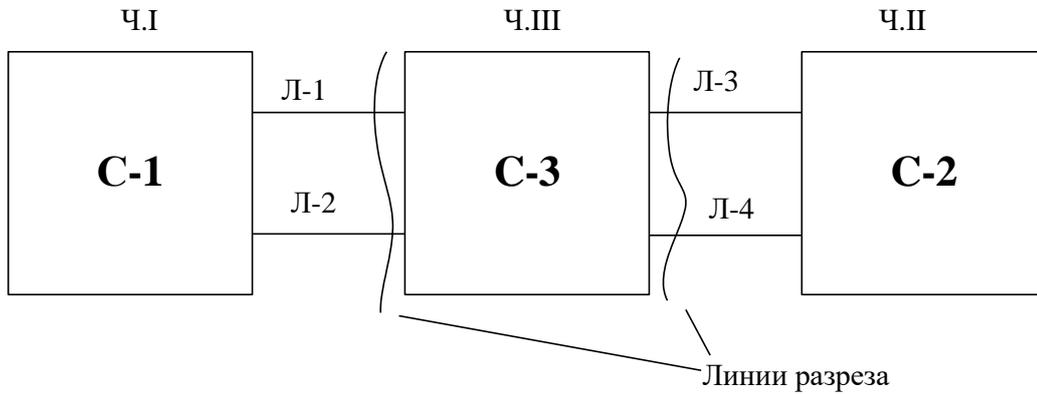


Рисунок 3.10 - Схема трех связанных подсетей

После выполнения всех предписанных ограничений для определения искомого контурных токов предлагается использовать следующий алгоритм расчета

1. Составляются уравнения «элементарной» схемы, представляющей собой сопротивления z_{BB} и ЭДС e_B ветвей, замкнутых на себя,

$$\begin{bmatrix} e_{B,I} \\ e_{B,II} \\ e_{B,III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{BB,I} & & \\ & z_{BB,II} & \\ & & z_{BB,III} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i^B_I \\ i^B_{II} \\ i^B_{III} \end{bmatrix},$$

где индексами I, II, III обозначаются параметры ветвей, относящиеся к соответствующим подсетям.

2. Вводится матрица преобразования $[C_B^K]$, выражающая токи ветвей i^B через контурные токи i^K соотношением

$$i^B = C_B^K i^K = \begin{bmatrix} i^B_I \\ i^B_{II} \\ i^B_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{I,I} & 0 \\ 0 & C_{II,II} \\ C_{III,I} & C_{III,II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i^K_I \\ i^K_{II} \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

3. Определяются по формулам преобразования $e_K = C_K^B e_B$, $z_{KK} = C_K^B z_{BB} C_K^B$ матрицы контурных ЭДС и сопротивлений и записываются полные контурные уравнения всей схемы в матричной форме

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline C_{I,t} & 0 & C_{III,t} \\ \hline 0 & C_{II,t} & C_{III,t} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline e_{B,I} \\ \hline e_{B,II} \\ \hline e_{B,III} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline C_{I,t} & 0 & C_{III,t} \\ \hline 0 & C_{II,t} & C_{III,t} \\ \hline \end{array} \cdot \mathbf{x}$$

$$\mathbf{x} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline z_{BB,I} & & \\ \hline & z_{BB,II} & \\ \hline & & z_{BB,III} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline C_{I,I} & 0 \\ \hline 0 & C_{II,II} \\ \hline C_{III,I} & C_{III,II} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline i_{I}^K \\ \hline i_{II}^K \\ \hline \end{array},$$

где индексом t отмечены транспонированные матрицы. После несложных преобразований эти уравнения приводятся к виду:

$$\begin{array}{|c|} \hline C_{I,t}e_{BI} + C_{III,t}e_{BIII} \\ \hline C_{II,t}e_{BII} + C_{III,t}e_{BIII} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline C_{I,t}z_{BB,I}C_{I,I} & C_{III,t}z_{BB,III}C_{III,II} \\ \hline C_{III,t}z_{BB,III}C_{III,I} & C_{II,t}z_{BB,II}C_{II,II} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline i_{I}^K \\ \hline i_{II}^K \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline e_{k,I} \\ \hline e_{k,II} \\ \hline \end{array}. \quad (3.22)$$

Уравнения (3.22) являются контурными уравнениями исходной схемы. Контурные токи в ней можно определить посредством обращения матрицы контурных сопротивлений, но ее порядок может быть весьма значительным.

Для сокращения времени счета и повышения точности вычислений удобно воспользоваться методом диакоптики, разделив исследуемую схему на три части, как показано на рисунке 3.10. Однако для разделенной схемы объединение ее решений будет осуществляться здесь с помощью рассмотренных выше свойств эквивалентного активного двухполюсника, чтобы избежать построения цепи пересечения. Для этого вводятся дополнительные шаги в предлагаемый новый алгоритм решения.

4. Вычисляются в общем виде ЭДС $e'_{B,III}$, которые необходимо ввести в каждую из ветвей части III исходной схемы, чтобы сделать токи этих ветвей равными нулю. Для этого с помощью выражения (3.21) и матрицы токов i^B выводится формула, определяющая требуемые ЭДС

$$e'_{B,III} = -z_{BB,III}i_{III}^B = -z_{BB,III} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline C_{III,I} & C_{III,II} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline i_{I}^K \\ \hline i_{II}^K \\ \hline \end{array} \quad (3.23)$$

5. Осуществляется замена сопротивлений ветвей III части схемы согласно теореме компенсации и составляется новая система уравнений контурных токов схемы в виде

$$\begin{bmatrix} e_{K,I} + C_{III,I} e'_{B,III} \\ e_{K,II} + C_{III,II} e'_{B,III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{I,II} z_{BB,I} C_{I,I} & 0 \\ 0 & C_{II,III} z_{BB,II} C_{II,II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i^K_I \\ i^K_{II} \end{bmatrix}.$$

Составленную систему уравнений можно заменить одним матричным уравнением $[e_K + C_{III} e'_{B,III}] = [z_{KK}] [i^K]$. Его решением для токов будет выражение

$$[i^K] = [z_{KK}]^{-1} [e_K + C_{III} e'_{B,III}]. \quad (3.24)$$

5. Находится в общем виде матрица $[e'_{B,III}]$, компоненты которой не известны, с помощью полученных соотношений: $[e'_B] = -[z_{BB,III}] [C_{III}] [i^K]$; $[C_{III}] [i^K] = [-z_{BB,III}^{-1}] [e'_B]$; $[C_{III}] [i^K] = [C_{III}] [z_{KK}]^{-1} [e_K + C_{III} e'_{B,III}]$. Она равна

$$[e'_{B,III}] = -([z_{BB,III}^{-1}] + [C_{III}] [z_{KK}^{-1}] [C_{III}])^{-1} [C_{III}] [z_{KK}^{-1}] [e_K].$$

6. Определяется после подстановок матричное выражение для искомым токов в виде

$$[i^K] = [z_{KK}^{-1}] \{1 - [C_{III}] ([z_{BB,III}^{-1}] + [C_{III}] [z_{KK}^{-1}] [C_{III}])^{-1} [C_{III}] [z_{KK}^{-1}]\} [e_K] \quad (3.25)$$

и вычисляются контурные токи исходной схемы $[i^K]$. Заметим, что применение формулы (3.25) требует обращения трех матриц, порядок которых гораздо меньше числа независимых контурных токов исходной схемы. Полученное решение соответствует решению ортогональной сети. В статье автора [21] приведен числовой пример, иллюстрирующий применение предлагаемого алгоритма.

3.6 Выводы по главе 3

1. Сформулированы и раскрыты основные положения расчета по частям сложных электротехнических комплексов и СЭС в ортогональной системе координат. Математически строго подтверждена обоснованность и корректность применения ортогональной системы координат к электротехническим системам.

2. Усовершенствованы и реализованы методики и алгоритмы расчета установившихся и переходных режимов СЭС узловым методом при делении их схем замещения на связанные в одной точке и изолированные подсхемы.

Проведено сравнение обеих методик и алгоритмов. Предложены дополнительные шаги в алгоритм решения задач для случая изолированных подсхем с помощью применения ортогональной системы координат.

3. Выявлены топологические свойства результирующих матриц преобразования при соединении решений подсхем, на основе которых предложены способы их автоматического формирования с помощью топологических моделей связи подсхем без построения дополнительных искусственных цепей, существенно облегчающие процедуру объединения решений подсхем в общее решение системы в целом.

4. На основе усовершенствованных методик и алгоритмов разработано программное обеспечение, на которое имеется два свидетельства о государственной регистрации программ DIANSW и RAZBIF. Программа DIANSW, предназначенная для расчетов режимов электрических систем методом диакоптики при делении на изолированные подсистемы, одинаково применима и для расчетов установившихся режимов, токов КЗ для случая деления на связанные подсистемы. В ней реализованы алгоритмы автоматического объединения решений подсхем без непосредственных операций с матрицами преобразования, а также осуществлена интеграция методов диакоптики и двойной факторизации, позволяющая эффективно учитывать слабую заполненность матриц при их обращении. В программе DIANSW реализован алгоритм, позволяющий применять метод двойной факторизации при решении системы уравнений цепи пересечений и формирования только ненулевых элементов ее матриц. Реализованные алгоритмы позволяют выполнять расчеты многофазных электротехнических комплексов и систем в различных координатах, например, в фазных или симметричных составляющих.

5. Представлены процедуры и числовой пример параметрического эквивалентирования сложной системы с сохранением в эквивалентной модели всех узлов оригинала и показаны преимущества такой модели при режимных расчетах. Ее алгоритм позволяет варьировать топологию и параметры схем

замещения, изменять параметры источников возбуждения и строить эквиваленты электротехнических комплексов и СЭС.

6. Рассмотрены особенности применения усовершенствованного алгоритма расчета по частям многоконтурных систем, проиллюстрированные на числовом примере анализа переходных процессов с помощью преобразований Лапласа. Показано, что матрица импеданса цепи пересечений в операторной форме имеет те же корни характеристического уравнения (собственные значения), что и система в целом.

7. Предложен удобный для инженерных расчетов алгоритм расчета многоконтурных систем по частям для случая изолированных подсистем, основанный на использовании свойств активного двухполюсника.

В материале главы нашли отражения работы автора [21, 24, 29, 31, 90, 91, 114, 118, 120].

ГЛАВА 4 АНАЛИЗ И РАСЧЕТ СЭС С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ГЕНЕРАЦИЕЙ МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ

4.1 Математические модели идеализированной синхронной машины в действительных и комплексных системах координат

4.1.1 Краткая характеристика основных систем координат

Для анализа и расчета электромагнитных и электромеханических переходных процессов в сложно-разветвленных сетях СЭС эффективно используются методы физического и математического моделирования. Физическое моделирование, как правило, осуществляется посредством имитационных установок или электродинамических моделей, позволяющих на основании экспериментальных измерений параметров режима модели с помощью теории подобия судить в какой-то мере о достоверности явлений и о сопровождающих их переходных процессах, происходящих в реальных системах. Нередко для подтверждения достоверности трактовки явлений привлекаются результаты текущих эксплуатационных измерений, а также расшифрованная информация об уже случившихся аварийных ситуациях в системах. Исследования на математических моделях представляют собой лишь некоторые приближения к истинным событиям, поскольку строятся они часто на допущениях, например, о линейности элементов электрических сетей, идеализации характеристик электрических машин, без учета нелинейностей, зависящих от изменения параметров режима и углов пространственного положения роторов машин. И хотя исследователи располагают мощными ПК, на которых, казалось бы, можно найти решения для сколь угодно сложных задач, все же при анализе, например, малых качаний, асинхронных и динамических режимов нескольких параллельно соединенных машин с сетью возникают трудности принципиального характера. Речь идет не только о физической трактовке происходящих явлений, но и о построении математических моделей, адекватно отражающих переходные процессы в СЭС, а также о достоверности составления их топологических

моделей в виде расчетных схем замещения. Проблемам моделирования СЭС со многими генераторами и нагрузками посвящено значительное число работ ряда исследователей. Фундаментальный вклад в решение данной проблемы внесли П.С. Жданов, В.А. Веников, С.И. Гамазин, Е.Я. Казовский, Н.И. Соколов, С.В. Страхов, G. Kron, C. Concordia, S. Crary, Y. H. Ku и другие. Основы теории устойчивости сложных многомашинных систем были заложены П.С. Ждановым. В [102] был предложен рациональный метод составления уравнений для анализа переходных электромеханических процессов на основе применения и сопоставления различных систем координат, оперирующих с мгновенными значениями электромагнитных величин. В [89] нашёл отражение опыт практического применения аналоговых вычислительных машин (АВМ) для исследования многомашинных энергосистем. Из него следовал вывод о том, что при значительном числе машин в сложно-разветвлённых сетях с различными системами возбуждения анализ переходных процессов на АВМ практически невозможен без существенных упрощений. В этой связи была поставлена задача обоснования ряда допущений и упрощений исходных уравнений, которые вполне могут быть приняты в анализе динамических процессов, но в различных системах координат. Практикой было доказано, что эффективного решения этих задач можно достичь методом преобразования координат, используя действительные $(a, b, c; \alpha, \beta, 0; d, q, 0)$ или комплексные $(1, 2, 0; f, b, 0)$ системы координат, соответствующие им переменные, а также схемы замещения элементов электроустановок [4, 40, 41, 48, 61, 72, 84, 105, 129, 149, 150, 152 и др.]. Преимущества тензорного метода и диакоптики в таком подходе очевидны. Наиболее полно тензорные уравнения элементов сложных систем и машин в различных системах координат были рассмотрены Г. Кроном [143, 150]. В его работе [145] изложены принципиальные положения тензорной теории качаний машин в энергосистемах и предложены эффективные схемы замещения таких систем в различных координатных осях. Так как первоначальная информация о параметрах элементов системы может быть задана в любых из них, то в процессе анализа приходится приводить уравнения всех элементов СЭС к одной и той же

системе координат. Поскольку на практике анализируются трехфазные устройства и машины, соединенные общей сетью, то для анализа необходимы матрицы полных сопротивлений и уравнения именно трехфазных элементов СЭС. Анализ показывает, что наибольшее количество задач по исследованию электромагнитных и электромеханических процессов, целесообразнее всего проводить в системах координатных осей: $\alpha, \beta, 0$; $d, q, 0$; $1, 2, 0$; $f, b, 0$. Можно считать, что эти четыре системы координатных осей являются такими же основными, как и трехфазная система фазных координат a, b, c . Поэтому вовсе необязательно каждый раз начинать анализ с преобразования уравнений, записанных в фазных координатах. Выгодно сразу использовать преобразованные уравнения отдельных элементов и расчленять схему на части. Поскольку уравнения машин уже известны, то необходимо рассмотреть уравнения стационарных сетей в различных системах координат. Чтобы избежать досадных ошибок, необходимо обращать пристальное внимание на выбранные направления токов и напряжений, осей координат и вращения осей и роторов машин в используемых моделях.

4.1.2 Идеализированная синхронная машина

При применении метода преобразования координат, основанного на тензорной методологии Г. Крона, для моделирования и исследования сложно-разветвленных электрических сетей, содержащих несколько распределенных источников электроэнергии и двигательных нагрузок, тоже приходится прибегать к идеализациям. Для анализа симметричных и несимметричных повреждений в первый момент изменения режима СЭС допустимо пользоваться идеализированной трехфазной СМ (рисунок 4.1), а также матрицами и уравнениями стационарных (неподвижных) сетей R, L, S во вращающихся синхронно действительных $d, q, 0$ или в комплексных $f, b, 0$ координатных осях, (S – это величина, обратная емкости контура сети). В идеализированной модели СМ за положительное направление токов статора удобно принять направления от

генератора во внешнюю сеть, а для токов ротора – от внешнего источника возбуждения в генератор (рисунок 4.1, а). При этом в работе предполагается, что продольная ось d ротора опережает ось q , а положительное направление вращения ротора выбрано против вращения часовой стрелки (рисунок 4 1, б).

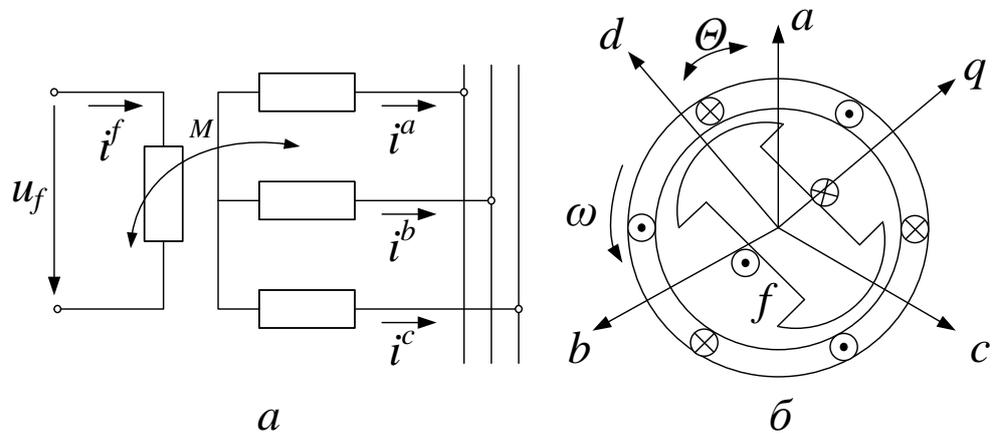


Рисунок.4 1 Идеализированная трехфазная синхронная машина

Будем также считать, что если скорость ротора машины больше скорости поля статора $\omega_p \geq \omega_s$, то скольжение положительное $s \geq 0$. Знак скольжения при этом будет совпадать со знаком производной угла, а ускорения – со знаком второй производной угла по времени.

4.1.3 Матрицы преобразования переменных при введении действительных и комплексных систем координат

Целесообразно систему уравнений синхронной и любой другой машины представлять в тензорной форме записи

$$u_\mu = R_{\mu\nu} i^\nu + p(L_{\mu\nu} i^\nu). \quad (4.1)$$

Эта форма записи справедлива для любой системы координат, но для каждой из них здесь будут использоваться в обозначениях свои индексы. В частности, будем предполагать, что индексы μ и ν относятся к трехфазной машине в исходной голономной системе фазных координат a, b, c . Чтобы преобразовать уравнение (4.1) к другим координатным осям, необходимо найти или составить соответствующие матрицы преобразования C_ν^α , показывающие, чем

трехфазная система координат отличается от вводимой новой системы координат. Исходя из правил аналитической геометрии, можно показать, что переход к двухфазной системе $\alpha, \beta, 0$; осуществляется посредством матрицы преобразования C_v^β , а обратный переход - с помощью обратной матрицы $(C_v^\beta)^{-1} = C_v^\alpha$:

$$C_v^\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \hline \alpha & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \hline \beta & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \hline \end{array}, \quad C_v^\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & \alpha & \beta \\ \hline a & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & 0 \\ \hline b & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \hline c & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \hline \end{array}.$$

В новой системе координат ось α совпадает с осью фазы a трехфазной системы, а ось β опережает ее на угол $\frac{\pi}{2}$. Система α, β жестко связана с неподвижным статором машины. Обе матрицы, приведенные здесь, соответствуют преобразованию, при котором соблюдается инвариантность мощности, что является принципиальным моментом в тензорном методе.

Наиболее эффективным, позволяющим исследовать любые переходные режимы в СЭС, является переход к системе синхронно вращающихся осей, а также к d, q осям, жестко связанными с ротором и к уравнениям, предложенным впервые Р. Парком и А.А. Горевым. Матрица прямого преобразования C_v^γ от координатных осей a, b, c к вращающимся осям $d, q, 0$, вводимая здесь для модели (рисунок 4.1), имеет вид

$$C_v^\gamma = \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \hline d & \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta & \sqrt{\frac{2}{3}} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sqrt{\frac{2}{3}} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \hline q & -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin \theta & -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \hline \end{array}.$$

Она отличается от матрицы преобразования Парка, в котором не соблюдается инвариантность мощности. Матрица обратного преобразования с учетом инвариантности мощности будет

$$C_\gamma^v = \begin{array}{c|ccc} & 0 & d & q \\ \hline a & \frac{1}{\sqrt{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta & -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin \theta \\ \hline b & \frac{1}{\sqrt{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \hline c & \frac{1}{\sqrt{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \hline \end{array} .$$

Преобразования с помощью приведенных матриц являются ортогональными. Для таких преобразований обратные матрицы равны транспонированным матрицам, а их детерминанты – единице. Обратим внимание на то, что обе последние матрицы суть функции механической переменной – скорости ротора. Угол между осями d и a зависит от времени $\theta = f(\omega t)$. Поэтому правила и формулы преобразования тензоров к вращающимся осям координат изменяются существенным образом [149]:

$$i^\gamma = C_\gamma^v i^{v\gamma}; \quad u_\delta = C_\delta^\mu u_\mu; \quad z_{\delta\gamma} = C_\delta^\mu z_{\mu\nu} C_\gamma^v + C_\delta^\mu L_{\mu\nu} \frac{\partial C_\gamma^v}{\partial \gamma} d\gamma.$$

В результате таких преобразований в уравнениях СМ появляются новые объекты, обусловленные вращающейся системой координат. Их называют ЭДС вращения. Найдем их с помощью (4.1), вводя преобразование C_γ^v . Тогда

$$u_\mu = R_{\mu\nu} C_\gamma^v i^\gamma + L_{\mu\nu} C_\gamma^v p i^\gamma + p L_{\mu\nu} C_\gamma^v i^\gamma,$$

где i^γ – токи в координатах $d, q, 0$. Умножая обе части последнего равенства на матрицу C_δ^μ , которая является транспонированной от матрицы C_γ^v , находим

$$C_\delta^\mu u_\mu = C_\delta^\mu R_{\mu\nu} C_\gamma^v i^\gamma + C_\delta^\mu L_{\mu\nu} C_\gamma^v p i^\gamma + C_\delta^\mu p L_{\mu\nu} C_\gamma^v i^\gamma. \text{ Далее получаем}$$

$$u_\delta = R_{\delta\gamma} i^\gamma + L_{\delta\gamma} p i^\gamma + C_\delta^\mu p (L_{\mu\nu} C_\gamma^v) i^\gamma,$$

где величины $u_\delta, i^\gamma, R_{\delta\gamma}, L_{\delta\gamma}$ являются тензорами в координатных осях $d, q, 0$, а последнее слагаемое в полученном уравнении не является тензором. Оно обусловлено выбором системы координат и представляет собой геометрический объект (ЭДС вращения). Его можно упростить к виду

$$C_\delta^\mu p(C_\mu^\delta L_{\delta\gamma} C_\gamma^\nu C_\nu^\gamma) i^\gamma = C_\delta^\mu p C_\mu^\delta L_{\delta\gamma} i^\gamma,$$

поскольку произведение $C_\gamma^\nu C_\nu^\gamma = 1$. Так как все индуктивности машины в координатных осях $d, q, 0$ представляют собой постоянные величины и $pL_{\delta\gamma} = 0$,

а производная $pC_\mu^\delta = \frac{\partial C_\mu^\delta}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t}$, то это означает, что ЭДС вращения, обусловленные

вращением осей координат, определяются как произведение производной матрицы преобразования $C_{\cdot,\mu}^\delta$ по углу θ на матрицу индуктивностей синхронной машины в осях $d, q, 0$. Следуя анализу Крона заметим, что при преобразовании переменных с помощью $C_\nu^{\alpha\beta}$ от системы фазных координат a, b, c к координатам $\alpha, \beta, 0$, которые неподвижны относительно друг друга (обе системы жестко сцеплены со статором машины), в уравнениях в ЭДС вращения отсутствуют. При обоих преобразованиях осуществляется замена трехфазной машины двухфазной эквивалентной машиной с соблюдением условия инвариантности мощности. Это означает, что мощность каждой из фаз двухфазной эквивалентной машины будет 1,5 раза больше мощности одной фазы трехфазной машины. Поэтому в приведенных матрицах преобразования выбраны коэффициенты $\sqrt{2/3}$, отличающиеся от коэффициентов $2/3$, принятых в преобразовании Парка. Это сделано для того, чтобы иметь одинаковые формулы преобразования для токов, напряжений и потокосцеплений. Главное же преимущество инвариантного преобразования по сравнению с обычным преобразованием Парка состоит не только в соблюдении инвариантности мощности, но и в получении матриц импеданса, в которых имеет место симметричность взаимоиндуктивностей между фазой a и обмотками, расположенными в продольной оси ротора. Конечно, симметричность можно обеспечить искусственно в преобразовании Парка,

например, посредством выбора соответствующих относительных единиц. Попутно также заметим, что для трехфазной машины, обмотки статора которой соединены в звезду без нулевого провода, всегда справедливо условие ($i^a + i^b + i^c = 0$), если фазы статора симметричны. Однако если данное соотношение по каким-либо причинам не выполняется, то вводится так называемый ток нулевой последовательности $i^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(i^a + i^b + i^c)$. Этот ток хотя и тождественен току нулевой последовательности в методе симметричных составляющих для трехфазных систем, однако он не является векторной величиной.

Три координатные системы a, b, c ; $\alpha, \beta, 0$; $d, q, 0$ относятся к семейству вещественных координат или преобразований. Существуют и другие вещественные преобразования, например, система осей $\gamma, \delta, 0$, которая находит широкое применение при анализе коллекторных машин постоянного тока. Однако в данной работе такие машины не рассматриваются.

