

ISSN 1810-1909

---

---

# Вестник

## ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

---

---

№ 1 2015

**Технические науки**

*Научный журнал*

Основан в марте 1995 г.

Учредитель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

*Главный редактор*

**А.Ю. Александров**, кандидат экономических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

*Заместитель главного редактора*

**Г.А. Белов**, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

*Члены редакционной коллегии*

**А.А. Афанасьев**, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

**В.П. Афанасьев**, доктор технических наук, профессор (Санкт-Петербург, Россия)

**В.В. Афанасьев**, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

**Ю.К. Евдокимов**, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

**Ю.М. Миронов**, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

**А.А. Потапов**, доктор физико-математических наук, профессор (Москва, Россия)

**В.В. Сагарадзе**, доктор технических наук, член-корреспондент РАН,  
(Екатеринбург, Россия)

**И.Г. Сидоркина**, доктор технических наук, профессор (Йошкар-Ола, Россия)

*Ответственный секретарь*

**Н.И. Завгородняя**

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук.

Адрес редакции: 428015, Чебоксары, Московский пр., 15,  
тел. (8352) 45-20-96, 58-33-63 (доб. 2030)  
e-mail: [vestnik@chuvsu.ru](mailto:vestnik@chuvsu.ru)  
<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

ISSN 1810-1909

---

---

# Vestnik

## CHUVASHSKOGO UNIVERSITETA

---

---

№ 1 2015

**Technical Sciences**

*Scientific Journal*

Since March, 1995

Founder:  
Federal State Educational Budgetary Institution  
of Higher Professional Education  
the Ulyanov Chuvash State University

*Editor-in-Chief*

**A.Yu. Aleksandrov**, Candidate of Economics, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

*Deputy Editor-in-Chief*

**G.A. Belov**, doctor of technical sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

*Editorial Board*

**A.A. Afanasyev**, doctor of technical sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

**V.P. Afanasyev**, doctor of technical sciences, Professor (St.-Petersburg, Russia)

**V.V. Afanasyev**, doctor of technical sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

**Yu.K. Evdokimov**, doctor of technical sciences, Professor (Kazan, Russia)

**Yu.M. Mironov**, doctor of technical sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

**A.A. Potapov**, doctor of physics and mathematics, Professor (Moscow, Russia)

**V.V. Sagaradze**, doctor of technical sciences, Corresponding Member  
of Russian Academy of Sciences (Ekaterinburg, Russia)

**I.G. Sidorkina**, doctor of technical sciences, Professor (Yoskar-Ola, Russia)

*Executive Editor*

**N.I. Zavgorodnyaya**

The journal is included into the List of leading peer-reviewed scientific journals and publications issued in the Russian Federation where the main scientific results of doctoral theses are to be published.

Address: 15, Moskovskiy pr., Cheboksary,  
Chuvash Republic, 428015, Russia

Tel. +7(8352)45-20-96, 58-33-63 (2030)

E-mail: [vestnik@chuvsu.ru](mailto:vestnik@chuvsu.ru)

<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

УДК 621.311.11.016.001.63  
ББК У305. 142 – 823.2(2Рос)

Л.Э. АЛЕКСАНДРОВА

**РАСЧЁТ НЕОБХОДИМЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ  
ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ НАДЁЖНОСТИ  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ  
ПРИ АВАРИЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ**

*Ключевые слова:* функциональная надёжность, послеаварийный режим, значение ограничения потребителей, матрица узловых сопротивлений, допустимое напряжение узла.

*В послеаварийном режиме напряжения узлов должны поддерживаться в допустимых пределах, для чего вводятся графики аварийного ограничения режима потребления. Они должны быть составлены на основе минимума ограничиваемой мощности, значение которого предлагается рассчитывать с помощью узловых сопротивлений схемы замещения по предлагаемому алгоритму и программе расчёта для ПЭВМ. В результате расчётов получена зависимость значения ограничения нагрузки от соотношения действительной и мнимой составляющих комплексного значения допустимого напряжения. Это позволяет выбрать вариант ограничения с учётом величины аварийной и технологической брони и требований устойчивости режима.*

L. ALEKSANDROVA

**CALCULATION OF REQUIRED RESTRICTIONS OF CONSUMERS  
FOR ENHANCING FUNCTIONAL RELIABILITY OF THE ELECTRIC POWER SYSTEM  
IN CASE OF ACCIDENTAL PERTURBATIONS**

*Key words:* operating reliability, post-accident mode, value of consumer restriction, matrix of nodal resistance, permissible nodal voltage.

*In the post-accident modes the nodal voltage should be kept within permissible limits. For this the schedules of accidental restriction of power consumption regime are introduced. They should be made on the basis of the minimum restricted power consumption. Its value is proposed to calculate applying nodal current resistance of equivalent circuit according to the algorithm suggested and PC software. As a result of the calculation the dependence of the power restriction value on the ratio of real to imaginary constituent of complex value of permissible voltage was found out. This allows to choose the restriction limit with the regard for accidental and technological norms and the requirements to the regime stability.*

Развитие региональных электроэнергетических систем (ЭЭС) и ЕЭС России определяются постановлениями Правительства РФ<sup>1</sup>. Для реализации предусмотренных в них мероприятий необходимо решение ряда оптимизационных задач (таких, например, как обеспечение функциональной надёжности) на основе критериев эффективности.

Составляющими комплексного свойства – надёжность электроснабжения – являются структурная, функциональная (или режимная) и динамическая надёжности [4]. В данной статье предлагается вариант решения одной из задач обеспечения функциональной надёжности. Функциональная надёжность (ФН) – это способность сохранять режим функционирования при изменении условий, отказах элементов и внезапных возмущениях [4]. Для её обеспечения в энергосистемах предусмотрены специальные мероприятия (перераспределение нагрузки

---

<sup>1</sup> Правила разработки и утверждения схем и программ перспективного развития электроэнергетики, утверждённые постановлением Правительства РФ от 17.10.2009 г. № 823.

электрических станций, форсировка регулирующих и компенсирующих устройств, включение резервных элементов, коммутационные изменения в схеме). Все эти мероприятия должны обеспечить сохранение показателей послеаварийных режимов в допустимых пределах, т.е. функциональную надёжность.

Однако изношенность оборудования или совпадение ремонта с броском нагрузки при эксплуатации и т.п. могут привести к тому, что этих мероприятий окажется недостаточно. В этом случае для обеспечения возможности противостоять каскадному развитию аварии снижаются нагрузки в соответствии с графиками аварийного ограничения режима потребления электроэнергии (мощности) (ГАО) и графиками временного отключения потребителей (ГВО)<sup>2</sup>. Эти графики разработаны, в том числе, и для нормативных аварийных возмущений.

Таким образом, в результате ограничения потребителей обеспечивается функциональная надёжность ЭЭС. Основными показателями ФН являются недоотпуск мощности, электроэнергии и ущерб, наносимый потребителям. Графики ограничения и отключения должны разрабатываться на основе минимизации этих показателей с учётом режимных ограничений. В научной литературе предлагаются несколько подходов к решению этой задачи [2, 5, 6]. Все они наряду с явными достоинствами обладают некоторыми недостатками.

Так, алгоритмы линейного программирования, применяемые для минимизации целевых функций, сложны сами по себе. А для решения данной задачи они должны быть дополнены ещё рядом условий: недопустимость совместного ограничения нагрузок некоторых подстанций, требования по глубине ограничений и количеству ограничиваемых нагрузок, учёт вероятностного характера нагрузок и показателей режима.

При выборе значения снижения нагрузки на основе балансовых расчётов не учитываются показатели режимов. Обеспечивается только баланс поступающей и потребляемой мощностей, который был нарушен из-за недостаточной пропускной способности сети после отключения элемента.

Снижение нагрузки всех потребителей на одинаковую относительную величину не обеспечивает минимума отключаемой мощности.

Итерационный расчёт значения отключаемой нагрузки с малым шагом итерации неудобен тем, что трудно выбрать правильный шаг и необходимо обеспечить сходимость процесса.

Поэтому в данной работе поставлена научная задача: вместо громоздких алгоритмов оптимизации и итерационных процедур рассчитать значение необходимого ограничения потребителей для сохранения напряжения в послеаварийном режиме в сетях 110–220 кВ в допустимых пределах на основе обобщённых параметров схемы замещения – матрицы узловых сопротивлений. Вторая часть задачи – анализ зависимости получаемых решений от соотношения мнимой и действительной составляющих допустимого напряжения (о чём не упоминается в названных выше работах) и выбор единственного решения. Недостатком матриц узловых сопротивлений считалась их заполненность, но объём памяти современных ПК достаточен для их хранения и использования. Кроме того, эти матрицы симметричны относительно главной диагонали. Вторым недостатком была необходимость обращения матрицы узловых проводимостей для получе-

<sup>2</sup> Правила разработки и применения графиков аварийного ограничения режима потребления электрической энергии (мощности) и использования противоаварийной автоматики, утверждённые Постановлением Правительства РФ от 06.06.2013 г. № 290.

ния матрицы узловых сопротивлений. В данной же работе матрица узловых сопротивлений получается методом наращивания [3] по известной программе [1. С. 148]. По этой программе также легко пересчитать элементы матрицы узловых сопротивлений при коммутациях в схеме.

Уравнение связи напряжений с токами узлов (при известных допущениях) в матричной форме:

$$\mathbf{U}_\Delta = \mathbf{Z}\mathbf{J}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{Z}$  – матрица узловых сопротивлений.

В послеаварийных режимах известны исходные и допустимые напряжения в узлах, а неизвестными являются соответствующие токи узлов  $\mathbf{J}_{\text{доп}}$ :

$$\mathbf{J}_{\text{доп}} = \mathbf{Y}\mathbf{U}_{\text{доп}}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{Y}$  – матрица узловых проводимостей.

Таким образом, необходимо рассчитать допустимые (ограниченные) токи узлов, обеспечивающие допустимые падения напряжения на основе минимума недоотпуска электроэнергии.

Это означает, что повышение напряжения в узле и снижение перетоков в линиях до требуемого уровня (если это необходимо) должны быть достигнуты при минимально возможном суммарном ограничении потребителя. Анализ матриц  $\mathbf{Z}_{\text{узел}}$ ,  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{U}_\Delta$  показывает, что минимальная величина ограничения будет, если ограничивать нагрузку только того узла, в котором требуется повысить напряжение. Это объясняется тем, что из всех элементов строки матрицы  $\mathbf{Z}_{\text{узел}}$  наибольший – диагональный и его произведение на изменение тока будет наибольшим из всех произведений данной строки, соответствующей рассматриваемому узлу. Таким образом, решение (9):

$$J_{q\text{доп}} = J_q - \Delta J_q = J_q - \frac{U_{\Delta q} - U_{\Delta q\text{доп}}}{Z_{qq}}. \quad (3)$$

Далее можно найти допустимую мощность нагрузки в узле  $q$ :

$$\hat{S}_{q\text{доп}} = \sqrt{3}J_{q\text{доп}}U_{q\text{доп}} = P_{q\text{доп}} - jQ_{q\text{доп}}, \quad (4)$$

$$S_{q\text{доп}} = P_{q\text{доп}} + jQ_{q\text{доп}}. \quad (5)$$

Описанный алгоритм и разработанная автором на его основе программа были применены для анализа осуществимости и живучести послеаварийных режимов региональной энергосистемы «Чувашэнерго». Рассматривались три из наиболее тяжёлых режимов её работы. В качестве примера приводится режим отключения обоих автотрансформаторов 220/110 кВ на Чебоксарской ТЭЦ-2.

Расчёты проводятся для фрагмента схемы энергосистемы, приведённого на рис. 1. Фрагмент энергосистемы и его схема замещения содержат 35 узлов и 48 ветвей сети напряжением 110–500 кВ. При расчёте параметры схемы замещения приводились к классу 110 кВ. При расчётах нормальных, аварийных и послеаварийных режимов учтены реактивные мощности, генерируемые воздушными линиями, и потери холостого хода в трансформаторах и автотрансформаторах 500/220 и 220/110 кВ. Расчёты выполнялись по специализированной программе, разработанной автором на кафедре ЭСПП Чувашского государственного университета. В программе реализован метод коэффициентов токораспределения и ограничение нагрузок по критерию допустимого снижения напряжения в контрольных узлах.

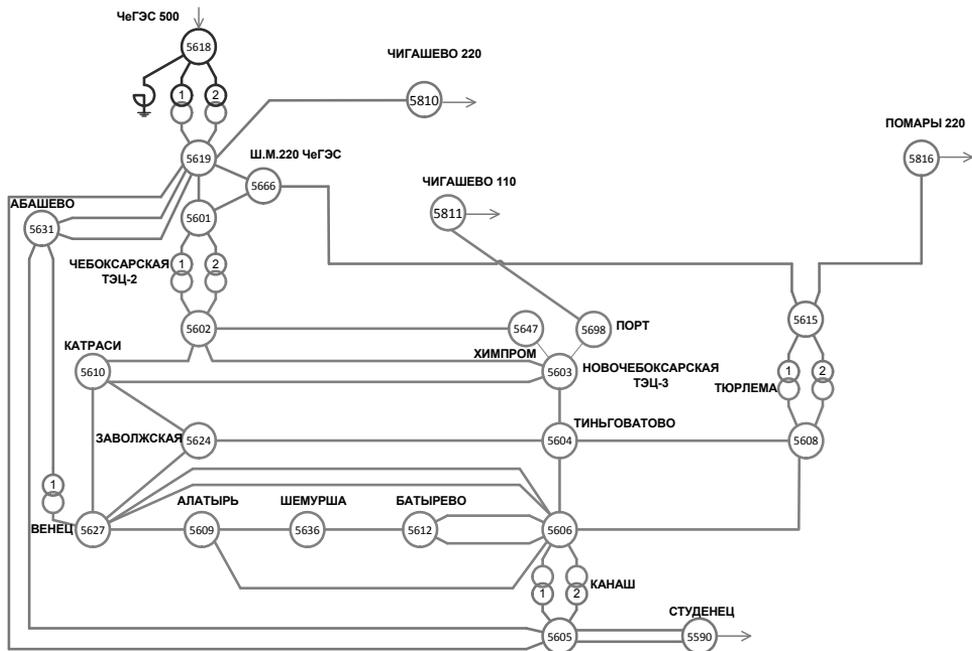


Рис. 1. Фрагмент исследуемой энергосистемы

При отключении обоих автотрансформаторов на Чебоксарской ТЭЦ-2 максимальное снижение напряжения (как видно из табл. 1) происходит на шинах ТЭЦ-2 110 кВ (6, 11 кВ). Существует ряд регулировочных мероприятий, позволяющих в послеаварийном режиме вернуть параметры в допустимые пределы. Если действия регулировочных устройств не обеспечивают разгрузку ветвей и поддержание напряжения в допустимых пределах, то приходится решать задачу о снижении нагрузок узлов. Расчет допустимых нагрузок узлов выполняется по критерию величины необходимого ограничения нагрузки узла с максимальным снижением напряжения. В обоих рассматриваемых случаях это шины 110 кВ ТЭЦ-2, так как на шинах 220 кВ нет нагрузки. В табл. 1 приведены параметры нормального режима энергосистемы для десяти контрольных узлов. Результаты расчета напряжений аварийного и послеаварийного режимов при отключении обоих АТ приведены в табл. 2. Для осуществления этого режима необходимо снизить нагрузку узла ТЭЦ-2 110 кВ на  $\Delta S = 49,6 + j87,7$  (МВА).

Следует, однако, отметить, что это решение – не единственное. Поскольку все расчеты показателей режимов выполняются для комплексных значений, то и допустимое по режиму напряжение в рассматриваемом узле должно быть задано в виде комплексного значения:  $\dot{U}_{\text{доп}} = U_{\text{действ}} - jU_{\text{мним}} = U_{\text{д}} - jU_{\text{м}}$ . Существует множество сочетаний  $U_{\text{д}}$  и  $U_{\text{м}}$ , при которых  $U = U_{\text{доп}}$ . Каждому из них соответствует своё ограничение мощности  $\Delta S$ , зависящее от отношения  $U_{\text{м}} / U_{\text{д}}$ . В условиях эксплуатации из этого множества удобно выбрать вариант, удовлетворяющий условиям статической устойчивости и величинам аварийной и технологической брони. Например, в табл. 2 выбрано  $U_{\text{м}} / U_{\text{д}} = 0,132$ , как

наиболее близкое к реальному. В табл. 3 приведены результаты расчетов  $\Delta S$  для девяти сочетаний  $U_M / U_D$ . Соответствующие графики представлены на рис. 2 и 3.

Таблица 1

**Параметры нормального режима, рассчитанные по нагрузкам 19.12.2012 г. 9 часов**

Номер узла	Название узла	Мощность с учётом $Q_{ген}$ ВЛ и $\Delta S_{xx}$ трансформаторов, МВА		Ток в нормальном режиме, приведенный к $U=110$ кВ, кА		Напряжение в нормальном режиме, кВ	
602	Чеб. ТЭЦ-2 110	391,85 + j195,09	437,73	-2,012 + j0,782	2,159	116,600 - j10,684	117,088
603	Н.Чеб. ТЭЦ-3 110	97,11 + j54,62	111,42	-0,495 + j0,225	0,544	117,878 - j10,084	118,308
604	Тинговатово 110	20,30 + j4,03	20,70	-0,102 + j0,007	0,102	116,579 - j14,462	117,472
610	Катраси 110	48,20 + j35,84	60,06	-0,265 + j0,147	0,303	113,560 - j15,282	114,583
620	Чеб. ТЭЦ-1 110	7,70 + j5,72	9,59	-0,040 + j0,025	0,047	116,480 - j10,776	116,978
624	Заволжская 110	17,10 + j4,89	17,79	-0,088 + j0,012	0,089	114,795 - j16,548	115,982
647	Химпром 110	20,20 + j9,55	22,34	-0,102 + j0,038	0,109	117,861 - j10,104	118,294
698	Порт 110	11,80 + j3,38	12,27	-0,059 + j0,011	0,060	117,607 - j10,504	118,075
811	Чигашево 110	12,00 + j4,18	12,71	-0,062 + j0,013	0,063	114,821 - j14,435	115,724
891	Еласы 110	19,60 + j8,42	21,33	-0,105 + j0,028	0,109	111,965 - j16,752	113,211

Таблица 2

**Параметры аварийного и послеаварийного режимов (ограничение мощности потребителей ТЭЦ-2) при отключении обоих АТ на ТЭЦ-2**

Номер узла	Название узла	Напряжение при отключении обоих автотрансформаторов на ТЭЦ-2, кВ		Мощность после ограничения нагрузки на шинах 110 кВ ТЭЦ-2, МВА		Напряжение после ограничения нагрузки на шинах 110 кВ ТЭЦ-2, кВ	
602	Чеб. ТЭЦ-2 110	105,60 - j34,14	110,98	342,24 + j107,37	358,69	115,00 - j15,2	116,00
603	Н.Чеб. ТЭЦ-3 110	108,52 - j29,50	112,46	97,11 + j54,62	111,42	116,61 - j13,28	117,36
604	Тинговатово 110	112,37 - j26,01	115,34	20,30 + j4,03	20,70	116,69 - j15,97	117,78
610	Катраси 110	106,26 - j33,32	111,36	48,20 + j35,84	60,06	113,21 - j18,84	114,77
620	Чеб. ТЭЦ-1 110	105,50 - j34,26	110,92	7,70 + j5,72	9,59	114,90 - j15,32	115,92
624	Заволжская 110	110,25 - j29,89	114,23	17,10 + j4,89	17,79	115,05 - j18,77	116,57
647	Химпром 110	108,51 - j29,56	112,46	20,20 + j9,55	22,34	116,59 - j13,31	117,35
698	Порт 110	108,33 - j29,98	112,40	11,80 + j3,38	12,27	116,41 - j13,76	117,22
811	Чигашево 110	106,26 - j34,52	111,72	12,00 + j4,18	12,71	114,34 - j18,30	115,80
891	Еласы 110	104,91 - j35,09	110,62	19,60 + j8,42	21,33	111,87 - j20,61	113,75

Таблица 3

**Зависимость величины ограничения нагрузки от соотношения действительной и мнимой составляющих допустимого напряжения на шинах 110 кВ ТЭЦ-2**

$U_{требуемое}$ , кВ	$U_M / U_D$ , о.е.	$U_D - jU_M$ , кВ	$\Delta S = \Delta P + j\Delta Q$ , МВА
116	0,042	115,9 - j4,82	
116	0,092	115,5 - j10,6	66,9 + j97,3
116	0,132	115,0 - j15,2	49,6 + j87,7
116	0,162	114,5 - j18,60	36,9 + j79,1
116	0,202	113,7 - j23,0	20,5 + j65,9
116	0,221	113,3 - j25,0	13,3 + j58,9
116	0,232	113,0 - j26,2	9,0 + j54,6
116	0,240	112,8 - j27,1	6,0 + j51,4
116	0,251	112,5 - j28,3	1,6 + j46,8
116	0,255	112,4 - j28,7	0,0 + j44,8

Следует отметить, что зависимости, приведенные на рис. 2 и 3, могут быть использованы для расчета необходимой величины ограничения нагрузки на шинах ТЭЦ-2 110 в любом послеаварийном режиме. Аналогичные зависимости можно рассчитать и построить для нагрузки любой подстанции.

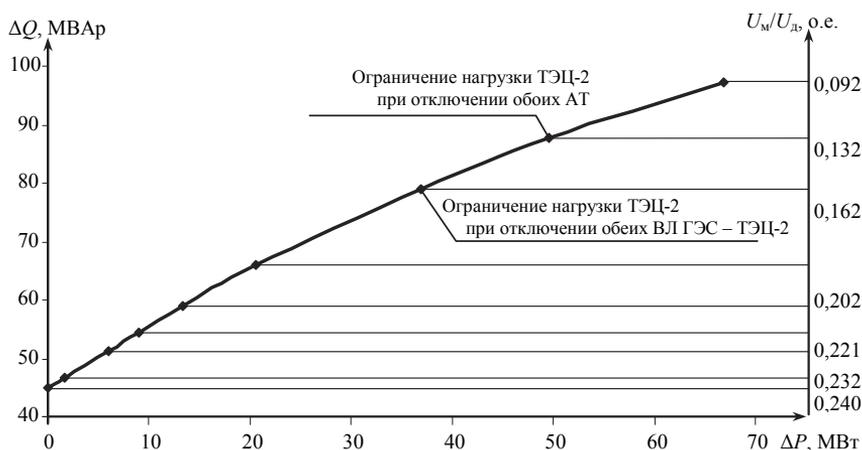


Рис. 2. Множество вариантов ограничения нагрузки на шинах 110 кВ ТЭЦ-2 в зависимости от действительной и мнимой составляющих допустимого напряжения 116 кВ

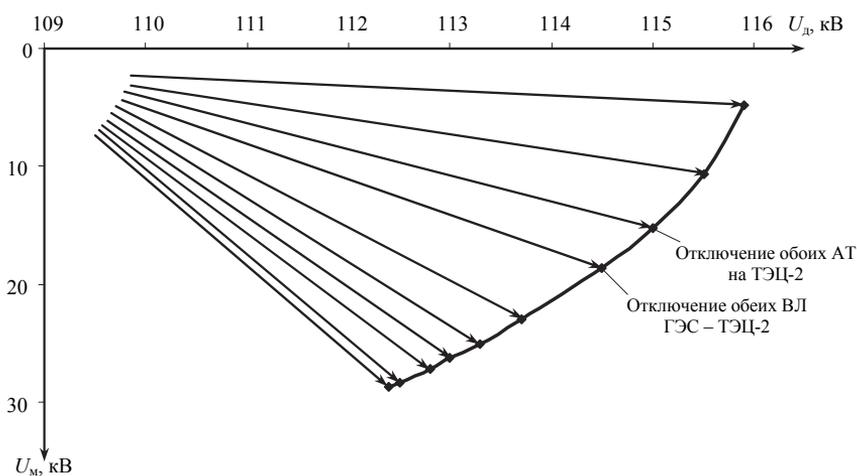


Рис. 3. Множество векторов ( $U_{ТЭЦ-2} = 116$  кВ) при различных сочетаниях действительной и мнимой составляющих  $U_{доп}$

**Выводы.** 1. Значение минимального снижения мощности потребителя, необходимого для поддержания напряжений послеаварийного режима в допустимых пределах, можно рассчитать с помощью матрицы узловых сопротивлений.

2. В результате расчётов по разработанному алгоритму и программе получена зависимость величины снижения мощности от соотношения мнимой и действительной составляющих комплексной величины допустимого напряжения узла.

3. Полученная зависимость применена для расчёта значения необходимого снижения мощности потребителей Чебоксарской ТЭЦ-2 для поддержания напряжения в допустимых пределах при отключении обоих автотрансформаторов на Чебоксарской ТЭЦ-2.

#### Литература

1. Александрова Л.Э., Коркин К.А. Алгоритмы и программы расчета режимов и функциональной надежности на основе обобщенных параметров электрической сети // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. 6. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2010. 232 с.
2. Воропай Н.И., Фам Чунг Шон. Исследование режимной надёжности систем электропитания с распределённой генерацией и учётом каскадных отказов // Электричество. 2013. № 12. С. 14–21.
3. Гурский С.К. Алгоритмизация задач управления режимами сложных систем в электроэнергетике. Минск: Наука и техника, 1977. 386 с.
4. Надёжность систем энергетики / отв. ред. Н.И. Воропай. М.: Энергия, 2007.
5. Непомнящий В.А. Экономико-математическая модель надёжности энергосистем и электрических сетей // Электричество. 2011. № 2. С. 5–16.
6. Фокин Ю.А. Надёжность и эффективность сетей электрических систем. М.: Высш. шк., 1989. 150 с.

#### References

1. Aleksandrova L.E., Korokin K.A. *Algoritmy i programy rascheta rezhimov i funktsional'noi nadezhnosti na osnove obobshchennykh parametrov elektricheskoi seti* [Algorithms and programs of calculation of the modes and the operating reliability on the basis of the generalized parameters of an electrical network]. *Regional'naya energetika i elektrotekhnika: problemy i resheniya: sbornik nauchnykh trudov. Vypusk 6* [Regional power engineering and electrical engineering: problems and decisions: Collected papers, issue 6]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2010, 232 p.
2. Voropai N.I., Fam Chung Shon. *Issledovanie rezhimnoi nadezhnosti sistem elektro-snabzheniya s raspredelennoi generatsiei i uchetom kaskadnykh otkazov* [Studying the Operating Reliability of Electric Power Supply System with Distributed Generation and with Consideration of Cascade Failures]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2013, no. 12, pp. 14–21.
3. Gurskii S.K. *Algoritmizatsiya zadach upravleniya rezhimami slozhnykh sistem v elektro-energetike* [Algorithmization of Tasks of Mode Control of Complex Systems in the Electric Power Engineering]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1977, 386 p.
4. *Nadezhnost' sistem energetiki* [Reliability of Power Systems]. Moscow, Energiya Publ., 2007.
5. Nepomnyashchii V.A. *Ekonomiko-matematicheskaya model' nadezhnosti energosistem i elektricheskikh setei* [An Economical-Mathematical Model for Analyzing the Reliability of Power systems and Their Electric Networks]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2011, no. 2, pp. 5–16.
6. Fokin Yu.A. *Nadezhnost' i effektivnost' setei elektricheskikh sistem* [Reliability and Efficiency of Networks in Electric Systems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1989, 150 p.

---

**АЛЕКСАНДРОВА ЛЮДМИЛА ЭММАНУИЛОВНА** – старший преподаватель кафедры электроснабжения промышленных предприятий им. А.А. Фёдорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (S\_Samarina@list.ru).

**ALEKSANDROVA LUDMILA** – senior teacher of Industrial Enterprises Power Supply Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 621.313.17-587.5-585.3  
ББК 3261.3-042

А.А. АФАНАСЬЕВ

## ОДНОСТУПЕНЧАТЫЙ МАГНИТНЫЙ РЕДУКТОР С ТРЕХФАЗНОЙ ОБМОТКОЙ СТАТОРА И ВНУТРЕННИМ РОТОРОМ С КОРОТКОЗАМКНУТОЙ ОБМОТКОЙ

**Ключевые слова:** внешний ротор с ферромагнитной «беличьей клеткой» (модулятором), внутренний ротор с короткозамкнутой обмоткой, статический преобразователь частоты.

*Наличие обмотки на статоре, получающей питание от статического преобразователя частоты, позволяет создать магнитный редуктор (МР) с непрерывно регулируемым коэффициентом редукции. Показано, что основные функциональные свойства МР могут быть достигнуты при использовании внутреннего ротора с короткозамкнутой обмоткой. Такое исполнение ротора существенно упрощает конструкцию и стоимость МР. Получены выражения для электромагнитных моментов скоростного и тихоходного роторов МР и их критических скольжений. Намагничивающий ток обмотки статора состоит из двух слагаемых, соответствующих двум воздушным зазорам. Показано, что в рабочем режиме МР не потребляет от преобразователя частоты активного тока. Двигательный и генераторный режимы роторов обусловлены активными токами обмотки статора, которые равны по величине и направлены встречно. Намагничивающий (практически реактивный) ток необходим для создания магнитных потоков в воздушных зазорах, благодаря которым реализуются функциональные свойства МР.*

A. AFANASYEV

### SINGLE STAGE MAGNETIC GEAR WITH THREE-PHASE STATOR WINDING AND INNER ROTOR WITH SHORT-CIRCUITED WINDING

**Key words:** external rotor with ferromagnetic squirrel-cage (modulator), inner rotor with short-circuited winding, static frequency converter.

*The presence of the stator winding, powered by static frequency converter, allows creating a magnetic gear (MG) with continuously adjusted reduction ratio. It is shown that the main MG functional properties can be achieved using toothed inner rotor with short-circuited winding. This model of the rotor greatly simplifies the structure and the cost of MG. Expressions are received for electromagnetic moments of speed and low-speed rotors MG and their critical slides. The Magnetizing current of stator winding consists of two components corresponding to two air gaps. It is shown that in operating mode MG does not consume active current from frequency converter. Motor and generator modes of rotors are conditioned with active currents of stator windings, which are equal in value and are directed towards each other. Magnetizing (nearly reactive) current is required for generating magnetic flow in air gaps that allows to realize functional characteristic of MG.*

Магнитный редуктор может выполняться в виде электрической машины с несколькими концентрическими роторами. Применение трехфазной обмотки на статоре позволяет создать трансмиссионное бесступенчатое устройство с регулируемым коэффициентом редукции [4, 5].

Его составные части представлены статором с многополюсной зубчатой трехфазной обмоткой (рис. 1), наружным ротором в виде ферромагнитной «беличьей» клетки с числом призматических стержней, близким к числу пар полюсов обмотки статора, и внутренним ротором с короткозамкнутой обмоткой.

Магнитное поле статора с числом пар полюсов  $p$ , поступающее на одну сторону магнитной клетки, имеющей  $z$  ферромагнитных стержней, изолированных гальванически и магнитно, на выходе с другой стороны клетки будет иметь основную гармонику с небольшим числом пар полюсов, равным разно-

сти ( $z - p$ ). Это малополюсное магнитное поле взаимодействует с короткозамкнутой обмоткой внутреннего ротора.

Трёхфазная обмотка статора, в общем случае, может подключаться к сети переменного тока через статический преобразователь регулируемой частоты  $\omega$ . В результате магнитное поле статора может перемещаться в пространстве с угловой скоростью  $\Omega = \pm \frac{\omega}{p}$  (знак минус реализуется преобразователем

при смене следования фаз).

Электромагнитный момент редуктора формируется как в классической асинхронной машине, и, следовательно, момент, развиваемый ступенью, имеет некоторый ограничительный максимум.

Такой редуктор, отличающийся высоким удельным моментом, регулируемым бесступенчато коэффициентом редукции, простотой и удобством эксплуатации, может найти применение в различных транспортных системах и ветроэнергетике в качестве мультипликатора. Ветроколеса в рабочем режиме имеют относительно небольшую скорость вращения. Для снижения массы электрогенераторов, приводимых во вращение ветроколёсами, необходим мультипликатор, который позволит использовать сравнительно легкие быстроходные электрогенераторы.

**Физические основы работы редуктора.** На рис. 1 показана упрощенная конструктивная схема устройства. Редуктор имеет два коаксиально расположенных ротора.

Первый (наружный) ротор 2 жёстко связан с тихоходным валом. Он имеет угловую скорость вращения  $\Omega_1$  и представляет собой шихтованную ферромагнитную беличью клетку с числом призматических стальных зубцов  $z_1$ . Эта клетка пропускает через себя магнитное поле, создаваемое обмоткой статора, имеющей число пар полюсов  $p_1$ .

Второй (внутренний) ротор 1 с короткозамкнутой обмоткой вращается с угловой скоростью  $\Omega_2(1-s)$ , где  $s$  – скольжение этого ротора.

Полагая, в первом приближении, магнитную систему устройства линейной, будем находить методом удельной магнитной проводимости магнитные индукции в воздушных зазорах, создаваемые обмотками статора и внутреннего ротора.

Магнитная система содержит два воздушных зазора. Их размеры обозначим  $\delta_j, j = 1, 2$  (численное значение индекса  $j$  растёт при смещении от статора к внутреннему ротору).

Магнитным насыщением в стали ярем сердечников и зубцах беличьих клеток пренебрегаем.

**Удельная магнитная проводимость воздушных зазоров с ферромагнитными беличьими клетками.** Для увеличения глубины модуляции магнитного поля ферромагнитными беличьими клетками высоту их шихтован-

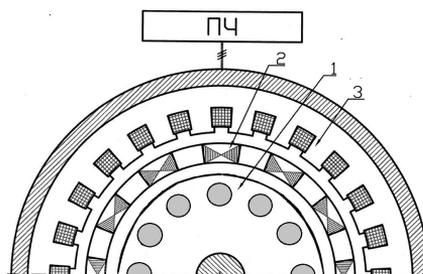


Рис. 1. Поперечный разрез магнитного редуктора:  
1 – короткозамкнутый внутренний (быстроходный) ротор;  
2 – наружный (тихоходный) ротор с ферромагнитными стержнями;  
3 – статор с трёхфазной обмоткой

ных призм прямоугольного сечения выбираем больше половины ширины пазов. В этом случае силовые линии поля, попадая из воздушного зазора в паз, не выходят из него, проникая в стенки паза. Поэтому расчёт магнитного поля в немагнитных зазорах мультипликатора будет мало отличаться от аналогичного расчёта классических электрических машин.

Минимальная удельная магнитная проводимость первого немагнитного зазора напротив середины паза беличьей клетки равна [1]

$$\lambda_{1\min} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2 + (\delta_1)^2}},$$

где  $b_n$  – ширина раскрытия паза беличьей клетки.

Ей соответствует максимальное магнитное сопротивление зазора

$$r_{1\max} = \frac{1}{\lambda_{1\min}} = \sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2 + (\delta_1)^2}.$$

За минимальное сопротивление зазора примем величину

$$r_{1\min} = \delta_1.$$

Полное магнитное сопротивление первого зазора будет равно

$$r' = r'_0 + r'_{m1} \cos z_1 \varphi_1,$$

где  $r'_0 = \delta_1 k_{\Delta 1}$  – постоянная составляющая полного сопротивления;

$$k_{\Delta 1} = \frac{t_1}{t_1 - \gamma_1 \delta_1}$$

– коэффициент немагнитного зазора (коэффициент Картера);

$$\gamma_1 = \frac{4}{\pi} \left( \frac{b_n}{2\delta_1} \arctg \frac{b_n}{2\delta_1} - \ln \sqrt{1 + \left[ \frac{b_n}{2\delta_1} \right]^2} \right);$$

$$r'_{m1} = \frac{r_{1\max} - r_{1\min}}{2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{b_n}{2}\right)^2 + (\delta_1)^2} - \delta_1}{2}$$

– амплитуда переменного сопротивления первого зазора;  $\varphi_1$  – угловая координата точки наблюдения на ферромагнитной беличьей клетке (рис. 2).

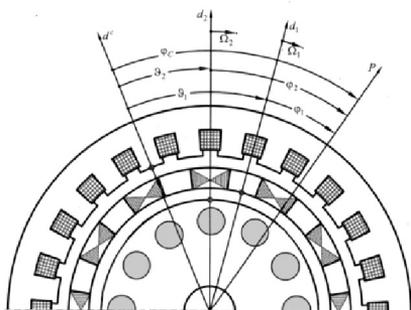


Рис. 2. Угловые координаты точек наблюдения:  
на статоре  $\varphi_c$ ; наружном роторе  $\varphi_1$ ;  
внутреннем роторе  $\varphi_2$

Магнитное сопротивление второго воздушного зазора  $r''$  между ферромагнитной беличьей клеткой и внутренним ротором с короткозамкнутой обмоткой будем считать постоянным

$$r'' = r''_0 = k_{\Delta 2} \delta_2.$$

Для удельной магнитной проводимости этого зазора будет справедливо

$$\Lambda'' = \frac{\mu_0}{k_{\Delta 2} \delta_2}.$$

Удельная магнитная проводимость обоих зазоров

$$\Lambda = \frac{\mu_0}{r' + r''} = \frac{\mu_0}{r'_0 + r''_0 + r'_{m1} \cos z_1 \varphi_1} = \Lambda_0 - \Lambda_{1m} \cos z_1 \varphi_1. \quad (1)$$

Поскольку  $r'_{m1} < r'_0 + r''_0$ , то

$$\Lambda_0 = \frac{\mu_0}{r'_0 + r''_0} = \frac{\mu_0}{\sum_{j=1}^2 \delta_j k_{\Delta j}}; \quad \Lambda_{1m} = \frac{\mu_0 r'_{m1}}{(r'_0 + r''_0)^2}.$$

Магнитная индукция во втором воздушном зазоре  $\delta_2$ , вызванная  $2p_1$  – полюсной обмоткой статора:

$$B_{\delta 2} = F_1 \Lambda, \quad (2)$$

где

$$F_1 = F_{1m} \sin(\omega t + p_1 \varphi_c) \quad (3)$$

– первая гармоника МДС вращающегося магнитного поля трехфазной обмотки статора;

$$F_{1m} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{I_1 w k_w}{p_1} \quad (4)$$

– амплитуда этой гармоники;  $\omega$  – угловая частота тока статора;  $\varphi_c$  – угловая координата точки наблюдения на статоре (рис. 2).

После подстановки в формулу (2) для магнитной индукции выражений (3) и удельной магнитной проводимости (1) получим

$$B_{\delta 2} = F_{1m} (\Lambda_0 - \Lambda_{1m} \cos z_1 \varphi_1) \sin(\omega t + p_1 \varphi_c).$$

Эта зависимость показывает, что во втором воздушном зазоре присутствуют три вида гармоник магнитной индукции:

$$B'_{\delta 2} = -\frac{1}{2} F_{1m} \Lambda_{1m} \sin(\omega t + p_1 \varphi_c - z_1 \varphi_1), \quad (5)$$

$$B''_{\delta 2} = -\frac{1}{2} F_{1m} \Lambda_{1m} \sin(\omega t + p_1 \varphi_c + z_1 \varphi_1).$$

$$B'''_{\delta 2} = F_{1m} \Lambda_0 \sin(\omega t + p_1 \varphi_c).$$

Покажем, что только первая гармоника, представленная формулой (5), является рабочей. Из рис. 2 следует формула связи угловых координат точки наблюдения  $P$

$$\varphi_1 = \varphi_c - \vartheta_1 = \varphi_c - \vartheta_{10} - \Omega_1 t, \quad (6)$$

где  $\vartheta_1$  – угловая координата  $d_1$  первой беличьей клетки относительно неподвижной магнитной оси фазы А статора;  $\vartheta_{10}$  – начальное значение этой координаты при  $t = 0$ ;  $\Omega_1$  – угловая скорость вращения первой беличьей клетки (наружного ротора).

Подставим формулу (6) в выражение (5) и зафиксируем в последнем аргумент синусоидальной функции, т.е. привяжем точку наблюдения к волне индукции (5):

$$(z_1 - p_1) \varphi_c - z_1 \Omega_1 t - \omega t = \text{const.}$$

После дифференцирования этого выражения по времени получим скорость перемещения рабочей волны индукции (5) во втором воздушном зазоре относительно неподвижного статора

$$\frac{d\varphi_c}{dt} = \Omega_2 = \frac{z_1}{z_1 - p_1} \Omega_1 + \frac{\omega}{z_1 - p_1}. \quad (7)$$

Проанализировав полученную зависимость, отметим следующее:

1. Волна магнитной индукции  $B'_{\delta 2}$  имеет число пар полюсов ( $p_2 = z_1 - p_1$ ), которое при близости значений  $z_1$  и  $p_1$  будет сравнительно небольшим.

2. Внутренний ротор будет увлекаться волной индукции  $B'_{\delta 2}$ , вращаясь со скоростью  $\Omega_2(1-s)$ .

3. Скорость вращения выходного вала  $\Omega_2$  будет пропорциональна скорости вращения входного вала  $\Omega_1$  и угловой частоте напряжения статора.

**Электромагнитный момент.** Определим электромагнитный момент выходного вала по формуле метода натяжений [2]

$$M = \frac{p_2 l D}{2} \int_{-\tau_2}^{\tau_2} B_n H_\tau dx, \quad (8)$$

где  $p_2 = z_1 - p_1$  – число пар полюсов выходного (внутреннего) ротора;  $l, d, \tau_2$  – активная длина, наружный диаметр и полюсное деление этого ротора;  $B_n = B_{\delta 2}^\Sigma, H_\tau$  – нормальная и тангенциальная составляющие, соответственно, магнитной индукции и напряженности магнитного поля во втором воздушном зазоре.

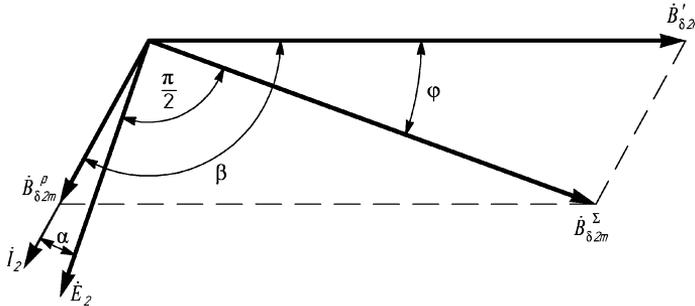


Рис. 3.  $\dot{B}'_{\delta 2m}, \dot{B}^p_{\delta 2m}, \dot{B}^\Sigma_{\delta 2m}$  – комплексные амплитуды магнитных индукций во втором воздушном зазоре, созданные, соответственно, обмоткой статора, обмоткой ротора и обеими этими обмотками;  $\dot{E}_2, \dot{I}_2$  – действующие значения ЭДС и тока короткозамкнутой обмотки внутреннего ротора

Нормальную составляющую магнитной индукции на поверхности выходного ротора запишем в таком виде (рис. 3):

$$B_n = B_{\delta 2}^\Sigma = B'_{\delta 2m} \cos \frac{x}{\tau_2} \pi + B^p_{\delta 2m} \cos \left( \frac{x}{\tau_2} \pi - \beta \right) = B_{\delta 2m}^\Sigma \cos \left( \frac{x}{\tau_2} \pi - \varphi \right), \quad (9)$$

где  $\varphi = \arctg \frac{B^p_{\delta 2m} \sin \beta}{B'_{\delta 2m} + B^p_{\delta 2m} \cos \beta}$  – угловой сдвиг гармоник индукции  $B'_{\delta 2}$  и  $B_{\delta 2}^\Sigma$ ;

$\beta$  – угловой сдвиг гармоник индукции  $B'_{\delta 2}$  и  $B^p_{\delta 2}$ ;  $B'_{\delta 2m}$  – амплитудное значение индукции, создаваемой обмоткой статора, которое, согласно формуле (5), равно

$$B'_{\delta 2m} = \frac{1}{2} F_{1m} \Lambda_{1m}; \quad (10)$$

$B_{\delta 2m}^p$  – амплитудное значение индукции, создаваемой короткозамкнутой обмоткой внутреннего ротора, которое равно

$$B_{\delta 2m}^p = \frac{\mu_0}{k_{\Delta 2} \delta_2} F_{2m}, \quad (11)$$

где

$$F_{2m} = \frac{z_2 k_c}{\sqrt{2} \pi p_2} I_2; \quad (12)$$

– амплитуда МДС короткозамкнутой обмотки;  $z_2, I_2$  – число и ток её стержней;  $k_c$  – коэффициент скоса стержней короткозамкнутой обмотки ротора;  $\alpha = \arctg \frac{s x_2}{r_2}$ ;  $r_2, x_2$  – активное и индуктивное сопротивления обмотки ротора;

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{(r_2)^2 + (s x_2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi} \frac{B_{\delta 2m}^{\Sigma} l \tau_2 p_2 s \Omega_2}{\sqrt{(r_2)^2 + (s x_2)^2}}; \quad (13)$$

$$B_{\delta 2m}^{\Sigma} = \sqrt{(B'_{\delta 2m})^2 + (B_{\delta 2m}^p)^2} + 2 B'_{\delta 2m} B_{\delta 2m}^p \cos \beta$$

– амплитуда результирующей магнитной индукции во втором воздушном зазоре.

После подстановки формул (12), (13) в равенство (11) получим

$$B_{\delta 2m}^p = \frac{\mu_0 k_c}{2 \pi^2 k_{\Delta 2} \delta_2} \frac{z_2 B_{\delta 2m}^{\Sigma} l \tau_2 s \Omega_2}{\sqrt{(r_2)^2 + (s x_2)^2}}. \quad (14)$$

Магнитное напряжение в воздушном зазоре ротора от волны индукции с амплитудой  $B_{\delta 2m}^p$  определится по формуле

$$u'_{2\delta} = \frac{k_{\Delta 2} \delta_2 B_{\delta 2m}^p}{\mu_0} \cos \left( \frac{x}{\tau_2} \pi - \beta \right).$$

Тогда для тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля в зазоре с учётом (14) будет справедливо

$$H_{\tau} = - \frac{\partial u'_{2\delta}}{\partial x} = \frac{z_2}{2 \pi} \frac{k_c B_{\delta 2m}^{\Sigma} l s \Omega_2}{\sqrt{(r_2)^2 + (s x_2)^2}} \sin \left( \frac{x}{\tau_2} \pi - \beta \right). \quad (15)$$

После подстановки формул для магнитной индукции (9) и магнитной напряженности (15) в выражение (8) для электромагнитного момента и взятия интеграла в нем получим

$$M_2 = \frac{z_2 p_2 \tau_2 l^2 D}{4 \pi} \frac{k_c (B_{\delta 2m}^{\Sigma})^2 s \Omega_2}{\sqrt{(r_2)^2 + (s x_2)^2}} \cos \alpha = \frac{z_2 p_2 \tau_2 l^2 D}{4 \pi} \frac{r_2 k_c (B_{\delta 2m}^{\Sigma})^2 s \Omega_2}{(r_2)^2 + (s x_2)^2}. \quad (16)$$

Для комплексных амплитуд магнитных индукций во втором воздушном зазоре в соответствии с формулой (9) справедливо равенство

$$\dot{B}'_{\delta 2m} + \dot{B}_{\delta 2m}^p = \dot{B}_{\delta 2m}^{\Sigma}. \quad (17)$$

Выражая магнитные индукции через МДС и удельные магнитные проводимости в соответствии с формулами (4), (10), (11), (12), можем равенство (17) представить в таком виде:

$$\frac{3}{\pi \sqrt{2}} \frac{w k_w}{p_1} \Lambda_{1m} \dot{I}_1 + \frac{\mu_0}{\pi \sqrt{2}} \frac{z_2 k_c}{k_{\Delta 2} \delta_2 p_2} \dot{I}_2 = \frac{3}{\pi \sqrt{2}} \frac{w k_w}{p_1} \Lambda_{1m} \dot{I}_{02}, \quad (18)$$

где  $\dot{I}_{02}$  – намагничивающий ток обмотки статора для второго воздушного зазора.

Равенство (18) теперь можно записать в таком традиционном виде:

$$\dot{I}_1 + k_{i2}\dot{I}_2 = \dot{I}_{02}, \quad (19)$$

где  $k_{i2} = \frac{\mu_0}{3} \frac{p_1 z_2 k_c}{k_{\Delta 2} \delta_2 p_2 \Lambda_{1m} w k_w}$  – коэффициент приведения тока ротора к обмотке статора для второго воздушного зазора.

С учётом формулы (18) для выражения электромагнитного момента (16) будем иметь

$$M_2 = \frac{9z_2 p_2 \tau_2 l^2 D}{8\pi^3 p_1^2} \frac{r_2 k_c (w k_w \Lambda_{1m} I_{02})^2 s \Omega_2}{(r_2)^2 + (s x_2)^2}. \quad (20)$$

Полагая в первом приближении намагничивающий ток независимым от скольжения (при скольжении  $s$  меньшем критического), найдем максимум электромагнитного момента (20). Из выражения  $\frac{\partial M}{\partial s} = 0$  следует  $s_k = \pm r_2/x_2$ .

Тогда для максимального момента будем иметь

$$M_{2\max} = \pm \frac{9z_2 p_2 \tau_2 l^2 D}{16\pi^3 p_1^2} \frac{k_c (w k_w \Lambda_{1m} I_{02})^2 \Omega_2}{x_2}. \quad (21)$$

Знаки плюс и минус в формулах для критического скольжения и максимального момента (21) относятся, соответственно, к двигательному и генераторному режимам внутреннего ротора.

С помощью аналогичных процедур можем рассчитать электромагнитный момент на входном валу  $M_1$ . Его значение можно, в первом приближении, оценить из энергетического равенства, учитывающего формулу (7):

$$M_1 \Omega_1 = M_2 \Omega_2 (1-s) = M_2 (1-s) \left( \frac{z_1}{p_2} \Omega_1 + \frac{\omega}{p_2} \right).$$

**Расчёт тока обмотки статора.** В первом воздушном зазоре рабочие гармоники магнитной индукции имеют число пар полюсов  $p_1$

$$\dot{B}_{\delta m 1}^e + \dot{B}_{\delta m 1}^p = \dot{B}_{\delta m 1}^z.$$

Слагаемые этого равенства выразим через МДС и удельные магнитные проводимости

$$\frac{6}{\pi\sqrt{2}} \frac{w k_w}{p_1} \frac{\mu_0}{k_{\Delta 1} \delta_1} \dot{I}_1 + \frac{z_2 k_c \Lambda_{1m}}{2\sqrt{2}\pi p_2} \dot{I}_2 = \frac{6}{\pi\sqrt{2}} \frac{w k_w}{p_1} \frac{\mu_0}{k_{\Delta 1} \delta_1} \dot{I}_{01}, \quad (22)$$

где  $\dot{I}_{01}$  – намагничивающий ток обмотки статора для первого воздушного зазора.

Из формулы (22) следует равенство

$$\dot{I}_1 + k_{i1}\dot{I}_2 = \dot{I}_{01}, \quad (23)$$

где  $k_{i1} = \frac{k_c k_{\Delta 1} z_2 p_1 \delta_1 \Lambda_{1m}}{12\mu_0 p_2 w_1 k_w}$  – коэффициент приведения тока ротора к обмотке статора для первого воздушного зазора.

Из совместного рассмотрения равенств (23), (19) для намагничивающих токов  $\dot{I}_{01}$  и  $\dot{I}_{02}$  можем получить традиционную формулу для первичных и вторичных токов электрической машины с короткозамкнутым ротором

$$\dot{I}_1 + k_i \dot{I}_2 = \dot{I}_0,$$

где  $k_i = (k_{i1} + k_{i2})/2$ ;  $\dot{I}_0 = (\dot{I}_{01} + \dot{I}_{02})/2$ .

Потокоцепление обмотки статора от результирующего рабочего магнитного потока в первом воздушном зазоре будет равно

$$\dot{\Psi}_{m1} = \frac{2}{\pi} l \tau_1 \dot{B}_{\delta m1}^{\Sigma} w_1 k_{w1} = \frac{12\mu_0}{\pi^2 \sqrt{2}} \frac{l \tau_1 (w k_w)^2}{k_{\Delta 1} \delta_1 p_1} \dot{I}_{01}.$$

Для ЭДС первичной обмотки, наведенной результирующим магнитным потоком, будем иметь

$$\dot{E}_1 = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \dot{\Psi}_{m1} = -j \frac{12\mu_0}{\pi} \frac{f l \tau_1 (w k_w)^2}{k_{\Delta 1} \delta_1 p_1} \dot{I}_{01}.$$

Равновесие напряжения обмотки статора будет выражаться равенством

$$\dot{U}_1 - \dot{I}_1 z_1 = -\dot{E}_1,$$

где  $z_1 = r_1 + jx_1$ ;  $r_1, x_1$  – активное и индуктивное сопротивления рассеяния обмотки статора, соответственно.

**Выводы.** 1. Магнитный редуктор обладает предельным (опрокидывающим) моментом, соответствующим критическому скольжению ротора с короткозамкнутой обмоткой.

2. Намагничивающий ток обмотки статора состоит из двух составляющих, соответствующих двум воздушным зазорам редуктора.

#### Литература

1. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В. Применение конформного преобразования в электромагнитных расчётах электрических машин. Аналитические методы. М.: Изд-во МЭИ, 1980. 85 с.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. М.: Высш. шк., 1989. 312 с.
3. Шуёвский В.П. Расчёт электрических машин: пер. с нем. М.: Энергия, 1968. 732 с.
4. Jiabin Wang, Atallah K., Carvley S.D. A Magnetic Continuously Variable Transmission Device. *IEEE Transactions on magnetic*, 2011, vol. 47, no. 10, pp. 2815–2818.
5. Jian Linni, Chau K.T., Yu Gong a.o. Comparison of Coaxial Magnetic Gears With Different Topologies. *IEEE Transactions on magnetic*, 2009, vol. 45, № 10, pp. 4526–4529.

#### References

1. Ivanov-Smolenskiy A.V., Abramkin Yu.V. *Primenenie konformnogo preobrazovaniya v elektromagnitnykh raschetakh elektricheskikh mashin. Analiticheskie metody* [Using conformal transformations in electromagnetic calculation of the electric machines. The Analytical methods]. Moscow, MEI Publ., 1980, 85 p.
2. Ivanov-Smolenskiy A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovanie energii v elektricheskikh mashinakh* [Electromagnetic power and transformation to energy in electric machine]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1989, 312 p.
3. Shuyskiy V.P. *Raschet elektricheskikh mashin* [The Calculation of the electric machines]. Moscow, Energy, 1968, 732 p.
4. Jiabin Wang, Atallah K., Carvley S.D. A Magnetic Continuously Variable Transmission Device. *IEEE Transactions on magnetic*, 2011, vol. 47, no. 10, pp. 2815–2818.
5. Jian Linni, Chau K.T., Yu Gong a.o. Comparison of Coaxial Magnetic Gears With Different Topologies. *IEEE Transactions on magnetic*, 2009, vol. 45, № 10, pp. 4526–4529.

**АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

**AFANASYEV ALEXANDER** – doctor of technical sciences, professor of Technical Systems Automatics and Control Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

УДК 658.264  
ББК 3350.7-420.7

В.В. АФАНАСЬЕВ, В.Г. КОВАЛЕВ,  
В.А. ТАРАСОВ, В.В. ТАРАСОВА, Д.Г. ФЕДОРОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМОВ ОТОПЛЕНИЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

**Ключевые слова:** отопление, нестационарные тепловые режимы, статистическая обработка данных, изменения температуры наружного воздуха, динамические отопительные характеристики.

*Рассмотрены нестационарные режимы отопления зданий, вызванные резкими колебаниями температуры наружного воздуха. Для определения требуемой тепловой мощности системы отопления при нестационарных режимах наряду с тепловыми потерями зданий необходимо учитывать тепло, аккумулированное ограждающими конструкциями. Для разработки алгоритмов управления системами теплоснабжения с учетом климатических данных необходимо использовать реальные статические и динамические характеристики зданий. Определение статической удельной отопительной характеристики должно проводиться с учетом влияния формы зданий и коэффициентов теплопередачи элементов ограждающих конструкций. Динамическая удельная отопительная характеристика определяется скоростью изменения среднеинтегральной температуры ограждающих конструкций, которая зависит от скоростей изменения температур наружного и внутреннего воздуха.*

V. AFANASYEV, V. KOVALEV, V. TARASOV, V. TARASOVA, D. FEDOROV  
INVESTIGATION OF NON-STATIONARY HEATING MODES  
OF WARMING BUILDINGS

**Key words:** heating, transient thermal conditions, statistical data processing, the outside temperature, dynamic heating characteristics.

*The article considers non-stationary modes of warming buildings, which are caused by sharp outdoor temperature fluctuations. To determine the required heat output of the heating system under unsteady conditions, it is necessary to take into account both heat losses of buildings and the heat accumulated in the walling. To develop heating systems control algorithms based on climate data it is essential to use real static and dynamic characteristics of buildings. Determination of the static specific heat characteristic should be carried out by taking into account the influence of the buildings shapes and heat transfer coefficients of the walling elements. The dynamic specific heat characteristic is determined by the rate of change of average integral temperature of the walling, which depends on the rate of change of outdoor and indoor air temperature.*

В настоящее время расходы на отопление зданий составляют до 70% затрат на оплату энергоносителей, что делает актуальной задачу эффективного управления теплоснабжением. Применяемые в настоящее время системы автоматического управления отоплением часто не обеспечивают комфортных условий в помещениях, в то же время происходят перетопы, вызывающие перерасход тепловой энергии, и недотопы, вызывающие перерасход электроэнергии [1]. Низкое качество регулирования тепловой мощности вызвано несовершенством алгоритмов управления, основанных на упрощенных математических моделях, и использованием усредненных, как правило, статических характеристик объектов. Большинство существующих алгоритмов учитывают только температуры внутреннего и наружного воздуха и температуры прямого и обратного теплоносителей и не учитывают такие индивидуальные характеристики объектов, как наружный строительный объем здания, удельная отопительная характеристика. Кроме того, не учитывается инфильтрация,

обусловленная тепловым и ветровым напором, следовательно, не учитывается влияние скорости и направления ветра. Для оптимального управления необходимы пригодные для использования в программируемых контроллерах методики быстрого определения тепловых потерь зданий и сооружений с учетом изменения погоды.

Для определения необходимого количества теплоты на отопление зданий и оценки теплотехнических показателей конструктивно планировочных решений зданий используют удельную тепловую характеристику здания  $q$  [2]:

$$q = \frac{Q_{зд}}{V(T_{в} - T_{н})},$$

где  $Q_{зд}$  – тепловые потери через наружные ограждения всеми помещениями здания в статических условиях при неизменных во времени температурах, Вт;  $V$  – объем отапливаемого здания по внешнему обмеру, м<sup>3</sup>;  $T_{в}$ ,  $T_{н}$  – разность температур воздуха внутри помещения и наружного воздуха.

Величина  $q$ , Вт/(м<sup>3</sup>°С) определяет средние теплотери 1 м<sup>3</sup> здания в статических условиях, отнесенные к расчетной разности температуры 1°С. Ее можно определить по таблицам и номограммам<sup>1</sup> [2], а также по формулам вида

$$q = \frac{1,163a\alpha}{\sqrt[3]{V}},$$

где параметры  $a$ ,  $n$  и  $\alpha$  различны для зданий, построенных до 1958 г. и после 1985 г. При этом учитывается только объем здания.

Статическая удельная тепловая характеристика здания с учетом его теплофизических параметров может быть рассчитана по формуле [3]

$$q_{ст} = \frac{P[k_{ст} + g_0(k_{ок} - k_{ст})]}{A} + \frac{0,9k_{пот} + 0,6k_{пол}}{H}, \quad (1)$$

где  $P$  – периметр здания, м;  $A$  – площадь здания, м<sup>2</sup>;  $H$  – высота здания, м;  $g_0$  – коэффициент, учитывающий остекление (отношение площади остекления к площади ограждения);  $k_{ок}$ ,  $k_{ст}$ ,  $k_{пот}$ ,  $k_{пол}$  – коэффициенты теплопередачи окон, стен, потолков, полов, Вт/(м<sup>2</sup>°С), соответственно, которые могут быть определены математическим моделированием [5, 6] или инструментальными замерами при энергетическом обследовании действующих сооружений.

Расчеты по формуле (1) позволяют определить статическую удельную тепловую характеристику здания с учетом его формы, площади остекления и коэффициентов теплопередачи элементов ограждения. Статистическая обработка архивов данных узлов учета и метеоданных позволяет определить фактическую статическую удельную тепловую характеристику здания [1].

Математические модели процессов теплопереноса позволяют рассчитывать значения коэффициентов теплопередачи через ограждения зданий при известных теплофизических параметрах с учетом различных факторов, характеризующих конвективный и лучистый теплообмен, а также определять коэффициенты теплопередачи через ограждения по результатам энергетических обследований. При замене обычных окон на современные стеклопакеты уменьшение удельной тепловой характеристики здания может составить до 20%.

<sup>1</sup> СНиП 23-02-2003 «Тепловая защита зданий»; СНиП 23-101-2004 «Проектирование тепловой защиты».

Удельная тепловая характеристика здания и тепловые потери существенно зависят от конструкции зданий, которая характеризуется показателем компактности – отношением  $S/V$ , где  $S$  – площадь ограждающих конструкций зданий,  $V$  – объем здания.

При увеличении объема здания удельная тепловая характеристика уменьшается. При неизменном объеме здания удельная тепловая характеристика зависит от показателя компактности, который определяется соотношением длины и ширины здания и его высотой. Значения удельной тепловой характеристики могут меняться до 18% при изменении соотношения длины и ширины здания.

Для старых зданий, у которых коэффициент теплопередачи стен 0,94 Вт/(м<sup>2</sup> °С), зависимость удельной тепловой характеристики от показателя компактности описывается выражением

$$q_0 = 0,01237 + 1,238(S/V).$$

Для новых зданий коэффициент теплопередачи стен должен быть 0,3 Вт/(м<sup>2</sup> °С), зависимость удельной тепловой характеристики от показателя компактности при этом описывается выражением

$$q_0 = 0,0055 + 0,554(S/V).$$

Наиболее благоприятны с точки зрения обеспечения низкого уровня теплотерь многоэтажные здания с высокой компактностью (минимальным показателем компактности  $S/V$ ).

Многочисленные методики и нормативные документы позволяют определять тепловые потери зданий в статических режимах, когда температура наружного воздуха неизменна или меняется очень медленно.

Мощность тепловых потерь здания при неизменной температуре наружного воздуха и, соответственно, требуемая мощность системы отопления могут быть определены с использованием статической удельной тепловой характеристики  $q_{ст}$

$$Q^0 = V_n \cdot q_{ст} \cdot (T_{вн} - T_{нар}). \quad (2)$$

где  $T_{нар}$  – температура наружного воздуха, °С;  $V_n$  – наружный строительный объем здания, м<sup>3</sup>,  $T_{вн}$  – температура внутреннего воздуха, °С.

В статических условиях система регулирования должна обеспечить выполнение равенства мощности тепловых потерь здания  $Q^0$  и фактической мощности системы отопления  $Q_{от}$  [1]

$$Q^0 = Q_{от}. \quad (3)$$

Фактическая тепловая мощность системы отопления здания

$$Q_{от} = G_{пр}c(T_{пр} - T_{обр}), \quad (4)$$

где  $G_{пр}$  – расход прямой воды, входящей в систему отопления здания;  $T_{пр}$ ,  $T_{обр}$  – температуры прямой и обратной воды;  $c$  – теплоемкость воды.

При быстрых изменениях температуры наружного воздуха, а также изменении температуры воздуха внутри зданий при использовании прерывистого отопления для определения фактической мощности системы отопления необходимо учитывать тепло, аккумулированное стенами и кровлей. При этом вместо равенства (3) должно выполняться условие

$$Q^0 \pm \frac{dW_{акк}}{dt} = Q_{от}, \quad (5)$$

где  $\frac{dW_{\text{акк}}}{dt}$  – скорость изменения тепла  $W_{\text{акк}}$  аккумулированного стенами и кровлей, которая зависит от скорости изменения температуры воздуха.

В январе 2015 г. температура наружного воздуха в Чебоксарах менялась от  $-1^{\circ}\text{C}$  до  $-25^{\circ}\text{C}$  с большой скоростью (рис. 1). По данным узла учета пятиэтажного здания в этот период времени быстро менялись фактическая среднесуточная мощность системы отопления и разность температур внутреннего и наружного воздуха, которой согласно формуле (2) пропорциональна мощность тепловых потерь (рис. 2).



Рис. 1. Среднесуточная температура и скорость изменения температуры наружного воздуха в течение января 2015 г.

Статистическая обработка данных узлов учета показала, что корреляция между суточным расходом тепловой энергии и температурой наружного воздуха невысокая (уравнение регрессии  $W_{\text{сут}} = 2,5562 - 0,068T_{\text{нар}}$ , коэффициент корреляции  $r = -0,7847$ ), несмотря на наличие системы автоматического управления отоплением с регулируемым гидроэлеватором. Корреляция между температурой наружного воздуха и температурой прямой воды также невысокая (уравнение регрессии  $T_{\text{пр}} = 77,55 - 1,357T_{\text{нар}}$ , коэффициент корреляции  $r = -0,7756$ ). Следовательно, температурный график на входе в здание при резких изменениях температуры наружного воздуха соблюдался лишь приблизительно. Статистическая обработка данных узла учета позволила определить значение удельной статической характеристики  $q_{\text{ст}} = 0,233 \text{ Вт}/(^{\circ}\text{C м}^3)$  кирпичного пятиэтажного здания объемом  $19\,730 \text{ м}^3$  и рассчитать зависимость мощности системы отопления от температуры наружного воздуха в статических условиях при очень низкой скорости ее изменения (рис. 3).

Из приведенных на рис. 2 и 3 результатов обработки данных узлов учета тепловой энергии пятиэтажного кирпичного дома видно, что при снижении температуры наружного воздуха увеличивалась температура прямой воды и возрастал расход тепловой энергии на отопление. Превышение температуры прямой воды над температурным графиком вызывает увеличение мощности системы отопления. При резких колебаниях температуры наружного воздуха фактическая тепловая мощность системы отопления может значительно от-

личаться от рассчитанной по статической характеристике, однако существенного изменения температуры внутри здания не происходит вследствие тепла, аккумулированного стенами и кровлей.



Рис. 2. Изменение в течение января 2015 г. среднесуточной мощности системы отопления и разности температур внутреннего и наружного воздуха

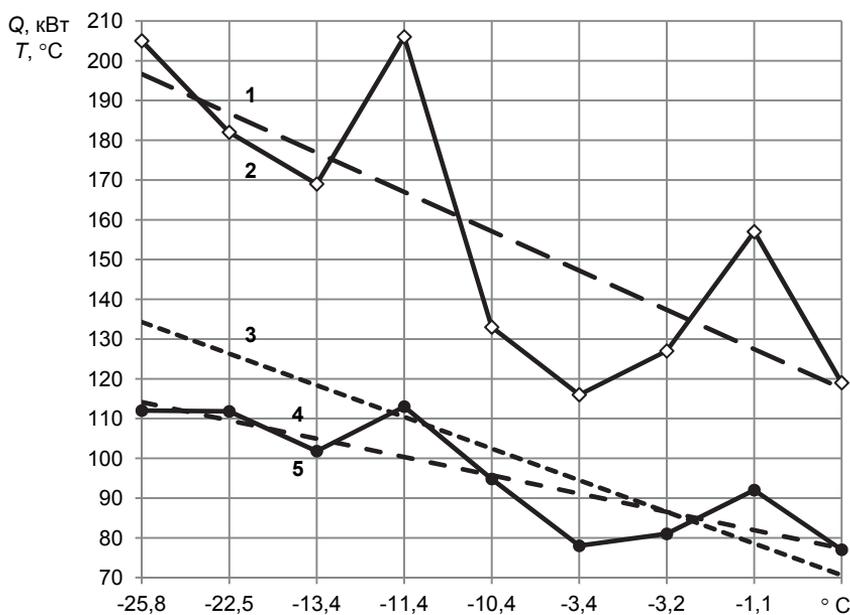


Рис. 3. Зависимости тепловой мощности системы отопления (1, 2) и температуры прямой воды (3, 4, 5) от температуры наружного воздуха:  
1, 5 – получены статистической обработкой данных узла учета;  
2, 4 – фактические данные узла учета;  
3 – температурный график (150-70) источника тепловой энергии

Общее количество аккумулированного тепла может быть найдено интегрированием распределения температуры по объему стенки [4]. В условиях несимметричного теплообмена плоская стенка толщиной  $\delta$  с коэффициентом

теплопроводности  $\lambda$ , удельной теплоемкостью  $c$ , плотностью  $\rho$  с внутренней поверхности омывается средой с температурой  $T_1$ , с внешней омывается средой с температурой  $T_2$ . В общем случае происходит теплообмен внутренней поверхности с воздухом внутри здания, имеющего температуру  $T_{вн}$ , наружной поверхности – с наружным воздухом с температурой  $T_{нар}$ . Температуры внутренней и наружной поверхностей рассматриваемой стенки  $T_{1ст}$  и  $T_{2ст}$  при нестационарном режиме меняются от  $T_n$  до  $T_k$ .

Аккумулированное тепло

$$W_{акк} = \int_V c\rho(T_k - T_n)dV.$$

Среднеинтегральная по объему температура [4]

$$T_{инт} = \frac{1}{V} \int_V TdV$$

позволяет определить аккумулированное тепло

$$W_{акк} = c\rho V(T_{инт.к} - T_{инт.н}).$$

Для одномерного поля в стенке

$$T_{инт} = \frac{1}{\delta_0} \int_0^\delta T(x, \tau)dx.$$

Мощность, необходимая для изменения температуры стенки, выражается через производную по времени от аккумулированного тепла

$$Q_{акк} = \frac{dW_{акк}}{d\tau}.$$

Удельная динамическая тепловая характеристика для нестационарного процесса может быть представлена в виде суммы статической удельной тепловой характеристики  $q_{ст}$  и слагаемых, учитывающих мощность, необходимую для изменения температуры стены и кровли

$$q_{дин} = q_{ст} + \frac{dT_{ст.инт}}{d\tau} (1 - g_0) \delta_{ст} \rho_{ст} C_{ст} \frac{P}{A(T_{вн} - T_{ро})} + \frac{dT_{пот.инт}}{d\tau} \frac{\delta_{пот} \rho_{пот} C_{пот}}{H(T_{вн} - T_{ро})},$$

где  $T_{ст.инт}$ ,  $T_{пот.инт}$  – среднеинтегральные температуры стен и кровли,  $\delta_{ст}$ ,  $\delta_{пот}$  – толщина стены и кровли,  $c_{ст}$ ,  $c_{пот}$  – усредненная удельная теплоемкость материалов стены и кровли,  $\rho_{ст}$ ,  $\rho_{пот}$  – усредненная плотность материалов стены и кровли. В зависимости от знака скорости изменения среднеинтегральных температур стен и кровли значения динамической характеристики могут быть больше или меньше значений статической характеристики. Когда скорость изменения среднеинтегральных температур стен и кровли равна нулю, динамическая тепловая характеристика совпадает со статической:

$$q_{дин} = q_{ст}.$$

При нестационарных режимах требуемая мощность системы отопления должна определяться с использованием динамической удельной тепловой характеристики  $q_{дин}$

$$Q^{дин} = V_n \cdot q_{дин} \cdot (T_{вн} - T_{нар}).$$

Относительное отклонение динамической тепловой характеристики от статической

$$\Delta q = \left( \frac{q_{ст} - q_{дин}}{q_{ст}} \right) \cdot 100\%.$$

При потеплении среднеинтегральная температура ограждающих конструкций возрастает, удельная динамическая тепловая характеристика здания становится больше статической, при похолодании снижается среднеинтегральная температура ограждающих конструкций, удельная динамическая тепловая характеристика здания становится меньше статической (рис. 4).



Рис. 4. Изменение в течение января 2015 г. среднесуточной температуры наружного воздуха и относительного отклонения значений динамической отопительной характеристики от статической

Из рис. 4 следует, что значение динамической тепловой характеристики может до 60% отличаться от значения статической. В течение января отклонение значений динамической отопительной характеристики от статической составляло от -60% до +6,5%.

Средняя интегральная температуры плоской стенки в нестационарном режиме может быть рассчитана по выражению [4, 6]

$$T_{инт} = A - \frac{1}{2} B \delta + \frac{1}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \left( \sin \mu_n \delta + \frac{a_{вн}}{\lambda \mu_n} (1 - \cos \mu_n \delta) \right) e^{-a \mu_n^2 \tau},$$

где  $\mu_n$  – корни характеристического уравнения;  $a$  – коэффициент теплопроводности;  $C_n$  – коэффициенты, определяемые из начальных условий.

Параметры  $A$  и  $B$  характеризуют установившийся режим

$$A = \frac{\left( \frac{1}{\alpha_{нар}} + \frac{\delta}{\lambda} \right) T_{вн} + \frac{1}{\alpha_{вн}} T_{нар}}{\frac{1}{\alpha_{вн}} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{нар}}},$$

где  $\alpha_{вн}$ ,  $\alpha_{нар}$  – внутренние и внешние коэффициенты теплоотдачи;

$$B = \frac{\alpha_{вн}}{\lambda} (T_{вн} - A).$$

Средняя интегральная температура в установившемся температурном режиме

$$T_{\text{инт}} = A - \frac{1}{2} B\delta.$$

Для пятиэтажного кирпичного дома объемом 19 730 м<sup>3</sup> при статической отопительной характеристике  $q_{\text{ст}} = 0,233 \text{ Вт}/(^{\circ}\text{C м}^3)$  максимальная мощность системы отопления в статическом режиме 233 кВт. При изменении температуры наружного воздуха на 1<sup>o</sup>C мощность тепловых потерь изменяется на 4,66 кВт. В течение суток расход тепла на компенсацию тепловых потерь за счет приращения мощности тепловых потерь на 4,66 кВт составит 0,4 ГДж. Средняя интегральная температура по окончании переходного процесса изменится на 0,54<sup>o</sup>C, аккумулированное ограждающими конструкциями тепло изменится на 1 ГДж.

**Выводы.** При резких колебаниях температуры наружного воздуха для определения требуемой тепловой мощности системы отопления наряду с тепловыми потерями зданий необходимо учитывать тепло, аккумулированное ограждающими конструкциями. Для разработки алгоритмов управления системами теплоснабжения с учетом климатических данных необходимо использовать реальные статические и динамические характеристики зданий, которые могут быть получены математическим моделированием и статистической обработкой данных узлов учета. Определение статической удельной отопительной характеристики должно проводиться с учетом влияния формы зданий и коэффициентов теплопередачи элементов ограждений. Динамическая удельная отопительная характеристика определяется скоростью изменения среднеинтегральной температуры элементов ограждений, которая зависит от скоростей изменения температур наружного воздуха и внутреннего воздуха. При большой скорости изменения температуры наружного воздуха требуемая тепловая мощность системы отопления может в 1,6 раза отличаться от мощности, определенной по статической удельной отопительной характеристике. Для обеспечения комфортных условий в помещениях при быстрых и значительных изменениях температуры наружного воздуха и предотвращения перетопов и недотопов необходима разработка алгоритмов оптимального автоматического управления системами теплоснабжения с учетом реальных статических и динамических тепловых характеристик зданий и сооружений.

#### Литература

1. Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Тарасов В.А., Тарасова В.В., Федоров Д.Г. Исследование расхода тепловой энергии на отопление зданий // Вестник Чувашского университета. 2014. № 3. С. 10–18.
2. Богославский В.Н., Сканави А.Н. Отопление. М.: Стройиздат, 1991. 735 с.
3. Ермолаев Н.С. Проблемы теплоснабжения и отопления многоэтажных зданий. М., Стройиздат, 1949. 250 с.
4. Кузьмин М.П. Электрическое моделирование нестационарных процессов теплообмена. М.: Энергия, 1974. 416 с.
5. Табунчиков Ю.А., Бродач М.М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. М.: Абок-Пресс, 2002. 194 с.
6. Тарасова В.В. Математическое моделирование нестационарных процессов теплопередачи // Региональная энергетика: проблемы и решения: сб. науч. тр. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. Вып. 9. С. 128–144.

## References

1. Afanas'ev V.V., Kovalev V.G., Tarasov V.A., Tarasova V.V., Fedorov D.G. *Issledovanie raskhoda teplovoi energii na otoplenie zdanii* [Investigation of heat consumption for heating buildings]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 3, pp. 10–18.
2. Bogoslavskii V.N., Skanavi A.N. *Otoplenie* [Heating]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1991, 735 p.
3. Ermolaev N.S. *Problemy teplosnabzheniya i otopleniya mnogoetazhnykh zdanii* [Problems of heat supply and heating of multistory buildings]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1949, 250 p.
4. Kuz'min M.P. *Elektricheskoe modelirovanie nestatsionarnykh protsessov teploobmena* [Electrical simulation of unsteady heat transfer processes]. Moscow, Energy Publ., 1974, 416 p.
5. Tabunshchikov Yu.A., Brodach M.M. *Matematicheskoe modelirovanie i optimizatsiya teplovoi effektivnosti zdanii* [Mathematical modeling and optimization of the thermal performance of buildings]. Moscow, ABEK-Press Publ., 2002, 194 p.
6. Tarasova V.V. *Matematicheskoe modelirovanie nestatsionarnykh protsessov teploperedachi* [Mathematical modeling of unsteady heat transfer processes]. *Regional'naya energetika: problemy i resheniya: sb. nauch. tr.* [Regional Energy: Challenges and Solutions: Collected papers]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2013, iss. 9, pp. 128–144.

---

**АФАНАСЬЕВ ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ** – доктор технических наук, заведующий кафедрой теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (pro\_nauch@chuvsu.ru).

**AFANASYEV VLADIMIR** – doctor of technical sciences, professor, head of Heat and Power Plants Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**КОВАЛЕВ ВЛАДИМИР ГЕННАДЬЕВИЧ** – кандидат технических наук, заведующий кафедрой электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (espp21@mail.ru).

**KOVALEV VLADIMIR** – candidate of technical sciences, head of Industrial Enterprises Power Supply Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ТАРАСОВ ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (Vladimir\_tarasov@inbox.ru).

**TARASOV VLADIMIR** – candidate of technical sciences, associate professor of Heat and Power Plants Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ТАРАСОВА ВАЛЕНТИНА ВЛАДИМИРОВНА** – аспирантка кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (charming\_cerl@rambler.ru).

**TARASOVA VALENTINA** – post-graduate student of Heat and Power Plants Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ФЕДОРОВ ДЕНИС ГЕННАДЬЕВИЧ** – директор, ООО «Инженерно-технический центр ГОРИСС», Россия, Чебоксары (denisfg@yandex.ru).

**FEDOROV DENIS** – director, LLC «Engineering and Technology Center GORISS», Russia, Cheboksary.

---

УДК 681.586.48

ББК 32.873

И.Ю. БЫЧКОВА, О.Н. ЯДАРОВА, Л.А. СЛАВУТСКИЙ

**ФЛУКТУАЦИИ УЛЬТРАЗВУКА В КОНВЕКТИВНОМ ПОТОКЕ  
НАД НАГРЕТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ\***

*Ключевые слова:* ультразвук, случайные флуктуации, температура, свободная конвекция.

*Экспериментально исследуется возможность ультразвукового контроля конвективного потока воздуха над нагретой поверхностью. Приводятся результаты экспериментальных измерений и цифровой обработки ультразвуковых сигналов. Показано, что статистическое распределение огибающей ультразвукового сигнала зависит от изменчивости амплитуды и фазы прямого и отраженного от поверхности сигнала. Соотношение между амплитудной и фазовой случайной модуляцией сигнала определяется профилем и турбулентностью конвективного потока. Анализируется возможность по экспериментальным данным оценить параметры пограничного и разгонного участков конвективного потока.*

**I. BYCHKOVA, O. YADAROVA, L. SLAVUTSKII****FLUCTUATIONS OF ULTRASOUND****IN THE CONVECTIVE FLOW OVER THE HEATING SURFACE**

*Key words:* ultrasonics, random fluctuations, temperature, free convection.

*The possibility of ultrasonic control of the convective air flow over the heating surface is experimentally investigated. Results of experiments and the digital processing of ultrasonic signals are given. Statistical distribution of the envelope of the ultrasonic signal depends on the amplitude and phase variation of direct and reflected from the surface signals is studying. The ratio between the amplitude and the random phase modulation of signal is determined by the profile and turbulent convection flow. The possibility to estimate the parameters of the boundary and the acceleration layers of the convection-flow by the experimental data is analyzed.*

Задачи моделирования и контроля конвективных потоков воздуха над источниками тепла актуальны для самых разных областей науки и техники [9, 11, 12]. В большинстве случаев такие потоки турбулентны и характеризуются значительной пространственно-временной неоднородностью. Адекватное моделирование даже свободных конвективных потоков возможно только численными методами [4, 10]. При этом существенные затруднения возникают при определении граничных и начальных условий для расчетов [11]. Для определения этих условий приходится учитывать очень большое количество факторов и делать ряд допущений. Для инженерных расчетов используются полуэмпирические модели. Наиболее сложными для моделирования оказываются участки конвективного потока вблизи источника тепла. Однако именно эти участки (пограничный и разгонный) в значительной мере определяют пространственно-временную структуру конвективного потока. В этих условиях особое значение приобретают экспериментальные данные.

Для контроля конвективных воздушных потоков могут использоваться как контактные, так и бесконтактные (дистанционные) методы (оптические, ультразвуковые). Активные лазерные методы [3], основанные, в основном, на

---

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-31271 мол\_а.

принципах спектроскопии и интерферометрии, обладают высокой точностью, но оказываются достаточно дорогостоящими. Оптические методы визуализации потоков газа требуют серьезной обработки изображений [10]. Наиболее широко для температурных измерений распространена инфракрасная термография [2]. Однако инфракрасные методы не всегда позволяют контролировать пограничные участки, например, распределение температуры газа у нагретой металлической поверхности. Кроме того, большинство инфракрасных методов измерений являются пассивными и не рассчитаны на контроль таких случайных динамических процессов, как конвекция газа у нагретой поверхности. Ультразвуковые методы для контроля газовых сред в небольших объемах могут составлять серьезную конкуренцию оптическим методам. Это связано с существенной зависимостью скорости звука от температуры и характерными пространственно-временными масштабами, которые определяются частотами в несколько десятков килогерц и длиной волны излучения порядка нескольких миллиметров [7].

**Схема и методика экспериментальных измерений.** В настоящей работе исследуется изменчивость ультразвуковых сигналов в конвективном потоке над нагретой металлической поверхностью. На рис. 1 приведена схема экспериментальных измерений и показана структура конвективного потока воздуха над нагретой прямоугольной металлической плитой. Ультразвуковые преобразователи с резонансными частотами 40 кГц располагаются на расстоянии  $L = 60$  см и высоте  $H = 15$  см над плоской стальной плитой размерами  $40 \times 20 \times 1,5$  см, которая нагревается до температуры  $T \approx 300^\circ\text{C}$ . Преобразователи имеют широкую диаграмму направленности (порядка  $60^\circ$ ), и, в общем случае, сигнал на входе приемника представляет собой суперпозицию прямого и отраженного от нагретой поверхности сигналов.

Это обеспечивает прохождение прямого сигнала над приповерхностным слоем, который составляет, по оценкам,  $h_{\text{П}} \approx 0,2 D$ , где  $D$  – характерный размер нагретой поверхности [11, 12]. Отраженный от поверхности ультразвуковой сигнал, в отличие от прямого, проходит через приповерхностный слой. Таким образом, в принимаемом ультразвуковом сигнале оказывается заложена информация о разнице в условиях распространения ультразвука в приповерхностном и переходном слоях конвективного потока.

Оцифровка огибающей непрерывного ультразвукового сигнала проводилась с частотой 500 Гц при длительности записи 40 с. Поскольку характерные частоты флуктуаций огибающей сигнала не превышали нескольких герц, это позволяет, с одной стороны, с достаточной точностью оценить изменение спектров флуктуаций, с другой – построить адекватное статистическое распределение случайной огибающей.

Измерения проводились при холодной (комнатная температура  $T = 20^\circ\text{C}$ ) и нагретой (до  $T \approx 300^\circ\text{C}$ ) поверхности плиты. Кроме того, для изменения геометрических размеров конвективного потока для каждой температуры плиты измерения проводились при закрытом теплоизолирующим материалом ( $15 \times 15$  см) центре плиты. То есть температура поверхности в области отражения ультразвука устанавливалась на время измерений близкой к комнатной, а конвективный поток распадался на два потока меньших поперечных размеров (см. рис. 1).

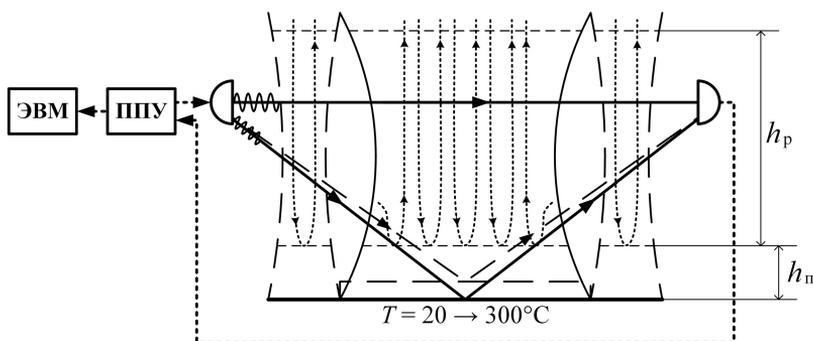


Рис. 1. Схема экспериментальных измерений:  
 ППУ – приемно-передающее устройство; ЭВМ – электронно-вычислительная машина;  
 $h_p, h_p$  – толщина приповерхностного и разгонного слоя

**Результаты исследования.** На рис. 2 приведены характерные спектральные плотности флуктуаций огибающей ультразвукового сигнала при нагретой ( $T \approx 250^\circ\text{C}$ ) (кривая 1) и остывающей плите  $T \approx 150^\circ\text{C}$  (кривая 2). Кроме того, показана спектральная плотность при закрытом центре плиты ( $T \approx 150^\circ\text{C}$ ) (кривая 3). Как следует из рис. 2, спектральные характеристики флуктуаций ультразвука существенно зависят как от температуры поверхности, так и от поперечных размеров конвективных потоков.

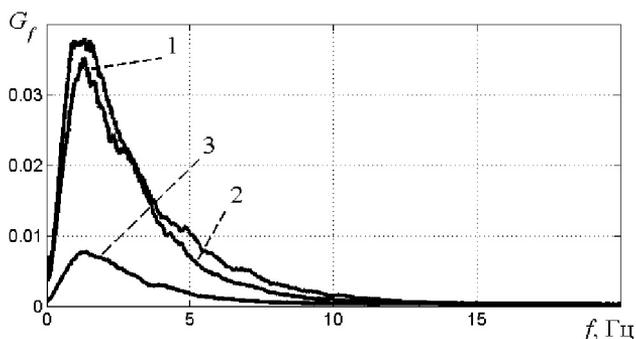


Рис. 2. Спектральные плотности флуктуаций огибающей ультразвукового сигнала:  
 1 – при нагретой плите ( $T \approx 250^\circ\text{C}$ ); 2 – при остывающей плите ( $T \approx 150^\circ\text{C}$ );  
 3 – при закрытом центре плиты ( $T \approx 150^\circ\text{C}$ )

На рис. 3 приведены характерная форма огибающей сигнала (а) и ее статистическое распределение (б). Приближенно распределение амплитуды сигнала может рассматриваться как распределение огибающей нестационарного случайного узкополосного сигнала [1]:

$$\omega(\rho) = \frac{\rho}{\sigma_0^2 \sqrt{1-\beta^2}} \exp\left[-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2(1-\beta^2)}\right] I_0\left(\frac{\beta\rho^2}{2\sigma_0^2(1-\beta^2)}\right),$$

где  $\omega(\rho)$  – плотность вероятности распределения амплитуды случайной огибающей;  $\sigma_0$  – дисперсия;  $\beta$  – параметр, определяющий статистическую связь

амплитуды и фазы квазигармонического сигнала;  $I_0(x)$  – модифицированная функция Бесселя

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{x \cos \varphi} d\varphi.$$

В предельных случаях это распределение переходит в распределение Рэлея ( $\beta = 0$ ) или гауссовское распределение ( $\beta = 1$ ). Величина  $\beta$  в построенном по гистограмме распределении имеет принципиальное значение (см. кривую рис. 3, б). Этот параметр определяется соотношением между флуктуациями амплитуды и фазы сигнала.

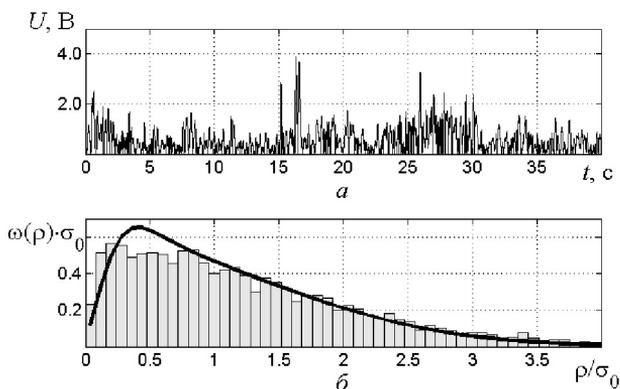


Рис. 3. Форма огибающей сигнала (а) и ее статистическое распределение (б)

**Обсуждение результатов.** Как следует из рис. 2, характерная частота флуктуаций ультразвукового сигнала составляет несколько герц. При этом амплитуда флуктуаций существенно зависит от поперечного размера конвективного потока. С увеличением температуры подстилающей поверхности максимум спектров рис. 2 несколько смещается в сторону высоких частот и полуширина спектра увеличивается. Фазовые задержки между прямым и отраженным от поверхности сигналами за счет существенного изменения скорости звука с температурой [7, 8] не могут приводить к таким значительным амплитудным изменениям сигнала. Зависимость амплитуды флуктуаций сигнала от поперечных размеров потока говорит о значительном рассеянии ультразвука на неоднородностях потока (сигнал на входе приемника имеет преимущественно амплитудную модуляцию). По оценкам, использующим формулы для инженерных расчетов [11], усредненная скорость движения воздуха на оси потока в разгонном слое составляет от единиц до десятков сантиметров в секунду. В этом случае характерные частоты спектров на рис. 2 могут рассматриваться как результат случайного доплеровского рассеяния ультразвука на неоднородностях потока под малыми углами. Это потенциально дает возможность интегральной оценки конвективного потока на разгонном участке [13].

Вывод о преимущественном вкладе рассеяния в амплитудные флуктуации сигнала подтверждается анализом статистического распределения огибающей сигнала (рис. 3).

По полученным экспериментальным данным значение  $\beta$  для разных условий (разные размеры потока и температура подстилающей поверхности) меняется в диапазоне 0,9–1. При закрытом центре плиты, когда поток распадается на два потока меньших поперечных размеров, отражение ультразвуковых волн происходит при отсутствии значительной стратификации в приповерхностном слое. При этом случайные фазовые задержки между прямым и отраженным сигналом значительно уменьшаются, поскольку оба сигнала пересекают поток в одной области на значительном удалении от приповерхностного слоя. В этом случае значение  $\beta$  составляло 0,99–1, т.е. огибающая сигнала имеет практически нормальное распределение. Это соответствует амплитудной модуляции квазигармонического сигнала.

**Выводы.** Изменчивость ультразвукового сигнала в приповерхностном слое и на разгонном участке конвективного потока над нагретой поверхностью характеризуется регулярной (плавным набегом фаз между прямым и отраженным от поверхности сигналом) и случайной составляющими, которые определяются значительным рассеянием ультразвука в турбулентном потоке. Такое рассеяние, приводящее к существенному изменению амплитуды сигналов, может происходить, например, на вихревых ячейках в разгонном слое [10]. Если регулярная составляющая относительной задержки сигналов может контролироваться при импульсных ультразвуковых измерениях [5, 6, 8], то для анализа случайной составляющей необходимы доплеровские измерения в непрерывном режиме с учетом низких характерных частот флуктуаций.

#### Литература

1. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
2. Госсорг Ж. Инфракрасная термография. Основы, техника, применение. М.: Мир, 1988.
3. Демтредер В. Лазерная спектроскопия. М.: Наука, 1985. 607 с.
4. Дразин Ф. Введение в теорию гидродинамической неустойчивости: пер. с англ. М.: Физматлит, 2005. 288 с.
5. Костюков А.С., Славутский Л.А. Статистическая погрешность ультразвукового цифрового уровнемера с частотно-фазовой модуляцией сигнала // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2009. № 8. С. 35–37.
6. Костюков А.С., Никандров М.В., Славутский Л.А. Изменчивость случайной погрешности ультразвуковых импульсных и доплеровских измерений в неоднородной среде // Нелинейный мир. 2009. Т. 7, № 9. С. 700–705.
7. Красильников В.А. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.
8. Левин П.А., Бычкова И.Ю., Славутский Л.А. Изменчивость импульсных ультразвуковых сигналов над нагретой поверхностью // Вестник Чувашияского университета. 2013. № 3. С. 310–313.
9. Михатулин Д.С., Чирков А.Ю. Конспект лекций по теплообмену. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012.
10. Протасов М.В., Иванов Т.Ф., Горбачев М.А. Экспериментальное исследование воздушных вихревых структур, образующихся над нагретой подстилающей металлической поверхностью // Оптические методы исследования потоков: сб. докл. XI Междунар. науч.-техн. конф. М.: Объединенный институт высоких температур РАН, 2011.
11. Шепелев И.А. Аэродинамика воздушных потоков в помещении. М.: Стройиздат, 1978.
12. Эльтерман В.И. Вентиляция химических производств. М.: Химия, 1980.
13. Ядарова О.Н., Славутский Л.А. Доплеровский ультразвуковой контроль открытого воздушного потока // Вестник Чувашияского университета. 2012. № 3. С. 240–243.

## References

1. Akhmanov S.A., D'yakov Yu.E., Chirkin A.S. *Vvedenie v statisticheskuyu radiofiziku i optiku* [Introduction in statistical radio physics and optics]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 640 p.
2. Gossorg Zh. *Infrakrasnaya termografiya. Osnovy, tekhnika, primeneniye* [Infrared thermodynamics. Basics, engineering, applications]. Moscow, Mir Publ., 1988.
3. Demtredre V. *Lazernaya spektroskopiya* [Laser-based spectroscopy]. Moscow, Nauka Publ., 1985, 607 p.
4. Drazin P.G. Introduction to Hydrodynamic Stability, Cambridge university press, 2002, 258 p. (Russ. ed.: Drazin F. *Vvedenie v teoriyu gidrodinamicheskoi neustoiichivosti*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005, 288 p.).
5. Kostyukov A.S., Slavutskii L.A. *Statisticheskaya pogreshnost' ul'trazvukovogo tsifrovogo urovnera s chastotno-fazovoi modulyatsiei signala* [Statistical error of ultrasound digital level detector with frequency modulation of signal]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika* [Instruments and systems. Control, monitoring, diagnostics], 2009, no. 8, pp. 35–37.
6. Kostyukov A.S., Nikandrov M.V., Slavutskii L.A. *Izmenchivost' sluchainoi pogreshnosti ul'trazvukovykh impul'snykh i doplerovskikh izmerenii v neodnorodnoi srede* [Variability of random error of ultrasound pulse and Doppler measurement in heterogeneous medium]. *Nelineinyi mir* [Non-linear world], 2009, vol. 7, no. 9, pp. 700–705.
7. Krasil'nikov V.A. *Vvedenie v fizicheskuyu akustiku* [Introduction in physical acoustics]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 400 p.
8. Levin P.A., Bychkova I.Yu., Slavutskii L.A. *Izmenchivost' impul'snykh ul'trazvukovykh signalov nad nagretoi poverkhnost'yu* [Variability of pulse ultrasound signals above heated surface]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, pp. 310–313.
9. Mikhatulin D.S., Chirkov A.Yu. *Konspekt lektsii po teploobmenu* [Summary of lectures on heat exchange]. Moscow, MGTU named by N.E. Bauman Publ., 2012.
10. Protasov M.V., Ivanov T.F., Gorbachev M.A. *Eksperimental'noe issledovanie vozdukhnykh vikhrevykh struktur, obrazuyushchikhsya nad nagretoi podstilayushchei metallicheskoj poverkhnost'yu* [Experimental research of air vortex structures formed above heated underlying metal surface]. *Opticheskie metody issledovaniya potokov: sbornik dokladov XI Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferencii* [Proc. of 11th Int. conf. «Optical methods of flow surveys»]. Moscow, 2011.
11. Shepelev I.A. *Aerodinamika vozdukhnykh potokov v pomeshchenii* [Aerodynamics of air flows in placement] Moscow, Stroiizdat Publ., 1978.
12. El'terman V.I. *Ventilyatsiya khimicheskikh proizvodstv* [Ventilation of chemical manufactures]. Moscow, Khimiya Publ., 1980.
13. Yadarova O.N., Slavutskii L.A. *Doplerovskii ul'trazvukovoi kontrol' otkrytogo vozduhnogo potoka* [Doppler ultrasound control of open air flow]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 240–243.

---

**БЫЧКОВА ИРИНА ЮРЬЕВНА** – аспирант кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (iboomest@gmail.com).

**BYCHKOVA IRINA** – post-graduate student of Technical Systems Automatics and Control Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ЯДАРОВА ОЛЬГА НИКОЛАЕВНА** – аспирант кафедры промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (o\_lala\_la@mail.ru).

**YADAROVA OLGA** – post-graduate student of Power Electronics Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**СЛАВУТСКИЙ ЛЕОНИД АНАТОЛЬЕВИЧ** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (las\_co@mail.ru).

**SLAVUTSKII LEONID** – doctor of physics and mathematical sciences, professor of Technical Systems Automatics and Control Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 621.311.3  
ББК 3211

П.Л. ВОРОНОВ

## АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО ЧАСТЯМ НА ОСНОВЕ СВОЙСТВ АКТИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

**Ключевые слова:** электрическая система, активный двухполюсник, контурный ток, матричный метод, матрица преобразования.

Рассматриваются алгоритм и одна из модификаций эффективного метода расчета многоконтурных электрических сетей по частям. Алгоритм строится на основе применения свойств активного двухполюсника, метода наложения (суперпозиции), принципа компенсации (замены электрической ветви с сопротивлением эквивалентным источником ЭДС), а также матричных преобразований. Одно из достоинств такого подхода состоит в том, что предложенный алгоритм позволяет избежать построения цепи пересечений и трудностей операции объединения решений для сложных систем, когда используется метод контурных токов и образуемые подсистемы не имеют заземленных узлов. Поэтапные шаги алгоритма приводят посредством соответствующих матричных преобразований к результирующей формуле, которая идентична выражению решения уравнений ортогональных цепей. Алгоритм легко реализуется для практических расчетов на ЭВМ.

P. VORONOV

## PIECEWISE ANALYSIS OF LARGE-SCALE ELECTRICAL SYSTEMS BASED ON TWO-TERMINAL NETWORK PROPERTIES

**Key words:** electrical system, two-terminal network, mesh current, matrix method, connection matrix.

We consider a modification of the effective method and algorithm for piecewise calculation of meshed electrical networks. The algorithm is based on use of active two-terminal network properties, overlap method (superposition), the compensation principle (replacement of electrical resistance branches with equivalent EMF source) and matrix transformations. One of the advantages of this approach is that the proposed algorithm allows to avoid constructing an intersections chain and challenges of merging solutions for complex systems when using a Mesh analysis and when the constructed subsystems do not have grounded nodes. By means of the corresponding matrix transformations the algorithm's incremental steps lead to the resulting formula, which is identical to the expression for the solution of equations of orthogonal chains. The algorithm is easy to implement for practical calculations on a computer.

Решение все усложняющихся задач проектирования многоаспектного исследования и моделирования сложных технических устройств и энергосистем приводит к громоздкости уравнений и требует значительных затрат времени счета на ЭВМ.

Одним из важных и эффективных направлений решения таких задач является применение тензорной теории сетей на основе метода решения сложных систем по частям.

Математическому обеспечению расчетов и созданию эффективных алгоритмов, реализующих метод диакоптики Г. Крона [3], в последние годы посвящен ряд научных работ [1, 5, 7–9 и др.].

Применение современных программно-вычислительных комплексов (ПВК) открывает новые возможности для существующих алгоритмов расчета сложных систем по частям, поскольку увеличение объема памяти и скорости счета позволяет решать все более сложные задачи. Однако при расчетах на

ЭВМ энергосистем максимальное и допустимое число ветвей и узлов определяется не только характеристиками вычислительных средств, но и эффективностью алгоритмов. Например при расчете многоконтурных сетей, содержащих электрические машины, возникают затруднения в построении так называемой цепи пересечений [3, 6]. Между тем с помощью свойств активного двухполюсника можно построить алгоритм, в котором исключается этап построения такой цепи. Этот алгоритм предлагается в настоящей статье.

Предложенный в [3] Г. Кроном метод анализа и расчета сложных систем по частям – диакоптика – основан на разработанной им теории ортогональных цепей. Практическое применение уравнений ортогональных электрических цепей на конкретных примерах показано в [2]. Расчет сложных электрических систем по частям обычно проводится с помощью совокупности замкнутых или разомкнутых путей токов, вводимых в электрическую схему замещения исследуемой системы. Часто подобные расчеты ассоциируются с тривиальным анализом электрических цепей методом контурных токов или методом узловых потенциалов. Однако на самом деле это совершенно разные подходы, которые имеют принципиальные отличия. Если в расчете по частям используется метод замкнутых путей токов, то дополнительная сеть пересечений, появляющаяся в процессе объединения решений отдельных подсистем, представляет собой узловую цепь. И наоборот, если применяется метод открытых путей токов (узловой метод), то цепь пересечений является контурной.

Наиболее простым является алгоритм анализа сложных электрических систем по частям узловым методом, когда во всех подсистемах, получаемых в результате деления исходной системы, имеет место хотя бы одна заземленная точка. При рассмотрении же сети как контурной, когда точки заземления в подсистемах отсутствуют, возникают дополнительные трудности при построении цепи пересечений, подробно проанализированные в [6].

Между тем для ряда часто встречающихся на практике случаев электрических сетей контурного типа можно предложить очень удобный для инженерных расчетов метод. Он сочетает в себе расчет по частям с обычным методом контурных токов. Суть предлагаемого подхода состоит в том, что в результате тензорных преобразований параметров исследуемой сети и ее анализа удается получить выражение, аналогичное формуле решения уравнений ортогональной цепи. При этом используются известные свойства активного двухполюсника и не требуется строить цепь пересечения для получения решения системы в целом.

Пусть, например, необходимо определить приращение токов в ветвях активного двухполюсника при подключении к нему какой-либо новой ветви с сопротивлением  $R$  (рис. 1, *а*).

Очевидно, что после подключения данной ветви в любой другой ветви данного двухполюсника произойдет приращение тока. Например, для ветви с током  $I_\alpha$  это приращение будет равно  $\Delta I_\alpha$ . Для определения тока  $\Delta I_\alpha$  можно воспользоваться свойством активного двухполюсника и методом наложения. Для этого в схему с подключенной ветвью  $R$  (рис. 1, *б*) сначала надо ввести два противоположно направленных источника ЭДС  $E_\beta$  и  $E'_\beta$ , которые равны по величине напряжению  $U_\beta$ , а затем применить метод наложения, представив этот

двухполюсник суммой двух (рис. 1, *в* и 1, *з*). Очевидно, что в схеме (рис. 1, *в*) токи во всех ветвях будут такими же, что и в схеме (рис. 1, *а*). Это следует из эквивалентности данных цепей, поскольку значения напряжения  $U_{ab} = U_{\beta}$  в обеих схемах одинаковы. По схеме же на рис. 1, *з* можно рассчитать приращение токов во всех ветвях двухполюсника, вызванное подключением дополнительной ветви. Далее можно использовать известный в теории электрических цепей принцип компенсации, согласно которому в любой электрической цепи отдельную ветвь с сопротивлением можно всегда заменить встречной ЭДС, и ввести такой источник с ЭДС, равной  $E_R = RI_R$ . Тем самым можно учесть влияние выделенной части на всю остальную цепь.

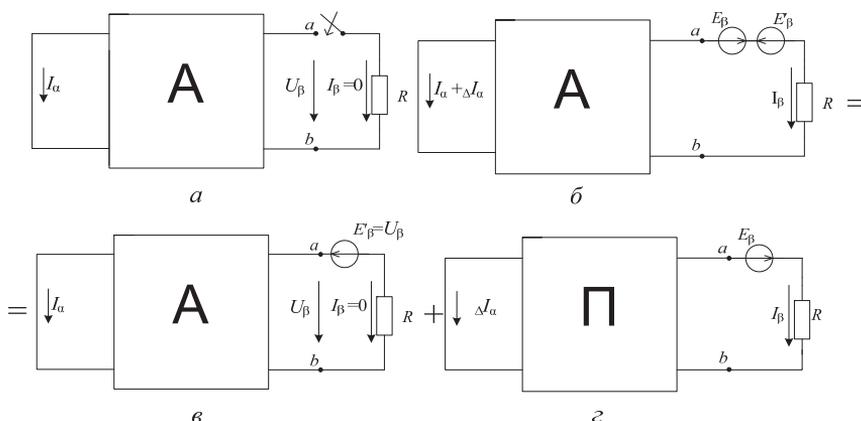


Рис. 1. Схемы и свойства активного двухполюсника

Обратимся к практическому расчету некоторой часто встречающейся на практике схемы (рис. 2) и получим результирующую формулу решения для нее по частям с учетом рассмотренных свойств активного двухполюсника.

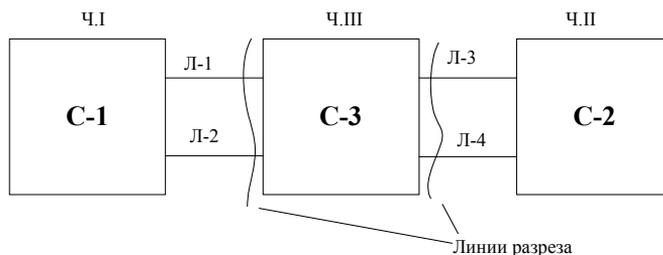


Рис. 2. Схема связанных электрических систем

При этом воспользуемся тензорным методом Крона, а все выкладки проведем с помощью матричных преобразований. Выполним эти преобразования для системы, разрезаемой здесь на три части. Каждая часть может представлять сама по себе, например, многоконтурную энергосистему, связанную с другими линиями электропередач.

В анализе будем предполагать, что отсутствуют электромагнитные связи между ветвями, относящимися к разным подсистемам, а контурные токи в каждой из них выбраны так, чтобы они принадлежали, соответственно, I и III, II и III подсистемам. Тогда полное число контурных токов будет равно количеству независимых контуров исходной системы. Выполнив перечисленные условия, можно далее для определения искомых контурных токов и токов ветвей использовать следующие шаги.

1. Составляем уравнения «элементарной» цепи. «Элементарная» цепь, как известно [5], состоит из ветвей, замкнутых на себя и включающих в себя сопротивления  $Z_B$  и ЭДС  $E_B$ . Получаем для совокупности различных частей общее уравнение «элементарной» цепи в виде

$$\begin{bmatrix} E_{BI} \\ E_{BII} \\ E_{BIII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{BI} & & \\ & Z_{BII} & \\ & & Z_{BIII} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{BI} \\ I_{BII} \\ I_{BIII} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где индексы  $I, II, III$  относят ветви, токи и ЭДС ветвей к соответствующим подсистемам.

2. Выражаем токи ветвей через контурные токи  $I_K$  с помощью матрицы преобразования  $[C]$ .

Имеем

$$\begin{bmatrix} I_B \\ I_{BI} \\ I_{BII} \\ I_{BIII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ C \\ C \\ C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_K \\ I_{KI} \\ I_{KII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{BI} \\ I_{BII} \\ I_{BIII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{I,I} & & \\ & C_{II,II} & \\ C_{III,I} & C_{III,II} & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{KI} \\ I_{KII} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

3. Применяя матрицу  $[C]$  к преобразованию ЭДС и сопротивления, по формулам Крона  $E_K = C_t E_B$  и  $Z_{KK} = C_t Z_{BB} C$  находим контурные уравнения системы:

$$\begin{bmatrix} C_{I,I} & & C_{III,I} \\ & C_{II,II} & C_{III,II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{BI} \\ E_{BII} \\ E_{BIII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{I,I} & & C_{III,I} \\ & C_{II,II} & C_{III,II} \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} Z_{BI} & & \\ & Z_{BII} & \\ & & Z_{BIII} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{KI} \\ I_{KII} \end{bmatrix},$$

где индекс  $t$  обозначает транспонированную матрицу.

В результате несложных преобразований получаем:

$$\begin{bmatrix} E_{KI} \\ E_{KII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{I,I} E_{BI} + C_{III,I} E_{BIII} \\ C_{II,II} E_{BII} + C_{III,II} E_{BIII} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} E_{KI} \\ E_{KII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{I,I} Z_{BI} C_{I,I} & C_{III,I} Z_{BIII} C_{III,II} \\ C_{II,II} Z_{BII} C_{III,I} & C_{II,II} Z_{BII} C_{II,II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{KI} \\ I_{KII} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где уравнения (3) являются контурными уравнениями исходной системы.

4. Искомые токи можно определить посредством обращения матрицы контурных сопротивлений матричного уравнения (3), порядок которой может быть значительным. Уравнения (3) являются полными контурными

уравнениями системы в целом, поскольку содержат токи всех независимых контуров.

Чтобы сократить время и повысить точность вычислений, воспользуемся идеей диакоптики, т.е. будем предполагать, что система разделена на три части, как показано на рис. 2. Разделение системы на части и объединение их решений выполним с учетом перечисленных выше условий деления и соответствующих свойств эквивалентного активного двухполюсника, избегая построения какой-либо цепи пересечений. Для этого изменим алгоритм расчета, исключив четвертый этап, заключающийся в обращении полной матрицы контурных токов, и введем новые, дополнительные этапы расчета (4<sub>доп.</sub>).

4<sub>доп.</sub> По теореме компенсации заменим каждое напряжение ветвей в подсистеме С-3 соответствующей ЭДС

$$E_{ВIII} = -U_{ВIII} = -Z_{ВIII}I_{DIII}.$$

Выразим аналитически значения этой ЭДС  $E_{ВIII}$ , которую требуется ввести в каждую из ветвей части III исходной системы, чтобы обеспечить в этих ветвях токи, равные нулю. С учетом выражений (1) и (2) находим:

$$E_{ВIII} = -Z_{ВIII} \cdot \begin{bmatrix} C_{III,I} & C_{III,II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{KI} \\ I_{KII} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

5. Составим теперь уравнения контурных токов с учетом замены сопротивлений в ветвях III подсистемы согласно теореме компенсации, используя выражение (4). Подставляя (4) в (3) и перенося в левую часть выражения (4) соответствующие ЭДС, получаем матричную систему уравнений

$$\begin{bmatrix} E_{KI} + C_{III,I}E_{ВIII} \\ E_{KII} + C_{III,II}E_{ВIII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{II,I}Z_{BI}C_{I,I} & 0 \\ 0 & C_{III,II}Z_{BII}C_{II,II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{KI} \\ I_{KII} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Эту систему уравнений можно представить в форме одного матричного уравнения

$$([E_K] + [C_{III}][E_{ВIII}]) = [Z_K][I_K], \quad (6)$$

решение которого относительно матрицы токов может быть записано как

$$[I_K] = [Z_K]^{-1}([E_K] + [C_{III}][E_{ВIII}]). \quad (7)$$

Коль скоро компоненты матрицы  $[E_{ВIII}]$  не известны, то целесообразно исключить ее из уравнения (7) с помощью следующих очевидных матричных операций:

$$[E_{ВIII}] = -[Z_{ВIII}][C_{III}][I_K];$$

$$[C_{III}][I_K] = -[Z_{ВIII}]^{-1}[E_{ВIII}];$$

$$[C_{III}][I_K] = -[Z_{ВIII}]^{-1}[E_{ВIII}];$$

$$[C_{III}][I_K] = [C_{III}][Z_K]^{-1}([E_K] + [C_{III}][E_{ВIII}]);$$

$$[E_{ВIII}] = -([Z_{ВIII}]^{-1} + [C_{III}][Z_K]^{-1}[C_{III}])^{-1}[C_{III}][Z_K][Z_K]^{-1}[E_K].$$

Из этого семейства формул в итоге получаем матричное выражение для искомых токов исходной схемы в виде уравнения, которое представим, опуская квадратные скобки у матриц, в виде

$$I_K = Z_K^{-1} \{ 1 - C_{III} (Z_{ВIII}^{-1} + C_{III} Z_K^{-1} C_{III})^{-1} C_{III} Z_K^{-1} \} E_K. \quad (8)$$

Отметим, что применение формулы (8) требует обращения трех матриц, однако порядок каждой из них гораздо меньше числа независимых контурных токов системы в целом. Эта формула идентична выражению, представляющему решение уравнений ортогональной цепи, на которых основывается метод диакоптики Г. Крона.

**Числовой пример.** Для схемы, представленной на рис. 3, требуется найти токи в ветвях рассмотренным выше методом. Схема делится на три части, как показано на рис. 3 волнистыми линиями разреза. Положительные направления для токов в ветвях и контурных токов выбираются произвольно, но с учетом указанных выше ограничений. Значения индуктивных сопротивлений ветвей указаны на схеме в омах. Значения ЭДС в ветвях также заданы:  $E_1 = j120$  В;  $E_7 = j120$  В;  $E_4 = j160$  В. Решение проведем по рассмотренному алгоритму, опуская перед числовыми значениями сопротивлений символ  $j$  и объединяя последовательно включенные сопротивления в ветвях 1 и 7.

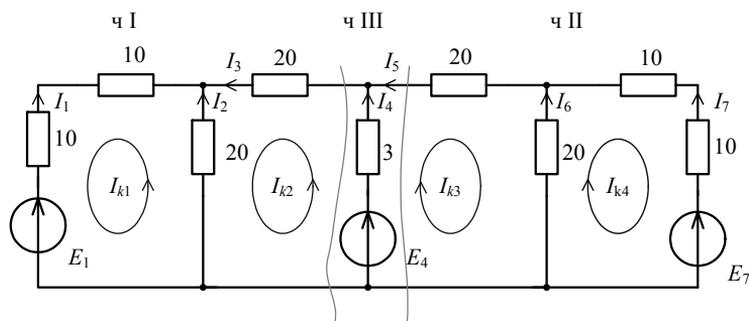


Рис. 3. Рассчитываемая электрическая цепь

1. Составим уравнение «элементарной» цепи исследуемой схемы  $E_B = Z_B I_B$  в матричной форме

120	20							$I_1$
		20						$I_2$
			20					$I_3$
				20				$I_5$
					20			$I_6$
120						20		$I_7$
160							3	$I_4$

В этом матричном уравнении в первом столбце перечисляются значения ЭДС соответствующих ветвей, номера которых определяются номерами токов ветвей, составляющих столбец неизвестных величин, подлежащих определению. Токи составляют группы, относящие ветви к определенным подсистемам. Поэтому ток  $I_4$ , образующий третью группу, представлен последним в столбце токов в правой части уравнения. Напомним, что в матричных операциях необходимо строго соблюдать порядок следования элементов всех участвующих в преобразованиях матриц. Естественно, что при применении ЭВМ этот порядок сохраняется автоматически.

2. Выразим токи ветвей через токи контуров с помощью матрицы преобразования  $I_B = CI_K$ . Имеем

$$\begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_4 \end{matrix} = \begin{matrix} -1 & & & \\ 1 & -1 & & \\ & 1 & & \\ & & -1 & \\ & & -1 & 1 \\ & & & -1 \\ & 1 & 1 & \end{matrix} \cdot \begin{matrix} I_{K1} \\ I_{K2} \\ I_{K3} \\ I_{K4} \end{matrix}.$$

3. Вычислим последовательно, следуя предложенному алгоритму, компоненты матриц:

$$Z_{KI} = C_{i,I} Z_I C_{I,I} = \begin{matrix} -1 & 1 & & \\ & -1 & 1 & \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 20 & & & \\ & 20 & & \\ & & 20 & \end{matrix} \cdot \begin{matrix} -1 & \\ 1 & -1 \\ & 1 \end{matrix} = \begin{matrix} 40 & -20 \\ -20 & 40 \end{matrix},$$

$$Z_{KII} = C_{ii,I} Z_I C_{I,I} = \begin{matrix} -1 & -1 & & \\ & 1 & -1 & \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 20 & & & \\ & 20 & & \\ & & 20 & \end{matrix} \cdot \begin{matrix} -1 & \\ -1 & 1 \\ & -1 \end{matrix} = \begin{matrix} 40 & -20 \\ -20 & 40 \end{matrix},$$

$$Z_{III} = 3; (Z_{III})^{-1} = \frac{1}{3}.$$

$$Z_K = \begin{matrix} 40 & -20 & & \\ -20 & 40 & & \\ & & 40 & -20 \\ & & -20 & 40 \end{matrix}; (Z_K)^{-1} = \frac{1}{120} \begin{matrix} 40 & 20 & & \\ 20 & 40 & & \\ & & 40 & 20 \\ & & 20 & 40 \end{matrix}$$

4. Определяем слагаемое

$$C_{III} (Z_K)^{-1} C_{III} = \begin{matrix} & & & \\ & 1 & 1 & \\ & & & \end{matrix} \cdot \frac{1}{120} \begin{matrix} 40 & 20 & & \\ 20 & 40 & & \\ & & 40 & 20 \\ & & 20 & 40 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} & & & \\ & 1 & & \\ & 1 & & \\ & & & \end{matrix} = \frac{2}{3}.$$

Тогда получаем

$$(Z_{III})^{-1} + C_{III} (Z_K)^{-1} C_{III} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1.$$

Следовательно, обратная величина от последнего выражения равна 1, а второе слагаемое в фигурных скобках уравнения (8) будет

$$\begin{matrix} & & & \\ & 1 & & \\ & 1 & & \end{matrix} \cdot \begin{matrix} & & & \\ & 1 & 1 & \\ & & & \end{matrix} \cdot \frac{1}{120} \begin{matrix} 40 & 20 & & \\ 20 & 40 & & \\ & & 40 & 20 \\ & & 20 & 40 \end{matrix} =$$

$$= \frac{1}{120} \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline 20 & 40 & 40 & 20 \\ \hline 20 & 40 & 40 & 20 \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}, \frac{1}{120} \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 120 & & & \\ \hline -20 & 80 & -40 & -20 \\ \hline -20 & -40 & 80 & -20 \\ \hline & & & 120 \\ \hline \end{array}.$$

Рядом с полученной матрицей приведена матрица, представляющая собой полное выражение в фигурных скобках формулы (8), которая определена как разность диагональной единичной матрицы и полученной выше.

5. На заключительном этапе находим искомые контурные токи и токи всех ветвей исследуемой системы

$$\begin{array}{|c|} \hline I_{K1} \\ \hline I_{K2} \\ \hline I_{K3} \\ \hline I_{K4} \\ \hline \end{array} = \frac{1}{120} \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 40 & 20 & & \\ \hline 20 & 40 & & \\ \hline & & 40 & 20 \\ \hline & & 20 & 40 \\ \hline \end{array} \cdot \frac{1}{120} \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 120 & & & \\ \hline -20 & 80 & -40 & -20 \\ \hline -20 & -40 & 80 & -20 \\ \hline & & & 120 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline -120 \\ \hline 160 \\ \hline 160 \\ \hline -120 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline -24,44 \\ \hline 11,11 \\ \hline 11,11 \\ \hline -24,44 \\ \hline \end{array};$$

$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_5$	$I_6$	$I_7$	$I_4$
24,44	-35,55	11,11	-11,11	-35,55	24,44	22,22

**Выводы.** 1. Предложен алгоритм расчета сложных многоконтурных сетей по частям, позволяющий благодаря использованию свойств активного двухполосника применять его для исследования изолированных подсистем, не прибегая к построению цепи пересечений.

2. Алгоритм может быть легко реализован для практических расчетов на ЭВМ в вычислительных комплексах, использующих программы расчета систем по частям.

#### Литература

1. Архангельский Н.Л., Курнышев Б.С., Захаров П.А. Применение тензорной методологии к описанию электромагнитных процессов в асинхронном двигателе // *Электричество*. 1995. № 2. С. 37–39.
2. Воронов П.Л., Попова Н.Я., Щедрин В.А. Практическое применение уравнений ортогональной цепи // *Математические модели и их приложения*. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2010. Вып. 12. С. 76–84.
3. Крон Г. Исследование сложных систем по частям – диакоптика. М.: Наука, 1972. 544 с.
4. Крон Г. Тензорный анализ сетей. М.: Сов. радио, 1978. 720 с.
5. Сохор Ю.Н. Применение coarray Fortran для реализации тензорной диакоптики на многоядерной архитектуре Intel® Manycore Testing Lab [Электронный ресурс]. URL: <https://software.intel.com/ru-ru/articles/mtl-coarray-fortran>.
6. Щедрин В.А., Ермолаева Н.М. Усовершенствованная методика расчета электрических систем методом диакоптики в случае изолированных подсистем // *Автоматизация и надежность электроснабжения промышленных предприятий*. Чебоксары: Чуваш. ун-т, 1984. С. 22–28.
7. Bowden K. Kron's Method of Tearing on a Transputer Arrey. *The Computer Journal*, 1990, vol. 33(5), pp. 453–459.
8. Jalili-Marandi V., Zhiyin Zhou, Dinavahi V. Large-Scale Transient Stability Simulation of Electrical Power Systems on Parallel GPUs. *IEEE transactions on parallel and distributed systems*, 2012, vol. 23, № 7, pp. 1255–1266.
9. Numrich R.W., Reid J.K. Co-Array Fortran for parallel programming. *ACM Fortran Forum*, 1998, vol. 17(2). pp. 1–31.

## References

1. Arhangelskiy N.L. Kurnyishev B.S. Zaharov P.A. *Primenenie tenzornoj metodologii k opisaniiyu elektromagnitnykh protsessov v asinhronnom dvigatele* [Application of tensor methodology to describe the electromagnetic processes in asynchronous motor]. *Elektrichestvo* [Electricity], 1995, no. 2, pp. 37–39.
2. Voronov P.L., Popova N.Ya., Shchedrin V.A. *Prakticheskoe primenenie uravneniy ortogonalnoy tsepi* [Practical application of the equations of orthogonal chain]. *Matematicheskie modeli i ih prilozheniya* [Mathematical models and their applications]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2010, Issue 12, pp. 76–84.
3. Kron G. *Diakoptics. The piecewise solution of large-scale systems*. London, 1963. 166 p. (Russ. ed.: Kron G. *Issledovanie slozhnykh sistem po chastyam – diakoptika*. Moscow, Nauka Publ., 1972).
4. Kron G. *Tensor Analysis of Networks*. London, 1965, 635 p. (Russ. ed.: Kron G. *Tenzornyiy analiz setey*. Moscow, Sovetskoe radio, 1978, 720 p.).
5. Sohor Yu.N. *Primenenie coarray Fortran dlya realizatsii tenzornoj diakoptiki na mnogoyadernoy arhitekture Intel® Manycore Testing Lab* [Application coarray Fortran to implement tensor Diakoptics on multi-core architectures Intel® Manycore Testing Lab]. Available as: <https://software.intel.com/ru-ru/articles/mtl-coarray-fortran>.
6. Shchedrin V.A., Ermolaeva N.M. *Uovershenstvovannaya metodika rascheta elektricheskikh sistem metodom diakoptiki v sluchae izolirovannykh podsystem* [Improved method for calculating electrical systems by Diakoptics in the case of isolated subsystems]. *Avtomatizatsiya i nadezhnost elektrosnabzheniya promyshlennykh predpriyatii* [Automation and reliability of power supply of industrial enterprises]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 1984, pp. 22–28.
7. Bowden K. Kron's Method of Tearing on a Transputer Arrey. *The Computer Journal*, 1990, vol. 33(5), pp. 453–459.
8. Jalili-Marandi V., Zhiyin Zhou, Dinavahi V. Large-Scale Transient Stability Simulation of Electrical Power Systems on Parallel GPUs. *IEEE transactions on parallel and distributed systems*, 2012, vol. 23, № 7, pp. 1255–1266.
9. Numrich R.W., Reid J.K. Co-Array Fortran for parallel programming. *ACM Fortran Forum*, 1998, vol. 17(2). pp. 1–31.

---

**ВОРОНОВ ПАВЕЛ ЛЕОНИДОВИЧ** – аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (plv911@mail.ru).

**VORONOV PAVEL** – post-graduate student of Industrial Enterprises Power Supply Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 621.311.1  
ББК 3211

П.Л. ВОРОНОВ, В.А. ЩЕДРИН

### ЭКВИВАЛЕНТИРОВАНИЕ И УПРОЩЕНИЕ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО ЧАСТЯМ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ

**Ключевые слова:** электрическая система, эквивалентирование, матричный метод, матрица преобразования, уравнения синхронных машин.

Рассматриваются математические способы эквивалентирования и упрощения электрических систем на основе применения матричных преобразований и расчета сетей по частям. Под эквивалентированием понимается процедура некоторого расчета, имеющего своей целью составление упрощенной схемы замещения существующей или проектируемой энергосистемы и использования ее для дальнейших исследований посредством физического или математического моделирования. Существенным моментом в построении эквивалентов при математическом моделировании является не физическое подобие эквивалента и оригинала, а критерий соответствия протекания процессов в них. Это достигается тем, что уравнения обоих объектов носят тензорный характер. На основе тензорного метода и диаоптики в работе строится на конкретном примере сложной сети ее эквивалентная топологическая модель с сохранением числа узлов исходной сети и эквивалента решений. Рассмотрены также эквиваленты сложной системы, в которых сохраняются лишь узлы, к которым присоединены электрические машины. На их основе осуществлен расчет с учетом явнополюсности синхронных генераторов.

P. VORONOV, V. SHCHEDRIN  
EQUALIZING AND SIMPLIFYING PIECEWISE ANALYSIS  
OF LARGE-SCALE ELECTRICAL SYSTEMS

**Key words:** electrical system, equalization, matrix method, connection matrix, equation of synchronous machine.

The article deals with mathematical methods of equalizing and simplifying the electrical systems by applying matrix transformations and piecewise calculation of networks. Equalization is defined as a calculation procedure intended to draw up a simplified equivalent circuit for an existing or planned power system and its further use in research by physical or mathematical modeling. However, the essential point in constructing equivalents by mathematical modeling is not the physical similarity of the equivalent and the original, but the criterion of conformity of the processes that occur in both. This is achieved by tensor character of equalizing both objects. The article shows the construction of a topology model equivalent to the specific complex network with preservation of the original network nodes and solutions equivalent based on the tensor method and Diakoptics. We consider also equivalents for a complex system with preservation of only those nodes that are connected with electric machines. Based on this, we made a calculation with an allowance for the salient pole synchronous generators.

Современные электроэнергетические системы характеризуются очень сложной структурой схем электрических соединений и огромным множеством элементов, которые обуславливают в установившихся и переходных режимах различные явления и сопровождающие их процессы, не поддающиеся анализу без принятия различного рода допущений, эквивалентирования и упрощения схем замещения и математических моделей. Реальная система всегда заменяется упрощенной моделью. Поэтому проблема построения моделей, наиболее полно отражающих действительные процессы, всегда является актуальной.

К процессу эквивалентирования сложных электрических систем можно подходить с различных точек зрения. Наиболее полно вопросы эквивалентирования и упрощения электрических систем при моделировании изложены в фундаментальных работах [1, 4]. Существенным моментом тех или иных методов эквивалентирования является требование физического подобия эквивалента оригиналу. Это крайне важно для дальнейшего применения эквивалента, например, в электродинамических моделях электроэнергетических систем. Но в случаях использования эквивалента в математических моделях на ЭЦВМ требование физического подобия не имеет столь существенного значения и в принципе необязательно. Однако важным критерием при создании таких математических моделей является подтверждение того факта, что эквивалент действительно отражает процессы, происходящие в оригинале. Это достигается в том случае, когда система уравнений эквивалента носит тензорный характер. Этим самым подтверждается наличие группы матриц преобразования, позволяющей применять эквивалент в различных системах координат и получать уравнения с новыми компонентами.

Воспользуемся при осуществлении процедуры параметрического эквивалентирования тензорным методом Г. Крона [2], имея в виду, что параметрический вид эквивалентирования заключается в непосредственном использовании физических параметров оригинала и представляет собой чисто априорный метод.

Рассмотрим два способа эквивалентирования, которые целесообразно применять при исследовании режимов работы энергосистем: с сохранением в эквивалентной модели всех узлов оригинала и с сохранением только части узлов, к которым подключены генераторы и мощные моторные нагрузки, учитываемые при расчетах токов короткого замыкания для различных моментов времени.

**1. Построение эквивалентных схем в виде решений подсистем.** Тензорно-топологический метод Г. Крона [6] обладает замечательным свойством, суть которого состоит в создании эквивалентов, составляющих набор **решений** многоразового использования. Речь идет о том, что **решения**, найденные для отдельных подсистем или их фрагментов в численной или структурной форме, могут сохраняться и затем использоваться для определения **решений** еще более сложных электроэнергетических систем, которые эти фрагменты или подсистемы (эквиваленты) в себе содержат, соединенные самым разнообразным образом. При этом не требуется вовсе составлять и решать полные уравнения для всей исходной системы, представляющей оригинал. Полное решение формируется из полученных ранее решений фрагментов по правилам преобразования тензоров, представляющих собой совокупность различных параметров электрических систем.

Отмеченное свойство метода расчета по частям, или диакоптики, не проявляется при применении других известных методов расчета. Например, расчеты разветвленных электрических сетей по частям часто ассоциируются с тривиальным анализом электрических цепей с помощью метода контурных токов или методом узловых напряжений. Однако на самом деле диакоптика – это совершенно другой подход к решению систем, имеющий принципиаль-

ные отличия. Нельзя найти полное или общее *решение* системы из частных *решений* ее подсистем только узловым или только контурным методами.

Метод расчета по частям вытекает из теории ортогональной цепи [3, 5, 6]. В нем используется гораздо больше информации, нежели в названных методах, вместе взятых. Поэтому неправильным будет утверждение, что расчет по частям – тривиальное сложение этих двух методов. Он в явной или в завуалированной форме включает этап, связанный с построением дополнительной цепи – цепи пересечений. Когда в расчете по частям используется метод замкнутых путей токов (контурных токов), то дополнительная сеть пересечений, появляющаяся в процессе объединения решений отдельных частей, представляет собой узловую цепь. И наоборот, если применяется метод открытых путей токов (узловой метод), то цепь пересечений является контурной, что обусловлено неустранимой двойственностью электрических цепей. Рассмотрим применение диакоптики к эквивалентированию энергосистем.

Все преобразования при формировании эквивалентов решения проиллюстрируем на простом конкретном примере исходной электрической сети, показанной на рис. 1. Она состоит из связанных друг с другом трех одинаковых фрагментов, каждый из которых топологически идентичен и представлен на рис. 1 соответствующим линейным графом.

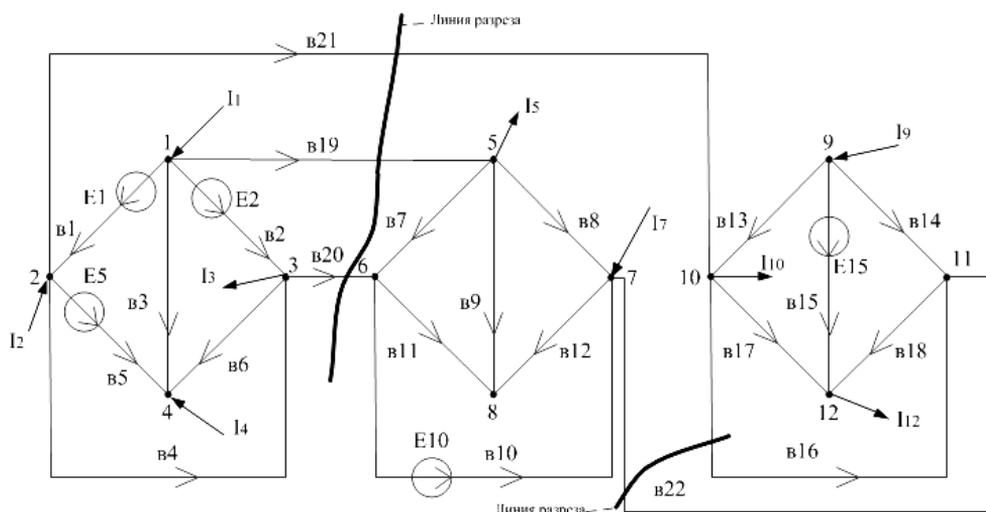


Рис. 1. Граф и источники возбуждения исследуемой разветвленной сети

Однако отдельные фрагменты (части) данной разветвленной сети возбуждены по-разному. К ряду их узлов приложены задающие токи (электрические нагрузки). Предположим, что значения этих токов определяются матрицей, записанной здесь в виде строки, т.е.

$$[J_y] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Верхняя строка ее перечисляет номера узлов сети, а в нижней строке представлены числовые значения приложенных к узлам токов (в амперах). Допустим

также, что в некоторые ветви сети включены источники напряжения (генераторы), ЭДС которых задаются строчной матрицей. Первая строка ее нумерует ветви, а вторая – представляет численные значения ЭДС (в вольтах)

$$[E_v] = \begin{bmatrix} v1 & v2 & \dots & v5 & \dots & \dots & v10 & \dots & \dots & v15 & \dots & v22 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Фрагменты сети соединены друг с другом линиями связи:  $v19, v20, v21, v22$ . Сопротивления ветвей и линий связи примем в данной сети равными 1 Ом.

Расчленим исходную сеть на три части (подсистемы) линиями разреза, как показано на рис. 1. Разрезанные ветви связей ( $v19, v20, v21, v22$ ) представим отдельно, получив тем самым три изолированных фрагмента и четыре отдельные ветви, принадлежащие исходной системе или сети. Задача заключается в том, чтобы осуществить замену фрагментов сети некоторыми эквивалентными подсистемами замещения, которые бы содержали полную информацию о фрагментах со стороны разрезанных ветвей. Отвлекаясь пока от электрических параметров источников возбуждения сети, построим топологические модели или эквивалентные подсистемы каждого из трех фрагментов, а также найдем решения для этих моделей, сохраняя в эквивалентных подсистемах число и нумерацию узлов соответствующих фрагментов сети. Тогда они будут представлять собой трехлучевые цепи типа «звезды», показанные в виде графа на рис. 2.

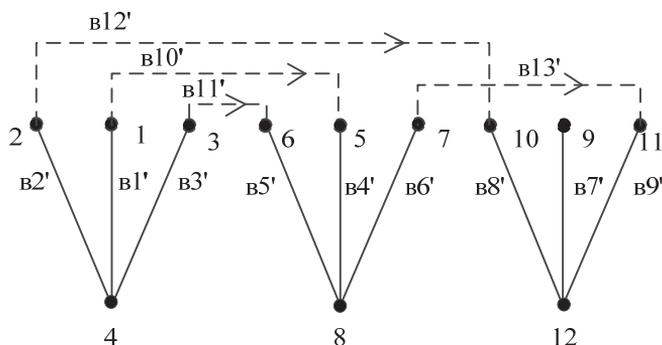


Рис. 2. Топологическая модель эквивалента разветвленной сети

Проводимости лучей являются узловыми матрицами. Пунктирными линиями на рис. 2 показаны линии связи (разрезанные ветви). Они понадобятся позже при определении матрицы решения исследуемой сети в целом. Обратим особое внимание на новую *перенумерацию* ветвей эквивалентной схемы ( $v1, v2', \dots, v13$ ). Топологическую модель, полученную путем сохранения числа узлов исходной сети, можно назвать *электрическим эквивалентом* ее, если узловая матрица каждого  $m$ -го фрагмента исходной сети равна соответствующей узловой матрице эквивалентной подсистемы т. е.  $[Y_y]_{m\Phi} = [Y_y]_{mЭ}$ .

Важно еще раз подчеркнуть, что схема (рис. 2) является эквивалентной к исходной сети лишь относительно узловых токов, но не относительно источников ЭДС ветвей.

Используя соответствующие матрицы и формулу преобразования  $[Y_y] = [A][Y_v][A_i]$  или известные правила составления матриц, находим матрицу узловых проводимостей:

$$[Y_y]_{1\mathcal{E}} = [Y_y]_{2\mathcal{E}} = [Y_y]_{3\mathcal{E}} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix},$$

а также и их решения в виде обратных матриц, которые называют матрицами узловых сопротивлений

$$[Z_y]_{1\mathcal{E}} = [Z_y]_{2\mathcal{E}} = [Z_y]_{3\mathcal{E}} = [Y_y]^{-1}_{1\mathcal{E}} = \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, полная матрица  $[Z_y]_{\mathcal{E}}$  решений или сопротивлений всей эквивалентной схемы с учетом сопротивлений разрезанных ветвей представлена ниже.

в	в1'	в2'	в3'	в4'	в5'	в6'	в7'	в8'	в9'	в10'	в11'	в12'	в13'
в1'	0,5	0,25	0,25										
в2'	0,25	0,5	0,25										
в3'	0,25	0,25	0,5										
в4'				0,5	0,25	0,25							
в5'				0,25	0,5	0,25							
в6'				0,25	0,25	0,5							
в7'							0,5	0,25	0,25				
в8'							0,25	0,5	0,25				
в9'							0,25	0,25	0,5				
в10'										1			
в11'											1		
в12'												1	
в13'													1

Вычислением этой матрицы завершается построение эквивалентной модели разветвленной сети (рис. 1). Модель представляет собой узловую схему с задающими токами. Для нашего примера она состоит из 13 ветвей и 12 узлов, включая и ветви соединения (связей). Однако в полученной эквивалентной модели всего 2 замкнутых контура, в то время как в исходной сети их 11. Следовательно, очень удобно провести дальнейший расчет эквивалентной схемы этой модели контурным методом. Ее можно эффективно использовать для анализа исходной сети с теми же 12 узлами и 22 ветвями.

Естественно, что полученные эквиваленты решений могут применяться при любых других связях между подсистемами, ими отображаемыми, а также с аналогичными эквивалентами решений иных систем, с которыми рассматриваемая здесь сеть может объединяться.

Рассмотрим некоторые особенности расчета эквивалентных схем. При анализе эквивалентных схем необходимо учитывать следующие обстоятельства. Матрица соединений (узел – ветвь)  $[A]_{\mathcal{E}}$  каждой подсхемы (рис. 1) является единичной матрицей, поскольку с каждым узлом в эквивалентной модели связана лишь одна единственная ветвь. Из этого условия следует, что  $[Y_{в}]_{\mathcal{E}} = [Y_y]_{\mathcal{E}} = [Y_y]_{\mathcal{F}}$ . В общем случае матрица  $[A]$  связывает напряжения узлов  $[U_y]$  и напряжения на зажимах ветвей  $[U_{в}]$  любой сети, причем всегда справедливо уравнение

$$[A] [Z_{в}]^{-1} ([U_{в}] + [E_{в}]) = 0.$$

Из него следует равенство

$$[Y_y] [U_y] = -[A] [Z_b]^{-1} [E_b].$$

Отсюда правомерно утверждение, что левая часть последнего уравнения зависит не только от ЭДС ветвей, но и от сопротивлений ветвей. Коль скоро эквивалентные модели для фрагментов исходной сети построены с соблюдением равенства заданных узловых токов сети и модели, то с учетом выполнения приведенного утверждения можно записать выражение

$$[J_y]_c - [A]_c [Z_b]_c^{-1} [E_b]_c = [J_y]_y. \quad (1)$$

Тогда ЭДС в ветвях модели будут  $[E_b]_y = 0$  и, следовательно:

$$[Y_y]_y [U_y]_y = [J_y]_y. \quad (2)$$

Чтобы решить уравнение (2), надо сначала определить матрицу узловых токов  $[J_y]_y$  из выражения (1). При этом обратим внимание на то, что в выражении (1) будут фигурировать для нашего примера узловые токи лишь 11 узлов, поскольку из матрицы преобразования, иногда называемой матрицей инцидентий, всегда исключается одна строка. Пусть это будет строка, относящаяся, например, к 12-му узлу исходной схемы. Кроме того, для конкретной сети обратная матрица сопротивлений ветвей единичная, поскольку значения сопротивлений всех ветвей заданы равными 1 Ом. В общем же случае она является просто диагональной.

Из-за громоздкости матриц, входящих в выражение (1) для рассматриваемого примера, они в статье не приводятся. Матрица  $[A]_c$  имеет порядок  $(22 \times 11)$ , а матрица  $[Z_b]_c^{-1}$ , соответственно, порядок  $(22 \times 22)$ . Обе они состоят только из единиц и нулей и поэтому операции с ними на ЭВМ не вызывают каких-либо затруднений. Приведем лишь результирующую столбцовую матрицу токов, состоящую из 11 элементов, в выражениях (1) и (2), записав ее в строку:

$$[J_y]_y = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Определив  $[J_y]_y$ , а также учитывая равенство  $[Y_y]_y = [Y_y]_c$ , нетрудно найти узловые напряжения  $[U_y]_y = [U_y]_c$  эквивалентной модели и исследуемой сети. Наиболее просто это сделать, как уже отмечалось, методом контурных токов. Если учесть, что в моделях эквивалентов  $[C]_y [E_b]_y = 0$ , то можно записать

$$[I_k] = -([C]_y [Z_b]_y [C]_y^T)^{-1} [C]_y [Z_b]_y [J_y]_y. \quad (3)$$

В уравнении (3) все параметры и матрица соединения  $[C]_y$  относятся к модели, показанной на рис. 2 с учетом подключенных линий связи, а также известного соотношения между токами  $[A]_y [J_b]_y = [J_y]_y$ .

Таким образом, после вычисления контурных токов могут быть найдены все узловые напряжения и остальные параметры режима исследуемой сети.

Подчеркнем, что эквивалентирование исследуемой сети можно было бы провести и дуальным методом, строя эквивалентные схемы контурного типа, т. е. предполагая, что матрица контурных сопротивлений фрагмента оригинала равна матрице ветвей подсхемы эквивалента. При этом исходными уравнениями были бы уравнения, составленные методом контурных токов, а результирующая эквивалентная схема рассчитывалась бы узловым методом. Однако в практике расчетов сложных электроэнергетических систем предпочтение практически всегда отдается методу узловых напряжений, которому соответствует прямой метод эквивалентирования, рассмотренный здесь.

Обратим также внимание на то, что со стороны разрезанных ветвей мы имеем эквивалентную копию исходной системы. Из нее можно найти и все корни характеристического уравнения системы в целом, которые необходимо знать при расчете переходных процессов.

**2. Упрощение и расчет схем замещения энергосистем, содержащих явнополюсные машины.** Нередко возникает необходимость в расчете токо-распределения в ветвях сложной энергосистемы и в определении мощностей генераторов при заданных величинах ЭДС и углов положения их роторов. Такие вычисления требуются также при расчете начальных значений свободных периодических токов в анализе переходных процессов и динамической устойчивости, например, методом последовательных интервалов. Значительные трудности возникают, когда в энергосистеме имеют место машины с явно выраженными полюсами, которые нельзя представить в виде единой эквивалентной схемы замещения. Ранее был предложен метод расчета такого рода систем, основанный на общих уравнениях машин, усложненных введением комплексно-сопряженных величин. Однако с увеличением числа узловых точек и числа машин в энергосистеме такие расчеты существенно затруднены. Между тем для решения подобного рода задач можно также воспользоваться тензорным методом Крона и выполнить все вычисления для сложной системы на ЭВМ с помощью матриц преобразования, разделяя систему и эквивалентизируя ее отдельные части.

Разделение системы целесообразно производить путем выборки узлов, к которым подключены синхронные машины, и отсоединения их от этих узлов электрической сети. После данной операции надо записать уравнения каждой из машин в виде упрощенных уравнений Парка – Горева:  $U_d = -\psi_q$ ,  $U_q = -\psi_d$ , которые вполне допустимо применять при выполнении указанных выше расчетов [6]. Затем с учетом выбранного положительного направления токов (от генераторов к узлам сети) надо представить уравнения напряжений явнополюсных машин в виде:  $U_d = X_q I^q$  и  $U_q = E_q - X_d I^d$ , где индексы  $d$ ,  $q$  подчеркивают, что составляющие напряжений и токов являются проекциями на вращающиеся координатные оси  $d$ ,  $q$ , жестко связанные с роторами машин. Верхние индексы для токов принимаются как для контравариантных векторов, в отличие от нижних индексов у напряжений, являющихся ковариантными векторами и имеющих иной закон преобразования при замене координат. В случае расчетов динамической устойчивости (с учетом АРВ) необходимо в уравнениях машин использовать переходные значения ЭДС  $E'_q$  и  $X'_d$ , а для неявнополюсных синхронных машин принимать  $X_q = X_d$ .

Следовательно, исходные уравнения каждой отдельной машины можно записать в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 0 \\ E_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -X_q \\ X_d & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I^d \\ I^q \end{bmatrix}$$

или в тензорных обозначениях сразу для всех машин

$$E_\mu - U_\mu = Z_{\mu\nu} I^\nu, \quad (4)$$

где  $Z_{\mu\nu}$  – полное сопротивление машин, т.е. с учетом активных составляющих, которыми, как правило, пренебрегают.

Уравнения оставшейся части электрической сети целесообразно записать в форме уравнений узловых напряжений. Однако оставшуюся часть схемы желательно упростить относительно генераторных узлов, исключив тем самым остальные узлы сети. В результате такого упрощения находятся входные и взаимные проводимости относительно узлов, к которым присоединены генераторы. Данную операцию можно провести путем свертывания схемы, применяя поочередные преобразования трехлучевых соединений ветвей «звездой» в соединение «треугольником». Но для мало-мальски сложной сети такой метод упрощения практически неприемлем. Поэтому предлагается проводить исключение узлов матричным преобразованием схем методом редуцирования.

Для этого предварительно следует перенумеровать узлы системы, отнеся индексы от 1 до  $k$  к генераторным узлам и от  $(k+1)$  до  $n$  ко всем остальным. Далее надо заменить каждый из токов, представляющий электрическую нагрузку или замыкание (если такое имеется), произведением эквивалентной проводимости на напряжение соответствующего узла

$$I_{k+1} = \frac{P_{k+1} + jQ_{k+1}}{U_{k+1}^2} = Y_{k+1}U_{k+1}$$

и подставить его, перенеся в левую часть исходного матричного уравнения. Тогда получим следующую систему уравнений в матричной форме

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & \dots & -Y_{1k+1} & \dots & -Y_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -Y_{k+11} & -Y_{k+12} & \dots & Y_{k+1k+1} - Y_{k+1} & \dots & -Y_{k+1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -Y_{n1} & -Y_{n2} & \dots & Y_{k+1n} & \dots & Y_{nn} - Y_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ \dots \\ U_{k+1} \\ \dots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

В упрощенном виде это уравнение можно записать как

$$\begin{bmatrix} Y_{QQ} & Y_{QN} \\ Y_{NQ} & Y_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_Q \\ U_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_Q \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Разрешая это матричное уравнение относительно токов генераторных узлов, находим

$$I_Q = [Y_{QQ} - Y_{QN}(Y_{NN})^{-1}Y_{NQ}]U_Q = Y_Q U_Q. \tag{5}$$

Матрица  $Y_Q$  представляет своими компонентами входные и взаимные проводимости эквивалентной сети, которая включает только узлы присоединения генераторов. Например, если в исходной сети будет только два узла, то имеют место лишь три различных проводимости, если в схеме три узла, то из девяти составляющих шесть являются различными проводимостями, и т.д. Число компонент быстро растет с увеличением количества узлов. В общем случае рекомендуется применять ЭВМ, а все преобразования выполнять с помощью соответствующих матриц преобразования, используя тензорное уравнение (4) и аналогичное уравнение эквивалентной сети

$$I^\beta = Y^{\beta\alpha}U_\alpha, \tag{6}$$

представляющее собой выражение (5) в тензорной форме записи, удобной для выполнения последующих преобразований. Компоненты матрицы  $Y^{\beta\alpha}$  являются комплексными числами. Однако для дальнейшего расчета ком-

плексные проводимости требуется представлять в виде матриц с действительными числами, поскольку уравнения машин в осях  $d, q$  записаны нами не в комплексной форме.

Напомним, что комплексные сопротивления  $r + jx$  и комплексные проводимости  $g - jb$  представляются в виде матриц с вещественными числами соответственно следующим образом:

$$z = \begin{bmatrix} r & x \\ -x & r \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} g & -b \\ b & g \end{bmatrix}.$$

Тогда в развернутом виде в системе осей сети  $D, Q$  матрица проводимостей  $Y^{\beta\alpha}$  будет

$$\begin{array}{c|cccccccc} D1 & g_{11} & -b_{11} & g_{12} & -b_{12} & \cdots & g_{1k} & -b_{1k} \\ Q1 & b_{11} & g_{11} & b_{12} & g_{12} & \cdots & b_{1k} & g_{1k} \\ \cdots & \cdots \\ Dk & g_{kk} & -b_{kk} & g_{k2} & -b_{k2} & \cdots & g_{kk} & -b_{kk} \\ Qk & b_{kk} & g_{kk} & b_{k2} & g_{k2} & \cdots & b_{kk} & g_{kk} \end{array}.$$

На завершающем этапе уравнения машин (4) и уравнения сети (6) объединяются с помощью матрицы преобразования  $C_v^v$  в координатах  $D, Q$  сети. Эта матрица является ключом к решению поставленной задачи. Она составляется с учетом того, что оси каждой конкретной  $m$ -й машины  $d_m, q_m$  повернуты на заданный угол  $\theta_m$  относительно осей  $D, Q$  сети, и для одной машины имеет вид

$$C_m^{m'} = \begin{bmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix}.$$

Количество машин в системе может быть гораздо больше числа узлов, поскольку к одному узлу может присоединяться несколько генераторов или даже электрических станций. Следовательно, связь между составляющими напряжений  $U_\mu$  на зажимах машины, в осях, жестко связанных с ротором, и составляющими напряжений  $U_\alpha = U_{\mu'}$  в узлах сети будут определяться выражением  $U_\mu = C_\mu^{\mu'} U_{\mu'}$ . Матрица преобразования  $C_\mu^{\mu'}$  будет прямоугольной. Число столбцов ее равно удвоенному числу генераторных узлов, а строк – удвоенному количеству машин.

После составления этой матрицы преобразования по известным значениям ЭДС и углам положения роторов нетрудно определить токораспределение в сети и мощности генераторов с помощью следующих операций с матрицами.

Из уравнения (4) получаем выражение  $I^v = (Z_{\mu v})^{-1} (E_{q\mu} - U_\mu)$ , где  $(Z_{\mu v})^{-1} = Y^{v\mu}$ . Коль скоро токи машин в неподвижных осях сети равны токам сети, справедлива формула  $I^\beta = I^v = C_v^v I^v$  и, следовательно, ток сети находится из выражения

$$I^\beta = I_{v'}^\beta (C_v^v Y^{v\mu} E_{q\mu} - C_v^v Y^{v\mu} C_\mu^{\mu'} U_{\mu'}). \quad (7)$$

Далее, поскольку  $U_\alpha = U_{\mu'}$ , то, используя выражение (6), получаем

$$U_\alpha = (Y^{\beta\alpha} + C_v^v Y^{v\mu} C_\mu^{\mu'})^{-1} C_v^v Y^{v\mu} E_{q\mu}. \quad (8)$$

Вычислив  $U_\alpha$ , последовательно определяем:  $U_\mu = C_\mu^{\mu i} U_\mu^i$ ,  $I^\nu = (Z_{\mu\nu})^{-1}(E_{q\mu} - U_\mu)$ ,  $I^\beta = 1_{\nu}^\beta C_\nu^{\nu i} I^\nu$  и  $P_m = U_{dm} I^{dm} + U_{qm} I^{qm}$ .

**Числовой пример.** В качестве примера, иллюстрирующего процедуру объединения уравнений машин и электрической сети, рассмотрим систему, состоящую из трех генераторов, которые присоединены к двум узлам (рис. 1). Будем предполагать, что упрощение сети путем исключения всех узлов, не связанных с подключением машин, уже выполнено. Пусть заданы следующие параметры генераторов и сети:

- G – 1:  $E_{q1} = 2$ ,  $X_{d1} = 2$ ,  $X_{q1} = 1,25$ ,  $\theta_1 = 0^\circ$ ;
- G – 2:  $E_{q2} = 2,1$ ,  $X_{d2} = 1,4$ ,  $X_{q2} = 1,4$ ,  $\theta_2 = 12^\circ$
- G – 3:  $E_{q3} = 1,8$ ,  $X_{d3} = 4,5$ ,  $X_{q3} = 2,8$ ,  $\theta_3 = -12^\circ$ ;
- сеть:  $Z_{12} = j$ ;  $Z_1 = 3,2 + j2,4$ ;  $Z_2 = 0,5 + j0,5$ .

Требуется определить активные мощности машин.

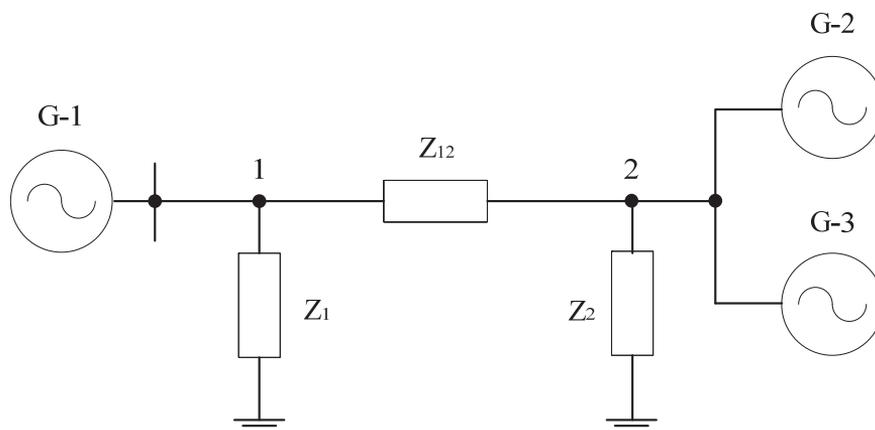


Рис. 3. Схема примера расчета мощностей генераторов

1. По заданным сопротивлениям ветвей сети определяем проводимости ветвей  $Y_{12} = j$ ;  $Y_{11} = 0,2 - j1,15$ ;  $Y_{22} = 1 - j2$  и записываем матрицу проводимостей в осях координат сети

$$Y^{\beta\alpha} = \begin{bmatrix} 0,2 & 1,15 & 0 & -1 \\ -1,15 & 0,2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Находим матрицу проводимостей машин во вращающейся системе координат

$$Y^{\nu\mu} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,715 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,222 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,358 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. Устанавливаем матрицу преобразования  $C_{\mu}^{\mu'}$  из условий поворота осей машин на соответствующие углы  $\theta_m$

$$C_{\mu}^{\mu'} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \cos \theta_1 & \sin \theta_1 & & \\ \hline -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 & & \\ \hline & & \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ \hline & & -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 \\ \hline & & \cos \theta_3 & \sin \theta_3 \\ \hline & & -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & & \\ \hline 0 & 1 & & \\ \hline & & 0,978 & 0,208 \\ \hline & & -0,208 & 0,978 \\ \hline & & 0,978 & -0,208 \\ \hline & & 0,208 & 0,978 \\ \hline \end{array}.$$

4. Вычислив

$$C_{\mu}^{\mu'} Y^{\nu\mu} C_{\nu}^{\nu'} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ \hline -0,8 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -0,03 & 0,98 \\ \hline 0 & 0 & -1,07 & 0,03 \\ \hline \end{array},$$

находим

$$(Y^{\beta\alpha} + C_{\nu}^{\nu'} Y^{\nu\mu} C_{\mu}^{\mu'}) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,2 & 1,65 & 0 & 1 \\ \hline -1,95 & 0,2 & 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0,97 & 2,98 \\ \hline 1 & 0 & -3,07 & 1,03 \\ \hline \end{array}.$$

Так как

$$C_{\nu}^{\nu'} Y^{\nu\mu} E_{q\mu} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 1,86 & 0,227 \\ \hline \end{array},$$

то из (8) получаем матрицу составляющих напряжений в осях сети

$$U_{\alpha} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,279 & 1,122 & 0,320 & 0,906 \\ \hline \end{array}.$$

5. Зная  $U_{\alpha} = U_{\mu'}$ , по приведенным выше формулам находим матрицы:

$$U_{\mu} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,279 & 1,112 & 0,501 & 0,818 & 0,125 & 0,951 \\ \hline \end{array};$$

$$I^{\nu} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,439 & 0,223 & 0,915 & 0,358 & 0,189 & 0,045 \\ \hline \end{array}.$$

6. Ток  $I^{\beta} = I^{\nu} = C_{\nu}^{\nu'} I^{\nu}$  можно вычислить и по формуле (6), но найти ток машин с помощью выражения  $I^{\nu} = C_{\nu}^{\nu'} I^{\nu'}$  не удастся, поскольку обратной у прямоугольной матрицы преобразования не существует. Используя (6), вычисляем ток сети

$$I^{\beta} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0,439 & 0,223 & 1,021 & 0,539 \\ \hline \end{array}.$$

7. Определяем мощности генераторов:

$$P_1 = 0,279 \times 0,439 + 1,112 \times 0,223 = 0,37;$$

$$P_2 = 0,501 \times 0,915 + 0,819 \times 0,358 = 0,75;$$

$$P_3 = 0,125 \times 0,189 + 0,951 \times 0,045 = 0,06.$$

**Выводы.** 1. Применение тензорного метода и метода диакоптики позволяет осуществлять эквивалентирование разветвленных электроэнергетических систем и находить их эквиваленты с помощью несингулярных матриц преобразования.

2. Использование этих эквивалентов дает возможность определять методом преобразования координат объединенные решения систем в целом.

3. Эквивалентирование энергосистем на основе инвариантности мощности при преобразованиях позволяет получать точные эквиваленты подсистем, их решения с минимумом затрат времени счета и объема памяти ЭВМ, а также создавать библиотеку эквивалентов, которые могут применяться в дальнейших исследованиях.

#### Литература

1. Жуков Л.А., Стратан И.П. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем. М.: Энергия, 1979. 404 с.
2. Крон Г. Тензорный анализ сетей. М.: Сов. радио, 1979. 720 с.
3. Хэпп Х. Диакоптика и электрические цепи. М.: Мир, 1974. 346 с.
4. Щедрин Н.Н. Упрощение электрических систем при моделировании. М.: Энергия, 1966, 168 с.
5. Щедрин В.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. 422 с.
6. Kron G. Diakoptics – The Piece-wise solution of large scale systems. London, 1963, 468 p.

#### References

1. Zhukov L.A. Stratan I.P. *Ustanovivshiesya rezhimy slozhnykh elektricheskikh setei i sistem* [Steady-state regimes of complex electrical networks and systems]. Moscow, Energiya Publ., 1979, 416 p.
2. Kron G. Tensor Analysis of Networks. London, 1965, 635 p. (Russ. ed.: Kron G. Tenzorniy analiz setei. Moscow, Sovetskoe radio, 1978, 720 p.).
3. Happ H. Diakoptics and Networks. N.Y., 1971 (Russ. ed.: Happ H. Diakoptika i elektricheskie tsepi. Moscow, Mir Publ., 1974, 346 p.).
4. Shchedrin N.N. *Uproshchenie elektricheskikh sistem pri modelirovanii* [Simplification of electrical systems in the simulation]. Moscow; Leningrad, Energiya Publ., 1966, 160 p.
5. Shchedrin V.A. *Elektromagnitnye perekhodnye protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Electromagnetic transients in power systems]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2007, 346 p.
6. Kron G. Diakoptics – The Piece-wise solution of large scale systems. London, 1963, 468 p.

---

**ВОРОНОВ ПАВЕЛ ЛЕОНИДОВИЧ. См. с. 43.**

**ЩЕДРИН ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ** – кандидат технических наук, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (chedrin@chuvsu.ru).

**SHCHEDRIN VLADIMIR** – candidate of technical sciences, professor of Industrial Enterprises Power Supply Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 621.311.1(075.8)  
ББК 31.2

А.Д. ВОХИДОВ, Г.А. НЕМЦЕВ

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКЕ

**Ключевые слова:** потери мощности, несимметрия, прямая, обратная и нулевая последовательность, ток, коэффициент нулевой последовательности по току, алгоритм расчета.

На основе анализа существующих методик по определению потерь при несимметричной нагрузке в распределительных сетях 0,4 кВ разработана методика, основанная на определении составляющей нулевой последовательности. Предложен алгоритм расчета дополнительных потерь от несимметрии нагрузки. Выведена зависимость этих потерь от коэффициента нулевой последовательности по току. Методика имеет погрешность не более  $\pm 3\%$  по сравнению с расчетными данными.

A. VOKHIDOV, G. NEMTSEV

### DEFINITION OF POWER LOSSES IN CASE OF UNBALANCED LOAD

**Key words:** power losses; asymmetry, direct, reverse and zero-phase-sequence, current, zero-phase-sequence current coefficient, calculation algorithm.

Based on the analysis of existing methods of determining losses in case of unbalanced load in 0,4 kV distribution networks there was developed a methodology based on the determination of the zero-phase-sequence component. We proposed an algorithm to calculate additional losses due to load unbalance and found out the dependence of these losses on the zero-phase-sequence current coefficient. The method has calculation accuracy of  $\pm 3\%$ .

На современном этапе развития энергетики при эксплуатации распределительных электросетей (РЭС) требуется качественно иной подход к оптимизации режимов их работы. Это обусловлено снижением показателей надежности электроэнергетического оборудования вследствие выработки ресурса, больших потерь активной и реактивной мощности из-за несимметрии токовой загрузки фаз линий, неполнофазных режимов, несанкционированного отбора электроэнергии, низкого качества электроэнергии, её дефицита в зимний период, что в основном наблюдается в сельской местности, недостаточной мощности компенсирующих устройств и т.д.

Перечисленное свидетельствует о том, что в нормальном режиме значения параметров, определяющих надёжность, качество и экономичность передачи, распределения и поставки электроэнергии, близки к границам допустимости. Структурная оптимизация режима сетей, направленная на улучшение одного из них, имеет место при одноцелевой оптимизации, неизбежно вызывает износ электротехнических материалов и другие негативные последствия. Например, минимизация суммарных потерь активной мощности сильно изменяет уровни напряжения в узлах сети. При отсутствии регулирующих устройств рост напряжений в узлах в соответствии со статическими характеристиками нагрузки приводит к увеличенному потреблению мощности и энергии. Следствием этого является нарушение балансов мощности и энергии в системе.

В настоящее время разработан ряд методик расчета потерь в сетях 0,4 кВ при несимметричной нагрузке\*. Эти методики основаны на определении ко-

\* Современные методы и средства расчета, нормирования и снижения технических и коммерческих потерь электроэнергии в электрических сетях: информ.-метод. материалы междунар. науч.-техн. семинара (Москва, 20–24 ноября 2000 г.).

эффицентом неравномерности нагрузки фаз K1 и K2 как отношения токов двух фаз к току наиболее загруженной из трех фаз, т.е. K1 и K2 изменяются от 0 до 1. Кроме того, методика требует определения отношения  $R_0/R_\phi$ , где  $R_0$  и  $R_\phi$  – сопротивления нулевого и фазного проводов, соответственно. Исходя из этих параметров определяется коэффициент дополнительных потерь  $K_{2п}$ , по значению которого и оцениваются дополнительные потери  $\Delta P_{нс}$  при несимметричной нагрузке относительно симметричной.

На наш взгляд, методика имеет ряд недостатков, главный из которых – определение  $\Delta P_{нс}$  является только оценочным. В связи с этим предлагается методика точного расчета  $\Delta P_{нс}$ , суть которой изложена ниже.

Для этого рассмотрим трехфазную сеть с несимметричной нагрузкой (рис. 1).

На рис. 1:  $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$  – напряжения фаз a, b, c, соответственно;  $R_{фа}, R_{фв}, R_{фс}$  – сопротивления распределительной сети фаз a, b, c;  $R_0$  – сопротивление нулевого провода;  $R_{на}, R_{нв}, R_{нс}$  – сопротивления несимметричной нагрузки в фазах a, b, c;  $I_a, I_b, I_c$  – токи несимметричной нагрузки по фазам.

Для упрощения будем считать, что нагрузка носит активный характер и сопротивления  $R_{фа} = R_{фв} = R_{фс} = R_0 = 1$  Ом.

Пусть в результате замеров были получены:

$$I_a = 11 \text{ А}, I_b = 18 \text{ А}, I_c = 20 \text{ А}.$$

В этом случае суммарная мощность, потребляемая нагрузкой, составляет

$$\sum P_n = U_a \cdot I_a + U_b \cdot I_b + U_c \cdot I_c = 220 \cdot (11 + 18 + 20) = 10\,780 \text{ Вт}.$$

Исходя из этой мощности, определим ток в фазах при симметричной нагрузке:

$$I_\phi = \sum P_n / \sqrt{3}U_{ном} = 16,38 \text{ А}.$$

В этом случае при симметричной нагрузке потери в распределительной сети будут равны:

$$\Delta P_c = 3I_\phi^2 \cdot R_\phi = 804,8 \text{ Вт}.$$

Определим ток  $I_0$  на нулевом проводе при несимметричной нагрузке:

$$\dot{I}_a = |I_a| = 11 \text{ А}; \quad \dot{I}_b = a^2 |I_b| = -9 + j15,59 \text{ А}; \quad \dot{I}_c = a |I_c| = -10 + j17,32 \text{ А};$$

Тогда значение  $\dot{I}_0 = \frac{1}{3}(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c) = -2,67 + j0,58 \text{ А}$ , а его модуль  $I_0 = 2,73 \text{ А}$ .

В общем случае при такой нагрузке появляются все три последовательности токов в схеме. Однако в силу симметричности обратной последовательности в нулевом проводе будет протекать только ток нулевой последовательности. В этом случае уместно определить коэффициент несимметрии токов по нулевой последовательности  $k_{0l}$ . Для этого определим значение тока прямой последовательности в одной из фаз, например А:

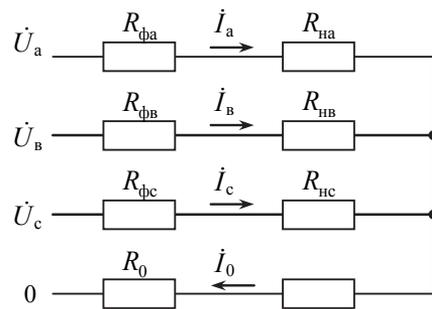


Рис. 1. Схема несимметричной системы электроснабжения

$$\dot{I}_{a1} = \frac{1}{3}(\dot{I}_a + a\dot{I}_b + a^2\dot{I}_c) = 16,03 \text{ А.}$$

тогда  $k_{0I} = \frac{I_{a0}}{I_{a1}} = 0,17$ .

Отметим, что обратная последовательность имеет значение

$$\dot{I}_{a2} = -2,3 - j0,58 \text{ А, а её модуль } 2,37 \text{ А.}$$

Определим потери в фазных проводах при несимметричной нагрузке

$$\Delta P_{\text{фнс}} = (\dot{I}_a^2 + \dot{I}_b^2 + \dot{I}_c^2) \cdot R_{\text{ф}} = 8455 \text{ Вт.}$$

Потери из-за протекания тока  $I_0$  по нулевому проводу

$$\Delta P_0 = 3I_0^2 \cdot R_0 = 22,36 \text{ Вт.}$$

Общие потери при этом

$$\Delta P_{\text{нс}} = \Delta P_{\text{фнс}} + \Delta P_0 = 867,36 \text{ Вт.}$$

Таким образом, дополнительные потери от несимметрии нагрузки составляют 62,56 Вт, или 7,8% по сравнению с потерями при симметричной нагрузке.

Многочисленные расчеты показали, что функция  $\Delta P_{\text{нс}} = f(k_{0I})$ , %, очень точно определяется уравнением

$$\Delta P_{\text{нс}} = 1,3 - 0,11 \cdot 10^3 k_{0I} + 11 \cdot 10^3 k_{0I}^2 - 1,4 \cdot 10^3 k_{0I}^3.$$

Данное уравнение позволяет по значению  $k_{0I}$  определить с погрешностью не более  $\pm 3\%$  величину  $\Delta P_{\text{нс}}$ .

Для реализации описанной методики был составлен алгоритм расчета  $\Delta P_{\text{фнс}}$  на ЭВМ. При этом в базе данных содержатся справочные данные удельных сопротивлений меди и алюминия в зависимости от сечения  $s$  для разных типов проводов и кабелей.

Ввод данных: тип провода; сечение  $s$ ; материал провода ( $Cu, Al$ ); длина провода  $l$ ; токи  $I_a, I_b, I_c$ ;  $\pm (\cos\varphi_a, \cos\varphi_b, \cos\varphi_c)$ ;  $U_{\text{ном}}$ .

Далее последовательно производится расчет:  $R_{\text{ф}}, R_0, \sum P_n, I_{\text{ф}}, \Delta P_c$ ; токи  $I_a, I_b, I_c, \dot{I}_{a1}, \dot{I}_{a0}, \dot{I}_{a2}, |I_{a1}|, |I_{a0}|, |I_{a2}|$  с учетом  $\cos \varphi$  каждой фазы;  $k_{0I}; \Delta P_{\text{фнс}}, \Delta P_0; \Delta P_{\text{нс}}, \Delta P_{\text{нс}}, \%$ .

На экран выводятся величины, представляющие интерес.