Система координатных осей $\alpha, \beta, 0$ вполне удобна при моделировании машин, электротехнических устройств и сетей. Это объясняется не только уменьшением числа исходных уравнений, но и отсутствием взаимных связей, обусловленных взаимной индукцией между фазами одной или разных ЛЭП. Особенно она удобна при моделировании асинхронных машин в несимметричных режимах, поскольку от нее с помощью прямого и обратного преобразования, определяемого матрицами:

$$C_{\beta}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & \alpha & \beta \\ \hline 0 & \sqrt{2} & & \\ + & & 1 & j \\ - & & 1 & -j \end{array}, \quad C_{+}^{\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & \alpha & \beta \\ \hline 0 & \sqrt{2} & & \\ + & & 1 & 1 \\ - & & -j & j \end{array},$$

нетрудно перейти к системе двухфазных симметричных составляющих $0, +, -$ в мгновенных значениях и, наоборот, т.е. к комплексным переменным. Комплексные переменные можно получить также и в виде координат $f, b, 0$, если

перейти к ним от переменных в осях $d, q, 0$ с помощью аналогичных матриц преобразования:

$$C_b^{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & d & q \\ \hline 0 & \sqrt{2} & & \\ f & & 1 & 1 \\ b & & -j & j \end{array}, \quad C_b^{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & f & b \\ \hline 0 & \sqrt{2} & & \\ d & & 1 & j \\ q & & 1 & -j \end{array}.$$

Как уже было сказано, электрические машины в координатах $+, -, 0$; $\alpha, \beta, 0$; $d, q, 0$; $f, b, 0$ по своей сути представляют двухфазные системы. Фундаментальность и значимость двухфазной системы состоит в том, что независимо от числа фаз статора и ротора любого электромеханического преобразователя, его уравнения движения всегда можно свести к уравнениям эквивалентной двухфазной системы посредством тензорных преобразований, обладающих свойством группы и инвариантностью мощности. Например, преобразование от фазных координат a, b, c к комплексным координатам $f, b, 0$ можно выполнить в два этапа: преобразованием от трехфазной системы a, b, c к координатам $d, q, 0$, а затем к координатам $f, b, 0$, т.е. перемножением двух матриц $C_v^{\gamma} C_{\gamma}^b = C_v^b$. Эти же преобразования гораздо проще можно осуществить через трехфазные симметричные составляющие $C_v^s C_s^b = C_v^b$:

$$C_v^b = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & a^2 \\ 2 & 1 & a^2 & a \end{array} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 1 & & \\ f & & e^{j\theta} & \\ b & & & e^{j\theta} \end{array} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline 0 & 1 & e^{j\theta} & e^{-j\theta} \\ f & 1 & ae^{j\theta} & a^2 e^{-j\theta} \\ b & 1 & a^2 e^{j\theta} & ae^{-j\theta} \end{array}.$$

$$C_v^b = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline a & 1 & 1 & 1 \\ b & 1 & a & a^2 \\ c & 1 & a^2 & a \end{array} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & f & b \\ \hline 0 & 1 & & \\ 1 & & e^{-j\theta} & \\ 2 & & & e^{j\theta} \end{array} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{array}{c|ccc} & 0 & f & b \\ \hline a & 1 & 1 & 1 \\ b & e^{-j\theta} & a^2 e^{-j\theta} & ae^{-j\theta} \\ c & e^{j\theta} & ae^{j\theta} & a^2 e^{j\theta} \end{array}.$$

Комплексные переменные в координатах $(+, -, 0; f, b, 0,)$ представляют собой мгновенные значения величин. Они не несут в себе какого-либо физического

смысла, но обладают рядом аналитических достоинств и позволяют составлять взаимосвязанные схемы замещения стационарных сетей и электрических машин разного типа в одной и той же системе координат. В то же время комплексные преобразования, оперирующие с комплексными величинами, которые представляют установившиеся режимы, например, токи или напряжения в виде выражений $(A + jB)$ или $Ce^{j\theta}$ придают переменным определенный физический смысл. Рассмотрим, например, неуравновешенные как по фазе, так и по величине двухфазные составляющие напряжения:

$$u_{\alpha} = U_{m\alpha} \cos(\omega t + \theta_{\alpha}), \quad u_{\beta} = U_{m\beta} \sin(\omega t + \theta_{\beta}).$$

Воспользовавшись матрицей $C_{\alpha\beta}^+$, найдем составляющие этих напряжений в комплексной форме. Получаем

$$u_{+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{\alpha} + ju_{\beta}), \quad u_{-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{\alpha} - ju_{\beta}).$$

Нетрудно заметить, что в данном случае напряжение $u_{+} = u_{-}^*$, т.е. значения этих напряжений, являются сопряженными комплексами. Используя формулы Эйлера для тригонометрических функций

$$\cos(\omega t + \theta_{\alpha}) = \frac{1}{2}(e^{j(\omega t + \theta_{\alpha})} + e^{-j(\omega t + \theta_{\alpha})}), \quad \sin(\omega t + \theta_{\alpha}) = \frac{1}{2j}(e^{j(\omega t + \theta_{\alpha})} - e^{-j(\omega t + \theta_{\alpha})}),$$

после несложных преобразований находим соотношения:

$$u_{+} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_{m+} e^{j\omega t} + \mathbf{U}_{m-}^* e^{j\omega t}), \quad u_{-} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_{m+}^* e^{-j\omega t} + \mathbf{U}_{m-} e^{j\omega t}),$$

где $\mathbf{U}_{m+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{U}_{\alpha} + j\mathbf{U}_{\beta})$; $\mathbf{U}_{m-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{U}_{\alpha} - j\mathbf{U}_{\beta})$. В последних двух

выражениях все комплексы представляют собой величины, описывающие установившийся режим. Если система напряжений будет уравновешенной, то получаем соотношения:

$$U_{\alpha} = U_{\beta}; \quad \mathbf{U}_{m+} = \frac{2}{\sqrt{2}}U_{m\alpha} e^{j\theta_{\alpha}}; \quad \theta_{\alpha} = \theta_{\beta}.$$

Симметричные составляющие в мгновенных значениях являются функциями времени, а комплексные симметричные составляющие суть комплексные величины, представляющие собой лишь амплитуды напряжений или

ТОКОВ.

Не вдаваясь в подробности составления уравнений в системе симметричных составляющих $+$, $-$, 0 , подчеркнем, что через эти координатные оси проще всего получить, например, уравнения синхронной машины в осях $f, b, 0$, которые представляют наибольший интерес в проблеме анализа многомашинных электрических систем. Поскольку при исследовании синхронных и асинхронных машин как источников распределенной генерации и нагрузок особое место занимают преобразования к осям $d, q, 0$ и $f, b, 0$, а введение этих координат или их замена осуществляется с помощью матриц преобразования, зависящих от угла θ , то далее проанализируем несколько подробнее формирование уравнений в координатах $d, q, 0$ и $f, b, 0$ для электрических машин и сетей в связанной системе тензорным методом.

4.2. Математические модели машин и внешней сети во вращающихся системах координат

4.2.1 Матрицы импеданса электрических машин в различных координатных системах

Часто используемое на практике одновременное преобразование совместно составленных уравнений машин и сети в фазных координатах a, b, c к вращающимся осям $d, q, 0$ или $f, b, 0$ для сложно-разветвленных сетей со многими машинами представляет собой слишком сложную процедуру. Тензорный метод, развитый Г. Кроном, позволяет выполнить необходимые преобразования существенно проще.

На первом этапе данной операции исследуемая система разделяется на элементы, а уравнения машин составляются отдельно от сети. Когда скоро уравнения машин в любой из координатных осей уже известны, то задача сводится лишь к установлению уравнений стационарной сети в фазных координатах a, b, c и затем к преобразованию их к выбранной вращающейся

системе координат $(d, q, 0; f, b, 0$ и т.п.). После составления матричных уравнений сети во вращающейся системе координат результирующие уравнения всей системы в матричной форме определяются уже простым объединением (сложением) матриц сопротивлений сети и машин. Это допустимо, поскольку уравнения всех элементов записаны теперь в одной и той же системе координат.

Ниже представлены матрицы сопротивлений идеализированной трехфазной синхронной машины с учетом демпферных контуров, полученные с помощью соответствующих матриц преобразования и выбранных положительных направлений электрических и механических параметров в координатных осях $d, q, 0; \alpha, \beta, 0; +, -, 0; f, b, 0$ при соблюдении условия инвариантности мощности.

Особая значимость уравнений, приводимых в работе, состоит в том, что они определены для одной и той же исходной модели синхронной машины с соблюдением инвариантности мощности при всех вводимых преобразованиях и одинаковых параметрах. В конкретных числовых расчетах всегда возникают проблемы, связанные с определением достоверных значений параметров, входящих в схемы замещения и уравнения математических моделей машин и сетей, а также с выбором систем единиц [40, 96, 106, 116]. В работе используются параметры, полученные из экспериментальных, конструктивных и каталожных данных.

Важно лишь сделать одно существенное замечание относительно параметров и их обозначений в приведенных матрицах. Это, прежде всего, касается индуктивностей L_0 и L_2 , входящих в уравнения для обмоток статора синхронной машины. Указанные параметры нередко используются под произвольными обозначениями. Они являются коэффициентами в разложении нелинейных функций $L_{ij} = \varphi(\theta)$ в ряд Фурье, отражающих зависимости собственных и взаимных индуктивностей от угла положения ротора машины. Экспериментально и теоретически доказано [14, 105, 121], что влияние высших гармоник выше второго порядка практически не сказывается на значениях ЭДС основной частоты машин. Поэтому достаточно учитывать только две

составляющие разложения в ряд: $L_{aa} = l_0 + l_2 \cos 2\theta$, $L_{aa} = L_{cp} + L_m \cos 2\theta$, $L_{bc} = -M_{cp} + L_m \cos 2\theta$. Можно встретить различные обозначения для собственных и взаимных индуктивностей. В данной работе, выбраны значения параметров так, чтобы выполнялись условия:

$$L_d = \frac{3}{2}(L_0 + L_2) = L_{cp} + M_{cp} + \frac{3}{2}L_m, \quad L_q = \frac{3}{2}(L_0 - L_2) = L_{cp} + M_{cp} - \frac{3}{2}L_m,$$

$$\frac{1}{3}(L_d + L_q) = L_0, \quad \frac{1}{3}(L_d - L_q) = L_2, \quad \frac{1}{3}(L_{cp} + M_{cp}) = L_0, \quad \frac{1}{3}(L_d - L_q) = L_m.$$

Тогда матрицы импедансов синхронной машины в различных координатах (из-за громоздкости они представлены более мелким шрифтом) имеют вид:

$$Z_{(\alpha,\beta)} =$$

	α	β	f	D	Q
α	$R + \frac{3}{2}p(L_0 + L_2 \cos 2\theta)$	$-\frac{3}{2}L_2 p \sin \theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{df} p \cos \theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{dD} p \cos \theta$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}L_{qQ} p \sin \theta$
β	$\frac{3}{2}pL_2 \sin 2\theta$	$R + \frac{3}{2}p(L_0 - L_2 \cos 2\theta)$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{df} p \sin \theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{dD} p \sin \theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{qQ} p \cos \theta$
f	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{fd} p \cos \theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{fd} p \sin \theta$	$R_f + L_f p$	$L_{fD} p$	0
D	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{Dd} p \cos \theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{Dd} p \sin \theta$	$L_{Df} p$	$R_D + L_D p$	0
Q	$-\sqrt{\frac{3}{2}}L_{Qq} p \sin \theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{Qq} p \cos \theta$	0	0	$R_Q + L_Q p$

$$Z_{(d,q)} =$$

	d	q	f	D	Q
d	$R + \frac{3}{2}(L_0 + L_2)p$	$-\frac{3}{2}(L_0 - L_2)p\theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{df} p$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{dD} p$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}L_{qQ} p\theta$
q	$\frac{3}{2}(L_0 + L_2)p\theta$	$R + \frac{3}{2}(L_0 - L_2)p$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{df} p\theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{dD} p\theta$	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{qQ} p$
f	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{fd} p$	0	$R_f + L_f p$	$L_{fD} p$	0
D	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{Dd} p$	0	$L_{Df} p$	$R_D + L_D p$	0
Q	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}L_{Qq} p$	0	0	$R_Q + L_Q p$

	+	-	f	D	Q
+	$R + \frac{3}{2}L_0p$	$\frac{3}{2}L_2pe^{j2\theta}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{df}pe^{j\theta}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{dD}pe^{j\theta}$	$j\sqrt{\frac{3}{4}}L_{qQ}pe^{j\theta}$
-	$\frac{3}{2}L_2pe^{-j2\theta}$	$R + \frac{3}{2}L_0p$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{df}pe^{-j\theta}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{dD}pe^{-j\theta}$	$-j\sqrt{\frac{3}{4}}L_{qQ}pe^{-j\theta}$
$z_{(+,-)} = f$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{fd}pe^{-j\theta}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{fd}pe^{j\theta}$	$R_f + L_f p$	$L_{fD}p$	0
D	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{Dd}pe^{-j\theta}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{Dd}pe^{j\theta}$	$L_{Df}p$	$R_D + L_D p$	0
Q	$-j\sqrt{\frac{3}{4}}L_{Qq}pe^{-j\theta}$	$j\sqrt{\frac{3}{4}}L_{Qq}pe^{j\theta}$	0	0	$R_Q + L_Q p$

$$z_{(F,B)} =$$

	F	B	f	D	Q
F	$R + \frac{3}{2}L_0(p + jp\theta)$	$\frac{3}{2}L_2(p + jp\theta)$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{df}(p + jp\theta)$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{dD}(p + jp\theta)$	$j\sqrt{\frac{3}{4}}L_{qQ}(p + jp\theta)$
B	$\frac{3}{2}L_2(p - jp\theta)$	$R + \frac{3}{2}L_0(p - jp\theta)$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{df}(p - jp\theta)$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{dD}(p - jp\theta)$	$-j\sqrt{\frac{3}{4}}L_{qQ}(p - jp\theta)$
f	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{fd}p$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{fd}p$	$R_f + L_f p$	$L_{fD}p$	0
D	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{Dd}p$	$\sqrt{\frac{3}{4}}L_{Dd}p$	$L_{Df}p$	$R_D + L_D p$	0
Q	$-j\sqrt{\frac{3}{4}}L_{Qq}p$	$j\sqrt{\frac{3}{4}}L_{Qq}p$	0	0	$R_Q + L_Q p$

В последней матрице индексы системы координатных осей $f, b, 0$ заменены на $F, B, 0$, чтобы не вносить путаницу с обозначением обмотки ротора.

4.2.2 Матрицы и уравнения сети во вращающихся системах координат

Уравнения напряжений стационарной сети могут быть тоже, как и для машин, получены в тензорной форме записи для различных координатных осей. Общее уравнение для отдельной ветви электрической сети, состоящей из трех элементов R, L, C , для голономной неподвижной системы координат имеет вид

$$e = R \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C}. \quad (4.2)$$

Но поскольку во вращающейся системе координат установить связь между электрическими зарядами не удастся (динамическая система оказывается

неголономной [135, 143]), то необходимо в качестве переменных выбирать не заряды, а токи. Тогда уравнение для одного контура сети или отдельной ветви можно записать в комплексной или операторной форме:

$$\dot{E} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = Z\dot{I}, \quad e(p) = Ri(p) + pLi(p) + \frac{1}{pC}i(p), \quad (4.3)$$

где параметры R, L, C предполагаются линейными и независимыми от времени и угла θ . Для синусоидальных токов и напряжений тензор импеданса можно выразить в комплексной форме как $Z = (R + jX_L - jX_C)$.

Предположим, что исследуемая сеть представлена в неподвижной системе координатных осей $\alpha, \beta, 0$ и характеризуется двумя контурами. Переход к вращающимся осям $d, q, 0$ осуществляется тогда с помощью матрицы преобразования C по правилу для токов. Примем без индексную нотацию для обозначения параметров сети и матриц преобразования. В данном случае матрица является функцией угла θ и имеет вид

$$C = \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline \alpha & \cos\theta & -\sin\theta \\ \hline \beta & \sin\theta & \cos\theta \\ \hline \end{array}.$$

Преобразуя токи и напряжения посредством данной матрицы, находим, что

$$C_t e = C_t R C_i' + C_t L p(C_i') + C_t S \frac{1}{p} C_i'. \quad \text{Тогда новое уравнение будет}$$

$$e' = R' i' + C_t L \left(\frac{\partial C}{\partial \theta} p i' + C p i' \right) + C_t S \frac{1}{p} C_i' \quad (4.4)$$

где i' - матрица токов в координатах $d, q, 0$, а $S = 1/C$ - обозначение обратной величины емкости сети. Оно принято в уравнениях, чтобы не путать емкость с матрицей преобразования. Представив последнее слагаемое в выражения (4.4) как $C_t S \frac{1}{p} C_i' = C_t S C C^{-1} \frac{1}{p} C_i' = S' C^{-1} \frac{1}{p} C_i'$, получаем

$$e' = R' i' + C_t L \frac{\partial C}{\partial \theta} p \theta i' + L' p i' + S' C^{-1} \frac{1}{p} C_i'. \quad (4.5)$$

Введя обозначение $\mathbf{e}' - \mathbf{R}'\mathbf{i}' - \mathbf{C}'_l \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta} p\theta\mathbf{i}' - \mathbf{L}'p\mathbf{i}' = \mathbf{S}'\mathbf{C}'^{-1} \frac{1}{p} \mathbf{C}\mathbf{i}' = \mathbf{U}'$, упрощаем

его так, чтобы избавиться от величины $\frac{1}{p} = p^{-1}$. Последовательными шагами

матричных преобразований получаем следующие выражения:

$$\mathbf{S}'^{-1}\mathbf{S}'\mathbf{C}'^{-1} \frac{1}{p} \mathbf{C}\mathbf{i}' = \mathbf{S}'^{-1}\mathbf{U}' = \mathbf{C}'^{-1} \frac{1}{p} \mathbf{C}\mathbf{i}'; \quad p\mathbf{C}\mathbf{S}'^{-1}\mathbf{U}' = p\mathbf{C}\mathbf{C}'^{-1} \frac{1}{p} \mathbf{C}\mathbf{i}' = \mathbf{C}\mathbf{i}';$$

$$\mathbf{C}\mathbf{S}'^{-1}p\mathbf{U}' + (p\mathbf{C})\mathbf{S}'^{-1}\mathbf{U}' = \mathbf{C}\mathbf{i}',$$

где величина \mathbf{S}'^{-1} не является функцией угла θ и оператора p . Умножая обе части последнего равенства на матрицу \mathbf{C}'^{-1} , находим соотношения:

$$\mathbf{C}'^{-1}\mathbf{C}\mathbf{S}'^{-1}p\mathbf{U}' + (\mathbf{C}'^{-1}p\mathbf{C})\mathbf{S}'^{-1}\mathbf{U}' = \mathbf{C}'^{-1}\mathbf{C}\mathbf{i}', \quad p\mathbf{S}'^{-1}\mathbf{U}' + (\mathbf{C}'^{-1}p\mathbf{C})\mathbf{S}'^{-1}\mathbf{U}' = \mathbf{i}'.$$

Сгруппировав слагаемые в левой части полученного уравнения и вводя новые обозначения, записываем $(\mathbf{1}p + \mathbf{C}'^{-1}p\mathbf{C})\mathbf{S}'^{-1}\mathbf{U}' = \mathbf{p}'\mathbf{S}'^{-1}\mathbf{U}' = \mathbf{i}'$. Величина в круглых скобках $(\mathbf{1}p + \mathbf{C}'^{-1}p\mathbf{C}) = \mathbf{p}'$ - это тензор второго ранга. Он является обобщением обычной производной $p = \partial / \partial t$ и называется абсолютной или ковариантной производной по времени $\mathbf{p}' = \delta / \partial t = \mathbf{1}p + \mathbf{\Gamma}p\theta$, где $\mathbf{1}$ - единичная матрица, а $\mathbf{\Gamma}$ - контравариантный тензор вращения

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{C}'^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta} = d \begin{array}{|c|c|c|} \hline & d & q \\ \hline & & -1 \\ \hline q & 1 & \\ \hline \end{array}.$$

Обратим внимание на тот факт, что если в расчетах режимов сетей пренебречь емкостями, то в уравнении (4.5) слагаемое $\mathbf{S}'\mathbf{C}'^{-1} \frac{1}{p} \mathbf{C}\mathbf{i}'$ отсутствует, и уравнение сети приобретает во вращающихся осях $d, q, 0$ наиболее простой, аналогичный для электрических машин, вид:

$$\mathbf{e}' = \mathbf{R}'\mathbf{i}' + \mathbf{L}'p\mathbf{i}' + \mathbf{C}'_l \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta} p\theta\mathbf{i}'.$$

Если в этом уравнении дополнительно преобразовать последнее слагаемое в правой части, то получим, что $\mathbf{C}_r \mathbf{L} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \theta} p \theta \mathbf{i}' = (\mathbf{C}_r \mathbf{L} \mathbf{C}) \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \theta} p \theta = \mathbf{L}' \Gamma p \theta$.

Таким образом, матричное уравнение электрической сети в произвольно вращающейся системе координат можно записать как

$$\mathbf{e}' = \mathbf{Z}' \mathbf{i}' = \mathbf{R}' \mathbf{i}' + \mathbf{L}' \mathbf{p}' \mathbf{i}' + \mathbf{S}' \mathbf{p}'^{-1} \mathbf{i}'. \quad (4.6)$$

Оно по форме не отличается от уравнения, записанного в системе неподвижных осей a, b, c или $\alpha, \beta, 0$. Однако в нем используются новые компоненты: $\mathbf{p}' = (\mathbf{1} p + \Gamma p \theta)$, $\mathbf{p}' = \mathbf{C}^{-1} \frac{1}{p} \mathbf{C}$, \mathbf{p}'^{-1} . Особого внимания заслуживает вычисление \mathbf{p}'^{-1} для случая, когда $p \theta = const$. Это связано с заменой общего тензорного уравнения (4.5) несколькими матричными уравнениями в зависимости от числа фаз и контуров в каждой фазе сети. Чтобы развернуть это тензорное уравнение по двум осям достаточно выразить величины Γ и \mathbf{p} в виде составляющих, относящихся к конкретным фазам и контурам сети. Например, для двухфазной системы или трехфазной системы в координатных осях d, q имеем:

$$\Gamma = \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & & -\mathbf{1} \\ \hline q & \mathbf{1} & \end{array}, \quad \mathbf{p} = \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & p\mathbf{1} & -p\theta\mathbf{1} \\ \hline q & p\theta\mathbf{1} & p\mathbf{1} \end{array},$$

где $\mathbf{1}$ – единичный тензор. Его матрица имеет в общем случае столько диагональных компонент, сколько сеть имеет контуров, относящихся к данной фазе. Обращая матрицу \mathbf{p} , получаем

$$\mathbf{p}'^{-1} = \frac{1}{p^2 + (p\theta)^2} \cdot \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & p\mathbf{1} & p\theta\mathbf{1} \\ \hline q & -p\theta\mathbf{1} & p\mathbf{1} \end{array} \quad \text{или} \quad \mathbf{p}'^{-1} = \frac{1}{p^2 + (p\theta)^2} (\mathbf{I} p - \Gamma p \theta).$$

Если в каждой фазе имеет место только один контур из элементов R, L, C , то операторный импеданс $Z'(p)$ будет формироваться в произвольно вращающихся осях из трех матриц:

$$\mathbf{R}' = \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & R & \\ \hline q & & R \\ \hline \end{array}, \quad \mathbf{L}'\mathbf{p} = \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & Lp & -Lp\theta \\ \hline q & Lp\theta & Lp \\ \hline \end{array}, \quad \mathbf{S}'\mathbf{p}^{-1} = \frac{1}{p^2 + (p\theta)^2} \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & Sp & Sp\theta \\ \hline q & -Sp\theta & Sp \\ \hline \end{array}.$$

Тогда результирующая матрица будет иметь вид

$$\mathbf{Z}'_{dq} = \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & R + (L + \frac{S}{p^2 + (p\theta)^2})p & -(L - \frac{S}{p^2 + (p\theta)^2})p\theta \\ \hline q & (L - \frac{S}{p^2 + (p\theta)^2})p\theta & R + (L + \frac{S}{p^2 + (p\theta)^2})p \\ \hline \end{array}. \quad (4.7)$$

Особенность уравнений сети в синхронно вращающихся осях состоит в том, что в них, как и в уравнениях для напряжений статора СМ в координатах $d, q, 0$, появляются ЭДС вращения – новые объекты, которые не являются тензорами. Они обусловлены вращением координатных осей. Матрица преобразования в данном случае является функцией угла положения ротора $\theta = f(\omega t)$, а в матрицах контурных сопротивлений сети возникают взаимные антисимметричные связи.

Выражение (4.7) может быть распространено и на многоконтурную сеть, если под скалярами R, L, C , понимать тензорные величины сложно-разветвленной сети.

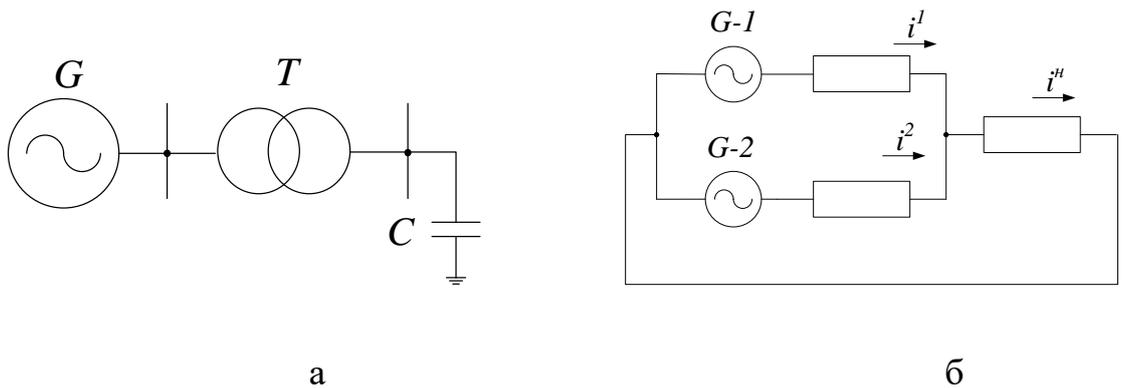


Рисунок 4.2 - Примеры сетей: а - двухконтурная схема с трансформатором, работающим на емкость; б - схема с двумя параллельно включенными машинами

Например, при подключении к синхронной машине трансформатора, нагруженного емкостью (рисунок 4.2, а), в сети появляются два контура, образованные первичной и вторичной обмотками трансформатора и матрица

переходного сопротивления такой двухконтурной сети во вращающихся осях d, q будет иметь вид

$$\mathbf{Z}'' = \begin{array}{c|cc|cc} & d_1 & d_2 & q_1 & q_2 \\ \hline d_1 & R_1 + L_1 p & Mp & -L_1 p \theta & -Mp \theta \\ \hline d_2 & Mp & R_2 \left(L_2 + \frac{1}{C_2 [p^2 + (p\theta)^2]} \right) p & -Mp \theta & \left(-L_2 + \frac{1}{C_2 [p^2 + (p\theta)^2]} \right) p \theta \\ \hline q_1 & L_1 p \theta & Mp \theta & R_1 + L_1 p & Mp \\ \hline q_2 & Mp \theta & \left(-L_2 - \frac{1}{C_2 [p^2 + (p\theta)^2]} \right) p \theta & Mp & R_2 \left(L_2 + \frac{1}{C_2 [p^2 + (p\theta)^2]} \right) p \end{array} .$$

Следовательно, переход к вращающимся осям d, q приводит к появлению взаимной индуктивности между каждым контуром двух фаз сети аналогично тому, как если бы каждый набор контуров был бы вращающейся обмоткой электрической машины. Однако, уравнения во вращающихся осях d, q и матрицу сопротивлений (4.7) можно существенно упростить, если перейти к комплексным координатным осям f, b с помощью соответствующих матриц преобразования, используя формулу преобразования $\mathbf{Z}'_{f,b} = \mathbf{C}_t^* \mathbf{Z}'_{d,q} \mathbf{C}$, где \mathbf{C}_t^* - сопряженная матрица, и принимая во внимание, что для данного преобразования будут справедливы равенства:

$$\Gamma_{(f,b)} = \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline f & j\mathbf{1} & \\ \hline b & & -j\mathbf{1} \end{array}, \quad \mathbf{p} = \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline f & (p + jp\theta)\mathbf{1} & \\ \hline b & & (p - jp\theta)\mathbf{1} \end{array}, \quad \mathbf{p}^{-1} = \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline f & \frac{\mathbf{1}}{p + jp\theta} & \\ \hline b & & \frac{\mathbf{1}}{p - jp\theta} \end{array} .$$

В отсутствие нулевой последовательности эти матрицы таковы:

$$\mathbf{C}_b^y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline d & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \hline q & -j\mathbf{1} & j\mathbf{1} \end{array}, \quad \mathbf{C}_b^{y*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline f & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \hline q & +j\mathbf{1} & -j\mathbf{1} \end{array} .$$

Тогда матрица сопротивлений в координатных осях f, b будет равна

$$\mathbf{Z}'_{(f,b)} = \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline f & R' + L'(p + jp\theta) + \frac{S'}{p + jp\theta} & \\ \hline b & & R' + L'(p - jp\theta) + \frac{S'}{p - jp\theta} \\ \hline \end{array}. \quad (4.8)$$

Матрица сопротивлений сети в новой системе координат приобретает квазидиагональную форму. Полученные выражения ее могут быть распространены на многоконтурные сети, если под скалярами R , L , S в ней понимать тензорные величины и составлять матрицы сопротивлений «элементарной» сети в форме квазидиагональных матриц контуров машин и сети. Для схемы (рисунок 4.2, а) преобразованная матрица приводится к виду

	f_1	f_2	b_1	b_2
f_1	$R_1 + L_1(p + jp\theta)$	$M(p + jp\theta)$		
f_2	$M(p + jp\theta)$	$R_2 + L_2(p + jp\theta) + \frac{1}{C_2(p + jp\theta)}$		
b_1			$R_1 + L_1(p - jp\theta)$	$M(p - jp\theta)$
b_2			$M(p - jp\theta)$	$R_2 + L_2(p - jp\theta) + \frac{1}{C_2(p - jp\theta)}$

Упрощения становятся еще более существенными, если пренебречь емкостью сети и не учитывать в матрицах дополнительные слагаемые в ее диагональных элементах типа $S' / (p \pm jp\theta)$. С помощью матриц связи затем можно объединить уравнения параллельно работающих машин и сетей и найти их решение обычными методами или по частям, используя схемы замещения в прямых и инверсных координатах $f, b, 0$.

4.2.3 Связь электрических машин и сетей во вращающейся системе координат

Нами получены матрицы полных сопротивлений машин и сети в координатных осях f, b . Для простоты выкладок при иллюстрации их объединения в различные схемы введем новые простые обозначения для этих матриц, предварительно преобразовав матрицу машин, исключив из рассмотрения

все ее роторные контуры. Напомним, что внешняя сеть связывается только с зажимами статоров машин. Следовательно, будем далее использовать обобщенные матрицы машин и сети в виде:

$$\mathbf{Z}_{m(f,b)} = \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline f & Z_{m+}(p) & X_{m+}(p) \\ b & X_{m-}(p) & Z_{m-}(p) \end{array}, \quad \mathbf{Z}_{c(f,b)} = \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline f & Z_{c+}(p) & \\ b & & Z_{c-}(p) \end{array}.$$

Когда одна машина работает на сеть (рисунок 4.2, а), то диагональная матрица «элементарной» сети Крона состоит из блоков машины и сети

$$\mathbf{Z}_{(\varepsilon)} = \begin{array}{c|cccc} & 1f & 1b & 2f & 2b \\ \hline 1f & Z_{m+}(p) & X_{m+}(p) & & \\ 1b & X_{m-}(p) & Z_{m-}(p) & & \\ 2f & & & Z_{c+}(p) & \\ 2b & & & & Z_{c-}(p) \end{array}.$$

Ее посредством матрицы соединения $\mathbf{C}_{(c)}$, отличающейся от матриц преобразования координатных осей и отображающей равенство токов статора машины и сети после их объединения, можно преобразовать в общую матрицу по правилу $\mathbf{Z}'_{(f,b)} = \mathbf{C}_{(c)} \mathbf{Z}_{(\varepsilon)} \mathbf{C}_{(c)}$. Эти матрицы имеют вид:

$$\mathbf{C}_{(c)} = \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline 1f & 1 & \\ 1b & & 1 \\ 2f & 1 & \\ 2b & & 1 \end{array}, \quad \mathbf{Z}'_{(f,b)} = \begin{array}{c|cc} & f & b \\ \hline f & Z_{m+}(p) + Z_{c+} & X_{m+}(p) \\ b & X_{m-}(p) & Z_{m-}(p) + Z_{c-} \end{array}.$$

Аналогично могут быть объединены и несколько параллельно работающих машин с сетью. В этом случае в диагонали матрицы «элементарной» сети \mathbf{Z}' , появляются блоки, описывающие матрицы сопротивлений всех m машин. Например, для двух машин, работающих на сеть (рисунок 4.2, б), матрица соединения \mathbf{C}' , определяемая из условия, что токи сети равны сумме токов от обеих машин, и матрица \mathbf{Z}' имеют вид:

$$\mathbf{C}' =$$

	1f	1b	2f	2b
1f	1			
1b		1		
2f			1	
2b				1
cf	1		1	
cb		1		1

$$\mathbf{Z}' =$$

	1f	1b	2f	2b	cf	cb
1f	$Z_{1m+}(p)$	$X_{1m+}(p)$				
1b	$X_{1m-}(p)$	$Z_{1m-}(p)$				
2f			$Z_{2m+}(p)$	$X_{2m+}(p)$		
2b			$X_{2m-}(p)$	$Z_{2m-}(p)$		
cf					$Z_{c+}(p)$	
cb						$Z_{c-}(p)$

После выполненного преобразования определяется результирующая матрица \mathbf{Z}'' системы из двух машин и сети, работающих совместно,

$$\mathbf{Z}'' =$$

	1f	1b	2f	2b
1f	$Z_{1m+}(p) + Z_{c+}(p)$	$X_{1m+}(p)$	$Z_{c+}(p)\nu$	
1b	$X_{1m-}(p)$	$Z_{1m-}(p) + Z_{c-}(p)$		$Z_{c-}(p)$
2f	$Z_{c+}(p)$		$Z_{2m+}(p) + Z_{c+}(p)$	$X_{2m+}(p)$
2b		$Z_{c-}(p)$	$X_{2m-}(p)$	$Z_{2m-}(p) + Z_{c-}(p)$

Проиллюстрированный метод легко распространяется на другие схемы СЭС. Очевидно, что полученные уравнения во вращающихся координатных осях могут быть применимы и для анализа электромагнитных переходных процессов и токов короткого замыкания в системах с распределенной генерацией.

4.2.4 Особенности расчета СЭС, содержащих явнополюсные машины

Из тензорных уравнений, записанных в синхронно вращающихся осях, вытекают, как частный случай, уравнения Парка-Горева, аналитически решаемые при постоянной скорости вращения роторов СМ с помощью преобразования Лапласа или интеграла Фурье. Поскольку в работе рассматриваются прикладные задачи расчета по частям, связанные только с электромагнитными переходными процессами, то важно оценить промежутки времени, в течение которых скорости СМ не изменяются. Анализ показывает, что расчетные ЭДС E_t и сопротивления x_t СМ для произвольного момента времени КЗ можно определить с погрешностью, не превышающей (5-7) %, если воспользоваться ее внешними характеристиками $U_{Gt} = f(x_{вн}, t, I_{Gt})$, построенными и спрямленными с помощью ЭВМ. Естественно, что для СЭС с несколькими распределенными источниками

генерации найти точные значения E_t и x_t с учетом действия и взаимного влияния машин друг на друга при КЗ крайне затруднительно, если вообще возможно. Однако, для времен $t \leq 0,5$ с, когда роторы СМ практически продолжают вращаться синхронно, а устройства АРВ настроены по условиям сохранения устойчивости на поддержание ЭДС $E'_q = const$, допустимо считать, что все машины работают в режиме подъема возбуждения и вводить их в расчетные схемы замещения своими E_t и x_t или даже E'_q и x'_d . Достоинство такого подхода состоит в том, что он позволяет с достаточной степенью точности вычислять периодическую составляющую тока КЗ не только в месте повреждения, но и определять токораспределение по всем ветвям схемы замещения СЭС для заданного момента времени.

Под установившемся режимом КЗ обычно понимают стадию электромагнитного процесса, когда возникшие свободные токи его полностью затухают, заканчивается действие АРВ и изменение токов в обмотках возбуждения и в других контурах машин, а скорость их роторов предполагается равной синхронной. Однако, такое определение установившегося режима при КЗ является условным (гипотетическим) и носит чисто теоретический характер, поскольку в реальности он возможен лишь при значительной электрической удаленности места КЗ от источников, когда снижение напряжения на шинах и размагничивающее действие токов КЗ статора полностью компенсируется АРВ. Фактически речь идет о нормальном режиме работы СМ при изменении нагрузки СЭС. В действительности же при близких КЗ, имеющих продолжительность несколько секунд, генераторы переходят в режим качаний, выпадения из синхронизма по критериям динамической устойчивости, с последующим затем асинхронным ходом, их остановом или ресинхронизацией, после устранения КЗ, а в настоящее время они, как правило, отключаются от сети. Расчеты таких режимов в сложно-разветвленных СЭС требуют учета электромеханических переходных процессов и построения соответствующих эквивалентных моделей, поскольку решить составленные уравнения в различных координатных осях для

всей системы в целом, крайне затруднительно.

Ниже рассматривается методика расчета режимов СЭС со многими генераторами с учетом явнополюсности, углов положения продольной оси роторов машин относительно синхронно вращающегося вектора напряжения системы и на конкретном примере иллюстрируется процедура объединения уравнений машин и сети тензорным методом. Такая необходимость возникает при расчетах токораспределения в ветвях сложной СЭС и определении мощностей генераторов, а также при вычислении начальных значений свободных периодических токов в анализе переходных процессов и динамической устойчивости, например, методом последовательных интервалов. Трудности возникают из-за наличия машин с явно выраженными полюсами, модели которых нельзя представить в виде единой эквивалентной схемы замещения, и из-за увеличения числа генераторных узлов и узлов нагрузки, к которым присоединяются генераторы и двигатели. Трудности в какой-то мере можно преодолеть, если воспользоваться тензорным методом Крона, выполнив все вычисления для сложной системы на ЭВМ с помощью матриц преобразования, эквивалентировав ее и разделяя на отдельные части.

Разделение системы желательно проводить путем выборки узлов, к которым подключены машины, временно отсоединяя их от этих узлов. Затем, пользуясь упрощенными уравнениями Парка – Горева: $U_d = -\psi_q$, $U_q = \psi_d$, которые допустимо применять при выполнении перечисленных выше расчетов можно записать уравнения напряжений для каждой машины с учетом выбранных положительных направлений токов (от генераторов к узлам сети). Для явнополюсных машин имеем: $U_d = X_q I^q$ и $U_q = E_q - X_d I^d$, где индексы d, q подчеркивают, что составляющие напряжений и токов являются проекциями на вращающиеся координатные оси d, q , жестко связанные с роторами машин. Верхние индексы у токов означают, что токи являются контравариантными векторами, в отличие от нижних индексов у напряжений (ковариантных векторов). Эти векторы имеют разные законы преобразования при замене

координат. В случае расчетов динамической устойчивости (с учетом АРВ) необходимо в уравнениях машин использовать переходные значения ЭДС E_q' и X_d' , а для неявнополюсных синхронных машин принимать $X_d = X_q$. Следовательно, два исходных уравнения каждой отдельной машины можно записать в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 0 \\ E_q' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -X_q \\ X_d & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I^d \\ I^q \end{bmatrix}$$

или в тензорных обозначениях сразу для всех машин: $E_\mu - U_\mu = Z_{\mu\nu} I^\nu$, где $Z_{\mu\nu}$ - полные сопротивления машин с учетом активных сопротивлений. Уравнения электрической сети целесообразно записать в форме уравнений узловых напряжений. Однако сначала ее желательно упростить, исключив узлы, к которым машины не присоединены. В результате такой операции будут найдены входные и взаимные проводимости только относительно части узлов, к которым присоединены машины. Ее можно провести путем свертывания схемы, применяя поочередные преобразования соединений ветвей «звездой» в соединения «треугольником». Но для мало-мальски сложной сети такой метод упрощения практически не приемлем. Поэтому предлагается проводить исключение узлов матричным преобразованием схем методом редуцирования. Для этого нужно перенумеровать узлы системы, отнеся индексы от 1 до k к генераторным узлам и от $(k+1)$ до n ко всем остальным. Далее надо заменить каждый из токов, представляющий электрическую нагрузку или замыкание (если такое имеется), произведением эквивалентной проводимости на напряжение соответствующего узла

$$I_{k+1} = \frac{P_{k+1} + jQ_{k+1}}{U_{k+1}^2} = Y_{k+1} U_{k+1}$$

и подставить его, перенеся в левую часть исходного матричного уравнения.

В результате получается система уравнений в матричной форме

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline Y_{11} & -Y_{12} & \dots & -Y_{1k+1} & \dots & -Y_{1n} \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline -Y_{k+11} & -Y_{k+12} & \dots & Y_{k+1k+1} - Y_{k+1} & \dots & -Y_{k+1n} \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline -Y_{n1} & -Y_{n2} & \dots & Y_{k+1n} & \dots & Y_{nn} - Y_n \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline U_1 \\ \hline \dots \\ \hline U_{k+1} \\ \hline \dots \\ \hline U_n \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline I_1 \\ \hline \dots \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array},$$

которую эквивалентно можно представить двумя как

$$\begin{array}{|c|c|} \hline Y_{QQ} & Y_{QN} \\ \hline Y_{NQ} & Y_{NN} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline U_Q \\ \hline U_N \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline I_Q \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}.$$

Разрешая это матричное уравнение относительно токов генераторных узлов, находим $I_Q = [Y_{QQ} - Y_{QN}(Y_{NN})^{-1}Y_{NQ}]U_Q = Y_Q U_Q$. Матрица Y_Q представляет своими компонентами входные и взаимные проводимости эквивалентной сети, которая включает только узлы присоединения генераторов. Например, если в исходной сети только две узловые пары, то имеет место три различные проводимости, если в схеме три узловые пары, то из девяти проводимостей шесть являются различными, и т.д. Число компонент быстро растет с увеличением количества узлов. В общем случае рекомендуется применять ЭВМ, а все преобразования выполнять с помощью соответствующих матриц преобразования, используя тензорные уравнения для машин $E_\mu - U_\mu = Z_{\mu\nu}I^\nu$ и аналогичные уравнения для эквивалентной сети $I^\beta = Y^{\beta\alpha}U_\alpha$, где компоненты матрицы $Y^{\beta\alpha}$ являются комплексными числами.

Однако для практических расчетов требуется комплексные проводимости представлять в виде матриц с действительными числами, поскольку уравнения машин в осях d, q записаны не в комплексной, а в действительной форме. Напомним, что комплексные сопротивления $z = r + jx$ и комплексные проводимости $y = g - jb$ представляются в виде матриц с вещественными числами и соответственно матрица проводимостей $Y^{\beta\alpha}$ в развернутом виде в системе осей сети D, Q будет

$$z = \begin{bmatrix} r & x \\ -x & r \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} g & -b \\ b & g \end{bmatrix}, \quad Y^{\beta\alpha} = \begin{array}{c} D1 \\ Q1 \\ \dots \\ Dk \\ Qk \end{array} = \begin{array}{cccccccc} g_{11} & -b_{11} & g_{12} & -b_{12} & \dots & g_{1k} & -b_{1k} \\ b_{11} & g_{11} & b_{12} & g_{12} & \dots & b_{1k} & g_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{kk} & -b_{kk} & g_{k2} & -b_{k2} & \dots & g_{kk} & -b_{kk} \\ b_{kk} & g_{kk} & b_{k2} & g_{k2} & \dots & b_{kk} & g_{kk} \end{array}.$$

На завершающем этапе уравнения машин и уравнения сети объединяются с помощью матрицы преобразования $C_v^{\nu'}$ в координатах D, Q сети. Эта матрица является ключом к решению поставленной задачи. Она составляется с учетом того, что оси каждой конкретной m -ой машины d_m, q_m повернуты на заданный угол θ_m относительно осей D, Q сети. Количество машин в системе может быть гораздо больше числа узлов, поскольку к одному узлу может присоединяться несколько генераторов или даже электрических станций. Следовательно, связь между составляющими напряжений U_μ на зажимах машины, в осях, жестко связанных с ротором, и составляющими напряжений $U_\alpha = U_{\mu'}$ в узлах сети, будет определяться выражением $U_\mu = C_\mu^{\mu'} U_{\mu'}$. Матрица преобразования $C_\mu^{\mu'}$ является прямоугольной. Число столбцов ее равно удвоенному числу генераторных узлов, а строк – удвоенному количеству машин. После составления матрицы преобразования по известным значениям ЭДС и углам положения роторов нетрудно определить токораспределение в сети и мощности генераторов с помощью следующих операций с матрицами.

Из уравнения для машин можно получить выражение для токов $I^\nu = (Z_{\mu\nu})^{-1} (E_{q,\mu} - U_\mu)$, где $(Z_{\mu\nu})^{-1} = Y^{\nu\mu}$. Если скоро токи машин в неподвижных осях сети равны токам сети, то справедливо соотношение $I^\beta = I^{\nu'} = C_\nu^{\nu'} I^\nu$ и, ток сети можно определить по формуле $I^\beta = 1_{\nu'}^\beta (C_\nu^{\nu'} Y^{\nu\mu} E_{q,\mu} - C_\nu^{\nu'} Y^{\nu\mu} C_\mu^{\mu'} U_{\mu'})$. Поскольку $U_\alpha = U_{\mu'}$, то используя выражение $I^\beta = Y^{\beta\alpha} U_\alpha$, нетрудно найти

$$U_\alpha = (Y^{\beta\alpha} + C_\nu^{\nu'} Y^{\nu\mu} C_\mu^{\mu'})^{-1} C_\nu^{\nu'} Y^{\nu\mu} E_{q,\mu}. \quad (4.9)$$

По вычисленному U_α рассчитываются: $U_\mu = C_\mu^{\mu'} U_{\mu'}$, $I^\nu = (Z_{\mu\nu})^{-1} (E_{q,\mu} - U_\mu)$, $I^\beta = 1_{\nu'}^\beta C_\nu^{\nu'} I^\nu$ и активные мощности машин $P_m = U_{dm} I^{dm} + U_{qm} I^{qm}$.

Числовой пример

В качестве примера, иллюстрирующего процедуру объединения уравнений машин и электрической сети, рассмотрим систему, состоящую из трех генераторов, которые присоединены к двум узлам (рисунок 4.3).

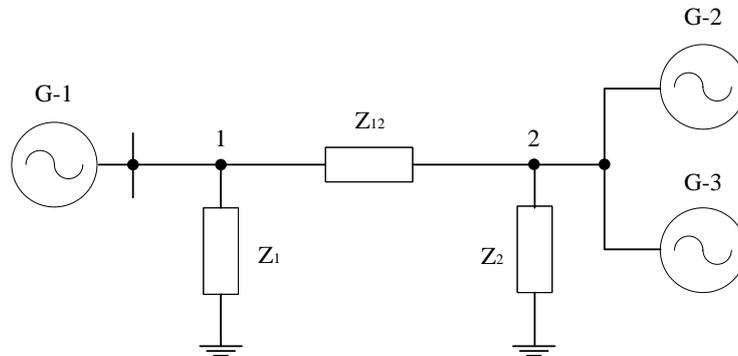


Рисунок 4.3 - Схема примера расчета мощностей генераторов

Будем считать, что упрощение сети путем исключения всех узлов, не связанных с машинами, уже выполнено, и известны следующие параметры генераторов и схемы замещения сети в относительных единицах: $G-1$: $E_{q1}=2$, $X_{d1}=2$, $X_{q1}=1,25$, $\theta_1=0^0$; $G-2$: $E_{q2}=2,1$, $X_{d2}=1,4$, $X_{q2}=1,4$, $\theta_2=12^0$; $G-3$: $E_{q3}=1,8$, $X_{d3}=4,5$, $X_{q3}=2,8$, $\theta_3=-12^0$; сеть: $Z_{12}=j$; $Z_1=3,2+j2,4$; $Z_2=0,5+j0,5$. Требуется определить активные мощности машин.

1. По заданным или рассчитанным сопротивлениям ветвей сети определяем проводимости ветвей $Y_{12}=j$; $Y_{11}=0,2-j1,15$; $Y_{22}=1-j2$. Записываем матрицу проводимостей в осях координат сети $Y^{\beta\alpha}$ и матрицу проводимостей машин $Y^{\nu\mu}$ во вращающейся системе координат:

$$Y^{\beta\alpha} = \begin{bmatrix} 0,2 & 1,15 & 0 & -1 \\ -1,15 & 0,2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}, Y^{\nu\mu} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,715 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,222 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,358 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Устанавливаем матрицу преобразования $C_{\mu}^{\mu'}$ из условий поворота осей трех машин на соответствующие углы θ_m

$$C_{\mu}^{\mu'} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & & \\ \hline -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & & \\ \hline & & \cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ \hline & & -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 \\ \hline & & \cos\theta_3 & \sin\theta_3 \\ \hline & & -\sin\theta_3 & \cos\theta_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & & \\ \hline 0 & 1 & & \\ \hline & & 0,978 & 0,208 \\ \hline & & -0,208 & 0,978 \\ \hline & & 0,978 & -0,208 \\ \hline & & 0,208 & 0,978 \\ \hline \end{array}.$$

3. Вычисляем матрицы $Y^{\nu'\mu'} = C_{\nu}^{\nu'} Y^{\nu\mu} C_{\mu}^{\mu'}$ и $Y^{\beta'\alpha'} = (Y^{\beta\alpha} + C_{\nu}^{\nu'} Y^{\nu\mu} C_{\mu}^{\mu'})$:

$$Y^{\nu'\mu'} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ \hline -0,8 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -0,03 & 0,98 \\ \hline 0 & 0 & -1,07 & 0,03 \\ \hline \end{array}, Y^{\beta'\alpha'} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,2 & 1,65 & 0 & -1 \\ \hline -1,95 & 0,2 & 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0,97 & 2,98 \\ \hline 1 & 0 & -3,07 & 1,03 \\ \hline \end{array}.$$

4. Поскольку матрица

$$C_{\nu}^{\nu'} Y^{\nu\mu} E_{q,\mu} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 1,86 & 0,227 \\ \hline \end{array},$$

то по (4.9) находим матрицу составляющих напряжений в осях сети

$$U_{\alpha} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,279 & 1,122 & 0,320 & 0,906 \\ \hline \end{array}.$$

5. Зная $U_{\alpha} = U_{\mu'}$, по приведенным выше формулам вычисляем:

$$U_{\mu} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,279 & 1,112 & 0,501 & 0,818 & 0,125 & 0,951 \\ \hline \end{array};$$

$$I^{\nu} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,439 & 0,223 & 0,915 & 0,358 & 0,189 & 0,045 \\ \hline \end{array}.$$

6. Определяются токи $I^{\beta} = I^{\nu'} = C_{\nu}^{\nu'} I^{\nu}$. Их можно вычислить по формуле $I^{\beta} = Y^{\beta\alpha} U_{\alpha}$. Найти токи машин по выражению $I^{\nu} = C_{\nu}^{\nu'} I^{\nu'}$ невозможно, поскольку обратной матрицы преобразования $C_{\nu}^{\nu'}$ не существует, так как матрица $C_{\nu}^{\nu'}$ является прямоугольной и обратной не имеет. Используя уравнение $I^{\nu'} = 1_{\beta}^{\nu'} Y^{\beta\alpha} U_{\alpha}$, вычисляем токи генераторов в связанной системе

$$I^{\beta} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,439 & 0,223 & 1,021 & 0,539 \\ \hline \end{array}.$$

7. Рассчитываем мощности генераторов, применяя известную формулу мощности $P = U_d I^d + U_q I^q$. Получаем: $P_1 = 0,279 \times 0,439 + 1,112 \times 0,223 = 0,37$; $P_2 = 0,501 \times 0,915 + 0,819 \times 0,358 = 0,75$; $P_3 = 0,125 \times 0,189 + 0,951 \times 0,045 = 0,06$.

Приведенный числовой пример наглядно показывает преимущества тензорного метода перед другими. Он не требует, например, обращения к гипотетическим схемам замещения явнополусных машин [17, 18] с фиктивной ЭДС E_0 и одинаковыми сопротивлениями x_q в продольной и поперечной осях.

4.3 Выводы по главе 4

1. Показана необходимость и эффективность применения математических и топологических моделей для адекватного описания действительных явлений и сопровождающих их процессов при анализе взаимосвязанных машин и сетей в различных системах координат с помощью тензорных преобразований.

2. Определены матрицы импедансов идеализированной трехфазной модели СМ с учетом демпферных контуров в координатах $d, q, 0$; $\alpha, \beta, 0$; $+, -, 0$; $f, b, 0$. Особая значимость полученных уравнений, состоит в том, что они относятся к одной и той же исходной модели с соблюдением инвариантности мощности.

3. Получены уравнения электрической сети в произвольно вращающейся системе координат, не отличающиеся от уравнений, записанных в системе неподвижных осей a, b, c , но в которых используются новые компоненты:

$$\mathbf{p}' = (\mathbf{1}p + \Gamma p\theta), \quad \mathbf{p}' = \mathbf{C}^{-1} \frac{1}{p} \mathbf{C}, \quad \mathbf{p}'^{-1}.$$

Чтобы развернуть это тензорное уравнение по осям достаточно выразить Γ и \mathbf{p}' в виде составляющих, относящихся к конкретным фазам и контурам сети. Особенностью уравнений сети в синхронно вращающихся осях является то, что в них, появляются ЭДС вращения – новые объекты, которые не являются тензорами. Они обусловлены вращением координатных осей. а в матрицах контурных сопротивлений сети возникают взаимные антисимметричные связи.

4. Предложены уравнения сети в комплексной системе координат, в которой матрица сопротивлений сети приобретает квазидиагональную форму. Полученные выражения могут быть распространены на многоконтурные сети, если под скалярами R, L, S в ней понимать тензорные величины и составлять

матрицы сопротивлений «элементарной» сети в форме квазидиагональных матриц контуров машин и сети.

5. Рассмотрена методика расчета режимов СЭС со многими генераторами с учетом явнополюсности, углов положения продольной оси роторов машин относительно синхронно вращающегося вектора напряжения системы и на конкретном примере проиллюстрирована процедура объединения уравнений машин и сети тензорным методом.

В материале главы нашли отражения работы автора [20, 30, 35, 36, 38, 116, 117].

ГЛАВА 5 РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН ПРИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ И СЛОЖНЫХ ВИДАХ ПОВРЕЖДЕНИЙ В СЭС

5.1. Краткая характеристика инженерных методов расчета КЗ

Современное развитие электроэнергетики предъявляет повышенные требования к скорости и точности режимных расчетов СЭС. Для расчета на ЭВМ токов КЗ с целью выбора электротехнического оборудования, проверки его на термическую и динамическую стойкость, выбора уставок для релейной защиты и автоматики, определения мест повреждения на ЛЭП и т. д. применяются стандартные методы и стандартное математическое обеспечение различных организаций, позволяющее эффективно вычислять, как правило, только периодические составляющие электрических величин в начальный момент времени [44, 45, 92, 94, 125 и др.] Широко используются многие практические методы и программы расчета токов КЗ, рекомендованные к применению в отраслевых, проектных и специализированных организациях в виде руководящих указаний, согласованных с действующими Государственными стандартами РФ и Правилами устройства электроустановок. К ним, в первую очередь, следует отнести «Руководящие указания по расчету токов короткого замыкания и выбору электрооборудования» (РД 153-34.0-20.527-98), разработанные в МЭИ (техническом университете), и разработки института «Энергосетьпроект» («Руководящие указания по релейной защите. Расчеты токов короткого замыкания для релейной защиты и системной автоматики в сетях 110 – 750 кВ. - М.: Энергия, 1979. -152 с.) В ряде инженерных методов расчета токов КЗ предлагаются специальные кривые, по которым определяют значения периодической составляющей тока КЗ для начального и произвольного момента времени. В отечественную практику внедрены усовершенствованный комплекс «Автоматизированное рабочее место для инженеров служб расчета уставок РЗ в электрической сети 35-750 кВ» (АРМ-СРЗА ПК «БРИЗ») и его различные модификации. Многими организациями используются программно-

вычислительные комплексы (ПВК), разработанные иностранными фирмами. Однако дать аргументированную сравнительную оценку многочисленным алгоритмам, программам и методам расчета токов КЗ в сложных электрических системах не представляется возможным. Точные методы расчета токов короткого замыкания на ЭВМ для произвольного момента времени с учетом электромагнитных и электромеханических переходных процессов все еще находятся в стадии разработки.