**Выводы.** 1. Дополнительные потери распределительной сети 0,4 кВ при несимметричной нагрузке определяются с погрешностью  $\pm 3\%$  от значения коэффициента нулевой последовательности по току уравнением третьей степени.

2. Разработаны методика и алгоритм расчета дополнительных потерь при несимметричной нагрузке.

**ВОХИДОВ АЮБДЖОН ДЖУМАЕВИЧ** – аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

**VOKHIDOV AYUBDION** – post-graduate student of Industrial Enterprises Power Supply Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**НЕМЦЕВ ГЕННАДИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (espp21@mail.ru).

**NEMTSEV GENNADIY** – doctor of technical sciences, professor of Industrial Enterprises Power Supply Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

УДК 621.383:620.9]:621.373.8  
ББК 3252.8:386-53

Ф.С. ЕГОРОВ, Г.П. ОХОТКИН,  
В.А. МУКИН, Д.Н. РЕДЬКА, А.В. КУКИН

### УВЕЛИЧЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТОНКОПЛЕНОЧНОГО СОЛНЕЧНОГО МОДУЛЯ ПРИ ЛАЗЕРНОМ СКРАЙБИРОВАНИИ ФРОНТАЛЬНОГО КОНТАКТА ИЗ ОКСИДА ЦИНКА

**Ключевые слова:** абляция, лазерная абляция, скрайб, прозрачные проводящие пленки на основе оксида цинка (ZnO), «мертвая зона», эффект шунтирования, энергия лазерного излучения, профиль скрайба.

Тонкопленочный солнечный модуль (СМ) большой площади (~1,4 м<sup>2</sup>) на основе кремния состоит из элементов, соединенных между собой таким образом, чтобы в результате можно было получить максимально эффективное преобразование солнечной энергии. В производстве СМ технологический процесс разделения на отдельные элементы осуществляется с применением лазерного скрайбирования. Получившаяся таким образом площадь СМ состоит из «активной площади», где непосредственно происходит фотоэлектрическое преобразование падающей энергии излучения, и «мертвой зоны», которая не участвует в генерации носителей зарядов, однако является необходимым элементом для эффективной коммутации отдельных элементов. Исследование включает в себя анализ возможности уменьшения «мертвой зоны» и улучшения характеристик СМ с точки зрения вырабатываемой электрической энергии. Это может быть достигнуто за счет уменьшения ширины скрайбов и оптимизации коммутативных соединений элементов СМ. С точки зрения точности и качества исполнения форма и вид скрайбов зависят от параметров лазерного излучения, используемого в технологическом процессе разделения всей площади СМ на отдельные элементы.

#### F. EGOROV, G. OKHOTKIN, V. MUKIN, D. REDKA, A. KUKIN INCREASING EFFICIENCY OF THIN-FILM SOLAR MODULE DURING ZnO FRONT CONTACT LASER SCRIBING

**Key words:** ablation, laser ablation, scribe, transparent conductive thin films of zinc oxide (ZnO), «dead zone», shunting effect, laser beam energy, scribe profile.

Big size (~1,4 m<sup>2</sup>) silicon-based thin-film solar module (SM) consists of elements connected between each other in such a way as to get maximum efficient solar energy conversion. The technological process of separating single elements in solar modules production is made by laser scribing. As a result, the SM area will consist of «active area», where the photo effect occurs, providing the conversion of the incoming radiation energy, and «dead zone», which does not participate in photo-electric current generation, but is regarded as an element necessary for effective commutation of separate elements. The research includes the analysis of possibility to decrease the «dead zone» and to increase the SM characteristics in terms of the produced electric energy. This can be achieved both by decreasing the width of scribes, and by optimizing the commutative connections of SM elements. The quality and types of scribes in terms of quality and precision depend on laser irradiance parameters used in the technological process of dividing the whole SM area into separate elements.

В производстве солнечных модулей (СМ) большой площади на основе кремния наиболее эффективным способом создания отдельных ячеек в составе монолитного СМ является операция лазерного скрайбирования. Суть этой операции заключается в создании на поверхности подложки, в нашем случае – стекла, отдельных солнечных элементов, которые впоследствии будут соединены между собой. Это необходимо для оптимизации вольт-амперной характеристики СМ в целом за счет подбора электрических свойств коммутационных соединений между полученными таким образом ячейками [11].

Рассматриваемая технология впервые описана в работе [9], где обоснованы преимущества лазерного скрайбирования и показано, что использование данного способа коммутации элементов тонкопленочного СМ на основе а-Si позволяет получить выходную мощность на 20% больше, чем с помощью метода маски [8]. Последовательность технологических операций в данном случае включает в себя несколько этапов скрайбирования, называемых Pattern (повторяющийся в конструкции шаблон). Основной целью данной работы является рассмотрение возможности повышения электрических характеристик СМ за счет увеличения активной площади тонкопленочного солнечного модуля (ТПСМ). Одним из способов решения этой задачи является улучшение качества резов, в частности для случая Pattern1(P1), при котором осуществляется сегментация фронтального контакта из оксида цинка (ZnO), осажденного на стекло. Именно этот процесс выбран в качестве предмета исследования, что обусловлено, на наш взгляд, актуальностью и новизной объекта научного интереса, связанного с увеличением эффективности СМ.

При скрайбировании P1 основной целью является сегментация всей площади СМ за счет лазерной абляции слоя пленки на основе ZnO, нанесенного на стеклянную подложку. Особенностью рассматриваемого процесса является то, что облучение лазером в процессе обработки происходит со стороны стеклянной подложки. Данный процесс предполагает использование импульсного лазерного излучения, в нашем случае с длиной волны 335 нм. Такое излучение без существенных потерь проходит через стеклянную подложку (подложка оптически прозрачна для данной длины волны), но активно поглощается слоем пленки на основе ZnO. Таким образом, процесс P1 обеспечивает удаление материала в месте прохождения лазерного луча. Качество полученного реза контролируется измерением сопротивления между расположенными рядом сегментами, полученными в ходе указанной операции. Рез считается качественным, если значения измеренных сопротивлений превышают значение 1 МОм. Если это условие нарушается, т.е. измеренные значения ниже, чем 1МОм, – это свидетельствует о наличии шунтирующих сопротивлений между ячейками.

В ходе проведения экспериментов было установлено, что при малых энергиях лазерного импульса (меньше 3 мкДж) невозможно получить непрерывный скрайб, как следствие – возникают шунты (рис. 1, а). Важным фактором является значение ширины получаемой «дорожки». Увеличение ширины реза приводит к уменьшению активной площади солнечного модуля, как следствие, падению значения фототока солнечного модуля (фототок зависит от «активной площади» СМ – площади СМ, участвующей в генерации носителей зарядов) [1]. На данном этапе возникает вопрос необходимости уменьшения площади «мертвой зоны».

Одним из способов уменьшения площади «мертвой зоны» является уменьшение ширины скрайба. В работах [5, 7, 10] значение ширины скрайба P1 составляет более 40 мкм. С таким значением ширины скрайба существенно увеличивается площадь «мертвой зоны», что является нежелательным. В работах [4, 6] ширина скрайба составляет 25-27 мкм, измерение проведено в единой системе координат, в зоне модуля, где толщина фронтального контакта не изменяется. В случае выполнения измерений ширины скрайба в других зонах, где толщина пленки на основе ZnO может принимать другие значения, ширина скрайба будет меняться в соответствии с формулой (3).

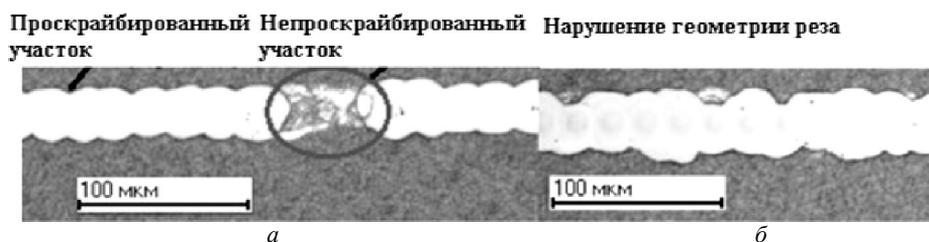


Рис. 1. Микрофотография реза P1.  
Изображение получено с помощью оптического микроскопа

При неправильном выборе значений энергии лазерного импульса и фокусировки лазерного излучения получающаяся «дорожка» имеет большую ширину и имеет нарушения геометрической формы, как показано на рис 1, б. Негативный эффект от нарушения формы резов заключается в том, что площади элементов не будут равны, дополнительно возрастает риск «прокалывания» структуры образовавшимися «ломаными» краями скрайба, что приводит к возникновению коротких замыканий в ячейках. Выходной ток солнечного модуля определяется по наименьшему току среди вырабатываемых отдельными элементами, входящими в состав СМ. Таким образом, в случае получения скрайбов большой ширины растет риск получения ячеек с площадью меньшей, чем та, которая требуется для обеспечения необходимых значений токов.

Мощность лазерного излучения, используемого при обработке, оказывает непосредственное влияние на глубину реза (скрайба). Глубина скрайба определяется формулой [2]:

$$h \approx Pt / (\pi r_0^2 L_u), \tag{1}$$

где  $P$  – мощность лазерного луча;  $t$  – длительность лазерного импульса;  $r_0$  – радиус лазерного пятна на обрабатываемой поверхности;  $L_u$  – скрытая теплота испарения.

Размер лазерного пятна также влияет на ширину скрайба. Зависимость ширины скрайба от размера лазерного пятна описывается формулой [2]:

$$l \approx 2(r_0 + Pt\gamma / \pi r_0 L_u). \tag{2}$$

Если по формуле (1) определить  $r_0$  и подставить полученное значение в формулу (2), то получим следующее соотношение:

$$l \approx 2(\sqrt{Pt / h\pi L_u} + Pt\gamma / \pi r_0 L_u), \tag{3}$$

где  $l$  – ширина скрайба;  $\gamma$  – половинный угол, под которым сфокусированный луч падает на образец;  $h$  – толщина слоя пленки на основе ZnO на месте падения лазерного луча.

Зная, при каких значениях мощности лазерного излучения происходит удаление требуемого материала, глубину скрайба можно соотнести с толщиной пленки. Таким образом, по формуле (3) определяется значение ширины скрайба, зависящей от следующих варьируемых параметров лазерного излучения:  $r_0$ ,  $P$  и  $t$ . В данной работе длительность лазерного импульса  $t$  сохранялась постоянной, изменялись только фокусное расстояние оптической системы и мощность лазерного луча.

Стоит отметить, что на значения ширины скрайба оказывает влияние также неравномерность толщины подложки (стекла). Пленка на основе ZnO, подвергающаяся обработке, осаждается непосредственно на стекло. При обработке ла-

зерное излучение необходимо сфокусировать на самой пленке. При сканировании лазерным лучом по поверхности из-за неравномерности толщины стекла пленка может периодически оказываться в области дефокуса, следовательно, будет меняться размер лазерного пучка в зоне обработки  $r_0$  [3]. Когда пленка находится в фокусе лазерного луча, то  $r_0$  минимально. Однако при обработке сфокусированным лучом, скрайбы обладают большим количеством расплавов и с разбрызгиванием материала по краям. Данные дефекты впоследствии с большой долей вероятности могут стать шунтирующими элементами, что приведет к увеличению количества бракованных СМ на данном этапе производства. Появление расплавов при использовании лазерного пучка минимального радиуса можно объяснить тем, что в результате фокусировки лазерного пучка на месте обработки пленки, резко увеличивается плотность мощности луча на единицу площади ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ). Избежать данных негативных эффектов можно, с одной стороны, путем уменьшения мощности лазерного излучения с помощью аттенюатора до уровней энергий, при которых не возникают расплавы пленки на основе ZnO. Однако этот вариант неприемлем в силу того, что область обработки, где необходимо обеспечить минимальный радиус лазерного луча, сильно осциллирует из-за колебаний толщины стекла. В свою очередь, это приводит к осцилляции плотности мощности луча на единицу площади ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ). Это означает, что при обработке сфокусированным на пленке пучком лазерного излучения у пленки на основе ZnO качественное скрайбирование происходит только при фиксированной по всей площади толщине стекла, но, так как стекло имеет неравномерную толщину ( $\pm 0,06$  мм), лазерный пучок оказывается в разные моменты времени сфокусирован либо в стекле, либо выше пленки на основе ZnO. В итоге при данном режиме обработки мы получаем неудовлетворительные результаты обработки (рис. 1, б), так как не обеспечивается требуемый уровень мощности лазерного излучения, достаточный для удаления материала. Исходя из вышесказанного, целесообразно перейти в ту область, где осцилляция по мощности лазерного луча на единицу площади ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ) минимальная. Такой областью является зона дефокуса, где  $r_0$  больше минимального. Переход в область дефокуса обеспечивает более качественную и равномерную обработку, но автоматически приводит к увеличению ширины скрайба  $l$ .

Таким образом, оптимизация технологии сводится к определению оптимальных значений мощности и дефокусировки лазерного излучения. Для её достижения надо решить следующие задачи:

1. Определение мощности лазерного излучения, при которой колебания толщины пленки на основе ZnO слабо сказываются на ширине скрайба P1.
2. Оптимизация дефокусировки лазерного излучения, обеспечивающей непрерывность дорожки, полученной при лазерной абляции в целях исключения шунтирующих элементов с одновременным уменьшением ширины реза  $l$  до предельно возможного значения.

В качестве экспериментального образца использовалось стекло с осажденной на нем пленкой оксида цинка. Обработка образца производилась лазерным излучением с длиной волны 355 нм, энергия лазерных импульсов варьировалась от 14 до 21 мкДж (погрешность измерения энергии лазерного луча 0,05 мкДж). Получено семь групп резов для различных значений дефокусного расстояния, которое изменялось с шагом 0,1 мм. Каждая группа включала в себя пять последовательных скрайбов, полученных с мощностями лазерных импульсов 14 мкДж,

16 мкДж, 18 мкДж, 20 мкДж, 21 мкДж, соответственно. Частота следований импульсов составляла 60 кГц, а длительность одного импульса 30 нс. При этом интенсивность лазерных импульсов имеет форму, близкую к гауссовскому распределению с максимумом в центре фокусировки луча.

Размеры образца  $1,1 \times 1,3$  м, толщина  $h$  пленки на основе ZnO по всей площади неодинакова и принимает значения от 1,1 до 2 мкм (рис. 2). Данный факт, так же как и в рассмотренном ранее случае с неравномерностью толщины стекла, свидетельствует о том, что необходимо очень серьезно подходить к подбору значений мощности и фокусировки лазерного пучка, используемых для обработки. Параметры пленки на основе ZnO:  $R_{sq} < 10$  Ом-кв, плотность  $\rho = 5,7$  г/см<sup>3</sup>, полное поглощение света при длине волны 355 нм. Стекло имеет толщину  $h_g = 3,1 \pm 0,06$  мм, плотность 2,2 г/см<sup>3</sup> и оптически прозрачно для длины волны 355 нм. Как упоминалось ранее, неравномерность толщины влияет на ширину скрайба согласно формуле (3). Необходимо обеспечить такую дефокусировку, чтобы при определенном значении мощности импульсов лазерного излучения получить скрайб с близким к постоянному значению ширины по всей длине реза, минимально зависящей от толщины пленки на основе ZnO.

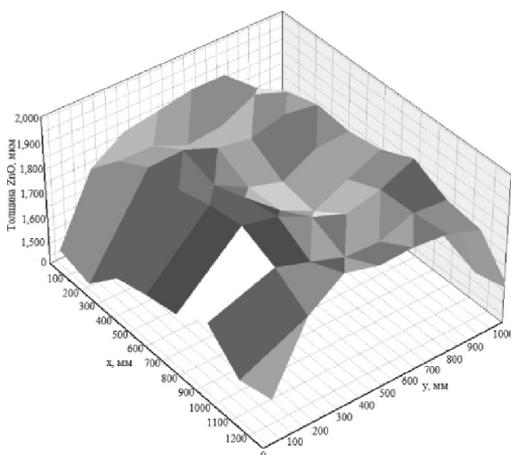


Рис. 2. Карта распределения толщины пленки на основе ZnO.  
Измерение сделано прибором Hazetester

В результате эксперимента была получена матрица данных. Первичный контроль скрайбов проводился с использованием оптической микроскопии. Фотосъемка групп скрайбов проводилась в разных координатах образца. Определен скрайб, которому присущи следующие характеристики: минимальное значение ширины на поверхности скрайба  $27 \pm 0,5$  мкм, на дне скрайба (со стороны стеклянной подложки) значение ширины составляет  $25 \pm 0,5$  мкм (рис. 3); ширина реза на поверхности и на дне постоянна в различных координатах длины реза; минимально количество сколов и отсутствуют шунтирующие элементы. Данный скрайб получен при значении дефокуса (расстояние от фокуса до обрабатываемой поверхности) лазерного луча 1,5 мм и с энергиями лазерных импульсов 20 мкДж. При прохождении через стекло луч фокусировался до обрабатываемого слоя пленки на основе ZnO.

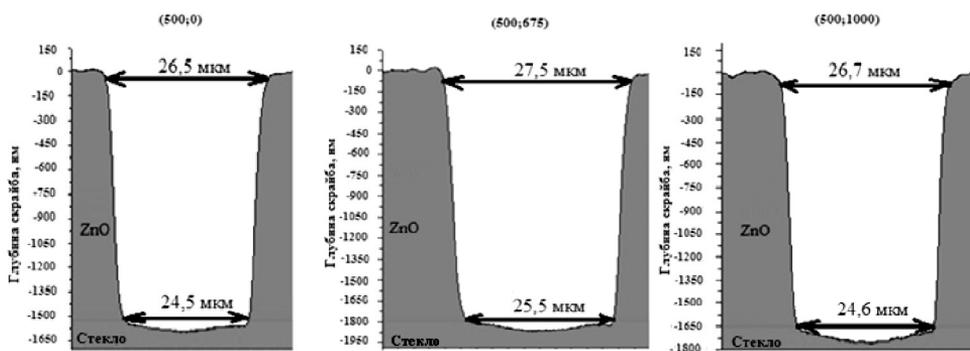


Рис. 3. Профиль скрайба process в разных координатах образца

Таким образом, получены оптимальные параметры фокусировки и энергии импульсов лазерного излучения. Обработка с применением оптимальных параметров способна обеспечить получение резов правильной геометрической формы, значение ширины которых мало зависит от неравномерности толщины осажденного на стеклянной подложке пленки на основе ZnO (разброс значений ширины реза в данном случае не более 0,5 мкм), с минимальным количеством сколов и отсутствием шунтирующих элементов. Готовый тонкопленочный СМ, полученный с использованием оптимальных параметров лазерного излучения при микрообработке пленки на основе ZnO, будет иметь равную площадь отдельных солнечных элементов, входящих в его состав, обладать более идеальной вольт-амперной характеристикой (за счет отсутствия шунтирующих элементов). Внедрение достигнутых результатов в технологию производства СМ позволит увеличить выходной ток за счет уменьшения «мертвой зоны» (по сравнению с типовыми СМ, производимыми по тонкопленочной технологии).

#### Литература

1. Афанасьев В.П., Теруков Е.И., Шерченков А.А. Тонкопленочные солнечные элементы на основе кремния. 2-е изд. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. 168 с.
2. Парфенов В.А. Лазерная микрообработка материалов. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2007. 66 с.
3. Редька Д.Н. Оптимизация структурирования тонкопленочных солнечных модулей на основе кремния методом лазерного скрайбирования: маг. дис., защищена 04.05.2012 / СПбГЭТУ «ЛЭТИ». СПб., 2012.
4. Booth H. Laser Processing in Industrial Solar Module Manufacturing. *Journal of Laser Micro Nanoengineering*, 2010, vol. 5, no. 3, pp. 183–191.
5. Buzas A., Geretovsky Zs., Nemeth A. et al. Selective cutting of ZnO: Al contact layers. *Proc. of 24th European Photovoltaic Solar Energy Conference*. Hamburg, 2009, pp. 3004–3006.
6. Canteil D., Fernandez S., Molpeceres C. et al. Nanosecond laser ablation possessing aluminum-doped zinc-oxide for photovoltaic devices. *Applied Surface Science*, 2012, Sept. 15, pp. 9447–9451.
7. Haas S., Ku V., Schope G. et al. Patterning of thin-film silicon modules using laser with tailored beam shapes and different wavelengths. *Proc. of 23th European Photovoltaic Solar Energy Conference*. Valencia, 2008, pp. 2383–2387.
8. Kiyama S., Matsuoka T., Hirono Y. et al. Laser Patterning of Integrated-type a-Si Solar Cell Submodules. *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, 1990, no. 11, pp. 2069–2074.
9. Kuwano Y. Amorphous Silicon Integrated Cell Modules (I). *Proc. of 1st Photovoltaic Sci. & Engg. Conf. in Japan*. Tokyo, 1979.
10. Schoonderbeek A., Schuts V., Haupt Oliver, and Stute U. Laser Processing of Thin Films for Photovoltaic Applications. *Journal of Laser Micro Nanoengineering*, 2010, vol. 5, no. 3, pp. 248–254.
11. Shah Arvind. Thin-film silicon solar cells. Lausanne, EPFL Press, 2010, pp. 331–336.

## References

1. Afanas'ev V.P., Terukov E.I., Sherchenkov A.A. *Tonkoplennochnye solnechnye elementy na osnove kremniya. 2-e izdanie* [Silicon thin-film solar elements. Ed. 2]. St. Petersburg, LETI Publ., 2011, 168 p.
2. Parfenov V.A. *Lazernaya mikroobrabotka materialov* [Laser micro treatment of materials]. St. Petersburg, LETI Publ., 2007. 66 p.
3. Redka D.N. *Optimizatsiya strukturovaniya tonkoplennochnykh solnechnykh modulei na osnove kremniya metodom lazernogo skraibirovaniya: magister. dis.* [Master Diss. «Optimization of structuring of thin-film silicon solar modules by laser cribbing»]. St. Petersburg, 2012. 64 p.
4. Booth H. Laser Processing in Industrial Solar Module Manufacturing. *Journal of Laser Micro Nanoengineering*, 2010, vol. 5, no. 3, pp. 183–191.
5. Buzas A., Geretovsky Zs., Nemeth A. et al. Selective cutting of ZnO: Al contact layers. *Proc. of 24th European Photovoltaic Solar Energy Conference*. Hamburg, 2009, pp. 3004–3006.
6. Canteil D., Fernandez S., Molpeceres C. et al. Nanosecond laser ablation possessing aluminum-doped zinc-oxide for photovoltaic devices. *Applied Surface Science*, 2012, Sept. 15, pp. 9447–9451.
7. Haas S., Ku V., Schope G. et al. Patterning of thin-film silicon modules using laser with tailored beam shapes and different wavelengths. *Proc. of 23th European Photovoltaic Solar Energy Conference*. Valencia, 2008, pp. 2383–2387.
8. Kiyama S., Matsuoka T., Hirono Y. et al. Laser Patterning of Integrated-type a-Si Solar Cell Submodules. *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, 1990, no. 11, pp. 2069–2074.
9. Kuwano Y. Amorphous Silicon Integrated Cell Modules (I). *Proc. of 1st Photovoltaic Sci. & Engg. Conf. in Japan*. Tokyo, 1979.
10. Schoonderbeek A., Schuts V., Haupt Oliver, and Stute U. Laser Processing of Thin Films for Photovoltaic Applications. *Journal of Laser Micro Nanoengineering*, 2010, vol. 5, no. 3, pp. 248–254.
11. Shah Arvind. Thin-film silicon solar cells. Lausanne, EPFL Press, 2010, pp. 331–336.

---

**ЕГОРОВ ФЕДОР СЕРГЕЕВИЧ** – аспирант кафедры силовой электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (egorovfs1990@gmail.ru).

**EGOROV FEDOR** – post-graduate student of Power Electronics Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ОХОТКИН ГРИГОРИЙ ПЕТРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор, декан факультета радиоэлектроники и автоматики, заведующий кафедрой автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elius@list.ru).

**OKHOTKIN GRIGORY** – doctor of technical sciences, professor, dean of Radioelectronics and Automatics Faculty, head of Chair of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**МУКИН ВЛАДИМИР АНТОНОВИЧ** – кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой философии и методологии науки, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (mukin-va@yandex.ru).

**MUKIN VLADIMIR** – candidate of physical and mathematical sciences, head of Philosophy and Science Methodology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**РЕДЬКА ДМИТРИЙ НИКОЛАЕВИЧ** – аспирант кафедры квантовой электроники и оптико-электронных приборов, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Россия, Санкт-Петербург (rd89@bk.ru).

**REDKA DMITRIY** – post-graduate student of Quantum and Optical Electronics Chair, St. Petersburg Electrotechnical University «LETI», Russia, St. Petersburg.

**КУКИН АЛЕКСЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ** – аспирант кафедры микро- и нанoeлектроники, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Россия, Санкт-Петербург (kukin\_av@mail.ru).

**KUKIN ALEKSEY** – post-graduate student of Microelectronics and Nanoelectronics Chair, St. Petersburg Electrotechnical University «LETI», Russia, St. Petersburg.

---

УДК 621.314.222.6

ББК 31.261.8

А.В. ИВАНОВ, Л.М. РЫБАКОВ

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ КОНТРОЛЯ ИЗОЛЯЦИИ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ ВЫСОКОГО НАПРЯЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

**Ключевые слова:** трансформатор, контроль изоляции, высокочастотное зондирование, тангенс угла диэлектрических потерь.

Рассмотрены методы контроля изоляции силовых трансформаторов, используемых в настоящее время. Показаны присущие всем методам недостатки: существующие методы выявляют только распределенные дефекты по всему объему силового трансформатора и не выявляют сосредоточенные (местные) дефекты, которые являются признаком начала деградации изоляционной системы «твердый диэлектрик – масло». Большинство применяемых методов чувствительны к состоянию масла, залитого в трансформатор, что затрудняет выявления дефектов в твердой изоляции. Контроль изоляции на действующих электроустановках существующими методами затруднен из-за влияния внешних электромагнитных полей, генерируемых работающим высоковольтным оборудованием, расположенным рядом с контролируемым трансформатором. Предложен новый метод контроля изоляции на основе использования высокочастотного зондирования. С точки зрения контроля изоляции схема замещения обмотки силового трансформатора меняется при изменении частоты приложенного напряжения от 0 до  $\infty$  с учетом активного сопротивления, индуктивности и емкости. Разработано устройство контроля состояния изоляции, позволяющее оценить как распределенные дефекты состояния катушки, так и дефекты, сосредоточенные по слоям катушек.

A. IVANOV, L. RYBAKOV

### DEVELOPMENT MONITORING OF HIGH VOLTAGE INSULATION ELECTRIC EQUIPMENT BASED ON HIGH SENSING

**Key words:** transformer, insulation monitoring, high-frequency sensing, the dielectric loss tangent.

The article regards the techniques currently used to monitor power transformers insulation. It demonstrates typical drawbacks common for all methods: the existing methods detect only defects distributed throughout the power transformer and do not reveal the concentrated (local) defects that symbolize the beginning of degradation of the «solid dielectric – oil» insulation system. Most of the employed methods are sensitive to the state of oil poured into the transformer, making it difficult to detect defects in solid insulation. Monitoring insulation on working electric installations by existing methods is hindered by the influence of external electromagnetic fields generated by operating high-voltage equipment located near the transformer being monitored. A new method is proposed to monitor insulation, which is based on high-frequency sensing. In terms of insulation control, the circuit of the power transformer winding varies corresponding to applied voltage frequency change from 0 to  $\infty$  taking into account active resistance, inductivity and capacity. We designed a device for monitoring the state of insulation which allows to evaluate the distributed defects of the coil as well as the defects concentrated in the coils layers.

В настоящее время для оценки состояния силовых трансформаторов применяются многочисленные методы и средства: измерение сопротивления изоляции обмоток, коэффициента истинной абсорбции, метод «емкость – частота», метод «емкость – температура», метод «емкость – время», измерение тока разрядов, тангенса угла диэлектрических потерь, анализ растворенных в масле газов для диагностирования состояния изоляции силовых трансформаторов [1].

Однако все методы выявляют дефекты, распределенные по всему объему силового трансформатора, и не выявляют сосредоточенные (местные) дефекты, которые являются признаком начала деградации изоляционной системы «твердый диэлектрик – масло». С помощью наиболее распространенного метода оценки изоляции измерением тангенса угла диэлектрических потерь с использованием высоковольтных мостов Р-5026 и Вектор-2.0 М в какой-то мере можно выявить сосредоточенные дефекты при подаче высокого напряжения на контролируемый объект до 2 Ун, но это усложняет процесс контроля [2].

Традиционные методы контроля требуют отключения трансформатора на период измерения и достаточно трудоемки и малоэффективны.

На основании анализа перечисленных способов диагностирования изоляции трансформаторов можно сделать следующие выводы:

1. Опыт профилактических проверок состояния изоляции свидетельствует о том, что методы, используемые в настоящее время, еще недостаточно эффективны и не удовлетворяют требованиям эксплуатации.

2. Существующие методы проверки изоляции (измерение  $\operatorname{tg}\delta$ ,  $K_{\text{абс}}$ ,  $C_2/C_{50}$  и др.) не обнаруживают опасных ухудшений состояния изоляции, не чувствительны к ее старению, а в некоторых случаях ошибочно оценивают состояние изоляции.

3. Все рассмотренные методы ( $R_{60}/R_{15}$ ,  $C_2/C_{50}$ ,  $C_{\text{гор}}/C_{\text{хол}}$ ,  $K_{\text{и}}$ ,  $\Delta C_{\text{абс}}/C$ ) диагностирования изоляции основаны на использовании явления абсорбции. На абсорбционные характеристики изоляции, кроме увлажнения, влияет ряд факторов, например, температура, погрешность измерительной аппаратуры, затрудняющие определение состояния изоляции.

4. Существующие методы сложны и трудоемки, требуют привлечения к измерениям высококвалифицированных специалистов, а также отключения оборудования на период проверки.

5. Всем методам, кроме  $C_{\text{гор}}/C_{\text{хол}}$ , присуща зависимость результатов измерений от физико-химических показателей масла. Продукты разложения масла и твердой изоляции вносят большие погрешности при оценке состояния изоляции.

6. Многие методы подвержены влиянию электромагнитных полей, которые вносят значительные погрешности на результаты измерения.

7. Все существующие методы контроля состояния изоляции силовых трансформаторов базируются на оценке изменения критериев, прямо или косвенно отражающих изменение емкостных характеристик изоляции.

С точки зрения контроля изоляции схема замещения обмотки силового трансформатора меняется при изменении частоты приложенного напряжения от 0 до  $\infty$  по следующему алгоритму:

$$R \rightarrow RL \rightarrow RLC \rightarrow LC \rightarrow C, \quad (1)$$

где  $R$  – активное сопротивление утечки изоляции;  $L$  – индуктивность слоя катушки или всей обмотки;  $C$  – емкость изоляции.

Для элемента электрооборудования, схема замещения которого для частот 30–300 кГц представлена на рис. 1, общее сопротивление оценивается выражением:

$$z_{\text{вх}} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{R + \frac{1}{r + \frac{1}{j\omega \Delta C}}}}, \quad (2)$$

где  $\omega$  – угловая частота;  $r$  – сопротивление фильтра;  $\Delta C$  – разность емкостей фильтра (рис. 1).

Из формулы (2) видно, что входное сопротивление меняется от параметров  $\Delta C$  и  $r$ , определяющих состояние изоляции [3].

Значение первого слагаемого (2) (индуктивности) от состояния изоляции не меняется.

Второе слагаемое меняется в зависимости от состояния изоляции, а именно от ее увлажнения или старения. Причем ее значение зависит от изменения величин  $\Delta C$  и  $r$ , в частности, при увлажнении значение  $\Delta C$  увеличивается на порядок по отношению к изменению значения  $C_r$ .

Следовательно, контроль состояния изоляции можно производить по замерам полного входного сопротивления элементов электрооборудования или по производным величинам, например, по напряжению или току на входном сопротивлении.

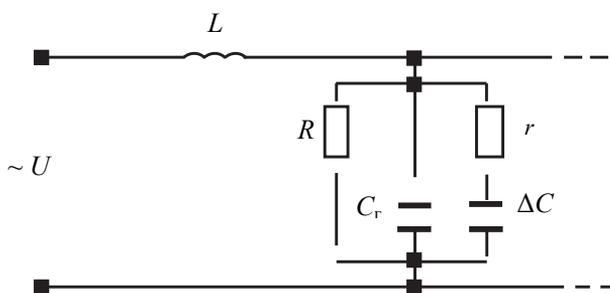


Рис. 1. Упрощенная схема замещения обмотки

Схема (рис. 1) состоит из контура RLC. Собственная частота этого контура

$$f_{\text{соб}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C_{\omega}}}, \quad (3)$$

где  $C_{\omega} = C_r + \frac{\Delta C}{1 + \omega^2 T}$ ;  $T = \Delta C \cdot r$ ;  $C_r$  – геометрическая емкость.

Изменение собственной частоты данной схемы замещения электрооборудования зависит от величин  $\Delta C$  и  $r$ .

При  $\omega \rightarrow \infty$  эквивалентная емкость  $C_{\omega} \rightarrow C_r$ .

При увлажнении изоляции  $\Delta C$  возрастает по сравнению с  $C_r$ , при этом  $r$  и собственная частота уменьшаются.

Изоляцию объекта можно считать диэлектриком условного электрического конденсатора, а контроль параметров изоляции сводится к наблюдению за изменением характеристик этого конденсатора [4].

Если материал изоляции отвечает требованиям эксплуатации, то соответствующая собственная частота является опорной, относительно которой сравнива-

ется последующее отклонение собственной частоты вследствие изменения состояния изоляции, т.е.  $\Delta C$  и  $r$ . Для обоснования диагностических признаков состояния внутренней изоляции силовых трансформаторов схема замещения при исследовании на частотах до  $10^3$  кГц, близких к собственной частоте слоевой катушки, представляется матричной формой, состоящей из элементарных контуров  $RLC$  (рис. 2), как для элемента изоляции аналогично рис. 1 [4].

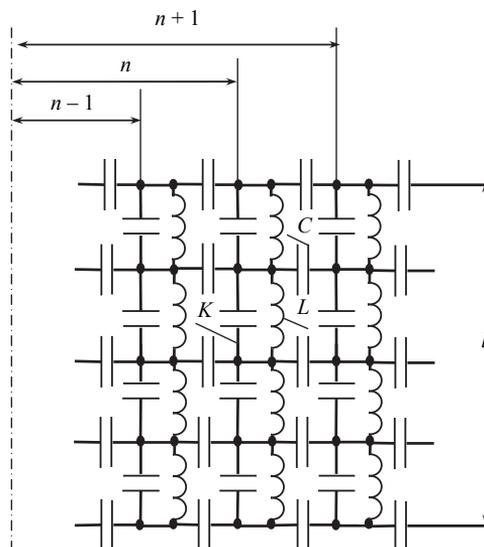


Рис. 2. Схема замещения для слоевой обмотки трансформатора:  $L$  – витковая индуктивность;  $K$  – витковая емкость одного слоя;  $C$  – витковая емкость между слоями;  $n$  – число слоев

Значения индуктивности  $L$  и емкостей  $K$  и  $C$  определяются геометрическими размерами конструкции витка, слоя, катушки или в целом обмотки. Основными составляющими геометрических размеров конструкции являются радиус и высота витка, слоя, катушки. Если преобразовать полные схемы замещения обмотки, состоящей из элементарных контуров  $LC$ , и свести ее к каскадам четырехполюсников, то каждый из них будет несимметричным, поскольку для каждого четырехполюсника индуктивности и емкости определяются следующими функциями:

$$L = F_1(x), C = F_2(x; \epsilon_{r, \text{ЭКВ}}), K = F_3(l; \epsilon_{r, \text{ЭКВ}}). \quad (4)$$

где  $x$  – радиус витка, слоя, катушки;  $l$  – высота витка, катушки, обмотки;  $\epsilon_{r, \text{ЭКВ}}$  – диэлектрическая проницаемость жидкой и твердой составляющих изоляции (масло, текстолит, гетинакс, целлюлоза, дерево), которая постоянна для одного из состояний изоляции.

Диэлектрическая проницаемость зависит от температуры  $t^\circ\text{C}$ , влажности  $W\%$  и критерия  $m$ , определяющего фактор старения (окисления) изоляции:

$$\epsilon_{r, \text{ЭКВ}} = F_4(t^\circ\text{C}; W\%; m), \quad (5)$$

что связано с появлением свободных химических соединений (щелочей, высоко- и низкомолекулярных кислот, солей), а также с изменением молекулярного строения материала твердой и жидкой изоляции, старением твердой изоляции и появлением в масле продуктов их старения.

При постоянной температуре активной части силового трансформатора емкостные параметры витка, слоя, катушки и в целом обмотки находятся в зависимости от увлажнения и старения изоляции:

$$C = F_5(W\%; m), K = F_6(W\%; m). \quad (6)$$

Обмотки трансформатора представлены слоями, катушками и слоями катушек с постоянной индуктивностью и переменной емкостью, поэтому емкость является одним из основных критериев, определяющих состояние изоляции. Отсюда следует, что каждому слою витков, слою катушек или отдельным катушек соответствуют собственные частоты.

По результатам исследований амплитудно-частотных характеристик (АЧХ), снятых при различных состояниях внутренней изоляции, определены требования к техническим устройствам диагностирования и принципу построения функциональной схемы. Принцип построения схемы устройства диагностирования может быть определен по результатам исследования возможных критериев оценки состояния изоляции [5].

Критерий оценивания состояния изоляции основан на измерении разности напряжений  $\Delta U$  и коэффициента передачи  $k$  высокочастотного сигнала, поданного на обмотку низшего напряжения и снятого с обмотки высшего напряжения диагностируемого силового трансформатора.

Структурная схема устройства диагностирования состояния изоляции (УДСИ-1), осуществляющего диагностирование изоляции при снятом рабочем напряжении по разности напряжений и коэффициенту передачи, приведена на рис. 3.

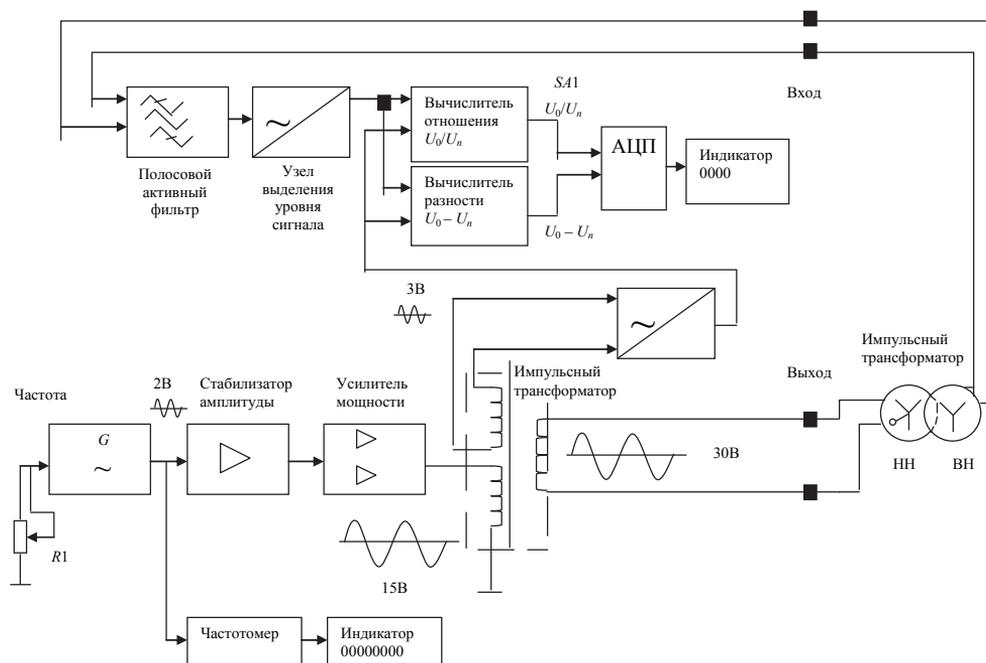


Рис. 3. Структурная схема устройства диагностирования УДСИ-1

Данный способ диагностирования позволяет определить распределенные дефекты и дефекты, сосредоточенные по слоям обмоток [6].

**Выводы.** 1. Предложен метод диагностирования изоляции обмоток силовых трансформаторов 10/0,4 кВ при их увлажнении, позволяющий выявить распределенные и сосредоточенные дефекты по слоям обмоток.

2. Лабораторные исследования и полевые испытания подтвердили правильность теоретических выводов, позволили определить критерии оценки состояния внутриобмоточной изоляции силовых трансформаторов по изменению параметров АЧХ, а также технические требования к УДСИ.

3. Метод диагностирования на основе изменения параметров АЧХ более чувствителен к изменению состояния изоляции по сравнению с традиционными методами, позволяет выявлять дефекты на ранней стадии их возникновения, предотвращать развитие аварий, сократить время диагностирования, снизить затраты на ремонтно-восстановительные работы и требования к квалификации персонала.

4. Обоснованы конструктивные параметры устройства диагностирования состояния обмоток силовых трансформаторов.

5. Результаты сравнения экспериментальных исследований по контролю изоляции силовых трансформаторов традиционными методами и с помощью разработанных устройств показали большую чувствительность к дефектам в начальной стадии их возникновения.

### Литература

1. Рыбаков Л.М., Анчарова Т.В., Ахметшин Р.С. Диагностирование силовых трансформаторов I и II габаритов напряжением 10/0.4 кВ под рабочим напряжением с использованием частотных характеристик // Вестник МЭИ. 2003. № 3. С. 39–48.
2. Рыбаков Л.М., Ахметшин Р.С. Технические средства диагностирования силовых трансформаторов 10/0,4 кВ на основе частотных характеристик // Электричество. 2005. № 5. С. 20–26.
3. Рыбаков Л.М., Макарова Н.Л. Критерии оценки состояния изоляции силовых трансформаторов, эксплуатируемых в России // Актуальные проблемы энергетики АПК: материалы междунар. науч.-техн. конф. Саратов: КУБиК, 2010. С. 214–218.
4. Рыбаков Л.М., Макарова Н.Л. Обоснование диагностических признаков силовых трансформаторов // Агроинженерия: Вестник Московского государственного агроинженерного университета им. В.П. Горячкина. 2010. Вып. 2 (41). С. 22–24.
5. Рыбаков Л.М., Иванова З.Г. Исследование резонансных частот силовых трансформаторов при моделировании увлажнения и витковых замыканий для обоснования диагностических признаков оценки состояния обмоток // Итоги науки: избр. тр. междунар. симпозиума по фундаментальным и прикладным проблемам науки. М.: РАН, 2013. Т. 1. С. 114–128.
6. Рыбаков Л.М., Иванова З.Г., Макарова Н.Л., Парубец А.М. О методах диагностирования изоляции силовых трансформаторов // Оралдың ғылым жаршысы (Уральский научный вестник). Сер. Технические науки. 2014. № 21(100). С. 34–42.

### References

1. Rybakov L.M., Ancharova T.V., Akhmetshin R.S. *Diagnostirovanie silovykh transformatorov I i II gabaritov napryazheniem 10/0,4 kV pod rabochim napryazheniem s ispol'zovaniem chastotnykh kharakteristik* [Diagnosis of power transformers I and II size 10 / 0.4 kV under operating voltage with frequency characteristics]. *Vestnik MEI* [Bulletin of the MEI], 2003, no. 3, pp. 39–48.
2. Rybakov L.M., Akhmetshin R.S. *Tekhnicheskie sredstva diagnostirovaniya silovykh transformatorov 10/0,4 kV na osnove chastotnykh kharakteristik* [Technical means of diagnosis of power

transformers 10/0,4 kV on the basis of the frequency characteristics]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2005, no. 5, pp. 20–26.

3. Rybakov L.M., Makarova N.L. *Kriterii otsenki sostoyaniya izolyatsii silovykh transformatorov, ekspluatiruemykh v Rossii* [Criteria for assessing the insulation condition of power transformers operated in Russia]. *Aktual'nye problemy energetiki APK: Materialy mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii* [Proc. of the International Scientific and Technical Conference «Actual problems of agroindustrial complex power»]. Saratov, KUBiK Publ., 2010, pp. 214–218.

4. Rybakov L.M., Makarova N.L. *Obosnovanie diagnosticheskikh priznakov silovykh transformatorov* [Justification diagnostic signs of power transformers]. *Agroinzheneriya: Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo agroinzhenerenogo universiteta im. V.P. Goryachkina* [Agroengineering: Bulletin of the Moscow State University Agroengineering named after V.P. Goryachkin], 2010, vol. 2(41), pp. 22–24.

5. Rybakov L.M., Ivanova Z.G. *Issledovanie rezonansnykh chastot silovykh transformatorov pri modelirovanii uvlazhneniya i vitkovykh замыкании dlya obosnovaniya diagnosticheskikh priznakov otsenki sostoyaniya obmotok* [Investigation of the resonance frequencies of power transformers in the simulation moisture and interturn fault diagnostic features to justify assessment of the windings]. *Itogi nauki. Izbrannye trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma po fundamental'nyim i prikladnym problemam nauki. Tom 1* [The results of science. Selected Works International Symposium on fundamental and applied problems of science. Vol. 1]. Moscow, RAN, 2013, pp. 114–128.

6. Rybakov L.M., Ivanova Z.G., Makarova N.L., Parubets A.M. *O metodakh diagnostirovaniya izolyatsii silovykh transformatorov* [On the methods of diagnosing the insulation of power transformers]. *Oraldyn gylym zharshysy (Ural'skii nauchnyi vestnik)* [Ural Scientific Bulletin], 2014, no. 21(100), pp. 34–42.

---

**ИВАНОВ АЛЕКСАНДР ВИКТОРОВИЧ** – аспирант кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (t1990t@mail.ru).

**IVANOV ALEKSANDR** – post-graduate student of Power Supply and Technical Diagnostics Chair, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola.

**РЫБАКОВ ЛЕОНИД МАКСИМОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (diagnoz@marsu.ru).

**RYBAKOV LEONID** – doctor of technical sciences, professor of Power Supply and Technical Diagnostics Chair, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola.

---

УДК 537.311.5:621.365.3  
ББК 31.292

А.Н. ИЛЬГАЧЁВ

## ЧАСТИЧНЫЕ ПРОВОДИМОСТИ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА В ВАННЕ ЭЛЕКТРОДНЫХ ПЕЧЕЙ РЕЗИСТИВНОГО НАГРЕВА

**Ключевые слова:** руднотермическая печь, несимметричность электрического режима, режимы короткого замыкания ванны, частичные проводимости схемы замещения ванны.

Предложена математическая модель для расчета частичных проводимостей схемы замещения электрического процесса в ванне многоэлектродных руднотермических печей резистивного нагрева. Модель представляет собой решение уравнения Лапласа в виде комбинации безразмерных вещественных функций, каждая из которых характеризует распределение потенциала электрического поля в ванне для расчетного режима, когда на неё подаётся единичное напряжение со стороны одного из электродов, а остальные подключены к подовому электроду. Приведены результаты исследования влияния геометрических параметров электродов на частичные проводимости схемы замещения электрического процесса в ванне, полученные с использованием предложенной математической модели.

A. ILGACHEV

### DIRECT ADMITTANCES OF BATH ELECTRIC PROCESS EQUIVALENT CIRCUIT FOR RESISTANCE HEATING ELECTRODE FURNACES

**Key words:** ore-thermal furnace, electric mode asymmetry, bath short circuit modes, bath equivalent circuit direct admittances.

The article presents a mathematic model for estimating direct admittances of the bath electric process equivalent circuit for the resistance heating multi-electrode ore-thermal furnaces. The model represents a solution of Laplace's equation as a combination of non-dimensional real functions each of which defines the electric field potential distribution in the bath for the rated conditions when it is supplied with unit voltage of only one of the electrodes while the rest of them are connected to the bottom electrode. The article gives the results of investigating the electrodes geometrical parameters influence on the direct admittances of the bath electric process equivalent circuit, which were obtained with the help of the proposed mathematic model.

Рост потребления электрической энергии в промышленном производстве требует повысить внимание к разработке решений вопросов её рационального и эффективного использования. Электротехнологические установки (ЭТУ) являются устройствами высокой энергоёмкости, среди которых электродные установки, в частности рудотермические электропечи (РТП), относятся к самым мощным потребителям электроэнергии в промышленности. Достаточно сказать, что суммарная мощность установленных рудовосстановительных электропечей только в России составляет более 1,6 ГВ·А, электрическая мощность, приходящаяся на одну РТП, достигает 250 МВ·А, а расходы электроэнергии на тонну выплавленного продукта для значительной части электротехнологических процессов превышают 10 МВт·ч. Решение проблем оптимизации энергопотребления и энергетических характеристик таких установок является важнейшим направлением работ.

Функционирование многих действующих многоэлектродных РТП происходит в условиях несимметричности электрического режима печного контура и ванны, которая может наблюдаться как в переходных, так и в стационарных режимах. Несимметричность электрического режима РТП обуслов-

лена действием различных причин геометрического, электрического и технологического характера. Проявление этих факторов взаимосвязано и обнаруживается при отсутствии равенства действующих значений токов в электродах и мощностей в фазах, различии значений и знака переносимой мощности с фазы на фазу и, как следствие, перекосе активных и реактивных мощностей фаз, появлении «дикий» и «мертвой» фаз. При этом наблюдается неодинаковое относительно электродов распределение удельной электрической мощности по объёму ванны, приводящее к неодинаковым условиям протекания электротехнологических процессов вокруг них. Все это ведет к ухудшению энергетических и технологических показателей работы установок.

Существующие методы исследования электрических процессов в печном контуре и характеристик электрического поля ванн электродных установок не позволяют с необходимой точностью выявлять, учитывать и устранять действия факторов, приводящих к рассматриваемому явлению. Поэтому актуальной задачей повышения энергетической эффективности рассматриваемых установок является разработка методов исследования параметров схем замещения ванн и распределения электрической энергии по их объёму в условиях несимметричности электрического режима.

При решении задач анализа и синтеза электрических режимов РТП в случае гармонической формы питающих ванну токов токоподвод, электроды, шихтовые, шлаковые материалы и расплав, расположенные в ванне, необходимо рассматривать как единую систему и производить расчёт электромагнитного поля одновременно для всей системы решением квазиволнового уравнения

$$\nabla^2 \vec{F} = j\gamma\mu\mu_0\omega\vec{F},$$

где  $\vec{F}$  – вектор электрической или магнитной напряжённости поля в комплексной форме;  $\mu\mu_0$  – магнитная проницаемость среды;  $\gamma$  – удельная проводимость среды;  $\omega$  – круговая частота переменного тока.

В многоэлектродных рудотермических печах, работающих от источников питания синусоидального напряжения промышленной частоты, длина волны электромагнитного поля много больше линейных размеров зон ванны, поэтому можно пренебречь влиянием поверхностного эффекта. При этом электрическое поле в шлаке или шихте ванны можно считать потенциальным, квазистационарным и рассчитывать независимо от магнитного поля решением уравнения

$$\operatorname{div}(-\gamma \operatorname{grad} \phi) = 0,$$

где  $\phi$  – скалярный потенциал электрического поля в комплексной форме.

Согласно данным литературных источников [1-3], для многих РТП с хорошим приближением к реальным структурам ванн изменение удельной проводимости её проводящих сред можно аппроксимировать только по высоте, путём разбиения их на горизонтальные слои. При этом в пределах каждого слоя значение удельной проводимости принимается постоянным. Так как проводимости материалов электродов и расплава (металла) значительно превосходят проводимости шлака и шихты, рабочие поверхности электродов и расплава считаются эквипотенциальными.

При таких допущениях электрическое поле в слабопроводящей среде ванны печей описывается уравнением Лапласа

$$\nabla^2 \phi = 0. \quad (1)$$

В силу линейности уравнения (1) его решение может быть представлено в виде

$$\dot{\phi}(x, y, z) = \sum_{i=1}^n (\dot{\phi}_{zi} - \dot{\phi}_n) \dot{\phi}_{к.з}^{(i)}(x, y, z), \quad (2)$$

где  $n$  – число электродов в ванне;  $\dot{\phi}_{zi}$ ,  $\dot{\phi}_n$  – потенциал  $i$ -го электрода и подины в комплексной форме.

Решение (2) удовлетворяет следующим граничным условиям:

– рабочие поверхности электродов эквипотенциальны с потенциалами  $\dot{\phi}_{zi}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;

– поверхность расплава с высокой проводимостью или подового электрода (плоскость  $z = l$ ) эквипотенциальна с потенциалом  $\dot{\phi}_n = 0$ ;

– на верхней границе слоя ванны с незначительной проводимостью (плоскость  $z = 0$ )  $\partial\dot{\phi}/\partial n = 0$ ;

– на боковых ограничивающих ванну поверхностях в зависимости от материала стенки задаются граничные условия I или II рода либо существенно смешанные условия.

Каждая из функций  $\dot{\phi}_{к.з}^{(i)}(x, y, z)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , в (2) удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2 \dot{\phi}_{к.з}^{(i)}(x, y, z) = 0 \quad (3)$$

и граничным условиям:

–  $\dot{\phi}_{эiк.з}^{(i)} = 1$ ,  $\dot{\phi}_{эkк.з}^{(i)} = 0$ ,  $k \neq i$ ;

– поверхность расплава с высокой проводимостью (плоскость  $z = l$ ) эквипотенциальна с потенциалом  $\dot{\phi}_{пк.з}^{(i)} = 0$ ;

– на верхней границе слоя ванны с незначительной проводимостью (плоскость  $z = 0$ )  $\partial\dot{\phi}_{к.з}^{(i)}/\partial n = 0$ ;

– на боковых ограничивающих ванну поверхностях в зависимости от материала стенки задаются граничные условия I или II рода либо существенно смешанные условия.

Безразмерная вещественная функция  $\dot{\phi}_{к.з}^{(i)}(x, y, z)$  характеризует распределение потенциала электрического поля в ванне для расчетного режима, когда на неё подаётся единичное напряжение со стороны  $i$ -го и подового электродов, а остальные электроды присоединены к подовому. Такой расчетный режим в [4] назван режимом короткого замыкания ванны для  $i$ -го электрода.

Токи электродов в режиме короткого замыкания ванны для  $i$ -го электрода

$$I_{эkк.з}^{(i)} = \int_{S_{эk}} (-\gamma \text{grad} \dot{\phi}_{к.з}^{(i)}(x, y, z)) ds, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

где  $S_{эk}$  – площадь рабочей поверхности  $k$ -го электрода.

Совокупность всех токов электродов в различных расчетных режимах короткого замыкания ванны образует матрицу токов электродов в расчетных режимах короткого замыкания ванны

$$\mathbf{I}_{к.з} = \begin{pmatrix} I_{э1к.з}^{(1)} & I_{э1к.з}^{(2)} & \dots & I_{э1к.з}^{(n)} \\ I_{э2к.з}^{(1)} & I_{э2к.з}^{(2)} & \dots & I_{э2к.з}^{(n)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I_{эnк.з}^{(1)} & I_{эnк.з}^{(2)} & \dots & I_{эnк.з}^{(n)} \end{pmatrix}.$$

При исследовании характеристик ванны как приёмника электроэнергии и электрических режимов многоэлектродных печей резистивного нагрева получили распространение схема замещения ванны в виде многолучевой звезды входных сопротивлений  $Z_{вх\ i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $n$  – число электродов печи, которые подключены к токоподводу, а центр звезды соединён с расплавом высокой проводимости либо с подовым электродом, и схема замещения с частичными проводимостями. Топология схемы замещения ванны с частичными проводимостями представляет собой полносвязанный многоугольник с  $(n+1)$  вершинами (рис. 1, а).

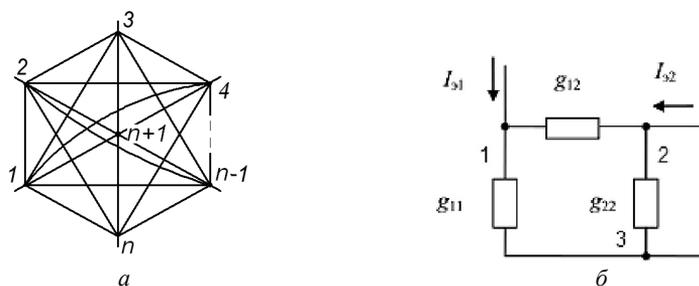


Рис. 1. Топология схемы замещения ванны с частичными проводимостями (а) и схема замещения ванны с частичными проводимостями двухэлектродной системы в режиме короткого замыкания для первого электрода (б)

Достоинство первой схемы замещения состоит в простоте представления и определения характеристик ванны как приёмника электроэнергии. Вместе с тем она обладает серьёзным недостатком, состоящим в том, что параметры её элементов зависят не только от геометрии ванны, формы, пространственного расположения электродов и электротепловых свойств материалов шихты, но и от режима питания, например от соотношения напряжений на электродах,

$$Z_{вх\ i} = \frac{\dot{U}_{\Delta i}}{\dot{U}_{\Delta i} g_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (\dot{U}_{\Delta j} - \dot{U}_{\Delta i}) g_{ij}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

где  $g_{ii}$ ,  $g_{ij}$  – частичные проводимости схемы замещения ванн;  $\dot{U}_{\Delta j} = \dot{\phi}_{\Delta j} - \dot{\phi}_{\Delta}$ .

При отклонении электрического режима многоэлектродной установки вследствие переключения ступени напряжения печного трансформатора изменяются напряжения на электродах относительно подины, что ведёт в соответствии с (5) к изменению входных сопротивлений ванны, и тем самым создаётся трудность анализа взаимодействия ванны с источником питания с применением входных сопротивлений. Зависимость входных сопротивлений ванны от напряжений на участках «электрод – подина» усиливается с уменьшением расстояния между осями соседних электродов и увеличением площади их поперечного сечения, площади рабочей поверхности электродов. В условиях несимметричности электрического режима входные сопротивления схемы замещения ванны для электрического поля содержат как активные, так и реактивные составляющие.

При ранее принятых допущениях для электрического процесса в ванне частичные проводимости её схемы замещения не зависят от режима питания ванны. Исследование электрического режима многоэлектродных печей с использованием такой схемы замещения ванны связано с составлением и решением системы уравнений, число которых достаточно велико. Поэтому для анализа взаимодействия ванны с источником питания и токоподводом эта схема замещения ванны не получила столь широкого распространения. Благодаря развитию вычислительной техники и информационных технологий эта трудность сегодня легко преодолевается. Но в настоящее время в достаточном объёме не исследованы закономерности влияния геометрических параметров электродов и ванны РТП на частичные проводимости схемы замещения ванны. Применение математической модели, реализующей режимы короткого замыкания ванны, позволяет исследовать основные закономерности частичных проводимостей схемы замещения. Так, по результатам расчета режима короткого замыкания ванны для  $i$ -го электрода можно определить

$$g_{ij} = -I_{\partial jk.3}^{(i)}, i \neq j, g_{ii} = \sum_{j=1}^n I_{\partial jk.3}^{(i)}.$$

В частности, с использованием токов электродов в режимах короткого замыкания ванны двухэлектродной системы частичные проводимости её схемы замещения (рис. 1, б)

$$g_{11} = I_{\partial 1k.3}^{(1)} + I_{\partial 2k.3}^{(1)}, g_{22} = I_{\partial 2k.3}^{(2)} + I_{\partial 1k.3}^{(2)}, g_{12} = -I_{\partial 2k.3}^{(1)}.$$

Для частичных проводимостей справедлив принцип взаимности, согласно которому  $g_{ij} = g_{ji}$ . Поэтому в режимах короткого замыкания ванны выполняются равенства

$$I_{\partial k.3}^{(i)} = I_{\partial ik.3}^{(k)}, i, k = 1, 2, \dots, n, i \neq k,$$

которые могут быть использованы для оценки точности приближенных результатов математического моделирования.

Расположение электродов в линию является примером геометрического фактора, определяющего появление несимметричного электрического режима в многоэлектродной печи. Такое расположение электродов имеет место в ряде РТП с прямоугольной формой ванны. В них применяются как электроды с круглым сечением (РПЗ-33 – производство медно-никелевого штейна, РПЗ-40 – производство ферроникеля), так и плоские электроды (РПЗ-48 – производство силикомарганца, РПЗ-63 – производство ферромарганца, РПО-60 – производство карбида кальция).

Поперечное сечение плоского электрода можно рассматривать состоящим из прямоугольника 1 и двух полуокружностей 2 (рис. 2, а), которое характеризуется размером узкой стороны  $a$  и соотношением  $\mu = b/a$  сторон сечения электрода. В частном случае, когда  $\mu = 1$ , плоский электрод вырождается в электрод с круглым сечением.

Реальная форма рабочей поверхности плоского электрода имеет сложный вид и является результатом действия различных факторов (вид технологического процесса, характер неоднородности удельной электрической проводимости материала электрода и среды ванны, характер распределения удельной электрической мощности по объёму ванны и др.). В целях упроще-

ния при моделировании принята идеализированная эллипсоидальная форма рабочей поверхности (рис. 2, б), описываемая математическими уравнениями

$$\begin{aligned} \left(\frac{2y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{h_3}\right)^2 &= 1, & \text{если } \frac{-b+a}{2} \leq x \leq \frac{b-a}{2}; \\ \left(\frac{2x-b+a}{a}\right)^2 + \left(\frac{2y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{h_3}\right)^2 &= 1, & \text{если } \frac{b-a}{2} < x < \frac{b}{2}; \\ \left(\frac{2x+b-a}{a}\right)^2 + \left(\frac{2y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{h_3}\right)^2 &= 1, & \text{если } -\frac{b}{2} < x < -\frac{b-a}{2}. \end{aligned}$$

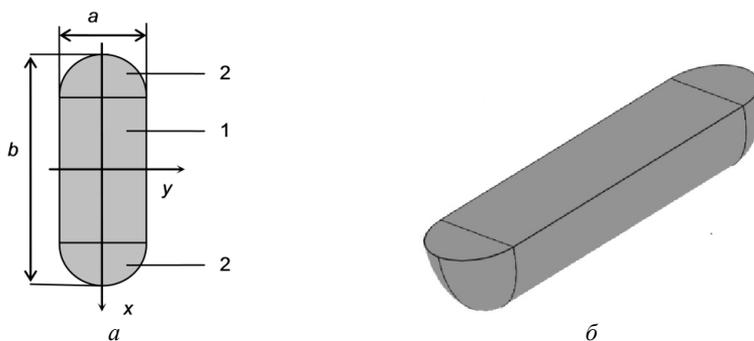


Рис. 2. Форма поперечного сечения (а) и рабочей поверхности (б) плоского электрода

Исследование влияния геометрических параметров плоских электродов на частичные проводимости схемы замещения электрического процесса в ванне осуществлялось с использованием математических моделей режимов короткого замыкания ванны и компьютерного приложения Comsol Multiphysics.

Так как описываемые уравнением Лапласа процессы автомодельны, для получения обобщенных зависимостей параметров схемы замещения геометрические размеры электродов выражены в долях от базисного, в качестве которого принята высота слабопроводящего слоя  $l$ :  $x^* = x/l$ ,  $y^* = y/l$ ,  $z^* = z/l$ ,  $a^* = a/l$ ,  $h_3^* = h_3/l$ ,  $S^* = S/l$ , а частичные проводимости схемы замещения ванны представлены в критериальной форме

$$G = \frac{g}{\gamma l}, G_{ij} = \frac{g_{ij}}{\gamma l},$$

где  $x, y, z$  – пространственные координаты;  $h_3$  – заглубление электрода в слабопроводящую среду;  $S$  – расстояние между осями электродов;  $g$  – проводимость ванны одноэлектродной печи;  $g_{ij}$  – частичная проводимость схемы замещения многоэлектродной ванны;  $\gamma, l$  – удельная проводимость и высота слабопроводящего слоя ванны.

Проводимость ванны одноэлектродной печи практически линейно зависит от соотношения сторон  $\mu = b/a$  сечения электрода при неизменных размерах узкой стороны  $a$  сечения и заглублении  $h_3$  электрода (рис. 3, а). С увеличением размера узкой стороны  $a$  и заглубления  $h_3$  электрода проводимость ванны возрастает нелинейно (рис. 3, б, в).

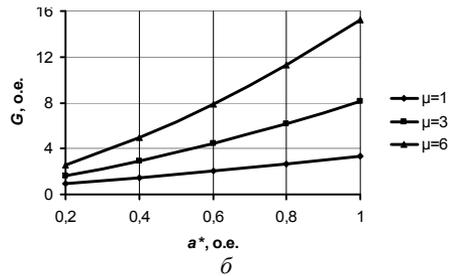
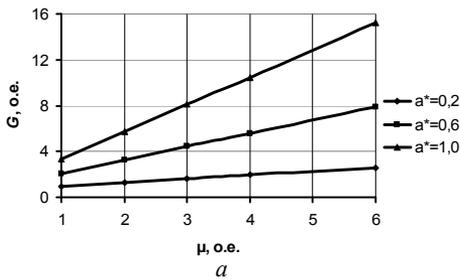
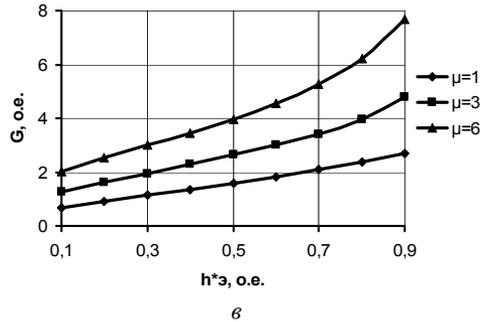


Рис. 3. Зависимость проводимости ванны одноэлектродной печи в критериальной форме от соотношения сторон  $\mu = b/a$  сечения электрода ( $a$ ), относительного размера узкой стороны  $a^*$  сечения электрода ( $\bar{b}$ ) и его заглупления  $h^*_3$  ( $\bar{v}$ )



Частичные проводимости  $G_{11}$ ,  $G_{22}$  участков «электрод – подина» и частичная проводимость  $G_{12}$  участка «электрод – электрод» ванны двухэлектродной системы также практически линейно зависят от соотношения сторон  $\mu = b/a$  сечения электродов при постоянных размерах узкой стороны  $a$  сечения, заглупления  $h_3$  и расстояния  $S$  между осями электродов (рис. 4, *a*). Закономерности изменения частичных проводимостей  $G_{11}$  и  $G_{22}$  от заглупления  $h_3$  электродов близки к закономерности изменения проводимости одноэлектродной ванны (рис. 4, *б*). Частичная проводимость  $G_{12}$  при увеличении заглупления  $h_3$  электродов возрастает, при этом скорость её изменения уменьшается с увеличением расстояния между осями  $S$  электродов (рис. 4, *в*).

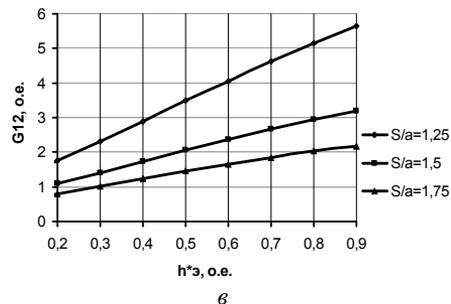
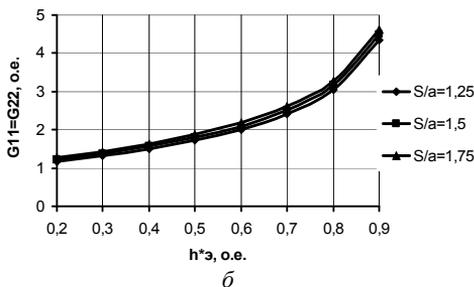
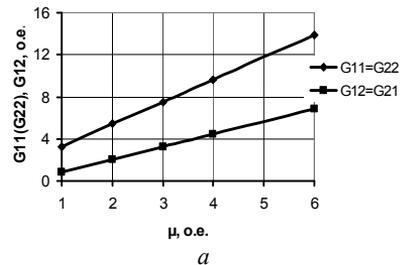


Рис. 4. Зависимости частичных проводимостей  $G_{11}$  ( $G_{22}$ ),  $G_{12}$  схемы замещения ванны в критериальной форме двухэлектродной системы при одинаковом заглуплении электродов от соотношения  $\mu = b/a$  сторон сечения электродов ( $a$ ) и их заглупления  $h_3 = h_{31} = h_{32}$  (*б*, *в*)

При увеличении расстояния  $S$  между осями электродов частичные проводимости  $G_{11}$  и  $G_{22}$  схемы замещения возрастают, асимптотически приближаясь к проводимости одноэлектродной ванны. Частичная проводимость  $G_{12}$  при этом уменьшается, асимптотически приближаясь к нулю.

**Выводы.** 1. Предложена математическая модель для определения частичных проводимостей схемы замещения электрического процесса в ванне многоэлектродных печей резистивного нагрева.

2. Исследовано влияние геометрических параметров электродов печи на проводимости схем замещения ванн одноэлектродной и двухэлектродной печей.

#### Литература

1. Гасик М.И. Самообжигающиеся электроды рудовосстановительных электропечей. М.: Metallurgy, 1976. 368 с.
2. Диомидовский Д.А. Metallургические печи цветной металлургии. М.: Metallurgizdat, 1961. 728 с.
3. Ершов В.А., Данцис Я.В., Жилов Г.М. Теоретические основы химической электротермии. Л.: Химия, 1978. 184 с.
4. Ильгачёв А.Н. Исследование разностно-потенциальных коэффициентов ванн многоэлектродных печей резистивного нагрева // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. 7. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2011. С. 196–209.

#### References

1. Gasik M.I. *Samoobzhigayushchiesya elektrody rudovosstanovitel'nykh elektropечеi* [Self-sintering electrodes of ore-recovery electric furnaces]. Moscow, Metallurgy Publ., 1976, 368 p.
2. Diomidovskii D.A. *Metallurgicheskie pechi tsvetnoi metallurgii* [Metallurgical furnaces non-ferrous metallurgy]. Moscow, Metallurgy Publ., 1961, 728 p.
3. Ershov V.A., Dantsis Ya.V., Zhilov G.M. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoi elektrottermii* [Theoretical Foundations of Chemical electrothermy]. Leningrad, Chemistry Publ., 1978, 184 p.
4. Il'gachev A.N. *Issledovanie raznostno-potentsial'nykh koeffitsientov vann mnogoelektroodnykh pechei rezistivnogo nagreva* [Investigation of potential difference-coefficient baths multielectrode resistance heating furnaces]. *Regional'naya energetika i elektrotehnika: problemy i resheniya: sbornik nauchnykh trudov. Vypusk 7* [Regional Energy & Electrical Engineering: Problems and Solutions: Collected papers, issue 7]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2011, pp. 196–209.

---

**ИЛЬГАЧЁВ АНАТОЛИЙ НИКОЛАЕВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных электротехнологических установок и систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (anikil47@mail.ru).

**ILGACHEV ANATOLII** – candidate of technical sciences, assistant professor of Automated Technological Installations and Systems Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 621.318.3  
ББК 31.26

О.А. НИКИТИНА, О.А. ПЕТРОВ, Н.В. РУССОВА,  
М.Л. САВИН, Г.П. СВИНЦОВ

## ВЛИЯНИЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ НА ОПТИМАЛЬНЫЕ СОРАЗМЕРНОСТИ В СИММЕТРИЧНОЙ ДВУХКАТУШЕЧНОЙ П-ОБРАЗНОЙ КЛАПАННОЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЕ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ СЕРДЕЧНИКАМИ И ПОЛЮСНЫМИ НАКОНЕЧНИКАМИ\*

**Ключевые слова:** магнитная система, моделирование, теория подобия и планирования эксперимента, параметрическая оптимизация, соразмерности, синтез.

Рассмотрены алгоритм параметрического синтеза оптимальных соразмерностей в широко распространенной магнитной системе, результаты оптимизационных расчетов по различным частным критериям оптимальности и других исходных данных проектирования. Используются математические модели нагрузочных характеристик, тепловых параметров, полученных экспериментально и обработанных методами теории подобия и планирования эксперимента. Установлено существенное влияние критериев качества на оптимальные соразмерности магнитной системы (МС). Например, МС, минимизированная по «высоте», получается «плоской» и удачно вписывающейся в конструкцию контактора на номинальные токи свыше 200–250 А. Абсолютные размеры магнитной системы могут изменяться в значительно большей степени (например,  $4,3 \text{ мм} \leq A_{0s} \leq 10,8 \text{ мм}$  при температуре  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  и изменении допустимой температуры  $T_{\text{доп}}$  от 105 до  $165^\circ\text{C}$ ). В меньшей степени изменяется кратность полюсного наконечника (от 1,69 до 1,75).

**O. NIKITINA, O. PETROV, N. RUSSOVA, M. SAVIN, G. SVINTSOV**  
**INFLUENCE OF INITIAL DESIGN DATA ON OPTIMAL PROPORTIONALITY  
IN SYMMETRIC TWO-COIL U-SHAPED VALVE MAGNETIC SYSTEM  
WITH CYLINDRICAL CORE AND POLE TIPS**

**Key words:** magnetic system, modelling, similarity theory and experiment planning, parametric optimization, proportionality, synthesis.

This article considers the algorithm of parametric synthesis of optimal proportionality in widespread magnetic system, presenting the results of optimization calculations for various particular criteria of optimality and other initial design data. We used mathematic models of load characteristics, thermal parameters obtained experimentally and processed by methods offered by the similarity theory and experiment planning. We established a significant impact of quality criteria on the optimal proportionality of the magnetic system. For example, the magnetic system which is minimized by «height» becomes «flat» and fits well in the design of the contactor on rated currents of more than 200–250 A. The absolute sizes of the magnetic system can be modified to a much greater extent (e.g.,  $4,3 \text{ mm} \leq A_{0s} \leq 10,8 \text{ mm}$  at the temperature of  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  and change of allowable temperature from 105 to  $165^\circ\text{C}$ ). Multiplicity of the pole tip is changed in a smaller degree (from 1,69 to 1,75).

На основе симметричной двухкатушечной П-образной клапанной магнитной системы с цилиндрическими сердечниками и полюсными наконечниками (рис. 1) выполнены приводные электромагниты многих отечественных<sup>1</sup> [8] и зарубежных<sup>2</sup> серий коммутационных аппаратов. Существующие методики проектирования [1, 9 и др.] разработаны при существенных упрощениях топологии

\* Исследование выполнено в рамках базовой части государственного задания Министерства образования и науки России.

<sup>1</sup> Контакторы электромагнитные специальные. Обзорная информация. ТС-07 Аппараты низкого напряжения. М.: Информэлектро, 1981. 88 с.

<sup>2</sup> Каталог Siemens LV1 03 2010. Коммутационные аппараты – контакторы и контакторные сборки.

магнитного и теплового полей в МС. В частности, в них не учтено, что в яркость 1 выходит магнитный поток  $\Phi_8$ , составляющий лишь часть [2] потока  $\Phi_n$ , пронизывающего сечение сердечника, примыкающего к тыльной поверхности 3.1 полюсного наконечника 3. Сформулированные рекомендации справедливы при определенных значениях условно полезной работы ( $A_{y.n}$ ) и превышения ( $\tau$ ) температуры ( $\theta$ ) наружной поверхности 4.1 обмотки 4 над температурой ( $T_0$ ) окружающей среды [9 и др.]. Без достаточного обоснования приходится выбирать коэффициент ( $K_T$ ) теплопередачи в МС, кратность ( $H_0/A_0$ ) высоты ( $H_0$ ) обмотки в долях ее толщины ( $A_0$ ). Отмеченные недостатки снижают достоверность результатов синтеза и приводят к необходимости дополнительного изготовления и испытания макетных образцов, увеличению финансовых и временных затрат на проектирование.

Упомянутые методики синтеза тем более не гарантируют оптимальности проектируемой МС. Такие методики [3, 4 и др.] построены также на упрощенных математических выражениях для расчета электромагнитного усилия, нагрева обмотки, не учитывают магнитное сопротивление ферромагнитных элементов МС.

Отмеченные выше недостатки известных методик синтеза могут быть в значительной мере устранены [5] при использовании в них математических моделей электромагнитных характеристик, полученных на основе экспериментальных исследований [7], организованных и обработанных методами теорий подобия и планирования эксперимента.

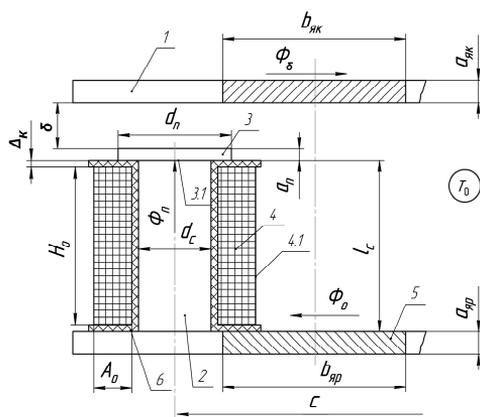


Рис. 1. Эскиз симметричной двухкатушечной П-образной клапанной магнитной системы с цилиндрическими сердечниками и полюсными наконечниками:

1 – яркость, 2 – сердечник, 3 – полюсный наконечник, 4 – обмотки, 5 – ярмо, 6 – каркас

К исходным данным проектирования также относятся механическая характеристика, допустимая температура ( $T_{доп}$ ) нагрева обмотки, атмосферное давление, режим работы, кратности изменения напряжения источника питания, критерий оптимальности [1, 3, 4, 9].

В качестве частного критерия оптимальности нашли применение масса ( $M_a$ ) активных материалов (суммарная масса обмоточной меди и ферромагнитной стали, используемой для исполнения элементов магнитной системы), габаритный объем ( $V_r$ ), установочная площадь ( $S_y$ ), высота ( $H$ ) магнитной системы и ряд других [4, 5 и др.]:

$$M_a = 2\pi(d_c + 2\Delta_k + A_0)A_0H_0K_3 \cdot 8,9 \cdot 10^3 + \\ + 0,5\pi[d_c^2(C + H_0 + 2A_0 + d_c + 4\Delta_k) + d_{\text{п}}^2a_{\text{п}}] \cdot 7,8 \cdot 10^3;$$

$$H = H_0 + 2\Delta_k + a_{\text{п}} + a_{\text{як}} + a_{\text{яр}}; \quad S_y = (C + d_c + 2\Delta_k + 2A_0)b_{\text{яр}}; \quad V_r = S_y H.$$

В качестве основных соизмерностей в МС (рис. 1) принимаются [3–5]: относительные: зазор ( $\delta^* = \delta_{\text{кр}}/d_c$ ), высота обмотки ( $H^* = H_0/d_c$ ), толщина намотки ( $A^* = A_0/d_c$ ), межосевое расстояние сердечников ( $C^* = C/d_c$ ), диаметр ( $d^* = d_{\text{п}}/d_c$ ) полюсного наконечника. Остальные соизмерности принимаются на уровне характерных значений для конкретных типов магнитных систем. В нашем случае [1, 3, 4 и др.]:

$$a_{\text{яр}}^* = a_{\text{яр}}/d_c = 0,25, \quad b_{\text{яр}}^* = b_{\text{яр}}/d_c = \pi, \quad a_{\text{п}}^* = a_{\text{п}}/d_c = 0,2, \quad \Delta_k^* = \Delta_k/d_c = 0,1,$$

$$a_{\text{як}}^* = a_{\text{як}}/d_c = 0,25, \quad b_{\text{як}}^* = b_{\text{як}}/d_c = \pi.$$

Тепловые параметры (среднеповерхностная, среднеобъемная, максимальная в толще обмоток температуры, эквивалентный коэффициент теплопередачи, приведенный к площади геометрической поверхности катушки) получены [6] раздельным учетом теплопередачи конвекцией и лучеиспусканием, неравномерности распределения температурного поля в толще обмотки.

Для определения геометрических соизмерностей МС, обеспечивающих минимум критериев оптимальности, выбран метод сканирования с переменным шагом [6].

Разработан алгоритм (рис. 2) оптимизации симметричной двухкатушечной П-образной клапанной МС, который сводится к последовательности вычислительных действий:

1. Вводятся исходные данные проектирования («критический» рабочий воздушный зазор ( $\delta_{\text{кр}}$ ) в МС; противодействующее усилие ( $P_{\text{мх.кр}}$ ); температура ( $T_0$ ) окружающего воздуха и его давление ( $P_{\text{атм}}$ ); температура  $T_{\text{доп}}$ ; коэффициент заполнения ( $K_3$ ) обмоточного окна, отношение максимального напряжения сети к напряжению срабатывания ( $k_{\text{max}} = k_{\text{н}}k_{3,\text{нкр}}$ ).

Критерию оптимальности присваивается первоначальное (большое) значение (в программе  $M_a = 10^{10}$  кг;  $H = 10^{10}$  м;  $V_r = 10^{10}$  м<sup>3</sup>;  $S_y = 10^{10}$  м<sup>2</sup> и т.д.).

2. Во вложенных циклах с определенным шагом ( $R_i$ ) перебираются геометрические соизмерности, при этом во внешнем цикле изменяется индукция  $B_0$  (в сечении ярма, лежащем в поперечной плоскости симметрии МС). Внутри тела цикла в зависимости от текущего значения  $B_0$  решается (с предварительной проверкой существования решения) система уравнений электромагнитной силы и нагрева относительно  $\delta^*$ ,  $A^*$ .

3. Рассчитывается МДС срабатывания.

4. Проверяется условие размещения обмоток в окне магнитопровода (при неразмещении переменной  $H^*$  присваивается очередное значение).

5. Вычисляется критерий оптимальности ( $M$ ) и сравнивается с минимальным текущим его значением. Если очередной вариант имеет меньшее значение, то он запоминается в качестве оптимального варианта. Проводится перебор всех узловых точек факторного пространства.

6. «Очерчивается» область глобального минимума расширением на шаг «влево» и шаг «вправо» от точки предварительно определенного минимума. Осуществляется повторное сканирование (п.п. 2–5) с уменьшенным шагом.

7. Организуется вывод исходных данных, результатов оптимизации.

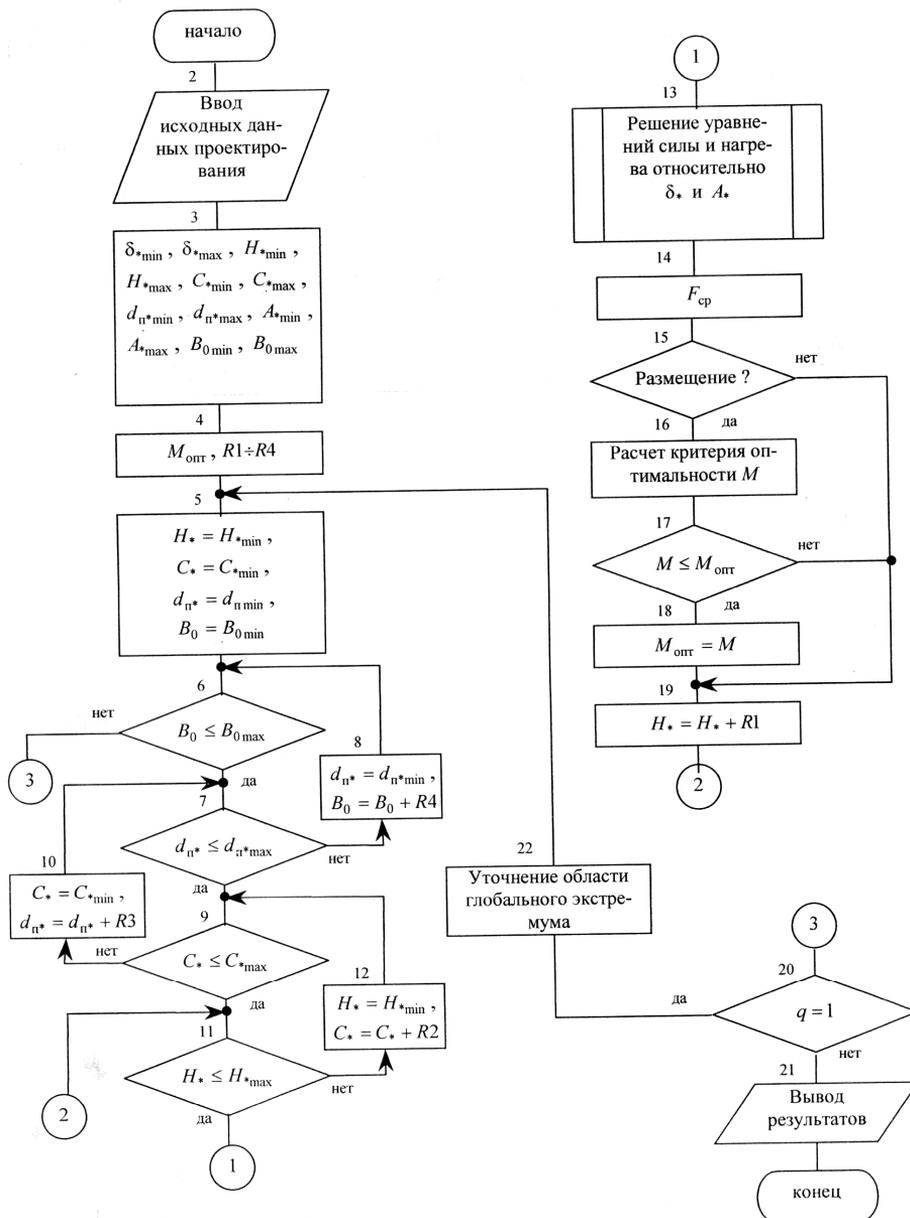


Рис. 2. Блок-схема алгоритма синтеза оптимальных симметричных двухлисточечных П-образных клапанных магнитных систем с цилиндрическими сердечниками и полюсными наконечниками

Результаты оптимизационных расчетов соизмерностей в МС приводного электромагнита, работающего в длительном режиме при атмосферном давлении 400 мм. рт. ст.,  $k_{\max} = 1,36$ ,  $K_3 = 0,4$ , сведены в табл. 1 и 2. Нижние индексы  $m$ ,  $V$ ,  $S$ ,  $h$  при переменных  $\delta^*$ ,  $H^*$ ,  $A^*$ ,  $C^*$ ,  $d_p^*$  обозначают критерий оптимизации, в соответствии с которым рассчитаны основные соизмерности в МС.