Основное различие между практическими методами расчета КЗ состоит в подходе к определению периодической составляющей тока КЗ. При определении токов короткого замыкания на ЭВМ наибольшее распространение получил метод узловых напряжений. Гораздо реже используется метод контурных токов. Сложность реализации метода контурных токов на ЭВМ общеизвестна. К тому же функции узловых пар гораздо шире, поскольку они могут представлять собой зажимы (входы или выходы) различных электротехнических устройств, всевозможных внешних присоединений и электрических нагрузок. К ним могут быть приложены воздействующие токи или напряжения. Разность потенциалов отдельных узловых пар может изменяться регулирующими и управляющими устройствами. Функциональное предназначение узловых пар, являющихся аналогами контуров, служит основанием для разделения полной системы тензорных уравнений на ряд отдельных групп, функционально отличающихся друг от друга, а также для исключения некоторых из них посредством операции редуцирования с целью упрощения анализа. Функциональное разделение систем различного назначения, а также базовые принципы и теоремы, используемые при этом, детально рассмотрены в [66].

Методика расчета начального сверхпереходного тока КЗ в данной работе построена следующим образом. В качестве опорного узла принимается общая точка заземления нейтралей различных элементов СЭС. При этом возможны два варианта расчета: упрощенный, когда ЭДС всех источников питания совпадают по фазе и учитываются средние коэффициенты трансформации, точный, когда в расчетные схемы замещения вводятся ЭДС с учетом их фазового сдвига, а

вычисления проводятся по действительным коэффициентам трансформации. Поскольку упрощенный вариант может привести к существенным погрешностям, то предпочтение отдается второму варианту. Сверхпереходные или переходные (в отсутствие демпферных контуров) ЭДС генераторов и ЭДС нагрузок определяются из расчета режима, предшествующего КЗ. Они вводятся в схемы замещения вместе с сверхпереходными (переходными) сопротивлениями. Рассчитанные действительные (или комплексные значения) этих ЭДС затем преобразуются в эквивалентные источники тока, определяемые по формуле: $J_m = E_{0m} / Z''_{\Sigma m}$, где $Z''_{\Sigma m} = (Z''_{dm} + Z_{BHm})$ – результирующее сверхпереходное сопротивление генераторной ветви (оно является суммой сопротивления генератора и внешнего сопротивления данной ветви), подключаемой к m узлу. Исходные матричные уравнения узловых напряжений $\mathbf{YU} = \mathbf{I}$ для схемы СЭС в отсутствие КЗ решаются путем вычисления обратной матрицы $[Y]^{-1} = [Z]$, называемой матрицей узловых сопротивлений. В развернутой форме рассчитанное в нормальном установившемся режиме до КЗ напряжение любого узла K относительно общей нейтрали схемы замещения определяется выражением

$$\dot{U}_{K0} = Z_{K1} \dot{I}_1 + Z_{K2} \dot{I}_2 + \dots + Z_{KK} \dot{I}_K + \dots + Z_{Kn} \dot{I}_n.$$

Короткое замыкание в узле K можно рассматривать как соединение этого узла с общей нейтралью схемы ветвью нулевого сопротивления. Тогда ток I_{K3} будет протекать от данного узла к заземленной точке. Если КЗ является трехфазным, то напряжение в месте повреждения (в узле K) будет равно нулю. В этом случае последнее уравнение можно модифицировать, представив его в виде

$$\dot{U}_K = 0 = Z_{K1} \dot{I}_1 + Z_{K2} \dot{I}_2 + \dots + Z_{KK} \dot{I}_K - \dot{I}_{K3} + \dots + Z_{Kn} \dot{I}_n,$$

откуда

$$\dot{I}_{K3} = (Z_{K1} \dot{I}_1 + Z_{K2} \dot{I}_2 + \dots + Z_{KK} \dot{I}_K + \dots + Z_{Kn} \dot{I}_n) / Z_{KK} = \dot{U}_{K0} / Z_{KK}.$$

Аналогично определяются токи короткого замыкания в любом другом узле. Следовательно, для определения тока КЗ в некотором узле схемы необходимо знать предшествующее напряжение, вычисленное для схемы, с сверхпереходными

ЭДС и сопротивлениями источников, и собственное (входное) узловое сопротивление. По существу, здесь используется теорема об эквивалентном генераторе: $\dot{I}_{K3} = \dot{U}_{XX} / (Z_{BX} + Z_{K3})$, где $\dot{U}_{XX} = \dot{U}_{KO}$ – напряжение холостого хода, Z_{K3} – сопротивление ветви короткого замыкания, которое в общем случае не равно нулю. Напряжение в j -м неповрежденном узле при трехфазном КЗ в узле K определяется, исходя из метода наложения, по формуле

$$\dot{U}_j = \dot{U}_{j0} - Z_{jK} \dot{U}_{K0} / (Z_{KK} + Z_{K3}),$$

где Z_{jK} – взаимное узловое сопротивление между узлами j и K . Ток в некоторой ветви между узлами l и m рассчитывается как

$$\dot{I}_{lm} = (\dot{U}_l - \dot{U}_m) / Z_{lm}.$$

Этот прием может применяться и для расчета периодических составляющих токов КЗ для заданного момента времени с помощью универсальных или построенных специально для конкретных генераторов внешних (спрямленных) характеристик $U_{nt} = f(I_{nt})$. Методика построения внешних спрямленных характеристик и аналитические выражения для них приведены в [14, 106, 121]. Идея метода состоит в том, чтобы при вычислении периодической составляющей тока КЗ для произвольного момента времени использовать простое выражение $I_{nt} = E_t / (X_t + X_{BH})$, где E_t, X_t – значения ЭДС и сопротивления генератора, характеризующие его в момент времени t , X_{BH} – внешнее сопротивление сети. Напомним, что такое же по структуре выражение используется и при вычислении установившегося тока КЗ при наличии или отсутствии АРВ. В этих случаях генератор характеризуется параметрами E_q, X_d или $E_{пот}, X_d$. Поскольку ЭДС генератора по продольной оси в системе координат, вращающейся синхронно с ротором, зависит от внешнего сопротивления, то она даже для простейшей схемы изменяется в переходном режиме, характеризуемом постоянной времени T_d' , которая тоже является функцией X_{BH} . Конечно, строгие функциональные зависимости $E_t = f(t)$ и $X_t = \phi(t)$, которые были бы справедливыми при любой удаленности КЗ, установить не представляется возможным. Однако с помощью

внешних характеристик можно подобрать расчетные значения E_t и X_t , не зависящие от $X_{вн}$, которые позволяют с достаточной степенью точности определять значения периодической составляющей тока для заданного момента времени. Если расчетные E_t и X_t считать независимыми от удаленности КЗ, то соответствующая заданному моменту времени внешняя характеристика должна быть линейной функцией, а ее график $U_{пр} = f(I_{пр})$ – прямой под углом γ_t к оси абсцисс, причем $\operatorname{tg}\gamma_t \equiv X_t$ генератора. Она, будучи спроектированной на оси координат, дает значения напряжения и тока генератора в режиме его работы, определяемом параметрами $X_{вн}$ и $E_{г}$. Поскольку E_t и X_t находятся при условии работы только одного генератора, то их применение в сложной схеме сопряжено с некоторой погрешностью. Тем не менее, метод спрямленных характеристик достаточно корректен с точки зрения точности и при расчете многомашинных систем, что подтверждается многочисленными экспериментальными данными и практическими расчетами. Его основным достоинством является то, что он позволяет найти ток не только в месте КЗ, но и распределение токов по ветвям сложной схемы, что важно для целей релейной защиты.

Порядок расчета методом спрямленных характеристик исключительно прост при вычислениях на ЭВМ, включая и саму процедуру построения внешних характеристик. Его алгоритм идентичен этапам алгоритма расчета установившихся токов КЗ. На первом этапе составляется схема замещения, в которую все генераторы и мощные синхронные компенсаторы вводятся своими E_t и X_t , найденными из кривых или рассчитанных аналитически. Если, по предварительной оценке, предполагается, что генератор работает к заданному моменту времени в номинальном режиме по напряжению, то принимают, что $E_{г} = U_{г}$ и $X_t = 0$. Крупные синхронные двигатели, подключенные непосредственно к месту КЗ, могут быть учтены в зависимости от тока возбуждения отдельно, как это рекомендуется делать при выборе и проверке электрических аппаратов по условиям КЗ [79, 94]. Асинхронные двигатели и статические нагрузки могут вводиться в схему замещения своими моделями [48, 98]. в точках их присоединения или обобщенными параметрами: сопротивлениями в

относительных единицах $X_{НГ} = 1,2$, приведенными к их номинальным условиям, и $E_{НГ} = 0$. На втором этапе на ЭВМ, моделях или вручную вычисляются токи в месте КЗ, в ветвях каждого генератора, а также напряжения на выводах генераторов, для которых был принят режим подъема возбуждения. По полученным данным осуществляется проверка правильности ранее заданного режима работы генераторов. При выбранном режиме нормального напряжения должно выполняться условие $I_{ijr} \leq I_{кpji} = U_{ном} / X_{кpji}$, а при режиме подъема возбуждения $U_{ijr} \leq U_{ном}$, $I_{ijr} \geq I_{кpji}$, причем $X_{кp} = X_t U_{ном} / (E_t - U_{ном})$. На третьем этапе, если оказалось, что режим одного или ряда генераторов выбран ошибочно, проводится повторный расчет. Для этого изменяются заданные режимы работы генераторов и выполняются необходимые вычисления, заканчивающиеся аналогичной проверкой. Опыт показывает, что обычно достаточно двух расчетов. Чаще всего, второй не требуется. Если надо построить зависимость тока в какой-либо ветви от времени, то проводится серия из нескольких расчетов для ряда значений t на этом интервале времени.

Расчеты трехфазных КЗ в симметричных СЭС, проводимые для одной фазы, стандартны и принципиальных затруднений не вызывают. Однако для случая крупномасштабных систем составление уравнений и обращение матриц узловых проводимостей высокого порядка требует разработки эффективных алгоритмов, существенно сокращающих время счета и повышение точности вычислений. Когда же появляются еще и несимметричные аварийные режимы, то решение по одной фазе становится не возможным и требуется вводить в расчет уже три фазы. Применение базиса фазных координат, к которому все чаще прибегают, отличается тем, что матрицы сопротивлений электрических машин в нем тоже не симметричны и в общем случае являются периодическими функциями времени. Расчеты становятся сложными даже при введении различных комплексных систем координат [54, 130, 151]. Переход к симметричным составляющим относительно особой фазы существенно упрощает расчет при одном виде повреждения, но при двух или более несимметричных относительно особой фазы

повреждениях при составлении комплексных схем необходимо вводить промежуточные трансформаторы [106, 151].

Для расчета несимметричных и сложных повреждений удобно воспользоваться тензорным методом, если ввести в рассмотрение «элементарные» схемы особого вида и выполнять преобразования от них к исходным схемам СЭС с заданными повреждениями. «Элементарная» схема в этом случае представляется измененной к исходной, в ней все поперечные и продольные несимметричные повреждения заменяются симметричными соответственно трехфазными КЗ или разрывами всех трех фаз. Необходимые матрицы преобразования устанавливаются с помощью следствий из граничных условий для соответствующих мест повреждений. При этом можно проводить расчет по частям как для каждой последовательности в отдельности, так и для схемы в целом, разделенной на три изолированные части, представляющие прямую, обратную и нулевую последовательности. Предлагаемая методика иллюстрируется ниже числовыми примерами. Важным преимуществом тензорного метода является, то что трехфазные (многофазные) элементы СЭС или ее части можно представлять компаунд-схемами. Каждой из них соответствует собственное тензорное уравнение.

При таком походе фактически осуществляется физическое расчленение трехфазной системы, которая может состоять из ЛЭП, трансформаторов, двигателей, преобразователей, фильтров, усилителей, модуляторов и других элементов. Каждый из них является частью исследуемой системы. Соединению ветвей (обмоток) любого трехфазного элемента можно сопоставить соответствующие тензоры импедансов как в фазных координатах, так в и симметричных составляющих, в частности, при различных повреждениях, рассматривая их, как несимметричные трехфазные устройства. При анализе компаунд-сетей применяются те же методы, что и для обычных контурных, узловых и ортогональных сетей, однако все электрические величины и обобщенные параметры их заменяются составными или компаунд-тензорами [66, 77]. Число переменных после такого представления для трехфазных систем

уменьшается втрое, что делает более наглядным представление физической картины изучаемых явлений, хотя и не изменяет количество вычислительных операций при определении числовых значений параметров режима в цифровых примерах. Основное же преимущество введения составных тензоров заключается в том, что при таком представлении для любого или нескольких трехфазных устройств становится допустимым замена систем координат путем стандартных операций без затрагивания остальных частей исходной схемы СЭС.

5.2 Комплекс программ расчета режимов СЭС и токов КЗ методом диакоптики

5.2.1 Особенности построения ПВК DIANSW

В настоящее время разрабатываются и совершенствуются ПВК с графическими интерфейсами и специальные вычислительные программы реализующие алгоритмы автоматического построения и определения параметров схем замещения СЭС. В частности, в [11, 53, 98, 121] дана подробная характеристика состояния основным направлениям методологического и программного развития математического обеспечения и расчетных программ применительно к СЭС. При исследовании крупномасштабных схем матрица узловых сопротивлений требует для записи значительного объема оперативной памяти ЭВМ и необходимы уже новые методы и приемы ее получения и хранения в ЭВМ. Наиболее эффективными, как уже отмечалось, являются методы диакоптики и двойной факторизации. Отметим, что в электрических системах отношение числа ветвей к числу узлов составляет около 1,5, отсюда следует, что матрица для системы из 2500 узлов содержит всего около 0,16% ненулевых элементов. Очевидно, что если хранить в памяти ЭВМ только ненулевые элементы и оперировать только ими, то можно существенно повысить эффективность расчетов.

На основе методов узловых напряжений и двойной факторизации матриц получены и реализованы модели электротехнических объектов соответствующих

классов напряжений для однозначного формирования схемы замещения сложных СЭС как совокупности моделей отдельных элементов. Для вычисления параметров элементов, используемых для составления схем замещения, исходя из выбранного метода расчета, применяются интерпретаторы команд [11], позволяющие автоматически определять параметры всех элементов. В [53, 92] разработаны и реализованы алгоритмы решения систем линейных уравнений на основе метода двойной факторизации, существенно повышающие эффективность вычислительных процессов и при формировании ненулевых элементов матрицы контурных сопротивлений дополнительной $(p+1)$ схемы или цепи пересечений при расчетах методом диакоптики. Метод двойной факторизации объединяет две операции: представления обратной матрицы в виде произведения матриц-сомножителей и разложение матрицы в произведение треугольных матриц. Реализация процесса двойной факторизации и алгоритмов исключения переменных и обратного хода факторизации осуществлены в [53, 127]. В данной же работе при реализации алгоритмов расчета по частям в программных продуктах учтены особенности применения метода двойной факторизации при расчете режимов СЭС по частям и предложена методика согласования его с методом диакоптики. В частности, использованы симметричность матриц коэффициентов подсхем и оригинальный способ выделения необходимых столбцов матрицы узловых сопротивлений их в явном виде, сохраняющий преимущества факторизации. Применены также простая структура матриц-сомножителей (они единичные за исключением одной строки или столбца) и вычислительная схема определения необходимых ненулевых элементов, позволяющая оперировать только с ненулевыми элементами матриц-сомножителей. Заметим, что для формирования дополнительной схемы (цепи пересечений) требуются только те элементы и их столбцы, номера которых соответствуют узлам, связанным с разрезаемыми ветвями. Поэтому по найденным элементам матриц узловых сопротивлений подсхем с помощью топологических моделей связи, рассмотренных в предыдущих главах, нетрудно сформировать матрицу цепи пересечений. Исходной информацией для определения ненулевых

элементов ее служат соответствующие элементы столбцов матрицы узловых сопротивлений подсхем. Учет лишь ненулевых элементов обеспечивает эффективное использование ЭВМ и применение метода двойной факторизации при решении системы уравнений цепи пересечений путем вычисления обратной матрицы.

5.2.2 Характеристика программных модулей ПК DIANSW

В работе предложен комплекс программ, позволяющий рассчитывать установившиеся и переходные электромагнитные режимы СЭС на ЭВМ, основанный на применении методов двойной факторизации и диакоптики. Он может быть применен для вычисления электрических величин при КЗ и продольной несимметрии для начального и заданного момента времени, а также для определения напряжений в узлах СЭС как при расчленении исходных схем замещения на связанные или изолированные подсхемы, так и без деления их на части. Такая универсальность является важным достоинством его при проведении практических расчетов.

На рисунке 5.1 отображено взаимодействие 18 модулей программного комплекса DIANSW. В соответствии с алгоритмами (Таблица 1) для случая связанных подсхем используется 11 модулей, а для случая изолированных подсхем – 16, причем первые 9 модулей применимы к обоим алгоритмам расчета. Каждый модуль (программа) выполняет определенные функции, которые кратко перечисляются. Модуль AWTRAZ предназначен для автоматического расчленения исходной схемы на подсхемы, используя массивы, описывающие топологию схемы (номера узлов, между которыми расположены ветви и значения их импедансов). Он формирует информацию о номерах подсхем и их ветвях, о разрезаемых ветвях (линиях связи подсхем), о номерах узлов, между которыми расположены ветви связи, и номера подсхем, которым принадлежат узлы линий связи.

Модуль PEREDI выполняет операцию перенумерации исходных узлов в новые узлы для каждой из подсхем. Специфические операции метода двойной

факторизации при расчете подсхем реализуются посредством модулей: ZAPSSP, UISBIF, DWOFK, OBRHF. Модулем FORMQ выделяются узлы с новыми номерами, между которыми расположены разрезаемые ветви, и формируется массив, составляющий перечень в порядке возрастания номеров.

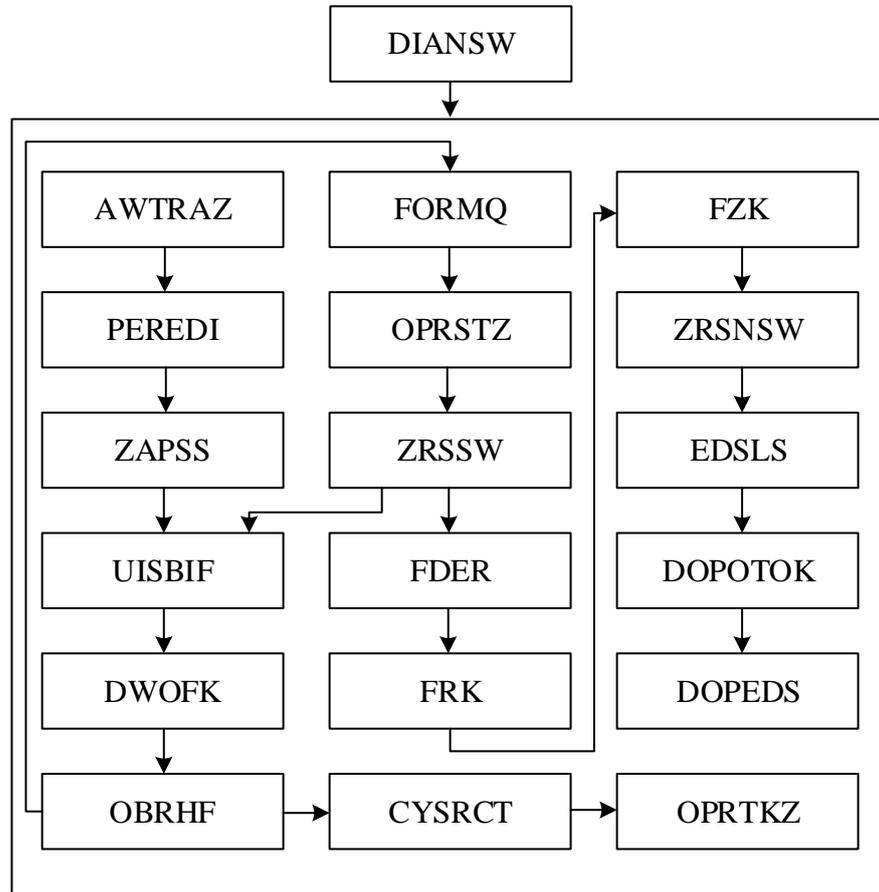


Рисунок 5.1. Программный комплекс DIANSW

С помощью многократно используемого модуля OBRHF программа OPRSTZ вычисляет элементы столбцов матриц узловых сопротивлений подсхем, номера которых соответствуют узлам разрезаемых ветвей связи. Программы UISBIF, DWOFK, OBRHF используются для решения контурных уравнений цепи пересечений методом двойной факторизации. Модуль ZAPZRS осуществляет запись в связанные списки ненулевые элементы матрицы сопротивлений цепи пересечений. Модуль CYRCT вычисляет ненулевые элементы произведений матриц, а программа OPRTKZ узловые напряжения в исходной схеме, токи КЗ в требуемом узле и в узлах всей схемы.

Для расчета по частям сложных СЭС при расчленении их исходных схем замещения на изолированные подсхемы необходимо использовать дополнительные

модули предлагаемого комплекса DIANSW, поскольку реализуемый алгоритм включает дополнительные шаги, связанные с объединением решений отдельных подсхем с помощью ортогональных уравнений (раздел 3.3). Первые 9 модулей программного комплекса, представленные для случая связанных подсхем, теперь дополняются новыми функциями. Модуль FDER реализует важный алгоритм формирования независимых открытых и замкнутых путей (контуров) токов любой ортогональной сети и может использоваться в других программах [51, 53]. Он основывается на процедуре построения фундаментального дерева графа цепи и сводится к просмотру ребер графа в установленной последовательности и отнесению их к хордам или дереву его. В используемом алгоритме открытые пути токов формируются только из ветвей дерева и сходятся в базисном узле схемы. Модули FRK и FZK выделяют те ветви дополнительной $(p+1)$ -схемы, которые образуют соответствующие контуры, а программа ZRSNSW определяет элементы матрицы контурных сопротивлений этой схемы. С помощью модулей EDSLS и DOPTOK в комплексе вычисляются ЭДС замкнутых контуров в схеме цепи пересечений и дополнительные токи, протекающие в разрезаемых ветвях. Программа DOPEDS завершает расчет определением искомых напряжений узлов схемы.

Реализованный комплекс прошел проверку при выполнении анализа режимов потокораспределения и уровня напряжения на шинах подстанций и распределительных пунктов 6 кВ ООО «Коммунальные технологии» и расчете токов КЗ для большого фрагмента Чувашской энергосистемы при подключении двух когенерационных электростанций в районе котельных 8-9К и 4С г. Чебоксары. Сравнение результатов расчета, полученных различными методами, показало, что реализованные алгоритмы отличаются высокой эффективностью и точностью решения систем по частям, обеспечивают существенное снижение времени счета на ЭВМ, особенно при дополнении основного алгоритма шагами двойной факторизации матриц проводимости всех подсистем и контурных сопротивлений цепи пересечения при их обращении.

Когенерация становится реальной базой «малой» энергетики благодаря современной технологии одновременного комбинированного получения двух форм энергии (тепловой и электрической) от одного источника (например, котельной). Об этом свидетельствует практика её внедрения. Эффективность использования топлива при переходе к эксплуатации когенерационных установок увеличивается примерно в 2 раза. На данном этапе развития экономики и энергетики Чувашской республики от малых ТЭЦ в виде надстроек к котельным установкам можно получить порядка 75 МВт генерируемых мощностей без существенной реконструкции имеющихся котельных централизованного теплоснабжения в городах Алатырь, Канаш, Новочебоксарск, Чебоксары и Шумерля [122, 123]. Главной проблемой данного проекта стало определение мест подключения относительно мощных когенерационных установок к существующим схемам электроснабжения районов с выходом мощности в энергосистему на шины 110 – 220 кВ ее подстанций. Режимы автономного электроснабжения нагрузок промпредприятий или районов жилых застроек только от когенерационных установок крайне нежелательны. Они не предназначены для работы с переменным графиком электрических нагрузок, поскольку это ведет к ухудшению КПД, увеличению затрат топлива и, следовательно, сроков окупаемости, а также к ускоренной выработке механического ресурса турбогенераторов. В этой связи и с целью повышения надежности электроснабжения всегда желательна параллельная работа станций с энергосистемой. Вместе с тем подключение электростанций к энергосистеме требует разработки технических условий. Зачастую энергосистемы выдвигают слишком жесткие и дорогостоящие требования к такому подключению, поскольку не заинтересованы в мероприятиях, которые могут повлечь за собой реконструкцию распределительных пунктов 6-10 кВ, установку средств ограничения токов короткого замыкания для сохранения прежнего коммутационного оборудования в существующей схеме электроснабжения, а также необходимость изменения уставок РЗ и А. Исследования показывают [58, 81], что всегда можно выбрать наиболее оптимальное решение присоединения

когенерационных установок к энергосистеме с учетом различных факторов, включая и особенности, связанные с проблемой динамической устойчивости малоинерционных когенерационных агрегатов, заметно реагирующих на возмущения в электрических сетях энергосистемы. В данной работе рассчитаны начальные сверхпереходные токи короткого замыкания после присоединения когенерационных установок. Была составлена следующая схема замещения фрагмента: 2 генератора по 15 МВт, работающие на секционированные шины 6 кВ, которые связываются кабельными линиями с шинами 6 кВ ПС-110/6 «Чапаевская»; схема распределительной сети 110 кВ, включающая в себя эквиваленты Чувашской энергосистемы относительно III и IV секций ТЭЦ-2 ОАО» ТГК-5, ВЛ-110 кВ Южная I,II и нагрузки отпаечных подстанций ВНИИР, Парковая, Южная, Западная, Студенческая, Заовражная; 2 генератора по 15 МВт, работающие на секционированные шины 6 кВ, которые связываются кабельными линиями с шинами 6 кВ РП-6; схема распределительной сети 110 кВ, включающая в себя эквиваленты Чувашской энергосистемы относительно III и IV секций ТЭЦ-2 ОАО» ТГК-5, ВЛ-110 кВ Южная I,II и нагрузки отпаечных подстанций ВНИИР, Парковая, Южная, Чапаевская, Кировская, Заовражная и трансформаторы ПС-110/6 кВ Западная, Студенческая. Расчетная схема распределительной сети 6 кВ включала секционированные шины ПС-110/6 кВ Западная, Студенческая, кабельные линии связи 6 кВ, РП-6 с обобщенными нагрузками силовых трансформаторов ТП-6/0,4 кВ.

На рисунке. 5.2 показаны (условно в форме многополюсников) эквиваленты трех подсистем С-1, С-2 и С-3, на которые разделяется исходный фрагмент сети при расчете его методом диакоптики.

На нем выделены только те узлы, которые связываются линиями, разрезаемыми в процессе расчета. Линии, попавшие в разрез, тоже пронумерованы в соответствии с исходными данными топологической модели. Расчет токов КЗ проведен по частям на основе алгоритма узлового метода диакоптики, реализованного в комплексе DIANSW. (Исходные данные, результаты расчетов токов КЗ для данного фрагмента, включающего 98 ветвей и

88 узлов на напряжении 6-110 кВ получены для случаев расчета его в целом, а также методом диакоптики после расчленения его на 3 подсистемы путем разрезания 7 линий связи приведены в магистерской диссертации автора «Применение теории ортогональных сетей к анализу и расчету повреждений в электроэнергетических системах», ЧГУ, 2014 г).

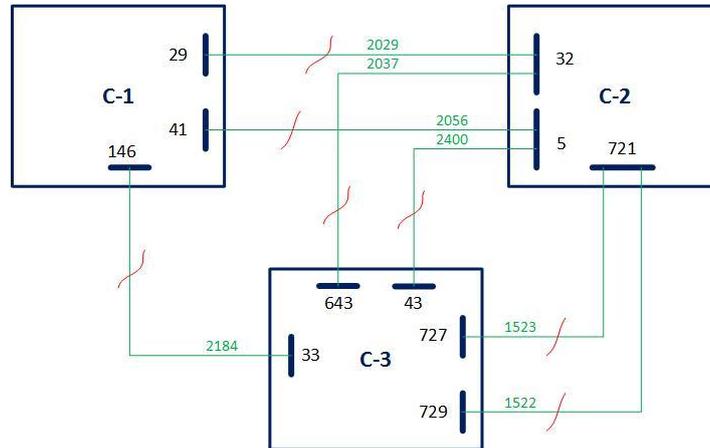


Рисунок 5.2 Схема разбиения фрагмента сети на три части

Кратко охарактеризуем этапы получения основных матриц решения и результаты расчета этого фрагмента методом расчленения его на три части. Результирующую матрицу узловых сопротивлений всего фрагмента можно найти по (2.16). Однако для определения искомых напряжений в узлах фрагмента она не требуется, и не вычисляется. Вместо нее используется факторизованная форма ее, вытекающая из решения уравнений ортогональной цепи и состоящая из этапов рассмотренного выше первого базового алгоритма расчета узловым методом, когда все подсистемы имеют заземленные точки и связаны друг с другом. Факторизованная форма расчета в данном примере означает лишь то, что для определения напряжений в узлах нужна матрица задающих токов и вычисленные или автоматически вычисляемые три матрицы решения фрагмента по частям, образующие квазидиагональную матрицу:

$$Z = \begin{array}{c|ccc} & C-1 & C-2 & C-3 \\ \hline C-1 & Z_{11} & & \\ \hline C-2 & & Z_{22} & \\ \hline C-3 & & & Z_{33} \\ \hline \end{array} .$$

Матрица решения контурной цепи пересечений - эквивалента объединенной

схемы - вычисляется автоматически. Ее порядок в примере по числу разрезанных ветвей равен (7 x 7). Она может потребоваться, если данный фрагмент будет объединяться с другими фрагментами, рассчитанными тоже по частям в метасистему. Эффективность метода может быть повышена в целях сокращения времени счета посредством математического обеспечения параллельных расчетов сложных подсхем на основе применения тензорных преобразований. Говоря о точности обращения матриц, подчеркнем, что если исходная матрица узловых проводимостей имеет порядок ($n \times n$), то метод диакоптики дает приблизительно такую же точность, какая соответствует обращению некоторой условной матрицы с числом переменных, равным $n_{\text{экв}} = (n/m + k)$, где m – число подсистем, а k – количество разрезанных ветвей. Следовательно, имеем $n_{\text{экв}} = (48/3 + 7) = 23$. Сравнительный анализ показывает, что время обращения комплексной матрицы узловых проводимостей прямым методом резко возрастает с увеличением ее порядка, определяемого количеством узлов схемы. Так при 1000 узлах оно составляет на ПЭВМ с процессором Pentium IV 1024 Мб порядка 20с, а с увеличением числа узлов в три раза возрастает до 900с. Использование двойной факторизации сокращает время обращения матриц тех же самых исследуемых систем соответственно до 0,2с и 1,5с. Применение же метода диакоптики делает время расчета этих систем, разделенных на несколько подсистем, исчезающе малым. Надо отметить, что время расчета методом двойной факторизации является нелинейной функцией отношения числа ветвей к числу узлов топологической модели. С ростом этого отношения увеличивается и время счета на ЭВМ.

5.3 Применение тензорно-топологического метода для расчета несимметричных повреждений

5.3.1 Виды преобразований и использование сингулярных матриц

Установившиеся и переходные режимы, обусловленные продольной и поперечной несимметриями, возникающими при повреждениях в сложно-

разветвленных электрических сетях, содержащих взаимосвязанные машины, могут эффективно рассчитываться путем применения метода преобразования координат, а также математических моделей и эквивалентных электрических схем замещения различных элементов СЭС. Поэтому все более настоятельным является привлечение для этих целей тензорно-топологического метода анализа, который с развитием и совершенствованием программно-вычислительных комплексов становится по преимуществу средством инженерных расчетов. В зависимости от целей анализа при расчетах на ЭВМ, как правило, требуется первоначальная информация в виде заданных параметров системы и режима, а также о топологической структуре или о комплексных схемах замещения. Часто исходные параметры разных элементов СЭС задаются в различных системах координат ($a, b, c; d, q, 0; 1, 2, 0; f, b, 0$ и т. д.). Поэтому при конкретных расчетах нередко приходится проводить предварительные преобразования параметров, например, от фазной к другим системам координат. Между тем, даже при простом переходе от фазных переменных к симметричным составляющим и, наоборот, необходимо рассматривать каждый элемент трехфазной сети в отдельности. Применение метода преобразования координат к электрическим машинам и статическим элементам СЭС, а также к анализу схем с распределенными источниками энергии в симметричных режимах было показано в предыдущей главе.

Общая теория расчетов трехфазных систем при несимметричных и сложных видах повреждений дана в [69, 106]. Она базируется на применении метода симметричных составляющих и построении комплексных схем замещения с промежуточными трансформаторами. В [5, 69, 74, 93, 125, 130, 151 и др.] представлены различные модификации методов анализа несимметричных и неполнофазных режимов в базисе симметричных составляющих и в фазных координатах. В данной главе развит метод расчета несимметричных повреждений на основе тензорной методологии Крона, сочетающий в себе два преобразования: соединение схем последовательностей и учета следствий из граничных условий, соответствующих конкретным видам несимметрии. На простейших примерах

рассмотрены особенности совместного применения матриц преобразования координат, матриц соединения и уравнений связи, а также их различия при моделировании и анализе несимметричных повреждений в СЭС тензорным методом.

Во многих случаях аналитического анализа и численного решения на ЭВМ сложно-замкнутых электрических сетей приходится сталкиваться с рядом специфических особенностей при замене координат. Дело в том, что матрица преобразования $\partial X^i / \partial Y^j = C_{\cdot j}^i$, являющаяся матрицей соединения отдельных ветвей и частей (подсистем) в результирующую систему, часто оказывается сингулярной (вырожденной и не имеющей обратной матрицы). Но поскольку переход от «элементарной» все-контурной сети, представляющей собой в простейшем случае отдельные ветви, замкнутые на себя, не требует применения обратных матриц, то возникает вопрос о правомерности отнесения таких преобразований к тензорным. Суть вопроса состоит в том, что в тензорном анализе используются несингулярные матрицы, а операции замыкания, размыкания и соединения, например, ветвей для получения множества схем, состоящих из одной и той же их совокупности, но связанных различным образом, до работ Крона не рассматривались как преобразования координат. Однако несингулярная матрица для любой из образованного таким путем счетного множества схем на самом деле всегда существует, если принять во внимание, что все возбужденные электрические сети являются ортогональными. В принципе любая из этого множества схема может быть принята за «элементарную», а переход от ее токов, напряжений и сопротивлений к параметрам другой сети может быть выполнен по формулам:

$$[i^{\text{э}}] = [C_{\cdot k}^{\text{э}}][i^k], [u_k] = [C_k^{\text{э}}][u_{\text{э}}], [z_{kk}] = [C_k^{\text{э}}][z_{\text{ээ}}][C_{\cdot k}^{\text{э}}]$$

С практической точки зрения и удобства составления матриц преобразования и вычислений рекомендуется применять, как правило, в качестве исходной «элементарной» схемы все-контурную (или все-узловую в узловом методе) сеть. Тогда матрица соединения $[C_{\cdot k}^{\text{э}}]$ при переходе от параметров

«элементарной» схемы к новой схеме с меньшим числом контуров будет выполнять помимо функции соединения ветвей еще и функцию наложения ограничений на новую схему, изменяя ее степень свободы. В таком преобразовании она представляет собой лишь часть, относящуюся к замкнутым путям (контурам) токов, несингулярной матрицы ортогональной сети. И хотя сами матрицы соединения не входят непосредственно в уравнения состояния сети, они в отличие от параметров системы и параметров режима (тока, напряжения мощности, частоты и т.д.) характеризуют топологию сети и определяют координатные линии, вдоль которых изменяются переменные. Матрицы же преобразования координат, не затрагивая конфигурацию (соединение ветвей) сетей, преобразуют только параметры режима, например, токи одной совокупности переменных в токи другой совокупности переменных или координат. Заметим также, что тензорный метод не уменьшает количество вычислений. Он экономит время благодаря применению специальных алгоритмов и приемов, стандартизирующих и автоматизирующих процесс анализа режимов СЭС на ЭВМ, и исключает необходимость изобретения новых методов для решения возникающих новых сложных задач. Преимущества его особенно наглядно проявляются при анализе сложно- замкнутых сетей, содержащих электрические машины. Поскольку физические процессы в обобщенных машинах описываются с помощью эквивалентных параметров относительно их электрических и механических зажимов на основе фундаментальных предположений, то они могут быть представлены совокупностью движущихся линейных электрических сетей с сосредоточенными параметрами. В таком виде обобщенная машина отличается от «элементарной» неподвижной сети только в отношении расположения ее обмоток (токовых слоев) по двум взаимно перпендикулярным осям и в отношении их пространственного перемещения относительно друг друга. Но поскольку при таком расположении обмоток взаимный импеданс имеет место только между обмотками по одной оси, то модель такой машины можно представить в виде двух отдельных многообмоточных трансформаторов, расположенных ортогонально. Данная

модель вполне допустима при определении токов короткого замыкания (КЗ) и расчета других видов повреждений для начального и произвольного момента времени при условии введения расчетных ЭДС E_q'' , E_q' , E_t , определяемых из векторных диаграмм для соответствующих режимов работы машин. Для исследования же режима качаний и переходных процессов при несимметричных повреждениях целесообразнее всего использовать координаты f , b , 0 .

5.3.2 Совместное использование матриц преобразования и уравнений связи для расчета однократной несимметрии

Напомним, что количество матриц, необходимых для преобразования тензора, равно его рангу или валентности. Компоненты тензоров импеданса и адмиттанса, например, при смене системы координат преобразуются по формулам: $[z'] = [C_t][z][C]$, $[Y'] = [A_t][Y][A]$. В общем случае вся совокупность матриц преобразования, являющихся ключом к анализу и решению, обладает свойством группы, но каждая отдельная из них представляет собой смешанный тензор второго ранга вида $C_{\alpha'}^{\alpha}$, у которого один индекс ковариантный, а второй – контравариантный. Он выражает отношения между новыми и старыми переменными и сам имеет особый закон (формулу) преобразования. Его преобразование осуществляется с помощью трех матриц. Например, если для токов заданы соотношения: $[i^2] = [C_{.1}^2][i^1]$, $[i^2] = [C_{.3}^2][i^3]$, $[i^1] = [C_{.4}^1][i^4]$, то из них можно найти путем последовательных подстановок и преобразований матрицу, преобразующую токи $[i^3]$ в $[i^4]$. Она имеет вид: $[C_{.4}^3] = [C_{.3}^2]^{-1}[C_{.1}^2][C_{.4}^1]$. Следовательно, полную совокупность всех матриц преобразования можно обоснованно называть тензором, поскольку каждый тензорный или геометрический объект объединяется с целой группой матриц преобразования, причем каждая новая система координат, в которой исследуется объект, характеризуется своей собственной матрицей преобразования.

Таким образом, если известно уравнение состояния физической системы в тензорной форме, то оно будет таким же и для других систем той же физической природы, но только при условии существования группы матриц преобразования. Исходя из этих представлений, можно ассоциировать все стационарные электрические сети как производные от некоторой исходной или «элементарной» (примитивной) сети и реализовать на основе простейших алгоритмов процесс составления их уравнений и решения по частям с помощью соответствующих матриц преобразования, элементами которых являются только значения 0, 1, -1.

На рисунке 5.3 приведена трехфазная схема замещения сети с несимметричной нагрузкой. В общем случае $Z_{DD} \neq Z_{FF} \neq Z_{GG}$. Такая схема соответствует широко используемой модели сети с компенсированной нейтралью для исследования режима замыкания одной фазы на землю, когда под сопротивлениями нагрузки можно понимать емкости фаз относительно земли $Z_c = 1/\omega C$. При известных параметрах 7 ветвей схемы, обозначенных латинскими буквами, и ЭДС фаз нетрудно в отсутствие замыкания $K^{(1)}$ (обозначенного линией $K^{(1)}$) составить ее уравнения для трех независимых замкнутых контуров α, β, γ .

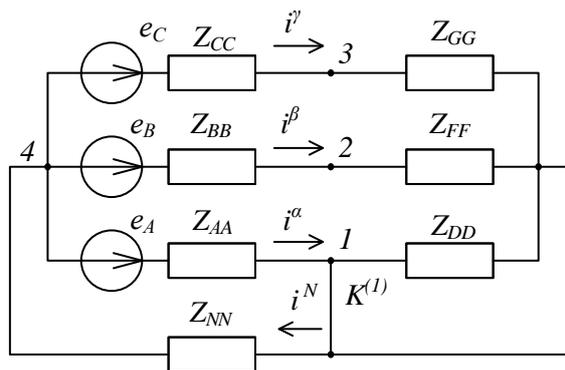


Рисунок 5.3 - Трехфазная схема замещения сети с однофазным замыканием на землю
Выполнив преобразование от «элементарной» сети с помощью матрицы соединения

$$[C_k^{*\alpha}]_t = \begin{array}{c|ccccccc} & A & B & C & D & F & G & N \\ \hline \alpha & 1 & & & 1 & & & 1 \\ \hline \beta & & 1 & & & 1 & & 1 \\ \hline \gamma & & & 1 & & & 1 & 1 \end{array} \quad (5.1)$$

и соответствующих формул преобразования, получаем эти уравнения. Они, представленные в базисе фазных переменных в матричной форме, имеют вид:

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \\ e_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{AA} + Z_{DD} + Z_{NN} & Z_{NN} & Z_{NN} \\ Z_{NN} & Z_{BB} + Z_{FF} + Z_{NN} & Z_{NN} \\ Z_{NN} & Z_{NN} & Z_{CC} + Z_{GG} + Z_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i^\alpha \\ i^\beta \\ i^\gamma \end{bmatrix}.$$

Решив их относительно контурных токов, можно затем определить и токи во всех ветвях. Конечно, для такой простой схемы эти уравнения можно было бы записать и непосредственно, используя правила составления контурных матриц. Однако, для сложно-разветвленных схем со взаимоиндукцией между ветвями справиться с подобной задачей без ошибок уже затруднительно. Соединение ветвей в любую многоконтурную схему можно осуществить и с помощью уравнений связи $[M] \cdot [i] = 0$.

Под уравнениями связи понимают соотношения между переменными, например, между токами в узле (на рисунке 5.3 узлы связи обозначены цифрами). Тогда матрица $[M]$ является алгебраическим отображением схемы или узловой матрицей соединения. Для рассматриваемой схемы она имеет вид:

$$[M] = \begin{bmatrix} & A & B & C & D & F & G & N \\ 1 & 1 & & & -1 & & & \\ 2 & & 1 & & & -1 & & \\ 3 & & & 1 & & & -1 & \\ 4 & 1 & 1 & 1 & & & & -1 \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Поскольку матрицы $[C_{\cdot k}^o]$ и $[M]$ выполняют одну и ту же функцию соединения ветвей, то, очевидно, должно существовать определенное соотношение между ними. В [60] такое соотношение было найдено и представлено в форме двух уравнений: $[M] = [M_\delta M_c]$, $[C_{\cdot k}^o] = [-M_{\alpha_i} (M_\delta^{-1})_i | 1]$. В этих уравнениях подматрица $[M_\delta]$ - неособенная матрица некоторого дерева графа исследуемой схемы замещения, а $[M_c]$ - подматрица, соответствующая хордам этого же графа. Между тем искомое соотношение между матрицами $[C_{\cdot k}^o]$

и $[M]$ можно найти существенно проще, не прибегая к теории графов и к решению приведенной системы из двух уравнений. Для этого достаточно ввести уравнения связей, приравняв независимые контурные токи схемы токам фаз: $i^\alpha = i^A, i^\beta = i^B, i^\gamma = i^C$ и дополнив эти уравнения еще тремя зависимыми уравнениями: $i^\alpha = i^D, i^\beta = i^F, i^\gamma = i^N - i^\alpha - i^\beta$. Из полученных шести уравнений и определяются соотношения между матрицами (5.1) и (5.2).

Однако, в практических расчетах чаще требуется обратный переход от уравнений $[i^p] = [C_{\cdot k}^p][i^k]$ к уравнениям связи $[M] \cdot [i] = 0$. В этом случае проще всего воспользоваться транспонированной матрицей к (5.1), представив её посредством перестановки строк в виде сложной матрицы, а затем разделить её координатные оси независимых и зависимых контуров (k', k''), образованных соответствующими ветвями (b', b''). Вычитая из полученной таким образом матрицы $[C_k^{\alpha\beta}]_t$ единичную квадратную матрицу, можно найти выражение

$$([C_k^{\alpha\beta}]_t - [1]) = \begin{array}{c|cc} & k' & k'' \\ \hline b' & 1 & 0 \\ \hline b'' & C' & 0 \end{array} - \begin{array}{c|cc} & k' & k'' \\ \hline b'' & 1 & 0 \\ \hline b'' & 0 & 1 \end{array} = \begin{array}{c|cc} & k' & k'' \\ \hline b' & 0 & 0 \\ \hline b'' & C' & -1 \end{array}. \quad (5.3)$$

После исключения нулевых строк в матрице (5.3), относящимся к координатным осям b' , получаем матрицу $[C'|-1]$, соответствующую координатным осям b'' , и соотношение $[C'|-1] = [M]$, которое нетрудно проверить. Его удобно использовать при анализе несимметричных повреждений.

Обратимся вновь к схеме (рис 5.1) и выполним ее расчет при замыкании фазы A на землю, воспользовавшись методом симметричных составляющих.

Чаще всего для трехфазных сетей используются матрицы преобразования от фазных координат к симметричным составляющим 1, 2, 0 и от вращающейся системы действительных координат $d, q, 0$ к комплексным составляющим (прямым и инверсным координатам) вращающегося поля $f, b, 0$. Эти матрицы при соблюдении условия инвариантности мощности имеют вид:

$$[C_{A,B,C}^{0,1,2}] = \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline A & 1 & 1 & 1 \\ B & 1 & a^2 & a \\ C & 1 & a & a^2 \\ \hline \end{array} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad [C_{0,d,q}^{0,f,b}] = \begin{array}{c|ccc} & 0 & f & b \\ \hline 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ d & 0 & 1 & j \\ q & 0 & 1 & -j \\ \hline \end{array} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}},$$

Они, преобразуя параметры сети, принципиально отличаются от матриц соединения, содержащих в себе скрытую и полезную информацию о топологических свойствах и поведении сети. Эта информация в зашифрованном виде выражает собой законы Кирхгофа.

Предположим, что ЭДС и сопротивления генератора уже заданы в системе симметричных составляющих 1,2,0, а сопротивления емкостной нагрузки Z_c и сопротивление Z_{NN} в нейтрали даны в фазных координатах A, B, C . При переходе к симметричным составляющим помимо исходной (индекс «к») и «элементарной» (индекс «э») сетей, будут вводиться в расчет еще две: «элементарная» сеть последовательностей (индекс «п») для отдельных элементов исходной трехфазной сети, преобразованных к симметричным составляющим посредством матрицы $[C_{A,B,C}^{0,1,2}]$, и комплексная схема замещения (индекс «s»), определяемая обычно следствиями из граничных условий для различных повреждений.

Между токами любой пары данных сетей имеют место соотношения вида:

$$[i^p] = [C_{.к}^p][i^k], [i^э] = [C_{.н}^э][i^n], [i^k] = [C_{.s}^к][i^s], [i^n] = [C_{.s}^н][i^s].$$

Следовательно, матрица преобразования $[C_{.s}^н]$ с учетом формулы преобразования, для $[C_{.4}^3]$, приведенной выше, тогда будет $[C_{.s}^н] = [C_{.н}^э]^{-1}[C_{.к}^э][C_{.s}^к]$. Это преобразование выполнимо, поскольку матрица $[C_{.н}^э]$ квадратная и имеет обратную. Она состоит из столько матриц $[C_{A,B,C}^{0,1,2}]$, сколько трехфазных элементов содержится в исходной сети. Следовательно, для рассматриваемого примера эта матрица преобразования имеет вид

$$[C_{.n}^s] = \frac{1}{3} \cdot \begin{array}{c|cccccccc} & 0' & 1' & 2' & 0'' & 1'' & 2'' & 0''' \\ \hline A & 1 & 1 & 1 & & & & \\ \hline B & 1 & a^2 & a & & & & \\ \hline C & 1 & a & a^2 & & & & \\ \hline D & & & & 1 & 1 & 1 & \\ \hline F & & & & 1 & a^2 & a & \\ \hline G & & & & 1 & a & a^2 & \\ \hline N & & & & & & & 3 \end{array} . \quad (5.4)$$

Зная ее, можно без каких-либо затруднений определить по формулам преобразования и уравнения комплексной схемы замещения в симметричных составляющих. Для этого необходимо сначала найти преобразованные к симметричным составляющим соответствующие матрицы каждого из элементов «элементарной» сети последовательностей. Полная матрица сопротивлений этой сети в симметричных составляющих будет

$$[Z_{.n}] = \frac{1}{3} \cdot \begin{array}{c|cccccccc} & 1' & 2' & 0' & 0'' & 1'' & 2'' & 0''' \\ \hline 1' & 3Z_{1G} & & & & & & \\ \hline 2' & & 3Z_{2G} & & & & & \\ \hline 0' & & & 3Z_{0G} & & & & \\ \hline 0'' & & & & 2Z_c & -Z_c & -Z_c & \\ \hline 1'' & & & & -Z_c & 2Z_c & -Z_c & \\ \hline 2'' & & & & -Z_c & -Z_c & 2Z_c & \\ \hline 0''' & & & & & & & 9Z_N \end{array} .$$

Чтобы совершить переход к матрице $[C_{.s}^n]$ нужно найти матрицу $[C_{.s}^k]$. Однако ее можно определить только с помощью пока неизвестной комплексной схемы замещения. Поэтому на этом шаге целесообразно прибегнуть к рассмотренным уравнениям связи. Поскольку при этом осуществляется переход к токам комплексной схемы замещения в симметричных составляющих, то уравнение связи видоизменяется на уравнение

$$[M][C_{.n}^s][i'] = [M'][i'] = 0.$$

Оно в развернутой форме с учетом (5.1) и разделения матрицы (5.4) на четыре (отмеченные в (5.4) жирными линиями) подматрицы $[D_j]$, которые соответствуют независимым и зависимым токам i'_1 и i'_2 , приобретает вид:

$$[M'] [i'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ C' & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i'_1 \\ i'_2 \end{bmatrix} = 0.$$

Решая это уравнения относительно зависимых токов, находим

$$i'_2 = -(C'D_2 - D_4)^{-1} (C'D_1 - D_3) i'_1 = C'' i'_1. \tag{5.5}$$

Таким образом, с учетом формы записи транспонированной матрицы (5.1) представим и получаемую из (5.5) матрицу $[C''_s]$ тоже в виде транспонированной матрицы

$$[C''_s]_t = \begin{bmatrix} 1 & C'' \end{bmatrix} = \begin{array}{c|ccccccc} & 1' & 2' & 0' & 0'' & 1'' & 2'' & 0''' \\ \hline 1' & 1 & & & & -1 & & \\ 2' & & 1 & & & & -1 & \\ 0' & & & 1 & -1 & & & -1 \end{array}.$$

Тогда матрица сопротивлений, вычисленная по формуле преобразования $[Z_{ss}] = [C''_s]_t [Z_{nn}] [C''_c]$, и контурные уравнения искомой комплексной схемы, представляется в виде

$$\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} E_{1G} \\ 0 \\ 0 \end{array} \end{array} = \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & Z_{1G} + \frac{2}{3} Z_c & -\frac{Z_c}{3} & -\frac{Z_c}{3} \\ 2 & -\frac{Z_c}{3} & Z_{2G} + \frac{2}{3} Z_c & -\frac{Z_c}{3} \\ 0 & -\frac{Z_c}{3} & -\frac{Z_c}{3} & Z_{0G} + \frac{2}{3} Z_c + 3Z_N \end{array} \cdot \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_0 \end{array} \end{array}. \tag{5.6}$$

Данной системе уравнений соответствует схема замещения, показанная на рисунке 5.4. Заметим, что она совпадает с аналогичной схемой, которую можно построить для случая однократной продольной несимметрии, когда сопротивления Z_c имеет место лишь в фазах B и C .

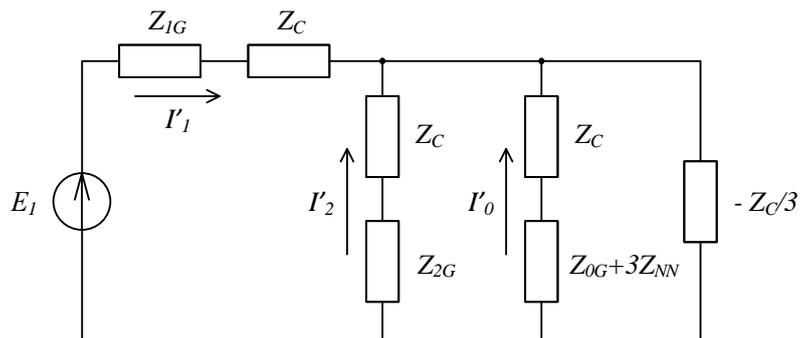


Рисунок 5.4 Схема замещения, соответствующая уравнениям (5.6)

Конечно, можно было бы получить и другую известную комплексную схему замещения (рисунок 5.5), представив матрицу $Z_{\text{пп}}$ в измененном виде.

Таким образом, из примера следует вывод о том, что помимо эффективного совместного использования уравнений преобразования и связи тензорный метод, упрощая анализ, расширяет возможности метода симметричных составляющих для расчета несимметричных повреждений.

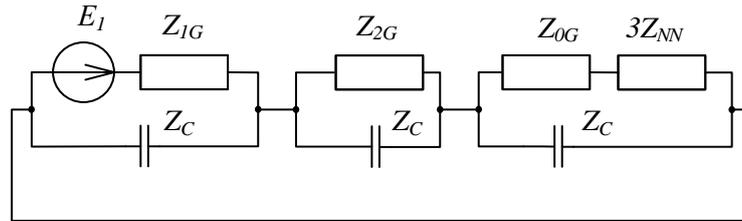


Рисунок 5.5 Комплексная схема при замыкании одной фазы на землю

Изложенная методика расчетов позволяет находить комплексные схемы замещения для различных видов несимметрии в электрических системах.

5.3.3 Пример аналитического расчета сложного вида повреждения

В качестве второго наглядного примера, иллюстрирующего суть совместного использования матриц преобразования координат, матриц соединения и уравнений связи, рассмотрим расчет сложного вида повреждения в трехфазной сети, представленной на рисунке 5.6.