Таблица 1

Результаты оптимизационного расчета магнитной системы  
при  $\delta_{кр} = 4,82 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кр} = 7,8$  Н

а) в относительном виде

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$\delta_m^*$	$\delta_V^*$	$\delta_s^*$	$\delta_h^*$	$H_m^*$	$H_V^*$	$H_s^*$	$H_h^*$
40	105	0,27	0,27	0,25	0,22	2,00	2,05	4,12	1,25
	120	0,27	0,27	0,25	0,23	1,96	1,97	3,83	1,25
	135	0,27	0,27	0,25	0,24	1,92	1,90	3,56	1,25
	150	0,27	0,28	0,25	0,25	1,88	1,83	3,30	1,25
	165	0,27	0,28	0,25	0,26	1,84	1,76	3,06	1,25
55	105	0,27	0,27	0,25	0,21	2,09	2,24	4,26	1,25
	120	0,27	0,27	0,25	0,22	2,05	2,10	4,03	1,25
	135	0,27	0,27	0,25	0,23	2,00	1,96	3,82	1,25
	150	0,27	0,28	0,25	0,24	1,96	1,83	3,61	1,25
	165	0,27	0,28	0,25	0,25	1,92	1,70	3,41	1,25
85	105	0,27	0,27	0,25	0,19	2,28	2,68	4,55	1,25
	120	0,27	0,27	0,25	0,20	2,23	2,37	4,46	1,25
	135	0,27	0,27	0,25	0,21	2,19	2,09	4,37	1,25
	150	0,27	0,28	0,25	0,22	2,14	1,83	4,28	1,25
	165	0,27	0,28	0,25	0,23	2,10	1,60	4,20	1,25

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$A_m^*$	$A_V^*$	$A_s^*$	$A_h^*$	$C_m^*$	$C_V^*$	$C_s^*$	$C_h^*$
40	105	0,73	0,83	0,56	0,75	2,77	2,76	2,50	3,30
	120	0,77	0,83	0,44	0,75	2,78	2,76	2,50	3,44
	135	0,81	0,83	0,35	0,75	2,83	2,76	2,50	3,50
	150	0,86	0,83	0,28	0,75	2,90	2,76	2,50	3,48
	165	0,90	0,84	0,23	0,75	2,99	2,76	2,50	3,38
55	105	0,83	0,71	0,60	0,75	2,72	2,77	2,50	3,40
	120	0,85	0,73	0,51	0,75	2,67	2,77	2,50	3,54
	135	0,88	0,75	0,44	0,75	2,65	2,77	2,50	3,60
	150	0,91	0,77	0,38	0,75	2,64	2,77	2,50	3,58
	165	0,94	0,79	0,34	0,75	2,66	2,77	2,50	3,48
85	105	1,25	0,50	0,69	0,75	3,23	2,79	2,50	4,47
	120	1,24	0,55	0,67	0,75	3,02	2,79	2,50	4,63
	135	1,23	0,60	0,67	0,75	2,85	2,79	2,50	4,70
	150	1,23	0,65	0,68	0,75	2,70	2,79	2,50	4,67
	165	1,22	0,71	0,71	0,75	2,58	2,79	2,50	4,56

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$d_{pm}^*$	$d_{pV}^*$	$d_{ps}^*$	$d_{ph}^*$
40	105	1,73	1,75	1,65	1,69
	120	1,72	1,75	1,62	1,69
	135	1,70	1,75	1,60	1,69
	150	1,69	1,75	1,59	1,69
	165	1,69	1,75	1,60	1,69
55	105	1,71	1,75	1,69	1,69
	120	1,70	1,75	1,67	1,69
	135	1,69	1,75	1,65	1,69
	150	1,68	1,75	1,65	1,69
	165	1,68	1,75	1,65	1,69
85	105	1,72	1,75	1,79	1,69
	120	1,73	1,75	1,77	1,69
	135	1,72	1,75	1,75	1,69
	150	1,72	1,75	1,75	1,69
	165	1,72	1,75	1,75	1,69

## б) в размерных единицах, мм

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$d_{cm}$	$d_{cV}$	$d_{cs}$	$d_{ch}$	$H_{0m}$	$H_{0V}$	$H_{0s}$	$H_{0h}$
40	105	17,9	18,2	19,3	22,0	35,7	37,2	79,4	27,5
	120	17,9	17,9	19,3	21,0	35,0	35,2	73,8	26,3
	135	17,9	17,6	19,3	20,1	34,3	33,3	68,6	25,1
	150	17,9	17,3	19,3	19,2	33,5	31,5	63,6	24,1
	165	17,9	17,0	19,3	18,4	32,8	29,8	58,9	23,0
55	105	17,9	18,2	19,3	22,9	37,3	40,7	82,1	28,6
	120	17,9	17,9	19,3	21,9	36,6	37,5	77,7	27,4
	135	17,9	17,6	19,3	20,9	35,8	34,4	73,5	26,2
	150	17,9	17,3	19,3	20,0	35,1	31,6	69,5	25,1
	165	17,9	17,0	19,3	19,2	34,4	28,9	65,7	24,0
85	105	17,9	18,2	19,3	24,9	40,7	48,6	87,7	31,2
	120	17,9	17,9	19,3	23,8	39,9	42,3	85,9	29,8
	135	17,9	17,6	19,3	22,8	39,1	36,7	84,2	28,4
	150	17,9	17,3	19,3	21,8	38,3	31,7	82,5	27,2
	165	17,9	17,0	19,3	20,8	37,6	27,2	80,9	26,0

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$A_{0m}$	$A_{0V}$	$A_{0s}$	$A_{0h}$	$C_m$	$C_V$	$C_s$	$C_h$
40	105	13,1	15,1	10,8	16,4	49,4	50,0	48,2	72,5
	120	13,8	14,8	8,5	15,7	49,7	49,2	48,2	72,2
	135	14,5	14,6	6,7	15,0	50,5	48,4	48,2	70,3
	150	15,3	14,4	5,4	14,4	51,8	47,6	48,2	66,9
	165	16,1	14,2	4,3	13,8	53,5	46,8	48,2	62,3
55	105	14,8	12,8	11,6	17,1	48,7	50,2	48,2	77,8
	120	15,3	13,0	10,0	16,3	47,8	49,4	48,2	77,4
	135	15,8	13,1	8,5	15,6	47,3	48,5	48,2	75,3
	150	16,3	13,3	7,4	15,0	47,3	47,7	48,2	71,7
	165	16,8	13,5	6,6	14,3	47,6	47,0	48,2	66,7
85	105	22,3	9,1	13,3	18,6	57,7	50,6	48,2	111
	120	22,2	9,8	13,0	17,8	54,0	49,7	48,2	110
	135	22,1	10,5	13,0	17,0	50,9	48,9	48,2	107
	150	21,9	11,3	13,2	16,2	48,3	48,1	48,2	102
	165	21,8	12,1	13,6	15,5	46,2	47,3	48,2	94,9

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$d_{pm}$	$d_{pV}$	$d_{ps}$	$d_{ph}$
40	105	30,9	31,8	31,7	37,1
	120	30,7	31,2	31,2	35,5
	135	30,5	30,7	30,9	34,0
	150	30,3	30,2	30,7	32,5
	165	30,2	29,7	30,8	31,1
55	105	30,6	31,8	32,7	38,7
	120	30,4	31,2	32,1	37,0
	135	30,2	30,7	31,8	35,4
	150	30,1	30,2	31,7	33,8
	165	30,0	29,7	31,8	32,4
85	105	31,0	31,8	34,5	42,1
	120	30,9	31,2	34,0	40,2
	135	30,8	30,7	33,8	38,4
	150	30,8	30,2	33,7	36,7
	165	30,8	29,7	33,8	35,1

Таблица 2

Результаты оптимизационного расчета магнитной системы  
при  $\delta_{кр} = 7,82 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кр} = 39$  Н

а) в относительном виде

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$\delta_m^*$	$\delta_V^*$	$\delta_s^*$	$\delta_h^*$	$H_m^*$	$H_V^*$	$H_s^*$	$H_h^*$
40	105	0,33	0,29	0,32	0,23	3,04	2,09	3,54	1,25
	120	0,33	0,29	0,32	0,24	2,86	2,01	3,33	1,25
	135	0,33	0,30	0,32	0,25	2,70	1,93	3,13	1,25
	150	0,33	0,30	0,32	0,26	2,54	1,86	2,93	1,25
	165	0,33	0,31	0,32	0,27	2,39	1,79	2,75	1,25
55	105	0,33	0,29	0,32	0,22	3,16	2,35	3,75	1,25
	120	0,33	0,29	0,32	0,23	2,98	2,20	3,54	1,25
	135	0,33	0,30	0,32	0,24	2,81	2,06	3,45	1,25
	150	0,33	0,30	0,32	0,25	2,65	1,92	3,16	1,25
	165	0,33	0,31	0,32	0,26	0,50	1,79	2,98	1,25
85	105	0,33	0,29	0,32	0,20	3,42	2,95	4,18	1,25
	120	0,33	0,29	0,32	0,21	3,23	2,62	4,00	1,25
	135	0,33	0,30	0,32	0,22	3,02	2,32	3,82	1,25
	150	0,33	0,30	0,32	0,23	2,88	2,04	3,64	1,25
	165	0,33	0,31	0,32	0,24	2,71	1,79	3,47	1,25

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$A_m^*$	$A_V^*$	$A_s^*$	$A_h^*$	$C_m^*$	$C_V^*$	$C_s^*$	$C_h^*$
40	105	0,60	0,76	0,55	0,72	3,43	2,80	2,50	3,64
	120	0,53	0,72	0,47	0,72	3,38	2,80	2,50	3,70
	135	0,47	0,68	0,40	0,72	3,34	2,80	2,50	3,68
	150	0,42	0,64	0,35	0,72	3,34	2,80	2,50	3,59
	165	0,37	0,60	0,31	0,72	3,36	2,80	2,50	3,41
55	105	0,62	0,78	0,59	0,72	3,31	2,83	2,50	3,54
	120	0,57	0,74	0,52	0,72	3,25	2,83	2,50	3,60
	135	0,53	0,71	0,46	0,72	3,22	2,83	2,50	3,58
	150	0,48	0,67	0,42	0,72	3,22	2,83	2,50	4,49
	165	0,44	0,64	0,39	0,72	3,24	2,83	2,50	3,31
85	105	0,83	0,83	0,68	0,72	3,69	2,87	2,50	4,19
	120	0,81	0,80	0,64	0,72	3,63	2,87	2,50	4,25
	135	0,80	0,77	0,61	0,72	3,61	2,87	2,50	4,23
	150	0,78	0,75	0,59	0,72	3,61	2,87	2,50	4,13
	165	0,77	0,72	0,58	0,72	3,64	2,87	2,50	3,94

$T_0, ^\circ C$	$T_{доп}, ^\circ C$	$d_{pm}^*$	$d_{pV}^*$	$d_{ps}^*$	$d_{ph}^*$
40	105	1,73	1,75	1,67	1,69
	120	1,73	1,75	1,64	1,69
	135	1,72	1,75	1,61	1,69
	150	1,72	1,75	1,60	1,69
	165	1,72	1,75	1,59	1,69
55	105	1,72	1,75	1,71	1,69
	120	1,71	1,75	1,67	1,69
	135	1,71	1,75	1,64	1,69
	150	1,71	1,75	1,62	1,69
	165	1,71	1,75	1,61	1,69
85	105	1,74	1,75	1,79	1,69
	120	1,74	1,75	1,74	1,69
	135	1,74	1,75	1,70	1,69
	150	1,75	1,75	1,67	1,69
	165	1,75	1,75	1,65	1,69

## б) в размерных единицах, мм

$T_0, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{доп}}, ^\circ\text{C}$	$d_{cm}$	$d_{cV}$	$d_{cs}$	$d_{ch}$	$H_{0m}$	$H_{0V}$	$H_{0s}$	$H_{0h}$
40	105	24,0	27,5	24,8	34,8	73,0	57,3	88,0	43,5
	120	24,0	27,0	24,8	33,3	68,9	54,2	82,7	41,7
	135	24,0	26,6	24,8	31,9	64,9	51,4	77,6	39,9
	150	24,0	26,1	24,8	30,5	61,2	48,6	72,8	38,2
	165	24,0	25,7	24,8	29,3	57,6	46,0	68,2	36,6
55	105	24,0	27,5	24,8	36,3	75,9	64,5	93,0	45,4
	120	24,0	27,0	24,8	34,7	71,7	59,4	87,9	43,4
	135	24,0	26,6	24,8	33,2	67,6	54,6	83,0	41,5
	150	24,0	26,1	24,8	31,8	63,8	50,2	78,4	39,7
	165	24,0	25,7	24,8	30,4	60,0	46,0	73,9	38,1
85	105	24,0	27,5	24,8	39,5	82,1	81,0	104	49,4
	120	24,0	27,0	24,8	37,7	77,6	70,7	99,2	47,2
	135	24,0	26,6	24,8	36,1	73,3	61,5	94,7	45,1
	150	24,0	26,1	24,8	34,5	69,2	53,3	90,4	43,1
	165	24,0	25,7	24,8	33,0	65,2	46,0	86,0	41,2

$T_0, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{доп}}, ^\circ\text{C}$	$A_{0m}$	$A_{0V}$	$A_{0s}$	$A_{0h}$	$C_m$	$C_V$	$C_s$	$C_h$
40	105	14,4	20,8	13,7	25,1	82,6	77,0	62,1	127
	120	12,8	19,3	11,6	24,0	81,2	75,7	62,1	123
	135	11,4	18,0	10,0	23,0	80,4	74,5	62,1	118
	150	10,0	16,7	8,8	22,0	80,3	73,3	62,1	110
	165	8,8	15,5	7,8	21,1	80,8	72,1	62,1	100
55	105	15,0	21,4	14,7	26,2	79,5	77,5	62,1	129
	120	13,8	20,0	12,9	25,0	78,2	76,3	62,1	125
	135	12,7	18,8	11,5	23,9	77,5	75,0	62,1	119
	150	11,6	17,6	10,5	22,9	77,4	73,8	62,1	111
	165	10,6	16,5	9,7	21,9	78,0	72,6	62,1	101
85	105	19,9	22,6	16,8	28,5	88,6	78,7	62,1	165
	120	19,5	21,5	15,8	27,2	87,3	77,4	62,1	160
	135	19,1	20,5	15,1	26,0	86,7	76,2	62,1	153
	150	18,8	19,5	14,7	24,9	86,7	74,9	62,1	142
	165	18,4	18,5	14,5	23,8	87,4	73,7	62,1	130

$T_0, ^\circ\text{C}$	$T_{\text{доп}}, ^\circ\text{C}$	$d_{pm}$	$d_{pV}$	$d_{ps}$	$d_{ph}$
40	105	41,7	48,0	41,5	58,8
	120	41,5	47,3	40,6	56,3
	135	41,4	46,5	40,0	53,8
	150	41,3	45,7	39,6	51,6
	165	41,3	45,0	39,5	49,4
55	105	41,2	48,0	42,4	61,3
	120	41,1	47,3	41,5	58,6
	135	41,1	46,5	40,7	56,1
	150	41,1	45,7	40,3	53,7
	165	41,1	45,0	40,0	51,4
85	105	41,8	48,0	44,4	66,7
	120	41,8	47,3	43,2	63,7
	135	41,9	46,5	42,2	60,9
	150	41,9	45,7	41,5	58,2
	165	42,1	45,0	41,1	55,7

Как следует из данных табл. 1 и 2, оптимальный рабочий зазор (диаметр сердечника)  $\delta_m^*$ ,  $\delta_s^*$ , оптимальная относительная высота и толщина обмоток

$H_h^*$ ,  $A_h^*$ , оптимальное относительное расстояние  $C_s^*$  между осями сердечников, оптимальный относительный диаметр полюсного наконечника  $d_{pV}^*$ ,  $d_{ph}^*$  не зависят от температуры окружающего воздуха и допустимой температуры нагрева обмоток; при этом  $H_h^*$ ,  $C_s^*$ ,  $d_{pV}^*$ ,  $d_{ph}^*$  не зависят и от  $\delta_{кр}$ ,  $P_{мх.кр}$ . При прочих равных условиях, как правило, наибольший оптимальный диаметр сердечника имеет МС, оптимизированная по ее высоте. Наибольшее влияние критерии оптимальности оказывают на относительную высоту и толщину обмотки. Таким образом, можно утверждать, что наибольшее влияние критерии оптимальности оказывают на размеры ( $d_c$ ,  $H_0$ ,  $A_0$ ) ядра электромагнитной системы.

**Выводы.** 1. На оптимальные соразмерности в П-образной симметричной двухкатушечной клапанной магнитной системе оказывает влияние критерий качества. На относительные зазор, высоту обмотки, межосевое расстояние (за исключением  $C_s^*$ ) наибольшее влияние оказывают установочная площадь и высота магнитной системы. В наиболее узком диапазоне от 1,69 до 1,75 изменяются относительный диаметр полюсного наконечника  $d_p^*$ . Абсолютные размеры магнитной системы могут изменяться в значительно большей степени (например,  $4,3 \leq A_{0s} \leq 10,8$  мм при температуре  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  и изменении допустимой температуры  $T_{доп}$  от 105 до  $165^\circ\text{C}$ ).

С ростом условно полезной работы ( $\delta_{кр} \cdot P_{мх.кр}$ ) увеличиваются все оптимальные абсолютные геометрические размеры даже при неизменных относительных значениях, например  $H_h^*$ .

2. При проектировании контакторов на номинальные токи 160 А и выше «конструктивно» удачно вписывается магнитная система, минимизированная по критерию «высота магнитной системы».

#### Литература

1. Гордон А.В., Сливинская А.Г. Электромагниты постоянного тока. М.; Л.: ГЭИ, 1960. 447 с.
2. Кадыков В.К., Руссова Н.В., Свинцов Г.П., Сизов А.В. Обобщенные экспериментальные зависимости потокораспределения и магнитодвижущей силы в клапанных электромагнитных системах постоянного тока с круглыми полюсными наконечниками // Электротехника. 2007. № 4. С. 41–47.
3. Любчик М.А. Силовые электромагниты аппаратов и устройств автоматики постоянного тока (расчет и элементы проектирования). М.: Энергия, 1968. 152 с.
4. Никитенко А.Г. Проектирование оптимальных электромагнитных механизмов. М.: Энергия, 1974. 136 с.
5. Руссова Н.В. Синтез оптимальных симметричных П-образных двухкатушечных электромагнитов с цилиндрическими сердечниками // Известия вузов. Электромеханика. 2002. № 3. С. 30–34.
6. Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Моделирование и синтез П-образных электромагнитов постоянного тока и напряжения. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2003. 228 с.
7. Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Экспериментальные обобщенные электромагнитные характеристики П-образных двухкатушечных электромагнитов постоянного тока с внешним пряμοходовым ярком // Известия вузов. Электромеханика. 1998. № 5. С. 5–6.
8. Свинцов Г.П. Электромагнитные контакторы и пускатели / Чуваш. ун-т. Чебоксары, 1998. 260 с.
9. Софронов Ю.В., Свинцов Г.П., Николаев Н.Н. Проектирование электромеханических аппаратов автоматики. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1988. 88 с.

## References

1. Gordon A.V., Slivinskaya A.G. *Elektromagnity postoyannogo toka* [Electromagnets DC]. Moscow, Leningrad, GEI Publ., 1960. 447 p.
2. Kadykov V.K., Russova N.V., Svintsov G.P., Sizov A.V. *Obobshchennye eksperimental'nye zavisimosti potokoraspredeleniya i magnitodvizhushchei sily v klapannykh elektromagnitnykh sistemakh postoyannogo toka s kruglymi polyusnymi nakonechnikami* [Generalized experimental dependences of the flow distribution and the magnetomotive force in the solenoid valve direct current systems with circular pole pieces]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 2007, no. 4, pp. 41–47.
3. Lyubchik M.A. *Silovye elektromagnity apparatov i ustroystv avtomatiki postoyannogo toka (raschet i elementy proektirovaniya)* [Power electromagnets devices and devices for automatic DC (calculation and design elements)]. Moscow, Energiya Publ., 1968. 152 p.
4. Nikitenko A.G. *Proektirovanie optimal'nykh elektromagnitnykh mekhanizmov* [Designing optimal electromagnetic mechanisms]. Moscow, Energiya Publ., 1974. 136 p.
5. Russova N.V. *Sintez optimal'nykh simmetrichnykh P-obraznykh dvukhkatushechnykh elektromagnitov s tsilindricheskimi serdechnikami* [Synthesis of optimal symmetric U-shaped electromagnets dvukhkatushechnykh cylindrical cores]. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Proceedings of the universities. Electromechanics], 2002, no. 3. pp. 30–34.
6. Russova N.V., Svintsov G.P. *Modelirovanie i sintez P-obraznykh elektromagnitov postoyannogo toka i napryazheniya* [Modeling and synthesis U-shaped electromagnets and DC voltage]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2003. 228 p.
7. Russova N.V., Svintsov G.P. *Eksperimental'nye obobshchennye elektromagnitnye kharakteristiki P-obraznykh dvukhkatushechnykh elektromagnitov postoyannogo toka s vneshnim pryamokhodovym yakorem* [Experimental generalized electromagnetic characteristics of the U-shaped electromagnets dvukhkatushechnykh DC external anchor a forward]. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Proceedings of the universities. Electromechanics], 1998, no. 5, pp. 5–6.
8. Svintsov G.P. *Elektromagnitnye kontaktery i puskateli* [Electromagnetic contactors and starters]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1998. 260 p.
9. Sofronov Yu.V., Svintsov G.P., Nikolaev N.N. *Proektirovanie elektromekhanicheskikh apparatov avtomatiki* [Design automation of electromechanical devices]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1988. 88 p.

---

**НИКИТИНА ОЛЕСЯ АЛЕКСЕЕВНА** – магистрант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

**NIKITINA OLESYA** – master's program student of Electric and Electronic Vehicles Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ПЕТРОВ ОЛЕГ АЛЕКСАНДРОВИЧ** – аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

**PETROV OLEG** – post-graduate student of Electric and Electronic Vehicles Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**РУССОВА НАТАЛИЯ ВАЛЕРЬЕВНА** – кандидат технических наук, начальник научно-исследовательской части, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

**RUSSOVA NATALIYA** – candidate of technical sciences, chief of a Research and Development Part, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**САВИН МАКСИМ ЛЕОНИДОВИЧ** – заместитель начальника отдела, Мытищинский научно-исследовательский институт радиозмерительных приборов, Россия, Мытищи.

**SAVIN MAKSIM** – deputy head of department, Mytishchi Research Institute Radio Measuring Instruments, Russia, Mytishchi.

**СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea\_chuvsu@mail.ru).

**SVINTSOV GENNADIY** – doctor of technical sciences, professor of Electric and Electronic Vehicles Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 621.318.3  
ББК 31.26

О.А. НИКИТИНА, О.А. ПЕТРОВ, Н.В. РУССОВА, Г.П. СВИНЦОВ

### ВЫБОР РАЗМЕРОВ ФОРСИРОВАННОГО П-ОБРАЗНОГО ДВУХКАТУШЕЧНОГО ПРИВОДА КОНТАКТОРА\*

**Ключевые слова:** магнитная система, форсированное управление, синтез.

Предложена методика проектирования квазиоптимального форсированного П-образного привода на основе использования экспериментально полученных нагрузочных характеристик при минимальном числе принимаемых вспомогательных коэффициентов. Выработаны рекомендации по выбору определяющих размеров привода, обеспечивающих снижение массогабаритных показателей и энергопотребления. Для обеспечения работоспособности привода в рамках желаемого сочетания размеров необходимо форсированное управление его обмотками. Предпочтительной схемой форсированного управления в данном случае является схема с переключением двух обмоток с параллельного их соединения (в режиме включения приводного электромагнита) на последовательное (в режиме удержания якоря приводного электромагнита в притянутом положении). Таким образом, можно уменьшить высоту ( $H_0$ ) обмотки, площадь поперечного сечения сердечника, ярма, якоря. Анализ полученных результатов свидетельствует, что имеется возможность уменьшить диаметр сердечника до 14 мм, высоту обмотки до 26,5 мм при диаметре полюсного наконечника не меньше 24,5 мм в приводном электромагните контактора на номинальный ток 25 А.

O. NIKITINA, O. PETROV, N. RUSSOVA, G. SVINTSOV  
SIZING FORCED U-SHAPED TWO-COIL ACTUATOR OF CONTACTOR

**Key words:** magnetic system, forced control, synthesis.

The article suggests a methodology for designing quasi-optimal forced U-shaped drive based on use of experimentally obtained load characteristics with a minimum number of taken auxiliary factors. We developed recommendations on selecting the crucial dimensions of the drive which will provide the reduction of weight and overall dimensions and power consumption. To ensure the working capacity of the drive within the framework of the desired combination of dimensions it is necessary to force the management of its windings. A preferred forced control circuit in this case is a circuit that switches two windings from their parallel connection (with driving electromagnet in the operation mode) to the serial connection. Thus, it is possible to reduce the height ( $H_0$ ) of the winding, the cross sectional area of the core, the yoke, and the armature. Analysis of the results shows that in the drive solenoid contactor for 25 A rated current it is possible to reduce the diameter of the core up to 14 mm, the height of the coil up to 26.5 mm with pole tip diameter of not less than 24.5 mm.

Для обеспечения конкурентоспособности вновь разрабатываемых контакторов для объектов спецтехники необходимо резкое снижение их массогабаритных показателей и энергопотребления. Решение этих задач связано с форсированным управлением приводными электромагнитами коммутационных аппаратов [3].

Рассмотрим это на примере контактора на номинальный ток 25 А. По рекомендуемым методикам [2, 5] определены растровые, провалы и контактные нажатия. Рассчитаны и построены варианты механической характеристики контактора. Одна из таких характеристик представлена на рис. 1.

Автономные объекты, подвергающиеся повышенным механическим воздействиям, должны иметь уравновешенные подвижные системы, например, с кинематической схемой типа «параллелограмм», гармонично сопрягающейся

---

\* Исследование выполнено в рамках базовой части государственного задания Министерства образования и науки России.

с клапанными магнитными системами приводных электромагнитов<sup>1</sup>. Последние эффективны при относительно малых рабочих зазорах [2 и др.].

Поэтому отношение плеча траверсы ( $l_T$ ) к плечу электромагнитной силы ( $l_{ЭМ}$ ) принято равным

$$\frac{l_T}{l_{ЭМ}} = 1,30 .$$

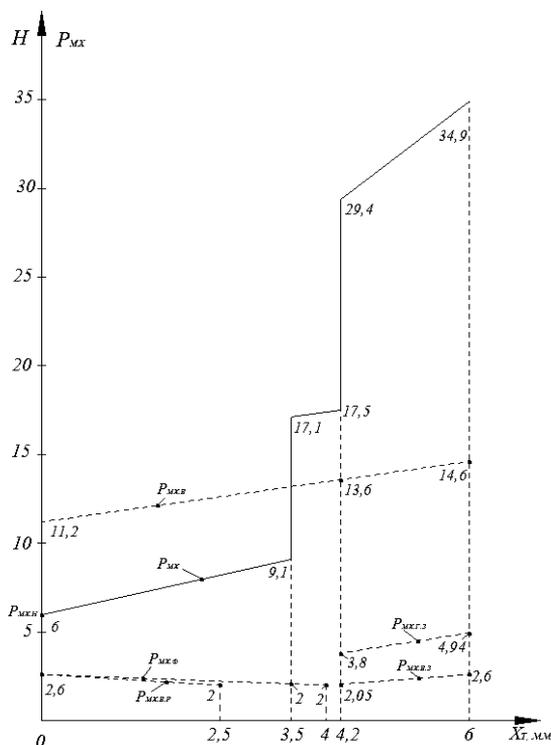


Рис. 1. Механическая характеристика и её составляющие контактора с номинальным током 25А, четырьмя вспомогательными замыкающими контактами при форсированном приводе

Определена критическая точка на приведенной к рабочему зазору механической характеристике контактора по значению произведения  $\bar{P}_{МХ,i} \cdot \delta_i^2$  [4]. Критической точкой является при форсированном приводе начальная:  $\delta_{КР} = 4,815$  мм,  $\bar{P}_{МХ,КР} = 7,8$  Н.

В результате выполненного проектного расчета П-образного привода (рис. 2) получены следующие данные (табл. 1).

Как следует из табл. 1, предпочтительные размеры П-образного привода меньше, чем полученные в результате оптимизационного расчета привода [3]. Следовательно, для обеспечения работоспособности привода в рамках желаемого сочетания размеров необходимо форсированное управление его обмотками (рис. 3).

<sup>1</sup> Контактры электромагнитные специальные. Обзорная информация. ТС-07 Аппараты низкого напряжения. М.: Информэлектро, 1981. 88 с.

Таблица 1

Варианты размеров П-образного привода

Варианты	Основные размеры, мм						
	$d_c$	$d_n$	$H_0$	$A_0$	$a_n$	$b_{ск}$	$c$
Предпочтительный	16	20	36,5	9	3	26	36
Рассчитанный [1]	17,4	30,5	39,0	10	3,5	54,8	49,3

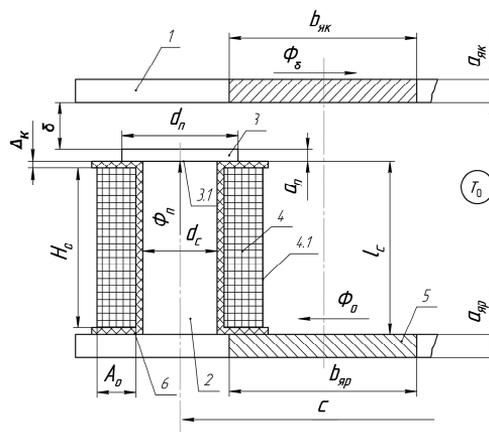


Рис. 2. Эскиз симметричной двухкатушечной П-образной клапанной магнитной системы с цилиндрическими сердечниками и полюсными наконечниками: 1 – якорь; 2 – сердечник; 3 – полюсный наконечник; 4 – обмотки; 5 – ярмо; 6 – каркас

Предпочтительной схемой форсированного управления в данном случае является схема с переключением двух обмоток с параллельного их соединения (в режиме включения приводного электромагнита) на последовательное (в режиме удержания якоря приводного электромагнита в притянутом положении) (рис. 3).

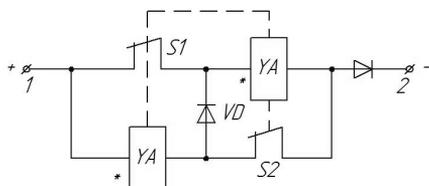


Рис. 3. Схема форсированного управления приводным электромагнитом контактора от источника напряжения постоянного тока

Как видно из рис. 3, при подаче на клеммы 1 и 2 напряжения указанной полярности диод VD заперт, обмотки YA включены согласно между собой на напряжение источника питания. В процессе срабатывания приводного электромагнита размыкаются форсировочные контакты S1, S2, отпирается диод VD, обмотки YA оказываются включенными между клеммами 1 и 2 согласно и последовательно между собой.

Суть методики выбора размеров клапанной П-образной магнитной системы заключена в том, что диаметр ( $d_c$ ) сердечников, толщина ( $A_0$ ) обмотки, каркасов ( $\Delta_k$ ), расстояние ( $c$ ) между осями сердечников принимаются из условия, что габаритная ширина  $ГШ = c + d_c + 4\Delta_k + 2A_0$  (это оговаривается в

техническом задании на проектирование), и условия размещения обмоток в «окне магнитной системы»:  $c \geq d_c + 4\Delta_k + 2A_0$ . Высота ( $H_0$ ) обмоток определяет в большей степени максимальную их температуру ( $\theta_m$ ); диаметр ( $d_n$ ) полюсных наконечников влияет на необходимую магнитодвижущую силу для создания требуемого значения электромагнитного момента. Варьируя два последних размера, можно определить соответствующую температуру  $\theta_m$  и по допустимой ее величине (в рассматриваемом случае  $120^\circ\text{C}$ ) выбрать  $H_0$  и  $d_n$ . Правильность выбранных размеров можно оценить по относительным (в долях  $d_c$ ) их значениям.

Результаты расчета (табл. 2) магнитодвижущей силы срабатывания электромагнита ( $F_{\text{ср.о}}$ ) и магнитодвижущей силы, создаваемой при этом одной обмоткой ( $F_{\text{ср.о}}$ ), максимальной температуры [1] нагрева ( $\theta_m$ ), потребляемой мощности в режиме пуска ( $P_{\text{пуск}}$ ) и удержания ( $P_{\text{уд}}$ ) при возможных размерах магнитной системы для различных значений диаметра полюсного наконечника ( $d_n$ ) и высоты ( $H_0$ ) обмотки приведены в табл. 2.

Таблица 2

**К оценке влияния геометрических размеров диаметра ( $d_n$ ) полюсного наконечника, высоты ( $H_0$ ) обмотки на эксплуатационные показатели электромагнита при  $d_c = 14$  мм,  $A_0 = 9$  мм,  $c = 36$  мм,  $b_{\text{яп}} = 43$  мм,  $\Delta_k = 0,85$  мм,  $K_{\text{max}} = 1,42$ ,  $T_0 = 85^\circ\text{C}$**

$H_0$ , мм	$d_n$ , мм	20	21	22	23	24	25	26
36,5	$F_{\text{ср.о}}$ , А	684,5	662,5	643	625,5	610,5	597,5	588
	$\theta_m$ , $^\circ\text{C}$	111,8	109,1	106,7	104,5	102,8	101,3	100,2
	$P_{\text{пуск}}$ , Вт	27,7	25,8	24,2	22,8	21,6	20,7	20,0
	$P_{\text{уд}}$ , Вт	6,9	6,4	6,0	5,7	5,4	5,2	5,0
34,5	$F_{\text{ср.о}}$ , А	683,5	661	641	623	607,5	594	584
	$\theta_m$ , $^\circ\text{C}$	115,2	112,2	109,6	107,3	105,3	103,7	102,4
	$P_{\text{пуск}}$ , Вт	29,4	27,3	25,6	24,0	22,8	21,7	20,9
	$P_{\text{уд}}$ , Вт	7,3	6,8	6,4	6,0	5,7	5,4	5,2
32,5	$F_{\text{ср.о}}$ , А	683	660	639,5	621	605	591	580
	$\theta_m$ , $^\circ\text{C}$	119,1	115,8	113,0	110,4	108,3	106,4	105,0
	$P_{\text{пуск}}$ , Вт	31,4	29,1	27,2	25,5	24,1	22,9	22,0
	$P_{\text{уд}}$ , Вт	7,8	7,3	6,8	6,4	6,0	5,7	5,5
30,5	$F_{\text{ср.о}}$ , А	682,5	659,5	638,5	619,5	602,5	588	576,5
	$\theta_m$ , $^\circ\text{C}$	123,5	120,0	116,9	114,1	111,6	109,6	108,0
	$P_{\text{пуск}}$ , Вт	33,6	31,2	29,1	27,2	25,6	24,3	23,3
	$P_{\text{уд}}$ , Вт	8,4	7,8	7,3	6,8	6,4	6,1	5,8
28,5	$F_{\text{ср.о}}$ , А	682,5	659	637,5	618	601	585,5	573
	$\theta_m$ , $^\circ\text{C}$	128,6	124,8	121,3	118,2	115,6	113,2	111,4
	$P_{\text{пуск}}$ , Вт	36,4	33,6	31,3	29,2	27,5	26,0	24,8
	$P_{\text{уд}}$ , Вт	9,1	8,4	7,8	7,3	6,9	6,5	6,2
26,5	$F_{\text{ср.о}}$ , А	683	659	637	617	599	583,5	570
	$\theta_m$ , $^\circ\text{C}$	134,5	130,3	126,5	123,1	120,1	117,5	115,3
	$P_{\text{пуск}}$ , Вт	39,6	36,6	33,9	31,6	29,6	28,0	26,6
	$P_{\text{уд}}$ , Вт	9,9	9,1	8,5	7,9	7,4	7,0	6,6

Таким образом, можно уменьшить высоту ( $H_0$ ) обмотки, площадь поперечного сечения сердечника, ярма, якоря. Анализ данных этих таблиц свидетельствует, что имеется возможность уменьшить диаметр сердечника до 14 мм, высоту обмотки до 26,5 мм при диаметре полюсного наконечника не меньше 24,5 мм.

Обоснованно выбранные размеры приводного электромагнита:  $d_c = 14$  мм,  $\delta_n = 4,82$  мм ( $\delta^* = 0,344$ ),  $d_n = 24,5$  мм ( $d^* = 1,75$ ),  $a_n = 2,8$  мм ( $a^* = 0,2$ ),  $H_0 = 26,5$  мм ( $H^* = 1,89$ ),  $A_0 = 9$  мм ( $A^* = 0,643$ ),  $c = 36$  мм ( $c^* = 2,57$ ),  $a_{яп} = 3,6$  мм ( $a_{яп}^* = 0,26$ ),  $b_{яп} = 43$  мм ( $b^* = 3,1$ ),  $b_{як} = b_{яп} = 43$  мм. Здесь (\*) в нижнем индексе при переменных означает их относительную величину в долях  $d_c$ .

**Выводы.** 1. Предложена методика обоснованного выбора проектирования квазиоптимального форсированного клапанного П-образного привода с переключаемыми с параллельного на последовательное соединение обмотками на основе экспериментально полученных нагрузочных характеристик, позволяющая определить основные размеры при минимальном числе принимаемых вспомогательных коэффициентов.

2. Испытания макетного образца с рекомендованными размерами подтвердили эффективность разработанной методики синтеза П-образного приводного электромагнита.

#### Литература

1. Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Моделирование и синтез П-образных электромагнитов постоянного тока и напряжения. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2003. 228 с.
2. Сахаров П.В. Проектирование электрических аппаратов. М.: Энергия, 1971. 560 с.
3. Свинцов Г.П. Электромагнитные контакторы и пускатели / Чуваш. ун-т. Чебоксары, 1998. 260 с.
4. Софронов Ю.В., Свинцов Г.П., Николаев Н.Н. Проектирование электромеханических аппаратов автоматики. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1988. 88 с.
5. Таев И.С. Расчет электромагнитных коммутационных реле и контакторов. М.: Изд-во МЭИ, 1997. 79 с.

#### References

1. Russova N.V., Svintsov G.P. *Modelirovanie i sintez P-obraznykh elektromagnitov postoyanogo toka i napryazheniya* [Modeling and synthesis U-shaped electromagnets and DC voltage]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2003, 228 p.
2. Sakharov P.V. *Proektirovanie elektricheskikh apparatov* [Design of electrical devices]. Moscow, Energiya Publ., 1971, 560 p.
3. Svintsov G.P. *Elektromagnitnye kontaktory i puskateli* [Electromagnetic contactors and starters]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1998, 260 p.
4. Sofronov Yu.V., Svintsov G.P., Nikolaev N.N. *Proektirovanie elektromekhanicheskikh apparatov avtomatiki* [Design automation of electromechanical devices]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1988. 88 p.
5. Taev I.S. *Raschet elektromagnitnykh kommutatsionnykh rele i kontaktorov* [Calculation of electromagnetic switching relays and contactors]. Moscow, MEI Publ., 1997, 79 p.

---

**НИКИТИНА ОЛЕСЯ АЛЕКСЕЕВНА. См. с. 90.**

**ПЕТРОВ ОЛЕГ АЛЕКСАНДРОВИЧ. См. с. 90.**

**РУССОВА НАТАЛИЯ ВАЛЕРЬЕВНА. См. с. 90.**

**СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ. См. с. 90.**

---

УДК 621.3  
ББК 31.2

Л.Э. РОГИНСКАЯ, Р.Р. ИСМАГИЛОВ, Ю.В. РАХМАНОВА

**РАСШИРЕНИЕ ЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА  
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ  
ДЛЯ ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ УСТАНОВОК,  
ВКЛЮЧАЮЩИХ ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ,  
С ПОМОЩЬЮ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ**

*Ключевые слова:* полупроводниковый преобразователь частоты, многофункциональный трансформатор, индукторно-конденсаторный модуль, согласование выходных параметров преобразователя, стабилизация напряжения.

*Исследована совместная работа полупроводниковых преобразователей частоты и многофункциональных трансформаторов, предназначенных для согласования выходных параметров полупроводникового преобразователя с параметрами нагрузки, в качестве которой представлен индукторно-конденсаторный модуль. Применение подобных трансформаторов позволяет не только согласовывать напряжения инвертора и нагрузки, но и увеличивать частоту в целое число раз, также стабилизировать и регулировать выходное напряжение.*

**L. ROGINSKAYA, R. ISMAGILOV, Yu. RAKHMANOVA  
EXPANSION OF FREQUENCY RANGE  
OF SEMICONDUCTOR FREQUENCY CONVERTERS  
FOR ELECTROTECHNOLOGICAL INSTALLATIONS INVOLVING  
INDUCTION HEATING BY MEANS OF MULTIPURPOSE TRANSFORMERS**

*Key words:* semiconductor converter of frequency, multipurpose transformer, inductor and condenser module, coordination of output parameters of the converter, stabilization of tension.

*This article investigates the joint action of semiconductor frequency converters and the multipurpose transformers which are intended to coordinate the output parameters of the semiconductor converter with the parameters of the load which is represented by the inductor and capacitor module. Employment of such transformers allows not only to coordinate the voltage of the inverter and the load, but also to increase frequency an integral number of times, as well as to stabilize and regulate the output voltage.*

Современный этап развития производства характеризуется расширением областей применения электротехнологии, при этом потребляемая энергия преобразуется более чем в 50% случаев, а сами технологии относят к ресурсосберегающим. Среди электротехнологий одно из основных мест занимает индукционный нагрев металлов. Одной из составных частей устройств, обеспечивающих индукционный нагрев, является высокочастотный индукторно-конденсаторный модуль совместно с источником питания повышенной частоты.

Главной задачей конструирования и эксплуатации индукционных установок являются правильный выбор параметров каждого элемента схемы и оптимальное согласование работы преобразователя с нагрузочным колебательным контуром.

Для согласования электромагнитных параметров индукторно-конденсаторного модуля и полупроводникового преобразователя частоты в некоторых случаях необходимо использовать высокочастотный трансформатор. В каче-

стве такого элемента можно использовать ферромагнитный умножитель частоты, который, наряду с согласованием напряжений, позволяет расширить частотный диапазон установки и стабилизировать ее выходные параметры. Немаловажной функцией умножителя является коммутационная разгрузка полупроводниковых ключей преобразователя частоты, т.е. подобные элементы играют роль многофункциональных трансформаторов [5].

При этом применение ферромагнитных материалов с аморфной или нанокристаллической структурой позволяет существенно повысить энергетические показатели многофункционального трансформатора. Наличие высокой частоты приводит, наряду с уменьшением габаритов рассматриваемых устройств, к увеличению удельных потерь в магнитопроводе. Так как в рабочем режиме магнитопроводы умножителей насыщаются, то рационально использовать многофункциональные трансформаторы с умножением частоты в четное число раз, т.е. с подмагничиванием постоянным током.

**1. Ферромагнитные умножители частоты.** Ферромагнитные умножители частоты различаются по типу, конструкции, габаритным размерам и назначению и т.д. Принцип действия ферромагнитных умножителей частоты приведен в литературе [1, 2, 4].

Число магнитопроводов умножителя равно кратности умножения  $n$  ( $n = 2, 4, \dots$ ), а число фаз  $m$  равно  $n/2$ . Так как трансформаторы подключаются к выходным зажимам полупроводникового преобразователя, в качестве исходной системы принята двухфазная, т.е. входное напряжение можно принять равным:

$$\begin{aligned} u_1 &= U_m \sin \omega t; \\ u_2 &= U_m \cos \omega t, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\omega$  – выходная частота полупроводникового преобразователя.

Напряжение на зажимах первичных обмоток умножителя можно определить из соотношения: в (2)  $l = 0, 1 \dots, (l/2 - 1)$ . Схема обобщенного ферромагнитного умножителя частоты в четное число раз приведена на рис. 1.

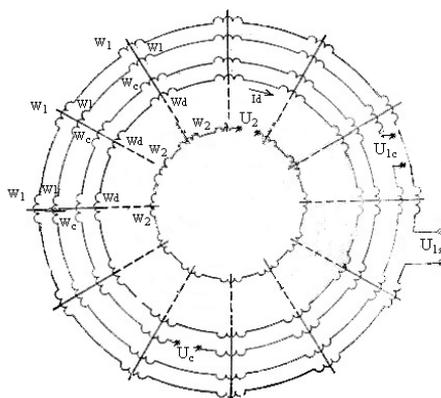


Рис. 1. Универсальная дискретная физическая модель умножителя частоты

В наиболее простых случаях для умножителей в два и четыре раза напряжение будет равно:  $U_{12} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = U_{14}$ . В общем случае все числа витков можно определить согласно [1]. На рис. 2 приведена схема совместной работы умножителя частоты в два раза и симметричного мостового инвертора [6].

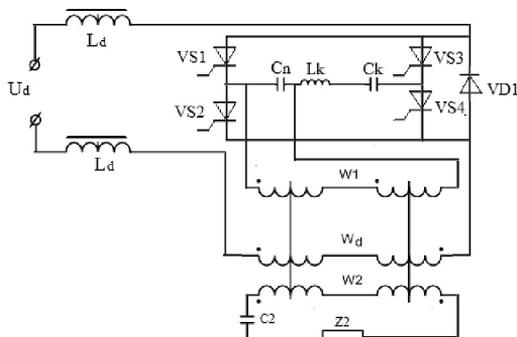


Рис. 2. Схема однофазного удвоителя частоты

Для исследования электромагнитных процессов ферромагнитных умножителей частоты были выполнены Simulink-модели в математическом пакете Matlab (рис. 3–5). Построение Simulink-модели однофазного удвоителя частоты (рис. 2) основывается на нижеприведенных уравнениях:

$$\begin{aligned} U_1 &= i_1 r_1 + w_1 \frac{d\Phi_1}{dt} + w_1 \frac{d\Phi_2}{dt} - w_2 \frac{d\Phi_1}{dt} + w_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = i_2 r_2 + U_C; \\ F_1 &= i_1 w_1 + I_d w_d + i_2 w_2; \\ F_2 &= i_1 w_1 - I_d w_d - i_2 w_2; \\ i_2 &= i_C + i_H; \\ U_C &= U_H = i_H r_H + L_H \frac{di_H}{dt}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – активные сопротивления числа витков первичной и вторичной обмоток;  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  – суммарные потоки в магнитопроводах I и II;  $w_d$  – число витков обмотки подмагничивания;  $F_1$  и  $F_2$  – суммарные МДС магнитопроводов:

$$\begin{aligned} F_1 + F_2 &= 2i_1 w_1; \\ F_1 - F_2 &= 2i_2 w_2 + 2I_d w_d. \end{aligned}$$

Модель (рис. 3) работает следующим образом: на выходе сумматора Sum of Elements получаем значение  $w_1 \frac{d\Phi_1}{dt}$ , далее  $\frac{d\Phi_1}{dt}$ , которое интегрируем и получаем значение  $\Phi_1$ , по зависимости  $\Phi_1 = f(F_1)$  (блок Look up Table) определяем  $F_1$ . Аналогичным образом находим  $F_2$ . Складывая или вычитая между собой  $F_1$  и  $F_2$  в конечном итоге получим значения  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_H$  и  $w_c$ .

Временные зависимости Simulink-модели удвоителя частоты приведены на рис. 4. На рис. 4, а, б приведены осциллограммы потоков и МДС магнитопроводов, из которых видно, что их насыщенное состояние чередуется с ненасыщенным через половину периода питающего напряжения. Из рис. 4, в следует, что в напряжении нагрузки присутствуют высшие четные гармоники, кроме второй

гармоники напряжения, что позволяет использовать подобные схемы для дальнейшего повышения частоты. Длительность переходного процесса при включении преобразователя, можно оценить по рис. 4, з, из которого видно, что динамический режим проолжается четыре-пять периодов первичного напряжения.

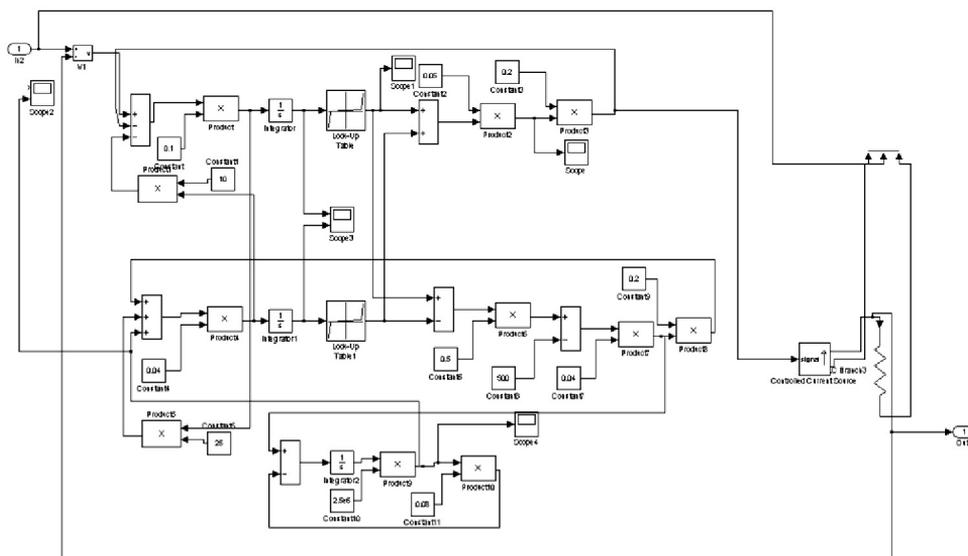


Рис. 3. Simulink-модель ферромагнитного удвоителя частоты (при помощи элементов 1 in и 1 out модель удвоителя подключена к модели преобразователя частоты (рис. 4))

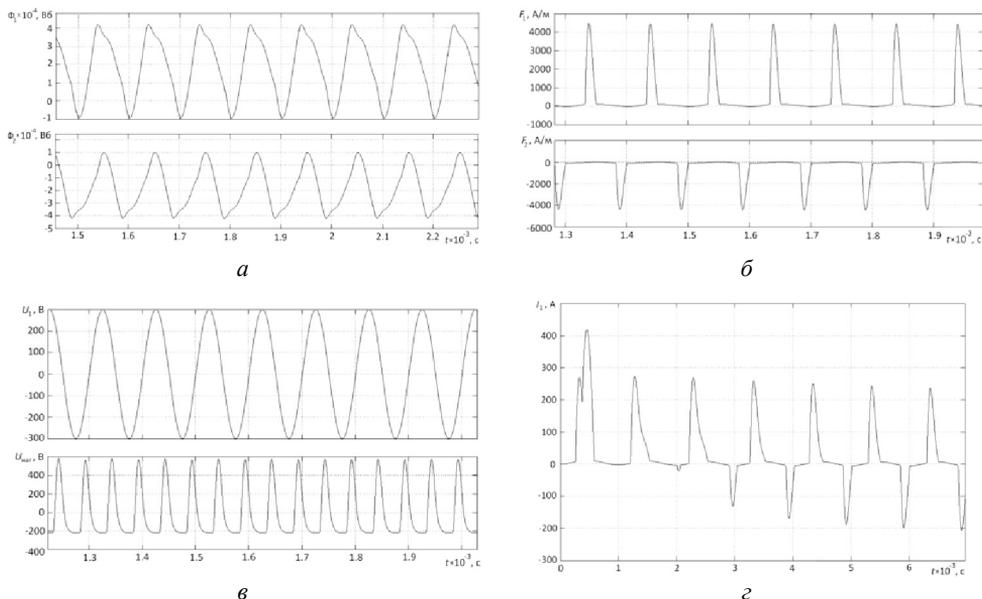


Рис. 4. Графики измеряемых величин: а – магнитные потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ ; б – МДС  $F_1$  и  $F_2$ ; в – напряжение питания  $U_1$  и напряжение на нагрузке  $U_H$ ; з – ток в первичной цепи  $I_1$

Для построения представленной модели ферромагнитного удвоителя частоты были заданы следующие параметры:  $U_H = 250\text{--}300\text{ В}$ ,  $f = 10\text{ кГц}$ ,  $P = 10\text{ кВт}$ , которые выбраны таким образом, чтобы эту модель удвоителя частоты можно было применить как подсистему в модели полупроводникового преобразователя частоты и, таким образом, получить модель преобразователя частоты с ферромагнитным удвоителем частоты рис. 5 [3].

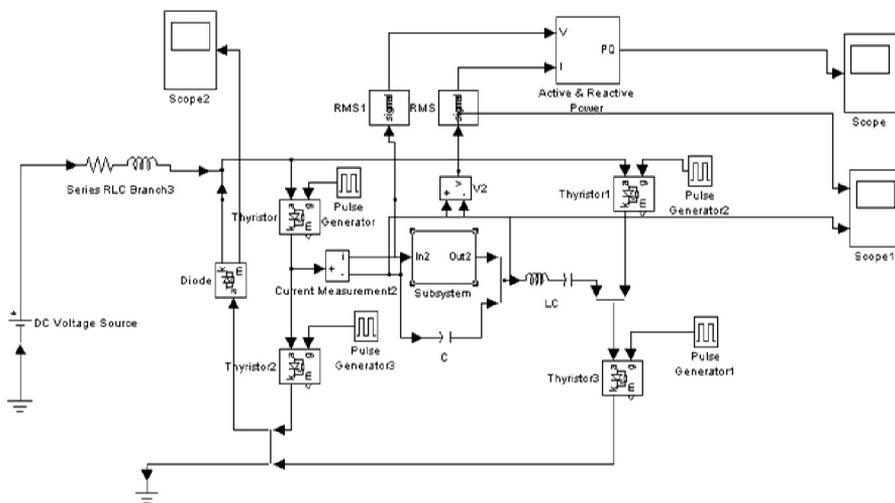


Рис. 5. Модель преобразователя частоты, собранного по схеме мостового симметричного резонансного инвертора совместно с моделью ферромагнитного удвоителя частоты (представлена в виде блока подсистемы Subsystem)

На рис. 6 приведена схема ферромагнитного учетверителя частоты.

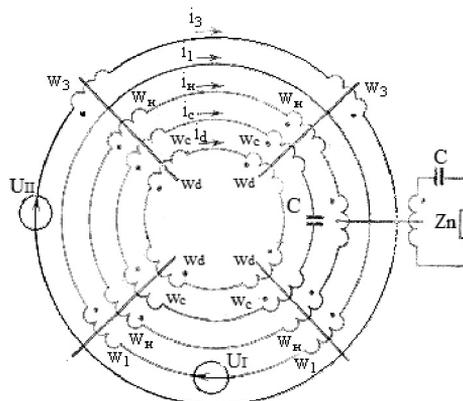


Рис. 6. Схема ферромагнитного учетверителя частоты

На рис. 7 представлена Simulink-модель ферромагнитного учетверителя частоты. Математическая модель учетверителя представляет собой последовательную взаимосвязь математических операций, которые определены системой уравнений.

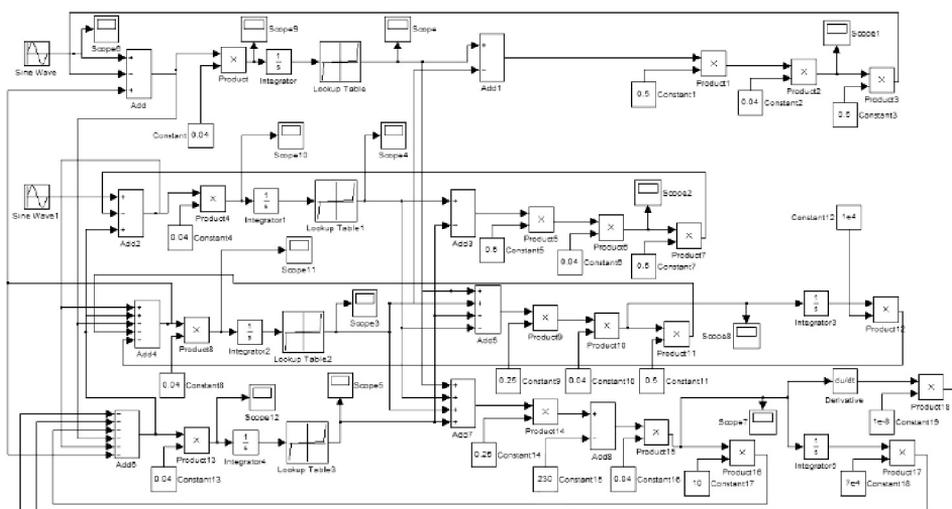


Рис. 7. Simulink-модель ферромагнитного учетверителя частоты

$$\begin{aligned}
 U_{1m} \sin \omega t &= w_1 \frac{d\Phi_I}{dt} - w_1 \frac{d\Phi_{II}}{dt} + i_1 r_1; \\
 U_{1m} \cos \omega t &= w_1 \frac{d\Phi_{III}}{dt} - w_1 \frac{d\Phi_{IV}}{dt} + i_3 r_3; \\
 U_H &= w_H \frac{d\Phi_I}{dt} + w_H \frac{d\Phi_{II}}{dt} + w_H \frac{d\Phi_{III}}{dt} + w_H \frac{d\Phi_{IV}}{dt} = -i_H r_H - L_H \frac{di_H}{dt} - U_{CH}; \\
 U_{CC} &= w_C \frac{d\Phi_I}{dt} + w_C \frac{d\Phi_{II}}{dt} - w_C \frac{d\Phi_{III}}{dt} - w_C \frac{d\Phi_{IV}}{dt} = -i_C r_C - U_{CH}; \\
 U_{CC} &= \frac{1}{C_C} \int i_C dt; \quad U_{CH} = \frac{1}{C_H} \int i_H dt.
 \end{aligned} \quad (3)$$

Выражаем потоки из уравнений:

$$\begin{aligned}
 w_1 \frac{d\Phi_I}{dt} &= U_{1m} \sin \omega t + w_1 \frac{d\Phi_{II}}{dt} - i_1 r_1; \\
 w_3 \frac{d\Phi_{III}}{dt} &= U_{1m} \cos \omega t + w_1 \frac{d\Phi_{IV}}{dt} - i_3 r_3; \\
 w_C \frac{d\Phi_{II}}{dt} &= -i_C r_C - \frac{1}{C_C} \int i_C dt + w_C \frac{d\Phi_{III}}{dt} + w_C \frac{d\Phi_{IV}}{dt} - w_C \frac{d\Phi_I}{dt}; \\
 w_H \frac{d\Phi_{IV}}{dt} &= -i_H r_H - L_H \frac{di_H}{dt} - \frac{1}{C_H} \int i_H dt - w_H \left( \frac{d\Phi_I}{dt} + \frac{d\Phi_{II}}{dt} + \frac{d\Phi_{III}}{dt} \right).
 \end{aligned} \quad (4)$$

Далее после интегрирования дифференциальных уравнений находим МДС для каждого потока, соответственно, аналогично (2):

$$\begin{aligned}
 F_I &= F_1 + F_d + F_c + F_4; \\
 F_{III} &= F_3 + F_d - F_c + F_4; \\
 F_{II} &= -F_1 + F_d + F_c + F_4; \\
 F_{IV} &= -F_3 + F_d - F_c + F_4.
 \end{aligned}$$

Токи в обмотках равны:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{w_1} \left( \frac{F_I - F_{II}}{2} \right); \\ i_3 &= \frac{1}{w_3} \left( \frac{F_{III} - F_{IV}}{2} \right); \\ i_C &= \frac{1}{w_C} \left( \frac{F_I + F_{II} - F_{III} - F_{IV}}{2} \right); \\ i_H &= \frac{1}{w_H} \left( \frac{F_I + F_{II} + F_{III} + F_{IV}}{2} - F_d \right). \end{aligned} \quad (5)$$

В формулах (3)–(5):  $w_1$ ,  $w_3$ ,  $w_C$  и  $w_H$  – количество витков соответствующих обмоток;  $r_1$ ,  $r_3$ ,  $r_C$  и  $r_H$  – активные сопротивления контуров;  $c_C$  и  $c_H$  – емкости конденсаторов в цепях обмоток удвоенной и выходной частот;  $L_H$  – индуктивность нагрузки;  $F_I$ – $F_{IV}$  – МДС магнитопроводов.

Контроль за расчетом в Simulink-модели осуществляется при помощи измерительных элементов и смотровых окон (scope) [4].

На рис. 8 приведены зависимости, полученные с помощью Simulink-модели учетверителя частоты. Качественно МДС, токи в первичных обмотках и магнитные потоки в сердечниках совпадают с зависимостями удвоителей частоты, причем выходная частота согласно рис. 6 в четыре раза больше входной.

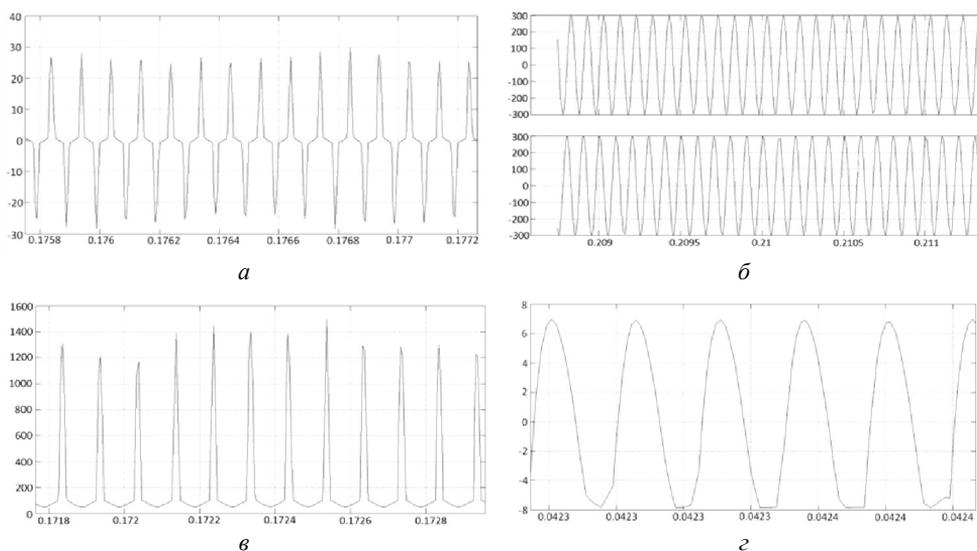


Рис. 8. Графики измеряемых величин:  
а) ток в первичной цепи  $I_1$ ; б) напряжение питания  $U_1$ ;  
в) МДС  $F_1$ ; г) ток 4-й гармоники  $I_4$

Таким образом, использование ферромагнитных умножителей частоты позволяет решить несколько задач, связанных с обеспечением наиболее рациональных режимов работы источников питания для индукционного нагре-

ва: расширить частотный диапазон, согласовать выходное напряжение инвертора с заданным напряжением нагрузки и стабилизировать это напряжение.

### Литература

1. Бамдас А.М., Блинов И.В., Захаров Н.В. Ферромагнитные умножители частоты. М.: Энергия, 1968. 170 с.
2. Бамдас А.М., Разуваев Ю.П., Шапиро С.В. Аналоговое моделирование исполнительных ферромагнитных устройств. М.: Наука, 1975. 439 с.
3. Гультаев А.К. Визуальное моделирование в среде MatLab. СПб.: Питер, 2000. 432 с.
4. Задерей Г.П., Заико П.Н. Многофункциональные трансформаторы в средствах вторичного электропитания. М.: Радио и связь, 1989. 176 с.
5. Рогинская Л.Э., Исмагилов Р.Р. Многофункциональные силовые трансформаторные модули // Электронные устройства и системы: межвуз. сб. Уфа: УГАТУ, 2008. С. 54–58.
6. Рогинская Л.Э., Исмагилов Р.Р., Гарифуллин И.Н. Электромагнитные процессы при каскадном включении многофункциональных трансформаторных модулей // Электромеханика, электротехнические комплексы и системы: межвуз. сб. Уфа: УГАТУ, 2008. С. 149–153.

### References

1. Bamdas A.M., Blinov I.V., Zakharov N.V. *Ferromagnitnye umnozhiteli chastoty* [Ferromagnetic frequency multipliers]. Moscow, Energiya Publ., 1968, 170 p.
2. Bamdas A.M., Razuvaev Yu.P., Shapiro S.V. *Analogovoe modelirovanie ispolnitel'nykh ferromagnitnykh ustroystv* [Analog modeling of actuation ferromagnetic mechanisms]. Moscow, Nauka Publ., 1975, 439 p.
3. Gul'tyaev A.K. *Vizual'noe modelirovanie v srede MatLab* [Visual modeling in the environment of MatLab]. St. Petersburg, Piter Publ., 2000, 432 p.
4. Zaderei G.P., Zaiko P.N. *Mnogofunktsional'nye transformatory v sredstvakh vtorichnogo elektropitaniya* [Multipurpose transformers in means of secondary power supply]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989, 176 p.
5. Roginskaya L.E., Ismagilov R.R. *Mnogofunktsional'nye silovye transformatornye moduli* [Multipurpose power transformer modules]. *Elektronnye ustroystva i sistemy: mezhvuz. sb.* [Electronic devices and systems: Interuniversity collection papers]. Ufa, Ufa State Aviation University Publ., 2008, pp. 54–58.
6. Roginskaya L.E., Ismagilov R.R., Garifullin I.N. *Elektromagnitnye protsessy pri kaskadnom vklyucheniі mnogofunktsional'nykh transformatornykh modulei* [Electromagnetic processes at cascade turning on of multipurpose transformer modules]. *Elektromekhanika, elektrotekhnicheskie komplekсы i sistemy: mezhvuz. sb.* [Electromechanics, electrotechnical complexes and systems: Interuniversity collection papers]. Ufa, Ufa State Aviation University Publ., 2008, pp. 149–153.

---

**РОГИНСКАЯ ЛЮБОВЬ ЭММАНУИЛОВНА** – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики, Уфимский государственный авиационный университет, Россия, Уфа (roginskaya36@mail.ru).

**ROGINSKAYA LYUBOV** – doctor of technical sciences, professor of Electromechanics Chair, Ufa State Aviation University, Russia, Ufa.

**ИСМАГИЛОВ РУСЛАН РАДИКОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики, Уфимского государственного авиационного университета, Россия, Уфа (ruslani1978@mail.ru).

**ISMAGILOV RUSLAN** – candidate of technical sciences, assistant professor of Electromechanics Chair, Ufa State Aviation University, Russia, Ufa.

**РАХМАНОВА ЮЛИЯ ВЛАДИСЛАВОВНА** – кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики, Уфимский государственный авиационный университет, Россия, Уфа (tananda21@yandex.ru).

**RAKHMANOVA YULIA** – candidate of technical sciences, assistant professor of Electromechanics Chair, Ufa State Aviation University, Russia, Ufa.

---

УДК 621.31  
ББК 31.279

Л.М. РЫБАКОВ, З.Г. ИВАНОВА

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОТКАЗОВ И ПЛАНИРОВАНИЕ РЕЗЕРВА ЗАПАСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, АППАРАТОВ И ОБОРУДОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ 10 КВ

*Ключевые слова:* разрядники, изоляторы, силовые трансформаторы, электрические аппараты, электрические сети, уравнение регрессии, запасные элементы, прогнозирование.

*Рассмотрены вопросы отказов элементов, аппаратов и силовых трансформаторов в распределительных сетях 10 кВ в зависимости от воздействующих факторов по месяцам года. Получены уравнения регрессии, связывающие интенсивности отказов элементов, аппаратов, оборудования и воздействующих факторов. Исследования позволили выявить и описать интенсивность отказов для наиболее характерных периодов года эксплуатации электрических сетей. Полученные уравнения регрессии и функциональные зависимости интенсивности отказов с использованием разработанных вероятностных моделей прогнозирования позволили провести оценку числа запасных элементов, аппаратов и оборудования для распределительных сетей по месяцам и сезонам года. Предложенная методика планирования запасных элементов позволяет оптимизировать эти запасы с учетом сезонности эксплуатации, принципа достаточности и определять приоритет в финансировании средств на формирование резерва.*

L. RYBAKOV, Z. IVANOVA

## PREDICTING FAILURE AND PLANNING RESERVES OF SPARE PARTS, APPARATUS AND EQUIPMENT FOR 10 KV ELECTRIC DISTRIBUTION GRIDS

*Key words:* arresters, insulators, power transformers, electric apparatus, electrical networks, regression equation, spare elements, forecasting.

*The article considers the equipment, devices, and power transformers failures of 10 kV distribution grids affected by different factors connected with the weather conditions in different months of the year. We have obtained the regression equations that connect equipment, devices, and power transformers failures with factors affecting them. The research allowed revealing and describing the intensity of failures typical of seasonable exploitation of distribution grids. The regression equations and functional dependence of failures intensity obtained by use of forecasting probability models allowed assessing the number of spare parts, devices and equipment for distribution grids according to months and seasons of the year. The proposed methods of planning spare parts allow to optimize their reserves in terms of the period of their exploitation, sufficiency principle, as well as to determine priorities in financing the creation of reserves.*

**Анализ отказов в распределительной сети 10 кВ.** Наиболее слабым элементом в распределительных сетях 10 кВ являются: линейные разъединители, разрядники, силовые трансформаторы, линейные изоляторы и провода.

Основными причинами отказов элементов, аппаратов и оборудования в распределительной сети 10 кВ являются:

- превышение фактических нагрузок (механических и электрических) над их расчётными значениями;
- неправильный выбор типов элементов, аппаратов и оборудования распределительной сети 10 кВ;
- дефекты, допущенные при изготовлении и монтаже;
- несоблюдение правил при эксплуатации элементов, аппаратов и оборудования;

– экстремальные значения действующих на распределительную сеть 10 кВ природных факторов (ветер, осадки (дождь, снег и т. д.), температура, интенсивность грозовой деятельности);

– повреждения элементов, аппаратов и оборудования из-за внутренних перенапряжений в системах электроснабжения.

В качестве исходной информации использовались журналы регистрации аварийных отключений РЭС, карты изоляции оборудования и годовые отчёты Йошкар-Олинских электрических сетей.

Основным подходом при анализе отказов в распределительной сети 10 кВ является сбор статистической информации о числе отказов за определённый промежуток времени с последующей обработкой полученной информации методами математической статистики с помощью программы «Statistica 5.0». В соответствии с поставленной задачей исследования объём выборки должен быть достаточно большим, чтобы можно было делать анализ отказов и их прогноз.

В качестве объектов исследования выбраны наиболее важные элементы сети 10 кВ: провод, изоляторы, разрядники и трансформаторы. Отказ каждого из этих элементов может привести к нарушению электроснабжения потребителей.

Показатели надёжности ВЛ 10 кВ:

- интенсивность отказов  $\lambda = 2\text{--}20$  на 100 км;
- среднее время восстановления  $t_{\text{в}} = 2\text{--}24$  ч;
- плановое время ремонта  $t_{\text{пл}} = 2\text{--}8$  ч/год на одну цепь;
- частота плановых ремонтов  $\lambda_{\text{пл}} = 0,5\text{--}1$  год на одну цепь.

Надёжность линий 10 кВ зависит от надёжности изоляторов, применяемых в распределительных сетях. Отказ линейной изоляции вызывает до 40% всех отключений в распределительных сетях 10 кВ. Это объясняется наличием у многих изоляторов заводских дефектов, а также их дополнительным внесением при транспортировке. Наиболее частой причиной отказа изоляторов данного типа является их механическое разрушение от воздействия механических нагрузок от проводов или постороннего вмешательства, а также электрический пробой из-за удара молнии или коммутационных перенапряжений. Причиной отказов является также высокая температура, которая возникает при перекрытиях электрической дугой. Следует подчеркнуть, что дуга однофазного короткого замыкания (КЗ) может устойчиво гореть при токах порядка 5А, вызывая при этом полное разрушение изолятора за 1 мин. При воздействии дуги междуфазного КЗ разрушение происходит за 1,5–2 с. Кроме того, изоляторы функционируют при воздействии на них рабочего напряжения, значительных механических нагрузок, температурных колебаний, атмосферных осадков и загрязнения. Усиленное старение изоляции в летний период объясняется наибольшей среднесуточной амплитудой колебаний температуры воздуха и наибольшим среднемесячным количеством осадков.

Максимальная интенсивность отказов проходных изоляторов типа ПНБ-10 наблюдается в летний период, весной и осенью она ниже, хотя и остаётся на достаточно высоком уровне, зимой же количество отказов значительно ниже. Это объясняется изменением температурного режима и влажности в течение года.

Распределение отказов (обрывов) провода имеет несколько иной характер. Инциденты с проводами составляют до 35% от всех отказов элементов сети.

Основной причиной повреждаемости проводов является их обрыв от воздействия ветровых и гололёдно-ветровых нагрузок (64%), а также от перегорания проводов при их схлестывании, перегорания из-за высоких электрических нагрузок происходят реже.

Аварийность по причине обрыва проводов максимальна для проводов малых сечений и для проводов марки А (алюминиевых без стального сердечника). Аварийность по причине обрыва проводов снижается с увеличением сечения проводов и с переходом на сталеалюминиевые провода марки АС.

От 30 до 60% обрывов проводов происходит при механических нагрузках в пределах расчётных величин, в предварительно ослабленных местах из-за пережогов при опасных в электрическом отношении сближениях, из-за усталостного разрушения проволок провода при высокочастотных колебаниях (вибрациях), перетирации проволок об изолятор и зажим.

Интенсивность обрывов проводов относительно высока на протяжении всего года. Незначительное превышение их общего уровня наблюдается в зимний период из-за высокой ветровой нагрузки, обледенения и снега.

В качестве объекта исследования отказов аппаратов рассмотрены вентильные подстанционные разрядники (РВП) и линейные разъединители (ЛР).

Для анализа отказов разрядников исследуем распределение по месяцам инцидентов, связанных с вентильными подстанционными разрядниками. Интенсивность отказов имеет ярко выраженный максимум в весенний (май) и летний периоды, в остальное время года количество инцидентов стабильно низкое, что, видимо, объясняется грозowymi явлениями, которые в большом количестве имеют место в период с мая по август включительно.

Разъединители – коммутационные аппараты – предназначены для переключений без нагрузки, утрачивают работоспособность как из-за воздействия природных факторов, так и из-за неправильного действия персонала. Разъединители имеют следующие показатели надёжности:

- интенсивность отказов  $\lambda = 0,001-0,015$ ;
- среднее время восстановления  $t_{в} = 6-14$  ч;
- плановое время ремонта  $t_{пл} = 2-8$  ч/год;
- частота плановых ремонтов  $\lambda_{пл} = 0,2-0,5$ .

Отказы разъединителей проявляются в виде коротких замыканий, вызванных электрическими и механическими повреждениями, кроме того, в виде самопроизвольного включения и отказа при включении.

Распределение причин отказов разъединителей:

- обледенение и регулирование – 40%;
- пробой и дефекты изоляции – 20%;
- отказ привода – 20%;
- неисправность механизма – 10%;
- дефекты контактных соединений – 5%;
- ошибки персонала – 5%.

Интенсивность отказов имеет выраженный максимум в летний период.

**Анализ отказов оборудования распределительной сети 10 кВ.** Самым важным и сложным звеном распределительной сети 10 кВ являются трансформаторы (класс напряжения 10/0,4 кВ). Структурные элементы трансфор-

матора могут утрачивать работоспособность вследствие действия различных факторов. Частота отказов трансформаторов в значительной степени зависит от габаритов, класса напряжения и условий эксплуатации.

Для трансформаторов 10 кВ характерны следующие значения показателей надёжности:

- интенсивность отказов  $\lambda = 0,008-0,08$ ;
- среднее время восстановления  $t_{в} = 80-100$  ч;
- плановое время ремонта  $t_{пл} = 10-15$  ч/год;
- частота плановых ремонтов  $\lambda_{пл} = 0,25$  год.

Причиной отказа трансформатора могут быть отказы его внешней изоляции (вводы высокого (ВН) и низкого (НН) напряжений), основной изоляции, обмотки и т.д. Распределение числа отказов (в процентах) элементов конструкции трансформаторов напряжением 10 кВ составляет:

- витковая и продольная изоляция – 60%;
- вводы – 1%;
- баки, прокладки, система охлаждения – 1%;
- главная изоляция – 19%;
- магнитопровод – 16%.

Повреждения продольной изоляции происходят из-за нарушения электродинамической устойчивости обмоток и недостаточной электрической прочности витковой изоляции в начальной части обмоток, а также из-за дефектов, допущенных при изготовлении. Уменьшение электродинамической устойчивости обмоток трансформаторов малой и средней мощности обусловлено тем, что опрессовка их производится с помощью клиньев. В процессе эксплуатации вследствие усадки картона и клиньев опрессовка ослабевает. При прохождении сквозного тока КЗ обмотка смещается, появляются трещины в витковой изоляции, вследствие чего уменьшается электрическая прочность изоляции. Пробой изоляции чаще всего происходит во время грозы из-за неэффективной защиты от перенапряжений. Возможны также разбухание дополнительной катушечной изоляции обмоток и, как следствие, поломка конструктивных элементов обмотки. Кроме механических и усталостных процессов в обмотке происходит и тепловое старение изоляции вследствие повышения температуры окружающей среды, а также плановых и аварийных перегрузок. Отказы высоковольтных вводов в основном вызваны загрязнением химическими уносами, а отказы переключателей – механическим износом. Распределение причин отказа трансформаторов:

- заводские дефекты – 35%;
- грозовые повреждения – 25%;
- неправильная эксплуатация – 20%;
- неудовлетворительный ремонт – 10%;
- старение изоляции – 10%.

Несмотря на многоплановость факторов, вызывающих отказ, большее их количество приходится на летний период. Очевидно, это происходит по причине сложных климатических условий при функционировании трансформаторов: высокая температура, грозовые явления и прочее.

**Прогнозирование резерва запасных элементов РЭСсН-10 кВ.** На основе вышеприведенных исследований можно прогнозировать отказы и ком-

плектовать резерв запасных элементов РЭСхН-10 кВ и силовых трансформаторов с учетом интенсивности этих отказов.

Нами проведены исследования по выявлению связей между отказами элементов РЭСхН-10 кВ и интенсивностью воздействия климатических факторов.

На основе статистики отказов энергохозяйств предприятий Республики Марий Эл в работе исследованы параметры следующих определяющих климатических факторов:  $x_1$  – относительная влажность воздуха, %;  $x_2$  – температура воздуха, °С;  $x_3$  – количество осадков, выпавших за сутки, мм;  $x_4$  – скорость ветра, м/с;  $x_5$  – число грозных часов, ч, а также приведены статистические данные (среднее за 10 лет) по интенсивности отказов:  $y_1$  – обрыв провода;  $y_2$  – повреждение опор;  $y_3$  – пробой аппаратной изоляции;  $y_4$  – срабатывание средств контроля изоляции;  $y_5$  – пробой изоляции ВЛ;  $y_6$  – неуспешное АПВ;  $y_7$  – отказ силовых трансформаторов.

Воздействие указанных параметров на интенсивность отказов учитывалось в течение всего года. Для выяснения вида отказов по сезонам года особое внимание уделено влиянию интенсивности грозовой деятельности. Для  $y_5$  (пробой изоляции ВЛ) анализ проводился в период времени с апреля по ноябрь включительно, так как в это время изоляция ВЛ отказывает наиболее часто. Для  $y_1$  (обрыв провода) брался период с декабря по февраль.

Получены уравнения регрессии, связывающие интенсивности отказов элементов ( $y_i$ ) и воздействующие факторы ( $x_i$ ) по сезонам года. Ниже приведены уравнения регрессии для интенсивности отказов некоторых элементов для периода наблюдений май – август:

$$y_1 = 0,3435 + 0,3162x_4 + 0,56x_5 - 0,339x_4^2 + 0,019x_5^2 + 0,308x_4x_5 + 0,41x_1x_4x_5; \quad (1)$$

$$y_3 = \frac{1}{0,9168 + 0,004x_4 + 0,002x_5 - 0,002x_4^2 - 0,004x_5^2 + 0,0005x_4x_5 + 0,0001x_1x_4x_5}; \quad (2)$$

$$y_5 = e^{0,133+0,017x_3+0,014x_5-0,0001x_3^2+0,0005x_5^2+0,02x_3x_5+0,003x_1x_3x_5}; \quad (3)$$

$$y_7 = e^{0,1163+0,004x_3+0,048x_5}. \quad (4)$$

Анализ построенных гистограмм по интенсивности отказов показал, что наименьшая погрешность между расчетными и экспериментальными значениями наблюдается в периоды январь – апрель, май – август, а в остальные месяцы погрешность выше. Это можно объяснить неучетом в уравнениях регрессии эксплуатационных факторов (внутренние перенапряжения, субъективные факторы).

Наибольшая сходимость расчетных значений с экспериментальными данными наблюдается с мая по август, что характеризует воздействие фактора  $x_5$  (интенсивность грозовой деятельности). Этот период можно использовать для расчета запаса трансформаторов, сведя затраты к минимуму. Поэтому дальнейшие исследования ограничены наблюдениями по сезонам года.

Проведенные выше исследования позволили выявить и описать интенсивность отказов элементов для наиболее характерных периодов года эксплуатации электрических сетей.

Обрыв провода

$$y_{1t} = (11,96 + 1,966t + 0,085t^2)e^{1,08(t-0,76)^2}. \quad (5)$$

Линейные разъединители ЛР

$$y_{3t} = 1,471 + 5,149e^{-0,46(t-6,36)^2}. \quad (6)$$

Изоляторы ВЛ

$$y_{5t} = 4,491 + 2,668t - 0,203t^2. \quad (7)$$

Полученные уравнения регрессии и функциональные зависимости интенсивности отказов с использованием разработанных вероятностных моделей прогнозирования (при уровне надежности  $P_{\text{дост}} = 0,9; 0,95; 0,99$ ) позволили провести оценку числа запасных элементов распределительных сетей по месяцам и сезонам года.

По заданному значению  $P_{\text{дост}}$  и предварительно вычисленному значению  $\bar{y}_{mt}$  можно установить  $y_{mt}$ , используя зависимость:

$$y_{mt} = (P_{\text{дост}} = 0,95) = 1,645\sigma_{mt} + \bar{y}_{mt},$$

где  $\bar{y}_{mt}$  – математическое ожидание количества отказов  $m$ -го элемента, аппарата или оборудования за год;  $\sigma_{mt}$  – среднеквадратическое отклонение количества отказов  $m$ -го элемента, аппарата или оборудования за год ( $m = 1$  – провода воздушных линий;  $m = 3$  – изолятор ТП;  $m = 5$  – изолятор ВЛ;  $m = 7$  – силовой трансформатор).

Предложенная методика планирования запасных элементов позволяет оптимизировать эти запасы с учетом сезонности эксплуатации электрических сетей и принципа достаточности.

По сравнению с существующим методом предложенный метод комплектования запасных элементов с учетом сезонности воздействующих климатических факторов позволяет более рационально распределять средства на формирование резерва запасных элементов и определять приоритет в финансировании.

#### Литература

1. Иванова З.Г., Рыбаков Л.М. Стратегия обслуживания на основе результатов диагностирования состояния активной части силовых трансформаторов с учетом смещения резонансных частот в зависимости от увлажнения и наличия витковых замыканий в обмотках [Электронный ресурс] // Научный журнал КубГАУ. 2014. № 103(09). URL: <http://ej.kubagro.ru/2014/09/pdf/33.pdf> (дата обращения: 02.02.2015).
2. Рыбаков Л.М., Волков С.В. Прогнозирование отказов элементов и аппаратов в распределительной сети 10 кВ // Известия высших учебных заведений. Сер. Проблемы энергетики. 2004. № 1-2. С. 84–88.
3. Рыбаков Л.М., Волков С.В. Обоснование комплектования запасом элементов, аппаратов и оборудования распределительной сети 10 кВ // Известия высших учебных заведений. Сер. Проблемы энергетики. 2004. № 3-4. С. 87–90.
4. Рыбаков Л.М., Волков С.В. Вероятностное прогнозирование отказов элементов и аппаратов в распределительной сети 10 кВ // Электрика. 2004. № 2. С. 17–19.
5. Рыбаков Л.М. Методы и средства обеспечения работоспособности электрических распределительных сетей 10 кВ. М.: Энергоатомиздат, 2004. 421 с.
6. Рыбаков Л.М., Волков С.В. Влияние климатических факторов на отказы элементов распределительных сетей 10 кВ // Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2006. № 2. С. 4–6.

## References

1. Ivanova Z.G., Rybakov L.M. *Strategiya obsluzhivaniya na osnove rezul'tatov diagnostirovaniya sostoyaniya aktivnoi chasti silovykh transformatorov s uchetom smeshcheniya rezonansnykh chastot v zavisimosti ot uvlazhneniya i nalichiya vitkovykh замыканий v obmotkakh* [Maintenance strategy based on the diagnostic results of power transformers active part with account for resonance frequency bias depending on humidification and inter-winding faults]. *Nauchnyi zhurnal KubGAU* [Scientific Journal of KubSAU], 2014, no. 103(09). Available at: <http://ej.kubagro.ru/2014/09/pdf/33.pdf> (Accessed 2 Feb. 2015).
2. Rybakov L.M., Volkov S.V. *Prognozirovanie otkazov elementov i apparatov v raspredelitel'noi seti 10 kV* [Prediction of failure elements and devices in the 10 kV distribution network]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Ser. Problemy energetiki* [News of universities. Series «Problems of energy»], 2004, no. 1-2, pp. 84–88.
3. Rybakov L.M., Volkov S.V. *Obosnovanie komplektovaniya zapasom elementov, apparatov i oborudovaniya raspredelitel'noi seti 10 kV* [Justification acquisition reserve elements, devices and equipment 10 kV distribution network]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Ser. Problemy energetiki* [News of universities. Series «Problems of energy»], 2004, no. 3-4, pp. 87–90.
4. Rybakov L.M., Volkov S.V. *Veroyatnostnoe prognozirovanie otkazov elementov i apparatov v raspredelitel'noi seti 10 kV* [Probabilistic forecasting failures of elements and devices in the 10 kV distribution network]. *Elektrika* [Electrics], 2004, no. 2, pp. 17–19.
5. Rybakov L.M. *Metody i sredstva obespecheniya rabotosposobnosti elektricheskikh raspredelitel'nykh setei 10 kV* [Methods and tools to ensure efficiency of electrical distribution networks of 10 kV]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 2004. 421 p.
6. Rybakov L.M., Volkov S.V. *Vliyaniye klimaticheskikh faktorov na otkazy elementov raspredelitel'nykh setei 10 kV* [The influence of climatic factors on the failures of elements 10 kV distribution networks]. *Mekhanizatsiya i elektrifikatsiya sel'skogo khozyaistva* [Mechanization and Electrification of Agriculture], 2006, no. 2, pp. 4–6.

---

**РЫБАКОВ ЛЕОНИД МАКСИМОВИЧ.** См. с. 72.

**ИВАНОВА ЗИНАИДА ГЕННАДЬЕВНА** – аспирант кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола ([diagnoz@marsu.ru](mailto:diagnoz@marsu.ru)).

**IVANOVA ZINAIDA** – post-graduate student of Power Supply and Diagnostic Engineering Chair, Mari State University Russia, Yoshkar-Ola.

---

УДК 621.304  
ББК 324я7

Л.М. РЫБАКОВ, С.В. ЛАСТОЧКИН

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ЛИДЕРА МОЛНИИ В СЕЛЬСКОЙ МЕСТНОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВОЗДЕЙСТВУЮЩИХ ФАКТОРАХ ДЛЯ ВЫБОРА МОЛНИЕЗАЩИТЫ ОБЪЕКТОВ

**Ключевые слова:** линейная молния, лидер молнии, грозовой разряд, планирование эксперимента, радиус стягивания, воздействующие факторы, ориентация лидера молнии.

На основе многолетних наблюдений за поражаемостью молнией объектов в сельской местности при интенсивности грозовой деятельности 60–80 дней за грозовой сезон, проведены предварительные исследования с использованием активного планирования эксперимента по определению радиуса стягивания лидера молнии на поражаемой поверхности. В качестве воздействующих факторов приняты интенсивность дождя ( $X_1$ ), скорость ветра ( $X_2$ ) и интенсивность ультрафиолетового излучения ( $X_3$ ). Высота ориентировки лидера молнии ( $H$ ) выбиралась в зависимости от высоты  $h$  защищаемых объектов (и принималась равной  $3h$ ,  $6h$ ,  $9h$ ). Результаты лабораторных исследований показали, что при высоте ориентировки лидера молнии ( $3h$ – $6h$ ) защищаемые объекты не поражались, а при высоте ориентировки лидера молнии  $9h$  имели место поражения от одного до трех домов из четырех установленных на экспериментальной площадке. Наибольшая поражаемость защищаемых объектов выявлена при совместном воздействии факторов ( $X_1X_2$ ,  $X_2X_3$ ,  $X_1X_3$ ) при высоте ориентировки лидера молнии  $9h$ . Результаты экспериментов приведены на рисунках, отражающих воздействие различных факторов на поражаемость лидера молнии объектов, расположенных в сельской местности.

L. RYBAKOV, S. LASTOCHKIN

## STUDY LEADERS OF BEHAVIOR LIGHTNING IN RURAL AREAS IN DIFFERENT IMPACT FACTORS TO SELECTING LIGHTNING PROTECTION OBJECTS

**Key words:** linear lightning, lightning leader, lightning discharge, planning of experiment, contraction radius, influencing factors, lightning leader's orientation.

The article describes a preliminary research based on long-term observations on the vulnerability of objects in rural districts during the intensive thunderstorm activity accompanied by lightning for 60–80 days per thunderstorm season by use of active planning of experiment on the determination of the lightning leader's contraction radius on the affected surface. Influencing factors were represented by rain intensity ( $X_1$ ), wind speed ( $X_2$ ) and ultraviolet emission ( $X_3$ ). The height of the lightning leader's orientation ( $H$ ) was determined by the height ( $h$ ) of the objects under protection (and was taken as  $3h$ ,  $6h$ ,  $9h$ ). The results of the laboratory research showed that at the height of the lightning leader's orientation equaling to  $3h$ – $6h$  the protected objects were not affected, while at the height equaling to  $9h$  the lightning affected from one to three houses out of four buildings erected on the testing site. The greatest susceptibility of protected sites was identified under the joint influence of factors ( $X_1X_2$ ,  $X_2X_3$ ,  $X_1X_3$ ) at the lightning leader's orientation height of  $9h$  which turned to be the most influencing factor. The experiments results are given in the pictures showing the effect of various influencing factors on the lightning vulnerability of buildings in rural districts.

Гроза – одно из самых интересных, распространенных и постоянно изучаемых явлений природы. Одновременно на планете происходит около 2000 гроз, это почти 100 ударов молний в минуту [1].

Линейная молния – это длинная искра, возникающая из-за значительного напряжения между грозовым облаком и землей и несущая электрический за-

ряд. Разряд между грозовой тучей и землей обычно начинается с прорастания к земле слабосветящегося канала, движущегося толчкообразно со средними скоростями  $10^2$ – $10^3$  км/с при напряженности поля 30 кВ/см. Этот предварительный разряд молнии назван ступенчатым лидером. Когда лидер достигает поверхности земли, начинается фаза главного разряда, воспринимаемая невооруженным глазом как разряд молнии [3].

Разряды молнии представляют большую опасность для людей, зданий, сооружений, инженерных коммуникаций, особенно находящихся вблизи водоемов. Опасными проявлениями молнии являются как прямой удар, так и вторичные воздействия – электромагнитная и электростатическая индукции. Это занос высоких потенциалов через наземные и подземные проводящие конструкции (провода линий электропередач, трубопроводы) с опасностью повреждения бытовой техники. Вторичные проявления молнии приводят к наведению потенциалов на металлических элементах конструкций, оборудовании, к опасности образования искрения внутри объекта [4].

В результате прямого попадания разряда молнии в здание и сооружение возникает серьезная угроза поражения электрическим током людей и домашних животных, возгорания, оплавления различных материалов, расщепления древесины и разрушения с образованием трещин в бетоне и кирпиче. Однако, даже в случае непрямого попадания в здание разряда молнии, волна перенапряжения может распространяться по коммуникациям на многие километры, что может впоследствии привести к мгновенному отказу дорогостоящего оборудования [7].

Для зданий и сооружений в сельской местности от поражений разрядами молний необходимы дальнейшие исследования по совершенствованию молниезащиты объектов сельской местности.

В качестве объекта исследования были взяты 4 дома размером  $A \times B \times h$  (см) (уменьшение методом электрографического моделирования в 100 раз), расположенные на закрепленном металлическом основании на расстоянии от центра ориентации лидера молнии. Модели домов были изготовлены из диэлектрического непроводящего материала без заземления крыш. В качестве параметров, влияющих на радиус стягивания лидера молнии на поражаемой поверхности (рис. 1), были взяты: интенсивность дождя, мм/мин ( $X_1$ ), скорость ветра, м/с ( $X_2$ ), интенсивность ультрафиолетового излучения, с ( $X_3$ ).

Расположение защищаемых зданий и ориентация лидера молнии представлены на рис. 1.

Высота ориентировки лидера молнии над поражаемым объектом составляла:  $1 - 3h$  (21 см);  $2 - 6h$  (42 см);  $3 - 9h$  (63 см);  $h$  – высота защищаемого объекта ( $h = 7$  см).

Полученные результаты планированного эксперимента приведены в табл. 2.

Таблица 1

Условия планирования эксперимента

Уровень факторов и интервалы варьирования	$X_1$ , мм/мин	$X_2$ , м/с	$X_3$ , с
Нижний уровень	1	2	30
Нулевой уровень	2	4	60
Верхний уровень	3	6	90
Интервал варьирования	1	2	30

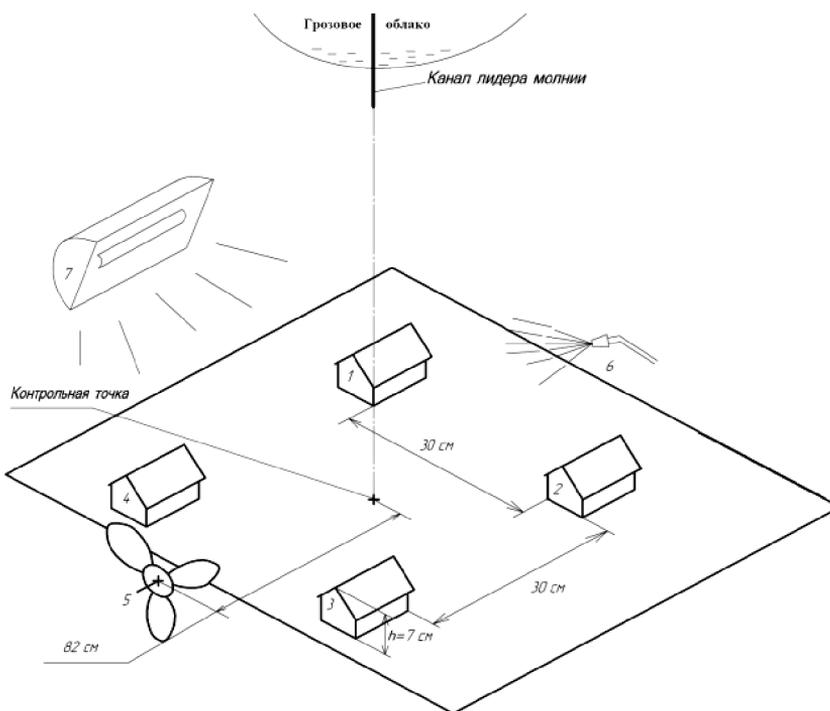


Рис. 1. Схема проведения эксперимента по влиянию воздействующих факторов (скорости ветра, интенсивности дождя и ультрафиолетового излучения) на поражаемость объектов: 1, 2, 3, 4 – макет дома (объекты поражения); 5 – вентилятор; 6 – пульверизатор установка; 7 – установка ультрафиолетового облучения

Таблица 2

Результаты планированного эксперимента

№ п/п	Фактор	Высота	Максимальный радиус поражения молнией $R_x$ , опыт №1/№2/№3	Место повреждения опыт №1/№2/№3
1	Без факторов	3h	5/5,6/6,0	земля/земля/земля
2		6h	14/-/-	земля/дом № 1/дом № 4
3		9h	-/-/-	дом № 1/дом № 2/дом № 3
4	$X_1X_2 (V_1, 1 \text{ мм/мин})$	3h	3/4/5	земля/земля/земля
5	$X_1X_2 (V_1, 2 \text{ мм/мин})$	3h	4/5/5,5	земля/земля/земля
6	$X_1X_2 (V_1, 3 \text{ мм/мин})$	3h	9/12/14	земля/земля/земля
7	$X_1X_2 (V_1, 1 \text{ мм/мин})$	6h	4/5/6	земля/земля/земля
8	$X_1X_2 (V_1, 2 \text{ мм/мин})$	6h	7/9/10	земля/земля/земля
9	$X_1X_2 (V_1, 3 \text{ мм/мин})$	6h	13/15/17	земля/земля/земля
10	$X_1X_2 (V_1, 1 \text{ мм/мин})$	9h	6/7/8	земля/земля/земля
11	$X_1X_2 (V_1, 2 \text{ мм/мин})$	9h	10/11/13	земля/земля/земля
12	$X_1X_2 (V_1, 3 \text{ мм/мин})$	9h	21/21/21	дом № 1, 4/дом № 2/дом № 3
13	$X_2X_3 (V_1, 30 \text{ с})$	3h	1/1,5/3	земля/земля/земля
14	$X_2X_3 (V_1, 60 \text{ с})$	3h	2/4/6	земля/земля/земля
15	$X_2X_3 (V_1, 90 \text{ с})$	3h	8/10/12	земля/земля/земля
16	$X_2X_3 (V_1, 30 \text{ с})$	6h	2/4/6	земля/земля/земля
17	$X_2X_3 (V_1, 60 \text{ с})$	6h	7/8/10	земля/земля/земля
18	$X_2X_3 (V_1, 90 \text{ с})$	6h	11/14/16	земля/земля/земля
19	$X_2X_3 (V_1, 30 \text{ с})$	9h	13/16/18	земля/земля/земля
20	$X_2X_3 (V_1, 60 \text{ с})$	9h	19/20/21	земля/земля/дом № 2

Окончание табл. 2

№ п/п	Фактор	Высота	Максимальный радиус поражения молнией $R_x$ , опыт №1/№2/№3	Место повреждения опыт №1/№2/№3
21	$X_2X_3$ ( $I_1$ , 90 с)	9h	21	дом № 1, 3/дом № 2, 4/дом № 3, 4
22	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 30 с)	3h	1,5/3/4,5	земля/земля/земля
23	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 60 с)	3h	5/6,5/7	земля/земля/земля
24	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 90 с)	3h	8,5/10/12	земля/земля/земля
25	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 30 с)	6h	6/8/9	земля/земля/земля
26	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 60 с)	6h	9,5/11/13	земля/земля/земля
27	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 90 с)	6h	14,5/15,5/16	земля/земля/земля
28	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 30 с)	9h	8/10/12	земля/земля/земля
29	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 60 с)	9h	14/16/19	земля/земля/земля
30	$X_1X_3$ (1 мм/мин, 90 с)	9h	21	Дома № 2, 3/дом № 2/дом № 1, 4, 3

Результаты экспериментов в графической форме представлены на рис. 2–4.

3D Surface Plot (Spreadsheet1.sta 10v\*10c)

$$y_2 = -2,5556 + 0,4167x_2 + 7x_2^2$$

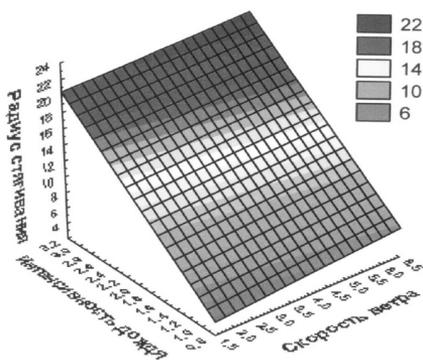


Рис. 2. Результат эксперимента по влиянию факторов  $X_1X_2$  при 9h

3D Surface Plot (Spreadsheet1.sta 10v\*10c)

$$y_2 = -1,7778 + 0,1833x_2 + 1,3x_2^2$$

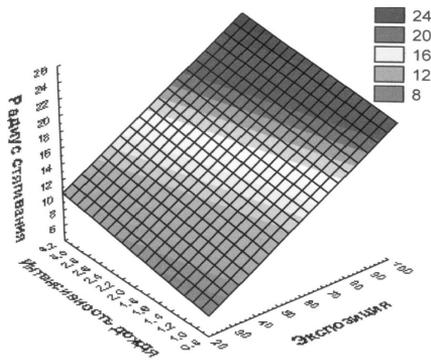


Рис. 3. Результат эксперимента по влиянию факторов  $X_2X_3$  при 9h

3D Surface Plot (Spreadsheet1.sta 10v\*10c)

$$y_2 = -1,1111 + 0,5833x_2 + 0,0889x_2^2$$

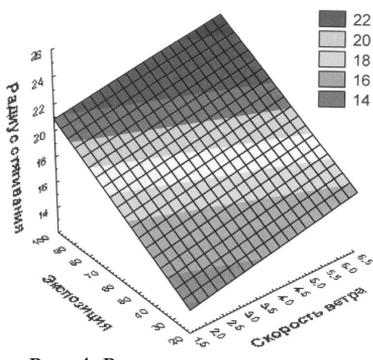


Рис. 4. Результат эксперимента по влиянию факторов  $X_1X_3$  при 9h

Данные наблюдений по Республике Марий Эл показали более частое поражение объектов, расположенных вблизи зон водоемов. Это обуславливается хорошей проводимостью подстилающей поверхности участка земли вблизи водоемов. На основании этой закономерности необходимо обеспечить максимально надежную и эффективную молниезащиту зданий и сооружений в сельской местности. Данная зависимость прослеживается в результатах лабораторных экспериментов.

По результатам проведенных исследований и собранных данных о поражаемости объектов в сельской местности можно дать следующие рекомендации:

1. Включение внешней металлической облицовки и крыши здания в систему молниезащиты [9].

2. Защита зданий и сооружений в сельской местности отдельными молниеприемниками, соединенными с общей системой молниезащиты, если металлические части крыши нуждаются в защите от прямого удара молнии. Молниеприемник должен находиться на безопасном расстоянии от указанного элемента.

3. Создание качественного заземляющего устройства для отвода на него импульсных токов молнии.

4. Необходимо проведение дальнейших исследований по защите объектов, расположенных в сельской местности, с использованием многофакторного эксперимента для определения радиуса стягивания лидера молнии на поражаемой поверхности с учетом интенсивности дождя, скорости ветра, интенсивности ультрафиолетового излучения с учетом интенсивности грозовой активности для исследуемых регионов.

Таким образом, для создания эффективной системы молниезащиты необходимо сочетание внешней и внутренней систем молниезащиты.

#### Литература

1. Базелян Э.М., Райзер Ю.П. Физика молнии и молниезащиты. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
2. Базуткин В.В., Ларионов В.П., Пинталь Ю.С. Техника высоких напряжений: Изоляция и перенапряжения в электрических системах. М.: Энергоатомиздат, 1986. 464 с.
3. Карякин Р.Н. Справочник по молниезащите. М.: Энергосервис, 2005. 879 с.
4. Кузнецкин И.П., Ларионов В.П., Прохоров Е.Н. Молния и молниезащита. М.: Знак, 2003.
5. Рыбаков Л.М., Макарова Н.Л. Изоляция и перенапряжения / Мар. гос.ун-т. Йошкар-Ола, 2013. 320 с.
6. Стекольников И.С., Борисов В.Н., Смирнов И.Г. Грозозащита зданий и сооружений в сельской местности. М.: Минкомхоз, 1956. 78 с.
7. Харечко В.Н. Рекомендации по молниезащите индивидуальных жилых домов, коттеджей, дачных домов. М.: Энергосервис, 2002. 176 с.

#### References

1. Bazelyan E.M., Raizer Yu.P. *Fizika molnii i molniezashchity* [Physics of lightning and lightning protection]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001. 320 p.
2. Bazutkin V.V., Larionov V.P., Pinal' Yu.S. *Tekhnika vysokikh napryazhenii: Izolyatsiya i perenapryazheniya v elektricheskikh sistemakh* [Technics of high pressure: Isolation and surge in electrical systems. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986, 464 p.
3. Karyakin R.N. *Spravochnik po molniezashchite* [Handbook of lightning protection]. Moscow, Energoservis Publ., 2005, 879 p.
4. Kuzhnekin I.P., Larionov V.P., Prokhorov E.N. *Molniya i molniezashchita* [Lightning and lightning protection]. Moscow, Znak Publ., 2003.
5. Rybakov L.M., Makarova N.L. *Izolyatsiya i perenapryazheniya* [Isolation and overvoltages]. Ioshkar-Ola, 2013, 320 p.
6. Stekol'nikov I.S., Borisov V.N., Smirnov I.G. *Grozozashchita zdaniy i sooruzheniy v sel'skoi mestnosti* [Lightning protection of buildings and facilities in rural areas]. Moscow, Minkomkhoz Publ., 1956. 78 p.
7. Kharechko V.N. *Rekomendatsii po molniezashchite individual'nykh zhilykh domov, kottedzhei, dachnykh domov* [Recommendations for lightning protection of individual houses, cottages, country houses]. Moscow, Energoservis Publ., 2002, 176 p.

---

**РЫБАКОВ ЛЕОНИД МАКСИМОВИЧ.** См. с. 72.

**ЛАСТОЧКИН СЕРГЕЙ ВАЛЕРЬЕВИЧ** – аспирант кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (chizik86@mail.ru).

**LASTOCHKIN SERGEY** – post-graduate student of Electricity Supply and Technical Diagnostics Chair, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola.

---

УДК 621.314.263

ББК 31.291

Д.Г. САДИКОВ, В.Г. ТИТОВ

**АНАЛИЗ ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ,  
ПОТРЕБЛЯЕМОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ ЧАСТОТЫ**

*Ключевые слова:* преобразователь частоты, питающая сеть, гармоники, фильтр, электромагнитная совместимость.

*Представлены результаты исследования гармонического состава тока и напряжения, потребляемого преобразователями частоты. Рассмотрено влияние преобразователей частоты на питающую сеть. Расчеты показали, что без проведения специальных мероприятий, таких как установка фильтров, работа большинства преобразователей частоты оказывает негативное влияние на питающую сеть, искажая кривые тока и напряжения выше допустимых пределов. Произведен анализ способов подавления высших гармоник.*

**D. SADIKOV, V. TITOV****ANALYSIS OF HARMONIC COMPOSITION OF CURRENT  
AND VOLTAGE CONSUMED BY FREQUENCY CONVERTERS**

*Key words:* frequency converter, power supply grid, harmonics, filter, electromagnetic compatibility.

*The present article covers the issues of investigating a harmonic composition of the current and voltage consumed by frequency converters, the influence of frequency converters on the power supply grid. Calculations have shown, that without special measures such as the installation of filters, the work of most frequency converters has a negative impact on the power supply grid resulting in deforming curves of the current and voltage above admissible limits. The article also presents the results of the analysis of methods aimed to suppress higher harmonics.*

Наибольшее применение для широкодиапазонного регулирования частоты вращения асинхронных двигателей в настоящее время получили преобразователи частоты (ПЧ) с двойным преобразованием энергии. Такие устройства преобразуют электроэнергию питающей сети в электроэнергию с требуемыми значениями напряжения, тока и частоты в два этапа. На первом этапе с помощью выпрямителя производится преобразование тока и напряжения сети с частотой 50 Гц в постоянные ток и напряжение. На втором этапе постоянные ток и напряжение преобразуются в переменные, но уже с новыми, требуемыми для обеспечения желаемого режима работы электродвигателя значениями тока, напряжения и частоты [1, 2]. Такой способ преобразования энергии имеет ряд недостатков, один из которых связан с наличием на входе таких ПЧ полупроводникового выпрямителя, который искажает форму тока и напряжения питающей сети.

Генерация в питающую сеть высших гармоник тока и напряжения и возникающие при этом отклонения параметров качества электроэнергии от значений, регламентируемых ГОСТ 13109-97<sup>1</sup>, может существенно ограничивать применение ПЧ.

Применение модуляционных методов управления силовыми электронными ключами в случае управляемого выпрямителя и многоуровневых схем инверторов позволяет эффективно решить задачу электромагнитной совмести-

<sup>1</sup> ГОСТ 13109-97 Нормы качества электрической энергии. М.: Стандартинформ, 2006. 32 с.

тимости (ЭМС) ПЧ с питающей сетью. Ряд фирм-производителей для улучшения формы выходного напряжения устанавливает на выходе ПЧ емкостные или индуктивно-емкостные (синусные) фильтры, что повышает стоимость преобразователя, а также ухудшает его массогабаритные характеристики. Без использования выходных фильтров ЭМС обеспечивается в многоуровневых схемах ПЧ.

Для уменьшения влияния ПЧ на питающую сеть и обеспечения требований ЭМС применяются следующие технические решения: установка фильтра на входе ПЧ; дроссель в звене постоянного тока ПЧ; увеличение количества пульсаций напряжения (так называемой «пульсности») входного выпрямителя за период питающего напряжения; применение управляемого выпрямителя на входе ПЧ, использующего специальный алгоритм управления ключами; использование активного фильтра гармоник.

Установка фильтров высших гармоник или применение дросселя в звене постоянного тока ПЧ дают примерно одинаковый эффект и позволяют эффективно бороться с эмиссией высших гармоник в питающую сеть. Такой способ используется для преобразователей малой и средней мощности. Для преобразователей большой мощности габаритные размеры фильтра становятся сравнимы с самим ПЧ, что вызывает сложности с установкой его в производственных помещениях. Стоимость такого фильтра также очень высока.

В качестве примера проведен расчет гармоник на шинах РУНН-0,4 кВ КТП 10/0,4, мощностью 1600 кВА, к которому подключено 30 преобразователей частоты.

Таблица 1

Исходные данные для расчета

Параметр	Значение
Сетевые параметры:	
первичное напряжение, кВ	10
напряжение на низкой стороне, кВ	0,4
частота сети, Гц	50
мощность КЗ на вводе ВН трансформатора, МВА	100
Параметры трансформатора:	
номинальная мощность, кВА	1600
напряжение короткого замыкания, %	6,0
напряжение на низкой стороне, кВ	0,4
векторная группа	D Y0
Параметры привода:	
тип преобразователя частоты	ATV61HD30N4
мощность преобразователя частоты, кВт	30
количество преобразователей, шт.	30
тип сетевого дросселя (на каждый ПЧ)	VW3A4556

Расчетная схема представлена на рис. 1.

Форма тока и напряжения на стороне 10 (точка PCC1), 0,4 (точка PCC2) кВ питающего трансформатора представлена на рис. 2, 3. Расчет проводился в программе Harmonics Simulation Tool version 1.08.0.

Результаты расчета гармонического состава питающего напряжения представлены в табл. 2.

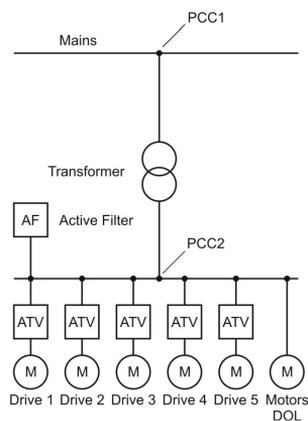


Рис. 1. Расчетная схема

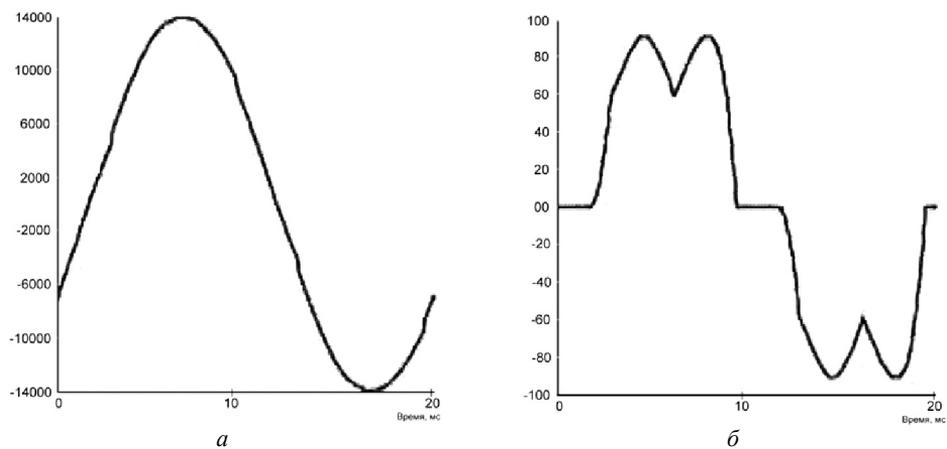


Рис. 2. Форма напряжения (а) и тока (б) на стороне 10 кВ

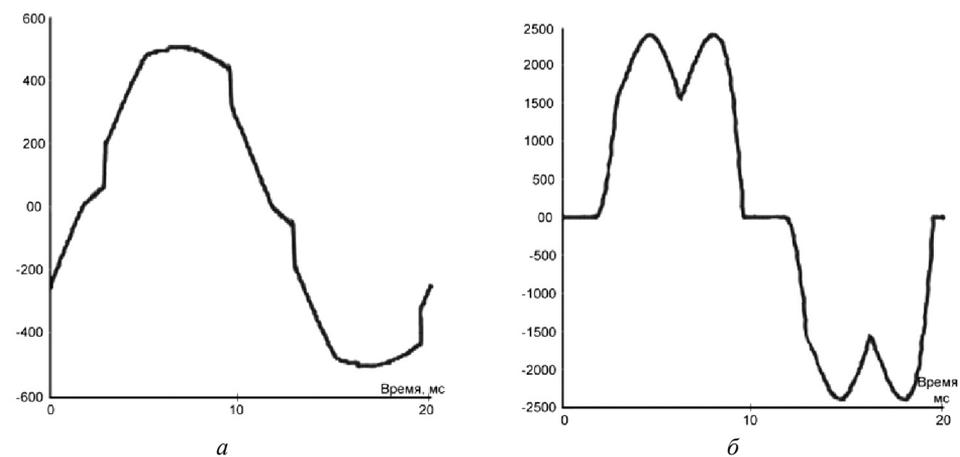


Рис. 3. Форма напряжения (а) и тока (б) на стороне 0,4 кВ

Таблица 2

## Процентное содержание высших гармоник на стороне 10, 0,4 кВ

Гармоники напряжения (10 кВ)	%	Гармоники тока (10 кВ)	%	Гармоники напряжения (0,4 кВ)	%	Гармоники тока (0,4 кВ)	%
5	1,3181	5	25,1048	5	6,3985	5	25,1048
7	0,5587	7	7,6033	7	2,7122	7	7,6033
11	0,5612	11	4,8616	11	2,7247	11	4,8616
13	0,4489	13	3,2905	13	2,1793	13	3,2905
17	0,2705	17	1,5166	17	1,3135	17	1,5166
19	0,2755	19	1,3817	19	1,3375	19	1,3817
23	0,2155	23	0,8931	23	1,0465	23	0,8931
25	0,1844	25	0,7028	25	0,8951	25	0,7028
29	0,187	29	0,6147	29	0,9081	29	0,6147
31	0,172	31	0,5289	31	0,8353	31	0,5289
35	0,1367	35	0,3723	35	0,6638	35	0,3723
37	0,1375	37	0,3543	37	0,6678	37	0,3543
41	0,1218	41	0,2831	41	0,5913	41	0,2831
43	0,1112	43	0,2466	43	0,5401	43	0,2466
47	0,1119	47	0,2268	47	0,543	47	0,2268
49	0,1066	49	0,2075	49	0,5179	49	0,2075
THDv	1,7643	THDi	27,0068	THDv	8,5651	THDi	27,0068

Как видно из результатов расчета, коэффициент нелинейных искажений тока даже при использовании сетевых дросселей составляет  $THDi = 27\%$ , что выше максимально допустимого значения ( $12\%$ ). Коэффициент нелинейных искажений напряжения  $THDv$  не превышает допустимого по ГОСТ 13109-97 значения. Чтобы показатели качества электроэнергии не превышали максимально допустимые значения, для рассматриваемого примера наилучшим решением является применение активных фильтров.

Для ПЧ большой мощности применяются 6-, 12- или 18-пульсные сетевые выпрямители на диодах или SCR-тиристорах, что позволяет ограничить в спектре высших гармоник 5-ю и 7-ю либо также 11-ю и 13-ю гармоники. Увеличение числа пульсаций входного напряжения выпрямителя за период сетевой частоты достигается путем применения одного или нескольких трансформаторов с разным фазовым сдвигом вторичных обмоток и нескольких, последовательно соединенных неуправляемых выпрямителей. Применение 24-пульсных схем выпрямления способно практически полностью решить проблему ЭМС ПЧ с питающей сетью. Однако этот способ требует дополнительных капитальных затрат из-за сложности изготовления многообмоточного согласующего трансформатора и очень большого числа силовых полупроводниковых элементов в выпрямительном силовом каскаде ПЧ.

В качестве примера расчетные данные гармонического состава тока и напряжения на шинах ЗРУ-10 кВ при работе четырех ПЧ типа MV7616, мощностью 11,5 МВт с 24-пульсной схемой входного выпрямителя приведены на рис. 4.

Как видно из рис. 4, гармонический состав входного тока и напряжения соответствует требованиям ГОСТ 13109-97 даже без применения входных фильтров высших гармоник. Однако такой способ требует применения двух входных согласующих трансформаторов с разными группами соединения обмоток.

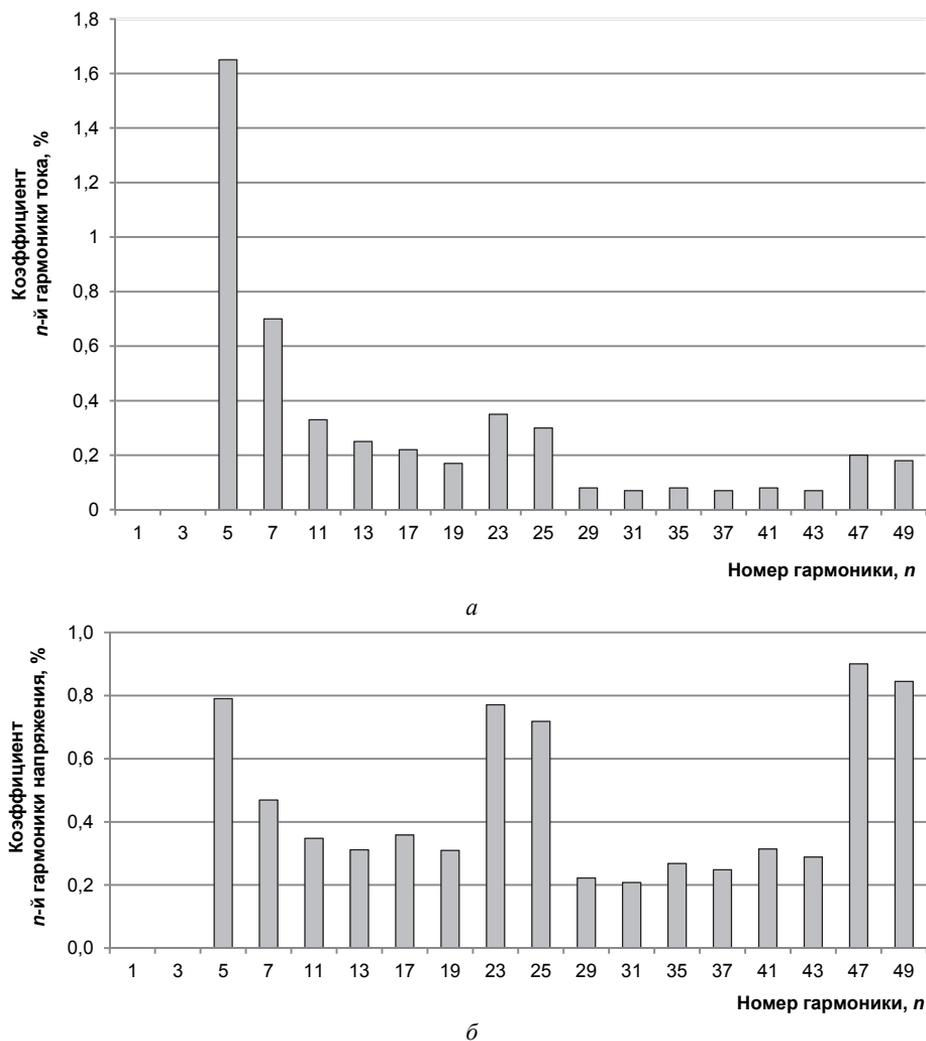


Рис. 4. Результаты расчета гармонического состава питающего тока (а) и напряжения (б) ПЧ типа MV7616 ф. Convertteam.

Наиболее эффективным способом обеспечения ЭМС ПЧ с питающей сетью является использование активного сетевого выпрямителя, представляющего собой мало искажающий сеть электроснабжения управляемый выпрямитель на силовых ключах с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Такой способ применяется, как правило, при сопряжении высоковольтных ПЧ со «слабыми» сетями электроснабжения, в которых соотношение мощностей сети и подключенных преобразователей находится в пределах

$$\frac{S_{\text{кз сети}}}{S_{\text{ПЧ}}} < (30...35),$$

где  $S_{\text{кз сети}}$  – мощность короткого замыкания питающей сети на стороне 10 кВ;  $S_{\text{ПЧ}}$  – суммарная мощность высоковольтных ПЧ. Активный компенсатор гармо-

ник генерирует в распределительную сеть гармоники, потребляемые соответствующей нелинейной нагрузкой, но с противоположной фазой. В результате этого ток и напряжение в сети остаются синусоидальными.

Важной задачей с точки зрения обеспечения ЭМС ПЧ является оптимизация алгоритма управления ключами ПЧ таким образом, чтобы гармонический состав напряжений и токов на входе и выходе преобразователя оставался оптимальным во всех режимах работы агрегата.

Стоит отметить, что наиболее удачной топологией ПЧ с точки зрения обеспечения ЭМС с питающей сетью является схема многоуровневого автономного инвертора напряжения [3]. Такие ПЧ при работе не вызывают значительных искажений тока и напряжения и способны работать без дополнительно устанавливаемых фильтров.

Использование фильтров и увеличение пульсаций входного напряжения выпрямителя являются действенными способами подавления высших гармоник, генерируемых ПЧ в питающую сеть. Применение активных фильтров практически полностью решает проблему ЭМС с питающей сетью. Выбор оптимального способа подавления высших гармоник должен основываться на предварительно проведенных расчетах и сравнении различных вариантов.

#### Литература

1. Лезнов Б.С. Частотно-регулируемый электропривод насосных установок. М.: Машиностроение, 2013. 176 с.
2. Лазарев Г.Б. Частотно-регулируемый электропривод насосных и вентиляторных установок // Силовая электроника. 2007. № 3. С. 41–48.
3. Садиков Д.Г. Выбор перспективной топологии построения преобразователя частоты для электроприводного газоперекачивающего агрегата // Инженерный вестник Дона. 2014. № 1. URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2014/2244> (дата обращения 10.08.2014).

#### References

1. Leznov B.S. *Chastotno-reguliruemiy elektropriwod nasosnykh ustanovok* [Variable frequency drives pump units]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2013. 176 p.
2. Lazarev G.B. *Chastotno-reguliruemiy elektropriwod nasosnykh i ventilyatornykh ustanovok* [Variable frequency drives pump and fan units]. *Silovaya elektronika* [Power Electronics]. 2007, no. 3, pp. 41–48.
3. Sadikov D.G. *Vybor perspektivnoi topologii postroeniya preobrazovatelya chastoty dlya elektropriwodnogo gazoperekachivayushchego agregata* [Selection of promising topology construction for a frequency converter of electrically driven gas pumping unit]. *Inzhenernyi vestnik Dona* [Engineering journal of Don], 2014, no. 1, Available at: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2014/2244> (Accessed 10 Aug. 2014).

---

**САДИКОВ ДМИТРИЙ ГЕННАДЬЕВИЧ** – аспирант кафедры электрооборудования судов, Нижегородский государственный технический университет, Россия, Нижний Новгород ([dima\\_sd5@mail.ru](mailto:dima_sd5@mail.ru)).

**SADIKOV DMITRIY** – post-graduate student of Ships Electric Equipment Chair, Nizhny Novgorod State Technical University, Russia, Nizhny Novgorod.

**ТИТОВ ВЛАДИМИР ГЕОРГИЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электрооборудования судов, Нижегородский государственный технический университет, Россия, Нижний Новгород.

**TITOV VLADIMIR** – doctor of technical sciences, professor, head of Ships Electric Equipment Chair, Nizhny Novgorod State Technical University, Russia, Nizhny Novgorod.

---

УДК 621.314.21.018.782.3.013.1

ББК 327-016:3261.8

А.Л. СЛАВУТСКИЙ

**УЧЕТ ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ТРАНСФОРМАТОРЕ  
ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ**

**Ключевые слова:** электрические цепи, переходные процессы, нелинейные элементы, трансформатор, взаимная индуктивность, гистерезис.

*Предложена методика расчета переходных процессов в цепях с нелинейной индуктивностью. Представлен подход к учету нелинейной индуктивности в схеме, позволяющий применять различные методы описания характеристик намагничивания магнитных сердечников. Дан анализ эффективности различных методов учета характеристик намагничивания сердечников при моделировании электрических схем. Приведены результаты моделирования переходных процессов в трансформаторе с учетом остаточной намагниченности.*

A. SLAVUTSKIY

**ACCOUNTING THE RESIDUAL MAGNETIZATION IN THE TRANSFORMER  
FOR THE MODELING OF TRANSIENTS**

**Key words:** electrical circuits, transients, nonlinear elements, transformer, mutual inductance, hysteresis.

*Methodology for calculation transients in the circuits consisting the nonlinear inductance is suggested. The methodology allowing use the different ways to define the characteristics of ferromagnetic cores. The efficiency of different ways to define the characteristics for modeling transients in electrical circuits is shown in article. Results of modeling of transients in transformer with nonlinear core is shown.*

При моделировании переходных процессов в энергосистеме, в частности в узлах комплексных нагрузок, актуальна задача учета магнитных свойств силового трансформатора. Влияние насыщения и остаточной намагниченности в сердечнике трансформатора особенно сказывается при коммутациях трансформатора относительно сети [8, 4]. Броски тока намагничивания имеют большую амплитуду и длительность протекания [3], что может привести к повреждениям обмоток самого трансформатора. Кроме того, токи намагничивания трансформатора имеют сложный гармонический состав, что, в свою очередь, может влиять на связанное с трансформатором оборудование и на работу узла нагрузки в целом, а также на питающую его сеть [4, 15, 21]. Модели трансформаторов в виде схемы замещения [6, 7] плохо подходят для моделирования переходных процессов вследствие большого количества допущений. Они предназначены для учета трансформаторов при расчете статических режимов электрической сети в целом. В [4] продемонстрирована методика моделирования процессов в силовом трансформаторе с учетом конфигурации магнитной системы. В этой работе применен подход, при котором магнитная система представляется в виде магнитной цепи. При расчетах проводится аналогия между электрическим током и магнитным потоком, электрическим напряжением и напряженностью магнитного поля в участках магнитного сердечника. Составляется схема замещения магнитной цепи, которая затем рассчитывается методами теории электрических цепей. Электрическая и магнитные цепи трансформатора рассчитываются совместно. Такой подход к моделированию трансформатора лишен недостатков моделей в виде схем замещения, на которые указано в [5]. К данным недостаткам, в частности, относится необходимость

приведения параметров схемы к уровню напряжения или числу витков одной из обмоток. Однако методика, показанная в [4], не учитывает ферромагнитных свойств сердечника, таких, как насыщение сердечника и магнитный гистерезис. Метод моделирования переходных процессов в трансформаторе, учитывающий нелинейные свойства сердечника, подробно рассмотрен в работе [5]. Следует отметить, что указанные методы описания динамических моделей трансформаторов избыточны для задачи расчета переходных процессов в узлах нагрузки. Моделирование переходных процессов в узлах нагрузки не ставит задачу высокой детализации процессов внутри трансформатора, поскольку это может отрицательно сказаться на производительности расчетов, требующих решения дополнительных систем уравнений.

В данной статье представлена модель трансформатора, учитывающая насыщение и гистерезис в характеристике намагничивания сердечника трансформатора при расчете переходных процессов. Методика отражает свойства трансформатора как элемента с магнитной системой, учитывает преобразование уровней напряжения и при этом не приводит к усложнению топологии исследуемой схемы. В модели принято допущение об однородности магнитного поля в магнитной системе и ряд других, являющихся общепринятыми допущениями в большинстве моделей трансформаторов [3, 6, 7].

Расчет переходных процессов в электрических цепях в данной работе производится помощью алгоритма Доммеля [10–13, 17]. Этот алгоритм позволяет рассчитывать переходные процессы в электрических цепях сведением задачи к расчёту цепи постоянного тока в каждый момент времени с заданным шагом. Указанный алгоритм позволяет моделировать переходные процессы во временной области. Рассмотрим возможность учета характеристики намагничивания сердечника трансформатора при использовании этого алгоритма.

Расчёт цепей с элементами, нелинейность которых задается через ВАХ, применительно к используемому алгоритму, рассмотрен в [11, 12]. Цепь с индуктивностью, где нелинейность обусловлена магнитной проницаемостью сердечника, должна рассчитываться несколько иначе [13]. Напряжение на нелинейной индуктивности описывается уравнением

$$u_L(i_L) = L(i_L) \frac{di_L}{dt}, \quad (1)$$

где  $u_L$ ,  $i_L$  – напряжение и ток;  $L(i_L)$  – нелинейная индуктивность.

Для уравнения (1) задание ВАХ напрямую оказывается затруднительно, поскольку кроме нелинейной зависимости  $L(i_L)$  присутствует первая производная от тока. Следует отметить, что для цепей с взаимной индуктивностью задание ВАХ напрямую вызывает еще больше сложностей.

В данной работе подход к учету нелинейности в индуктивных элементах основан на учете их физических особенностей. Ферромагнитные материалы, как известно, имеют сложную зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля  $B = f(H)$ . Если известны параметры сердечника и задана его характеристика  $B(H)$ , то можно получить значение индуктивности  $L(i_L)$  при заданном токе [2]. Для этого необходимо учесть параметры обмоток и физические, геометрические параметры сердечника.

Согласно алгоритму Доммеля, применяемому для расчета переходных процессов, в данной работе индуктивность на каждом шаге дискретизации учитыва-

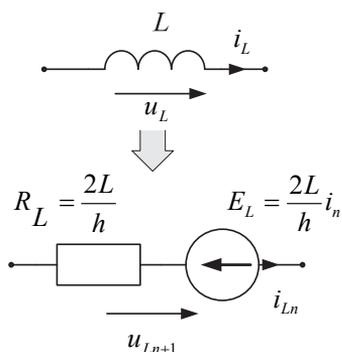


Рис. 1. Схема замещения индуктивности для алгоритма Доммеля

шаге дискретизации по времени. Это позволяет уточнить режим работы цепи с учетом нелинейности элементов при использовании итерационных методов [9]. Следует отметить, что характеристика задается для каждого нелинейного элемента в отдельности. В цепи может быть несколько таких элементов.

Взаимная индуктивность между обмотками в цепи

$$M_{12} = \frac{w_1 \Phi_1}{I_2}, \quad M_{21} = \frac{w_2 \Phi_2}{I_1},$$

где  $w_1$ ,  $w_2$  – количество витков первой и второй связанных обмоток;  $\Phi_1$  – магнитный поток второй обмотки, участвующий в потокосцеплении первой;  $\Phi_2$  – магнитный поток первой обмотки, участвующий в потокосцеплении второй обмотки;  $I_1$  и  $I_2$  – токи первой и второй обмоток, соответственно. Зная магнитный поток, находим напряженность магнитного поля в сердечнике, затем из кривой намагничивания находим магнитную индукцию. После нахождения магнитной индукции нетрудно найти уточненное значение индуктивности на данном шаге.

Таким образом, взаимная индуктивность также оказывается нелинейной. При расчете нелинейной цепи с взаимными индуктивностями на каждом временном шаге уточняются 4 параметра. Этими параметрами являются индуктивности  $L_1$ ,  $L_2$ , а также взаимные индуктивности  $M_{12}$  и  $M_{21}$ . Взаимные индуктивности при сходимости итерационного расчета должны стремиться к одной величине, поскольку в сердечнике протекает общий магнитный поток. Коэффициент связи обмоток необходимо учитывать при расчете взаимных индуктивностей на каждой итерации.

Для учета остаточной намагниченности в сердечнике трансформатора автором применена математическая модель описания магнитного гистерезиса Джилса–Атертона (Jiles–Atherton) [1, 16, 18, 20]. Она позволяет получить значение остаточной намагниченности в сердечнике путем решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка относительно остаточной намагниченности. При этом используется форма кривой намагничивания без учета гистерезиса. Помимо данной модели широко используется модель Прейзаха (Preisach) [19]. Модель Прейзаха основана на описании гистерезиса путем суммирования множества элементарных функций

ется, как показано на рис. 1. Здесь  $u_{Ln+1}$  – напряжение на индуктивности на  $(n + 1)$ -м шаге расчета по времени;  $i_{Ln}$  – ток в индуктивности на  $n$ -м шаге расчета по времени;  $h$  – временной шаг дискретизации.

Для цепи с взаимной индуктивностью влияние связанной ветви учитывается внесением соответствующей ЭДС и сопротивления в рассматриваемую ветвь. Применяя данный подход, можно найти текущий режим работы цепи.

Используемая методика расчета переходных процессов позволяет сводить расчет к цепям постоянного тока на каждом

(гистеронон). Эти элементарные функции, по сути, являются функциями гистерезиса с различными коэффициентами возврата. По мере изменения входной величины гистеронон суммируются с различными весовыми коэффициентами. Сравнение этих моделей приведено в [14]. Автором использована модель Джилса–Атертона (далее – J–A), поскольку она основана на физических свойствах ферромагнитных материалов и дает более высокую вычислительную производительность [14], нежели феноменологическая модель Прейзаха.

Суть метода J–A заключается в решении дифференциального уравнения (ДУ)

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1+c} \frac{M_{an} - M}{\delta k - \alpha(M_{an} - M)} + \frac{c}{1+c} \frac{dM_{an}}{dH}, \quad (2)$$

где  $M$  – остаточная намагниченность сердечника;  $H$  – значение магнитного поля, воздействующего на сердечник (А/м);  $c$  – постоянная упругого смещения доменных границ;  $M_{an}$  – намагниченность без учета гистерезиса (А/м);  $M_{an} = f(H)$ ;  $\delta$  – знак производной  $dH/dt$  (характеризует направление изменения магнитного поля в сердечнике);  $k$  – постоянная необратимой деформации доменных стенок (А/м);  $\alpha$  – параметр, учитывающий эффективную напряженность магнитного поля в сердечнике. Параметр  $M_{an} = f(H)$  имеет вид функции Ланжевина [18]:

$$M_{an} = M_s (\coth(H_e / a) - a / H_e),$$

где  $M_s$  – намагниченность при насыщении материала (А/м);  $H_e$  – эффективное магнитное поле в сердечнике  $H_e = H + \alpha M$ ;  $\alpha$  – параметр, характеризующий плотность границ доменов в магнитном материале (А/м).

Решая ДУ (2) на каждом шаге уточнения индуктивностей обмоток с начальными условиями, полученными на предыдущем шаге моделирования, получаем не просто нелинейную зависимость индуктивности от тока в обмотках, но и учет остаточной намагниченности и истории перемагничивания сердечника на всем протяжении моделирования по времени. Форма петли гистерезиса зависимости  $B(H)$ , полученной при использовании метода J–A, приведена на рис. 2.

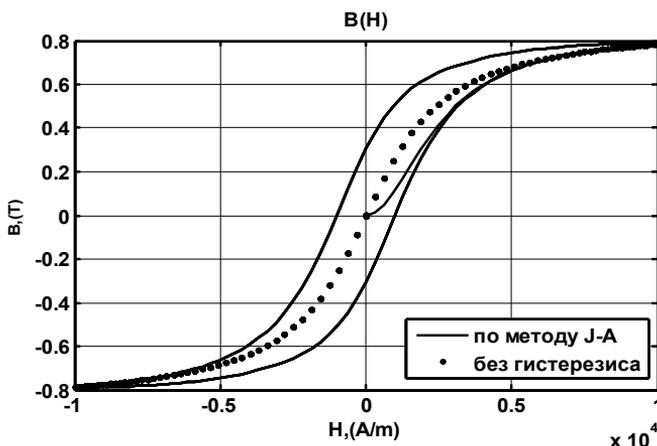


Рис. 2. Кривые намагничивания материала сердечника

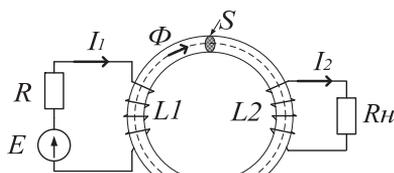


Рис. 3. Схема, содержащая трансформатор с ферромагнитными сердечником

Следует отметить, что использованная методика моделирования петли гистерезиса учитывает наличие внутренних петель, что уточняет результат при различных амплитудах сигналов. Моделирование процессов во временной области не накладывает ограничений на форму сигналов источников и спектр выходных сигналов модели.

Для примера применения данной методики проведено моделирование схемы рис. 3. Следует отметить, что параметры модели взяты исключительно для демонстрации работы методики.

Параметры модели:  $E = 100$  В,  $R = 1$  Ом, количество витков обмоток:  $w_1 = w_2 = 2200$ ,  $R_n = 10$  Ом,  $R_{L1} = 1$  Ом,  $R_{L2} = 1$  Ом,  $S = 10^{-4}$  м<sup>2</sup>, длина средней линии сердечника  $l = 0,1$  м. Индуктивности обмоток не указаны, так как они уточняются в процессе расчета на каждом шаге. Значения параметров модели J–A:  $c = 0,1$ ,  $M_s = 0,7$  А/м,  $k = 5000$  А/м,  $\alpha = 10^{-3}$ .

Результаты моделирования схемы с трансформатором при учете насыщения сердечника приведены в [13]. Проведем сравнение результатов моделирования для одной и той же цепи с учетом гистерезиса кривой намагничивания (кривая 1 на рис. 2) и без учета гистерезиса (кривая 2 на рис. 2).

Графики на рис. 4, 5 иллюстрируют переходный процесс при включении трансформатора с тороидальным сердечником на нагрузку. На графиках хорошо видно, что при данных параметрах цепи и заданном напряжении источника происходит магнитное насыщение сердечника трансформатора, вызывающее существенные искажения сигналов тока и напряжения в его обмотках. Проведем сравнительный анализ результатов, полученных с применением различных подходов к моделированию нелинейной индуктивности.

На графиках тока видно, что при учете гистерезиса аperiodическая составляющая ниже и затухает быстрее, чем при учете насыщения сердечника без гистерезиса. Кроме того, на графиках отчетливо прослеживается разница между сигналами в момент перехода тока через нуль. Сигналы токов, полученные с учетом гистерезиса, имеют более сильное искажение. Это связано с наличием процесса перемагничивания материала сердечника. Тогда как искажение сигналов, полученных без учета гистерезиса, обусловлено только явлением насыщения. В общем случае при учете остаточной намагниченности сигналы модели искажаются сильнее, но при этом их форма в большей степени соответствует наблюдаемым на практике явлениям. Если рассмотреть ток вторичной обмотки, то можно заметить, что его форма при учете гистерезиса гораздо ближе к реальной форме тока при глубоком насыщении сердечника трансформатора. При моделировании различных режимов автором замечено большее влияние параметров нагрузки трансформатора на величину аperiodической составляющей в модели, учитывающей гистерезис. Эти результаты могут говорить о большей достоверности результатов при оценке переходных процессов в цепях с нелинейными индуктивностями при учете остаточной намагниченности в сердечнике.

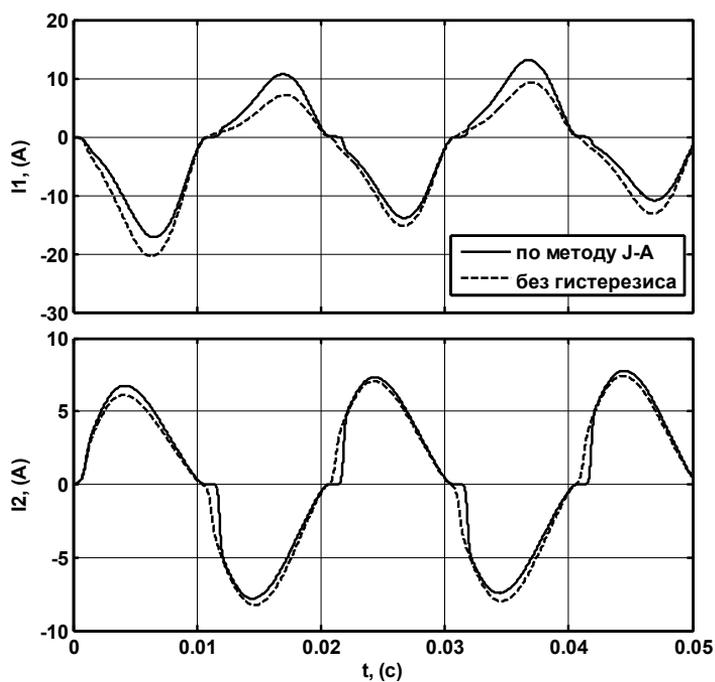


Рис. 4. Кривые тока в первичной (I1) и вторичной (I2) обмотках трансформатора

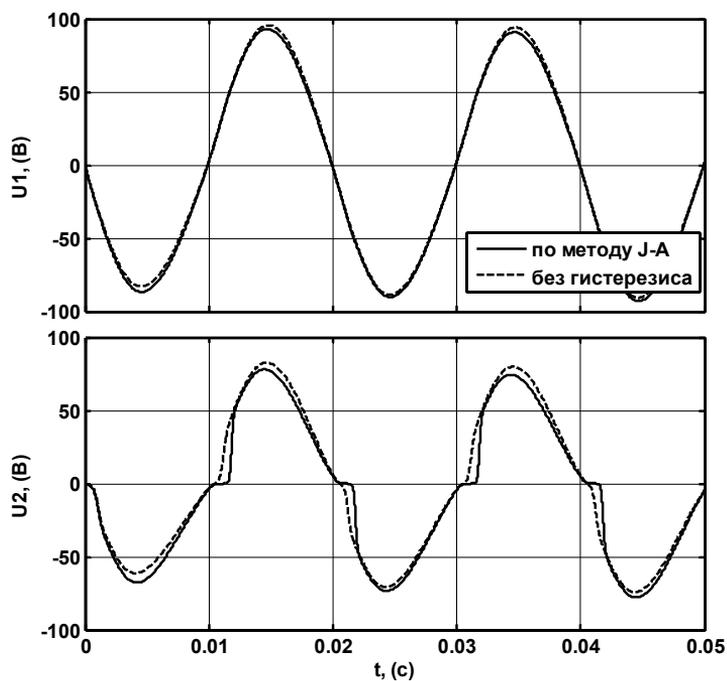


Рис. 5. Кривые напряжения на первичной (U1) и вторичной (U2) обмотках трансформатора

Учет гистерезиса в материале сердечника, как видно из графиков, позволяет учесть потери на перемагничивание материала и искажение формы сигнала при насыщении сердечника. При моделировании с учетом кривой намагничивания можно отследить только искажение формы сигналов за счет насыщения, что не дает полной картины передачи энергии в трансформаторе при его работе в различных режимах. Из графиков видно, что искажение формы сигнала тока и напряжения в обмотках трансформатора сильнее выражено на кривых, полученных при учете остаточной намагниченности. Учет остаточной намагниченности предложенным способом имеет еще одно важное преимущество – данный метод позволяет учесть внутренние петли гистерезиса. Это дает возможность более полно рассматривать переходные процессы при различных амплитудах и формах входных сигналов, получать более достоверную форму сигналов при различных нагрузках трансформаторов.

Представленная модель трансформатора лишена многих недостатков: необходимости приведения параметров обмоток к одному классу напряжения, линейности характеристики намагничивания сердечника, избыточной сложности модели. В предлагаемой модели трансформатор представлен как совокупность индуктивно связанных ветвей. В модели учет магнитных характеристик сердечника производится путем непосредственного расчета зависимости магнитной индукции в сердечнике от напряженности магнитного поля с учетом остаточной намагниченности.

Используемая модель нелинейного трансформатора имеет преимущества перед моделями в виде схемы замещения без взаимной индуктивности. Преимущество заключается в том, что учитываются физические особенности процессов, протекающих в трансформаторе. Данный подход позволяет оперировать исходными характеристиками материалов, используемых при производстве. При моделировании силовых трансформаторов подход дает преимущество при оценке переходных режимов узла нагрузки, сопровождаемых большими токами первичной или вторичной стороны.

Предлагаемый алгоритм позволяет не только оценить искажения сигналов в нелинейных индуктивных элементах, но и показать их влияние на другие участки цепи. Методика позволяет учесть различные физические особенности индуктивных элементов в сети, включая остаточную намагниченность (учет гистерезиса в характеристике намагничивания сердечника). Это может быть полезно при моделировании процессов в силовых комплексах и узлах нагрузки. Экономическая целесообразность оценки и моделирования различных режимов работы узлов нагрузки с высокой точностью может быть весьма высока.

#### Литература

1. *Баглейбтер О.* Реализация модели трансформатора тока в Simulink на основе теории гистерезиса Джилса–Атертона (Jiles–Atherton) // Релейщик. 2014. № 1. С. 10–15.
2. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. 9-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1996. 638 с.
3. *Вольдек А.И.* Электрические машины. 3-е изд., перераб. Л.: Энергия, 1978. 832 с.
4. *Евдокунин Г.А., Дмитриев М.В.* Моделирование переходных процессов в электрической сети, содержащей трансформаторы при учете конфигурации их магнитной системы // Известия РАН. Энергетика. 2009. № 2. С. 37–48.

5. Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю., Тарчуткин А.Л. Моделирование переходных процессов в трансформаторе с учетом гистерезисных свойств магнитопровода // Техническая электродинамика. 2010. № 2. С. 11–20.
6. Идельчик В.И. Электрические системы и сети. М.: Энергоатомиздат, 1989. 592 с.
7. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 389 с.
8. Лурье А.И. Процесс включения трансформатора на холостой ход и короткое замыкание // Электротехника. 2008. № 2. С. 2–18.
9. Плотников П.В., Турчак Л.И. Основы численных методов. М.: Физматлит, 2003. 304 с.
10. Славутский А.Л. Оценка динамических характеристик измерительных органов при переходных процессах в энергосистеме // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 167–176.
11. Славутский А.Л. Применение алгоритма Доммеля для расчета переходных процессов в электрических цепях с нелинейными элементами // Региональная энергетика и электротехника. Проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. VIII. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2012. С. 161–165.
12. Славутский А.Л. Применение алгоритма Доммеля для моделирования цепи с полупроводниковыми элементами и ключами с ШИМ управлением // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 57–66.
13. Славутский А.Л. Расчет переходных процессов в цепи с нелинейной индуктивностью // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: материалы 9-й Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. С. 257–261.
14. Benabou A., Leite J.V., Clenet S., Simao C., Sadowski N. Minor loops modelling with a modified Jiles–Atherton model and comparison with the Preisach model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2008, vol. 320.
15. Brunke J.H., Frohlich K.J. Elimination of Transformer Inrush Currents by Controlled Switching – Part I: Theoretical Considerations. *IEEE Transactions on power delivery*, 2001, vol. 16, no. 2, April.
16. Cundeva S. A Transformer Model Based on the Jiles–Atherton Theory of Ferromagnetic Hysteresis. *Serbian Journal of Electrical engineering*, 2008, vol. 5, no. 1, May, pp. 21–30.
17. Dommel H.W. Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks. *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, 1969, vol. PAS-88, no. 4, pp. 388–399.
18. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 1986, vol. 61, pp. 48–60.
19. Mayergoz I.D. Mathematical model of hysteresis. N.Y., Springer-Verlag New York Inc., 1991.
20. Szewczyk R. Computational problems connected with Jiles–Atherton model of magnetic hysteresis. *Advances in Intelligent Systems and Computing (Springer)*, 2014, vol. 267, pp. 275.
21. Steurer M., Frohlich K. The Impact of Inrush Currents on the Mechanical Stress of High Voltage Power Transformer Coils. *IEEE Transactions on power delivery*, 2002, vol. 17, no. 1, Jan.

#### References

1. Bagleibter O. *Realizatsiya modeli transformatora toka v Simulink na osnove teorii gisterezisa Dzhilsa–Atertona (Jiles–Atherton)* [Simulink implementation of the current transformer model based on the Jiles–Atherton hysteresis theory]. *Releishchik*, 2014, no. 1, pp 10–15.
2. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. Elektricheskie tsepi* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering. Electrical circuits]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1996. 638 p.
3. Vol'dek A.I. *Elektricheskie mashiny* [Electrical machines]. Leningrad, Energiya Publ., 1978. 832 p.
4. Evdokunin G.A., Dmitriev M.V. *Modelirovanie perekhodnykh protsessov v elektricheskoi seti, sodержashchei transformatory pri uchete konfiguratsii ikh magnitnoi sistemy* [Power transformer transients with its magnetic system detailed modeling]. *Izvestiya RAN. Energetika* [Journal of RAS. Energetics], 2009, no. 2, pp 37–48.
5. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Moroz E.Yu., Tarchutkin A.L. *Modelirovanie perekhodnykh protsessov v transformatore s uchedom gisterezisnykh svoistv magnitoprovoda* [Modelling of transient processes in the transformer with consideration of the magnetic core hysteresis]. *Tekhnicheskaya elektrodinamika* [Technical Electronics], 2010, no. 2, pp. 11–20.

6. Idel'chik V.I. *Elektricheskie sistemy i seti* [Electrical systems and networks]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989. 592 p.
7. Leites L.V. *Elektromagnitnye raschety transformatorov i reaktorov* [Electromagnetic calculations of transformers and reactors]. Moscow, Energiya Publ., 1981, 389 p.
8. Lur'e A.I. *Protsess vklyucheniya transformatora na kholostoi khod i korotkoe zamykanie* [The process of switching transformer on off-load and short circuit]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 2008, no. 2, pp. 2–18.
9. Plotnikov P.V., Turchak L.I. *Osnovy chislennykh metodov* [Fundamentals of numerical methods]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2003, 304 p.
10. Slavutskiy A.L. *Otsenka dinamicheskikh kharakteristik izmeritel'nykh organov pri perekhodnykh protsessakh v energosisteme* [The estimate of dynamic characteristics of measuring elements to transient processes in power systems]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 167–176.
11. Slavutskiy A.L. *Primenenie algoritma Dommel'ya dlya rascheta perekhodnykh protsessov v elektricheskikh tsepyakh s nelineinymi elementami* [Dommel algorithm application for transients calculation in nonlinear electrical circuits]. *Regional'naya energetika i elektrotehnika. Problemy i resheniya: sbornik nauchnykh trudov. Vypusk 8* [Regional Energy & Electrical Engineering: Problems and Solutions: Collected papers, issue 8]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2012, pp. 161–165.
12. Slavutskiy A.L. *Primenenie algoritma Dommel'ya dlya modelirovaniya tsepi s poluprovodnikovymi elementami i klyuchami s ShIM upravleniem* [Application of dommel algorithm for simulation of semiconductor circuits with PWM control switches]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 57–66.
13. Slavutskiy A.L. *Raschet perekhodnykh protsessov v tsepi s nelineinoy induktivnost'yu* [Transients calculation in circuits with nonlinear inductance]. *Informatsionnye tekhnologii v elektrotekhnike i elektroenergetike: materialy 9-i Vserossiyskoy nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 9<sup>th</sup> Russ. Conf. «Information technologies in electronics and power»]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2014. pp. 257–261.
14. Benabou A., Leite J.V., Clenet S., Simao C., Sadowski N. Minor loops modelling with a modified Jiles–Atherton model and comparison with the Preisach model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2008, vol. 320.
15. Brunke J.H., Frohlich K.J. Elimination of Transformer Inrush Currents by Controlled Switching – Part I: Theoretical Considerations. *IEEE Transactions on power delivery*, 2001, vol. 16, no. 2, April.
16. Cundeva S. A Transformer Model Based on the Jiles–Atherton Theory of Ferromagnetic Hysteresis. *Serbian Journal of Electrical engineering*, 2008, vol. 5, no. 1, May, pp. 21–30.
17. Dommel H.W. Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks. *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, 1969, vol. PAS-88, no. 4, pp. 388–399.
18. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 1986, vol. 61, pp. 48–60.
19. Mayergoyz I.D. Mathematical model of hysteresis. N.Y., Springer-Verlag New York Inc., 1991.
20. Szewczyk R. Computational problems connected with Jiles–Atherton model of magnetic hysteresis. *Advances in Intelligent Systems and Computing (Springer)*, 2014, vol. 267, pp. 275.
21. Steurer M., Frohlich K. The Impact of Inrush Currents on the Mechanical Stress of High Voltage Power Transformer Coils. *IEEE Transactions on power delivery*, 2002, vol. 17, no. 1, Jan.

---

**СЛАВУТСКИЙ АЛЕКСАНДР ЛЕОНИДОВИЧ** – магистр техники и технологии, аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (slavutskii@gmail.com).

**SLAVUTSKIY ALEXANDR** – master of engineering and technology, post-graduate student of Industrial Enterprises Power Supply Chair, Chuvash State University. Russia, Cheboksary.

---

УДК 621.332.2:62-233.21

ББК 31.26-04

Е.П. ШАЛУНОВ, В.М. СМИРНОВ, И.П. УРЯНСКИЙ

**ИЗНОСОСТОЙКИЕ ПОДШИПНИКИ СКОЛЬЖЕНИЯ  
ИЗ НАНОСТРУКТУРНЫХ МАТЕРИАЛОВ  
ДЛЯ МОЩНЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ**

**Ключевые слова:** электрические двигатели, подшипники скольжения, наноструктурные материалы, коэффициент трения, износостойкость, интенсивность изнашивания.

Приводятся строение, состав и триботехнические характеристики разработанных подшипников скольжения для мощных электродвигателей. Применяемые в них наноструктурные материалы на основе порошковой меди способны обеспечить таким подшипникам скольжения устойчивую работу при высоких удельных нагрузках на них и температурах нагрева.

**E. SHALUNOV, V. SMIRNOV, I. URYANSKIY  
WEAR-RESISTANT SLIDING BEARINGS USING NANOSTRUCTURED MATERIALS  
FOR POWERFUL ELECTRIC MOTORS**

**Key words:** electric motors, sliding bearings, nanostructured materials, friction coefficient, wear resistance, wear intensity.

This article presents the design, composition and tribological characteristics of the developed sliding bearings for powerful electrical motors. When using nanostructured materials in the bearings provides stability at high specific loads and high temperatures.

Анализ тенденций развития перспективных электродвигателей большой мощности показывает, что при их разработке значительное внимание уделяется также созданию для них высокоресурсных подшипников [3, 7]. Это обусловливается тем, что работоспособность и срок эксплуатации электрических машин в значительной степени зависят от технического состояния подшипников. При их чрезмерном износе ротор начинает задевать за статор, что приводит к повреждению не только обмотки, но и стали ротора и статора, в результате чего электродвигатель может полностью выйти из строя [9, 10].

В электродвигателях мощностью 500 кВт и более вместо подшипников качения применяются подшипники скольжения, которые обеспечивают точную установку геометрической оси вала электродвигателя [10]. Вынесенные в виде стоячков подшипники скольжения (для асинхронных двигателей серии АД мощностью 500-2500 кВт, синхронных электродвигателей серии СДН и СДКП мощностью 630-6300 кВт, электродвигателей АКН2, ДА302, АО2, АОД и др.) и установленные в буксах моторно-осевые подшипники скольжения тяговых двигателей серий НБ и НК мощностью 700 кВт и более для электровозов выполняются в виде вкладышей, устанавливаемых в постели головок стояка или буксы и сочленяемых между собой по горизонтальной плоскости разъема [3, 4].

Для работы при температурах нагрева вкладышей до 140-150°C их изготавливают из антифрикционных бронз или латуней, и их рабочую поверхность покрывают баббитовым слоем [4]. При более высокой температуре нагрева используются металлофторопластовые вкладыши. Однако в некоторых случаях температурный режим может находиться в пределах 650-700°C [9], когда металлофторопластовые вкладыши не способны обеспечить свою работоспособность.

В связи с этим особую актуальность приобретает создание новых подшипников скольжения для мощных электрических двигателей, способных эксплуатироваться при высоких удельных нагрузках на подшипники (50-100 МПа) и температурах их нагрева более 600°C.

Эта задача может быть решена за счет использования для изготовления таких подшипников (в виде вкладышей или втулок) теплопрочных и антифрикционных материалов, в том числе композиционных материалов, в которых искусственно объединены пластичная металлическая матрица и высокопрочные, теплоустойчивые наполнители с низким коэффициентом трения. При таком сочетании фаз достигаются значительное повышение несущей способности материалов в трибосопряжениях, высокая износостойкость, задиростойкость и стойкость против абразивного изнашивания [5, 6].

Исходя из этого, особый интерес представляют композиционные материалы на основе меди или ее сплавов, содержащие указанные выше наполнители. Например, исследования механических и триботехнических свойств композиционных материалов «оловянная бронза – феррохром ФХ 800» с размерами частиц 40–50 мкм [1, 2], полученных путем холодного прессования и спекания порошковых композиций, показали, что такие материалы при содержании в них 4–6 мас.% феррохрома обладают высоким комплексом триботехнических характеристик. Однако они предназначены для работы при удельной нагрузке не более 7 МПа.

С целью обеспечения несущей способности подшипников скольжения при значительно более высоких давлениях, и в частности при 50-100 МПа, и при температуре их нагрева не менее 600°C в настоящей работе было предложено основу (несущий слой) вкладышей или втулок изготавливать из жаропрочного объемного наноструктурного материала системы Cu-Al-C-O марки C0/97 ДИСКОМ<sup>®</sup>, который имеет температуру рекристаллизации 820°C и предел прочности 420 МПа при относительном удлинении 20% [11]. Для получения антифрикционного слоя предложено использовать порошковую оловянную бронзу, в которую добавлены в качестве наполнителя гранулы на основе меди, получаемые обработкой порошка меди с добавками легирующего элемента – порошкового алюминия, графита и дисульфида молибдена в высокоэнергетической шаровой мельнице атритторного типа в среде воздуха. Ранее в работе [12] было показано, что в результате размолла в шаровой мельнице порошка меди с добавками порошка алюминия на воздухе обеспечиваются условия для образования в этих гранулах оксидов алюминия  $\gamma$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, равномерно распределенных в матрице из  $\alpha$ -твердого раствора Cu(Al). Такие сильно нагартованные гранулы, содержащие дисперсные частицы размерами не более 100 нм, обладают высокой твердостью и, благодаря наличию в них термодинамически стабильных оксидов алюминия нанодисперсного уровня, обеспечивают материалу высокую температуру рекристаллизации. Введение твердой смазки в виде частиц графита и дисульфида молибдена MoS<sub>2</sub> должно обеспечить этим гранулам помимо высокой твердости также высокие триботехнические свойства, а именно низкий коэффициент трения и высокую износостойкость.

Исходя из изложенного выше, целью данной работы является разработка тяжелонагруженных подшипников скольжения для мощных электродвигателей, изготовление их экспериментальных образцов и проведение на них ис-

следования структуры и определения триботехнических свойств с учетом влияния на них технологических режимов их получения.

**Образцы и методики исследований и испытаний.** В качестве экспериментальных образцов служили биметаллические вкладыши (рис. 1) с внутренним диаметром 100 мм и шириной 40 мм, несущий слой которых толщиной 4 мм был изготовлен из горячехлудированной полосы объемного наноструктурного материала марки С0/97 ДИСКОМ®.

Антифрикционный слой вкладышей толщиной 0,4 мм получали из гранульно-порошковой смеси, исходный состав которой представлен в табл. 1, из которой следует, что материал с условным обозначением 0/100 представляет собой порошковую бронзу с содержанием олова марки ПОЭ 5 мас.%. Остальные материалы по составу можно отнести к порошковым композиционным материалам «оловянная бронза – включения гранул». Эти гранулы с условным обозначением МАГДМ были получены путем обработки в атриторе в течение 90 мин смеси порошков меди марки ПМС-1, алюминия марки ПП-1, графита марки ГК-3 и дисульфида молибдена марки ДМИ-7. Для изготовления образцов исследуемых композиционных материалов полученные гранулы просеивали через сито с размерами ячеек 0,05 мм. Выход гранул размерами не более 0,05 мм составлял не менее 90% от всего количества полученных гранул.

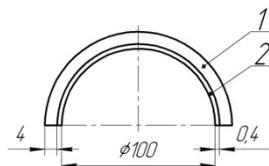


Рис. 1. Вкладыш подшипника скольжения:  
1 – несущий слой;  
2 – антифрикционный слой

Таблица 1

Исходный химический состав исследуемых материалов антифрикционного слоя вкладышей

Условное обозначение материала	Исходное содержание компонентов в гранульно-порошковой смеси, мас.%		
	порошок олова ПОЭ	гранулы МАГДМ	порошок меди ПМС-1
0/100	5,00	0	95,00
15/85	4,25	15	80,75
20/80	4,00	20	76,00

Технология изготовления исследуемых образцов вкладышей включала следующие операции:

- изготовление из полосы материала марки С0/97 ДИСКОМ® пластины длиной 158 мм, шириной 40 мм и толщиной 4 мм;
- получение рабочей шихты путем смешивания компонентов гранульно-порошковой смеси в «пьяной бочке»;
- холодное прессование рабочей шихты, насыпанной на поверхность пластины, при давлении 500 МПа;
- термическую обработку пластины с напрессованным на нее антифрикционным слоем при 450°С под давлением 2 МПа в защитной среде и последующее горячее доуплотнение антифрикционного слоя на пластине при давлении 500 МПа с выдержкой 2 мин;
- термическую обработку биметаллической заготовки образца в защитной среде: при 600°С в течение 2 ч; при 700°С – 2 ч; при 750° – 1 ч;

– гибку биметаллическую заготовки на радиус 50 мм и алмазную расточку вкладыша по его внутреннему диаметру.

На полученных образцах вкладышей определяли твёрдость и температуру рекристаллизации материала антифрикционного слоя и на вырезанных из них образцах антифрикционного слоя – его плотность. Твёрдость измеряли методом Бринелля шариком 2,5 мм при нагрузке 187,5 кг с выдержкой под нагрузкой 30 с. Плотность определяли расчетным путем по результатам взвешивания образцов антифрикционного слоя на весах ВЛР-200 с точностью  $\pm 0,001$  г и определения их объема с точностью проведения замеров до  $\pm 0,02$  мм.

Структуру антифрикционного слоя образцов вкладышей исследовали на металлографическом микроскопе Альтами Мет. Микрошлифы травили насыщенным раствором аммиака. Исследование тонкой структуры материалов антифрикционного слоя образцов вкладышей проводили на сканирующем зондовом микроскопе NEXT компании НТ МГД методом атомно-силовой микроскопии на шлифах после электрополировки в электролите следующего состава: ортофосфорная кислота – 1150 г/л; н-бутиловый спирт – 95 мл/л; вода – остальное.

Триботехнические испытания образцов в виде колодки, вырезанной из вкладышей, с разными материалами антифрикционного слоя проводили на модернизированной машине трения СМЦ-2 по схеме «ролик – колодка» (рис. 2) с обильной смазкой (моторное масло SAE 10W-40), охлаждаемой в резервуаре, при скорости 5,2 м/с и давлении между образцом и контртелом от 10 МПа до 100 МПа, прирастаемым ступенчато по 10 МПа со временем выдерживания давления на каждой ступени нагружения 15 мин.

Материалом контртела служила сталь 40Х твердостью 42–45 HRC. В процессе испытаний регистрировали момент трения, число оборотов вращения ролика, силу его прижатия к ролику и зачеканенной в образец термпарой – его температуру. Износ образца определяли весовым методом с точностью 0,00015 г. За интенсивность его износа принимали отношение линейного износа, пересчитанного по данным весового износа, к пройденному пути.

Износ контртела вычисляли по разности высот исходной поверхности и изношенной поверхности, определяемой по профилограммам поперечной поверхности металлического ролика.

Для сравнения при таких же условиях проводили триботехнические испытания аналогичных образцов, изготовленных из бессвинцовых бронз БрОФ7-0,2 и БрАЖН9-4-4.

**Результаты исследования и их обсуждение.** Результаты измерения твердости и плотности образцов исследуемых материалов антифрикционного слоя вкладышей представлены в табл. 2.

Твердость порошковой оловянной бронзы 0/100 после термообработки при температуре 600°C в течение 2 ч составляет 114 НВ, а плотность – 8210 кг/м<sup>3</sup>, что на 7% меньше по сравнению с плотностью до термообработки. С увеличением температуры до 750°C (1 ч) наблюдается резкое уменьшение твердости и плотности этих образцов: твердость снижается до 44 НВ, а плотность – на 31% по сравнению с исходным состоянием и составляет 6080 кг/м<sup>3</sup>.

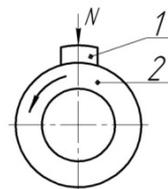


Рис. 2. Схема испытания «ролик – колодка»: 1 – образец (колодка); 2 – контртело (ролик)

Таблица 2

Плотность и твердость образцов исследуемых материалов антифрикционного слоя вкладышей в зависимости от состава и режимов термообработки

Условное обозначение материала	Плотность, кг/м <sup>3</sup> / твердость, НВ		
	до термообработки	после термообработки	
		600°C/2 ч	750°C/1 ч
0/100	8840 / –	8210 / 114	6080 / 44
15/85	8540 / –	8170 / 131	8100 / 110
20/80	8470 / –	8150 / 135	8080 / 114

Исходная плотность образцов антифрикционного слоя 20/80 и 15/85 с включениями гранул МАГДМ после горячего доуплотнения меньше исходной плотности образцов материала 0/100 из-за того, что вводимые в шихту гранулы имеют меньшую плотность по сравнению с оловянной бронзой 0/100. Твердость образцов 20/80 и 15/85 после термообработки значительно больше твердости образцов 0/100, особенно сильно отличается твердость этих образцов после термообработки при 750°C/1ч. По-видимому, при этом режиме термообработки в образцах материала 0/100 наблюдаются полная гомогенизация с образованием  $\alpha$ -твердого раствора и рекристаллизация. Введение в оловянную бронзу мелко-дисперсных гранул МАГДМ, содержащих наночастицы оксидов алюминия  $\gamma$  –  $Al_2O_3$ , обеспечивает дисперсное упрочнение и задерживает процессы рекристаллизации при термообработке при температуре 750°C, что позволяет сохранить высокую твердость.

Как показывают исследования микроструктуры образцов с включениями гранул МАГДМ на примере образцов материала 15/85 (рис. 3), процесс формирования структуры исследуемых образцов происходит в несколько стадий. При нагреве до 450°C и горячем доуплотнении в этих образцах в результате взаимодействия олова с медью формируются светлые включения с голубоватым оттенком (см. рис. 3, а), которые, по литературным данным [8], являются эвтектоидом  $\alpha+\delta$ , представляющим собой кристаллы соединения  $Cu_{31}Sn_8$ , внутри которых залегают включения  $\alpha$ -раствора.

После термообработки при 600°C/ 2 ч в микроструктуре образцов включения эвтектоида не наблюдаются (см. рис. 3, б), что можно объяснить растворением  $\delta$ -фазы с образованием  $\alpha$ -твердого раствора  $Cu(Sn)$ . При этом включения гранул МАГДМ сохраняются без изменений. Дальнейшее увеличение температуры термообработки до 750°C (1 ч) не вызывает заметных изменений в микроструктуре образцов (см. рис. 3, в). Возможно, что увеличение температуры термообработки исследуемых образцов с дисперсными включениями гранул до 750°C обеспечивает получение более однородного  $\alpha$ -твердого раствора, что, в свою очередь, приводит к небольшому уменьшению твердости по сравнению с твердостью после термообработки при 600°C (см. табл. 2).

Проведенные исследования показали, что температура рекристаллизации исследованных материалов антифрикционного слоя 15/85 и 20/80 вкладышей находится в диапазоне от 650°C до 730°C, что обуславливается, как выявили исследования тонкой структуры, наличием в гранулах этих материалов частиц (предположительно, оксида алюминия) размерами от 24 нм до 76 нм.