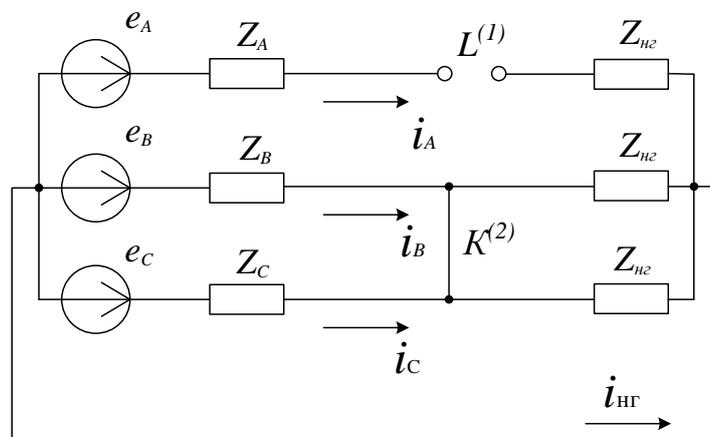


Рисунок 5.6 Схема сети с двумя повреждениями

Генератор, задается в базисе симметричных составляющих параметрами прямой, обратной и нулевой последовательностей Z_1 , Z_2 , Z_0 и ЭДС в матричной

форме, полученными с помощью матрицы преобразования $[C_S]$,

$$[Z_{GS}] = \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & Z_0 & & \\ 1 & & Z_1 & \\ 2 & & & Z_2 \end{array}, [e_{GS}] = \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & & E_1 & \\ 1 & & & \\ 2 & & & \end{array}, [C_S] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline a & 1 & 1 & 1 \\ b & 1 & a^2 & a \\ c & 1 & a & a^2 \end{array},$$

а нагрузка в базисе фазных координат равными сопротивлениями Z_{H2} . Несимметрия в схеме пусть вызывается одновременными повреждениями: разрывом фазы A ($L^{(1)}$) и двухфазным КЗ между фазами B и C ($K^{(2)}$). Требуется в аналитической форме определить матрицу решения, с помощью которой можно было бы затем вычислить токи при любых действительных параметрах схемы и значениях ЭДС генератора.

Обратимся вновь к тензорному методу, в котором ключевую роль играют матрицы преобразования координат. Обозначим, матрицу перехода к симметричным составляющим через $[C_S]$, а матрицу соединения, характеризующую связи между элементами схемы, через $[C_C]$. Поскольку параметры генератора заданы в симметричных составляющих, а решение надо найти в базисе действительных фазных координат, то сначала необходимо преобразовать матрицы сопротивлений и ЭДС генератора к фазным переменным с помощью матрицы $[C_S]$: по формулам: $[Z_G] = [C_S]_t^* [Z_{GS}] [C_S]$, $[e_G] = [C_S]_t^* [e_{GS}]$. В результате такого преобразования получаем:

$$[Z_G] = \frac{1}{3} \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & Z_0 + Z_1 + Z_2 & Z_0 + a^2 Z_1 + a Z_2 & Z_0 + a Z_1 + a^2 Z_2 \\ b & Z_0 + a Z_1 + a^2 Z_2 & Z_0 + Z_1 + Z_2 & Z_0 + a^2 Z_1 + a Z_2 \\ c & Z_0 + a^2 Z_1 + a Z_2 & Z_0 + a^2 Z_1 + a Z_2 & Z_0 + Z_1 + Z_2 \end{array};$$

$$[e_G] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline & E_1 & a E_1 & a^2 E_1 \end{array}, [C_C]_t = \begin{array}{c|ccc|c} & a & b & c & n\mathcal{E} \\ \hline & b' & 1 & -1 & \\ n\mathcal{E}' & & & -1 & 1 \end{array}.$$

Чтобы найти теперь матрицы сопротивлений и ЭДС в связанной (исходной) системе с повреждениями в действительных фазных координатах, необходимо воспользоваться уравнениями связи для токов и матрицей преобразования $[C_C]_t$

Выбрав в качестве независимых токов токи фазы B и нагрузки: $i'_B = i_B; i'_{HG} = i_{HG}$, определяем через них зависимые токи: $i'_A = 0$, $i'_C = -i'_B - i'_{HG}$ и находим матрицу соединения $[C_c]_t$. Сложив матрицы сопротивлений генератора и нагрузки и выполнив операции умножения с помощью матрицы соединения согласно формулам преобразования, приведенным выше, после ряда упрощений находим искомые матрицы сопротивлений и ЭДС всей цепи в фазной системе координат относительно независимых токов при двух несимметричных повреждениях в виде:

$$[Z] = \frac{1}{3} \cdot \begin{array}{c|cc} & b' & нг' \\ \hline b' & 3(Z_1 + Z_2) & Z_1(1 - a^2) + Z_2(1 - a) \\ \hline нг' & Z_1(1 - a) + Z_2(1 - a^2) & Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_{HG} \end{array} ;$$

$$[e] = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{array}{c|cc} & b' & нг' \\ \hline & a(1 - a)E_1 & -a^2 E_1 \end{array} .$$

Следовательно, изложенная методика анализа, основанная на совместном использовании уравнений связи, матриц соединения и преобразования координат может быть эффективно применена для расчета сложных видов повреждений и в том числе по частям.

5.4 Методики расчета трехфазных систем по частям при сложных видах повреждений

В данном разделе рассмотрены две методики расчета сложных видов повреждений в СЭС по частям, основанные на тензорном анализе и теории ортогональных сетей. Под сложным видом повреждения понимаются любые комбинации различных видов продольной и поперечной несимметрий, одновременно возникающих в системе. Реально могут иметь место два-три повреждения. Например, к ним чаще других относятся простые замыкания фаз на землю в разных точках сетей с изолированной нейтралью при пробое изоляции кабельных ЛЭП, однофазные и двухфазные короткие замыкания на землю при обрыве проводов воздушных ЛЭП и при падении одного или двух проводов на землю. Не исключены также и другие сочетания повреждений. Основные

требования, предъявляемые к инженерным расчетам подобных повреждений, заключаются в простоте их выполнения, корректности всех принимаемых допущений, необходимой точности вычислений электрических величин. Во многом эти требования определяются конкретными целями и назначением проводимых расчетов. Наблюдения и анализ многочисленных осциллографических записей переходных процессов показывает, что начальные значения сверхпереходных токов при КЗ и при сложных повреждениях, определяемые при общепринятых допущениях, а также значения периодических составляющих токов, рассчитанных по методу спрямленных характеристик для заданных моментов времени, когда процессы не сопровождаются сильными качаниями роторов СМ, как правило, вычисляются с погрешностью, не превышающей 10%. При этом допустимо считать, что роторы СМ симметричны, и оперировать с ЭДС, напряжениями и токами без разложения их на продольные и поперечные составляющие по координатным осям d и q . Такой подход одновременно исключает необходимость учета второй гармоники, образующейся от апериодической слагающей тока КЗ при несимметричном роторе. Ошибка в токораспределении по ветвям схемы оказывается всегда минимальной вблизи места КЗ или другого повреждения. Она увеличивается по мере удаленности от него и зависит от еще и от длительности КЗ по времени. Точность расчетов можно повысить, если использовать спрямленные характеристики, построенные для конкретных генераторов, с помощью ЭЦВМ по математическим моделям, приведенным в [106, 121] с учетом истинных параметров, явнополюсности и систем возбуждения. От применения типовых кривых, рекомендованных для проверки и выбора электрооборудования в [45, 94], при расчетах режимов СЭС со многими генераторами, следует отказаться, поскольку в случае схем с распределенной генерацией эквивалентирование разнотипных источников ЭЭ одним эквивалентным генератором суммарной мощности является не целесообразным.

Среди множества топологических моделей, применяемых при расчетах электрических систем по частям, как отмечено выше, различают модели диффузионного и пуассоновского типов в зависимости от вида возбуждения и наличия заземляющих точек системы или ее модели. К диффузионным моделям

относят схемы замещения СЭС с узловым возбуждением, когда задаются узловые токи, а рассчитываются на первом этапе рассчитываются напряжения или разности потенциалов между парами узлов, а затем вычисляются токи ветвей и другие параметры режима. Если возбуждение осуществляется посредством ЭДС генераторов, двигателей и обобщенных нагрузок, то на первом этапе определяются токи замкнутых контуров, а затем остальные параметры режима. В этом случае используемые модели относят к пуассоновскому типу. Не затрагивая здесь особенностей названных и других более общих моделей, напомним лишь, что если имеет место узловое возбуждение, то дополнительная схема в методе диакоптики, объединяющая частные решения подсхем в общее решение системы в целом, автоматически приобретает вид схемы с контурным возбуждением, и наоборот.

Метод анализа ортогональных сетей основывается на двух соображениях: число переменных (координат) и уравнений любой схемы всегда равно числу ветвей вне зависимости от способа их соединения и вида возбуждения; входная и выходная мощности остаются неизменными (инвариантными) при всех способах соединения этих ветвей. Будем и впредь различать в ортогональной 1-сети два типа переменных: токи, образующие замкнутые пути (контур), и токи открытых (разомкнутых) путей, обусловленные напряжениями узловых пар (разностью потенциалов между узлами открытых контуров). Заметим, что если ветвь замкнутого контура раскрывается, то старая контравариантная переменная (ток) будет автоматически обращаться в нуль, а на ее месте возникать новая ковариантная переменная (разность потенциалов между полюсами разомкнутой ветви). И, наоборот, когда в любой системе ковариантная переменная будет редуцироваться в нуль при введении каких-либо связей, то вместо нее появится контравариантная переменная. Они ортогональны друг другу. Следовательно, в зависимости от того, какие компоненты будут приняты в качестве исходных переменных любую систему можно рассматривать первоначально либо как контурную, либо как узловую. Кажущиеся или воображаемые ветви, обладающие нулевым сопротивлением (импедансом) или бесконечной проводимостью

(адмитансом) в ортогональной системе координат во внимание не принимаются.

Практикой доказано, что стационарные и переходные процессы, обусловленные несимметриями, возникающими в СЭС в нормальных и аварийных режимах, наиболее эффективно анализируются методом преобразования координат. В зависимости от целей анализа при расчетах на ЭВМ применяются различные схемы замещения и системы координат. Однако, первоначальная информация о параметрах каждого из элементов системы электроснабжения может быть задана в какой-либо определенной координатной системе. Чаще всего она бывает известна для элементов сети (ЛЭП, реакторов, трансформаторов и т.д.) в фазных переменных, для синхронных машин в координатных осях, жестко связанных с ротором, для других элементов, включая машины, в симметричных составляющих 1,2,0. Поэтому при конкретных расчетах приходится проводить преобразования переменных для того, чтобы параметры всех элементов были выражены в одной той же системе координат. Во многих случаях аналитического и числового решения на ЭВМ, например, когда нецелесообразно прибегать к построению комплексных схем замещения с промежуточными трансформаторами, приходится сталкиваться с рядом специфических особенностей и приемов при замене систем координат и переменных. В данной главе развит метод расчета несимметричных повреждений на основе тензорной методологии Крона, сочетающий в себе два преобразования: соединение схем последовательностей и учета следствий из граничных условий, соответствующих конкретным видам несимметрии. На простейших примерах рассмотрены особенности совместного применения матриц преобразования координат, матриц соединения и уравнений связи, а также их различия при моделировании и анализе несимметричных повреждений в СЭС тензорным методом.

1. Составляются «элементарные» схемы замещения прямой, обратной и нулевой последовательностей, в которых места несимметрий рассчитываемой исходной системы заменяются симметричными элементами (закоротками или разрывами трех фаз). Для каждой «элементарной» схемы выбираются пути

контурных токов и составляются соответственно их тензоры контурных сопротивлений $z_{\alpha\beta}$, $z_{\gamma\mu}$, $z_{\omega\varphi}$ и ЭДС e_α , e_γ , e_ω . Направления контурных токов выбираются произвольно. Но можно выбрать их так, чтобы через ветви повреждения в «элементарных» схемах последовательностей проходил только один контурный ток, облегчая тем самым ручной расчет не очень сложных схем. Если из всей совокупности исходных систем будет выбрана какая-либо одна из них с известными конкретными параметрами, то компоненты этих тензоров будут выражаться соответствующими матрицами второго и первого порядка. Поэтому для удобства различения этих матриц воспользуемся индексными обозначениями $\alpha\beta$, $\gamma\mu$, $\omega\varphi$ соответственно для прямой, обратной и нулевой последовательностей в разных схемах и будем называть их не тензорами, а матрицами.

2. Рассчитываются контурные токи i^β в «элементарной» схеме прямой последовательности с помощью матрицы $y^{\beta\alpha} = (z_{\alpha\beta})^{-1}$. Токи в «элементарных» схемах обратной и нулевой последовательностей принимаются равными нулю, поскольку предполагается, что в этих схемах ЭДС отсутствуют. Они могут появиться в общем случае, если векторы приложенных напряжений источников будут несимметричными. Следовательно, с учетом сказанного на данном этапе вычисляются только проводимости схем обратной и нулевой последовательностей $y^{\mu\gamma}$ и $y^{\varphi\omega}$. Для сложных систем обращение матриц и расчет токов можно тоже выполнить методом диакоптики. Однако, в приводимых алгоритмах в качестве расчлененных подсистем выбираются только схемы отдельных последовательностей.

3. Составляется квазидиагональная матрица проводимостей $y^{r\lambda}$ путем сложения соответствующих матриц, отдельно рассчитанных «элементарных» схем последовательностей и формируется матрица-столбец контурных токов i^λ посредством добавления к строкам матрицы i^β нулевых строк токов обратной и нулевой последовательностей.

4. Определяется матрица преобразования $C_{\lambda}^{\lambda'}$, с помощью которой осуществляется объединение решений, полученных для рассчитанных «элементарных» схем последовательностей, в комплексную схему путем их соединения, но с учетом следствий из граничных условий для симметричных составляющих, соответствующих рассматриваемым видам повреждений. Ее можно найти как произведение двух матриц. Первая из них выделяет контурные токи всех последовательностей, принадлежащие ветвям коротких замыканий, изображенных закоротками, или продольной несимметрии, изображенных разрывами. В матрице они фиксируются соответствующими узлами, в которых имеют место повреждения. Вторая матрица составляется на основе отображения следствий из граничных условий для повреждений в этих узлах (местах несимметрий). Важно заметить, что указанное преобразование уже относится к пространству узловых переменных и матрица формируется по уравнениям следствий из граничных условий для узловых напряжений. Результирующую матрицу преобразования нетрудно составить и без процедуры перемножения двух указанных выше матриц, а на ЭВМ автоматически. Преобразование с ее помощью по сути представляет собой процедуру аналитического объединения решений и учета следствий из граничных условий без построения дополнительной цепи пересечений.

5. С помощью инвариантных формул преобразования определяются матрицы проводимостей $Y^{\tau\lambda'} = C_{\lambda}^{\lambda'} \cdot Y^{\tau\lambda} \cdot C_{\tau}^{\tau'}$ и токов $I^{\tau'} = C_{\tau}^{\tau'} \cdot I^{\tau}$ в новой системе координат (то есть для схемы с повреждениями).

6. Находятся узловые напряжения в новой системе координат по формуле $U_{\lambda'} = Z_{\lambda'\tau'} \cdot I^{\tau'}$.

7. Определяются дополнительные ЭДС, которые встречаются на пути контурных токов, возникающие вследствие объединения схем, $\Delta e_{\lambda} = C_{\lambda}^{\lambda'} \cdot e_{\lambda'}$.

8. Рассчитываются дополнительные контурные токи $\Delta I^{\tau} = Y^{\tau\lambda} \cdot \Delta e_{\lambda}$.

9. Вычисляются истинные значения контурных токов в схемах $\delta I^{\tau} = I^{\tau} - \Delta I^{\tau}$.

В методике расчета для случая узлового возбуждения выполняются следующие этапы:

1. Составляются «элементарные» схемы последовательностей. На схемах закоротки, отображавшие КЗ в предыдущей методике, теперь заменяются разрывами точно так же, как и участки продольной несимметрии. В каждой «элементарной» схеме выбирается базисный узел с нулевым потенциалом. Обычно им является общая точка нейтралей генераторов и нагрузок. Далее в соответствии с методом узловых напряжений определяются отдельно для каждой «элементарной» схемы последовательностей матрицы узловых проводимостей $Y^{\alpha\beta}$, Y^{μ} , $Y^{\omega\varphi}$ и в общем случае токов I^{α} , I^{γ} , I^{ω} .

2. Рассчитываются напряжения или узловые потенциалы узлов «элементарной» схемы прямой последовательности относительно базисного узла с помощью матрицы узловых сопротивлений $(Y^{\alpha\beta})^{-1} = Z_{\beta\alpha}$. Узловые напряжения узлов для «элементарных» схем обратной и нулевой последовательностей не рассчитываются, поскольку они равны нулю, а определяются лишь их матрицы узловых сопротивлений $Z_{\mu\gamma}$, $Z_{\varphi\omega}$.

3. Составляются квазидиагональная матрица узловых сопротивлений $Z_{\tau\lambda}$ и строчная матрица напряжений узлов U_{λ} путем сложения соответствующих матриц для отдельно рассчитанных схем.

4. Формируется матрица преобразования с помощью которой осуществляется объединение решений, полученных для рассчитанных «элементарных» схем последовательностей, в комплексную схему путем их соединения, но с учетом следствий из граничных условий для симметричных составляющих, соответствующих рассматриваемым видам повреждений. Ее можно найти аналогично, как и при контурном возбуждении, посредством произведения двух матриц преобразования. Первая из них будет соотносить узлы ветвям, содержащим замыкания и разрывы, а вторая строится на основе следствий из граничных условий для токов, протекающих по этим ветвям. Результирующую матрицу преобразования C_{τ}^T нетрудно составить и без процедуры перемножения

этих двух матриц, используя их свойства.

5. Находятся с помощью инвариантных формул преобразования матрицы узловых сопротивлений и узловых напряжений в схемах с действительными повреждениями (или в новой системе координат): $Z_{\tau\lambda'} = C_{\lambda'}^{\lambda} \cdot Z_{\tau\lambda} \cdot C_{\tau}^{\tau'}$; $U_{\lambda'} = C_{\lambda'}^{\lambda} \cdot U_{\lambda}$.

6. Вычисляются токи в новой системе координат $I^{\tau'} = Y^{\tau\lambda'} \cdot U_{\lambda'}$.

7. Определяются все токи в ветвях замыканий и разрывов $I^{\tau} = C_{\tau}^{\tau'} \cdot I^{\tau'}$.

8. Рассчитываются дополнительные узловые потенциалы $\Delta U_{\lambda} = Z_{\tau\lambda} \cdot I^{\tau}$.

9. Определяются значения узловых потенциалов в исходной схеме $\delta U_{\lambda} = U_{\lambda} - \Delta U_{\lambda}$.

Процедуры формирования матриц, показывающих принадлежность контурных токов и узловых пар к ветвям замыкания или разрыва, матриц, составляемых на основе следствий из граничных условий для ветвей замыкания или разрыва, а также матриц преобразования, объединяющих решения рассчитанных по частям схем последовательностей целесообразно проиллюстрировать на числовом примере расчета реальной системы.

Пример. На рисунке 5.7 представлена однолинейная схема исследуемой трехфазной СЭС. Она характеризуется следующими параметрами: ГЭС (4 генератора с единичной мощностью каждого по 75 МВт, $\cos \varphi_G = 0,8$; $x_d'' = 0,2$; $x_2 = 1,45x_d''$ $U_G = 10,5$ кВ); ТЭЦ (4 турбогенератора мощностью по 25 МВт каждый, $\cos \varphi_G = 0,8$; $x_d'' = 0,17$); трансформаторы ($S_{T-1} = 360$ МВА; $u_k = 12\%$; $k_T = 10,5/242$; $S_{T-2} = 360$ МВА; $u_k = 12\%$; $k_T = 220/10,5$); ЛЭП (две линии с $l = 250$ км, $X_{1л} = 0,4$ Ом/км; $X_{0л} = 1,88$ Ом/км); нагрузка ($P_{НГ} = 400$ МВт, $\cos \varphi_{НГ} = 0,9$; $U_{НГ} = 10,5$ кВ).

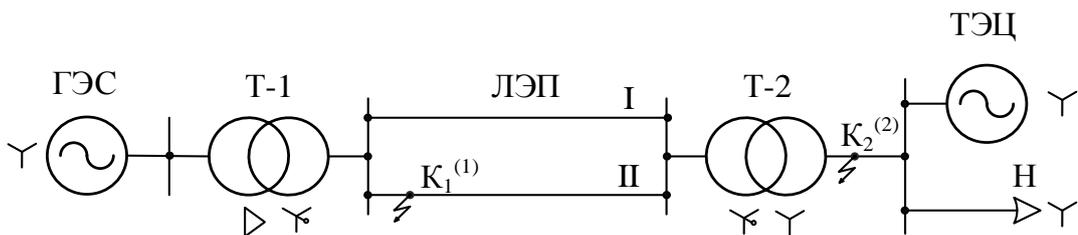


Рис.5.7 - Исходная схема системы электроснабжения

Пусть требуется рассчитать напряжения и токи в схеме замещения системы при одновременных однофазном (фаза А) и двухфазном (между фазами В и С) КЗ соответственно в точках K_1 и K_2 для начального момента времени.

Решение выполним в системе относительных единиц при следующих базисных условиях: $S_6=50$ МВА, $U_{61}=10,5$ кВ; $U_{62}=242$ кВ; $U_{63}=242 \frac{10,5}{220}=11,55$ кВ. Значения сопротивлений, вычисленные для всех элементов, а также ЭДС генераторов и нагрузки приведены на схемах замещения прямой, обратной и нулевой последовательностей, представлены на рисунке 5.8.

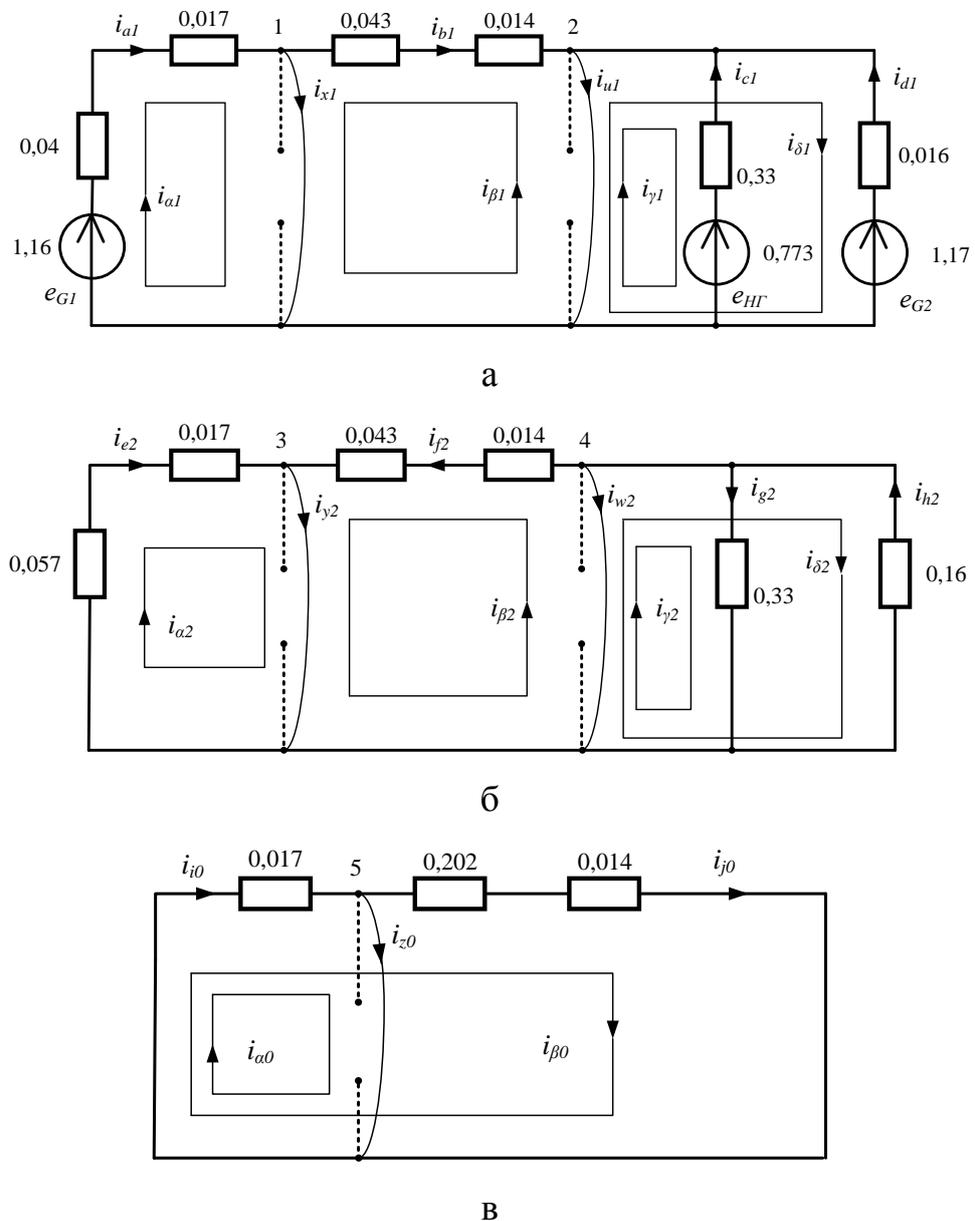


Рисунок.5.8. – Схемы последовательностей: а – прямая, б – обратная, в – нулевая

Активными сопротивлениями элементов пренебрежено в виду их малости и с целью упрощения вычислений при ручном счете. Данное допущение является общепринятым и не имеет принципиального значения. Предполагается, что генераторы электростанций и нагрузка до КЗ работали в номинальном режиме. Параметры всех элементов исходной сети выражены в координатах симметричных составляющих.

Задача решается по обоим методикам. Сначала при контурном возбуждении исходной системы, а затем при узловом возбуждении. В обоих вариантах расчета используются одни и те же схемы замещения последовательностей (рисунок 5.8, а, б, в). Нумерация узлов, ветвей, токов ветвей, замкнутых и открытых контуров при всех матричных преобразованиях должна оставаться неизменной. Во избежание ошибок при преобразованиях желательно всегда при составлении матриц обозначать на них оси координат, особенно, если решение находится вручную. Естественно, что при расчетах на ЭВМ все матричные преобразования выполняются автоматически и ошибки практически исключены.

Процедура расчета по частям при контурном виде возбуждения включает следующие шаги:

1. Строятся схемы замещения последовательностей. На место любого КЗ в этих схемах ставятся закоротки (если имеет место разрыв фазы, то место повреждения обозначается разрывом). Закоротки в схемах последовательностей для рассматриваемого примера показаны (рисунок 5.8, а, б, в) в виде дуг. Пунктирные линии с разрывами на рисунке 5.8 в точках КЗ будут использованы вместо дуг позже в расчете при узловом возбуждении.

2. Для каждой подсистемы (схемы замещения отдельной последовательности) произвольно выбираются положительные направления токов ветвей (их индексы обозначены латинскими буквами и цифрами, соответствующими номерам последовательностей) и замкнутых контуров. Для облегчения расчетов, сокращения памяти ЭВМ и времени счета целесообразно выбирать их по возможности так, чтобы матрица контурных сопротивлений была диагональной или максимально разреженной (это в принципе необязательное

условие удовлетворено в рассматриваемом примере тем, что через место повреждения протекает один контурный ток).

3. Составляются матрицы контурных сопротивлений и контурных ЭДС для каждой последовательности (для простых схем, например, по правилу Стиганта [157], а для сложно-разветвленных с помощью «элементарной цепи»). Обозначим их через $z_{\alpha\beta}, z_{\gamma\mu}, z_{\omega\varphi}, e_{\beta}, e_{\mu}, e_{\varphi}$, используя для индексов этих величин греческие буквы.

4. Рассчитываются контурные токи в каждой подсистеме с помощью обращенных матриц контурных сопротивлений и заданных ЭДС. Поскольку в схемах обратной и нулевой последовательностей ЭДС отсутствуют, то для этих схем определяются лишь матрицы узловых проводимостей.