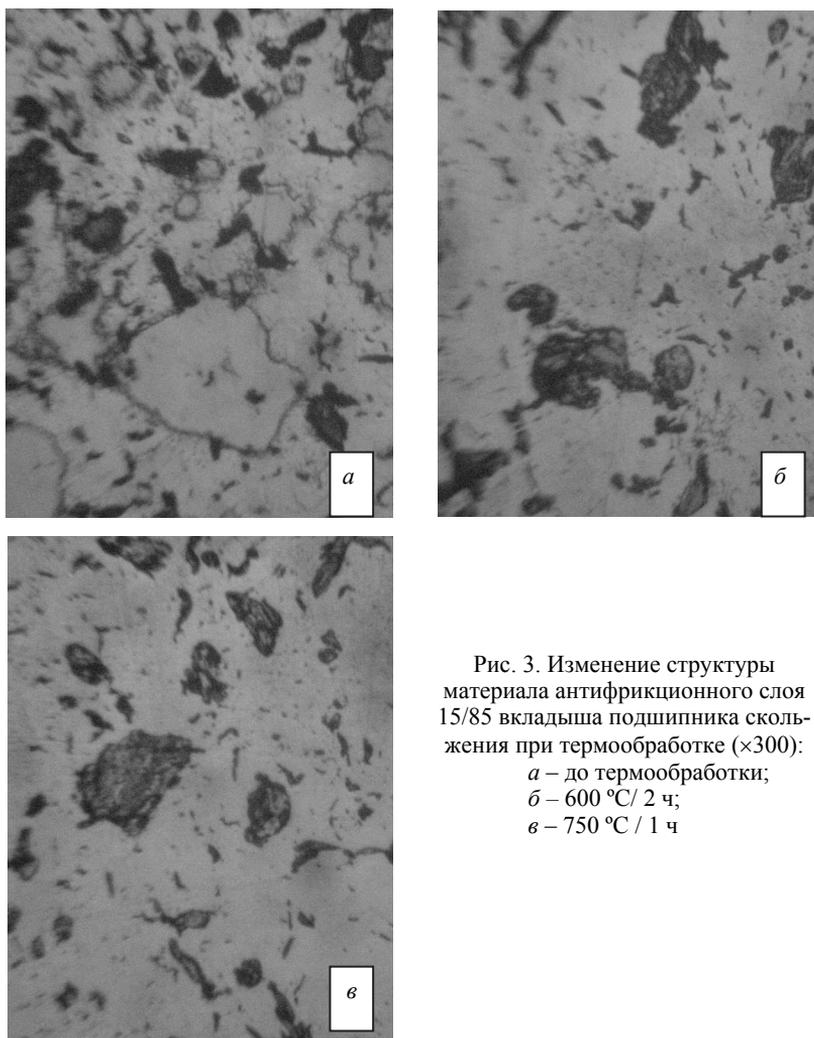


Рис. 3. Изменение структуры материала антифрикционного слоя 15/85 вкладыша подшипника скольжения при термообработке ( $\times 300$ ):  
*а* – до термообработки;  
*б* – 600 °С / 2 ч;  
*в* – 750 °С / 1 ч

Как показали испытания материала антифрикционного слоя 15/85 на трение, проведенные по описанной выше методике, введение в спеченную оловянную бронзу дисперсных высокотвердых гранул МАГДМ, содержащих помимо наночастиц оксидов алюминия  $\gamma$ - $\text{Al}_2\text{O}_3$  также частицы графита и дисульфида молибдена, способствует улучшению триботехнических характеристик по сравнению, например, с бронзами БрОФ7-0,2 и БрАЖН9-4-4. Особенно значительное улучшение триботехнических характеристик исследуемого антифрикционного материала 15/85 в паре со сталью 40Х наблюдается при высоких давлениях.

Как видно из рис. 4, предельным рабочим давлением для бронзы БрОФ7-0,2 является 80 МПа, так как уже при 90 МПа коэффициент трения возрастает в 10 раз, что приводит к увеличению интенсивности износа, повышению температуры и в итоге к схватыванию материала антифрикционного слоя вкладыша с роликом, сопровождающемуся задиром вкладыша.

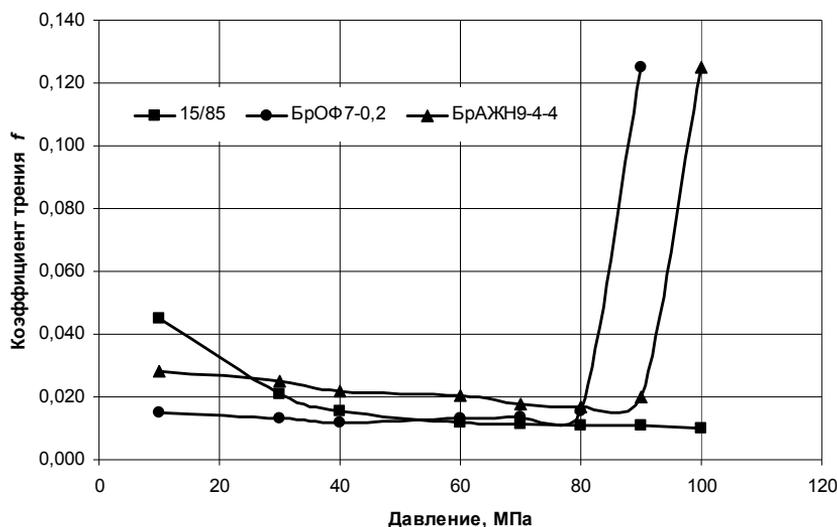


Рис. 4. Зависимость коэффициента трения образцов исследуемых материалов антифрикционного слоя вкладышей подшипников скольжения от давления при скорости скольжения 5,2 м/с

Для алюминиевой бронзы БрАЖН9-4-4, которая во всем исследованном диапазоне давлений имеет более высокие значения коэффициента трения по сравнению с бронзой БрОФ7-0,2, предельным давлением является 90 МПа. Наноструктурный антифрикционный материал 15/85 имеет более высокие значения коэффициента трения при давлениях от 10 МПа до 22 МПа по сравнению с бронзами БрОФ7-0,2 и БрАЖН9-4-4, а в интервале 40–80 МПа имеет примерно одинаковые с бронзой БрОФ7-0,2 значения коэффициента трения. При дальнейшем увеличении давления до 100 МПа коэффициент трения материала 15/85 постепенно снижается и достигает значения 0,01. При этом не наблюдается каких-либо явлений схватывания образца (колотки) с контртелом (роликом).

Интенсивность изнашивания образцов наноструктурного антифрикционного материала 15/85 при ступенчато возрастающем до 100 МПа давлении составила  $1,9 \cdot 10^{-11}$ , при этом этот показатель для контртела из стали 40Х твердостью 42–45 HRC был на два порядка меньше.

Интенсивность изнашивания образцов наноструктурного антифрикционного материала 20/80 при ступенчато возрастающем до 100 МПа давлении не превышала  $1,2 \cdot 10^{-11}$ , но при этом этот показатель для контртела из стали 40Х твердостью 42–45 HRC был на полтора порядка меньше.

Интенсивность изнашивания образцов из стандартных бронз БрОФ7-0,2 (при испытаниях под давлением до 90 МПа) и БрАЖН9-4-4 (при испытаниях под давлением до 100 МПа) составила  $4,0 \cdot 10^{-10}$  и  $4,3 \cdot 10^{-9}$ , соответственно.

**Выводы.** Результаты проведенных испытаний образцов разработанных вкладышей подшипников скольжения из наноструктурных материалов на основе порошковой меди показывают, что они по сравнению с вкладышами из стандартных бессвинцовых бронз БрОФ7-0,2 и БрАЖН9-4-4, используемых в подшипниках скольжения, имеют в 26 и 280 раз, соответственно,

меньшую интенсивность изнашивания, что свидетельствует об эффективности созданной у них конструкции слоев, оптимальности структуры и химического состава материалов этих слоев.

Данные подшипники скольжения могут быть рекомендованы для применения в мощных электрических двигателях, работа в которых сопряжена с высокими удельными усилиями на подшипники и повышенными температурами их нагрева.

#### Литература

1. Аскеров Р.М., Тувинский Л.И., Полотай В.В. Влияние состава композиций бронза – феррохром на их триботехнические характеристики // Порошковая металлургия. 1986. № 9. С. 90–94.
2. Влияние состава и условий получения композиционного материала бронза – феррохром на его механические свойства / Р.М. Аскеров, Н.П. Бродниковский, В.А. Писаренко и др. // Порошковая металлургия. 1986. № 7. С. 86–90.
3. Гольдберг О.Д., Гурин Я.С., Свириденко И.С. Проектирование электрических машин. 2-е изд., испр. и доп. М.: Высш. шк., 2001. 430 с.
4. Дубровский З.М., Попов В.И., Тушканов Б.А. Грузовые электровозы переменного тока. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Транспорт, 1998. 503 с.
5. Дьячкова Л.Н., Витязь П.А., Воронцовская Л.Я. Псевдосплавы сталь – медный сплав антифрикционного назначения // Новые материалы и технологии: порошковая металлургия, композиционные материалы, защитные покрытия, сварка: материалы 10-й Междунар. науч.-техн. конф. (Минск, 12-14 сент. 2012 г.). Минск: Беларуская навука, 2012. С. 52–54.
6. Ильюшин В.В., Потехин Б.А., Христолюбов А.С. Направление создания сплавов скольжения с повышенными технологическими свойствами // Леса России и хозяйство в них. 2013. № 1(44). С. 169–171.
7. Металловедение и термическая обработка цветных металлов и сплавов. 2-е изд., испр. и доп. / Б.А. Колачев, В.А. Ливанов, В.И. Елагин и др. М.: Металлургия, 1981. 416 с.
8. Копылов И.П. Электрические машины. М.: Энергоатомиздат, 1986. 360 с.
9. Подшипники скольжения электродвигателей [Электронный ресурс]. URL: <http://me-gainfo.com.ua/notes/podshipniki-skolzheniya-elektrodvigateley.html>
10. Соколов Б.А. Монтаж электрических установок. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1987. 592 с.
11. Шалунов Е.П. Жаро- и износостойкие медные гранулированные композиционные материалы с механохимическими синтезированными упрочняющими наночастицами ДИСКОМ® и высокоресурсная продукция из них // Нанотехника. 2007. № 1(9) С. 69–78
12. Шалунов Е.П., Смирнов В.М. Особенности формирования объемных наноструктурных материалов на основе меди методом реакционного механического легирования // Вестник Чувашского университета. 2009. № 2. С. 291–299.

#### References

1. Askerov R.M., Tuvinskii L.I., Polotai V.V. *Vliyanie sostava kompozitsii bronza – ferrokrom na ikh tribotekhnicheskie kharakteristiki* [The influence of the composition bronze – ferrochrome on their tribological characteristics]. *Poroshkovaya metallurgiya* [Powder metallurgy], 1986, no. 9, pp. 90–94.
2. Askerov R.M., Brodnikovskii N.P., Pisarenko V.A. et al. *Vliyanie sostava i uslovii polucheniya kompozitsionnogo materiala bronza – ferrokrom na ego mekhanicheskie svoistva* [Influence of structure and conditions of receiving composite material bronze-ferrochrome on its mechanical properties]. *Poroshkovaya metallurgiya* [Powder metallurgy], 1986, no. 7, pp. 86–90.
3. Gol'dberg O.D., Gurin Ya.S., Sviridenko I.S. *Proektirovanie elektricheskikh mashin. 2-e izd., ispr. i dop.* [Design of electrical machines. 2<sup>nd</sup> ed.] Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001, 430 p.
4. Dubrovskii Z.M., Popov V.I., Tushkanov B.A. *Gruzovye elektrovozy peremennogo toka. 2-e izd., pererab. i dop.* [Cargo electric locomotives of alternating current: Reference book. 2<sup>nd</sup> ed.]. Moscow, Transport Publ., 1998, 503 p.
5. D'yachkova L.N., Vityaz' P.A., Voronetskaya L.Ya. *Psevdosplavy stal' – mednyi splav anti-friksionnogo naznacheniya* [Antifriction steel-copper pseudo-alloy]. *Novye materialy i tekhnologii: poroshkovaya metallurgiya, kompozitsionnye materialy, zashchitnye pokrytiya, svarka: materialy*

*desyatoi Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of the 10<sup>th</sup> Intern. Scientific and Technical Conf. «New materials and technologies: powder metallurgy, composite materials, protective coatings, welding», Minsk, 2012, 12-14 sept]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2012, pp. 52–54.

6. Il'yushin V.V., Potekhin B.A., Khristolyubov A.S. *Napravlenie sozdaniya splavov skol'zheniya s povyshennymi tekhnologicheskimi svoistvami* [Towards the creation of alloys with high slip technological properties]. *Lesa Rossii i khozyaistvo v nikh* [Russian forests and farming them], 2013, no. 1(44), pp. 169–171.

7. Kolachev B.A., Livanov V.A., Elagin V.I. et al. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka tsvetnykh metallov i splavov*. 2-e izd., ispr. i dop. [Metallurgy and heat treatment of non-ferrous metals and alloys: a manual for schools. 2<sup>nd</sup> ed.]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1981, 416 p.

8. Kopylov I.P. *Elektricheskie mashiny* [Electrical machines]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986. 360 p.

9. *Podshipniki skol'zheniya elektrodvigatelei* [Bearings of sliding of electric motors]. Available at: <http://megainfo.com.ua/notes/podshipniki-skolzheniya-elektrodvigateley.html> (Accessed 15 March 2015).

10. Sokolov B.A. *Montazh elektricheskikh ustanovok*. 3-e izd., pererab. i dop. [Installation of electrical units. 3<sup>rd</sup> ed.]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1987, 592 p.

11. Shalunov E.P. *Zharo- i iznosostoikiye mednye granulirovannye kompozitsionnye materialy s mekhanokhimicheskimi sintezirovannymi uprochnyayushchimi nanochastitsami DISKOM<sup>®</sup> i vysokoresursnaya produktsiya iz nikh* [The heat-resistant and the wearproof copper granulated composite materials with the mekhanokhimiche-sky synthesized strengthening nanoparticles DISKOM<sup>®</sup> and high-resource production from them]. *Nanotekhnika* [Nanoequipment], 2007, no. 1(9), pp. 69–78.

12. Shalunov E.P., Smirnov V.M. *Osobennosti formirovaniya ob'emnykh nanostrukturnykh materialov na osnove medi metodom reaktsionnogo mekhanicheskogo legirovaniya* [Features of formation of bulk nanostructured materials based on copper by reactive mechanical alloying]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2009, no. 2, pp. 291–299.

---

**ШАЛУНОВ ЕВГЕНИЙ ПЕТРОВИЧ** – кандидат технических наук, профессор кафедры технологии машиностроения, научный руководитель Объединенной научно-исследовательской лаборатории качества, обрабатываемости и композиционных материалов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (shalunov2003@mail.ru).

**SHALUNOV EVGENY** – candidate of technical sciences, professor of Mechanical Engineering Technology Chair; scientific leader of the Joint Research and Development Laboratories of Composite Materials, their Technology and Quality, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**СМИРНОВ ВАЛЕНТИН МИХАЙЛОВИЧ** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры технологии машиностроения, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (vms53@inbox.ru).

**SMIRNOV VALENTIN** – candidate of technical sciences, associate professor of Mechanical Engineering Technology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**УРЯНСКИЙ ИЛЬЯ ПАВЛОВИЧ** – инженер Объединенной научно-исследовательской лаборатории качества, обрабатываемости и композиционных материалов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (z-che@mail.ru).

**URYANSKIY ILYA** – engineer of the Joint Research and Development Laboratories of Composite Materials, their Technology and Quality, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 004.89  
ББК 32.973-018

В.С. АБРУКОВ, С.В. АБРУКОВ, А.В. СМИРНОВ, Е.В. КАРЛОВИЧ

**МЕТОДЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ  
ПРИ СОЗДАНИИ БАЗ ЗНАНИЙ\***

**Ключевые слова:** *методы интеллектуального анализа данных, data mining, база знаний, искусственные нейронные сети.*

*Представлена методология создания баз знаний с помощью методов интеллектуального анализа данных. Под базой знаний понимается информационно-аналитическое и вычислительное средство, которое содержит в себе все связи между всеми переменными объекта, позволяет вычислять значения одних переменных через другие, определять первые и вторые производные экспериментальных зависимостей, решать как прямые, так и обратные задачи, прогнозировать характеристики и свойства еще не исследованных объектов, параметры технологического процесса для получения объекта с требуемыми характеристиками. Представлены результаты создания базы знаний экспериментальных результатов в области нанотехнологий.*

**V. ABRUKOV, S. ABRUKOV, A. SMIRNOV, E. KARLOVICH  
DATA MINING TECHNIQUES AS MEANS  
OF CREATING KNOWLEDGE BASES**

**Key words:** *data mining, knowledge base, artificial neural networks.*

*The article presents a methodology of creating knowledge bases by means of data mining. Knowledge Base is understood as an information-analytical and computational tool that contains all the relationships between all the variables of the object, allows to calculate the values of certain variables by means of the others, to determine the first and second derivatives of the experimental dependences, to solve both direct and inverse problems, to predict the characteristics and properties of objects which have not yet been investigated, to predict parameters of technological process for receiving an object with the required characteristics. It also contains the findings concerning creating the knowledge base of the experimental results in the field of nanotechnology.*

**Введение.** Есть несколько важных, на наш взгляд, вопросов, связанных с обработкой, анализом и моделированием экспериментальных данных независимо от того, в какой области науки и техники они получены.

Эти вопросы следующие:

- как лучше обобщить экспериментальные данные?
- можно ли их обобщить так, чтобы можно было решать как прямые, так и обратные задачи?
- можно ли их обобщить так, чтобы иметь возможность прогнозировать результаты еще не проведенных экспериментов и определять технологии получения объекта с заранее заданными свойствами?

Есть также другие вопросы: как повысить ценность конкретного эксперимента, как увеличить точность определения первых и вторых производных от экспериментальных зависимостей, как лучше представить эксперимен-

---

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-02-97071, p\_поволжье\_a.

тальные результаты (в том числе результаты численных экспериментов) научной общественности.

Мы считаем, что все эти вопросы можно решить с помощью создания базы знаний. Под базой знаний в области естественных и технических наук мы понимаем информационно-аналитическое и вычислительное средство, которое:

- содержит в себе все связи между всеми переменными объекта;
- позволяет вычислять значения одних переменных через другие;
- позволяет определять первые и вторые производные экспериментальных зависимостей;
- позволяет решать как прямые, так и обратные задачи;
- позволяет прогнозировать характеристики и свойства еще не исследованных объектов;
- позволяет прогнозировать параметры технологического процесса для получения объекта с требуемыми характеристиками.

В данной работе представлены результаты применения методов интеллектуального анализа данных – Data Mining (DM), и в частности искусственных нейронных сетей (ИНС), для создания базы знаний экспериментальных результатов из области нанотехнологий.

**Методология.** Data Mining в широком понимании этого термина представляет собой комплекс современных средств обработки информации (экспериментальных данных), ее анализа и моделирования. DM включает в себя различные инструменты предобработки данных – очистки (выявление аномалий в данных, выявление дубликатов и противоречий); инструменты предварительного анализа данных (факторный и корреляционный анализ, спектральный анализ), инструменты моделирования (линейная и логическая регрессии, деревья решений, искусственные нейронные сети, самоорганизующиеся карты Кохонена, ассоциативные правила).

В целом – это комплекс методов «обнаружения нетривиальных, практически полезных знаний» в таблицах, базах данных (не путать с базой знаний!), которые широко используются при решении финансовых и экономических задач за рубежом. Интересно отметить, что, по данным литературных источников, 50 из 100 крупнейших банков США уже используют аналитические системы, основанные на этих методах, 50 – планируют внедрить их. Они используются также и в России, например, в отделах Business Intelligence некоторых крупных фирм или в медицине – при диагностике заболеваний, но в значительно меньшем объеме.

Среди средств Data Mining можно особо отметить искусственные нейронные сети (ИНС). ИНС – это уникальный инструмент аппроксимации экспериментальных функций нескольких переменных, и он играет главную роль в создании многофакторных вычислительных моделей экспериментальных данных. В основе их применения лежит теорема известных советских математиков Колмогорова и Арнольда, адаптированная применительно к ИНС теоремой Хехт–Нильсена. ИНС позволяют использовать разнородные (как качественные, так и количественные) данные, «непредставительные» (неполные) выборки, анализировать сильно нелинейные связи. ИНС являются в настоящее время единственным средством аппроксимации многомерных экспериментальных функций с числом переменных более двух.

ИНС имеют преимущества по сравнению с классическими математическими методами вычислений в трех случаях:

1. Когда задача не может быть адекватно формализована, так как она содержит неопределенности (например, нет возможности формализовать задачу даже в виде дифференциального уравнения).

2. Когда задача может быть формализована, но не существует математического аппарата для ее решения (примеры – уравнение Шредингера, уравнение распространения волны горения).

3. Когда задача может быть формализована и есть математический аппарат для ее решения, но осуществление расчетов с помощью доступных вычислительных систем не отвечает требованиям к решению задачи по каким-либо параметрам (например, по времени вычислений, что важно для автоматических систем управления).

**Модели характеристик наноматериалов.** Наши ИНС-модели основаны на экспериментах по исследованию электрофизических и оптических характеристик нанопленок линейно-цепочечного углерода (ЛЦУ) с внедренными в них атомами металлов и неметаллов (ЛЦУА). Впервые пленки ЛЦУА были получены в Чувашском государственном университете, в межвузовской (ЧГУ-МГУ) лаборатории высоких технологий [3–7], с использованием запатентованной технологии и различных ноу-хау. Они могут представлять большой интерес для элементов твердотельной электроники, фотодатчиков, сенсоров, медицинских приложений и т.д. Примеры применения ИНС в фундаментальных и прикладных исследованиях приведены в [1, 2].

Рассмотрим, как мы проводили моделирование.

Пример использованных данных представлен на рис. 1 (скриншот аналитической платформы Loginom Studio, содержащей все средства Data Mining – см. [www.basegroup.ru](http://www.basegroup.ru)). Для моделирования были взяты следующие данные: Number of an element 1 и Number of Group of element 1 (номер и группа атомов согласно периодической таблице элементов Менделеева, внедренных первыми в пленки ЛЦУ), Number of an element 2 и Number of Group of element 2 (номер и группа атомов согласно периодической таблице элементов Менделеева, внедренных вторыми в пленки ЛЦУ), LCC Film thickness (толщина пленки ЛЦУ), Voltage V (напряжение в вольтах), Current A (электрический ток в амперах).

Number of an element1	Number of Group of element 1	Number of an element 2	Number of Group of element 2	LCC Film thickness	Voltage V	Current A	Contradiction	Duplicate
48	2	52	6	2000	1.3	0.00774	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	1.47	0.00934	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	1.63	0.0127	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	1.79	0.013	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	1.95	0.0129	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	2.11	0.0137	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	2.27	0.0123	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	2.43	0.0124	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	2.6	0.0127	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	2.76	0.0139	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	2	52	6	2000	2.92	0.0144	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	4	48	2	1000	-3	-0.000634	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	4	48	2	1000	-2.88	-0.0006	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	4	48	2	1000	-2.76	-0.000566	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	4	48	2	1000	-2.64	-0.000535	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	4	48	2	1000	-2.51	-0.000502	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	4	48	2	1000	-2.39	-0.000469	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Рис. 1. Пример данных, использованных для создания модели «Вольт-амперная характеристика пленок ЛЦУА»

Затем была выбрана соответствующая собранной базе данных архитектура ИНС (рис. 2) и проведено ее обучение. Обучение заключалось в том, что различные наборы данных всех столбцов, кроме «Current», подавались на входной слой ИНС (входные данные), а соответствующие значения «Current» устанавливались в выходном слое ИНС и с помощью известного метода обучения ИНС – метода «обратного распространения ошибки» – создавалась вычислительная ИНС-модель, позволяющая определять (прогнозировать) значение «Current» и строить графики зависимости «Current» от любой из входных характеристик.

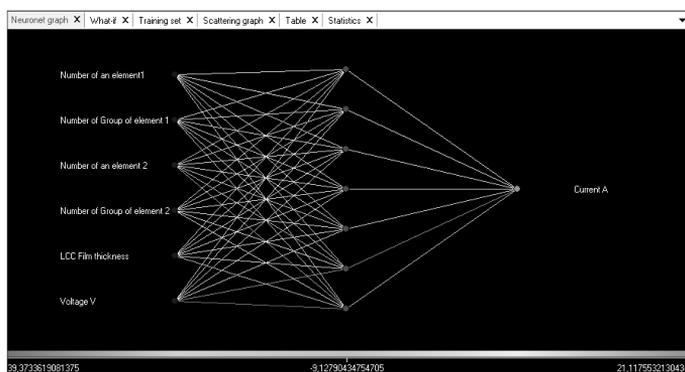


Рис. 2. Архитектура искусственной нейронной сети – многофакторной вычислительной модели вольт-амперных характеристик пленок ЛЦУА, решающей прямую задачу.

На черном фоне слева – факторы, определяющие значение электрического тока

Полученная модель используется следующим образом: вводятся значения факторов, и ИНС-модель мгновенно выдает прогноз значения электрического тока и график зависимости тока от любого из факторов. Примеры представлены на рис. 3–6.

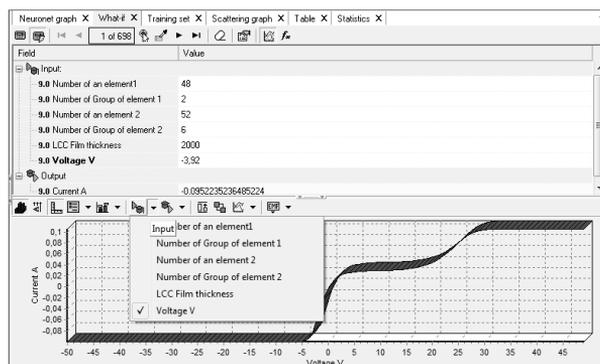


Рис. 3. Экран многофакторной вычислительной модели «Вольт-амперная характеристика пленки ЛЦУА» для случая внедрения атомов кадмия (48) и теллура (52).

Над графиком – набор конкретных значений факторов и вычисленное значение тока

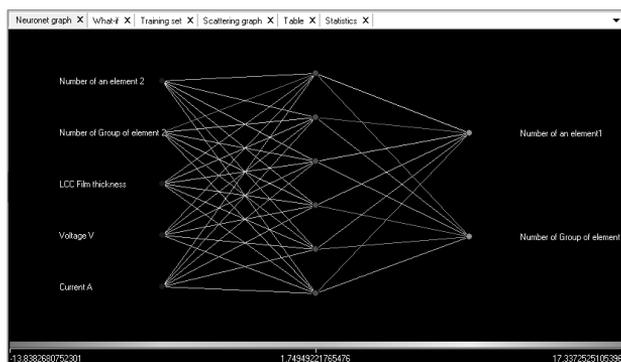


Рис. 4. Архитектура искусственной нейронной сети – многофакторной вычислительной модели вольт-амперных характеристик пленок ЛЦУА, решающей обратную задачу

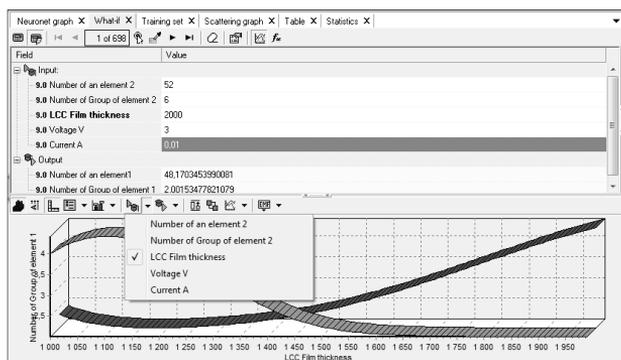


Рис. 5. Экран многофакторной вычислительной модели решения обратной задачи – определение того, какой дополнительно элемент надо внедрить в пленку ЛЦУА, чтобы получить требуемое значение тока при заданном напряжении (в зависимости от толщины пленки ЛЦУ)

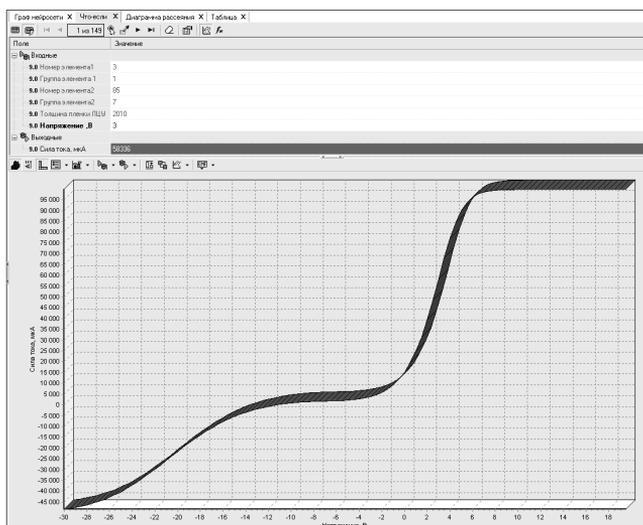


Рис. 6. Экран многофакторной вычислительной модели «Вольт-амперная характеристика пленки ЛЦУА» для случая внедрения атомов лития (3) и астага (85). Этот результат – прогноз эксперимента (для этих атомов реальный эксперимент не проводился)

**Выводы.** Аналогичные результаты получены нами для спектров пропускания из материалов на основе ЛЦУА и для «фотодатчиков» на основе ЛЦУ (создавались различные сэндвичи из ЛЦУ и пленок серебра, кадмия, меди и никеля в различных сочетаниях).

Совокупность всех этих моделей можно представить, как базу знаний характеристик наноматериалов на основе ЛЦУ, которая:

- содержит в себе связи между переменными объекта;
- позволяет вычислять значения одних переменных через другие;
- позволяет решать как прямые, так и обратные задачи;
- позволяет прогнозировать характеристики и свойства еще не исследованных объектов;
- позволяет прогнозировать параметры технологического процесса для получения объекта с требуемыми характеристиками.

Эти модели пока не позволяют определять первые и вторые производные экспериментальных зависимостей, эта задача будет решаться в ближайшем будущем.

Мы приглашаем к сотрудничеству всех, кто заинтересован в создании «локальной» базы знаний своих экспериментальных результатов.

#### Литература

1. Аbrukov С.В., Смирнов А.В. Создание базы знаний – новое направление исследований наноматериалов и нанотехнологий // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 52–56.
2. Аbrukov В.С., Аbrukov С.В., Карлович Е.В., Семенов Ю.В. База знаний процессов горения: будущее мира горения // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 46–52.
3. Кочаков В.Д., Новиков Н.Д. Интеркалирование серебра в пленку линейно-цепочечного углерода // Вестник Чувашского университета. 2007. № 2. С. 20–25.
4. Кочаков В.Д., Новиков Н.Д. Углеродная электроника // Вестник Чувашского университета. 2007. № 2. С. 25–28.
5. Кочаков В.Д., Новиков Н.Д., Васильев А.И., Смирнов А.В. Элементы электроники на основе пленок линейно-цепочечного углерода // Вестник Чувашского университета. 2011. № 3. С. 194–197.
6. Краснова А.Г., Кокишина А.В., Белова А.В., Кочаков В.Д. Исследование взаимодействия bSe с углеродом в состоянии Sp1 // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 46–47.
7. Пат. 2360036 РФ, МПК С23С 26/00, С23С 14/06, С23С 14/32, В82В 3/00. Способ получения углеродного наноматериала, содержащего металл / Кочаков В.Д., Новиков Н.Д.; заявитель и патентообладатель. Чуваш. гос. ун-т. № 2007139182/02; заявл. 22.10.2007; опубл. 27.06.2009, Бюл. № 18. 11 с.

#### References

1. Abrukov S.V., Smirnov A.V. *Sozdanie bazy znaniy – novoe napravlenie issledovaniy nanomaterialov i nanotekhnologii* [Creation of the knowledge base is a new research direction of nanomaterials and nanotechnologies]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, pp. 52–56.
2. Abrukov V.S., Abrukov S.V., Karlovich E.V., Semenov Yu.V. *Baza znaniy protsessov goreniya: budushchee mira goreniya* [The knowledge base of the combustion processes is a future of the combustion world]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, p. 46–52.
3. Kochakov V.D., Novikov N.D. *Interkalirovanie serebra v plenku lineino-tsepochechnogo ugleroda* [Intercalation of silver into film of linear-chain carbon]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2007, no. 2, pp. 20–25.
4. Kochakov V.D., Novikov N.D. *Uglerodnaya elektronika* [Carbon electronics]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2007, no. 2, pp. 25–28.

5. Kochakov V.D., Novikov N.D., Vasil'ev A.I., Smirnov A.V. *Elementy elektroniki na osnove plenok lineino-tsepochechnogo ugleroda* [Electronic elements on the basis of films of linear-chain carbon]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2011, no. 3, pp. 194–197.

6. Krasnova A.G., Kokshina A.V., Belova A.V., Kochakov V.D. *Issledovanie vzaimodeistviya PbSe s uglerodom v sostoyanii Sp1* [Investigation of the interaction with carbon PbSe able Sp1]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 46–47.

7. Kochakov V.D., Novikov N.D. *Sposob polucheniya uglerodnogo nanomateriala, sodержashchego metall* [The method of creation of carbon nanomaterial containing metal]. Patent RF, no. 2360036, 2009.

---

**АБРУКОВ ВИКТОР СЕРГЕЕВИЧ** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной физики и нанотехнологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (abrukov@yandex.ru).

**ABRUKOV VIKTOR** – doctor of physics and mathematical sciences, professor, head of Applied Physics and Nanotechnology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**АБРУКОВ СЕРГЕЙ ВИКТОРОВИЧ** – младший научный сотрудник кафедры прикладной физики и нанотехнологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (abrukovs@yandex.ru).

**ABRUKOV SERGEY** – junior researcher of Applied Physics and Nanotechnology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**СМИРНОВ АЛЕКСАНДР ВЯЧЕСЛАВОВИЧ** – инженер кафедры прикладной физики и нанотехнологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (fizteh21@yandex.ru).

**SMIRNOV ALEXANDER** – engineer of Applied Physics and Nanotechnology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**КАРЛОВИЧ ЕЛЕНА ВАЛЕРЬЕВНА** – младший научный сотрудник кафедры прикладной физики и нанотехнологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (lenkabuzuluk@yandex.ru).

**KARLOVICH ELENA** – junior researcher of Applied Physics and Nanotechnology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 004.89  
ББК 32.973-018

В.С. АБРУКОВ, В.Д. КОЧАКОВ,  
А.В. СМИРНОВ, С.В. АБРУКОВ, А.И. ВАСИЛЬЕВ  
**МНОГОФАКТОРНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ  
ФОТОДАТЧИКОВ НА ОСНОВЕ ТОНКИХ ПЛЕНОК\***

*Ключевые слова:* многофакторные вычислительные модели, искусственные нейронные сети, тонкие пленки металлов, линейно-цепочечный углерод, фотодатчик, база знаний.

*Представлена методология создания многофакторных вычислительных моделей экспериментальных данных с помощью искусственных нейронных сетей. Описаны модели характеристик фоточувствительных металл-углеродных систем и технологий их создания, решающие как прямые, так и обратные задачи. Показано, что комплекс созданных моделей может служить основой базы знаний характеристик фотодатчиков и технологий их создания на основе тонких пленок металлов и нанопленок линейно-цепочечного углерода.*

V. ABRUKOV, V. KOCHAKOV, A. SMIRNOV, S. ABRUKOV, A. VASILYEV  
**MULTIFACTOR COMPUTATIONAL MODELS OF THIN FILM-BASED PHOTOSENSORS**

*Key words:* multifactor computational models, artificial neural networks, thin films of metals, linear-chain carbon, photosensor, knowledge base.

*The article presents a methodology for creating multifactor computational models of experimental data by using artificial neural networks; it describes the models of photosensitive metal – carbon systems characteristics and their creating techniques that solve both direct and inverse problems. It shows that the complex of the created models can serve as the basis for the knowledge base of photo sensors characteristics and their creating techniques based on thin films of metals and nanofilms of linear-chain carbon.*

В статье представлены многофакторные вычислительные модели характеристик фотодатчиков на основе тонких пленок металлов и нанопленок линейно-цепочечного углерода (ЛЦУ) [5, 6], созданные с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС).

Фоточувствительные системы получались с помощью напыления пленок металлов методом терморезистивного испарения на подложку из монокристаллического кремния в вакуумной установке УВР-3М. Затем в ряде экспериментов на пленки металлов производилось напыление пленок ЛЦУ и пленок ЛЦУ, легированных азотом на модернизированной вакуумной ионно-плазменной установке «УРМ Алмаз» при давлении  $10^{-4}$  Па.

Для исследования характеристик полученных фотосенсоров были проведены измерения зависимостей темнового тока и фототока от напряжения. Методика проведения измерений описана в [5].

С целью обобщения полученных экспериментальных данных с помощью ИНС были созданы многофакторные вычислительные модели характеристик фотодатчиков. ИНС являются уникальным инструментом аппроксимации функций нескольких переменных и построения многофакторных вычислительных моделей экспериментальных данных. Примеры применения приведены в [1–3].

Для создания ИНС-моделей использовалась аналитическая платформа Deductor (разработчик – BasegroupLab, [www.basegroup.ru](http://www.basegroup.ru)). Описание методики получения вычислительных ИНС-моделей приведено в [1–3].

---

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-02-97071, p\_поволжье\_a.



Для моделирования были выбраны структуры ИНС, соответствующие характеру и количеству собранных данных. Всего было получено несколько ИНС-моделей, решающих различные прямые и обратные задачи выявления и обобщения закономерностей, содержащихся в экспериментальных данных.

Рассмотрим методику решения одной из прямых задач – выявление закономерностей зависимости  $k$  от напряжения  $U$  и технологических параметров создания фотодатчиков. Обучение ИНС заключалось в том, что различные наборы значений столбцов 1, 9–11, 14 (рис. 1) подавались на входной слой ИНС, а соответствующие значения  $k$  устанавливались в выходном слое ИНС и с помощью известного метода обучения ИНС-метода «обратного распространения ошибки» создавалась вычислительная ИНС-модель, устанавливающая зависимости  $k$  от входных факторов.

На рис. 2 представлена структура ИНС, использованная для создания данной модели.

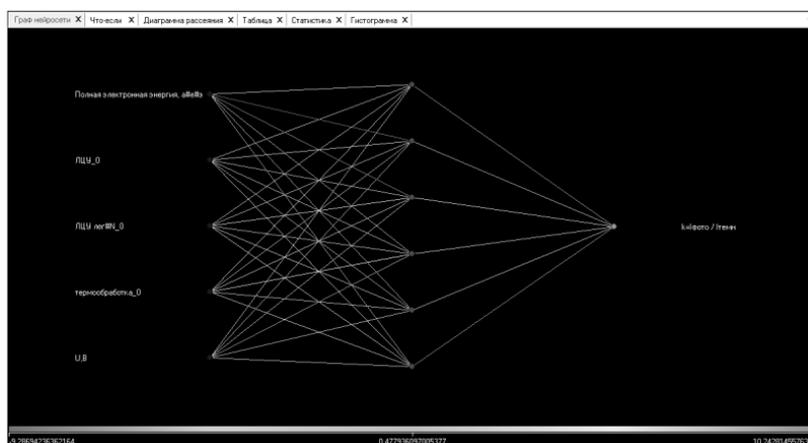


Рис. 2. Структура ИНС-модели зависимости отношения фототока к темновому току  $k$  от напряжения  $U$  и технологических параметров создания фотодатчиков. На черном фоне слева – факторы, определяющие значение  $k$

Полученная ИНС-модель может использоваться для определения (прогнозирования) зависимости  $k$  от  $U$  и технологических параметров создания фотодатчиков следующим образом. Значение полной электронной энергии, значение напряжения и наличие («да») или отсутствие («нет») пленки ЛЦУ, пленки ЛЦУ, легированной азотом, и термообработки устанавливаются во входном слое ИНС. После этого ИНС-модель «мгновенно» вычисляет соответствующее этому набору данных значение  $k$ , а также зависимости  $k$  от любого из факторов при фиксированных значениях остальных факторов.

Примеры, иллюстрирующие возможности созданной модели при выявлении закономерностей зависимости  $k$  от напряжения и технологических параметров создания фотодатчиков, представлены на рис. 3–7 с краткими комментариями.

Приведена только малая часть (не более 5%) принципиально отличающихся друг от друга графиков, отражающих выявленные закономерности.

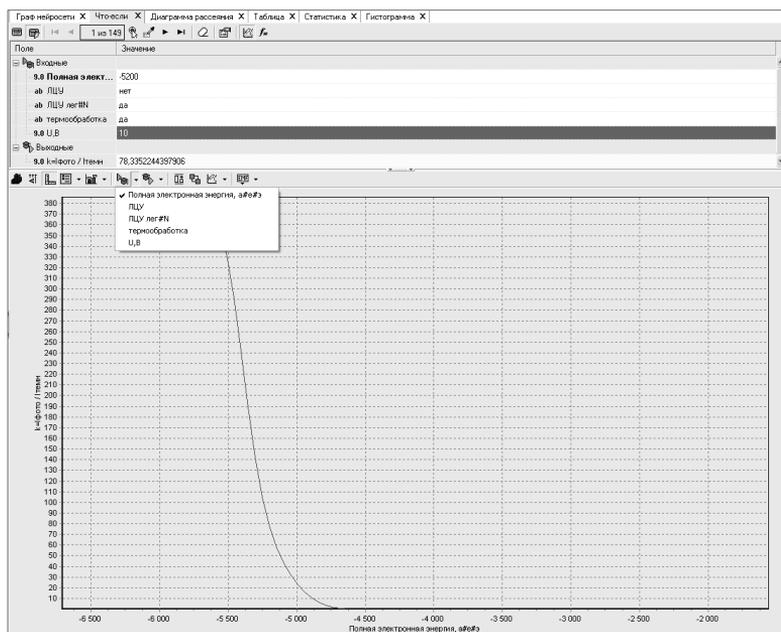


Рис. 3. Интерполяция зависимости отношения фототока к темновому току  $k$  от полной электронной энергии металла или его сплава при  $U = 10$  В. Как показывает ИНС-модель, при увеличении  $U$  до 20 В график смещается вправо, а при уменьшении  $U$  до 2 В – влево.

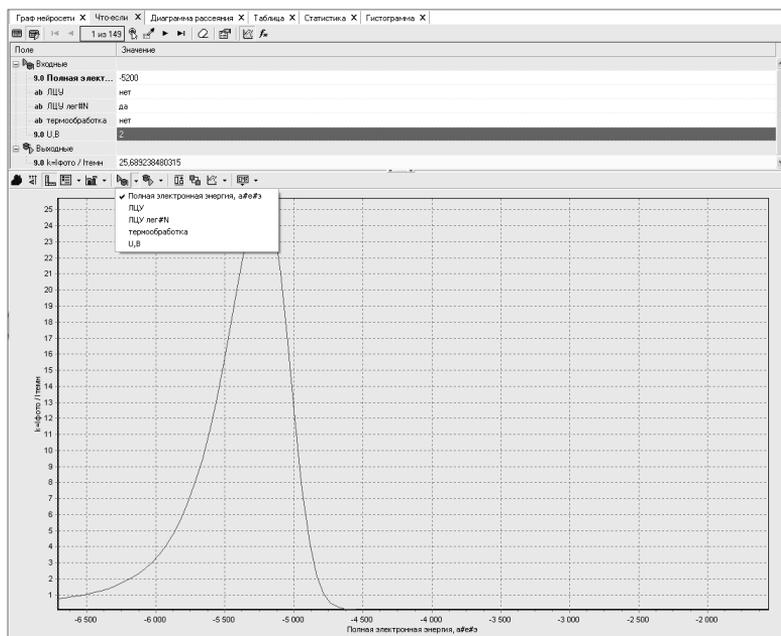


Рис. 4. Интерполяция зависимости отношения фототока к темновому току  $k$  от полной электронной энергии металла или его сплава при  $U = 2$  В. Результат показывает, что отсутствие «термообработки» существенно меняет закономерности зависимости  $k$  как качественно, так и количественно – сравните с рис. 3.

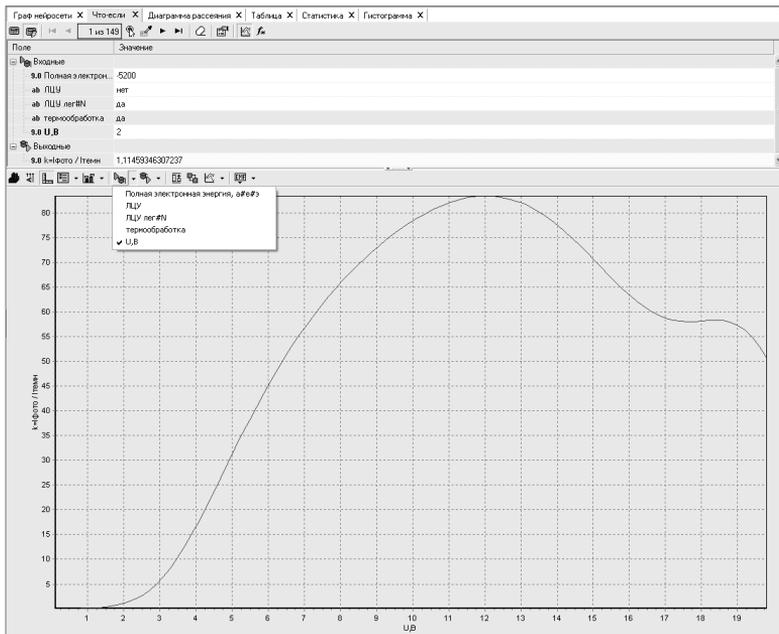


Рис. 5. Интерполяция зависимости отношения фототока к темновому току  $k$  от напряжения  $U$ .  
Остальные технологические параметры: полная электронная энергия =  $-5200$ ,  
пленка ЛЦУ, легированная азотом – «да», термообработка – «да»

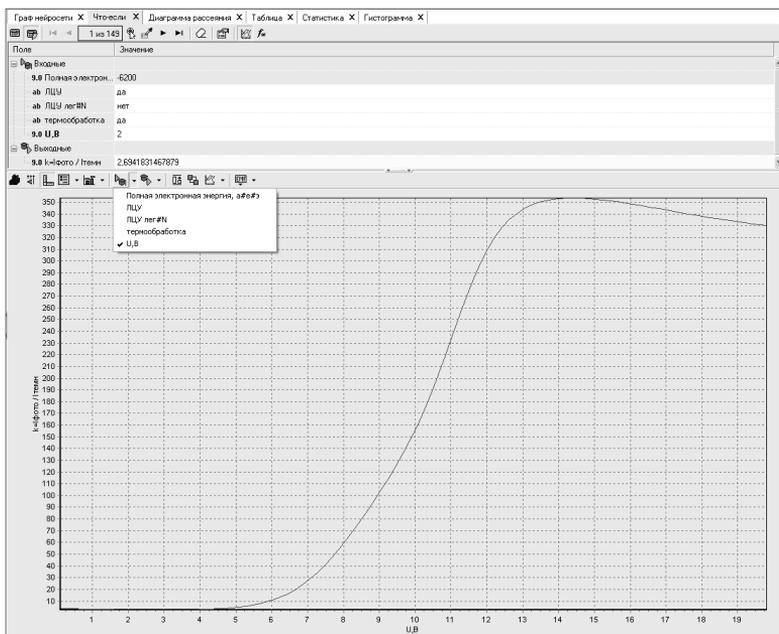


Рис. 6. Интерполяция зависимости отношения фототока к темновому току  $k$  от напряжения  $U$ .  
В отличие от случая рис. 5 на металлическую пленку напылялась пленка ЛЦУ,  
не легированная азотом. Остальные технологические параметры:  
Полная электронная энергия =  $-6200$ , термообработка – «да»

На всех рисунках в таблице над графиками приведены фиксированные значения входных факторов. В нижней строчке таблицы – значение  $k$  для вышеприведенных значений факторов (оно же отмечено на графике как ордината). Над левой частью графика галочкой отмечен аргумент функции  $k$  (он же отмечен на графике как абсцисса).

На рис. 7 приведена одна из иллюстраций возможности решения с помощью ИНС обратной задачи. При создании этой ИНС-модели использовалась та же таблица, которая приведена на рис. 1, но целевой функцией была полная электронная энергия металла.

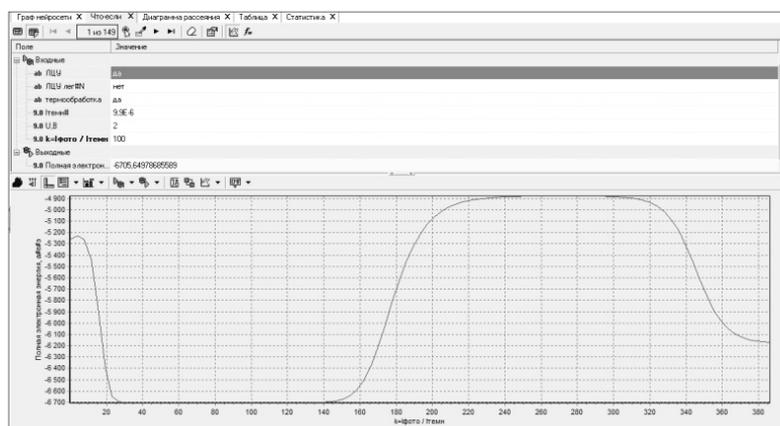


Рис. 7. Пример решения обратной задачи – определения того, какая электронная энергия должна быть у металла, чтобы фотодатчик выдавал требуемое значение усиления тока (коэффициент  $k$ ) при напряжении 2 В

Полученный комплекс ИНС-моделей является базой знаний характеристик фотодатчиков и технологий их создания на основе тонких пленок металлов и нанопленок линейно-цепочечного углерода, которая способна решать различные научные и технологические задачи разработки новых типов фотодатчиков.

Цель наших дальнейших работ – создание базы знаний характеристик и технологий создания новых перспективных наноматериалов. Мы приглашаем всех, кто считает необходимым обобщить имеющиеся экспериментальные результаты в области нанотехнологий на принципиально новом уровне к совместной работе в этом направлении.

#### Литература

1. *Абруков В.С., Абруков С.В., Карлович Е.В., Семенов Ю.В.* База знаний процессов горения: будущее мира горения // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 46–52.
2. *Абруков В.С., Абруков С.В., Смирнов А.В., Карлович Е.В.* Data Mining в научных исследованиях // Наноструктурированные материалы и преобразовательные устройства для солнечных элементов 3-го поколения: сб. материалов I Всерос. науч. конф. Чебоксары: ООО «Полиграфика», 2013. С. 11–17.
3. *Абруков С.В., Смирнов А.В.* Создание базы знаний – новое направление исследований наноматериалов и нанотехнологий // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 52–56.

4. Abrukov V.S., Karlovich E.V., Afanasyev V.N., Semenov Yu.V., Abrukov S.V. Creation of propellant combustion models by means of data mining tools // *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*. 2010. № 9(5). P. 385–396.

5. Кочаков В.Д., Новиков Н.Д., Васильев А.И., Смирнов А.В. Элементы электроники на основе пленок линейно-цепочечного углерода // *Вестник Чувашского университета*. 2011. № 3. С. 194–197.

6. Пат. 2360036 РФ, МПК С23С 26/00, С23С 14/06, С23С 14/32, В82В 3/00. Способ получения углеродного наноматериала, содержащего металл / Кочаков В.Д., Новиков Н.Д.; заявитель и патентообладатель. Чуваш. гос. ун-т. № 2007139182/02; заявл. 22.10.2007; опубл. 27.06.2009, Бюл. № 18. 11 с.

### References

1. Abrukov V.S., Abrukov S.V., Karlovich E.V., Semenov Yu.V. *Baza znanii protsessov goreniya: budushchee mira goreniya* [The knowledge base of the combustion processes is a future of the combustion world]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, pp. 46–52.

2. Abrukov V.S., Abrukov S.V., Smirnov A.V., Karlovich E.V. *Data Mining v nauchnykh issledovaniyakh* [Data Mining for scientific research]. *Nanostrukturirovannye materialy i preobrazovatel'nye ustroystva dlya solnechnykh elementov 3-go pokoleniya: sb. materialov I Vseros. nauch. konf.* [Proc. of 3th Rus. Conf. «Nanostructured materials and devices for converting solar cells generation»]. Cheboksary, Poligrafika Publ., 2013, pp. 11–17.

3. Abrukov S.V., Smirnov A.V. *Sozdanie bazy znanii – novoe napravlenie issledovaniy nanomaterialov i nanotekhnologii* [Creation of the knowledge base is a new research direction of nanomaterials and nanotechnologies]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta* [Journal of the Chuvash University]. 2013. № 3. p. 52–56.

4. Abrukov V.S., Karlovich E.V., Afanasyev V.N., Semenov Yu.V., Abrukov S.V. Creation of propellant combustion models by means of data mining tools. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, 2010, no. 9(5), pp. 385–396.

5. Kochakov V.D., Novikov N.D., Vasil'ev A.I., Smirnov A.V. *Elementy elektroniki na osnove plenok lineino-tsepochechnogo ugleroda* [Electronic elements on the basis of films of linear-chain carbon]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2011, no. 3, pp. 194–197.

6. Kochakov V.D., Novikov N.D. *Sposob polucheniya uglerodnogo nanomateriala, soderzhashchego metall* [The method of creation of carbon nanomaterial containing metal]. Patent RF, no. 2360036, 2009.

---

**АБРУКОВ ВИКТОР СЕРГЕЕВИЧ.** См. с. 146.

**КОЧАКОВ ВАЛЕРИЙ ДАНИЛОВИЧ** – кандидат технических наук, профессор кафедры прикладной физики и нанотехнологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (kocherishca@mail.ru).

**KOSHAKOV VALERIY** – candidate of technical sciences, professor of Applied Physics and Nanotechnology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**СМИРНОВ АЛЕКСАНДР ВЯЧЕСЛАВОВИЧ.** См. с. 146.

**АБРУКОВ СЕРГЕЙ ВИКТОРОВИЧ.** См. с. 146.

**ВАСИЛЬЕВ АЛЕКСЕЙ ИВАНОВИЧ** – инженер-исследователь кафедры прикладной физики и нанотехнологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ljosha@mail.ru).

**VASILYEV ALEXEY** – researcher of Applied Physics and Nanotechnology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 004.942  
ББК 32.817

В.В. АНДРЕЕВ, В.Ю. ЛУКИЯНОВА

## ПРОВЕРКА ЗАКОНА ГИБРАТА ДЛЯ НАСЕЛЁННЫХ ПУНКТОВ ЧУВАШСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

**Ключевые слова:** системы поддержки принятия решений, мобильность населения, закон Ципфа, закон Гибрата, математические модели социально-экономических систем.

*Для создания систем поддержки принятия оптимальных управленческих решений в крупных социально-экономических системах важное место занимает разработка адекватных математических методов, описывающих динамику подобных сложных систем. Важность математических моделей, описывающих динамику социально-экономической системы, заключается в том, что они позволяют, в частности, учесть в процессе разработки и проведения социально-экономических преобразований наиболее проблемные направления, которые представляют собой приоритеты развития и в то же время являются источниками рисков. Выявление основных тенденций, сложившихся в динамике социально-экономической системы и определяющих её дальнейшую эволюцию, является ключевым элементом при принятии тех или иных управленческих решений. Так, для выработки и проведения эффективной социально-экономической политики важное значение имеют правильное описание и понимание процессов, являющихся движущими факторами мобильности населения. В частности, это важно при решении следующих вопросов: на какой территории наиболее оптимальным будет размещение нового производства; как на обозримую перспективу точнее прогнозировать численность экономически активного населения и трудовых мигрантов на тех или иных территориях; является ли эффективным предоставление субсидий, например, из федерального бюджета, для развития малых городов и поселений; эффективно ли финансирование перевозок населения в больших городах от места проживания до места работы и обратно. В данной работе на основе данных всероссийской переписи населения 2010 г. исследованы закономерности распределения населения Чувашской Республики по населённым пунктам. Доказано, что законы Ципфа и Гибрата для населённых пунктов Чувашской Республики не выполняются. Результаты исследования показывают территориальную несбалансированность социально-экономической системы Чувашской Республики. Подобные исследования важны для своевременного принятия оптимальных управленческих решений.*

V. ANDREEV, V. LYKIYANOVA

## TEST OF GIBRAT'S LAW FOR POPULATED LOCALITIES OF CHUVASH REPUBLIC

**Key words:** decision support systems, population mobility, Zipf's law, Gibrat's law, mathematical models of socio-economic systems.

*The development of adequate mathematical methods describing the dynamics of large socio-economic systems occupies an important place in the process of creating support systems of optimal management decisions in such complex systems. The use of mathematical models, describing the dynamics of the socio-economic systems, is important as they allow, in particular, to take into account in the process of planning and implementing socio-economic reforms the most problematic areas that are both priorities for development and sources of risk. Identification of major tendencies prevailing in the dynamics of the socio-economic system and determining its further evolution is the key element in making administrative decisions. Therefore, it is essential for the development and implementation of effective social and economic policy to correctly describe and understand the processes, which are the moving factors of population mobility. In particular, it is important for solving the following problems: what site will be the most suitable for a new manufacturing plant; how to make prognosis for the foreseeable future concerning the number of economically active population and migrant labourers on certain territories; whether it is effective to subsidize the development of small towns and villages by the federal government or to finance transportation of working people, residing in big cities, from their place of living to and from work.*

*Based on the 2010 National Population Census, there were investigated the patterns of distribution of the Chuvash Republic population on localities. The research proved that the laws of Zipf and Gibrat do not work for populated localities of the Chuvash Republic. The results showed the territorial imbalance of the Chuvash Republic socio-economic system. Research like this is important for timely and optimal management decisions.*

Большое значение для выработки и проведения эффективной социально-экономической политики имеют правильное описание и понимание процессов, являющихся движущими факторами мобильности населения. В частности, это важно при решении следующих вопросов: на какой территории наиболее оптимальным будет размещение нового производства; как на обозримую перспективу точнее спрогнозировать численность экономически активного населения и трудовых мигрантов на тех или иных территориях; является ли эффективным предоставление субсидий, например, из федерального бюджета, для развития малых городов и поселений; эффективно ли финансирование перевозок населения в больших городах от места проживания до места работы и обратно.

В то же время, как отмечено в работе [16], территориальное распределение населения, которое ещё непрерывно меняется, не является случайным, а представляет собой чрезвычайно сложный конгломерат стимулов и действий, исходящих от миллионов людей, предприятий и организаций. Так, наблюдается сильная тенденция к агломерации. При возникновении ранних поселений в качестве основных факторов, определяющих подобную тенденцию, могли выступать реки, побережье и горы [16]. Факторы, определяющие на региональном уровне динамику трудовой миграции, подробно проанализированы в работе [13]. Ретроспективный анализ динамики миграционных процессов, включая динамику принудительных и добровольных миграций, и её влияния на освоение Дальнего Востока выполнен в работе [11].

В то же время имеются две надежно установленные эмпирические закономерности, описывающие мобильность населения [16]. Первая заключается в том, что крупнейшие города удовлетворяют закону Ципфа [23]. Суть закона Ципфа применительно к численности населения в больших городах состоит в следующем. Пусть такие города ранжированы по убыванию численности населения. Тогда отношение численностей населения двух городов обратно пропорционально отношению их рангов. Вторая эмпирическая закономерность состоит в том, что темп роста численности городского населения не зависит от размера города.

Р. Гибратом было высказано предположение о стохастическом характере роста фирм и городов [18]. В соответствии с этой концепцией, известной сейчас как закон Гибрата, численность фирм и городов подчиняется логарифмически нормальному распределению. Закон Гибрата может служить основой исследования роста более зрелых и крупных фирм, но он не выполняется в случае молодых фирм, недавно начавших деятельность на рынке [12]. В последнем случае рост фирм протекает в неравновесном режиме. Следовательно, этот закон выполняется в системах, в которых процессы протекают в равновесном режиме.

Следует отметить, что задача прогнозирования динамики социально-экономической системы решается на основе математических методов и моделей, которые достаточно разнообразны [6–10, 15, 19–22]. Важность математических моделей, описывающих динамику социально-экономической системы, заключается в том, что они позволяют, в частности, учесть в процессе

разработки и проведения социально-экономических преобразований наиболее проблемные направления, которые представляют собой приоритеты развития и, одновременно, являются источниками рисков [17]. Выявление основных тенденций, сложившихся в динамике социально-экономической системы и определяющих её дальнейшую эволюцию, является ключевым элементом при принятии тех или иных управленческих решений.

В некоторых предыдущих наших работах также предложены и исследованы математические модели динамики социально-экономических систем, построенные на принципах «хищник – жертва» [2–5]. Эти модели были применены для анализа динамики социально-экономических систем России [2] и США [3–5] на различных временных этапах. Результаты этих исследований вполне адекватно описывают реальную наблюдаемую сейчас ситуацию. В работе [14] показано, что математические модели динамики социально-экономических систем могут быть получены на основе подходов, основанных на выделении основных взаимодействующих элементов социально-экономической системы и установлении «сил», определяющих динамику совокупности таких элементов. При этом уравнения математической модели являются аналогами уравнений движения в физике. В работе [14] такая модель применена для исследования динамики социально-экономической системы России. Прогноз, сделанный в указанной работе, довольно точно описывает нынешнюю кризисную ситуацию в России. В работе [1] исследованы математические модели для анализа развития территорий, т.е. модели, учитывающие пространственно-территориальные факторы в анализе социально-экономических систем.

В данной работе на основе данных всероссийской переписи населения 2010 г.<sup>1</sup> исследованы закономерности распределения населения Чувашской Республики по населённым пунктам. Гистограмма распределения населения Чувашской Республики по населённым пунктам представлена на рис. 1. Здесь по оси абсцисс отложены десятичные логарифмы от численности населения  $N$  в различных населённых пунктах, т.е.  $\lg(N)$ . Весь интервал значений десятичных логарифмов от минимальной величины 2,641474 (соответствует Никулинскому сельскому поселению с численностью населения 438 человек) до максимальной величины 5,666713 (Чебоксарский городской округ с численностью населения 464208 человек) разбит на  $m$  подынтервалов с равномерным шагом  $h$ :

$$h = (\lg(N_{\max}) - \lg(N_{\min})) / m. \quad (1)$$

Затем для каждого подынтервала  $[\lg(N_{\min}) + (i-1)h, \lg(N_{\min}) + ih)$ ,  $i = 1, \dots, m$  было вычислено количество населённых пунктов  $M_i$ , десятичные логарифмы от численности населения которых принадлежат данному подынтервалу. При этом последний подынтервал при  $i = m$  является закрытым, т.е.  $[\lg(N_{\min}) + (i-1)h, \lg(N_{\min}) + ih]$ . На рис. 1 гистограмма получена при  $m = 40$ . Из рис. 1 видно, что пять крупных населённых пунктов в правой части гистограммы (см. табл. 1) выбиваются из общего ряда. Это свидетельствует о том, что распределение численности населения Чувашской Республики по населённым пунктам достаточно грубо подчиняется логонормальному. Следовательно, нельзя говорить о хорошем выполнении закона Гибрата для населённых пунктов Чувашской Республики.

<sup>1</sup> Всероссийская перепись населения 2010 // Федеральная служба государственной статистики: сайт. URL: [http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/perepis2010/croc/perepis\\_itogi1612.htm](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/perepis2010/croc/perepis_itogi1612.htm).

Закон Ципфа [23] для крупных населённых пунктов записывается так:

$$N^*/N = R^*/R, \quad (2)$$

где  $N$  и  $N^*$  численности населения в двух сравниваемых населённых пунктах, а  $R$  и  $R^*$  соответствующие им ранги (см. табл. 1). В табл. 1 в правой части приведены отношения  $N^*/N$  (в каждой ячейке через косую указаны величины  $R^*/R$ ). Например, в строке, соответствующей населённому пункту «Чебоксарский городской округ» (в данном случае величина  $N$ ), слева направо в ячейках перечислены отношения численности населения в нём к численности населения в населённых пунктах

«Новочебоксарский городской округ», «Канашский городской округ – городское население – г. Канаш», «Алатырский городской округ – городское население – г. Алатырь» и «Шумерлинский городской округ – городское население – г. Шумерля» соответственно (величины  $N^*$ ). После косой указаны соответствующие отношения рангов  $R^*/R$ . Аналогичные величины приведены в строках, которые соответствуют другим населённым пунктам. Результаты табл. 1 показывают, что для перечисленных в ней пяти самых крупных населённых пунктов Чувашской Республики закон Ципфа (2) не выполняется. Таким образом, распределение населения по территории Чувашской Республики не соответствует равновесной ситуации. Это может быть следствием того, что социально-экономическая система Чувашской Республики далека от равновесной и в ней наблюдаются большие диспропорции и деформации в территориальном распределении трудовых ресурсов и производства. Так, для населённого пункта «Чебоксарский городской округ» наблюдаются очень большие отклонения от закона Ципфа.

В табл. 2 представлены результаты проверки закона Ципфа (2) для четырёх крупных населённых пунктов Чувашской Республики за исключением Чебоксарского городского округа. В этом случае распределение численности населения по четырём перечисленным в табл. 2 населённым пунктам достаточно неплохо соответствует закону Ципфа за исключением населённого пункта «Канашский городской округ – городское население – г. Канаш». Численность населения в указанном населённом пункте в соответствии с законом Ципфа в равновесной ситуации должна быть выше и составлять примерно 60 тысяч человек.

Прологарифмировав уравнение (2), получим:

$$\lg N = -\lg R + \lg N^* + \lg R^*. \quad (3)$$

На рис. 2 представлена зависимость  $\lg N$  от  $\lg R$  для пяти крупнейших населённых пунктов Чувашской Республики, которые перечислены в табл. 1. Эта зависимость описывается линейным трендом:

$$\lg N = -1,7321 \lg R + 5,621. \quad (4)$$

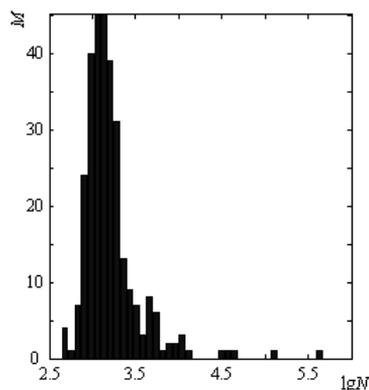


Рис. 1. Гистограмма распределения населения Чувашской Республики по населённым пунктам по данным Всероссийской переписи населения 2010 г.

Таблица 1

Результаты проверки закона Ципфа для пяти крупных населённых пунктов  
Чувашской Республики и отношения численностей населения в них

№ п/п (Ранг $R$ )	Населённый пункт	Численность населения $N$	Отношение численности населения в населённых пунктах/ Отношение обратных величин рангов населённых пунктов			
1	Чебоксарский городской округ	464 208	3,73/2	10,18/3	12,15/4	14,63/5
2	Новочебоксарский городской округ	124 392	0,27/0,5	2,73/1,5	3,26/2	3,92/2,5
3	Канашский городской округ – городское население – г. Канаш	45 607	0,1/0,33	0,37/0,67	1,19/1,33	1,44/1,67
4	Алатырский городской округ – городское население – г. Алатырь	38 203	0,08/0,25	0,31/0,5	0,84/0,75	1,2/1,25
5	Шумерлинский городской округ – городское население – г. Шумерля	31 722	0,07/0,2	0,26/0,4	0,7/0,6	0,83/0,8

Таблица 2

Результаты проверки закона Ципфа для четырех крупных населённых пунктов  
Чувашской Республики, исключая Чебоксарский городской округ,  
и отношения численностей населения в них

№ п/п (Ранг $R$ )	Населённый пункт	Численность населения $N$	Отношение численности населения в населённых пунктах/ Отношение обратных величин рангов населённых пунктов		
1	Новочебоксарский городской округ	124 392	2,73/2	3,26/3	3,92/4
2	Канашский городской округ – городское население – г. Канаш	45 607	0,37/0,5	1,19/1,5	1,44/2
3	Алатырский городской округ – городское население – г. Алатырь	38 203	0,31/0,33	0,84/0,67	1,2/1,33
4	Шумерлинский городской округ – городское население – г. Шумерля	31 722	0,26/0,25	0,7/0,5	0,83/0,75

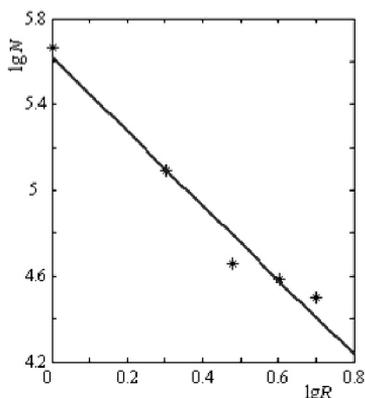


Рис. 2. Зависимость  $\lg N$  от  $\lg R$  для пяти крупнейших населённых пунктов Чувашской Республики по данным Всероссийской переписи населения 2010 г.

Таким образом, уравнение (4) также свидетельствует о невыполнении закона Ципфа для пяти крупнейших населённых пунктов Чувашской Республики. Преобразуем уравнение (4) к виду

$$N = 10^{5,621} / R^{1,732}. \quad (5)$$

Как видно из формулы (2), в случае справедливости закона Ципфа зависимость численности населения  $N$  в заданном населённом пункте является обратно пропорциональной от его ранга  $R$ , т.е.

$$N \sim 1/R.$$

В то же время для пяти крупнейших населённых пунктов Чувашской Республики в соответствии с формулой (5) имеем

$$N \sim 1/R^{1,732}.$$

Если же исключить Чебоксарский городской округ, то для остальных четырёх крупнейших населённых пунктов Чувашской Республики тренд описывается следующим уравнением (см. рис. 3):

$$\lg N = -0,9831 \lg R + 5,048. \quad (6)$$

В этом случае коэффициент перед  $\lg R$  близок к единице, что свидетельствует о достаточно хорошем выполнении закона Ципфа. Из рис. 3 также видно, что точка, соответствующая населённому пункту «Канашский городской округ – городское население – г. Канаш», достаточно сильно отклоняется от линии тренда. Для лучшего выполнения закона Ципфа она должна лежать немного выше (как было уже сказано, в равновесной ситуации его численность должна составлять около 60 тысяч человек).

Таким образом, результаты исследования показывают территориальную несбалансированность социально-экономической системы Чувашской Республики. Также подобные исследования важны для своевременного принятия оптимальных управленческих решений.

#### Литература

1. Андреев В.В. Модель реакция – диффузия в анализе развития территорий в пространственной экономике и формирования «мертвых зон» // Научно-технические технологии. 2013. Т. 14, № 12. С. 3–12.
2. Андреев В.В., Семёнов М.И. Математическое моделирование динамики социально-экономической системы России: определение наилучшего пути развития // Нелинейный мир. 2013. Т. 11, № 1. С. 58–72.
3. Андреев В.В., Семёнов М.И. Математическое моделирование динамики социально-экономической системы США // Нелинейный мир. 2012. Т. 10, № 5. С. 322–330.
4. Андреев В.В., Семёнов М.И. Математическое моделирование и исследование динамики социально-экономической системы (на примере США) // Нелинейный мир. 2010. Т. 8, № 3. С. 189–195.
5. Андреев В.В., Семёнов М.И. Программное приложение для решения задач оптимальной параметрической идентификации динамических моделей: применение для прогнозирования динамики социально-экономической системы США // Прикладная информатика. 2010. № 2(26). С. 46–57.
6. Балацкий Е.В., Екимова Н.А. Влияние конкуренции на длительность и амплитуду приватизационного цикла // Общество и экономика. 2009. № 1. С. 21–39.
7. Балацкий Е.В., Екимова Н.А. Типология приватизационных циклов // Общество и экономика. 2007. № 9-10. С. 66–85.
8. Балацкий Е.В., Екимова Н.А. Цикл занятости и приватизационный цикл в динамических моделях равновесия // Общество и экономика. 2010. № 12. С. 33–51.
9. Коровкин А.Г. Динамика занятости и рынка труда: вопросы макроэкономического анализа и прогнозирования. М.: МАКС Пресс, 2001. 320 с.
10. Коровкин А.Г., Латина Т.Д., Полежаев А.В. Согласование спроса на рабочую силу и ее предложения: федеральный и региональный аспекты // Проблемы прогнозирования. 2000. № 4. С. 73–88.
11. Мишук С.Н. Внутренняя и международная миграция на российском Дальнем Востоке в середине XIX– начале XXI вв. // Известия РАН. Сер. Географическая. 2013. № 6. С. 33–42.
12. Пирогов Н.К., Поповидченко М.Г. Закон Гибрата в исследованиях роста фирмы // Корпоративные финансы. 2010. № 1(13). С. 106–119.

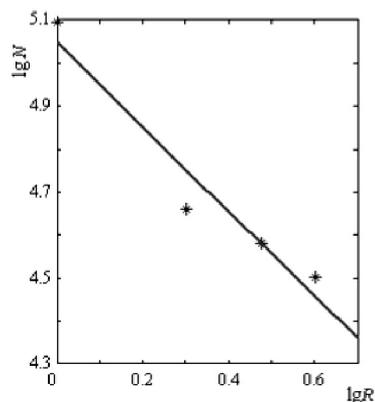


Рис. 3. Зависимость  $\lg N$  от  $\lg R$  для четырёх крупнейших (за исключением населённого пункта «Чебоксарский городской округ») населённых пунктов Чувашской Республики по данным Всероссийской переписи населения 2010 г.

13. Хавинсон М.Ю., Кулаков М.П., Мишук С.Н. Прогнозирование динамики внешней трудовой миграции на региональном уровне // Проблемы прогнозирования. 2013. № 2. С. 99–111.
14. Andreev V.V. On the validity of use of physical equations and principles in the socio-economic field and on the predictability of socio-economic system dynamics. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2015, vol. 20, № 1, pp. 82–98.
15. Castellano C., Fortunato S., Loreto V. Statistical physics of social dynamics. *Reviews of Modern Physics*, 2009, vol. 81, no. 2, pp. 591–646.
16. Eeckhout J. Gibrat's Law for (All) Cities. *The American Economic Review*, 2004, vol. 94, no. 5, pp. 1429–1451.
17. Érdi P. Scope and Limits of Predictions by Social Dynamic Models: Crisis, Innovation, Decision Making. *Evolutionary and institutional economics review*, 2010, vol. 7, no. 1, pp. 21–42.
18. Gibrat R. Les Inégalités Économiques; Applications: Aux Inégalités des Richesses, a la Concentration des Entreprises, Aux Populations des Villes, Aux Statistiques des Familles, etc., d'une Loi Nouvelles, La Loi de l'Effet Proportionnel. Paris, Librairie du Recueil Sirey, 1931.
19. Giupponi C., Borsuk M.E., de Vries B.J.M., Hasselmann K. Innovative Approaches to Integrated Global Change Modelling. *Environmental Modelling and Software*, 2013, vol. 44, pp. 1–9.
20. Grabowski A., Kosiński R.A. Evolution of a social network: The role of cultural diversity. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2006, vol. 73, no. 1. doi: 10.1103/PhysRevE.73.016135.
21. Kountzakis C., Polyrakis I.A. Coherent Risk Measures in General Economic Models and Price Bubbles. *Journal of Mathematical Economics*, 2013, vol. 49, pp. 201–209.
22. Vasconcelos G.L. A guided walk down wall street: an introduction to econophysics. *Brazilian Journal of Physics*, 2004, vol. 34, no. 03B, pp. 1039–1065.
23. Zipf G.K. Human behavior and the principle of least effort. Cambridge, MA: Addison-Wesley Press, 1949, 574 p.

#### References

1. Andreev V.V. *Model' reaktsiya – diffuziya v analize razvitiya territorii v prostranstvennoi ekonomike i formirovaniya «mertvykh zon»* [Reaction-diffusion model in analysis of territories development in the spatial economics and of «dead zones» formation]. *Naukoemkie tekhnologii* [Science Intensive Technologies], 2013, vol. 14, no.12, pp. 3–12.
2. Andreev V.V., Semenov M.I. *Matematicheskoe modelirovanie dinamiki sotsial'no-ekonomicheskoi sistemy Rossii: opredelenie nailuchshego puti razvitiya* [Mathematical modeling of the socio-economic system dynamics of Russia: The definition of the best way of development]. *Nelineinyi mir* [Nonlinear World], 2013, vol. 11, no.1, pp. 58–72.
3. Andreev V.V., Semenov M.I. *Matematicheskoe modelirovanie dinamiki sotsial'no-ekonomicheskoi sistemy SShA* [Mathematical modeling of socio-economic system dynamics of the USA]. *Nelineinyi mir* [Nonlinear World], 2012, vol. 10, no. 5, pp. 322–330.
4. Andreev V.V., Semenov M.I. *Matematicheskoe modelirovanie i issledovanie dinamiki sotsial'no-ekonomicheskoi sistemy (na primere SShA)* [Mathematical modeling and investigation of socio-economic system dynamics (on the example of the USA)]. *Nelineinyi mir* [Nonlinear World], 2010, vol. 8, no. 3, pp. 189–195.
5. Andreev V.V., Semenov M.I. *Programmnoe prilozhenie dlya resheniya zadach optimal'noi parametricheskoi identifikatsii dinamicheskikh modelei: primeneniye dlya prognozirovaniya dinamiki sotsial'no-ekonomicheskoi sistemy SShA* [Program package for the optimal parametrical identification of dynamic models: application for forecasting of socially-economic system dynamics of the USA]. *Prikladnaya informatika* [Applied Computer Science], 2010, no. 2(26), pp. 46–57.
6. Balatskii E.V., Ekimova N.A. *Vliyaniye konkurentsii na dlitel'nost' i amplitudu privatizatsionnogo tsikla* [The impact of competition on the duration and amplitude of privatization cycle]. *Obshchestvo i ekonomika* [Society and economy], 2009, no. 1, pp. 21–39.
7. Balatskii E.V., Ekimova N.A. *Tipologiya privatizatsionnykh tsiklov* [Typology of privatization cycles]. *Obshchestvo i ekonomika* [Society and economy], 2007, no. 9-10, pp. 66–85.
8. Balatskii E.V., Ekimova N.A. *Tsikl zanyatosti i privatizatsionnyi tsikl v dinamicheskikh modelyakh ravnovesiya* [Employment cycle and privatization cycle in dynamic equilibrium models]. *Obshchestvo i ekonomika* [Society and economy], 2010, no. 12, pp. 33–51.
9. Korovkin A.G. *Dinamika zanyatosti i rynka truda: voprosy makroekonomicheskogo analiza i prognozirovaniya* [Dynamics of employment and labor market: issues of macroeconomic analysis and forecasting]. Moscow, MAKS Press, 2001. 320 p.

10. Korovkin A.G., Lapina T.D., Polezhaev A.V. *Soglasovanie sprosa na rabochuyu silu i ee predlozheniya: federal'nyi i regional'nyi aspekty* [Harmonization of labor demand and supply: federal and regional aspects]. *Problemy prognozirovaniya* [Studies on Russian Economic Development], 2000, no. 4, pp. 73–88.
11. Mishchuk S.N. *Vnutrennyaya i mezhdunarodnaya migratsiya na rossiiskom Dal'nem Vostoke v seredine XIX – nachale XXI vv.* [Inner and International Migration in the Russian Far East in the MID 20th – early 21st Century]. *Izvestiya RAN. Seriya geograficheskaya* [Regional Research of Russia], 2013, no. 6, pp. 33–42.
12. Pirogov N.K., Popovidchenko M.G. *Zakon Gibrata v issledovaniyakh rosta firmy* [Testing Gibrat's Law: a Survey of Empirical Literature]. *Korporativnye finansy* [Corporate Finance], 2010, no. 1(13), pp. 106–119.
13. Khavinson M.Yu., Kulakov M.P., Mishchuk S.N. *Prognozirovaniye dinamiki vneshnei trudovoi migratsii na regional'nom urovne* [Forecasting of dynamics of external labor migration at the regional level]. *Problemy prognozirovaniya* [Studies on Russian Economic Development], 2013, no. 2, pp. 99–111.
14. Andreev V.V. On the validity of use of physical equations and principles in the socio-economic field and on the predictability of socio-economic system dynamics. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2015, vol. 20, № 1, pp. 82–98.
15. Castellano C., Fortunato S., Loreto V. Statistical physics of social dynamics. *Reviews of Modern Physics*, 2009, vol. 81, no. 2, pp. 591–646.
16. Eeckhout J. Gibrat's Law for (All) Cities. *The American Economic Review*, 2004, vol. 94, no. 5, pp. 1429–1451.
17. Érdi P. Scope and Limits of Predictions by Social Dynamic Models: Crisis, Innovation, Decision Making. *Evolutionary and institutional economics review*, 2010, vol. 7, no. 1, pp. 21–42.
18. Gibrat R. *Les Inégalités Économiques; Applications: Aux Inégalités des Richesses, a la Concentration des Entreprises, Aux Populations des Villes, Aux Statistiques des Familles, etc., d'une Loi Nouvelles, La Loi de l'Effet Proportionnel.* Paris, Librairie du Recueil Sirey, 1931.
19. Giupponi C., Borsuk M.E., de Vries B.J.M., Hasselmann K. Innovative Approaches to Integrated Global Change Modelling. *Environmental Modelling and Software*, 2013, vol. 44, pp. 1–9.
20. Grabowski A., Kosiński R.A. Evolution of a social network: The role of cultural diversity. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2006, vol. 73, no. 1. doi: 10.1103/PhysRevE.73.016135.
21. Kountzakis C., Polyrakis I.A. Coherent Risk Measures in General Economic Models and Price Bubbles. *Journal of Mathematical Economics*, 2013, vol. 49, pp. 201–209.
22. Vasconcelos G.L. A guided walk down wall street: an introduction to econophysics. *Brazilian Journal of Physics*, 2004, vol. 34, no. 03B, pp. 1039–1065.
23. Zipf G.K. *Human behavior and the principle of least effort.* Cambridge, MA: Addison-Wesley Press, 1949, 574 p.

---

**АНДРЕЕВ ВСЕВОЛОД ВЛАДИМИРОВИЧ** – кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой телекоммуникационных систем и технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (andreev\_vsevolod@mail.ru).

**ANDREEV VSEVOLOD** – candidate of physical and mathematical sciences, head of Telecommunication Systems and Technologies Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ЛУКИЯНОВА ВИОЛЕТТА ЮРЬЕВНА** – соискатель ученой степени кандидата физико-математических наук кафедры телекоммуникационных систем и технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (violettoch\_ka@mail.ru).

**LUKIYANOVA VIOLETTA** – a competitor of scientific degree of Physics and Mathematics sciences candidate, Telecommunication Systems and Technologies Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 004.31:517.443:681.5

ББК 3811

Н.А. ГАЛАНИНА, В.А. ПЕСОШИН, Н.Н. ИВАНОВА

## РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ ПОРАЗРЯДНЫХ УСТРОЙСТВ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

**Ключевые слова:** быстродействие, аппаратные затраты, дискретное преобразование Фурье (ДПФ), метод поразрядного вычисления ДПФ (ПДПФ), быстрое преобразование Фурье (БПФ).

Для повышения быстродействия цифровых устройств спектрального анализа предложено использовать метод поразрядного вычисления ДПФ (ПДПФ). Проведен анализ предложенных поразрядных алгоритмов ДПФ. Разработаны схемы устройств поразрядного вычисления ДПФ. Проведена сравнительная оценка быстродействия устройств ПДПФ и БПФ. Полученные результаты доказывают преимущество предложенных методов и устройств ПДПФ по сравнению с БПФ.

N. GALANINA, V. PESOSHIN, N. IVANOVA

### DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF BITWISE DISCRETE FOURIER TRANSFORM DEVICES

**Key words:** processing speed, hardware expenses, Discrete Fourier Transform (DFT), bitwise DFT (BDFT) calculation technique, Fast Fourier Transform (FFT).

We propose to use a DFT bitwise calculation technique for increasing the processing speed of digital spectral analysis devices. We carried out the analysis of the proposed bitwise DFT algorithms; worked out schemes of bitwise DFT devices; made a speed comparative assessment of the BDFT and FFT devices. The received results prove the advantage of the proposed BDFT techniques and devices as compared to FFT.

В основе различных технологий спектрального анализа, предназначенных для исследования сигналов, лежит дискретное преобразование Фурье (ДПФ), по возможности определяемое быстрыми методами [11]. Однако проведенные авторами исследования [2, 4, 7, 10] показали, что в ряде случаев лучшим вычислительным алгоритмом, чем быстрое преобразование Фурье (БПФ), является метод поразрядного вычисления ДПФ (ПДПФ). Это обусловлено тем, что в ПДПФ большая часть необходимых операций выполняется на этапе проектирования, а остальные – вычисляются таблично.

**Одномерный поразрядный метод вычисления ДПФ.** Известно, что  $k$ -я гармоника спектра для чисел входной последовательности  $x(n)$  вычисляется по формуле:

$$F_k = \sum_{n=0}^{N-1} W_N^{nk} x(n), \quad (1)$$

где  $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$  – весовая функция.

Раскрыв формулу (1), получим следующее выражение для  $N_S$  точек в  $r$ -м разряде чисел  $x(n)$ :

$$F_{ks}(r) = x_r(0)W_{N_S}^0 + x_r(1)W_{N_S}^k + x_r(2)W_{N_S}^{2k} + \dots + x_r(N_S - 1)W_{N_S}^{(N_S-1)k}, \quad (2)$$

где тригонометрическая форма весовой функции

$$W_{N_S} = \cos(2\pi/N_S) - j \sin(2\pi/N_S). \quad (3)$$

В спецпроцессорах ЦОС обычно используются числа  $x(n)$  в дополнительном коде с фиксированной запятой, которые можно представить в виде

$$x(n) = \sum_{r=0}^{R-2} x_r(n)2^r - x_{3n}(n)2^{R-1},$$

где  $R$  – число разрядов чисел в последовательности  $x(n)$ ,  $x_{3H}(n)$  – знаковый разряд чисел.

Отсюда получаем следующие выражения для вычисления поразрядного ДПФ в  $r$ -м разрядном «срезах» для  $N_S$  точек:

$$F_{ks}(r) = \sum_{n=0}^{N_S-1} W_{N_S}^{nk} \delta[x_r(n)-1] 2^r, \quad (4)$$

$$F_{ks}(3H) = \sum_{n=0}^{N_S-1} W_{N_S}^{nk} \delta[x_{3H}(n)-1] 2^{R-1}, \quad (5)$$

$$F_{ks} = \sum_{r=0}^{R-2} F_{ks}(r) - F_{ks}(3H), \quad (6)$$

где  $\delta[0] = 1$ ;  $r = \overline{0, R-1}$ ;  $k, n = \overline{0, N-1}$ .

Выражение (4) предоставляет возможность априорного вычисления суммы весов (обозначим ее как  $C_{KS}(X_r)$ ) для всех возможных комбинаций значений в  $r$ -м разряде  $x_r(n)$ , которые могут быть записаны в ПЗУ по адресам, соответствующим  $x_r$ .

Например, если в  $r$ -м разряде последовательности из  $N = 8$  выборок наблюдается комбинация 10011010, то

$$F_{KS}(r) = C_{KS}(x_r) = C_{KS}(10011010) = W_8^K + W_8^{4K} + W_8^{5K} + W_8^{7K}.$$

Схема устройства одномерного ПДПФ представлена на рис. 1. Входы параллельно-последовательных регистров RG1 являются  $R$ -разрядными, а выходы – одноразрядными, регистр RG2 – параллельный. На выходах RG1 последовательно появляются числа от нулевого до  $(R-1)$ -го (знакового) разрядов:  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$ , ...,  $x_R(n)$  для всех  $n = \overline{0, N_S-1}$  в каждом разряде одновременно. ПЗУ имеет  $N_S$ -разрядный адрес. При изменении  $N_S$  необходимо перепрограммировать ПЗУ в соответствии с формулами (2) и (3). Объем памяти ПЗУ для  $N_S$  точек входной последовательности  $Q_{ROM} = R_{ks} 2^{N_S}$ , где  $R_{ks}$  – разрядность  $F_{ks}$ . Таким образом, через  $R$  тактов на выходе устройства формируется отсчет  $F_{ks}$ , а полное время преобразования  $T_{ПДПФ}$  составит  $N_S R$  тактов.

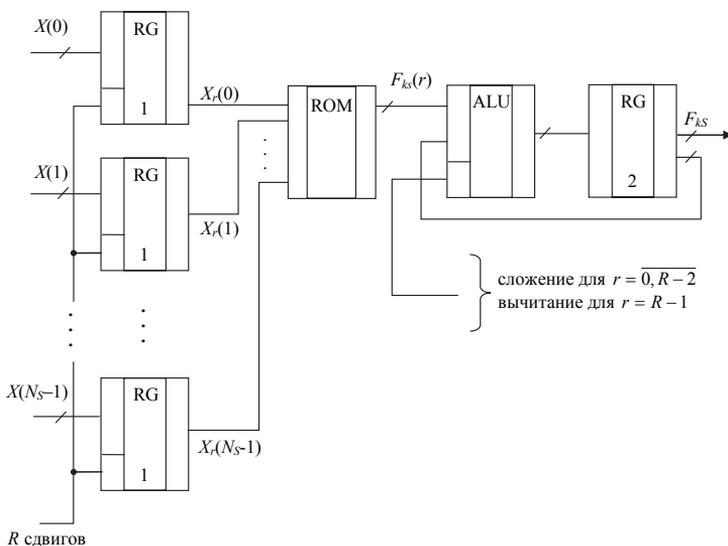


Рис. 1. Схема устройства одномерного поразрядного вычисления ДПФ

С целью сокращения аппаратурных затрат вопрос выбора требуемого количества  $m$  корпусов ПЗУ предлагается решать следующим образом. Если  $N_S \gg$  разрядности  $Z$  дешифратора ПЗУ, то возможна следующая схема:  $\log_2 N_S$  разрядов ПЗУ выделяется на код частоты (обозначим эту величину через  $k$  – код номера страницы ПЗУ), а оставшиеся  $(Z - k)$  отдаются под часть выборки сигнала ( $x = Z - k$ ). Тогда  $m = \lceil N_S / x \rceil$ , где  $\lceil \rceil$  – операция округления в сторону большего целого. Например, если  $N = 64$ , то  $k = \log_2 N_S = 6$ ; при использовании БИС 556РТ6 с 11-разрядным дешифратором ( $Z = 11$ )  $x = Z - k = 5$ . В этом случае  $m = \lceil 64 / 5 \rceil = 13$ . При  $R = 8$ ,  $N = 64$   $T_{\text{ПДПФ}} = 3072t_{\text{сл}}$ ;  $T_{\text{БПФ}} = 4800t_{\text{сл}}$ ; при  $R = 8$ ,  $N = 256$   $T_{\text{ПДПФ}} = 12288t_{\text{сл}}$ ;  $T_{\text{БПФ}} = 25600t_{\text{сл}}$  ( $t_{\text{сл}}$  – время, затраченное на операцию сложения). Таким образом, устройство одномерного ПДПФ имеет быстродействие в два раза выше, чем БПФ.

В работах [2, 4, 7, 10] показано, что возможен переход к параллельной структуре, которая лежит в основе устройства ПДПФ, содержащего  $R$  каналов. Для вышерассмотренного случая ПЗУ будет содержать  $13R$  корпусов БИС 556РТ6; время преобразования  $T_{\text{ПДПФ}} \approx 2N \cdot t_{\text{сл}}$  независимо от разрядности  $R$ . Сравнительная оценка быстродействия ПДПФ параллельной структуры и БПФ представлена в табл. 1.

Таблица 1

Сравнительная оценка быстродействия ПДПФ и БПФ

$N$ (количество точек входной последовательности)	$T_{\text{БПФ}} (t_{\text{сл}})$	$T_{\text{ПДПФ}} (t_{\text{сл}})$	$T_{\text{БПФ}}/T_{\text{ПДПФ}}$
32	2000	64	31,25
64	4800	128	37,5
128	11200	256	43,75
256	25600	512	50

Проведённые исследования показали [6, 4, 7, 10], что в связи с возрастанием аппаратурных затрат одномерный метод вычисления ПДПФ целесообразно использовать в тех случаях, когда количество точек входной последовательности  $N_S$  принимает значения от 64 до 256. При  $N \geq 512$  необходимо перейти к многомерному методу вычисления ПДПФ.

**Многомерный поразрядный метод вычисления ДПФ.** Пусть  $N = \prod_{S=1}^v N_S$ , все  $N_S$  – взаимно простые числа. Тогда от одномерного  $N$ -точечного ПДПФ можно перейти к многомерному ПДПФ через  $N_S$ -точечные в соответствии с алгоритмом Гуда [8]. Метод многомерного ПДПФ содержит  $v$  шагов по  $N_S$  точек для всех  $S = \overline{1, v}$ . Такое преобразование включает следующие этапы:

1. Переиндексация (реконфигурация) данных  $x$

$$X(n) \longrightarrow X(n_1, n_2, \dots, n_S, \dots, n_v),$$

$$n = \left\langle \sum_{S=1}^v n_S N / N_S \right\rangle \bmod N. \quad (7)$$

Для двухмерного случая  $X(n) \rightarrow X(n_1, n_2)$ ,  $n = \langle N_1 n_2 + N_2 n_1 \rangle \bmod N$ .

2. Вычисление  $N/N_S$  коротких  $N_S$ -точечных ПДПФ

а) при  $v = 2$  сначала вычисляются  $N_2 = N/N_1$   $N_1$ -точечных ПДПФ:

$$F_{k_1}^{rs}(k_1, n_2) \text{ и } -F_{k_1}^{3H}(k_1, n_2) \text{ при } k_2 = \overline{1, N_2};$$

$$F_{k_1}^{rs}(k_1, n_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \delta[x_{r_s}(n_1, n_2) - 1] W_{N_1}^{n_1 k_1 N_2} 2^{r(s)};$$

$$\text{Поразрядное суммирование} \left\{ F_{k_1}(k_1, n_2) = \sum_{r=0}^{R-1} F_{k_1(s)}^r(k_1, n_2) - F_{k_1}^{3H}(k_1, n_2); \right.$$

б) затем осуществляется  $N_1 = N/N_2$  вычислений  $N_2$ -точечных ПДПФ:

$$F_{k_2}^{rs}(k_1, k_2) = \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \delta[F_{k_1(s)}^r(k_1, n_2) - 1] W_{N_2}^{n_2 k_2 N_1} 2^{r(s)};$$

$$\text{Поразрядное суммирование} \left\{ F_{k_2}(k_1, k_2) = \sum_{r=0}^{R-1} F_{k_2}^r(k_1, k_2) - F_{k_2}^{3H}(k_1, k_2); \right.$$

$$\text{в) } F(k_1, k_2) = \sum_{S=0}^{R-1} F_S(k_1, k_2).$$

3. Наконец, переупорядочиванием выходных значений многомерного массива определяется  $F(k)$ . Это возможно двумя путями [8]:

а)  $k = \langle \sum_{S=1}^v k_S U'_S N / N_S \rangle \bmod N$ , где  $U'_S$  определяется из соотношения  $\langle U'_S N / N_S \rangle \bmod N_S \equiv 1$ ,  $S = \overline{1, v}$ ;

б)  $k = \langle \sum_{S=1}^v U_S k_S \rangle \bmod N$ , где каждое  $U_S$  определяется из группы сравнений  $U_S \equiv \delta_{ij} \bmod N_j$  (знак  $\equiv$  означает операцию сравнения, которая заключается в интерактивном поиске всех значений, удовлетворяющих этому условию).

При  $v = 2$   $k = \langle U_1 k_1 + U_2 k_2 \rangle \bmod N$ ;  $U_1 \equiv 1 \bmod N_2$ ;  $(U_1 \equiv 0 \bmod N_1)$ ;  $U_2 = N + 1 - U_1$ .

Схема устройства двухмерного ПДПФ, которое при  $N_1 = 63$ ,  $N_2 = 64$  осуществляет 4032-точечное преобразование, представлена на рис. 2.

Работа устройства осуществляется следующим образом. Числовая последовательность  $X(n)$  разрядности  $R$  поступает из шины данных ШД на схему прямой переиндексации СПП, которая работает в соответствии с формулой (7) и может быть выполнена на ПЛИМ (так же как и схема обратной переиндексации СОП). Далее через ОЗУ-1 к первой ступени преобразования, включающей группу одномерных ПДПФ –  $N_1$  (их общее число равно  $N_2$ ), подключаются данные  $X(n_1, n_2)$  группами по  $N_1$  чисел: сначала все выборки с  $n_2 = 0$ , далее с  $n_2 = 1, \dots, n_2 = N_2 - 1$ . Таким образом, при каждом значении  $n_2$  значение  $k_1$  меняется от 1 до  $N_1$ , а значения  $n_1$ , в свою очередь, при каждом значении  $k_1$  – от 0 до  $N_1 - 1$ . Страницу весов в каждом ПДПФ первой ступени устанавливает команда  $k_1$ , подключением номера группы выборок управляет команда  $n_2$ , а номер числа внутри группы определяется командой  $n_1$ . Размерность дешифратора ППЗУ первой ступени преобразования зависит от количества чисел внутри группы  $N_1$ . Далее числа  $F(k_2, n_2)$  с выхода первой ступени ПДПФ записываются в ОЗУ-2. Оттуда отсчеты в порядке, указанном на схеме, считываются на вторую ступень одномерных ПДПФ, представляющих собой  $N_1$  устройств ПДПФ на  $N_2$  точек каждое.

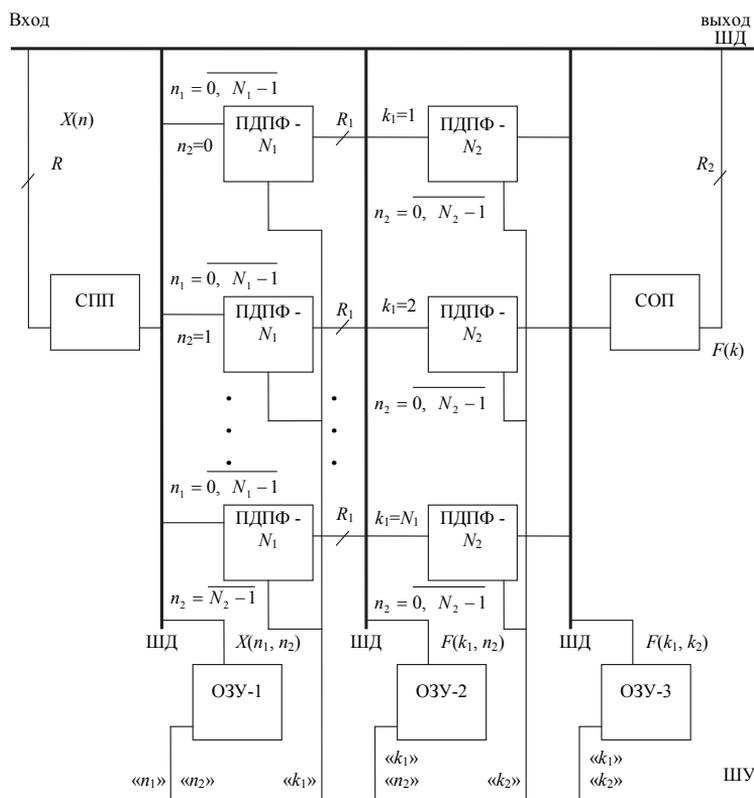


Рис. 2. Схема устройства для вычисления многомерного поразрядного ДПФ ( $v = 2$ )

ППЗУ второй ступени преобразования содержит  $N_2$  страниц ( $k_2 = \overline{1, N_2}$ ), так как каждый отсчет должен иметь отдельный адрес. Номер ПДПФ второй ступени определяется командой  $k_1$  ( $k_1 = \overline{1, N_1}$ ). Номер числа  $F(k_1, n_2)$  в группе устанавливается командой  $n_2$  ( $n_2 = \overline{0, N_2 - 1}$ ). Команда  $k_2$  управляет номером страницы в ППЗУ. С выхода второй ступени снимаются сигналы  $F(k_1, k_2)$ : сначала они поступают в ОЗУ-3, а затем – в СОП. Полученные значения  $F_k$  поступают в шину данных. По шине управления подаются сигналы  $k_1, k_2, n_1, n_2$ , назначение которых следует из вышеизложенного.

К примеру, для случая  $N = 1023$  ( $N_1 = 31$ ;  $N_2 = 33$ ) первая ступень устройства осуществляет тридцать три 31-точечных ПДПФ, а вторая – тридцать одно 33-точечных ПДПФ:  $n = \langle 33n_1 + 31n_2 \rangle_{1023}$ . Тогда таблица перестановок для прямого преобразования ПДПФ имеет вид, показанный в табл. 2.

Алгоритм обратной перестановки выглядит следующим образом:

$$k = \langle 528k_1 + 496k_2 \rangle_{1023}.$$

Тогда  $F(0,0) \rightarrow F(0)$ ,  $F(1,0) \rightarrow F_{528}$ ,  $F(2,0) \rightarrow F_{33}$ ,  $F(3,0) \rightarrow F_{561}$  и т.д.

При  $N=1023$

$$T_{\text{БПФ}} = 128\,000t_{\text{сл}}, \text{ а } T_{\Sigma \text{ ПДПФ}} = 33T_{\text{ДПФ-31}} + 31T_{\text{ДПФ-33}} = 4092t_{\text{сл}}.$$

Таблица 2

## Варианты перестановок для прямого преобразования ПДПФ

$n$	0	33	66	99	132	...	891	924	957	990
$n_1, n_2$	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	...	27,0	28,0	29,0	30,0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n$	992	2	35	68	101	...	860	893	926	959
$n_1, n_2$	0,32	1,32	2,32	3,32	4,32	...	27,32	28,32	29,32	30,32

Результаты сравнительной оценки быстродействия устройств представлены в табл. 3.

Таблица 3

## Оценка быстродействия устройств многомерного ПДПФ и БПФ

$N$ (количество точек входной последовательности)	$N_1$	$N_2$	$T_{\text{БПФ}}(t_{\text{сл}})$	$T_{\text{МПДПФ}}(t_{\text{сл}})$	$T_{\text{БПФ}}/T_{\text{МПДПФ}}$
1 056	32	33	145 200	4 224	34,375
4 032	63	64	655 200	16 128	40,625
16 129	127	126	3 000 375	64 008	46,875
64 515	253	255	13 709 437,5	258 060	53,125

Полученные результаты наглядно доказывают преимущество предложенных методов и устройств ПДПФ по сравнению с устройствами БПФ [3, 5, 7, 10]. Кроме того, существенным достоинством ПДПФ является снижение ошибок округления. Такие характеристики обусловлены тем, что до 90% операций вычислительного алгоритма многомерного поразрядного ДПФ (включая и определение свертки) выполняются на этапе проектирования и изготовления (программирования) ПДПФ.

## Литература

1. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: пер. с англ. М.: Мир, 1989. 448 с.
2. Галанина Н.А., Дмитриев Д.Д. Разработка конфигурационного файла для реализации дискретного преобразования Фурье в системе остаточных классов на ПЛИС // Вестник Чувашского университета. 2011. № 2. С. 119–125.
3. Галанина Н.А., Песошин В.А., Иванова Н.Н. Разработка устройств цифровой фильтрации и спектрального анализа с индексированием данных в системе остаточных классов // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 93–97.
4. Галанина Н.А. Синтез функциональных модулей БПФ в СОК // Вестник Чувашского университета. 2005. № 2. С. 124–127.
5. Галанина Н.А. Сравнительный анализ энергетических характеристик позиционных и непозиционных фильтров // Вестник Чувашского университета. 2006. № 2. С. 335–340.
6. Лебедев Е.К., Галанина Н.А., Иванова Н.Н. Вычисление вероятностей переходов для цепей Маркова, аппроксимирующих сигналы в фазовых системах // Вестник Чувашского университета. 2001. № 3. С. 89–100.
7. Лебедев Е.К., Галанина Н.А., Ланий В.Ю. Методы и устройства поразрядного ДПФ // Известия вузов СССР. Радиоэлектроника. 1985. № 8. С. 32–36.
8. Макклеллан Дж.Х., Рейдер Ч.М. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов / пер. с англ. под ред. Ю.И. Минина. М.: Радио и связь, 1983. 264 с.
9. Пелед А., Лиу Б. Цифровая обработка сигналов / пер. с англ. под ред. А.И. Петренко. Киев: Вища шк., 1979. 264 с.
10. Песошин В.А., Галанина Н.А., Иванова Н.Н. Оценка аппаратных затрат и быстродействия устройств цифровой обработки марковских сигналов // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 217–221.
11. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов / пер. с англ. под ред. Ю.Н. Александрова. М.: Мир, 1978. 848 с.

## References

1. Blahut R.E. Fast Algorithms for Digital Signal Processing. Addison-Wesley Press, 1985 [Russ. ed.: Blahut R.E. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. Moscow, Mir Publ., 1989, 448 p.].
2. Galanina N.A., Dmitriev D.D. *Razrabotka konfiguratsionnogo faila dlya realizatsii diskretnogo preobrazovaniya Fur'e v sisteme ostatochnykh klassov na PLIS* [Development of a configuration file for the implementation discrete fourier transform in residue number system on FPGA]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2011, no. 2, pp. 119–125.
3. Galanina N.A., Pesoshin V.A., Ivanova N.N. *Razrabotka ustroystv tsifrovoy fil'tratsii i spektral'nogo analiza s indeksirovaniem dannykh v sisteme ostatochnykh klassov* [Development of devices of digital filtration and spectral analysis with the index of the data in Residue Number System]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 93–97.
4. Galanina N.A. *Sintez funktsional'nykh modulei BPF v SOK* [Synthesis of FFT functional modules in RNS]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2005, no. 2, pp. 124–127.
5. Galanina N.A. *Sravnitel'nyi analiz energeticheskikh kharakteristik pozitsionnykh i nepozitsionnykh fil'trov* [Power characteristics comparative analysis of the positional and non-positional filters]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2006, no. 2, pp. 335–340.
6. Lebedev E.K., Galanina N.A., Ivanova N.N. *Vychislenie veroyatnostei perekhodov dlya tsepei Markova, approksimiruyushchikh signaly v fazovykh sistemakh* [The calculation of the transition probabilities for Markov chains approximating signals in phase systems]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2001, no. 3, pp. 89–100.
7. Lebedev E.K., Galanina N.A., Lapiy V.Yu. *Metody i ustroystva porazryadnogo DPF* [Methods and devices of digit-by-digit DPF]. *Izvestiya vuzov SSSR. Electronics*, 1985, no. 8, pp. 32–36.
8. McClellan J.H., Rader C.M. *Number Theory in Digital Signal Processing*. New Jersey, Prentice-Hall, 1979 [Russ. ed.: McClellan J.H., Rader C.M. *Primenenie teorii chisel v tsifrovoy obrabotke signalov*. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1983, 264 p.].
9. Peled A., Liu B. *Digital Signal Processing*. Wiley, 1976, 304 p. [Russ. ed.: Peled A., Liu B. *Tsifrovaya obrabotka signalov*. Kiev, 1979, 264 p.].
10. Pesoshin V.A., Ivanova N.N., Galanina N.A. *Otsenka apparaturnykh zatrat i bystrodeistviya ustroystv tsifrovoy obrabotki markovskikh signalov* [Assessment of hardware expenses and speed of digital processing markov signals]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 217–221.
11. Rabiner L.R., Gold B. *Theory and Application of Digital Signal Processing*. Prentice Hall, 1975, 762 p. [Russ. ed.: *Teoriya i primeneniye tsifrovoy obrabotki signalov*. Moscow, Mir Publ., 1978, 848 p.].

---

**ГАЛАНИНА НАТАЛИЯ АНДРЕЕВНА** – доктор технических наук, профессор кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (galaninacheb@mail.ru).

**GALANINA NATALIYA** – doctor of technical sciences, professor of Math and Hardware Information Systems Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ПЕСОШИН ВАЛЕРИЙ АНДРЕЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет, Россия, Казань (pesoshin@evm.kstu-kai.ru).

**PESOSHIN VALERIY** – doctor of technical sciences, professor of Computer Systems Chair, Kazan National Research Technical University, Russia, Kazan.

**ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА** – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (naadeezdaa@rambler.ru).

**IVANOVA NADEZHDA** – candidate of technical sciences, associate professor of Math and Hardware Information Systems Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 519.682.1

ББК 32.973.26-018.1

П.В. ЖЕЛТОВ, Я.В. ШЕВЧЕНКО

**СИНТАКСИС ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ  
ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ *OPEN CODE EFFECTS***

**Ключевые слова:** *интерпретируемый язык программирования, виртуальные миры, синтаксис, LR-грамматика.*

*Язык программирования виртуальных миров OCE (Open Code Effects) представляет собой интерпретируемый язык программирования, синтаксис которого описывается регулярной грамматикой. Созданный язык и библиотека отличаются более глубокой проработанностью по сравнению с имеющимися (DirectX, OpenGL). Грамматика ориентирована таким образом, чтобы поддерживать такие инновационные особенности функционирования языка OCE, как альтернативный способ организации имен объектов, специальные механизмы работы с иерархией объектов/переменных и т.д.*

P. ZHELTOV, Ya. SHEVCHENKO

**SYNTAX OF VIRTUAL REALITY PROGRAMMING LANGUAGE  
*OPEN CODE EFFECTS***

**Key words:** *an interpreted programming language, virtual worlds, syntax, LR-grammar.*

*Virtual worlds programming language OCE (Open Code Effects) represents an interpreted programming language, the syntax of which is described by a regular grammar. The created language and library differ from existing ones (DirectX, OpenGL) by being more elaborated. The grammar is oriented to support such innovative peculiarities of OCE-language functioning as an alternative method of arranging object names, special methods dealing with objects, or variables hierarchy and etc.*

В настоящее время используется большое количество программных продуктов для решения задачи построения виртуальной реальности: *UDK, Unity3D, Ogre, DarkBasic, Blitz3D* и т.п. Все они позволяют решать широкий круг задач, связанных с реализацией сцен виртуальной реальности, однако обладают рядом существенных недостатков: сценарии исполняются интерпретатором целиком – отсутствует возможность управлять нагрузкой и исполнять команды сценария асинхронно, не теряя при этом гибкости взаимодействия с иерархией объектов на сцене. Для выполнения этой задачи разработан ряд инновационных решений, реализованных на базе нового языка программирования сцен виртуальной реальности *Open Code Effects (OCE)*.

Язык программирования виртуальных сцен *Open Code Effects* представляет собой интерпретируемый язык программирования для разработки интерактивных *3D*-сцен, содержащий в своей архитектуре ряд инновационных авторских методов, таких, как альтернативная система работы с именами объектов, система асинхронного выполнения сценариев на языке *OCE* и оптимизированное взаимодействие команд языка с объектами в *3D*-сцене виртуальной реальности.

Множество новых авторских решений языка реализовано именно в области обработки и интерпретации сценариев, а также в методах взаимодействия с именами, объектами и внутренней иерархией, позволяющей получать доступ к объектам, составляющим сцену виртуальной реальности, в любое время обработки сценария, что напрямую зависит от архитектуры языка, его синтаксиса, грамматики.

Для реализации вышеописанного функционала был разработан перечень команд, но для его программной реализации также необходимо разработать грамматику, где уже заранее будут заложены методы реализации нестандартного инновационного функционала. Однако грамматика языка не должна быть перегружена излишними правилами, избыточными управляющими конструкциями и символами. Таким образом, за основу синтаксиса взят Basic с расширенным и доработанным функционалом под требования задач, решаемых языком программирования виртуальной реальности.

*OCE* – интерпретируемый язык, синтаксис которого описывается регулярной грамматикой.

Напомним, что грамматика Хомского называется регулярной, если ее продукции имеют вид  $A \rightarrow a$  или  $A \rightarrow bB$ , где  $A$  и  $B$  – переменные,  $a$  и  $b$  – терминальные символы. Регулярная грамматика, продукция которой имеют вид  $A \rightarrow bB$ , называется регулярной слева, а грамматика, продукция которой имеют вид  $A \rightarrow bB$ , называется регулярной справа.

**Алфавит языка *OCE* и специфика использования символов.** Алфавит языка *OCE* образуют:

1. Символы, используемые для составления идентификаторов: латинские строчные и прописные буквы; арабские цифры от 0 до 9 (в идентификаторах цифры могут использоваться наряду с буквами, начиная со второй позиции); символ подчеркивания (ASCII-код=95).

2. Символы-разделители: символ пробела (ASCII-код=32), основное назначение которого – разделение ключевых слов и имен; управляющие символы, замыкающие строку (ASCII-коды 10 и 13), используются в качестве разделителей при написании программ на *OCE*.

3. Специальные символы – символы, выполняющие определенные функции при построении различных конструкций языка:  $+ - * / \ ( ) . : @ \# \$$ .

Символы  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $($ ,  $)$  используются в арифметических выражениях. Синтаксис их построения был заимствован из языка *Blitz Basic* и является общим для языков программирования семейства *Basic* ('+' – обозначает операцию арифметического сложения; '-' – обозначает операцию арифметического вычитания; '\*' – обозначает операцию арифметического умножения; '/' – обозначает операцию арифметического деления).

Операции применимы как к вещественным, так и целочисленным типам. Операция деления '/' всегда дает вещественный результат.

Правила, по которым выполняются арифметические операции в языках семейства *Basic*, не отличаются от обычных, включая применение скобок и приоритеты вычисления в формулах. При вычислении в формулах сначала производятся умножение и деление и лишь потом – сложение и вычитание.

Символ '.' используется в *OCE*, так же как и в других языках семейства *Basic*, для отделения целой части от дробной в вещественных числах:

$$1,2 = 1 \frac{2}{10}.$$

Он также используется в качестве разделителя при обращении к иерархии объектов/переменных: *zwindow.class.script*. В данном примере происходит обращение к полю *script* структуры *class*, принадлежащей, в свою очередь, структуре *zwindow*.

Так же, как и в других языках, '.' используется в качестве разделителя между именем файла и его расширением при указании имени файла: *cameta.b3d*.

Символ ':' используется для доступа к переменным какого-либо объекта, например, в строке *Box05:z* происходит обращение к переменной *z* объекта *Box05*.

Символ '@' используется для доступа ко всему объекту, например, в строке *man@hand* происходит обращение к дочернему объекту *hand* родительского объекта *man*, а в строке *Interface@Interface* происходит обращение к дочернему объекту *Interface* родительского одноименного объекта *Interface*. Как видно из множества примеров, в архитектуре языка ОСЕ заложено решение на использование одинаковых имен объектов на разных уровнях иерархии объектов, что позволяет снизить затраты времени программиста на контроль конфликтов имен и заострить внимание на решаемой задаче.

Символ '#' служит для указания числового типа, например строка *Volume#* содержит указание на то, что тип переменной *Volume* является числовым.

Символ '≠' в синтаксисе не используется, используется лишь в комментариях для указания на числовой тип переменной.

Символ '\$' указывает на текстовый тип и служит преобразователем числа в текст в программе.

Так, в строке *Grate\$2* происходит объединение текстового значения, содержащегося в идентификаторе *Grate*, с преобразованным к текстовому типу символом '2'. То есть если в *Grate* содержалось текстовое значение *LeftGrate*, то в результате выполнения операции *Grate\$2* будет содержаться *LeftGrate2*.

Символ ';' указывает, что весь текст, следующий за ним до конца строки или до символа переноса (коды #13 и #10), является комментарием.

Присвоение значения какой-либо переменной осуществляется следующим образом:

$$a = 0,1.$$

В данном примере переменной *a* присваивается вещественное значение 0,1.

Таким образом, для присвоения значения переменной требуется, как и в *Basic*, записать значение через '='.

### LR – грамматика ОСЕ

$$A \rightarrow FA \mid PA \mid \text{ЩА} \mid \text{ЦА} \mid \text{'}; A \mid \text{ЭА} \mid \text{ГА} \mid \text{ПА} \mid \text{УА} \mid t; A \mid \rightarrow$$

$$FA \mid PA \mid \text{ЩА} \mid \text{ЦА} \mid \text{'}; A \mid \text{ЭА} \mid \text{ГА} \mid \text{ПА} \mid \text{УА} \mid t;$$

$$t \rightarrow 26; \text{признак конца файла (\# 26)};$$

LR – грамматика имен файлов:

$$F \rightarrow nGL \mid \text{ГЛ} \mid r;$$

$$E \rightarrow nE \mid \emptyset;$$

$$r \rightarrow \#13 \#10;$$

$$K \rightarrow \text{' } \mid M \mid \emptyset$$

$$L \rightarrow \text{' } nEK$$

$$M \rightarrow nM \mid M \mid \emptyset.$$

LR – грамматика пути к файлу и имени файла:

$$P \rightarrow V \setminus P \mid F.$$

LR – грамматика описания событий:

$\Pi \rightarrow \text{БШ};$

$\text{Ш} \rightarrow \text{ПШ} \mid \text{П'END}';$

$\text{Б} \rightarrow \text{еБ} \mid \text{еQ} \mid \emptyset;$

LR – грамматика описания процедур:

$\Omega \rightarrow \Omega \text{В};$

$\text{В} \rightarrow \text{ПВ} \mid \text{П'END}';$

$\Omega \rightarrow \text{Б}' \text{'Й};$

$\text{Й} \rightarrow \text{'}' \text{H};$

$\text{H} \rightarrow \text{RpH} \mid \text{NpH} \mid \text{ФpW} \mid \emptyset;$

$p \rightarrow \text{'}';$

$\text{Б} \rightarrow \text{еБ} \mid \text{еQ} \mid \emptyset;$

$\text{Q} \rightarrow \text{nQ} \mid \emptyset;$

$\text{е} \rightarrow \text{'}' \mid \text{'A'} \mid \text{'B'} \mid \text{'C'} \mid \text{'D'} \mid \text{'E'} \mid \text{'F'} \mid \text{'G'} \mid \text{'H'} \mid \text{'I'} \mid \text{'J'} \mid \text{'K'} \mid \text{'L'} \mid \text{'M'} \mid \text{'N'} \mid \text{'O'} \mid \text{'P'} \mid \text{'Q'} \mid \text{'R'} \mid \text{'S'} \mid \text{'T'} \mid \text{'U'} \mid \text{'V'} \mid \text{'W'} \mid \text{'X'} \mid \text{'Y'} \mid \text{'Z'};$

$\Phi \rightarrow \text{"TRUE"} \mid \text{"FALSE"};$

LR – грамматика вызовов процедур:

$\Pi \rightarrow \text{ИД};$

$\text{Д} \rightarrow \text{sW};$

$\text{W} \rightarrow \text{R}' \text{'W} \mid \text{N}' \text{'W} \mid \text{U}' \text{'W} \mid \text{O}' \text{'W} \mid \text{T}' \text{'W} \mid \text{r};$

$\text{O} \rightarrow \text{X}\emptyset;$

$\emptyset \rightarrow \text{OX}\emptyset \mid \emptyset;$

$\text{X} \rightarrow \text{N} \mid \text{R} \mid \text{U};$

$o \rightarrow \text{'+'} \mid \text{'-'}$  /  $\text{'*'};$

$\text{T} \rightarrow \text{V}'\$\text{'A}'''';$

$\text{A} \rightarrow \text{aA} \mid \emptyset;$

$a \rightarrow \{ \text{ASCII} - \text{символ} \};$

$\text{U} \rightarrow \text{V}'@\text{U} \mid \text{V}'\text{'U};$

LR – грамматика вещественных чисел;

$\text{R} \rightarrow \text{snR} \mid \text{nD} \mid \emptyset;$

$\text{D} \rightarrow \text{'}'\text{C};$

$\text{C} \rightarrow \text{nC} \mid \text{n}'\text{e}''\text{'C};$

$s \rightarrow \text{'}' \mid \emptyset;$

$n \rightarrow \text{'1'} \mid \text{'2'} \mid \text{'3'} \mid \text{'4'} \mid \text{'5'} \mid \text{'6'} \mid \text{'7'} \mid \text{'8'} \mid \text{'9'} \mid \text{'0'};$

LR – грамматика целых чисел:

$\text{N} \rightarrow \text{sn}\Gamma;$

$\Gamma \rightarrow \text{n}\Gamma \mid \emptyset;$

$s \rightarrow \text{'}' \mid \emptyset;$

$n \rightarrow \text{'1'} \mid \text{'2'} \mid \text{'3'} \mid \text{'4'} \mid \text{'5'} \mid \text{'6'} \mid \text{'7'} \mid \text{'8'} \mid \text{'9'} \mid \text{'0'};$

LR – грамматика имен (переменных):

$\text{V} \rightarrow \text{IV} \mid \text{Q} \mid \emptyset;$

$\text{Q} \rightarrow \text{nQ} \mid \emptyset;$

$l \rightarrow \text{'}' \mid \text{'A'} \mid \text{'a'} \mid \text{'B'} \mid \text{'b'} \mid \text{'C'} \mid \text{'c'} \mid \text{'D'} \mid \text{'d'} \mid \text{'E'} \mid \text{'e'} \mid \text{'F'} \mid \text{'f'} \mid \text{'G'} \mid \text{'g'} \mid \text{'H'} \mid \text{'h'} \mid \text{'I'} \mid \text{'i'} \mid \text{'J'} \mid \text{'j'} \mid \text{'K'} \mid \text{'k'} \mid \text{'L'} \mid \text{'l'} \mid \text{'M'} \mid \text{'m'} \mid \text{'N'} \mid \text{'n'} \mid \text{'O'} \mid \text{'o'} \mid \text{'P'} \mid \text{'p'} \mid \text{'Q'} \mid \text{'q'} \mid \text{'R'} \mid \text{'r'} \mid \text{'S'} \mid \text{'s'} \mid \text{'T'} \mid \text{'t'} \mid \text{'U'} \mid \text{'u'} \mid \text{'V'} \mid \text{'v'} \mid \text{'W'} \mid \text{'w'} \mid \text{'X'} \mid \text{'x'} \mid \text{'Y'} \mid \text{'y'} \mid \text{'Z'} \mid \text{'z'};$

*LR* – грамматика 3D-моделей:

$$G \rightarrow GRrJGNrJ;$$
$$J \rightarrow RrJ \mid NrJ \mid R \mid N \mid \emptyset;$$

*LR* – грамматика иерархии объектов:

$$\mathcal{E} \rightarrow V' \mid \mathcal{E} \mid V.$$

На основе данной грамматики создан оптимизированный для интерпретации и удобный в использовании язык программирования виртуальной реальности *OCE*. Выбор наиболее подходящей грамматики для синтаксиса является важным этапом при разработке среды программирования. В данном случае наиболее подходящей является *LR*-грамматика. Разработанный язык *OCE* и соответствующая библиотека графических эффектов и примитивов позволяют упростить создание 3D-сцен и интерактивных сцен виртуальной реальности за счет более глубокой проработанности по сравнению с имеющимися библиотеками (*DirectX*, *OpenGL*). Фактически создан язык программирования виртуальной реальности, в котором программисту нет необходимости задумываться над реализацией каких-либо эффектов. Он просто задает нужные ему параметры, а их реализация осуществляется функциями и процедурами встроенной библиотеки. Возможно создание новых эффектов на основе шаблонов или путем их комбинации.

Однако главная задача, которую решает разработанная грамматика, – поддержка всех инновационных решений, составляющих основу базовых принципов функционирования языка *OCE*, т.е. асинхронное интерпретирование сценариев, альтернативные методы именования объектов и расширенные механизмы по работе с иерархией объектов.

Главным результатом решения задачи разработки синтаксиса языка *OCE* являются полученные грамматики, позволяющие реализовать все обозначенные нестандартные решения, запланированные на этапе проектирования, способные обеспечить жизнеспособность языка *Open Code Effects*.

#### Литература

1. Ахо А., Ульман Д. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции: в 2 т. / пер. с англ. В.Н. Агафонова, под ред. В.М. Курочкина. М.: Мир, 1978.

#### References

1. Aho A.V., Ullman J.D. The theory of parsing translation and compiling. Prentice-Hall, Inc.: Englewood Cliffs, N.Y., 1972 (Russ. ed.: Aho A.V., Ullman J.D. Teoriya sintaksicheskogo analiza, perevoda i kompilyatsii. Moscow, Mir Publ., 1978).

---

**ЖЕЛТОВ ПАВЕЛ ВАЛЕРИАНОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерных технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (tchouvachie@narod.ru).

**ZHELTOV PAVEL** – candidate of technical sciences, assistant professor of Computer Technology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ШЕВЧЕНКО ЯН ВЛАДИМИРОВИЧ** – аспирант кафедры компьютерных технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (tchouvachie@narod.ru).

**SHEVCHENKO YAN** – post-graduate student of Computer Technologies Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 004.652

ББК 32.973

З.С. ЛУЧИНИН, И.Г. СИДОРКИНА

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОКУМЕНТО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ БАЗЫ ДАННЫХ С ОТРАЖЕНИЕМ ОГРАНИЧЕНИЙ ЦЕЛОСТНОСТИ

**Ключевые слова:** база данных, документо-ориентированная модель данных, большие данные, нереляционная модель данных, целостность данных, семантика.

Успешная производственная деятельность предприятий, применяющих системы автоматизированного проектирования (САПР), зависит от эффективного использования информационной базы PDM систем (система управления данными об изделии), обеспечивающих управление информацией об изделии на протяжении всего цикла производства. Эффективное использование данных подразумевает, прежде всего, представление информации в форме, обеспечивающей легкость ее восприятия, однозначное ее понимание всеми участниками в течение всего жизненного цикла и простоту изменения данных по мере накопления знаний о предметной области. Эти требования распространяются на описание изделий и процессов, любую документацию, используемую в разных процедурах этапов жизненного цикла. Внедрение документо-ориентированных баз данных, получивших широкое распространение в высоконагруженных проектах, в современные САПР позволяет представлять в более естественном виде слабоформализуемые данные и уменьшить время принятия решений. В связи со слабым отражением ограничений предметной области на уровне документо-ориентированной базы данных, обоснована и предложена расширенная документо-ориентированная модель данных, отражающая семантику предметной области.

Z. LUCHININ, I. SIDORKINA

### MATHEMATIC MODEL OF DOCUMENT-ORIENTED DATABASE WITH REFLECTION OF INTEGRITY CONSTRAINTS

**Key words:** database, data model, document-oriented data model, big data, non-relational data model, NoSQL, data integrity, semantics, computer-aided design.

Successful production activities of enterprises that use computer-aided design (CAD) depend on the effective use of PDM systems infobase providing product information management throughout the production cycle. The effective use of data implies, first of all, the presentation of information in the form which provides its easy perception, its unambiguity for all the participants throughout the life cycle and the possibility to easily change any data with the accumulation of knowledge about the subject area. These requirements apply to the description of any products, processes, and documentation used in different stage life cycle procedures. The implementation of a document-oriented database, which is widely used in heavy loaded projects, in modern CAD system allows to represent poorly formalized data in a more natural form and to reduce the time needed for decision making. Due to weak reflection of application domain constraints on the level of document-oriented database, we propose a well-grounded enhanced document-oriented data model that reflects the semantics of the application domain.

При работе с современными многомодульными САПР приборостроения возникают естественные вопросы, связанные с построением общих баз данных, организацией структуры хранения и обработкой данных. От эффективного решения вопросов управления информацией зависит успешная производственная деятельность таких предприятий и организаций. Эффективность управления данными подразумевает представление информации в форме, обеспечивающей легкость ее восприятия и однозначное ее понимание всеми участниками жизненного цикла изделий [1]. Это требование распространяется на любое описание изделия, процесс или документацию, используемую в разных процедурах этапов

жизненного цикла производства. По мере роста информации усугубляется проблема на предприятиях и в организациях, производящих сложные изделия, в частности, с механическими и радиоэлектронными подсистемами.

Для хранения и обработки информации сложной структуры получили широкое распространение документо-ориентированные базы данных (ДОБД), реализующие нереляционный подход хранения данных. ДОБД представляют собой распределённую базу данных, нацеленную на обработку больших объемов слабоформализуемой информации. Внедрение ДОБД позволит сохранять индивидуальную информацию, связанную с конкретным изделием, тем самым поддерживать актуальность данных на высоком уровне, а также сократить временные затраты на принятие решений за счет меньшего времени обработки запросов в высоконагруженных PDM системах.

Модель данных, лежащая в основе ДОБД, слабо отражает семантику предметной области, что является существенным недостатком для подобных систем. Для решения данной проблемы предложено расширение семантической модели, которая будет отражать не только статические отношения между объектами, но и их поведение и ограничения. Таким образом, актуальными являются исследования в области представления семантических данных и поддержки целостности в системах управления данными [4], направленные в первую очередь на модель базы данных. Внедрение результатов семантического расширения модели данных позволит на ранних этапах проектирования структуры базы данных более строго описывать предметную область в терминах БД и уменьшить вероятность допустить ошибку на следующих шагах проектирования и эксплуатации БД.

**Представление предметной области САПР в документо-ориентированной модели данных.** Первым этапом проектирования базы данных является логическое проектирование. При проектировании модели предметная область (ПрО) представляется с использованием таких понятий, как объект, связь, свойство объекта, свойство связи.

В рамках документо-ориентированной базы данных объектом является документ, не имеющий строго описанную структуру данных. Каждый документ является моделью некоторого понятия или конкретного экземпляра сущности ПрО и предназначен для описания оригинала, его поведения и строения. Документы в зависимости от типа сущности ПрО разбиваются по коллекциям, имеющим свою информационную структуру. Экземпляром документа данного типа называется некоторое подмножество множества данных в описываемой ПрО, выделенное по имени и значению объектного идентификатора данного типа документа.

Каждый документ можно разбить на части. Каждая часть, присутствующая в документе, является носителем укрупненных свойств понятия, т.е. группирует какие-то свойства документа по семантике, назначению, принадлежности и т.д. Понятие части документа связано с возможностью управления формированием структуры экземпляра документа в момент его создания или редактирования, при этом понятие части имеет формальное толкование, соответствующее математическому определению понятия отношения. Содержимое части и ее структура могут изменяться со временем, что будет соответствовать определенному событию (изменение или появление новой ин-

формации о предметной области) в отражаемой предметной области. Этим понятие части отличается от понятия отношения, используемого в реляционных моделях баз данных. Поэтому введены понятия статическая и динамическая модель документа.

*Статическая модель документа* – множество упорядоченных частей, которое присутствует в любом документе от момента его порождения и до конца времени существования в системе.

*Динамическая модель документа* – множество упорядоченных частей, присутствующих в конкретном документе в данный момент времени. Динамическая модель может быть уникальной для каждого экземпляра любого типа документа, а также может отсутствовать вовсе.

На рис. 1 представлена концептуальная модель предметной области «изделие – компонент», выраженная в виде документов. Два документа, относящиеся к типам «изделия» и «компоненты», соответственно. Документ «изделие» можно разделить на логические части, а именно описание изделия и описание компонентов, входящих в состав изделия.

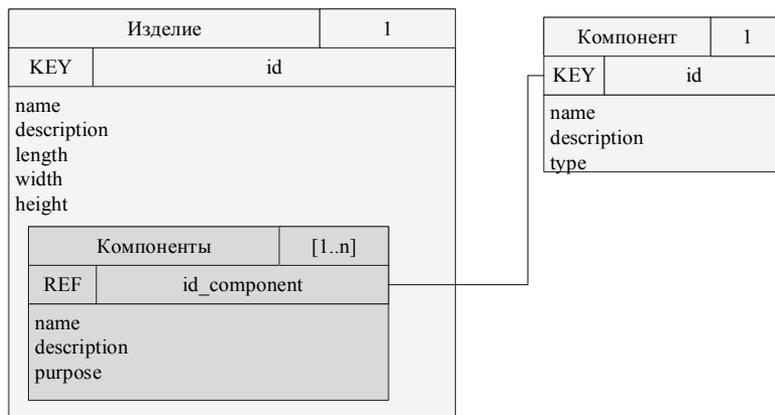


Рис. 1. Концептуальная модель предметной области «изделие – компонент»

Описание сущности ПрО в виде нескольких частей документа позволяет указывать уникальные характеристики объекта в рамках одной коллекции. Свобода описания произвольной структуры документа дает преимущество в хранении полной информации, но способствует нарушению возможных ограничений ПрО. Таким образом, чтобы поддерживать корректность данных в БД, необходимы проверка нарушений правил ПрО и проверка семантических связей сущностей, участвующих в ассоциативных отношениях [5].

**Расширенная документо-ориентированная модель данных с поддержкой ограничений целостности.** Определим модель данных как множество, состоящее из объектов ПрО и ограничений целостности, накладываемых на них. Моделью называют объект, состоящий из двух множеств [6]:

$$M := \langle X, P \rangle,$$

где  $X$  – непустое множество, являющееся носителем модели;  $P$  – множество предикатов (ограничений), заданных на множестве  $X$ .

Для описания и различия элементов, с помощью которых строится логическая модель документо-ориентированной базы данных, введен некоторый фиксированный алфавит  $V$ . Для указания факта, что элемент не принадлежит (или неизвестен в данный момент времени) алфавиту, вводится специальный символ  $\Omega$ . Через  $V$  обозначим множество всех непустых слов в алфавите  $V^*$ . Тогда из этого множества  $V^*$  можно выделить следующие конечные множества.

Множество имен документов –  $O$ , в дальнейшем под именем документа будет пониматься сам документ.

Множество имен типов документов –  $O$ , под именем типа документа будет пониматься сам тип документа.

Множество имен атрибутов документа –  $A$ , под именем атрибута будет пониматься атрибут.

Множество имен связей –  $R$ , под именем связи будет пониматься связь.

Множество имен типов связей –  $R$ , под именем типа связи будет пониматься класс связи.

Множество имен свойств связей –  $RP$ , под именем свойства связи будет пониматься свойство связи.

Множество имен ограничений целостности –  $P$ , под именем ограничения будет пониматься само ограничение.

Пользователь базы данных отличает один объект от другого на основании своих представлений и знаний о предметной области и маркирует каждый объект уникальным именем. В предложенной модели данных уникальным именем выступает идентификатор, который представлен атрибутом  $A$ . Кроме того, отдельные экземпляры документов по некоторым критериям он объединяет в тип документа, например, если эти экземпляры обладают схожими (с некоторой вероятностью) наборами атрибутов. Каждый тип документа человек наделяет уникальным (в этой предметной области) именем (идентификатором)  $o_i \in O$ , где  $o_i$  – конкретный экземпляр документа.

Основное отличие документа от атрибута с понятийной точки зрения является то, что внутренняя структура свойства документа не имеет значения и значение атрибута документа раскрывается только в рамках данного объекта.

Так же, как и документы, тип документа наделяется уникальным именем  $a_i (a_i \in A)$  (внутри документа).

Выделим в  $V^*$  конечное число множеств  $D_1', \dots, D_n'$  и обозначим через  $D_i$  множество  $D_i' \cup \Omega$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Зафиксируем функцию  $N$ :

$$\forall a_i \in A \rightarrow N(a_i) = D_i, i = 1, \dots, n,$$

где  $D_i$  будем называть доменом (набором допустимых значений) атрибута  $a_i$ , а множество всех пар  $\{(a_i, d) \mid d \in D_i\}$  – атрибутом с именем  $a_i$  с множеством значений  $D_i$ . Пара  $(a_i, d)$  указывает, что атрибут с именем  $a_i$  имеет значение  $d$ .

Тогда формально можно описать документ  $obj$ :

$$obj := \langle o, \langle (a_1, d_1) \mid d_1 \in D_1 \rangle, \dots, \langle (a_n, d_n) \mid d_n \in D_n \rangle \rangle, \\ p \langle (a_1, d_1), \dots, (a_n, d_n) \rangle \rangle,$$

где  $obj$  – имя документа, что аналогично самому документу, так как под именем документа мы понимаем сам документ;  $\langle (a_1, d_1) \mid d_1 \in D_1 \rangle, \dots, \langle (a_n, d_n) \mid d_n \in D_n \rangle$  – набор атрибутов  $a_1, \dots, a_n$  (где  $a_i \in A$ ,  $i = 1, \dots, n$ ) объекта со значениями  $d_1, \dots, d_n$ ,

соответственно;  $p((a_1, d_1), \dots, (a_n, d_n))$  – предикат над значениями атрибутов объекта  $p \equiv p \in P$ .

Такие документы будем считаться базовыми (реализация статической модели документа). Базовый документ представляется окрестностью нулевого порядка:

$$obj = \tau_o^{(0)},$$

Из базовых объектов с помощью связей могут быть сформированы более сложные объекты (реализация динамической модели документа).

Также верно:

$$\forall o \in O \rightarrow \exists O,$$

В общем случае понятие типа документа определяется через объекты, его составляющие:

$$obj = \langle o, \{O_1, \dots, O_n\} \rangle,$$

где  $obj$  – тип документа,  $o \in O$ ;  $O_1, \dots, O_n$  – множество документов, составляющих тип документов.

Как правило, два объекта, имеющие одинаковую структуру, относятся к одному типу документов. Рассмотрим их структуру:

$$\begin{aligned} obj_i &:= \langle o, \langle (a_1, d_1) \mid d_1 \in D_1, \dots, (a_n, d_n) \mid d_n \in D_n \rangle, \\ &\quad p((a_1, d_1), \dots, (a_n, d_n)) \rangle \\ obj_j &:= \langle o, \langle (a_1, d_1) \mid d_1 \in D_1, \dots, (a_n, d_n) \mid d_n \in D_n \rangle, \\ &\quad p((a_1, d_1), \dots, (a_n, d_n)) \rangle. \end{aligned}$$

Упрощая описание структуры документа, получим, что объект  $obj$  можно выразить таким образом:

$$obj = \langle o, \{(a_1), \dots, (a_n)\}, p(a_1, \dots, a_n) \rangle,$$

где  $o$  – имя типа документа,  $o \in O$ ;  $a_1, \dots, a_n$  – множество атрибутов для каждого документа такого типа объектов,  $a_i \in A$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;  $p(a_1, \dots, a_n)$  – структура ограничений значений свойств документов, входящих в тип.

В результате, вводя понятия вероятности появления атрибута в документе, получаем:

$$obj = \langle o, \{(a_1, c_1), \dots, (a_n, c_n)\}, p(a_1, \dots, a_n) \rangle,$$

где  $o$  – имя типа документа,  $o \in O$ ;  $a_1, \dots, a_n$  – атрибуты документов, составляющих данный тип документа;  $c_1, \dots, c_n$  – вероятность наличия атрибута у произвольного объекта ‘ $o$ ’ из класса ‘ $o$ ’,  $c_i \in [0, 1]$ .

На основании вероятностей  $c_1, \dots, c_n$  выводится неформальное понятие семантической близости. Под семантической близостью документов (или их частей) будем понимать функцию, характеризующую степень смысловой близости этих объектов (или их частей), которую задает проектировщик предметной области.

Семантическую близость можно выразить, например, значением, которое равно процентному соотношению инициализированных атрибутов ко всему набору атрибутов, каждый из которых имеет определенное значение, понятное проектировщику. Моделируя предметную область, проектировщик строит иерархию объектов предметной области, проходя от частного к общему и наоборот. Именно на этом этапе проектирования он относит различные по атрибутам объекты к одному базовому типу документов, используя понятие семантической близости.

Связи документов используются для создания составных документов из более простых. В этом случае простые документы могут группироваться в части внутри составного документа и выступать в роли атрибутов составного объекта. Часть, как было сказано выше, группирует какие-то свойства объекта по смыслу (семантике), назначению, принадлежности и т.д. Под связью  $r$  будет пониматься особый вид объектов следующего вида:

$$rel := \langle r, a_i, RP \rangle,$$

где  $r$  – имя связи,  $r \in R$ ;  $a_i$  – атрибут, участвующий в связи;  $RP$  – свойство связи, которое раскрывает его кратность.

Часть документа

$$k := \langle r_1, \dots, r_i \rangle,$$

где  $r_1, \dots, r_i$  – содержимое части – результаты связей.

Тогда любой составной документ  $q$  определяется посредством частей, его составляющих

$$q := \langle K, \{rp_q\} \rangle,$$

где  $K$  – множество частей  $\{k_1, \dots, k_n\}$  из которых состоит объект;  $\{rp_q\}$  – множество ограничений частей внутри объекта;

Документ называют *базовым*, если он имеет только одну часть  $K = \langle k \rangle$ .

Документ называют *простым*, если он является базовым объектом, который может содержать атрибуты, не содержащиеся в базовом объекте, и состоит всего из одной части.

Документ называют *сложным*, если используемая в нем часть  $k_i$  является частью (частями) другого простого документа.

Приведенная модель является расширением документо-ориентированной модели с поддержкой ограничений ссылочной целостности и ограничений предметной области.

**Выводы.** Дано описание математической модели расширенной документо-ориентированной базы данных, определяющей ограничения ссылочной целостности и ограничения предметной области. Ограничения, накладываемые на уровне модели данных и реализуемые на уровне системы управления базой данных, гарантируют выполнение заданных пользователем ограничений предметной области для систем автоматизированного проектирования.

### Литература

1. Гатчин Ю.А., Донецкая Ю.В. Разработка методик для автоматизации проектирования изделий приборостроения // Труды конгресса по интеллектуальным системам и информационным технологиям «AIS-AT'09»: в 4 т. М.: Физматлит, 2009. Т. 3. С. 145–149.
2. Дехтярь М.И., Диковский А.А., Спиратос Н. Восстановление ограничений целостности за счет наименьших достаточных изменений // Программирование. 1998. № 2. С. 27–37.
3. Лучинин З.С., Сидоркина И.Г. Модуль поддержки ограничений целостности в документо-ориентированных базах данных // Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе: материалы Всерос. науч.-практ. конф. Йошкар-Ола, 2014. С. 56–59.
4. Лучинин З.С., Сидоркина И.Г. Формализация семантики в документо-ориентированных базах данных // Вестник Поволжского государственного технологического университета. 2014. № 3. С. 57–65.
5. Лучинин З.С., Сидоркина И.Г. Формирование ссылочной целостности в документо-ориентированных базах данных // Информационные технологии в электронике и электроэнергетике: материалы 9-й Всерос. науч.-техн. конф. Йошкар-Ола, 2014. С. 339–341.

6. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. 2-е изд. М.: Питер, 2007. С. 68.
7. Тальхайм Б. Обзор семантических ограничений для моделей баз данных [Электронный ресурс]. URL: [http://www.intsys.msu.ru/magazine/archive/v3\(3-4\)/thalheim-307-351.pdf](http://www.intsys.msu.ru/magazine/archive/v3(3-4)/thalheim-307-351.pdf) (дата обращения: 20.10.2014).
8. García-Solaco M., Saltor F., Castellanos M. Semantic heterogeneity in multidatabase systems. In: Bukhres O.A., Elmagarmid A.K., ed. Object-oriented multidatabase systems. Prentice Hall, 1996, pp. 129–195.

## References

1. Gatchin Yu.A., Donetskaya Yu.V. *Razrabotka metodik dlya avtomatizatsii proektirovaniya izdelii priborostroeniya* [Development of techniques for design automation product engineering]. *Trudy kongressa po intellektual'nym sistemam i informatsionnym tekhnologiyam «AIS-AT'09»: v 4 tomakh* [Proceedings of the Congress on Intelligent Systems and Information Technology «AIS-AT'09». 4 vols]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, vol. 3, pp. 145–149.
2. Dekhtyar' M.I., Dikovskii A.Ya., Spiratos N. *Vosstanovlenie ogranichenii tselostnosti za schet naimen'shikh dostatochnykh izmenenii* [Restoring integrity constraints due to the smallest sufficient changes]. *Programmirovaniye* [Programming], 1998, no. 2, pp. 27–37.
3. Luchinin Z.S., Sidorkina I.G. *Modul' podderzhki ogranichenii tselostnosti v dokumento-orientirovannykh bazakh dannykh* [Integrity module of constraints in the document-oriented databases]. *Informatsionnye tekhnologii v professional'noi deyatelnosti i nauchnoi rabote: materialy Vseros. nauch.-prakt. konf.* [Proc. of Russ. conf. «Information technologies in professional work and scientific work»]. Yoshkar-Ola, 2014, pp. 56–59.
4. Luchinin Z.S., Sidorkina I.G. *Formalizatsiya semantiki v dokumento-orientirovannykh bazakh dannykh* [Formalization of the semantics of the document-oriented databases]. *Vestnik Povolzhskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta* [Bulletin of the Volga State Technological University], 2014, no. 3, pp. 57–65.
5. Luchinin Z.S., Sidorkina I.G. *Formirovaniye ssylochnoi tselostnosti v dokumento-orientirovannykh bazakh dannykh* [Forming of referential integrity in the document-oriented databases]. *Informatsionnye tekhnologii v elektronike i elektroenergetike: materialy 9-i Vserossiyskoy nauch.-tekhn. konf.* [Proc of 9<sup>th</sup> Russ. Conf. «Information technologies in electronics and power»]. Yoshkar-Ola, 2014, pp. 339–341.
6. Novikov F.A. *Diskretnaya matematika dlya programmistov. 2-e izdaniye* [Discrete mathematics for computer programmers: a textbook for high schools. 2<sup>nd</sup> ed.]. St. Petersburg, Piter Publ., 2007.
7. Tal'khaim B. *Obzor semanticheskikh ogranichenii dlya modelei baz dannykh* [Overview of semantic constraints for database models]. Available at: [http://www.intsys.msu.ru/magazine/archive/v3\(3-4\)/thalheim-307-351.pdf](http://www.intsys.msu.ru/magazine/archive/v3(3-4)/thalheim-307-351.pdf) (accessed 20 November 2014).
8. García-Solaco M., Saltor F., Castellanos M. Semantic heterogeneity in multidatabase systems. In: Bukhres O.A., Elmagarmid A.K., ed. Object-oriented multidatabase systems. Prentice Hall, 1996, pp. 129–195.

---

**ЛУЧИНИН ЗАХАР СЕРГЕЕВИЧ** – аспирант кафедры информационно-вычислительных систем, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола (for.zahar@gmail.com).

**LUCHININ ZAKHAR** – post-graduate student of Computer Science Chair, Volga State University of Technology, Russia, Yoshkar-Ola.

**СИДОРКИНА ИРИНА ГЕННАДЬЕВНА** – доктор технических наук, профессор, декан факультета информатики и вычислительной техники, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола (igs592000@mail.ru).

**SIDORKINA IRINA** – doctor of technical sciences, professor, dean of Informatics and Computer Engineering Faculty, Volga State University of Technology, Russia, Yoshkar-Ola.

---

УДК 681.5:654.93

ББК 32.97

В.А. ПЕСОШИН, Н.А. ГАЛАНИНА, Н.Н. ИВАНОВА

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЦЕПЕЙ МАРКОВА ПРИ СИНТЕЗЕ УСТРОЙСТВ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ЛИНЕЙНЫХ ФАЗОВЫХ СИСТЕМАХ

**Ключевые слова:** марковские сигналы, вероятности переходов, линейная фазовая система.

Первым этапом синтеза различных цифровых устройств обработки сигналов, аппроксимированных цепями Маркова, является определение матрицы переходных вероятностей. Ее элементы можно найти, зная функцию распределения фазы сигнала. В статье получены аналитические выражения для вычисления трехмерной функции распределения фазы в линейном фазовом пространстве. Полученные выражения дают возможность вычислить вероятности переходов и построить матрицу весовых коэффициентов для спецпроцессора цифровой оптимальной обработки сигналов.

### V. PESOSHIN, N. GALANINA, N. IVANOVA CALCULATING MARKOV CHAINS TRANSITION PROBABILITIES WHILE SYNTHESISING SIGNAL-PROCESSING HARDWARE IN LINEAR PHASE SYSTEMS

**Key words:** Markov signals, transition probabilities, linear phase system.

At the first stage of synthesis of various digital signal-processing hardware approximated by Markov chains it is necessary to determine a transition probability matrix. Its elements can be found by use of a signal phase distribution function. The paper presents analytical formulas for calculating a three-dimensional function of phase distribution in linear phase space. These formulas allow calculating transition probabilities and constructing a weight matrix for a special-purpose processor designed for optimal digital signal-processing.

Определение матрицы переходных вероятностей является одной из основных задач синтеза цифровых устройств обработки марковских сигналов [1–3, 6]. Элементы этой матрицы ( $p_{\alpha\beta\dots\gamma}$ ) можно найти с помощью функции распределения фазы сигнала. В случае использования двухсвязной цепи Маркова при аппроксимации сигнала в линейной фазовой системе необходимо вычислить трехмерную функцию распределения фазы.

Если сигнал на входе АЦП считать гауссовым, то случайный процесс на выходе узкополосной линейной системы с резонансной частотой  $\omega_0$  может быть представлен в виде

$$\xi(t) = A(t) \cos \omega_0 t + C(t) \sin \omega_0 t,$$

где  $A(t)$  и  $C(t)$  – квадратурные компоненты комплексного гауссового процесса:

$$\Xi_j = A_j + iC_j, \quad j = (\dots, -1, 0, 1, \dots),$$

где  $A_j(t)$  – реальная и  $C_j(t)$  – мнимая части, также являющиеся стационарными и стационарно связанными случайными функциями, совместное распределение которых нормально [5].

Случайный процесс  $\xi(t)$  стационарен в широком смысле в случае, если он имеет ковариационную функцию, зависящую только от разности  $(j - k)$ , а не от шагов  $j$  и  $k$ .

Обозначим  $A_j = X_j$ ;  $C_j = Y_j$  и определим для них моменты 1-го и 2-го порядков следующим образом:

$$M[X_j] = M[Y_j] = 0; \quad M[X_j^2] = M[Y_j^2] = \sigma^2; \quad (j = \dots, -1, 0, 1, \dots);$$

$$M[X_j, X_k] = M[Y_j, Y_k] = \begin{cases} \sigma^2 R_1 & \text{при } j - k = \tau, \\ \sigma^2 R_2 & \text{при } j - k = 2\tau; \end{cases}$$

при  $j \neq k$  ( $j, k = \dots, -1, 0, 1, \dots$ );

$$M[X_j, Y_k] = -M[Y_j, X_k] = \begin{cases} \sigma^2 S_1 & \text{при } j - k = \tau; \\ \sigma^2 S_2 & \text{при } j - k = 2\tau; \\ 0 & \text{при } j = k. \end{cases}$$

Из последнего условия следует, что  $X_k$  и  $Y_j$  независимы в совпадающие моменты времени [5].

Совместное распределение  $A(t)$  и  $C(t)$  в три момента времени  $t_1, t_2$  и  $t_3$  представляет собой шестимерное нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma^2$ .

Тогда соответствующая корреляционная матрица будет равна:

$$\mathbf{M}(t_1, t_2) = \begin{matrix} & A(t_1) & C(t_1) & A(t_2) & C(t_2) & A(t_3) & C(t_3) \\ \begin{matrix} A(t_1) \\ C(t_1) \\ A(t_2) \\ C(t_2) \\ A(t_3) \\ C(t_3) \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & R_1 & S_1 & R_2 & S_2 \\ 0 & 1 & -S_1 & R_1 & -S_2 & R_2 \\ R_1 & -S_1 & 1 & 0 & R_1 & S_1 \\ S_1 & R_1 & 0 & 1 & -S_1 & R_1 \\ R_2 & -S_2 & R_1 & -S_1 & 1 & 0 \\ S_2 & R_2 & S_1 & R_1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Введем следующие обозначения:  $R_1 = a$ ;  $S_1 = b$ ;  $R_2 = c$ ;  $S_2 = d$ . Тогда

$$\mathbf{M}(t_1, t_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a & b & c & d \\ 0 & 1 & -b & a & -d & c \\ a & -b & 1 & 0 & a & b \\ b & a & 0 & 1 & -b & a \\ c & -d & a & -b & 1 & 0 \\ d & c & b & a & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Детерминант матрицы  $\mathbf{M}(t_1, t_2)$  равен

$$D^* = \det \mathbf{M}(t_1, t_2) = [1 - 2(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2) + 4abd + 2(a^2 - b^2)c]^2.$$

Вычислим алгебраические дополнения  $D_{ik}$  матрицы  $\mathbf{M}(t_1, t_2)$ :

$$D_{ii} = 1 - 3a^2 - 3b^2 + 2a^4 + 2b^4 + 4a^2b^2 - 4a^3bd + 4abd - 4ab^3d + 2a^2c - 2a^4c + a^2d^2 + a^2c^2 + b^2d^2 + b^2c^2 - d^2 - c^2 + 2b^4c - 2b^2c$$

для  $i = \overline{1, 6}$ ;

$$D_{i+i} = D_{i+1i} = 0 \text{ для } i = \overline{1, 5};$$

$$\begin{aligned} D_{13} = D_{31} = D_{46} = D_{64} = D_{24} = D_{42} = D_{35} = D_{53} = \\ = -a + 2a^3 + 2ab^2 - 6a^2bd - 4a^3c + ac - 2b^3d + bd + 2a^3c^2 + 4ab^2d^2 - \\ - 2ab^2c^2 + 6a^2bcd - bd^3 - bc^2d - 2b^3cd + ac^2 - acd^2 - ac^3 + ad^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{14} = D_{41} = D_{36} = D_{63} = -D_{23} = -D_{32} = -D_{45} = -D_{54} = \\ = -b + 2b^3 + ad - bc + 2a^2b - 2a^3d - 6ab^2d + 4b^3c + 4a^2bd^2 - 2a^2bc^2 + \\ + 2b^3c^2 + 2a^3cd + 6ab^2cd + bd^2 - ad^3 - ac^2d + bcd^2 + bc^2 + bc^3; \end{aligned}$$

$$D_{15} = D_{51} = D_{26} = D_{62} =$$

$$= -2a^4 + a^2 - b^2 + 2a^2c - c + 2b^2c + 2b^4 - 4a^2b^2c + 4a^3bd - 4ab^3d +$$

$$+ b^2d^2 + 3b^2c^2 + 2b^4c - a^2d^2 - 3a^2c^2 + 2a^4c - 4abcd + cd^2 + c^3;$$

$$D_{16} = D_{61} = -D_{25} = -D_{52} =$$

$$= -4ab^3 - 4a^2b + 2ab + 2b^2d - d + 2a^2d - 4ab^3c + ba^2b^2d - 6abd^2 -$$

$$- 2abc^2 + 4a^3bc - 2a^2dc + 2b^2dc + c^2d + d^2.$$

Выражения для алгебраических дополнений принимают компактный вид после деления на  $\sqrt{D^*}$ :

$$D_{11} = [1 - (a^2 + b^2)][1 - 2(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2) + 4abd + 2(a^2 - b^2)c];$$

$$D_{31} = (ac + bd - a)[1 - 2(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2) + 4abd + 2(a^2 - b^2)c];$$

$$D_{41} = (ad - bc - b)[1 - 2(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2) + 4abd + 2(a^2 - b^2)c];$$

$$D_{51} = (a^2 - b^2 - c)[1 - 2(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2) + 4abd + 2(a^2 - b^2)c];$$

$$D_{61} = (2ab - d)[1 - 2(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2) + 4abd + 2(a^2 - b^2)c];$$

$$D_{23} = (ad - bc - b)[1 - 2(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2) + 4abd + 2(a^2 - b^2)c].$$

Тогда шестимерное распределение огибающей  $x = A(t)$  и фазы  $y = C(t)$  в моменты времени  $t, t + \tau, t + 2\tau$ :

$$W_6(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^3 \sqrt{D^*}} \exp\{\psi\};$$

$$\psi = -\frac{1}{2\sigma^2 D^*} \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^6 D_{ik} x_i x_k \quad \begin{cases} M(x_i) = 0 \\ M(x_k) = 0 \end{cases},$$

$$\psi = -\frac{1}{2\sigma^2 \sqrt{D^*}} \{ [1 - (a^2 + b^2)][x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + y_1^2 + y_2^2 + y_3^2] +$$

$$+ 2(a - ac - bd)(x_1x_2 + y_1y_2 + x_2x_3 + y_2y_3) +$$

$$+ 2(b + bc - ad)(x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_3 - x_3y_2) +$$

$$+ 2(a^2 - b^2 - c)(x_1x_3 + y_1y_3) + 2(2ab - d)(x_1y_3 - y_1x_3) \}.$$

Произведем замену переменных

$$x_i = r_i \cos \theta_i - u_i;$$

$$y_j = r_j \sin \theta_j - v_j,$$

обозначив

$$R_{01} = R_1^2 + S_1^2 = R_0(T);$$

$$R_{02} = R_2^2 + S_2^2 = R_0(2T),$$

учитывая, что

$$a = R_{01} \cos \theta_{01}; \quad b = R_{01} \sin \theta_{01};$$

$$c = R_{02} \cos \theta_{02}; \quad d = R_{02} \sin \theta_{02};$$

$$\theta_{01} = \arctg \frac{S_1}{R_1}; \quad \theta_{02} = \arctg \frac{S_2}{R_2},$$

имеем для случая слабого сигнала ( $u_i = 0; v_j = 0$ ):

$$\begin{aligned}
& W_6(r_1, r_2, r_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3, t, \tau, t + \tau, t + 2\tau) = \\
& = \frac{r_1 r_2 r_3}{(2\pi\sigma^2)^3 \sqrt{D^*}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2 \sqrt{D^*}} [(1 - R_{01}^2)(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) + \right. \\
& + 2R_{01}R_{02}r_1r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1 + \theta_{02} - \theta_{01}) + 2R_{01}R_{02}r_2r_3 \cos(\theta_3 - \theta_2 + \theta_{02} - \theta_{01}) + \quad (1) \\
& + 2R_{01}^2r_1r_3 \cos(\theta_3 - \theta_1 + 2\theta_{01}) - 2R_{01}r_1r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1 + \theta_{01}) - \\
& \left. - 2R_{01}r_2r_3 \cos(\theta_3 - \theta_2 + \theta_{01}) - 2R_{02}r_1r_3 \cos(\theta_3 - \theta_1 + \theta_{02})\right\}.
\end{aligned}$$

Трехмерное распределение фазы узкополосного гауссового случайного процесса находится тройным интегрированием (1) по  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ .

Учитывая, что энергетический спектр случайного процесса симметричен относительно средней частоты узкополосной системы, примем [5, 7]  $S_1 = S_2 = 0$ , а значит,  $\theta_{01} = \theta_{02} = 0$ , тогда  $R_{01} = R_1$ ;  $R_{02} = R_2$  и, следовательно:

$$\begin{aligned}
W_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, t, \tau, 2\tau) = & \frac{1}{8\pi^3 \sqrt{D^*}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty r_1 r_2 r_3 \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2 \sqrt{D^*}} [(1 - R_{01}^2)(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) + \right. \\
& + 2(R_{01}R_{02} - R_{01})r_1r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + 2(R_{01}R_{02} - R_{01})r_2r_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) + \\
& \left. + 2(R_{01}^2 - R_{02})r_1r_3 \cos(\theta_3 - \theta_1)\right\} dr_1 dr_2 dr_3.
\end{aligned}$$

Заменим переменные

$$z_1 = \frac{r_1}{\sigma}; \quad z_2 = \frac{r_2}{\sigma}; \quad z_3 = \frac{r_3}{\sigma}$$

и при вычислении значения интеграла воспользуемся формулой

$$e^{-z \cos \varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n I_n(z) e^{in\varphi}.$$

Тогда

$$\begin{aligned}
W_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, t, \tau, 2\tau) = & \frac{1}{8\pi^3 \sqrt{D^*}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty z_1 z_2 z_3 e^{-\frac{(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2)(1 - R_{01}^2)}{2\sqrt{D^*}}} \times \\
& \times \sum_{a=-\infty}^{\infty} I_a\left(\frac{R_{01}(R_{02} - 1)}{\sqrt{D^*}} z_1 z_2\right) e^{ia(\theta_1 - \theta_2)} \times \sum_{b=-\infty}^{\infty} I_b\left(\frac{R_{01}(R_{02} - 1)}{\sqrt{D^*}} z_2 z_3\right) e^{ib(\theta_2 - \theta_3)} \times \\
& \times \sum_{d=-\infty}^{\infty} I_d\left(\frac{R_{01}^2 - R_{02}}{\sqrt{D^*}} z_1 z_3\right) e^{id(\theta_3 - \theta_1)} dz_1 dz_2 dz_3.
\end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned}
B_{abd} = & \frac{1}{8\pi^3 \sqrt{D^*}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty z_1 z_2 z_3 e^{-\frac{(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2)(1 - R_{01}^2)}{2\sqrt{D^*}}} \times I_a\left(\frac{R_{01}(R_{02} - 1)}{\sqrt{D^*}} z_1 z_2\right) \times \\
& \times I_b\left(\frac{R_{01}(R_{02} - 1)}{\sqrt{D^*}} z_2 z_3\right) \times I_d\left(\frac{R_{01}^2 - R_{02}}{\sqrt{D^*}} z_1 z_3\right) dz_1 dz_2 dz_3.
\end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
W_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, t, \tau, 2\tau) = & \sum_{a=-\infty}^{\infty} \sum_{b=-\infty}^{\infty} \sum_{d=-\infty}^{\infty} B_{abd} e^{i[(a-d)\theta_1 + (b-a)\theta_2 + (d-b)\theta_3]}; \\
& |\theta_1| \leq \pi; \quad |\theta_2| \leq \pi; \quad |\theta_3| \leq \pi.
\end{aligned}$$

Иначе трехмерную плотность распределения вероятностей фазы гауссового случайного процесса можно записать следующим образом:

$$W_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3, t, \tau, 2\tau) = \sum_{a=-\infty}^{\infty} \sum_{b=-\infty}^{\infty} \sum_{d=-\infty}^{\infty} B_{abd} \cos a(\theta_1 - \theta_2) \cos b(\theta_2 - \theta_3) \cos d(\theta_3 - \theta_1). \quad (2)$$

Коэффициенты  $B_{abd}$  находятся разложением функций Бесселя в степенной ряд вида:

$$I_r\left(\frac{\alpha z_1 z_2}{\beta}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{r+2n}}{\beta^{r+2n}} \frac{z_1^{r+2n} z_2^{r+2n}}{n!(n+r)! 2^{r+2n}}.$$

Следовательно,

$$B_{abd} = \frac{1}{8\pi^3 \sqrt{D^*}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} z_1 z_2 z_3 \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{t^{a+2n} z_1^{a+2n} z_2^{a+2n}}{n!(n+a)!} \right) \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{t^{b+2k} z_1^{b+2k} z_2^{b+2k}}{k!(k+b)!} \right) \times \\ \times \left( \sum_{l=0}^{\infty} \frac{t^{d+2l} z_1^{d+2l} z_2^{d+2l}}{l!(l+b)!} \right) e^{\frac{(1-R_0^2)(z_1^2+z_2^2+z_3^2)}{2D}} dz_1 dz_2 dz_3,$$

где  $t = \frac{R_{01}(R_{02}-1)}{2D}$ ;  $r = \frac{R_{01}^2 - R_{02}}{2D}$ ;  $D = 1 - 2R_{01}^2 - R_{02}^2 + 2R_{01}^2 R_{02}$ .

Тогда, учитывая, что

$$\int_0^{\infty} x^{2n} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = (2n-1)! \sqrt{\pi} \quad \text{и} \quad \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n-1)!}{2^n} \sqrt{\pi},$$

получим (заменяя переменные  $\frac{1-R_{01}^2}{D} z_i^2 = x_i^2$ )

$$B_{abd} = \frac{D^2}{8\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{[R_{01}(R_{02}-1)]^{a+b+2n+2k}}{n!(n+a)!k!(k+b)!l!(l+d)!} \times \\ \times \frac{[R_{01}^2 - R_{02}]^{d+2l} \Gamma\left(\frac{a+d}{2} + n + l + 1\right) \Gamma\left(\frac{a+b}{2} + n + k + 1\right) \Gamma\left(\frac{b+d}{2} + k + l + 1\right)}{(1-R_{01}^2)^{a+b+d+2n+2k+2l+3}}.$$

Итак:

$$B_{abd} = \frac{|D^*|}{8\pi^3} \sum_{n,k,l=0}^{\infty} \frac{[R_{01}(R_{02}-1)]^{a+b+2n+2k} [R_{01}^2 - R_{02}]^{d+2l}}{n!(n+a)!k!(k+b)!l!(l+d)!} \times \\ \times \frac{\Gamma\left(\frac{a+d}{2} + n + l + 1\right) \Gamma\left(\frac{a+b}{2} + n + k + 1\right) \Gamma\left(\frac{b+d}{2} + k + l + 1\right)}{(1-R_{01}^2)^{a+b+d+2n+2k+2l+3}}.$$

Чтобы определить трехмерную плотность распределения вероятностей случайного процесса на выходе широкополосного ограничителя, из (2) надо получить статистические характеристики косинуса фазы функциональным преобразованием  $z_i = \cos\theta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Каждой точке объема  $(z_1 z_2 z_3)$  соответствует шесть точек плоскости  $\theta_1 \theta_2 \theta_3$ :

$$\begin{aligned} \theta_{11} &= \arccos z_1; & \theta_{12} &= -\arccos z_1; \\ \theta_{22} &= \arccos z_2; & \theta_{21} &= -\arccos z_2; \\ \theta_{33} &= \arccos z_3; & \theta_{31} &= -\arccos z_3. \end{aligned}$$

Модули якобианов преобразования

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial(\theta_{11}, \theta_{22}, \theta_{33})}{\partial z_1 \partial z_2 \partial z_3} \right| &= \left| \frac{\partial(\theta_{11}, \theta_{22}, \theta_{31})}{\partial z_1 \partial z_2 \partial z_3} \right| = \left| \frac{\partial(\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{33})}{\partial z_1 \partial z_2 \partial z_3} \right| = \left| \frac{\partial(\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{31})}{\partial z_1 \partial z_2 \partial z_3} \right| = \left| \frac{\partial(\theta_{12}, \theta_{22}, \theta_{33})}{\partial z_1 \partial z_2 \partial z_3} \right| = \\ &= \left| \frac{\partial(\theta_{12}, \theta_{22}, \theta_{31})}{\partial z_1 \partial z_2 \partial z_3} \right| = \left| \frac{\partial(\theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{33})}{\partial z_1 \partial z_2 \partial z_3} \right| = \left| \frac{\partial(\theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{31})}{\partial z_1 \partial z_2 \partial z_3} \right| = \frac{1}{\sqrt{1-z_1^2} \sqrt{1-z_2^2} \sqrt{1-z_3^2}}. \end{aligned}$$

Из (2) имеем:

$$\begin{aligned} W_3(z_1, z_2, z_3, \tau, 2\tau) &= \frac{1}{\sqrt{1-z_1^2} \sqrt{1-z_2^2} \sqrt{1-z_3^2}} [W_3(\theta_{11}, \theta_{22}, \theta_{33}, \tau, 2\tau) + W_3(\theta_{11}, \theta_{22}, \theta_{31}, \tau, 2\tau) + \\ &+ W_3(\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{33}, \tau, 2\tau) + W_3(\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{31}, \tau, 2\tau) + W_3(\theta_{12}, \theta_{22}, \theta_{33}, \tau, 2\tau) + W_3(\theta_{12}, \theta_{22}, \theta_{31}, \tau, 2\tau) + \\ &+ W_3(\theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{33}, \tau, 2\tau) + W_3(\theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{31}, \tau, 2\tau)]. \end{aligned}$$

Так как

$$\begin{aligned} W_3(\theta_{11}, \theta_{22}, \theta_{33}, \tau, 2\tau) &\equiv \cos a(\theta_{11} - \theta_{22}) \cos b(\theta_{22} - \theta_{33}) \cos d(\theta_{33} - \theta_{11}) = \\ &= [\cos(a \arccos z_1) \cos(a \arccos z_2) + \sin(a \arccos z_1) \sin(a \arccos z_2)] \times \\ &= [\cos(b \arccos z_2) \cos(b \arccos z_3) + \sin(b \arccos z_2) \sin(b \arccos z_3)] \times \\ &= [\cos(d \arccos z_1) \cos(d \arccos z_3) + \sin(d \arccos z_1) \sin(d \arccos z_3)], \end{aligned}$$

то выражение для трехмерной плотности распределения вероятностей на выходе ограничителя имеет вид:

$$\begin{aligned} W_3(\cos \theta_1, \cos \theta_2, \cos \theta_3, \tau, 2\tau) &= \frac{16}{\sqrt{1-z_1^2} \sqrt{1-z_2^2} \sqrt{1-z_3^2}} \times \\ &\times \sum_{a,b,d=-\infty}^{\infty} B_{abd} [T_a(z_1)T_a(z_2)T_b(z_2)T_b(z_3)T_d(z_1)T_d(z_3) + U_a(z_1)U_a(z_2)U_b(z_2)U_b(z_3)U_d(z_1)U_d(z_3)], \end{aligned}$$

где  $T(z_i)$  – полиномы Чебышева первого рода;  $U(z_i)$  – полиномы Чебышева второго рода.