Для рассматриваемого примера соответственно имеем:

$$z_{\alpha\beta} = \begin{array}{c|cccc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 \\ \hline \alpha 1 & 0,057 & & & \\ \beta 1 & & 0,057 & & \\ \gamma 1 & & & 0,033 & \\ \delta 1 & & & & 0,116 \end{array}; z_{\gamma\mu} = \begin{array}{c|cccc} & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 \\ \hline \alpha 2 & 0,074 & & & \\ \beta 2 & & 0,057 & & \\ \gamma 2 & & & 0,033 & \\ \delta 2 & & & & 0,168 \end{array};$$

$$(z_{\alpha\beta})^{-1} = Y^{\beta\alpha} = \begin{array}{c|cccc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 \\ \hline \alpha 1 & 17,544 & & & \\ \beta 1 & & 17,544 & & \\ \gamma 1 & & & 30,303 & \\ \delta 1 & & & & 8,621 \end{array};$$

$$(z_{\gamma\mu})^{-1} = Y^{\mu\gamma} = \begin{array}{c|cccc} & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 \\ \hline \alpha 2 & 13,514 & & & \\ \beta 2 & & 17,544 & & \\ \gamma 2 & & & 30,303 & \\ \delta 2 & & & & 5,952 \end{array};$$

$$z_{\omega\varphi} = \begin{array}{c|cc} & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline \alpha 0 & 0,017 & \\ \beta 0 & & 0,216 \end{array}; (z_{\omega\varphi})^{-1} = Y^{\varphi\omega} = \begin{array}{c|cc} & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline \alpha 0 & 58,82 & \\ \beta 0 & & 4,629 \end{array};$$

$$e_{\alpha} = \begin{array}{c|cccc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 \\ \hline & 1,16 & 0 & -0,773 & -1,17 \end{array}; i^{\beta} = Y^{\beta\alpha} e_{\alpha} = \begin{array}{c|cccc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 \\ \hline & 1,16 & 0 & -0,773 & -1,17 \end{array}.$$

5. Формируется необходимые для решения матрицы преобразования $C_x^{x''}$ и $C_x^{x'}$ на основе следствий из граничных условий для узлов, к которым примыкают ветви замыканий. Этот этап является *ключевым пунктом* расчета. Сначала определяется матрица, показывающая, какие контурные токи протекают через ветви замыкания. Получаем

$$C_{x''}^{x'} = \begin{array}{c|cccccccccc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & & & & & & & & \\ \hline 2 & & 1 & 1 & 1 & & & & & & \\ \hline 3 & & & & & 1 & 1 & & & & \\ \hline 4 & & & & & & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline 5 & & & & & & & & & 1 & 1 \\ \hline \end{array} .$$

Затем составляется матрица, содержащая информацию о следствиях из граничных условий для напряжений:

$$C_x^{x''} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 1 & & & & -1 \\ \hline 2 & & 1 & & 1 & \\ \hline 3 & & & 1 & & -1 \\ \hline \end{array} .$$

Произведение этих двух матриц дает результирующую матрицу преобразования соединения подсистем или в данном случае решений схем последовательностей. Она равна

$$C_x^{x'} = C_x^{x''} C_{x''}^{x'} = \begin{array}{c|cccccccccc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & & & & & & & -1 & -1 \\ \hline 2 & & 1 & 1 & 1 & & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline 3 & & & & & 1 & 1 & & & -1 & -1 \\ \hline \end{array} .$$

5. Осуществляется переход к новой системе координат по формулам преобразования с помощью матрицы $C_x^{x'}$. Для этого предварительно формируется матрица-столбец решения токов из вычисленных токов подсистем (она представлена здесь, ради экономии места, в виде строки):

$$i^x = \begin{array}{c|cccccccccc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline & 20,351 & & 23,423 & -10,086 & & & & & & \\ \hline \end{array} ,$$

а также матрица проводимостей решения подсистем, представляющая собой диагональную матрицу (10 x 10), которая записана здесь тоже в виде строки:

$$Y^{\lambda x} = \text{diag} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 17,544 & 17,544 & 30,303 & 8,621 & 13,514 & 17,544 & 30,303 & 5,952 & 58,824 & 4,63 \\ \hline \end{array}$$

В результате находим:

$$i^{\lambda x'} = C_{\lambda}^{\lambda x'} i^{\lambda x} = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 20,351 \\ \hline 2 & -33,503 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline \end{array}; Y^{\lambda x' \xi'} = C_{\lambda}^{\lambda x'} Y^{\lambda x \xi} C_{\xi}^{\xi'} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 98,542 & 17,544 & 63,454 \\ \hline 2 & 17,544 & 110,267 & 17,544 \\ \hline 3 & 63,454 & 17,544 & 94,512 \\ \hline \end{array}.$$

6. Обращается матрица проводимостей $(Y^{\lambda x' \xi'})^{-1} = z_{\xi' \lambda'}$ и с ее помощью вычисляются узловые напряжения в новой системе координат

$$U_{\xi'} = z_{\xi' \lambda'} i^{\lambda x'} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0,01798 & -0,0097 & -0,01189 \\ \hline 2 & -0,0097 & 0,0094 & -0,00109 \\ \hline 3 & -0,01189 & -0,00109 & 0,01877 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline 20,35 \\ \hline -33,51 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0,3984 \\ \hline -0,335 \\ \hline -0,2054 \\ \hline \end{array}.$$

7. Определяются дополнительные ЭДС $\Delta e_{\xi} = C_{\xi}^{\xi'} U_{\xi'}$, появляющиеся при соединении схем последовательностей в контурах, и дополнительные контурные токи, обусловленные этими ЭДС $\Delta i^{\lambda x} = Y^{\lambda x \xi} \Delta e_{\xi}$:

$$\Delta e_{\xi} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 0,3984 & 0,0634 & -0,335 & -0,335 & -0,205 & -0,544 & -0,335 & -0,335 & -0,193 & -0,193 \\ \hline \end{array},$$

$$\Delta i^{\lambda x} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 6,99 & 1,112 & -10,152 & -2,888 & -2,77 & -9,474 & -10,152 & -1,994 & -11,353 & -0,895 \\ \hline \end{array}.$$

8. Вычисляются действительные контурные токи по формуле

$\partial i^{\lambda x} = (i^{\lambda x} - \Delta i^{\lambda x})$. Получаем

$$\partial i^{\lambda x} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 13,361 & -1,112 & -13,271 & -7,198 & 2,77 & 9,474 & 10,152 & 1,994 & 11,3053 & 0,895 \\ \hline \end{array}$$

Токи в ветвях находятся помощью преобразования $i^{\lambda x''} = C_{\lambda}^{\lambda x''} i^{\lambda x}$, где матрица $C_{\lambda}^{\lambda x''}$ определяется таблицей:

$$C_{\chi''}^{\chi} =$$

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>u</i>	<i>x</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>w</i>	<i>y</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>z</i>
$\alpha 1$	1					1									
$\beta 1$		-1			-1	1									
$\gamma 1$			-1		-1										
$\delta 1$				-1	-1										
$\alpha 2$							1					1			
$\beta 2$								1			1	1			
$\gamma 2$									1		1				
$\delta 2$										1	1				
$\alpha 0$													1		1
$\beta 0$														1	1

Процедура расчета по частям при узловом виде возбуждения включает аналогичные шаги. Однако, решение рассматриваемой задачи по частям при узловом возбуждении гораздо проще, поскольку в этом конкретном примере нужно обращать лишь матрицы второго порядка. Все операции решения в целом, а также и решение ее при расчленении на отдельные подсистемы будут связаны с матрицами узловых проводимостей. Процедура и алгоритм расчета хотя и аналогичен предыдущему, но имеет ряд особенностей.

1. Составляются схемы замещения отдельных последовательностей. Закоротки, отображавшие в первом методе расчета места КЗ, на тех же самых схемах последовательностей заменяются разрывами, как это показано пунктирными линиями на рисунок 2. (дуговые линии убираются). Если повреждение представляет собой разрыв фазы, то оно замещается на схемах последовательностей тоже разрывами.

2. В каждой подсистеме выбирается узел с нулевым потенциалом и для каждой из них записываются матрицы узловых проводимостей. Для обозначения этих матриц мы используем новые индексы, чтобы не путать их с величинами, введенными ранее при решении примера первым методом, поскольку это разные матрицы. Получаем:

$$Y^{\lambda\eta} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 35,088 & -17,544 \\ \hline 2 & -17,544 & 56,468 \end{array}; Y^{\nu\mu} = \begin{array}{c|cc} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 31,057 & -17,544 \\ \hline 4 & -17,544 & 53,8 \end{array}; Y^{\sigma\sigma} = \begin{array}{c|c} & 5 \\ \hline & 63,453 \end{array}.$$

Матрица-столбец токов записывается только для подсистемы прямой последовательности, поскольку ЭДС в схемах обратной и нулевой последовательностей отсутствуют. Для рассматриваемого примера матрица токов состоит всего из двух элементов, относящихся к узлам 1 и 2. Они определяются путем преобразования соответствующих ЭДС в источники тока и равны для рассматриваемого примера 20,351 и 33,51.

3. Матрицы узловых проводимостей подсистем обращаются и определяются соответствующие им матрицы сопротивлений:

$$z_{\eta\lambda} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0,034 & 0,01 \\ \hline 2 & 0,01 & 0,021 \end{array} ; z_{\mu\nu} = \begin{array}{c|cc} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0,039 & 0,013 \\ \hline 4 & 0,013 & 0,023 \end{array} ; z_{\sigma\tau} = \begin{array}{c|c} & 5 \\ \hline & 0,0158 \end{array} .$$

4. Вычисляются напряжения узлов в подсистеме прямой последовательности

$$U_{\eta} = z_{\eta\lambda} I^{\lambda} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0,034 & 0,01 \\ \hline 2 & 0,01 & 0,021 \end{array} \cdot \begin{array}{c|c} 1 & 20,351 \\ \hline 2 & 33,51 \end{array} = \begin{array}{c|c} 1 & 1,027 \\ \hline 2 & 0,907 \end{array} .$$

5. Составляется диагональная матрица подсистем и строчная матрица напряжений узлов

$$z_{\eta\lambda} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0,034 & 0,01 & & & \\ \hline 2 & 0,01 & 0,021 & & & \\ \hline 3 & & & 0,039 & 0,013 & \\ \hline 4 & & & 0,013 & 0,023 & \\ \hline 5 & & & & & 0,016 \end{array} ; U_{\eta} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 1,027 & 0,907 & & & \\ \hline \end{array} .$$

6. Записывается матрица преобразования для соединения подсистем с учетом следствий из граничных условий для токов (ветвей замыканий, которым принадлежат узлы). Эти следствия хорошо известны: для однофазного КЗ токи всех трех последовательностей в месте повреждения равны, а при двухфазном КЗ токи прямой и обратной последовательностей равны и противоположно направлены. Матрица имеет вид

$$C_{\eta'}^{\eta} = x \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & & & 1 & & 1 \\ \hline u & & 1 & & -1 & \\ \hline \end{array} .$$

7.С помощью формул преобразования осуществляется переход к новой системе координат (x, u). Матрица узловых напряжений $U_{\eta'} = C_{\eta'}^{\eta} U_{\eta}$ в новой системе координат представлена в форме столбца, а матрица сопротивлений найдена по формуле $z_{\eta'\lambda'} = C_{\eta'}^{\eta} z_{\eta\lambda} C_{\lambda'}^{\lambda}$:

$$U_{\eta'} = x \begin{array}{|c|c|} \hline & 1,027 \\ \hline u & 0,907 \\ \hline \end{array} , \quad z_{\eta'\lambda'} = x \begin{array}{|c|c|c|} \hline & x & u \\ \hline 1 & 0,089 & -0,003 \\ \hline u & -0,003 & 0,044 \\ \hline \end{array} .$$

8. Вычисляются узловые токи в новой системе переменных по выражению

$$I^{\lambda'} = (z_{\eta'\lambda'})^{-1} U_{\eta'} = x \begin{array}{|c|c|c|} \hline & x & u \\ \hline 1 & 11,262 & 0,768 \\ \hline u & 0,768 & 22,78 \\ \hline \end{array} \cdot x \begin{array}{|c|c|} \hline & 1,027 \\ \hline u & 0,907 \\ \hline \end{array} = x \begin{array}{|c|c|} \hline & 12,262 \\ \hline u & 21,45 \\ \hline \end{array} .$$

9. Рассчитываются дополнительные токи и дополнительные напряжения, появляющиеся в результате соединения подсистем, по формулам:

$$\Delta I^{\lambda'} = C_{\lambda'}^{\lambda} I^{\lambda} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 12,262 & 21,45 & 12,262 & -21,45 & 12,262 \\ \hline \end{array} ,$$

$$\Delta U_{\eta} = z_{\eta\lambda} I^{\lambda} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 0,631 & 0,571 & 0,2 & -0,334 & 0,196 \\ \hline \end{array} .$$

10. Определяются искомые (действительные) напряжения в узлах:

$$\partial U_{\eta} = U_{\eta} - \Delta U_{\eta} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 0,398 & 0,334 & 0,205 & 0,334 & -0,196 \\ \hline \end{array} .$$

В результате анализа и решения конкретного примера предпочтение должно быть отдано применению алгоритма с узловым возбуждением.

5.5 Выводы по главе 5

1. Приведены краткая характеристика инженерных методов анализа и расчета повреждений в электрических системах и методика определения периодической составляющей тока КЗ для начального и заданного момента

времени, основанная на применении метода узловых напряжений и внешних характеристик генераторов. Показаны преимущества такого подхода, вытекающие из функциональных особенностей узловых пар при функциональном и физическом разделении систем на части тензорным методом.

2. Предложен программный комплекс DIANSW, позволяющий рассчитывать установившиеся режимы и токи КЗ в сложных системах СЭС методом диакоптики на ЭВМ. Рассмотрены особенности его построения, дана характеристика 18 программным модулям данного комплекса и показана универсальность его применения при проведении инженерных расчетов. Результаты расчетов, полученные с помощью реализованных алгоритмов комплекса, отличаются высокой эффективностью и точностью решения систем по частям. Сравнение их с результатами вычислений другими методами, показывает, что они обеспечивают существенное снижение времени счета на ЭВМ, особенно при дополнении основного алгоритма шагами двойной факторизации матриц проводимости всех подсхем и контурных сопротивлений цепи пересечения при их обращении.

3. Развита методика расчета несимметричных повреждений на основе тензорной методологии Крона, сочетающая в себе два преобразования: соединение схем последовательностей и учета следствий из граничных условий, соответствующих конкретным видам несимметрии. На простейших примерах рассмотрены особенности совместного применения матриц преобразования координат, матриц соединения и уравнений связи, а также их различия при моделировании и анализе несимметричных повреждений в СЭС тензорным методом. Изложенная методика анализа, основанная на совместном использовании уравнений связи, матриц соединения и преобразования координат может быть эффективно применена для расчета сложных видов повреждений, в том числе по частям.

4. Рассмотрены две методики расчета сложных видов повреждений в СЭС по частям, основанные на тензорном анализе и теории ортогональных сетей при контурном и узлом возбуждении. Ключевым этапом предлагаемых алгоритмов

в обеих методиках является процедура формирования матриц преобразования, с помощью которых осуществляется объединение решений, полученных для рассчитанных «элементарных» схем последовательностей, в комплексную схему путем их соединения, но с учетом следствий из граничных условий для симметричных составляющих, соответствующих рассматриваемым видам повреждений. Преобразование с их помощью по сути представляет собой процедуру аналитического объединения решений и учета следствий из граничных условий без построения дополнительной цепи пересечений.

5. Особенности применения методик, алгоритмов и процедур общего решения при анализе сложных видов повреждений по частям, проиллюстрированы конкретным числовым примером расчета реальной СЭС.

В материале главы 5 нашли отражение работы автора [19, 23, 24, 25, 26, 27, 31, 32, 34, 37, 52, 90, 91, 115, 122, 123].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выявлены и исследованы особенности применения тензорного метода и многомерных римановых пространств к анализу квазистационарных дискретных СЭС, а также геометрического представления метрических тензоров и тензоров (параметров режима) электрических сетей.

2. Предложена и проанализирована модифицированная двухфазная топологическая модель возбужденной электрической сети, показано соответствие между её геометрической конфигурацией и параметрами режима СЭС, выяснена топологическая роль сингулярных и несингулярных матриц преобразования, а также замкнутых (соленоидальных) и открытых (ламинарных) путей токов и напряжений в 1-сети и 2-сети.

3. Раскрыта двойственность и ортогональность 1-сети, применительно к СЭС составлены и решены ее ортогональные уравнения, доказана идентичность их решения с расчетом электрических сетей по частям.

4. Разработаны методики, алгоритмы и программы расчета, эквивалентирования и упрощения крупномасштабных СЭС по частям, а также формирования на ЭВМ матриц преобразования и объединения решений фрагментов (подсхем) СЭС, рассчитанных по частям, удобные для вычисления электрических величин в нормальных и аварийных режимах.

5. Усовершенствованы и реализованы на основе ортогональных уравнений алгоритмы автоматического разбиения исходной системы на части и формирования матриц цепи пересечения СЭС, расчлененной на изолированные подсхемы. На программное обеспечение этих алгоритмов имеется два свидетельства о государственной регистрации.

6. Построены математические модели синхронных генераторов и электрических сетей в вещественных и комплексных вращающихся системах координат с помощью тензорных преобразований, и ковариантной производной по времени. Метод расчета по частям, адаптирован к анализу симметричных и несимметричных режимов крупномасштабных СЭС, позволяющий в рамках обобщенной теории рассматривать стационарные сети, электрические машины,

устройства регулирования и управления, а также вводить с целью упрощения расчетов различные системы координат.

7. Разработаны на основе тензорно-топологического метода и теории ортогональных сетей методики, и алгоритмы расчета несимметричных и сложных видов повреждений в СЭС, отличающиеся от традиционных совместным использованием матриц преобразования координат, уравнений связи и рассчитанных по частям схем последовательностей для симметричных составляющих.

8. Разработанные в диссертации положения теории ортогональных сетей и реализованные на их основе методики и программное обеспечение применены для анализа и расчета симметричных и несимметричных режимов, токов КЗ и сложных видов повреждения в реальных системах электроснабжения, состоящих из разветвленных электрических сетей с распределенными источниками генерации и узлов комплексных нагрузок. Показаны универсальность рекомендуемых алгоритмов и эффективность одновременного использования двух источников информации: тензорных уравнений и топологических моделей в виде схем замещения для расчета сложных СЭС по частям с помощью несингулярных матриц преобразования.

9. Перспективными направлениями дальнейшего исследования по теме диссертации могут стать разработки алгоритмов для создаваемых согласно концепции, Smart Grid современных систем управления СЭС, включающими комплексы средств для расчета и анализа состояния их в темпе процесса, для текущего планирования и оптимального выбора работающих агрегатов и нагрузок, а также для расчетов нормальных и аварийных режимов системной автоматики на основе гибкой и дискретной ортогональной теории моделирования и решения по частям широкого класса задач тензорно топологическим методом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, П.С. Пуанкаре и топология / П.С. Александров // В кн.: А. Пуанкаре. Избранные труды. Т.2. – М.: Наука, 1972. – 359 с.
2. Арменский, А.Е. Тензорные методы построения информационных систем / А.Е. Арменский. – М.: Наука, 1989. – 152 с.
3. Арнольд, В.И. Математические методы классической механики / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
4. Архангельский, Н.Л. Применение тензорной методологии к описанию электромагнитных процессов в асинхронном двигателе / Н.Л. Архангельский, Б.С. Курнышев, П.А. Захаров // Электричество. – 1995. – № 2. - С. 37-39.
5. Атабеков, Г.И. Комплексные схемы замещения для расчета переходных процессов методом симметричных составляющих / Г.И. Атабеков, Л.Г. Мамиконянц // Электричество. – 1954. – № 2. – С. 15-18.
6. Бартини, Р.О. О множественности геометрий и множественности физик. / Р.О. Бартини, П.Г. Кузнецов // Проблемы и особенности современной научной методологии. - Свердловск: АН СССР, Урал. Науч. центр. – 1978. – С. 55-65.
7. Беллман, Р. Введение в теорию матриц / Р. Беллман. – М.: Наука, 1976. – 352 с.
8. Белов, Г.А. Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей / Г.А. Белов, В.Г. Захаров // Электричество. – 2003. – № 8. – С. 34-41.
9. Борданов, С.А. Использование метода двойной факторизации для расчета режимов электрических систем в реальном времени / С.А. Борданов, Н.М. Ермолаева, В.А. Щедрин // Вестник Чувашского университета. – 2006. – № 2. – С. 216. – 221.
10. Борисенко, А.И. Векторный анализ и начала тензорного исчисления / А.И. Борисенко, И.Е. Тарапов. – М.: Высшая школа, 1963. – 262 с.
11. Борданов, С.А. Разработка и применение к исследованию режимов электроэнергетических систем программного комплекса с графическим

интерфейсом. Дис. ... канд. техн. наук: 05.14. 02: Чебоксары, 2012. - 179 с.

12.Бутырин, П.А. Принцип декомпозиции сложных электрических цепей при их диагностике по частям / П.А. Бутырин, Т.А. Васьковская // Электричество. – 2001. – № 6. – С. 4-18.

13. Бушуев, В.В. Энергетика России. В 3 томах. Том 2. Энергетическая политика России (энергетическая безопасность, энергоэффективность, региональная эффективность и электроэнергетика).– М.: «Энергия», 2012. – 616 с.

14.Важнов, А.И. Электрические машины / А.И. Важнов. – Л.: Энергия, 1969. – 768 с.

15.Ван дер Варден, Б.Л. Алгебра / Б.Л. Ван дер Варден. – М.: Мир, 1976. – 648 с.

16.Веников, В.А. Габриель Крон / В.А. Веников, П.А. Ионкин, Г.Н. Петров, И.П. Копылов // Электричество. – 1969. – № 1. – С. 92.

17.Веников, В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах / В.А. Веников. – М. Высшая. школа, 1978. – 415 с.

18.Веников, В.А. Электрические системы. Электрические сети: Учеб. для электроэнерг. спец. вузов / В.А. Веников, А.А. Глазунов, Л.А. Жуков и др.; под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Высшая. школа., 1998. – 511 с.

19.Воронов, П.Л. Использование уравнений ортогональных цепей к моделированию энергосистем в реальном времени / П.Л. Воронов // Научные труды IV международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи». Новочеркасск. -2013.- Т.1. – С. 87–90.

20.Воронов, П.Л. Расчет режимов систем электроснабжения с распределенной генерацией методом диакоптики // Материалы VII Международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи». Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2016. – Т.3 – С. 180–184.

21.Воронов, П.Л. Анализ сложных электрических систем по частям на основе свойств активного двухполюсника / П.Л. Воронов // Вестник Чувашского университета. – 2015. – № 1. – С. 35 – 43.

22.Воронов, П.Л. К вопросу о применении сингулярных матриц в электротехнике / П.Л. Воронов, Н.Я. Попова, В.А. Щедрин // Математические модели и их приложения: сб. науч. тр. Вып. 11. – Чебоксары: Изд-во ЧГУ. – 2009. – С. 76–84.

23.Воронов, П.Л. Основные аспекты и оценка применения дугогасящих реакторов и резистивного заземления нейтралей в системах электроснабжения / П.Л. Воронов, В.А. Щедрин // Сборник тезисов докладов РЕЛАВЭКСПО - 2013. – Чебоксары: РИЦ «СРЗАУ». – 2013. – С. 109–110.

24.Воронов, П.Л. Особенности алгоритма формирования общего решения при объединении решений сложно-разветвленных электрических систем, рассчитанных по частям // Труды академии электротехнических наук Чувашской Республики. – Чебоксары. – 2017. - № 1. – С. 87–92.

25.Воронов, П.Л. Особенности применения матриц преобразования и уравнений связи при анализе несимметричных повреждений / П.Л. Воронов // Вестник ЮУрГУ, Серия «Энергетика». – Т.18 – №1. – 2018. – С. 27-37.

26.Воронов, П.Л. Особенности реализации быстродействующей дуговой защиты с применением микропроцессорных устройств РР1А101В и РР1А10С / П.Л. Воронов // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. X. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2014. – С. 110-114.

27.Воронов, П.Л. Особенности режимов замыкания фазы на землю в системах с мощными преобразовательными агрегатами / П.Л. Воронов, В.А. Щедрин // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы 10-й Всерос. науч.-техн. конф. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2013. – С. 313–317.

28.Воронов, П.Л. Практическое применение уравнений ортогональной цепи / П.Л. Воронов // Труды академии электротехнических наук Чувашской Республики. Материалы VIII-й Республиканской научно-технической конференции молодых специалистов. – Чебоксары. – 2010. – С. 38–44.

29.Воронов, П.Л. Применение метода диакоптики к расчету переходных процессов в разветвленных электрических цепях / П.Л. Воронов, В.А. Щедрин //

Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. IX / – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2013. – С. 107-118.

30. Воронов, П.Л. Применение метода преобразования координат к анализу электрических сетей с распределенными источниками энергии / П.Л. Воронов, В.А. Щедрин // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. XI. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2015. – С. 42-65.

31. Воронов, П.Л. Разработка программного обеспечения для анализа и расчета переходных процессов в сложных электроэнергетических системах в реальном времени / П.Л. Воронов // Материалы X Республиканского конкурса инновационных проектов по программе «Участник молодежного научно-инновационного конкурса» (УМНИК–2014) в рамках научной конференции молодежи и студентов «Молодая инновационная Чувашия: творчество и активность». – Чебоксары. – 2014. – С. 4–5.

32. Воронов, П.Л. Расчет по частям трехфазных сетей при несимметричных и сложных видах повреждений / П.Л. Воронов // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 76–87.

33. Воронов, П.Л. Сингулярные и несингулярные матрицы преобразования электрических сетей и инвариантность мощности / П.Л. Воронов, В.А. Щедрин // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. XI. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2015. – С. 194-211.

34. Воронов, П.Л. Совместное использование матриц преобразования координат и уравнений связи при анализе несимметричных повреждений / П.Л. Воронов // Труды академии электротехнических наук Чувашской Республики. – Чебоксары. – 2017. – № 1. – С. 93–95.

35. Воронов, П.Л. Сравнительный анализ программ расчета токов трехфазного короткого замыкания / П.Л. Воронов, Н.М. Ермолаева. // Россия. Наука. Университет: сб. тр. Всерос. 46-й науч. студ. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш ун-та. – 2012. – С. 7–8.

36. Воронов, П.Л. Уравнения ортогональной цепи и их практическое применение / П.Л. Воронов, Н.Я. Попова // Сборник материалов XII

Межрегиональной конференции-фестиваля научного творчества учащейся молодежи «Юность Большой Волги». – Чебоксары. – 2010.–С. 42–47.

37.Воронов, П.Л. Формирование эквивалентных схем решения при моделировании и расчете электроэнергетических систем по частям / П.Л. Воронов // «Электроэнергетика глазами молодежи»: науч. тр. V международ. конф. Томск. – 2014. – Т. 1. – С. 53–57.

38.Воронов, П.Л. Эквивалентирование и упрощение сложных электрических систем по частям при моделировании / П.Л. Воронов, В.А. Щедрин // Вестник Чувашского университета. – 2015. – № 1. – С. 44–55.

39.Воропай, Н.И. Оптимизация размещения источников питания при формировании рациональной конфигурации систем электроснабжения / Н.И. Воропай, О.В. Свеженцева // Электричество. – 2012. – №10. – С. 7-14.

40.Гамазин, С.И. Переходные процессы в системах электроснабжения, обусловленные электродвигательной нагрузкой / С.И. Гамазин, В.А. Ставцев, С.А. Цырук. – М.: Изд-во МЭИ. – 1997. – 424 с.

41.Гамазин, С.И. Методы расчета на ЭВМ условий пуска мощных синхронных двигателей / С.И. Гамазин, В.М. Пупин // Промышленная энергетика. - №10. – 1983. – С. 38-42.

42.Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер.– М.: Наука, 1976.– 352 с.

43.Гераскин, О.Т. Решение уравнения установившихся режимов больших ЭЭС в Y – диакоптической форме итерационным методом Ньютона-Рафсона на многопроцессорных ЭВМ / О.Т. Гераскин, Т.Г. Селеннова // Электроэнергетика. - №9-10. – 1994. – С. 3-15.

44.ГОСТ 28249-93. Короткие замыкания в электроустановках. Методы расчета в электроустановках переменного тока до 1 кВ (дата введения 01.01.1995). – М.: Стандартиформ. - 1993. – 42 с.

45.ГОСТ Р52735-2007. Короткие замыкания в электроустановках. Методы расчета в электроустановках переменного тока свыше 1 кВ (дата введения 07.01.2008). – М.: Стандартиформ. 2007. – 30 с.

46.Грузов, Л.Н. Методы математического исследования электрических

машин / Л.Н. Грузов. – Л.: Госэнергоиздат, 1953. – 264 с.

47. Гуревич, В.И. Интеллектуальные сети: новые перспективы или новые проблемы / В.И. Гуревич // Электротехнический рынок. – 2012. – №6 (36). – С. 62-66.

48. Гуревич, Ю.Е. Применение математических моделей электрической нагрузки в расчетах устойчивости энергосистем и надежности электроснабжения промышленных потребителей / Ю.Е. Гуревич, Л.Е. Либова. – М.: ЭЛЕКС-КМ, 2008. – 248 с.

49. Де Рам, Ж. Дифференцируемые многообразия / Ж. де Рам. - М.: ИЛ. 1956. - 252 с.

50. Дубровин, Б.А. Современная геометрия: методы и приложения / Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Е. Фоменко. – М.: Наука, 1979. – 760 с.

51. Ермолаева, Н.М. Алгоритм формирования матрицы контурных сопротивлений цепи пересечений / Н.М. Ермолаева, В.А. Щедрин // Вестник Чувашского университета. – 2000. – № 3, 4. – С. 122–133.

52. Ермолаева, Н.М. Комплекс программ расчета режимов систем электроснабжения методом диакоптики / Н.М. Ермолаева, П.Л. Воронов // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: материалы 11-й Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2018. – 512 с.

53. Ермолаева, Н.М. Разработка методов и алгоритмов расчета режимов электрических систем на основе диакоптики. Дис. ... канд. техн. наук: 05.14.02: Чебоксары, 1999. – 168 с.

54. Ефименко, Е.И. Новые методы исследования машин переменного тока и их приложения / Е.И. Ефименко. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 288 с.

55. Ефимов, Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н.В. Ефимов, Э.Р. Розендорн. – М.: Наука, 1970. – 528 с.

56. Жуков, Л.А. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем / Л.А. Жуков, И.П. Стратан. – М.: Энергия, 1979. – 416 с.

57. Илюшин, П.В. Разработка и развитие принципов противоаварийного управления распределительными сетями мегаполиса. Дис. ...канд. техн. наук:

05.14.02: М., 2011. – 173 с.

58.Илюшин, П.В. Подходы к решению задач РЗА и ПА при подключении к электрической сети объектов распределительной генерации / П.В. Илюшин // Релейщик. – 2014. – №4 (20). – С. 52-59.

59.Ионкин, П.А. Для чего нужен матричный метод? / П.А. Ионкин, Н.А. Мельников // Электротехника. 1968. – №7. - С.17-18

60.Ионкин, П.А. Теоретические основы электротехники: Т.1. Основы теории линейных цепей / П.А. Ионкин, А.И. Даревский, Е.С. Кухаркин, В.Г. Миронов, А.Н. Мельников. – М.: Высшая. школа. 1976. – 544 с.

61.Казовский, Е.Я. Переходные процессы в машинах переменного тока. / Е.Я. Казовский. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 624 с.

62.Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: Наука, 1972. – 496 с.

63.Копылов, И.П. Математическое моделирование электрических машин / И.П. Копылов. Учеб. для вузов. – 3-е изд. перераб. и доп. –М.: Высшая. школа. – 2001. – 327 с.

64.Крон, Г. Исследование сложных систем по частям - диакоптика / Г. Крон. – М.: Наука, 1972. – 544 с.

65.Крон, Г. Применение тензорного анализа в электротехнике / Г. Крон. – М.: Госэнергоиздат, 1955. – 275 с.

66.Крон, Г. Тензорный анализ сетей / Г. Крон. – М.: Советское радио, 1978. – 720 с.

67.Кузнецов, О.Л. Устойчивое развитие: Научные основы проектирования в системе природа-общество-человек /О.Л. Кузнецов, Б.Е. Большаков. Учебник. – Санкт-Петербург – Москва – Дубна. – 2001. – 616 с.

68.Курганов, С.А. Символьный анализ и диакоптика линейных электрических цепей: дис. ... д-ра техн. наук: 05.09.05: - Ульяновск, 2006. – 338 с.

69.Лосев, С.Б. Вычисление электрических величин в несимметричных режимах электрических систем / С.Б. Лосев, А.Б. Чернин. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 528 с.

70. Лоскутов, А.Б. Топология городских распределительных интеллектуальных электрических сетей 20 кВ / А.Б. Лоскутов, Е.Н. Соснина, А.А. Лоскутов // Промышленная энергетика. – 2012. – №5. – С. 11-17.

71. Макаров, А.А. Научно-технологические прогнозы и проблемы развития энергетики России до 2030 года. Доклад на заседании РАН / А.А. Макаров // Вестник Российской Академии наук. – 2009. – Том 79. - № 3. – С. 206 – 215.

72. Макаров, В.Г. Асинхронный электропривод электромеханических систем с оптимальными режимами работы: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.09.03. – Казань, 2011. – 39 с.

73. Максвелл, Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме. Т.1, 2 / Дж. К. Максвелл. – М.: Наука, 1989. – 416 с., 437 с.

74. Мартынюк, М.В. Оценка токов короткого замыкания равномерно распределенной гексагональной сети / М.В. Мартынюк, А.Б. Лоскутов, Е.Н. Соснина, А.А. Лоскутов, Д.В. Зырин // Научно-технический вестник Поволжья. – 2013. – №6, С. 359-363.

75. Меерович, Э.А. Геометрическая теория электрических цепей. Приложение / Э.А. Меерович // В кн. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике. – М.: Госэнергоиздат, 1955. – 275 с.

76. Мельников, Н.А. Матричный метод анализа электрических цепей / Н.А. Мельников. – М.-Л.: Энергия, 1966. - 216 с.

77. Миронов, В.Г. Перспективы использования диакоптического подхода при анализе режимов электрических цепей. / В.Г. Миронов, П.Г. Стахив // Электричество. – 1990. – №12 – С. 50-56.

78. Неймарк, Ю.И. Динамика неавтономных систем / Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев. – М.: Наука, 1967. – 520 с.

79. Неклепаев, Б.Н. Электрическая часть электростанций, подстанций: справочные материалы для курсового и дипломного проектирования: Учеб. пособие для вузов / Б.Н. Неклепаев, И.П. Крючков. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 608 с.

80. Нудельман Г.С. Направления инновационного развития РЗА / Г.С.

Нудельман, А.Н. Подшивалин // Релейщик. – 2015. – №3 (23). – С. 18-22.

81. Онисова, О.А. Формирование основных требований к релейной защите электроэнергетических систем с малыми распределительными электростанциями / Г.С. Нудельман, О.А. Онисова // Энергоэксперт. – 2015. – №4. – С. 60-64.

82. Паллен, К.А. Топологические и матричные методы. (Теория и применение) / К.А. Паллен. – М.: Энергия, 1966. – 96 с.

83. Петров, А.Е. Тензорная методология теории систем / А.Е. Петров. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с.

84. Петров, А.Е. Тензорные аналогии сетевых моделей систем горной промышленности // А.Е. Петров // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2014. – № 8, 9. - С. 285-291, 139-148.

85. Петров, А.Е. Тензорный метод двойственных сетей / А.Е. Петров. – М.: ООО «ЦИТиП», 2007. – 496 с. (Дополненное интернет издание: http://www/unidubna.ru//images/data/gallery170_971_tenzorny_metod25_02/pdf, свободный, 2009. – 600 с.).

86. Поливанов, К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля / К.М. Поливанов. – М.: Энергия, 1969. – 352 с.

87. Понтрягин, Л.С. Основы комбинаторной топологии / Л.С. Понтрягин. – М.: Наука, 1976. – 136 с.

88. Попков, В.В. Двойственность / В.В. Попков // Философские исследования. – 2001. – №3 (32). – С. 158-197 с.

89. Применение аналоговых вычислительных машин в энергетических системах: Методы исследования переходных процессов / под ред. Н.И. Соколова. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия. – 1970. – 400 с.

90. Программа автоматического деления схем замещения сложно-разветвленных систем электроснабжения при расчетах методом диакоптики RAZBIF: а.с. 2018613339 Рос. Федерация / Н.М. Ермолаева, П.Л. Воронов; правообладатель ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова». – № 2018610699; заявл. 28.01.2018; рег. 13.03.2018. – 1 с.

91. Программа расчета режимов электрических систем методом диакоптики

при делении на несвязанные подсистемы DIANSW: а.с. 2018613041 Рос. Федерация. / Н.М. Ермолаева, П.Л. Воронов; правообладатель ФГБОУ ВО «Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова». – № 2018610281; заявл. 10.01.2018; рег. 02.03.2018. – 1 с.

92. Программа расчета токов трехфазного короткого замыкания в крупных электрических системах на основе методов диакоптики и двойной факторизации / Н.М. Ермолаева, В.А. Щедрин // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2010614487. Реестр программ для ЭВМ. 8 июля 2010.– 1 с.

93. Пупин, В.М. Методика расчета несимметричных режимов систем электроснабжения / В.М. Пупин, С.В. Соловьев // Электрика. – №7. – 2002. – С. 14-17.

94. Руководящие указания по расчету токов короткого замыкания и выбору электрооборудования / под ред. Б.Н. Неклепаева. – М.: Изд-во НЦЭНАС. - 2001. – 152 с.

95. Седов, Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1 / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1976. – 536 с.

96. Сена, Л.А. Единицы физических величин и их размерности. - 3-е изд. перераб. и доп. - М.: Наука, 1977. – 336 с.

97. Сешу, С. Линейные графы и электрические цепи. / С. Сешу., М.Б. Рид. – М.: Высшая. школа, 1971. – 448 с.

98. Славутский А.Л. Моделирование переходных процессов в узлах комплексной нагрузки с нелинейными элементами методом синтетических схем. Дис. ... канд. техн. наук: 05.09.05. – Чебоксары, 2016. – 159 с.

99. Сохор, Ю.Н. Вычислительные модели и алгоритмы тензорного анализа сетей / Ю.Н. Сохор. – Псков.: Изд-во ППИ, 2008. 162 с.

100. Сохор, Ю.Н. Тензорный анализ сетей и диакоптика в инженерных расчетах. Математические основы, алгоритмы, программирование / Ю.Н. Сохор. – М.: LAMBERT. – 2012. – 200 с.

101. Старощук Л.В. Некоторые вопросы эквивалентирования в электроэнергетике. Дис. ... канд. техн. наук: 05.14.06. – Москва, 1976. – 200 с.

102. Страхов, С.В. Переходные процессы в электрических цепях, содержащих машины переменного тока / С.В. Страхов. – М.: Госэнергоиздат, 1960. – С. 247.
103. Тамм, И.Е. Основы теории электричества: Учеб. Пособие для вузов. – 11-е изд. испр. и доп. - / И.Е. Тамм. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 616 с.
104. Тришин, В.Н. Геометрические и топологические структуры физики / В.Н. Тришин // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. – 2008. – 1(9), том 5. – С. 42-83.
105. Уайт, Д. Электромеханическое преобразование энергии / Д. Уайт, Г. Вудсон. – М.: Энергия, 1964. – 528 с.
106. Ульянов, С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах / С.А. Ульянов. - М.: Энергия, 1964. - 704 с.
107. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике. Т. 7. Физика сплошных сред / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М.: Мир, 1977. – 288 с.
108. Филаретов, В.В. Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода. Дис. ... д-ра техн. наук: 05.09.05. – Москва, 2002. – 265 с.
109. Хачатрян, В.С. Автоматизация разбивки больших схем на радиально связанные оптимальные подсистемы / В.С. Хачатрян, М.А. Балабекян // Электричество. – 1977. – № 9. – С. 15–20.
110. Хьюзмоллер, Д. Расслоенные пространства/ Д. Хьюзмоллер.– М.: Мир, 1970. – 442 с.
111. Хэпп, Х. Диакоптика и электрические цепи / Х. Хэпп. – М.: Мир, 1974. – 344 с.
112. Шакиров, М.А. Теоретические основы электротехники. Новые идеи и принципы. Схемоанализ и диакоптика / М.А. Шакиров. – СПб.: Изд-во СПб ГТУ, 2001. – 212 с.
113. Шварц, Л. Анализ. Т. II / Л. Шварц. – М.: Мир. 1972. – 528 с.
114. Щедрин, В.А. Двойственность и ортогональность электрической цепи / В.А. Щедрин, П.Л. Воронов // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. X. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. –

2014. – С. 94-109.

115. Щедрин, В.А. Корректность применения традиционных схем замещения трансформаторов в расчетах электроэнергетических систем / В.А. Щедрин, П.Л. Воронов // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. XII. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2017. – С. 112-140.

116. Щедрин, В.А. О параметрах мощных электрических машин в симметричных и несимметричных режимах // П.Л. Воронов, В.А. Щедрин // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. VIII. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2012. – С. 45–57.

117. Щедрин, В.А. Представление параметров режима электротехнических комплексов и сетей в пространственно- временной системе физических величин / В.А. Щедрин, П.Л. Воронов // Вестник Чувашского университета. – 2016. – № 3. – С. 132–148.

118. Щедрин, В.А. Применение алгебраической топологии к эквивалентированию электрических сетей на основе диакоптики / В.А. Щедрин, П.Л. Воронов // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. VIII. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2012. – С. 147–158.

119. Щедрин, В.А. Применение тензорно-топологического метода к анализу и расчету сложных электрических цепей и систем. Дис. ... канд. техн. наук: специальность 271 – электрические станции. – Москва, 1970. –266 с.

120. Щедрин, В.А. Тензорно-топологический метод анализа электрических цепей / В.А. Щедрин. П.Л. Воронов // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. IX. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2013. – С. 236–253.

121. Щедрин, В.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах: учеб. пособие / В.А. Щедрин. – Чебоксары: изд- во Чуваш. ун-та. - 2007. – 422 с.

122. Щедрин, В.А. Энергетика Чувашии: перспективы надстроек районных отопительных котельных/ В.А. Щедрин, П.Л. Воронов// Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. VI. – Чебоксары: Изд-

во Чуваш. ун-та. – 2010. – С. 14–30.

123. Щедрин, В.А. Энергетика Чувашии: состояние и перспективы совместного производства электроэнергии и тепла / В.А. Щедрин, П.Л. Воронов // Труды академии электротехнических наук Чувашской Республики. Материалы VIII-й Республиканской научно-технической конференции молодых специалистов. – Чебоксары. – 2010. – С. 7–15.

124. Щедрин, Н.Н. Упрощение электрических систем при моделировании / Н.Н. Щедрин. – М.-Л.: Энергия, 1966. – 159 с.

125. Anderson, P.M. Analysis of Faulted Power Systems / P.M. Anderson. – Ames, Iowa: The Iowa State University Press, 1973. - 513 p.

126. Bewley, L.V. Tensors analysis of electric circuits and machines / L.V. Bewley. - New York, Ronald Press, 1961. - 309 p.

127. Brameller, A. Practical diakoptics for electrical networks /A. Brameller. - M.N. John, M.R. Scott. – London Chapman and Hall, 1969. - 212 p.

128. Branin, F.N. The relation between Kron's method and thee classical methods network analysis / F.N. Branin // The Matrix and Tensor Quart. – 1962. - Vol.12, no. 3. - p.p. 69-115.

129. Gibbs, W.J. Electrical machine analysis using tensors / W.J. Gibbs. - London: Pitman, 1967. - 86 p.

130. Han, Z.X. Generalized Method of Analysis of Simultaneous Faults in Electric Power Systems / Z.X. Han // IEEE Trans. on Power App. and Systems. – 1982. – Vol. 101, no.10. – p.p.3933-3942.

131. Happ, H.H. Gabriel Kron u System Theory / H.H. Happ. – N.Y.: Schenectady: Union Coll. Press, 1973. - 186 p.

132. Happ, H.H. Orthogonal networks / H.H. Happ // IEEE Trans. Power App. Systems. 1966. - Vol. 85. - p.p. 281-294.

133. Happ, H.H. Piecewise Methods and Application to Power Systems / H.H. Happ. –N.Y.: Wiley, 1980. - 405 p.

134. Happ, H.H. The Development of Diakoptics / H.H. Happ // Gabriel Kron and Systems Theory. - 1973. - p.p. 83-120.

135. Hoffmann, B. Matrices of tensors / B. Hoffmann // J. Franklin Inst.- 1968.- Vol. 286, no 6.- p.p.557-560.
136. Hoffmann, B. Nature of the Primitive System in Kron's Theory / B. Hoffmann // Amer. Journal of Physics. - 1955.- Vol. 23, no 6. – p.p. 341-355.
137. Hoffmann, B. Power invariance / B. Hoffmann // Matrix and Tensor Quart. - 1957. Vol.7. – p.p. 2-4.
138. Kodaira, K. The theory of harmonic integrals and application to algebraic geometry / K. Kodaira. - Work done at Princeton University, 1952. - 196 p.
139. Kron, G. A set of principles of interconnect the solutions of physical systems /G. Kron // J. Appl. Phys. -1953. –Vol. 24. – p.p. 965-980.
140. Kron, G. Detailed example for Interconnecting piece wise solution / G. Kron // J. Franklin Inst. –1955. – Vol. 24, no 4. – p.p. 307-333.
141. Kron, G. Four abstract reference frames of an electric network /G. Kron // IEEE Trans. Power App. and Systems. - 1968. - Vol. 87, no 3. - p.p. 815-823.
142. Kron, G. Invisible dual (n-1)-networks induced bu electrical 1-networks / G. Kron // IEEE Trans. Circuit Theory. – 1965. - Vol. CT-12. - p.p .464-470.
143. Kron, G. Non-Riemannian dynamics of rotating electrical machinery / G. Kron // Journal of Mathematics and Physics. –1934. - Vol. 13, no 2. - p.p.103-194.
144. Kron, G. Non-Riemannian dynamics of stationary electrical networks /G. Kron // Matrix and Tensor Quart. - 1966. Vol.17. - p.p. 51-59.
145. Kron, G. Physical interpretation the Riemann–Christoffel curvature tensor. The distribution of damping and synchronizing torques in oscillating transmission systems / G. Kron // Tensor (Japan). – 1955. – Vol. 4, no 3. - p.p. 150-172.
146. Kron, G. Tearing and Interconnecting as form of Transformation /G. Kron // Quarterly Applied Mathematics. –1955. –Vol. XIII, no 2. – p.p. 147-159.
147. Kron, G. Tensorial analysis of integrated transmission systems. Part IV: The Interconnection of transmission systems /G. Kron //Trans. AIEE. - 1953. Vol. 72 pt. II. - p.p. 827-839.
148. Kron, G. Tensorial and topological foundations of electric networks /G. Kron // Bloomington, Ind.: Indiana University Press. – 1966. – p.p.217-229.

149. Kron, G. Tensors for Circuits (Formerly entitled A Short Course in Tensor Analysis for Electrical Engineers) / G. Kron. - N.Y.: Dover Publications, Inc. – 1959. – 600 p.

150. Kron, G. The application of tensors to the analysis of rotating electrical machinery / G. Kron. - General Electric Company, Schenectady, N.Y. - 1938. – 199 p.

151. Lewis, W.E. Matrix Methods for the Evaluation of Simultaneous Faults in Three-phase Systems / W.E. Lewis, J.H. Banks // Institution Monograph. – 1955. – pp.231 –243.

152. Lynn, J.W. Tensors electrical engineering / J.W. Lynn. - London.: Edward Arnold, 1963. – 216 p.

153. Roth, J.P. An application of algebraic topology: Kron's method of tearing / J.P. Roth // Quarterly Applied Mathematics. –1959. –Vol.17, no 1. –p.p. 1–24.

154. Schmill, J.V. New scheme applicable to network analysis studies diakoptics and other fields/ J.V. Schmill // IEEE Trans. Power App. and Systems. - 1967. - Vol. 86, no 11. - p.p. 1437-1448.

155. Seely, S. Electromechanical energy conversion / S. Seely. – N.Y.: MCG-HILL, 1962. – 352 p.

156. Sternberg, S. Lectures on differential geometry /S. Sternberg. – N.Y.: Prentice- Hall, 1964. – 400 p.

157. Stigant, S.A. Matrix and tensor analysis in electrical networks theory / S.A. Stigant. –London.: Macdonald, 1964. –505 p.

Приложение 1 Свидетельство о государственной регистрации программы на ЭВМ DIANSW

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018613041

**«Программа расчета режимов электрических систем
методом диакоптики при делении на несвязанные
подсистемы DIANSW»**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования "Чувашский
государственный университет имени И.Н. Ульянова" (RU)*

Авторы: *Ермолаева Надежда Михайловна (RU),
Воронов Павел Леонидович (RU)*



Заявка № **2018610281**

Дата поступления **10 января 2018 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **02 марта 2018 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Г.П. Ивлиев

**Приложение 2 Свидетельство о государственной регистрации программы на
ЭВМ RAZBIF**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018613339

**«Программа автоматического деления схем замещения
сложно-разветвленных систем электроснабжения при
расчетах методом диакоптики RAZBIF»**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования "Чувашский
государственный университет имени И.Н.Ульянова" (RU)*

Авторы: *Ермолаева Надежда Михайловна (RU),
Воронов Павел Леонидович (RU)*

Заявка № **2018610699**

Дата поступления **26 января 2018 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **13 марта 2018 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Г.П. Ивлиев



Приложение 3 Справки о внедрении результатов работы

УТВЕРЖДАЮ

Ректор ФГБОУ ВО «Чувашский
государственный университет
имени И.Н. Ульянова»



Александров А.Ю.

17 мая 2018 г.

СПРАВКА

о внедрении результатов диссертационной работы П.Л. Воронова
«Разработка и реализация методик и алгоритмов расчета по частям симметричных и
несимметричных режимов систем электроснабжения»

Настоящая дана в том, что научные результаты диссертационной работы Воронова Павла Леонидовича «Разработка и реализация методик и алгоритмов расчета по частям симметричных и несимметричных режимов систем электроснабжения» на соискание ученой степени кандидата технических наук используются в учебном процессе в Чувашском государственном университете имени И.Н. Ульянова при подготовке бакалавров (направление 13.03.02 – Электроэнергетика и электротехника, профили «Электроэнергетические системы и сети» и «Электроснабжение») и магистров (направление 13.04.02 – Электроэнергетика и электротехника, программа «Электроэнергетические системы, сети, электропередачи, их режимы, устойчивость и надежность»):

1) математические модели элементов системы электроснабжения, двухмерная топологическая модель ортогональной электрической сети, а также программное обеспечение разработанное в процессе решения задач диссертационного исследования. - при проведении лекционных и лабораторных занятий по дисциплинам «Устойчивость электроэнергетических систем и узлов комплексных нагрузок промышленного электроснабжения», «Режимы и эксплуатация электрооборудования электроэнергетических систем, станций, подстанций и систем электроснабжения».

2) методика расчета несимметричных простых и сложных видов повреждения тензорно-топологическим методом, использующая матрицы преобразования координат, уравнения связи и рассчитанные по частям схемы последовательностей СЭС для симметричных составляющих - при проведении лекционных, лабораторных и практических занятий по дисциплине «Электромагнитные переходные процессы в электроэнергетических системах»;

Научные положения диссертационной работы применены автором в процессе руководства выпускными квалификационными работами бакалавров и магистров, а также нашло отражение в докладах студентов на научных студенческих конференциях.

Декан факультета энергетики и электротехники
кандидат технических наук, доцент

 В.Г. Ковалев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

428015, Чувашская Республика, г. Чебоксары, Московский пр-т, д. 15.

Тел.; +7 (8352) 58-30-36; факс: +7 (8352) 45-02-79; e-mail: office@chuvvsu.ru



Россия, 428003, Чебоксары,
пр. И. Яковлева, 3
Тел./факс: +7 (8352) 22-01-10 (многоканальный)
55-03-68, 57-00-76, 55-43-61,
57-01-46, 57-01-27, 22-01-30 (авторегистраторы)
E-mail: ekra@ekra.ru, www.ekra.ru

ИНН/КПП 2126001172/213001001
КПП для оформления с/б - 213050001
ОГРН 1022101135728, ОКПО 20572135
р/с 40702810575020000213 в Чувашском
отделении №8513 ПАО Сбербанк г. Чебоксары
БИК 049706609 ю/с 30101810300000000609



«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель генерального директора -
технический директор ООО НПП
«ЭКРА», канд. техн. наук

В.А. Наумов

05 2018 г.

АКТ

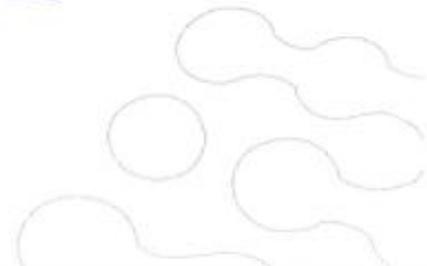
об использовании научных результатов диссертации Воронова Павла Леонидовича
«Разработка и реализация методик и алгоритмов расчета по частям симметричных и
несимметричных режимов систем электроснабжения», представленной на соискание ученой
степени кандидата технических наук

Настоящим актом подтверждается, что результаты диссертационной работы Воронова Павла Леонидовича «Разработка и реализация методик и алгоритмов расчета по частям симметричных и несимметричных режимов систем электроснабжения» на соискание ученой степени кандидата технических наук используются в работах, выполняемых Центром моделирования и расчетов ООО НПП «ЭКРА» (г. Чебоксары). Программное обеспечение, разработанное в процессе решения задач диссертационного исследования, используется для следующих работ:

- 1) Расчеты электрических режимов электроэнергетических и электротехнических систем;
- 2) Расчеты токов коротких замыканий, проверка отключающей способности высоковольтных выключателей и разработка рекомендаций и технических мероприятий по её обеспечению;
- 3) Расчеты уставок устройств релейной защиты, противоаварийной, сетевой и режимной автоматики.

Руководитель центра
моделирования и расчетов, к.т.н.

Е.А. Понамарев





ЗАО «ЭнЛАБ»

428018, г. Чебоксары, ул. Нижегородская, д. 4
Тел./Факс +7 (8352) 40-66-26
E-mail: mail@ennlab.ru
Сайт: www.ennlab.ru

№ 43А от 20.05.2018
На № _____ от _____

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы

Воронова Павла Леонидовича

«Разработка и реализация методик и алгоритмов расчета по частям симметричных и несимметричных режимов систем электроснабжения»

Настоящим актом подтверждается, что результаты диссертационной работы Воронова Павла Леонидовича «Разработка и реализация методик и алгоритмов расчета по частям симметричных и несимметричных режимов систем электроснабжения» на соискание ученой степени кандидата технических наук, получили внедрение при оказании инженерных и консалтинговых услуг в ЗАО «ЭнЛАБ». Методики и алгоритмы, разработанные в процессе диссертационного исследования, были использованы для решения следующих инженерных задач:

- анализ и расчеты симметричных и несимметричных режимов и коротких замыканий сложно-разветвлённых систем электроснабжения по частям (методом диакоптики);
- анализ и расчеты систем электроснабжения с распределенной генерацией.

Генеральный директор ЗАО «ЭнЛАБ», к.т.н.



М.А. Шамис