Распределение вероятностей можно искать через числовые моменты распределения  $m_{\nu_{\text{мк}}}$  на выходе АЦП с помощью интеграла:

$$m_{\nu_{\text{мк}}} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} g^{\nu}(z_1) g^{\mu}(z_2) g^{\kappa}(z_3) W_3(z_1, z_2, z_3, \tau, 2\tau) dz_1 dz_2 dz_3,$$

вычисление которого сводится к нахождению интегралов вида:

$$\text{а) } \int_{-1}^{+1} \frac{g^{\nu}(z_1) T_r(z_1) T_s(z_1)}{\sqrt{1-z_1^2}} dz_1; \text{ б) } \int_{-1}^{+1} \frac{g^{\nu}(z_1) U_r(z_1) U_s(z_1)}{\sqrt{1-z_1^2}} dz_1.$$

Интегрируя по частям ( $g^{\nu}(\xi_1) = u$ ;  $du = \nu g^{\nu-1}(\xi_1) g'(\xi_1) d\xi_1$ ), получим:

$$\begin{aligned} \text{а) } dV &= \frac{T_r(\xi_1) T_s(\xi_1)}{\sqrt{1-\xi_1^2}} d\xi_1, \\ V &= \frac{\sin[(r-s) \arccos \xi_1]}{2(r-s)} + \frac{\sin[(r+s) \arccos \xi_1]}{2(r+s)} = \frac{U_{r-s}(\xi_1)}{2(r-s)} + \frac{U_{r+s}(\xi_1)}{2(r+s)} \text{ при } r \neq s; \\ V &= \frac{1}{2} \arccos \xi_1 + \frac{1}{4r} \sin[2r \arccos \xi_1] \text{ при } r = s. \end{aligned}$$

$$\text{б) } dV = \frac{U_r(\xi_1)U_s(\xi_1)}{\sqrt{1-\xi_1^2}} d\xi_1,$$

$$V = \frac{\sin[(r-s)\arccos \xi_1]}{2(r-s)} - \frac{\sin[(r+s)\arccos \xi_1]}{2(r+s)} = \frac{U_{r-s}(\xi_1)}{2(r-s)} - \frac{U_{r+s}(\xi_1)}{2(r+s)} \text{ при } r \neq s;$$

$$V = \frac{1}{2} \arccos \xi_1 - \frac{1}{4r} \sin[2r \arccos \xi_1] \text{ при } r = s.$$

Учитывая, что  $U(-1) = U(+1) = 0$ , имеем:

$$m_{\nu\mu\kappa} = 16 \sum_{a,b,d=-\infty}^{\infty} B_{abd} \left[ \nu\mu\kappa \sum_{i=1}^{N-1} \frac{g^{\nu-1}(\xi_i)}{(N-1)^\nu} i^{\nu-1} \left( \frac{U_{a-b}(\xi_i)}{2(a-b)} + \frac{U_{a+b}(\xi_i)}{2(a+b)} \right) \times \right. \\ \times \sum_{i=1}^{N-1} \frac{g^{\mu-1}(\xi_i)}{(N-1)^\mu} i^{\mu-1} \left( \frac{U_{b-d}(\xi_i)}{2(b-d)} + \frac{U_{b+d}(\xi_i)}{2(b+d)} \right) \times \sum_{i=1}^{N-1} \frac{g^{\kappa-1}(\xi_i)}{(N-1)^\kappa} i^{\kappa-1} \left( \frac{U_{a-d}(\xi_i)}{2(a-d)} + \frac{U_{a+d}(\xi_i)}{2(a+d)} \right) + \\ \left. + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{g^{\nu-1}(\xi_i)}{(N-1)^\nu} i^{\nu-1} \left( \frac{U_{a-b}(\xi_i)}{2(a-b)} - \frac{U_{a+b}(\xi_i)}{2(a+b)} \right) \times \sum_{i=1}^{N-1} \frac{g^{\mu-1}(\xi_i)}{(N-1)^\mu} i^{\mu-1} \left( \frac{U_{b-d}(\xi_i)}{2(b-d)} - \frac{U_{b+d}(\xi_i)}{2(b+d)} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{i=1}^{N-1} \frac{g^{\kappa-1}(\xi_i)}{(N-1)^\kappa} i^{\kappa-1} \left( \frac{U_{a-d}(\xi_i)}{2(a-d)} - \frac{U_{a+d}(\xi_i)}{2(a+d)} \right) \right] \text{ при } a \neq b; b \neq d; a \neq d;$$

$$m_{\nu\mu\kappa} = 16 \sum_{a,b,d=-\infty}^{\infty} B_{abd} \frac{\nu\mu\kappa}{(N-1)^{\nu+\mu+\kappa}} \left[ \sum_{i=1}^{N-1} g^{\nu-1}(\xi_i) i^{\nu-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i + \frac{1}{4a} U_{2a}(\xi_i) \right) \times \right. \\ \times \sum_{i=1}^{N-1} g^{\mu-1}(\xi_i) i^{\mu-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i + \frac{1}{4a} U_{2a}(\xi_i) \right) \times \sum_{i=1}^{N-1} g^{\kappa-1}(\xi_i) i^{\kappa-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i + \frac{1}{4a} U_{2a}(\xi_i) \right) + \\ \left. + \sum_{i=1}^{N-1} g^{\nu-1}(\xi_i) i^{\nu-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i - \frac{1}{4a} U_{2a}(\xi_i) \right) \times \sum_{i=1}^{N-1} g^{\mu-1}(\xi_i) i^{\mu-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i - \frac{1}{4a} U_{2a}(\xi_i) \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{i=1}^{N-1} g^{\kappa-1}(\xi_i) i^{\kappa-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i - \frac{1}{4a} U_{2a}(\xi_i) \right) \right] \text{ при } a = b = d;$$

или

$$m_{\nu\mu\kappa} = 16 \sum_{a,b,d=-\infty}^{\infty} B_{abd} \frac{\nu\mu\kappa}{(N-1)^{\nu+\mu+\kappa}} \times \sum_{t=1}^2 \sum_{i=1}^{N-1} g^{\nu-1}(\xi_i) i^{\nu-1} \left( \frac{U_{a-b}(\xi_i)}{2(a-b)} + (-1)^t \frac{U_{a+b}(\xi_i)}{2(a+b)} \right) \times \\ \times \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{U_{b-d}(\xi_i)}{2(b-d)} + (-1)^t \frac{U_{b+d}(\xi_i)}{2(b+d)} \right) g^{\mu-1}(\xi_i) i^{\mu-1} \times \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{U_{a-d}(\xi_i)}{2(a-d)} + (-1)^t \frac{U_{a+d}(\xi_i)}{2(a+d)} \right) g^{\kappa-1}(\xi_i) i^{\kappa-1};$$

при  $a \neq b; b \neq d; a \neq d$ .

$$m_{\nu\mu\kappa} = 16 \sum_{a,b,d=-\infty}^{\infty} B_{abd} \frac{\nu\mu\kappa}{(N-1)^{\nu+\mu+\kappa}} \sum_{t=1}^2 \sum_{i=1}^{N-1} g^{\nu-1}(\xi_i) i^{\nu-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i + (-1)^t U_{2a}(\xi_i) \right) \times \\ \times \sum_{i=1}^{N-1} g^{\mu-1}(\xi_i) i^{\mu-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i + (-1)^t U_{2a}(\xi_i) \right) \times \sum_{i=1}^{N-1} g^{\kappa-1}(\xi_i) i^{\kappa-1} \left( \frac{1}{2} \arccos \xi_i + (-1)^t U_{2a}(\xi_i) \right);$$

при  $a = b = d$ .

Полученные соотношения дают возможность вычислить вероятности переходов и построить таблицу весовых коэффициентов для спецпроцессора цифровой оптимальной обработки сигналов, наиболее адекватной аппроксимацией которых являются двухсвязные цепи Маркова.

### Литература

1. *Иванова Н.Н.* Устройства вычислительной техники для цифровой обработки сигналов, аппроксимированных цепями Маркова, в системе остаточных классов: дис. ... канд. техн. наук. Казань, 2011.
2. *Иванова Н.Н.* Непозиционные устройства обработки сигналов, аппроксимированных цепями Маркова // Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе (Информационные технологии 2010): материалы Всерос. науч.-практ. конф. Йошкар-Ола, 2010. Ч. 2. С. 134–137.
3. *Лебедев Е.К.* Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. Красноярск: Изд-во Краснояр. ун-та, 1989. 192 с.
4. *Лебедев Е.К., Галанина Н.А., Иванова Н.Н.* Вычисление вероятностей переходов для цепей Маркова, аппроксимирующих сигналы в фазовых системах // Вестник Чувашского университета. 2001. № 3. С. 89–100.
5. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
6. *Песошин В.А., Галанина Н.А., Иванова Н.Н.* Марковская фильтрация цифровых сигналов в системе остаточных классов // Параллельная компьютерная алгебра и ее приложения в новых инфокоммуникационных системах: сб. науч. тр. 1-й междунар. конф. (20–24 октября 2014 г., Ставрополь, Северо-Кавказ. федер. университет). Ставрополь: Фабула, 2014. С. 331–337.
7. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.

### References

1. *Ivanova N.N.* *Ustroistva vychislitel'noi tekhniki dlya tsifrovoi obrabotki signalov, approksimirovannykh tsepyami Markova, v sisteme ostatochnykh klassov: dis. ... kand. tekhn. nauk* [Computing device for digital signal processing, the approximate Markov chains, in the residue number system. Doct. Diss.]. Kazan, 2011.
2. *Ivanova N.N.* *Nepozitsionnye ustroistva obrabotki signalov, approksimirovannykh tsepyami Markova* [Nonpositional signal processing apparatus approximated by Markov chains]. *Informatsionnye tekhnologii v professional'noi deyatel'nosti i nauchnoi rabote (Informatsionnye tekhnologii 2010): materialy Vseros. nauch.-prakt. konf.* [Proc. of Rus. Conf. «Information technologies in professional and scientific work (IT 2010)»]. Ioshkar-Ola, 2010, part 2, pp. 134–137.
3. *Lebedev E.K.* *Bystrye algoritmy tsifrovoi obrabotki signalov* [Fast algorithms for digital signal processing]. Krasnoyarsk, Krasnoyarsk University Publ., 1989, 192 p.
4. *Lebedev E.K., Galanina N.A., Ivanova N.N.* *Vychislenie veroyatnostei perekhodov dlya tsepei Markova, approksimiruyushchikh signaly v fazovykh sistemakh* [The calculation of the transition probabilities for Markov chains, approximating signals in phase systems]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2001, no. 3, pp. 89–100.
5. *Levin B.R.* *Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki. 3-e izd., pererab. i dop.* [Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering. 3<sup>rd</sup> ed.]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989, 656 p.
6. *Pesoshin V.A., Galanina N.A., Ivanova N.N.* *Markovskaya fil'tratsiya tsifrovyykh signalov v sisteme ostatochnykh klassov* [Markov filtering digital signals in the remaining classes]. *Parallelnaya komp'yuternaya algebra i ee prilozheniya v novykh infokommunikatsionnykh sistemakh: sb. nauch. tr. 1-i mezhdunar. konf.* [Proc. of 1<sup>st</sup> Int. conf. «Parallel Computer Algebra and its Applications in new infocommunication systems»]. Stavropol, Fabula Publ., 2014, pp. 331–337.
7. *Tikhonov V.I.* *Statisticheskaya radiotekhnika. 2-e izd., dop. i pererab.* [Statistical radiotechnology. 2<sup>nd</sup> ed.]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982, 624 p.

---

**ПЕСОШИН ВАЛЕРИЙ АНДРЕЕВИЧ. См. с. 168.**

**ГАЛАНИНА НАТАЛИЯ АНДРЕЕВНА. См. с. 168.**

**ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА. См. с. 168.**

---

УДК 530.1: 537.86 + 621.396.96

ББК 32.841 + 32.95

А.А. ПОТАПОВ

**ОПЫТ СОЗДАНИЯ И ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ  
ГЛОБАЛЬНОГО ФРАКТАЛЬНО-СКЕЙЛИНГОВОГО МЕТОДА  
В РАДИОФИЗИКЕ, РАДИОЛОКАЦИИ  
И РАДИОТЕХНИКЕ (1980–2015)**

*Ключевые слова:* фрактал, скейлинг, дробный оператор, динамический хаос, радиофизика, радиолокация, радиотехника, радиосистемы.

*Представлены избранные результаты применения теории фракталов, динамического хаоса, эффектов скейлинга и дробных операторов в фундаментальных вопросах радиолокации, радиофизики, радиотехники, теории антенн и электроники. Данными вопросами автор занимается в течение 35 лет. В основе созданного автором впервые в России и в мире научного направления лежит концепция фрактальных радиосистем, топология выборки, глобальный фрактально-скейлинговый метод и фрактальная парадигма. Полученные автором результаты крупной научной и практической значимости были опубликованы в четырех отчетных докладах Президиума Российской академии наук (2008, 2010, 2012, 2013) и в докладе Правительству Российской Федерации (2012).*

A. POTAPOV

**SHARING EXPERIENCE ON CREATING AND USING  
GLOBAL FRACTAL-SCALING APPROACH IN RADIO PHYSICS,  
RADIO LOCATION AND RADIO ENGINEERING (1980–2015)**

*Key words:* fractal, scaling, fractional operator, dynamic chaos, radio physics, radiolocation, radio engineering, radio systems.

*The paper presents the selected results of applying the theory of fractals, dynamical chaos, scaling effects and fractional operators in fundamental problems of radiolocation, radio physics, radio engineering, antennas theory and electronics. The author has been investigating these issues for 35 years. The author was the first in Russia and in the whole world to establish the scientific direction that is based on the fractal radio systems conception, sampling topology, global fractal-scaling approach and the fractal paradigm. The results obtained by the author, which are of big practical and scientific importance, were published in four summary reports of the Presidium of Russian Academy of Science (2008, 2010, 2012, 2013) and in the report submitted to the Government of the Russian Federation (2012).*

В настоящее время в радиофизике, радиоэлектронике и обработке многомерных сигналов преимущественно, привычно и повсеместно используются целочисленные меры (интегралы и производные целого порядка), гауссовская статистика, марковские процессы и т.п. [1]. Замечу, что теория марковских процессов в приложениях достигла уже своего насыщения и исследования проводятся на уровне резкого усложнения синтезированных алгоритмов. Радиосистемы следует рассматривать с точки зрения открытых динамических систем. Относительно радиолокации. Улучшение классических радиолокационных обнаружителей сигналов и их математическое обеспечение также, по сути, достигло своего насыщения и предела. Это заставляет изыскивать принципиально новые пути решения данной проблемы.

Таким образом, вся современная радиотехника базируется на классической теории целочисленной меры и целочисленного исчисления. Так сложилось исторически, что за «за бортом» почти всех разделов науки оказалась обширная область математического анализа, называемая дробным исчисле-

нием, имеющая дело с производными и интегралами произвольного (вещественного или комплексного) порядка [12, 13, 22, 31, 35, 37], а также и вся теория фракталов (!). Одновременно замечу, что в науке часто бывает так, что математический аппарат играет роль «прокрустова ложа» для идеи. За сложной математической символикой и ее значениями бывает трудно разглядеть совершенно простую идею.

В частности, одну из таких идей и выдвинул *первым в мире* автор в конце 70-х гг. XX в., а именно, предлагая ввести в широкую практику радиопизики, радиотехники и радиолокации (сначала именно в эти фундаментальные научные направления, которыми он тогда интенсивно занимался, участвуя в многочисленных НИР от ИРЭ АН СССР – ИРЭ РАН по радиолокации, радиотеплолокации и дистанционному зондированию с крупнейшими КБ и предприятиями СССР [15, 16]) фракталы, скейлинг и дробное исчисление. После долгих интеллектуальных битв сейчас эта идея полностью показала свои преимущества и положительно воспринята большинством интеллектуального научного сообщества.

Последние 35 лет отмечены необычайно бурным международным развитием фракталов применительно к радиолокации и радиопизике [1–34, 36, 38–41]. В настоящей работе рассмотрено современное состояние работ в области проектирования, классификации и функционирования радиосистем, основанных на «фрактальной» идеологии или ее применяющих. Классификация эта не представляет собой самоцель: она должна обеспечить исследование будущих фрактальных радиосистем и расчистить дорогу изучению их эволюции.

Ввиду ограниченности объема статьи невозможно изложить разнообразие или намечаемые автором методы, работы, результаты и объекты исследования. Аналитические обзоры предыдущей деятельности напечатаны в «Журнале радиоэлектроники (ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН)» (2010, № 1, 100 с.; URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan10/4/text.pdf>) и в журнале «Нелинейный мир» (2014, т. 12, № 4, с. 3–38). Имеющаяся в данной работе информация по одному из наиболее перспективных научно-технических направлений будет чрезвычайно полезна для научных и инженерно-технических специалистов. Замечу, что сейчас по данному фундаментальному направлению список авторских работ насчитывает более 700 публикаций, в том числе 20 монографий.

**Развитие в ИРЭ имени В.А. Котельникова РАН «фрактальной идеологии» (1980–2015). Определение фракталов.** Разработанные автором определения и классификация фракталов были в декабре 2005 г. в США лично представлены математику Б. Мандельброту и одобрены им. Авторская классификация приведена на рис. 1, где описаны свойства фракталов при условии, что  $D_0$  – топологическая размерность пространства вложения. Применение в современных информационных технологиях идей масштабной инвариантности – «скейлинга» и разделов функционального анализа, которые связаны с теорией множеств, теорией дробной размерности, общей топологией, геометрической теорией меры и теорией динамических систем, открывают большие возможности и перспективы в обработке многомерных сигналов и в родственных научных и технических областях.

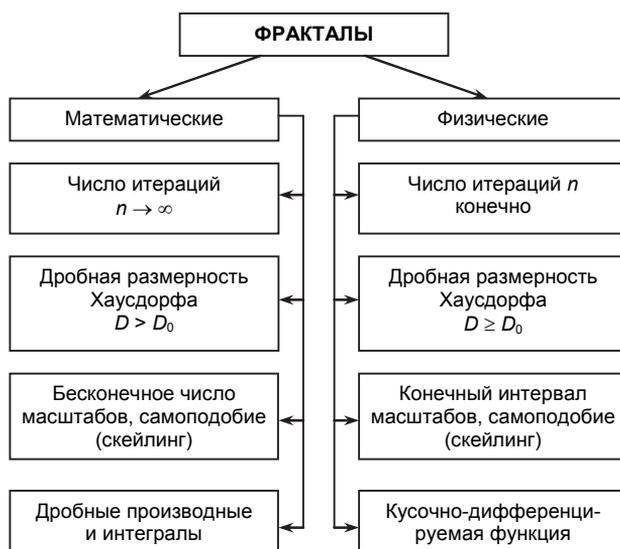


Рис. 1. Авторская классификация фрактальных множеств и сигнатур

Другими словами, полное математическое описание процессов современной обработки сигналов и полей *невозможно* с помощью формул классической математики. Разрабатываемые ранее автором с учениками текстурные и фрактальные цифровые методы (рис. 2) позволяют частично преодолевать априорную неопределенность в радиолокационных задачах с помощью *геометрии* или *топологии выборки* – одномерной или многомерной [17]. При этом большое значение приобретают *топологические особенности* выборки, а не усредненные реализации, имеющие зачастую другой характер. Глобальный фрактально-скейлинговый метод, благодаря пионерским работам автора, разработан, существует, приобрел известную внутреннюю законченность, имеет общеизвестные мировые приоритеты, а потому в полной мере заслуживает серьезного анализа.

**Новые информационные технологии на основе фракталов и скейлинга.** Коренное отличие предложенных автором фрактальных методов от классических связано с принципиально иным (дробным) подходом к основным составляющим физического сигнала и поля. Это позволило перейти на новый уровень информационной структуры реальных немарковских сигналов и полей.

Таким образом, это *принципиально новая* радиотехника. За 35 лет научных исследований авторский глобальный фрактально-скейлинговый метод полностью оправдал себя, найдя многочисленные приложения – рис. 3. Это своего рода вызов времени. Здесь за автора говорят только факты! Все это обозначено автором кратко и выразительно – *фрактальная парадигма* [8, 13, 22, 27, 33, 39].

Фрактальная геометрия – громадная и гениальная заслуга математика Б. Мандельброта. Но ее радиофизическое/радиотехническое и практическое воплощение в основном – заслуга российской (в настоящее время – международной) научной школы фрактальных методов и дробных операторов под руководством проф. А.А. Потапова (ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН; см., также, сайт [www.potapov-fractal.com](http://www.potapov-fractal.com)) [1–34, 36, 38–41].



Рис. 2. Текстурные и фрактальные меры в обработке малоконтрастных изображений и сверхслабых сигналов в интенсивных негауссовских помехах

Несколько утрируя, можно сказать, что фракталы составляли тонкую амальгаму на мощном острове науки конца XX в. В современной ситуации интеллектуальное фиаско потерпели попытки принизить их значение и опираться только на классические знания.

Во фрактальных исследованиях автор всегда опирается на три глобальных тезиса:

- 1) обработка искаженной негауссовскими шумами информации в пространстве дробной меры с использованием скейлинга и устойчивых негауссовских вероятностных распределений (1981 г.) – рис. 1–3;
- 2) применение непрерывных недифференцируемых функций (1990 г.);
- 3) фрактальные радиосистемы (2005 г.) – рис. 3 и рис. 4.

В дальнейшем логическое объединение указанной выше триады проблем в общий «фрактальный анализ и синтез» и создает основу *фрактально-скейлингового метода* (2006 г.) и единой глобальной идеи *фрактального естествознания* и *фрактальной парадигмы* (2011 г.), предложенных и интенсивно развиваемых автором [8, 13, 19, 22–24, 27, 33, 39].



Рис. 3. Эскиз развития автором новых информационных технологий на основе фракталов, дробных операторов и эффектов скейлинга для нелинейной физики и радиоэлектроники

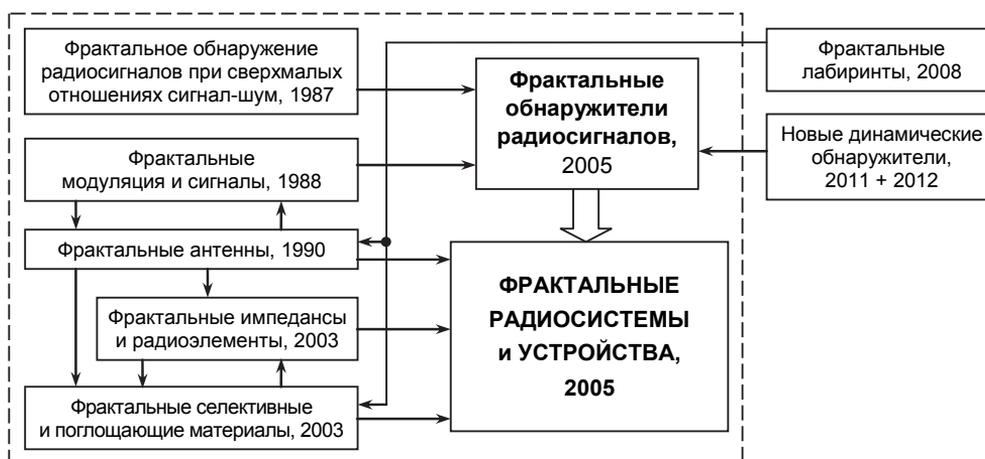


Рис. 4. Авторская концепция фрактальных радиосистем и устройств

**Концепция фрактального радиолокатора.** В настоящее время работы по фрактальной радиолокации проводятся исключительно ИПЭ имени В.А. Котельникова РАН (см., например, работы [1–34, 36, 38–41] и ссылки в них). В соответствии с требованиями, которые предъявляются к перспективным радиолокаторам, рассмотрим обобщенную функциональную схему системы – рис. 5. Она, с одной стороны, достаточно проста, а с другой – содержит все принципиально необходимые элементы. Также здесь может идти речь и об одноканальной радиолокационной станции (РЛС), и о многоканальной РЛС.

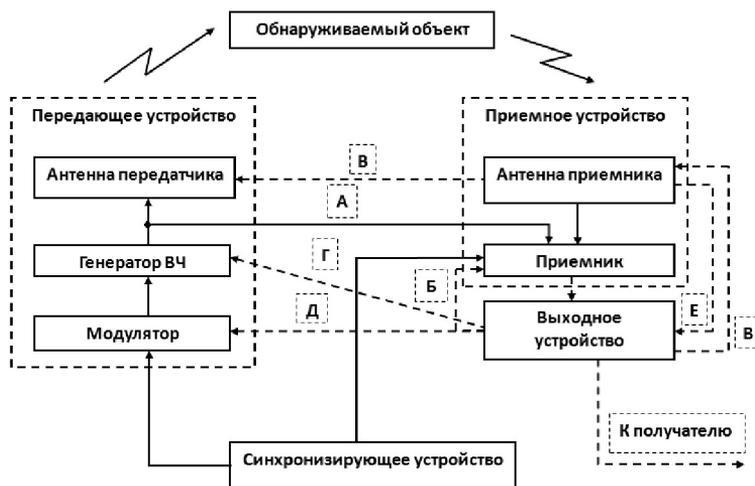


Рис. 5. Обобщенная функциональная схема классического радиолокатора

Синхронизирующее устройство обеспечивает координацию работы всех элементов схемы РЛС. Генерирование и излучение электромагнитной энергии производится с помощью передающего устройства, состоящего из модулятора, генератора высокой частоты (ВЧ) и передающей антенны. Отраженные сигналы поступают к приемной антенне. Приемное устройство выполняет все необходимые преобразования поступающих сигналов, связанные с их разделением, усилением, выделением от шумов. Выходное устройство предназначается для выполнения заключительных операций по обработке сигналов и преобразования их к виду, требуемому получателем информации. Выходное устройство, в зависимости от результатов измерений, может оказывать то или иное воздействие на приемник (линия *Б*), антенну (линия *В*) и передающее устройство (линии *Г* и *Д*), что позволяет автоматически изменять требуемым образом вид излучаемых колебаний, условия приема и обработки сигналов, приближая их к наилучшим для конкретной ситуации. Связь выходного устройства с приемной антенной обеспечивает возможность автоматического измерения угловых координат и управление антенной при пеленгации цели. В свою очередь, от антенного устройства в выходное устройство вводятся данные (линия *Е*) об угловом положении антенны.

От данных рис. 5 можно перейти непосредственно к проектируемому фрактальному радиолокатору. На рис. 6 изображены практически все точки приложения проектируемых в настоящее время фрактальных алгоритмов, элементов, узлов или процессов, которые можно ввести в схему на рис. 5.

В частности, для предложенных автором фрактальных ММО-систем характерен многочастотный вариант работы, так как фрактальные антенны позволяют одновременно излучать несколько длин волн. Для беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) возможно построение миниатюрного фрактального радиолокатора с фрактальными элементами и современными параметронами. Одновременно фрактальная обработка на пункте управления передаваемой информации с БПЛА позволит резко улучшить и автоматизировать процессы обнаружения, кластеризации и идентификации целей и объектов. Кроме того, нанесение фрактального покрытия на БПЛА резко уменьшит вероятность его обнаружения в полете.

Обработка принятых радиолокационных сигналов, естественно, ведется во всех блоках РЛС, включая антенну, приемник, измерители, и может быть охарактеризована совокупностью математических операций, которые необходимо выполнить для определения тех или иных параметров сигнала. Наряду с общей задачей определения оптимальных алгоритмов обработки сигнала в целом, которая решается при проектировании РЛС, возникает задача выбора оптимальных методов обработки сигналов и способов их реализации на различных ее этапах. Процесс обработки радиолокационных сигналов и полученных при этом данных можно разделить на два этапа: этап извлечения первичной радиолокационной информации и этап обработки данных по первичной информации. Первый этап связан с обработкой непосредственно сигналов и извлечением из них первичной радиолокационной информации и носит обычно название этапа первичной обработки сигналов. Второй этап предусматривает дальнейшую обработку полученных данных и часто носит название этапа вторичной обработки.

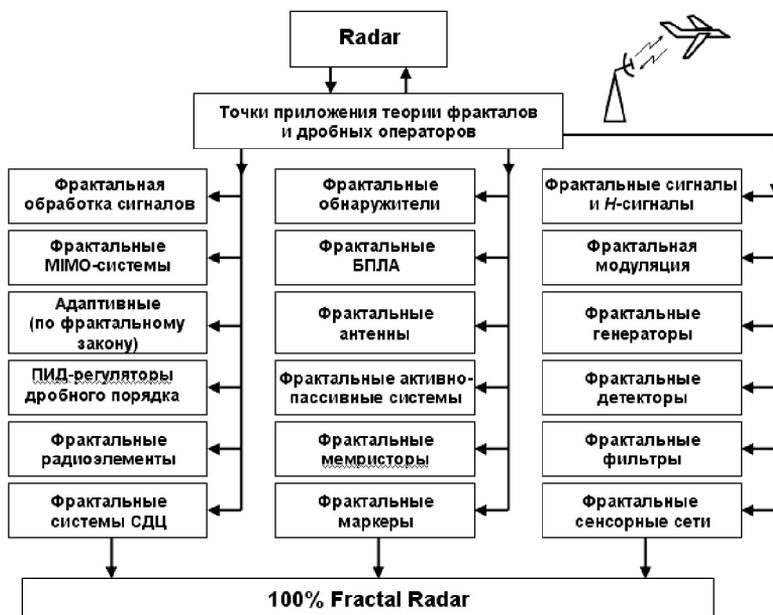


Рис. 6. Точки приложения фракталов, скейлинга и дробных операторов в классическом радиолокаторе с целью перехода к фрактальной РЛС

Отметим, что устройства фильтрации и измерения параметров сигналов занимают, как правило, значительное место в общем комплексе радиотехнической аппаратуры РЛС и определяют многие ее основные характеристики. На рис. 7 приведены основные виды синтезированных семейств/кластеров принципиально новых динамических фрактальных обнаружителей сигналов.



Рис. 7. Кластеры предложенных автором новых фрактальных обнаружителей сигналов

Принципы первого в мире фрактального обнаружителя сигналов были открыты и предложены автором в работах ИРЭ АН СССР с ЦКБ «Алмаз» еще в 1989 г. [15, 16, 19, 22, 23] (!). Выход (также впервые в мире) на действующий макет фрактального непараметрического обнаружителя радиолокационных сигналов (ФНОРС) произведен в 2004–2005 гг. Отмечена высокая устойчивость предложенных алгоритмов. Один из главных выводов, сделанных нами еще в 80-е годы XX века: *работа по точечной оценке фрактальной размерности  $D$  приводит к абсурдным результатам*. В то же время почти все авторы, пытающиеся использовать фрактальную обработку (и часто не понимая ее физический смысл), дают исключительно точечные оценки, да еще со среднеквадратическим отклонением (абсурд!).

В своих работах мы ввели фрактальные сигнатуры и фрактальные кепстры, и проблема точности цифровой фрактальной обработки в режиме реального времени была решена [1–34, 36, 38–41]. В случае комплексирования классического обнаружителя с фрактальным обнаружителем повышается вероятность правильного обнаружения и распознавания. На данном этапе, эта задача уже не имеет глубокого научного интереса, а относится практически к рядовым инженерным техническим решениям. Этот этап мы закрыли, сделав вывод, что более интересна в научном плане, для открытия и фиксации новых радиофизических эффектов, композиция двух фрактальных обнаружителей с различными пространственными координатами на рис. 7. Данные рис. 7 ил-

люстрируют неисчерпаемые возможности методов фрактального обнаружения сигналов. Тем более, что введение их в схемы действующего множества радиолокаторов различного назначения требует минимальных изменений, т.е. необходим лишь ввод сигнала промежуточной частоты. Таким образом, на основе общих логических правил и данных рис. 7 возможен эвристический синтез множества других типов фрактальных обнаружителей.

Очень важный вопрос – синтез принципиально нового «неэнергетического» фрактального обнаружителя сигналов по их сингулярностям и топологии принятой выборки. То есть автор предлагает *максимально «уйти» от энергии принимаемого сигнала*. Ранее нами было также подробно рассмотрено использование преобразования Радона в современной радиолокации [4-5]. Динамические фрактальные обнаружители, рассмотренные выше, и фрактальные антенны могут широко использоваться и в *нелинейной радиолокации* [3].

**Фрактальное автоматическое обнаружение объектов на радиолокационных изображениях, полученных РСА и БПЛА.** Радиолокаторы с синтезированной апертурой (РСА) и БПЛА получили широкое распространение в практике исследования земных покровов. Основными достоинствами таких систем съемки являются нетребовательность к условиям освещенности исследуемого района и нечувствительность к погодным условиям в зоне съемки с достаточно высоким пространственным разрешением. Эти радары являются ключевым элементом современных и перспективных информационных РСА-технологий. Ниже исследуем потенциальные возможности фрактальной обработки информации для решения задач автоматического фрактального обнаружения малоконтрастных объектов по радиолокационным изображениям (РЛИ), полученным космическими и авиационными комплексами.

Исходные данные для цифровой фрактальной обработки РЛИ получены спутниковым радаром с синтезированной апертурой (РСА) PALSAR *L*-диапазона (Япония). PALSAR – космический РСА на длине волны 23 см с пространственным разрешением порядка 7 м, разработанный японским агентством JAXA и успешно отработавший на орбите с 2006 г. по 2011 г. Область применения данных РСА PALSAR включает ледовую разведку, океанографию, картографию, геологию, гидрологию, исследование лесов, решение задач сельского хозяйства и охраны окружающей среды.

В качестве примера на рис. 8 приведено РЛИ дельты реки Селенги в Забайкалье, полученное 7 августа 2006 г. в режиме высокого разрешения FBS на согласованной горизонтальной поляризации. На первом этапе фрактальной обработки РЛИ РСА были измерены поля локальных значений дисперсионной фрактальной размерности  $D$  (рис. 9).

В зону съемки (рис. 8) размером примерно  $60 \times 50$  км входят покрытая лесами гористая область Хамар–Дабан (внизу передана более светлым тоном с характерной «смятой» структурой), равнинная область дельты реки Селенги (в середине верхней части снимка, передана более темными тонами) и черный участок на снимке в левом верхнем углу – гладкая водная поверхность озера Байкал. В равнинной части снимка видны линейчатые структуры – границы сельскохозяйственных полей, а также скопления ярких объектов – сильно отражающие элементы зданий и других конструкций в пределах населенных пунктов. Длинные извилистые темные линии на равнине – многочисленные рукава реки Селенги.

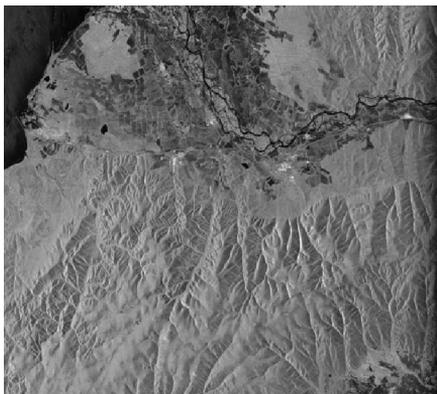


Рис. 8. Дельта реки Селенги на снимке PCA PALSAR

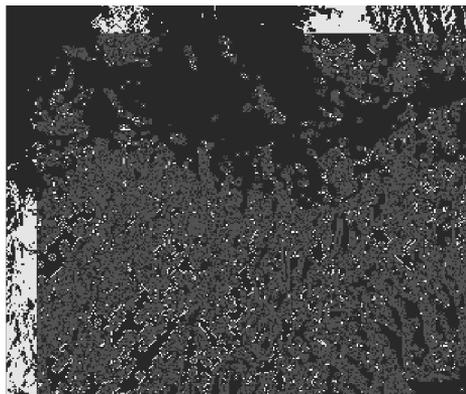


Рис. 9. Результат общей фрактальной обработки PCA

Предложенные автором в ИРЭ имени В.А. Котельникова РАН фрактальные методы обработки изображений существенно дополняют текстурные и другие методы и позволяют более надежно производить операцию кластеризации [1–34, 36, 38–41]. Еще ранее нами был сделан важный вывод о достаточной трудоемкости и неоднозначности непосредственно прямого использования оценок средней фрактальной размерности  $D$  для идентификации земных покровов и метеоцелей на их фоне и определения/обнаружения числа одинаковых объектов. Отметим, что после фрактальной обработки изображений поверхности, кроме устойчивого разделения по типам земных покровов, отмечаются *невидимые (скрытые)* до этой обработки особенности (как, например, данные кластеризации дистанционного зондирования земных покровов). Это позволяет говорить о применении методов фрактального распознавания для идентификации участков изображения, «невидимых» при классических методах кластеризации по полю яркостей.

Затем было получено эмпирическое распределение значений мгновенной фрактальной размерности  $D$  – рис. 10.

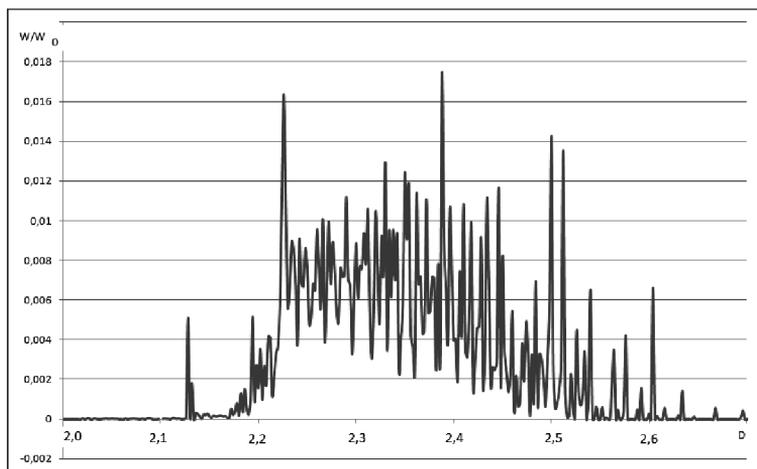


Рис. 10. Эмпирическое распределение значений мгновенной фрактальной размерности  $D$

Ниже приведены примеры фрактальной селекции по  $D$  (рис. 11–13). Выделенный фрагмент изображения с фрактальной размерностью  $D \approx 2,2$  вблизи 1-го большого пика (рис. 10) приведен на рис. 11. Следующий выделенный фрагмент изображения с фрактальной размерностью  $D \approx 2,4$  вблизи 2-го большого пика (рис. 10) приведен на рис. 12. Выделенный фрагмент изображения с фрактальной размерностью  $D \approx 2,5$  (почти броуновская поверхность) вблизи 3- и 4-го больших пиков (рис. 10) показан на рис. 13.

Полученные результаты позволяют эффективно вести дальнейшую разработку высокоинформативных радиолокационных систем мониторинга, направленных на практическое решение тематических задач в различных областях применения РСА и БПЛА. Проведенные экспериментальные исследования показали перспективность применения фрактальной обработки радиолокационных данных авиационного и космического базирования для решения современных радиофизических задач радиолокации и дистанционного зондирования, в том числе и автоматического обнаружения разнообразных объектов.

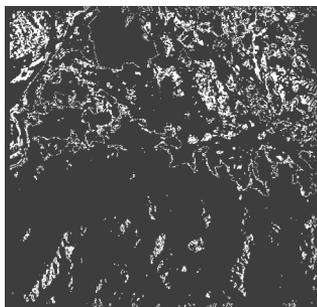


Рис. 11. Часть РЛИ с  $D \approx 2,2$

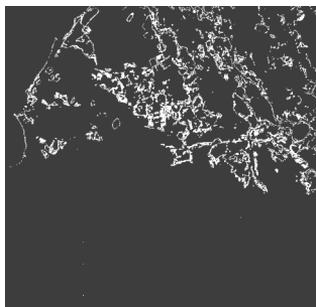


Рис. 12. Часть РЛИ с  $D \approx 2,4$



Рис. 13. Часть РЛИ с  $D \approx 2,5$

**О перспективных направлениях фрактальных исследований.** На основе исключительно собственных работ [1–34, 36, 38–41] (см., также, сайт автора – <http://www.potapov-fractal.com>) попытаемся дать картину наиболее перспективных направлений фрактальных исследований в области прогресса современных фундаментальных и прикладных наук:

1. Исследование возможностей текстурных (пространственных и спектральных), фрактальных и энтропийных признаков для радиолокационных задач обнаружения.

2. Синтез новых моделей рассеяния радиолокационных сигналов земными покровами на основе теории детерминированного хаоса, странных аттракторов и фрактальных вероятностных распределений – устойчивых распределений.

3. Исследование волновых явлений (распространение и рассеяние волн, процессы диффузии) во фрактальных неоднородных средах на основе операторов дробного интегродифференцирования. Дальнейшее развитие фрактальной электродинамики.

4. Синтез моделей каналов радиолокационных и телекоммуникационных систем на основе пространственных фрактальных обобщенных корреляторов и фрактальных частотных функций когерентности.

5. Исследование возможностей распознавания формы или контуров целей с помощью фрактальных, текстурных и энтропийных признаков. Работа на сингулярностях входной функции.

6. Исследование потенциальных возможностей и ограничений фрактальных методов обработки радиолокационных и связанных сигналов, в том числе фрактальной модуляции и демодуляции, фрактального кодирования и сжатия информации, фрактального синтеза изображений, фрактальных фильтров. Переход к фрактальным радиосистемам. Фракталы в акустоэлектронике (2012 г.).

7. Исследование адаптивной пространственно-временной обработки сигналов на основе дробной размерности и дробных операторов.

8. Поиск и исследование новых комбинированных методов обнаружения и распознавания классов малоконтрастных целей в интенсивных негауссовских помехах.

9. Исследование возможностей создания новых сред для передачи информации, многодиапазонных фрактальных поглощающих материалов, конструирование фрактальных антенн и фрактальных частотно-селективных поверхностей и объемов. Дальнейшее развитие теории и техники фрактальных импедансов.

10. Синтез новых классов фракталов и мультифракталов с обобщением понятия меры множеств.

11. Изучение вида или топологии выборки одномерного (многомерного) сигнала для задач, например, искусственного интеллекта с целью создания словарей фрактальных признаков на основе фрактальных примитивов, являющихся элементами фрактального языка с фрактальной грамматикой, т.е. исследование *проблемы “размерностного склероза”* физических сигналов и сигнатур. Эти понятия, введенные автором, предполагают исследование топологических особенностей каждой конкретной индивидуальной выборки, а не усредненных реализаций, имеющих зачастую другой характер.

12. Прогноз механизмов формирования и характеристик шероховатости с целью управления геометрическими параметрами микрорельефа для получения заданных физико-химических и эксплуатационных свойств изделий при современных неравновесных технологиях обработки их поверхностного слоя. Фракталы в нанотехнологиях. (В 2008 г. автор предложил новую концепцию, а именно, «*Скейлинг шероховатого фрактального слоя и нанотехнологии*»).

13. Развитие фрактальной неинерциальной релятивистской радиолокации в искривленном пространстве – времени связанных структур [6, 7], т.е. фрактальной геометрии пространства – времени детерминированных структур. (В настоящее время в США данное фундаментальное научное направление получило яркое название «*Фрактальная космология – Fractal Cosmology*». Наши работы с соавторами значатся в списке основных публикаций (arXiv: Cornell University, USA) по этому главному теоретическому направлению).

**Официально признанные результаты фрактальных исследований.** Результаты нашей научной деятельности в ИРЭ имени В.А. Котельникова РАН по фрактально-скейлинговой обработке информации в интенсивных помехах, а также по фрактальным радиосистемам и фрактальным радиоэлементам опубликованы в четырех отчетных докладах Президиума Российской академии наук (Научные достижения РАН. М.: Наука, 2008, 2010, 2012, 2013 гг.) и в «Докладе

*Правительству Российской Федерации. Об итогах реализации в 2011 году Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2008–2012 гг. В трех томах*» (М.: Наука, 2012) в разделах «Локационные системы». Приведем ниже текст этих официально признанных достижений:

– В книге «Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2007 году» (М.: Наука, 2008. 204 с.) в подразделе «Локационные системы», раздел «Информационные технологии и вычислительные системы» (с. 41) приведен следующий текст: «Создан эталонный словарь фрактальных признаков оптических и радиоизображений, необходимый для реализации принципиально новых фрактальных методов обработки радиолокационной информации и синтеза высокоинформативных устройств обнаружения и распознавания слабых сигналов на фоне интенсивных негауссовских помех. Установлено, что для эффективного решения задач радиолокации и проектирования фрактальных обнаружителей многомерных радиосигналов существенное значение имеют дробная размерность, фрактальные сигнатуры и кепстры, а также текстурные сигнатуры фона местности (ИРЭ РАН)» – 2007 г., опубликовано в 2008 г.

– В книге «Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2009 году» (М.: Наука, 2010. 616 с.) в подразделе «Локационные системы. Геоинформационные технологии и системы», раздел «Нанотехнологии и информационные технологии» (с. 24) приведен следующий текст: «Впервые в мировой практике предложены и экспериментально доказаны принципы построения новых, фрактальных адаптивных радиосистем и фрактальных радиоэлементов для современных задач радиотехники и радиолокации. Принцип действия таких систем и элементов основан на введении дробных преобразований излучаемых и принятых сигналов в пространстве нецелой размерности при учете их скейлинговых эффектов и негауссовской статистики. Это позволяет выйти на новый уровень информационной структуры реальных немарковских сигналов и полей (ИРЭ РАН)» – 2009 г., опубликовано в 2010 г.

– В книге «Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2011 году» (М.: Наука, 2012. 620 с.) в подразделе «Локационные системы. Геоинформационные технологии и системы», раздел «Информатика и информационные технологии» (с. 199–200) и книге «Доклад Правительству Российской Федерации. Об итогах реализации в 2011 году Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2008–2012 гг. В трех томах» (М.: Наука, 2012. 1016 с.) на с. 242 приведен следующий текст: «На основе фрактального анализа проведено систематическое исследование электродинамических свойств фрактальных антенн. Подтверждены широкополосные и многодиапазонные свойства фрактальных антенн и зависимость числа резонансов от номера итерации фракталов. Показано, что на основе миниатюрных фрактальных антенн возможна эффективная реализация частотно-избирательных сред и защитных экранов, искажающих радиолокационный портрет цели. Изучены фрактальные частотно-избирательные 3D-среды или фрактальные “сэндвичи” (инженерные радиоэлектронные микро- и наноконструкции). (ИРЭ РАН)» – 2011 г., опубликовано в 2012 г.

– В книге “Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2012 году” (М.: Наука, 2013. 616 с.) в подразделе «Элементная база микроэлектроники, нанoeлектроники и квантовых компьютеров. Материалы для микро- и нанoeлектроники. Нано- и микросистемная техника. Твердотельная электроника», раздел «Нанотехнологии и информационные технологии» (с. 195) приведен следующий текст: «Установлено, что в физической основе функционирования мемристора лежит целочисленный квантовый эффект Холла. Получены соотношения между током и напряжением для произвольного типа мемристора. Результаты направлены на практическую реализацию мемристоров как новых элементов электронных схем. (НИИ ПМА КБНЦ РАН, ИРЭ РАН)» – 2012 г., опубликовано в 2013 г.

**Выводы.** Проблема фракталов в радиолокации, радиофизике и радиотехнике на самом деле необъятна. Автор поставил перед собой эти вопросы еще в 1980 г. и в течение 35 лет работает над их разрешением. Сейчас мы имеем полное основание думать, что обширный и ценный материал, уже полученный, и результаты дальнейших исследований будут использованы в перспективных радиосистемах. Я считаю проблему «топологии выборки» [8, 10, 11, 14, 17, 19, 21–25, 27, 29, 33, 39–41] одной из важнейших во всей радиоэлектронике, и при этом также убежден, что без фрактальности и скейлинга вся теория обнаружения сигналов теряет свое каузальное значение для понятий сигнала и шума. По сравнению с предыдущими работами данная статья добавляет новые черты интерпретации фрактальной радиолокации и радиофизики. Специфика радиолокационных задач нашла здесь особое воплощение. По-видимому, это все и есть те самые прорывные информационные технологии, столь необходимые России сегодня. Запад этого еще не достиг.

#### Литература

1. Вопросы перспективной радиолокации: Коллективная монография / Б.В. Бункин, А.П. Реутов, А.А. Потапов и др. М.: Радиотехника, 2003. 512 с.
2. Леонов К.Н., Потапов А.А., Ушаков П.А. Использование инвариантных свойств хаотических сигналов в синтезе новых помехоустойчивых широкополосных систем передачи информации // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59, № 12. С. 1209–1229.
3. Нелинейная радиолокация / под ред. А.А. Горбачева, А.П. Колданова, А.А. Потапова, Е.П. Чигина (Библиотека журнала «Нелинейный мир»: Научная серия «Фракталы. Хаос. Вероятность»). М.: Радиотехника, 2005. Ч. 1; 2006. Ч. 2; 2007. Ч. 3.
4. Опаленов Ю.В., Потапов А.А. Стохастические сигналы и преобразование Радона при получении растровых радиолокационных изображений микроволновым цифровым радиолокатором с фрактальной обработкой информации // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45, № 12. С. 1447–1458.
5. Пат. 2211461 РФ, МПК<sup>7</sup> G01S13/90. Способ синтеза радиолокационного изображения и устройство для его осуществления / Опаленов Ю.В., Потапов А.А.; заявитель и патентообладатель Ин-т радиотехники и электроники РАН. № 2001116248/09; заявл. 18.06.2001; опубл. 27.08.2003.
6. Подосенов С.А., Потапов А.А., Соколов А.А. Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур / под ред. А.А. Потапова. М.: Радиотехника, 2003. 720 с.
7. Подосенов С.А., Потапов А.А., Фоукзон Дж., Менькова Е.Р. Неголономные, фрактальные и связанные структуры в релятивистских сплошных средах, электродинамике, квантовой механике и космологии: в 3 т. / под ред. А.А. Потапова. М.: ЛЕНАНД, 2015. 1200 с.
8. Потапов А.А. Глобальный фрактально-скейлинговый метод и фрактальная парадигма в моделировании физико-технических процессов и сред // Вестник Тамбовского университета.

Сер. Естественные и технические науки (Материалы междунар. конф. «Колмогоровские чтения – VI. Общие проблемы управления и их приложения (ОПУ – 2013), посв. 110-летию со Дня рождения А.Н. Колмогорова»). 2013. Т. 18, № 5. С. 2645–2646.

9. *Потапов А.А.* К теории функционалов стохастических полей обратного рассеяния // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52, № 3. С. 261–310.

10. *Потапов А.А.* Новые информационные технологии на основе вероятностных текстурных и фрактальных признаков в радиолокационном обнаружении малококонтрастных целей // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 9. С. 1101–1119.

11. *Потапов А.А.* О фрактальных радиосистемах, дробных операторах, скейлинге, и не только... // Фракталы и дробные операторы / предисл. Ю.В. Гуляева и С.А. Никитова. Казань: Фэн, 2010. С. 417–472.

12. *Потапов А.А.* Очерки по развитию дробного исчисления в работах А.В. Летникова // РЭНСИТ, 2012. Т. 4, № 1. С. 3–102.

13. *Потапов А.А.* Размышления о фрактальном методе, методе дробных интегропроизводных и фрактальной парадигме в современном естествознании (Из записных книжек автора) // РЭНСИТ. 2012. Т. 4, № 1. С. 103–142.

14. *Потапов А.А.* Синергетические принципы нелинейной динамики и фракталы в разработке новых информационных технологий для современных радиосистем // Радиотехника. 2005. № 8. С. 73–88.

15. *Потапов А.А.* Синтез изображений земных покровов в оптическом и миллиметровом диапазонах волн: дис. ... докт. физ.-мат. наук. М., 1994. 436 с.

16. *Потапов А.А.* Спецтема: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1989. 28 с.

17. *Потапов А.А.* Топология выборки // Нелинейный мир. 2004. Т. 2, № 1. С. 4–13.

18. *Потапов А.А.* Фракталы в дистанционном зондировании // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2000. № 6. С. 3–65.

19. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос, 2002. 664 с.

20. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. Основы теории рассеяния волн фрактальной поверхностью // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 5. С. 517–544.

21. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. Фрактальный анализ сигналов // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 3. С. 261–270.

22. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005. 848 с.

23. *Потапов А.А.* Фракталы, скейлинг и дробные операторы в обработке информации (Московская научная школа фрактальных методов в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 1981–2011 гг.) // Необратимые процессы в природе и технике: сб. науч. тр. / под ред. В.С. Горелика и А.Н. Морозова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана и ФИАН, 2012. Вып. IV. С. 5–117.

24. *Потапов А.А.* Фракталы, скейлинг и дробные операторы в современной физике и радиотехнике // Мощная импульсная электрофизика: сб. аннотаций междунар. конф. XIV Харитоновские тематические научные чтения, посв. 110-летию со дня рождения академика Ю.Б. Харитона (Саров, 21–25 апреля 2014 г.). Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2014. С. 80–81.

25. *Потапов А.А.* Фрактально-скейлинговые методы в радиолокации // Юбилейная НТК ОАО «Концерн «Вега»» (Москва, 16–17 октября). М.: ОАО «Концерн «Вега», 2014. С. 9.

26. *Потапов А.А.* Фрактальные антенны, нанотехнологии, резонансы и плазмоны // Успехи современной радиоэлектроники. 2011. № 5. С. 5–12.

27. *Потапов А.А.* Фрактальный метод, фрактальная парадигма и метод дробных производных в естествознании // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Сер. Математическое моделирование. Оптимальное управление. 2012. № 5(2). С. 172–180.

28. *Потапов А.А., Булавкин В.В., Герман В.А., Вячеславова О.Ф.* Исследование микрорельефа обработанных поверхностей с помощью методов фрактальных сигнатур // ЖТФ. 2005. Т. 75, № 5. С. 28–45.

29. *Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Пахомов А.А., Герман В.А.* Новейшие методы обработки изображений / под ред. А.А. Потапова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 496 с.

30. *Потапов А.А., Лактюнькин А.В.* Теория рассеяния волн фрактальной анизотропной поверхностью // Нелинейный мир. 2008. Т. 6, № 1. С. 3–36.

31. *Потапов А.А., Потапов А.А. (мл.), Потапов В.А.* Фрактальный конденсатор, дробные операторы и фрактальные импедансы // Нелинейный мир. 2006. Т. 4. № 4-5. С. 172–187.

32. *Потапов А.А., Шифрин Я.С., Кузеев Р.Р.* Генетические и самоаффинные методы проектирования фрактальных антенн // Антенны. 2014. № 3(202). С. 25–48.

33. *Potapov A.A.* Фрактальный метод и фрактальная парадигма в современном естествознании. Воронеж: Научная книга, 2012. 108 с.
34. *Рехвиашвили С.Ш., Potapov A.A.* Мемристор и целочисленный квантовый эффект Холла // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57, № 2. С. 207–210.
35. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 688 с.
36. *Foukzon J., Men'kova E., Potapov A.A.* The Solution Classical Feedback Optimal Control Problem for  $m$ -Persons Differential Game with Imperfect Information. *Open Journal of Optimization*, 2013, vol. 2, no. 1, pp. 16–25. URL: <http://www.scirp.org/journal/ojop>.
37. *Oldham K.B., Spanier J.* The Fractional Calculus. N.Y., Academic Press, 1974, 234 p.
38. *Potapov A.A.* Oscillator with Fractional Differential Positive Feedback as Model of Fractal Dynamics. *J. Computational Intelligence and Electronic Systems*, 2014, vol. 3, no. 1-2.
39. *Potapov A.A.* The Global Fractal Method, Fractal Paradigm and the Fractional Derivatives Method in Fundamental Radar Problems and Designing of Revolutionary Radio Signals Detectors // Zbornik radova Konferencije MIT – Matematicke i informacione tehnologije, Vrnjjackoj Banji od 5. do 9. septembra i u Becicima od 10. do 14. septembra 2013. godine. Kosovska Mitrovica: Prirodno-matematički fakultet Ulverziteta u Pristini (Serbia), 2014. P. 539–552.
40. *Potapov A.A.* The Textures, Fractal, Scaling Effects and Fractional Operators as a Basis of New Methods of Information Processing and Fractal Radio Systems Designing. *Proc. SPIE*, 2009, vol. 7374, pp. 73740E-1–73740E-14.
41. *Potapov A.A., German V.A.* Detection of Artificial Objects with Fractal Signatures. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 1998, vol. 8, no. 2, pp. 226–229.

#### References

1. Bunkin B.V., Reutov A.P., Potapov A.A. et al. *Voprosy perspektivnoi radiolokatsii* [Questions perspective radar]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2003, 512 p.
2. Leonov K.N., Potapov A.A., Ushakov P.A. Application of Invariant Properties of Chaotic Signals in the Synthesis of Noise-Immune Broadband Systems for Data Transmission. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2014, vol. 59, no. 12, pp. 1393–1411.
3. Gorbacheva A.A., Koldanova A.P., Potapova A.A., E.P. Chigina *Nelineinaya radiolokatsiya* [Nonlinear Radar] / Pod red. (Biblioteka zhurnala «Nelineinyi mir»: Nauchnaya seriya «Fraktaly. Khaos. Vero-yatnost'») [Library Journal «The Non-Linear World»: Science series «Fractals. Chaos. Probability»]. Moscow: Radiotekhnika, 2005, pt. 1; 2006, pt. 2; 2007, pt. 3 (in Russian).
4. Opalenov Yu.V., Potapov A.A. Application of Stochastic Signals and the Radon Transform to the Formation of Raster Radar Images by a Microwave Digital Radar with Fractal Data Processing. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2000, vol. 45, no. 12, pp. 1311–1322.
5. Opalenov Yu.V., Potapov A.A. *Sposob sinteza radiolokatsionnogo izobrazheniya i ustroystvo dlya ego osushchestvleniya* [The method of synthesis of radar images and device for Implemented]. Patent RF, no. 2211461, 2003 (in Russian).
6. Podosenov S.A., Potapov A.A., Sokolov A.A. *Impul'snaya elektrodinamika shirokopolosnykh radiosistem i polya svyazannykh struktur* [Pulse electrodynamics of wideband radio systems and fields of corresponding structures]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2003, 720 p.
7. Podosenov S.A., Potapov A.A., Foukzon J., Men'kova E.R. *Negolonomnye, fraktal'nye i svyazannye struktury v relyativistskikh sploshnykh sredakh, elektrodinamike, kvantovoi mekhanike i kosmologii: v 3 t.* [Nonholonomic, fractal and related structures in relativistic continuous media, electrodynamics, quantum mechanics and cosmology. 3 vols]. Moscow, LENAND Publ., 2015, 1200 p.
8. Potapov A.A. *Global'nyi fraktal'no-skeilingovyi metod i fraktal'naya paradiigma v modelirovanii fiziko-tehnicheskikh protsessov i sred* [Global fractal-scaling method and fractal paradigm in modeling of physical and technology processes and environments]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Ser. Estestvennye i tekhnicheskie nauki (Materialy mezhdunar. konf. «Kolmogorovskie chteniya – VI. Obshchie problemy upravleniya i ikh prilozheniya (OPU – 2013), posv. 110-letiyu so Dnya rozhdeniya A.N. Kolmogorova»)* [Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences (Proc. of Int. conf. «Kolmogorov readings – VI. General control problems and their applications, dedicated to the 110th anniversary of the birth of A.N. Kolmogorov»)]. Tambov, 2013, vol. 18, no. 5, pp. 2645–2646 (in Russian).
9. Potapov A.A. The Theory of Functionals of Stochastic Backscattered Fields. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2007, vol. 52, no. 3, pp. 245–292.

10. Potapov A.A. New Information Technology in Radar Detection of Low-Contrast Targets Based on Probabilistic Texture and Fractal Features. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2003, vol. 48, no. 9, pp. 1012–1129.
11. Potapov A.A. *O fraktal'nykh radiosistemakh, drobnykh operatorakh, skeilinge, i ne tol'ko...* [On the fractal radio systems, fractional operators, scaling, and more...]. *Fraktaly i drobnye operatory* [Fractals and fractional operators]. Kazan, 2010, pp. 417–472.
12. Potapov A.A. *Ocherki po razvitiyu drobnogo ischisleniya v rabotakh A.V. Letnikova* [Essays on the development of fractional calculus in the A.V. Letnikov's works]. *RENSIT*, 2012, vol. 4, no. 1, pp. 3–102 (in Russian).
13. Potapov A.A. *Razmyshleniya o fraktal'nom metode, metode drobnykh integroproizvodnykh i fraktal'noi paradigme v sovremenno estestvoznanii (Iz zapisnykh knizhek avtora)* [Reflections on the Fractal Method, Method of the Fractional Integro-Derivatives, and about the Fractal Paradigm in the Modern Natural Science (from the author's notebooks)]. *RENSIT*, 2012, vol. 4, no. 1, pp. 103–142 (in Russian).
14. Potapov A.A. *Sinergeticheskie printsipy nelineinoi dinamiki i fraktaly v razra-botke novykh informatsionnykh tekhnologii dlya sovremennykh radiosistem* [Synergistic principles of nonlinear dynamics and fractals in the development of new information technologies for modern radio systems]. *Radiotekhnika* [Radiotekhnika (Radio engineering)], 2005, no. 8, pp. 73–88 (in Russian).
15. Potapov A.A. *Sintez izobrazhenii zemnykh pokrovov v opticheskom i millimetrovom diapazonakh voln. Diss. dokt. fiz.-mat. nauk.* [Synthesis of Earth's surface images in the optical and millimeter wavelengths. Doct. Diss.]. Moscow, IREE RAS Publ., 1994, 436 p.
16. Potapov A.A. *Spetsiema. Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk* [Special topic. Abstract of PhD thesis]. Moscow, 1989, 28 p.
17. Potapov A.A. *Topologiya vyborki* [The topology of the sample]. *Nelineinyi mir* [Non-Linear World], 2004, vol. 2, no. 1, pp. 4–13 (in Russian).
18. Potapov A.A. *Fraktaly v distantsionnom zondirovanii* [Fractals in remote sensing]. *Zarubezhnaya radioelektronika. Uspekhi sovremennoi radioelektroniki* [International radio electronics. Advances of modern radio electronics], 2000, no. 6, pp. 3–65 (in Russian).
19. Potapov A.A. *Fraktaly v radiofizike i radiolokatsii* [Fractals in radiophysics and radar]. Moscow, Logos Publ., 2002, 664 p.
20. Potapov A.A. Fractals in Radiophysics and Radar: Fundamental Theory of Wave Scattering by a Fractal Surface. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2002, vol. 47, no 5, pp. 461–487.
21. Potapov A.A. Fractals in Radio Physics and Radio Location: Fractal Analysis of Signals. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2001, vol. 46, no 3, pp. 237–246.
22. Potapov A.A. *Fraktaly v radiofizike i radiolokatsii: Topologiya vyborki. Izd. 2-e, pererab. i dop.* [Fractals in Radiophysics and Radiolocation: Topology of sample. 2<sup>nd</sup> ed., revised. and enlarged]. Moscow, Universitetskaya kniga Publ., 2005, 848 p.
23. Potapov A.A. *Fraktaly, skeiling i drobnye operatory v obrabotke informatsii (Moskovskaya nauchnaya shkola fraktal'nykh metodov v IRE im. V.A. Kotel'nikova RAN, 1981 – 2011 gg.)* [Fractals, scaling and fractional operators in information processing (Moscow scientific school of fractal methods in Kotel'nikov IREE RAS, 1981 – 2011)]. In: Gorelik V.S, Morozov A.N, eds. *Neobratiemye protsessy v prirode i tekhnike: sb. nauch. tr.* [Irreversible processes in nature and technology: Collected papers, issue IV]. Moscow, Bauman MSTU & Lebedev Physical Institute RAS Publ., 2012, pp. 5–117 (in Russian).
24. Potapov A.A. Fractals, Scaling and Fractional Operators in Modern Physics and Radio Engineering. Book of Abstracts of the Int. Conf. XIV Khariton's Topical Scientific Reading @High-Power Pulsed Electrophysics@ (April 21 – 25, 2014, Sarov, Russia). Sarov, RFNC-VNIIEF Publ., 2014, pp. 80–81.
25. Potapov A.A. *Fraktal'no-skeilingovyie metody v radiolokatsii* [Fractal-scaling methods in radar]. *Yubileinaya NTK OAO «Kontsern «Vega»* [Jubilee Scientific and Technical Conference OJSC «Concern «Vega»] (October 16 – 17, 2014, Moscow, Russia). Moscow, OJSC «Kontsern «Vega» Publ., 2014, p. 9 (in Russian).
26. Potapov A.A. *Fraktal'nye anteny, nanotekhnologii, rezonansy i plazmony* [Fractal antennas, nanotechnology, resonances and plasmons]. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki* [Advances of modern radio electronics], 2011, no. 5, pp. 5–12 (in Russian).
27. Potapov A.A. *Fraktal'nyi metod, fraktal'naya paradigma i metod drobnykh proizvodnykh v estestvoznanii* [Fractal method, fractal paradigm and fractional derivatives method in natural science]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie. Optimal'noe upravlenie* [Bulletin of the Nizhny Novgorod University. Series: Mathematical modeling. Optimal control], 2012, no. 5(2), pp. 172–180 (in Russian).

28. Potapov A.A., Bulavkin V.V., German V.A., Vyacheslavova O.F. Fractal signature methods for profiling of processed surfaces. *Technical Physics*, 2005, vol. 50, no. 5. pp. 560–575.
29. Potapov A.A., Gulyaev Yu.V., Nikitov S.A. et al. *Noveishie metody obrabotki izobra-zhenii* [The modern methods of image processing]. Moscow: FIZMATLIT Publ., 2008, 496 p.
30. Potapov A.A., Laktyun'kin A.V. *Teoriya rasseyaniya voln fraktal'noi anizotropnoi po-verkhnost'yu* [The theory of wave scattering anisotropic fractal surface]. *Nelineyniy mir* [Non-Linear World], 2008, vol. 6, № 1, pp. 3–36 (in Russian).
31. Potapov A.A., Potapov A.A. (Jr.), Potapov V.A. *Fraktal'nyi kondensator, drobnye operatory i fraktal'nye impedansy* [Fractal capacitor, fractional operators and fractal impedances]. *Nelineyniy mir* [Non-Linear World], 2006, vol. 4, no. 4-5, pp. 172–187 (in Russian).
32. Potapov A.A., Shifrin Ya.S., Kuzeev R.R. *Geneticheskie i samoaffinnye metody proektirovaniya fraktal'nykh antenn* [Genetic and self-affine fractal antenna design methods]. *Antennas* [Antennas], 2014, no. 3 (202), pp. 25–48 (in Russian).
33. Potapov A.A. *Fraktal'nyi metod i fraktal'naya paradigma v sovremennom estestvo-znanii* [Fractal method and fractal paradigm in modern natural science]. Voronezh, Nauchnaya kniga Publ., 2012, 108 p.
34. Rekhviashvili S.Sh., Potapov A.A. Memristor and the integral quantum Hall effect, *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2012, vol. 57, no. 2, pp. 189–191.
35. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. *Integraly i proizvodnye drobnogo poryadka i nekotorye ikh prilozheniya* [Integrals and derivatives of fractional order and some of their applications]. Minsk: Nauka i tekhnika Publ., 1987, 688 p.
36. Foukzon J., Men'kova E., Potapov A.A. The Solution Classical Feedback Optimal Control Problem for  $m$ -Persons Differential Game with Imperfect Information. *Open Journal of Optimization*, 2013, vol. 2, no. 1, pp. 16–25. URL: <http://www.scirp.org/journal/ojop>.
37. Oldham K.B., Spanier J. *The Fractional Calculus*. N.Y., Academic Press, 1974, 234 p.
38. Potapov A.A. Oscillator with Fractional Differential Positive Feedback as Model of Fractal Dynamics. *J. Computational Intelligence and Electronic Systems*, 2014, vol. 3, no. 1-2.
39. Potapov A.A. The Global Fractal Method, Fractal Paradigm and the Fractional Derivatives Method in Fundamental Radar Problems and Designing of Revolutionary Radio Signals Detectors. Zbornik radova Konferencije MIT – Matematicke i informacione tehnologije, Vrnjackoj Banji od 5. do 9. septembra i u Becicima od 10. do 14. septembra 2013. godine. Kosovska Mitrovica: Prirodno-matematički fakultet Ulverziteta u Pristini (Serbia), 2014. P. 539–552.
40. Potapov A.A. The Textures, Fractal, Scaling Effects and Fractional Operators as a Basis of New Methods of Information Processing and Fractal Radio Systems Designing. *Proc. SPIE*, 2009, vol. 7374, pp. 7374E-1–7374E-14.
41. Potapov A.A., German V.A. Detection of Artificial Objects with Fractal Signatures. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 1998, vol. 8, no. 2, pp. 226–229.

---

**ПОТАПОВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСЕЕВИЧ – доктор физико-математических наук, профессор, академик Российской академии инженерных наук им. А.М. Прохорова и Российской академии естественных наук; главный редактор международного журнала «Нелинейный мир»; главный научный сотрудник Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН; Президент совместной китайско-российской лаборатории информационных технологий и фрактальной обработки сигналов (Китай, Гуанджоу), Россия, Москва (potapov@cplire.ru).**

**POTAPOV ALEXANDER – doctor of Physics and Mathematics, professor, member of Russian A.M. Prokhorov Academy of Engineering Sciences and Russian Academy of Natural Sciences, editor-in-chief of international journal «Nelineyniy mir» (Non-linear world), Chief Scientific Officer of V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, President of cooperative Chinese-Russian laboratory of informational technologies and signals fractal processing (China, Guanzhou), Russia, Moscow.**

---

УДК 697.921.4:537.871.7.08  
ББК 3766:3873-5

В.О. СУЧКОВ, О.Н. ЯДАРОВА, Л.А. СЛАВУТСКИЙ  
**ДИСТАНЦИОННЫЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КОНТРОЛЬ  
ВОЗДУШНОГО ПОТОКА  
НА ОСНОВЕ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ\***

**Ключевые слова:** искусственная нейронная сеть, вентиляторная установка, ультразвук, доплеровские сигналы, нестационарный воздушный поток.

Экспериментально исследуется возможность дистанционного ультразвукового контроля неоднородного воздушного потока. Исследования проводились в стационарных и нестационарных режимах работы вентилятора. Показано, что для обработки рассеянных в воздушном потоке ультразвуковых сигналов может эффективно использоваться аппарат искусственных нейронных сетей. Описана экспериментальная установка, методика измерений и результаты использования нейронной сети на основе многослойного перцептрона. Показано, что использование нейронной сети позволяет дистанционно контролировать работу вентилятора с точностью не ниже единиц процентов.

V. SUCHKOV, O. YADAROVA, L. SLAVUTSKI  
**ULTRASONIC REMOTE CONTROL OF AIRFLOW  
BASED ON ARTIFICIAL NEURAL NETWORK**

**Key words:** artificial neural network, ventilator system, ultrasound, Doppler signals, non-stationary airflow.

The article deals with experimental investigation of the possibility of remote ultrasonic control of inhomogeneous air flow. The studies were conducted in stationary and non-stationary modes of operation of the ventilator system. It is shown that artificial neural networks can be effectively used for the ultrasonic signal proceedings. The article also describes an experimental installation, measurement techniques and the results of using the neural network based on multi-layer perceptron. It shows that the use of a neural network allows the remote control of the ventilator system with an accuracy of less than few percent.

Аппарат искусственных нейронных сетей (ИНС) основан на принципах когнитивной науки [2, 4, 5, 10] и может использоваться в широком круге задач регистрации и обработки экспериментальных данных [5]. В настоящей работе приводятся результаты применения ИНС для контроля воздушных потоков вентиляторной установки [1, 6, 7]. С помощью ИНС при использовании доплеровских ультразвуковых сигналов устанавливается зависимость между режимом работы привода вентилятора и параметрами генерируемого потока воздуха.

На рис. 1 приведены схема экспериментальных измерений и структура используемой НС. Обратное рассеяние УЗ сигнала на неоднородном воздушном потоке имеет пространственно-распределенный характер. Рассеяние происходит в области пересечения потока и диаграммы излучения ультразвуковых преобразователей (см. рис. 1). Плотность потока и, соответственно, локальная скорость рассеивающих ультразвук неоднородностей меняются в пространстве как по направлению, так и по абсолютной величине. Поэтому ультразвуковой сигнал в приемном тракте прибора является суперпозицией сигналов с разной амплитудой, фазой и доплеровским частотным сдвигом. Главной особенностью экспериментальных измерений является одновременный контроль скоро-

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-31271 мол\_а.

сти вращения вентилятора при помощи датчика Холла (ДХ) и интегральной скорости потока воздуха при помощи нового ультразвукового доплеровского прибора. Это устройство обладает повышенной чувствительностью и позволяет дистанционно осуществлять контроль движения рассеивающих ультразвук объектов в широком диапазоне скоростей [6, 7]. Рабочая частота ультразвуковых преобразователей (УЗП) составляет 40 кГц [7].

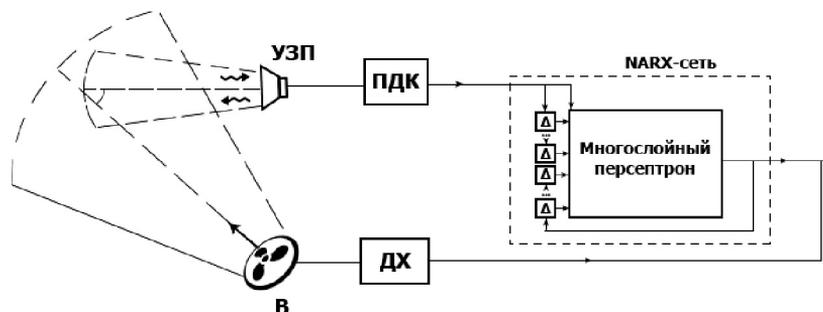


Рис. 1. Схема использования нейронной сети:

УЗП – ультразвуковые преобразователи; ПДК – прибор доплеровского контроля, В – промышленный вентилятор Dospel WK200; ДХ – датчик Холла

Длина экспериментальных записей сигналов с датчика Холла и системы доплеровского контроля составляла от 2 до 20 с с частотой оцифровки до 7 кГц. При характерных частотах доплеровского сдвига до 300 Гц такая оцифровка позволяет с высокой степенью точности проводить цифровой анализ спектральной плотности сигналов обратного рассеяния УЗ сигнала. Пример таких записей показан на рис. 2.

Использована рекуррентная сеть на основе многослойного перцептрона, показанная на рис. 1. В общем случае модель нелинейной авторегрессии с внешними входами (nonlinear autoregressive with exogenous inputs model – NARX) описывается рекуррентным уравнением:

$$y(t+1) = \Psi(x(t) \dots x(t-n_x), y(t) \dots y(t-n_y)), \quad (1)$$

где  $x(t)$  – входной сигнал;  $y(t)$  – выходной сигнал;  $\Psi$  – некоторое нелинейное преобразование;  $n_x$  и  $n_y$  – максимальное число задержек по входному и выходному сигналам, соответственно. Одним из вариантов реализации NARX-модели является NARX-сеть (рис. 1), использующая в качестве нелинейного преобразования  $\Psi$  многослойный перцептрон [9, 14].

NARX-сеть относится к классу рекуррентных нейронных сетей. Наличие обратных связей позволяет NARX-сети принимать решения, основываясь не только на входных данных, но и с учетом предыстории состояний динамического объекта [8, 11–13]. Это свойство делает NARX-сеть удобной моделью для описания динамических процессов. Модель NARX хорошо подходит для моделирования нелинейных систем, нелинейных колебательных процессов [9, 14]. Обучение нейронной сети, показанной на рис. 1, проводилось в разгонных режимах и режиме выбега вентилятора. На вход сети подавались доплеровские сигналы обратного рассеяния, а на выходе фиксировалась скорость вращения привода вентилятора, полученная при помощи датчика Холла.

На рис. 2 приведены примеры записи сигналов с датчика Холла (средняя осциллограмма *б*) и ультразвукового прибора доплеровского контроля (верхняя осциллограмма *а*). Нижняя зависимость рис. 2, *в* соответствует изменению скорости вращения в режиме выбега привода вентилятора.

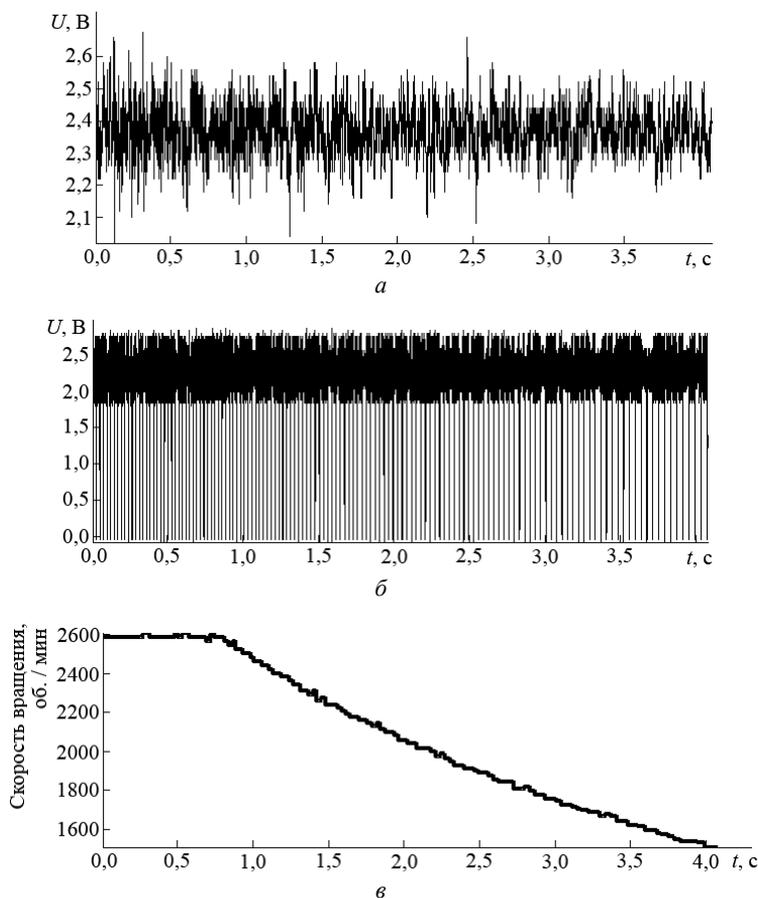


Рис. 2. Осциллограммы сигналов с прибора доплеровского контроля (*а*), датчика Холла (*б*) и изменение скорости вращения привода вентилятора в режиме выбега (*в*)

Обучение НС проводилось по нескольким аналогичным записям в диапазоне скорости вращения привода вентилятора 400–2500 об./мин. При частоте вращения вентилятора менее 400 об./мин средняя скорость потока воздуха оказывается ниже порога чувствительности ПДК (порядка 0,2 м/с).

Для реализации нейросетевого алгоритма использовалась среда MATLAB [3]. На рис. 3 показан пример обучения и тестирования нейронной сети. Обучение сети требовало не более нескольких десятков циклов (эпох), и ошибка при тестировании не превышала 50 об./мин, что соответствует единицам процентов от скорости вращения привода вентилятора. При этом погрешность увеличивается с уменьшением скорости вращения (см. рис. 3, *б*).

Это связано с тем, что увеличивается интервал между соседними импульсами с датчика Холла.

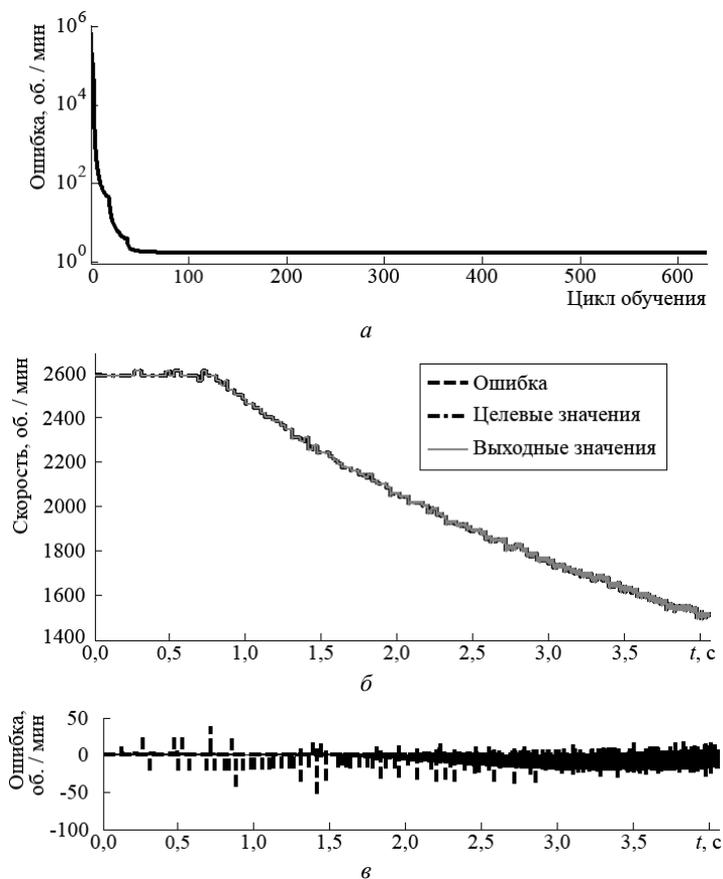


Рис. 3. Обучение и тестирование нейронной сети.  
Зависимость ошибки от цикла обучения (а) и тестирование сети (б)

В работе были проведены экспериментальные оценки минимальной длины записи сигнала, которая позволяет получить значение скорости вращения по данным как с прибора доплеровского контроля, так и с датчика Холла. Обнаружено, что достаточно длины записи, соответствующей двум оборотам привода вентилятора (десятки мс). При использовании нейронной сети для восстановления значений скорости достаточно  $n_x$  входных значений с прибора доплеровского контроля и  $n_y$  выходных значений (в нашем примере  $n_x$  и  $n_y$  были равны 2).

В пределах обозначенного диапазона аппарат ИНС обеспечивает восстановление скорости вращения привода вентилятора по доплеровским сигналам с точностью не ниже единиц процентов. На рис. 4 приведены примеры соответствующих зависимостей. Для получения скорости вращения с помощью обученной НС использовались записи ультразвуковых сигналов длительностью 100–150 мс.

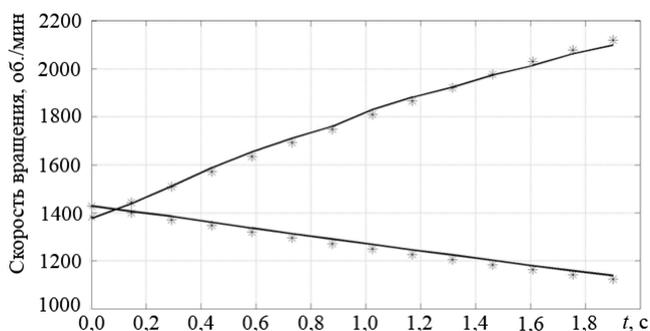


Рис. 4. Временные зависимости скорости вращения вентилятора в разгонном режиме и режиме выбега: сплошная кривая – сглаженные данные с датчика Холла; звездочки – данные, полученные с использованием ИНС

При испытаниях и эксплуатации вентиляторных, насосных установок контролируемым параметром является скорость потока воздуха. В нестационарных режимах работы параметры воздушного потока меняются нелинейно в зависимости от скорости вращения привода вентилятора. Таким образом, предлагаемая в работе система контроля на основе доплеровских ультразвуковых измерений и аппарата ИНС может быть использована для создания замкнутой системы регулирования вентиляторной установкой.

#### Литература

1. Алексеев А.П., Ядарова О.Н. Доплеровский ультразвуковой контроль производительности вентиляторной установки // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 307–310.
2. Круглов В.В., Борисов В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. М.: Горячая линия-Телеком, 2001.
3. Медведев В.С. Нейронные сети. MATLAB 6 / под ред. В.Г. Потемкина. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002.
4. Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики. Перцептроны и теория механизмов мозга: пер. с англ. М.: Мир. 1965.
5. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс: 2-е изд.: пер. с англ. М.: Вильямс, 2006.
6. Ядарова О.Н., Алексеев А.П., Славутский Л.А. Контроль нестационарного воздушного потока вентиляторной установки // Вестник Чувашского университета. 2014. № 3. С. 148–153.
7. Ядарова О.Н., Славутский Л.А. Контроль воздушного потока на основе доплеровского рассеяния ультразвука // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2013. № 3. С. 55–59.
8. Billings S.A. Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains. Wiley, 2013, 574 p.
9. Chen S., Billings S., Grant P. Non-linear system identification using neural networks. *International Journal of Control*, 1990, vol. 51, pp. 1191–1214.
10. Hebb D. Organization of behavior. N.Y., 1961.
11. Leontaritis I.J. and Billings S.A. Input-output parametric models for non-linear systems. Part I: deterministic non-linear systems. *Int'l J. of Control*, 1985, vol. 41, pp. 303–328.
12. Leontaritis I.J. and Billings S.A. Input-output parametric models for non-linear systems. Part II: stochastic non-linear systems. *Int'l J of Control*, vol. 41, pp. 329–344.
13. Nelles O. Nonlinear System Identification. Berlin, 2000.
14. Venkataraman S. On encoding nonlinear oscillations in neural networks for locomotion. *Proc. of the 8<sup>th</sup> Yale Workshop on Adaptive and Learning Systems*. New Haven, 1994, pp. 14–20.

## References

1. Alekseev A.P., Yadarova O.N. *Doplerovskii ul'trazvukovoi kontrol' proizvoditel'nosti ventilyatornoi ustanovki* [Doppler ultrasound control of throughput of the fan system]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, pp. 307–310.
2. Kruglov V.V., Borisov V.V. *Iskusstvennye neironnye seti. Teoriya i praktika* [Artificial neural networks. Theory and practice]. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2001.
3. Medvedev V.S. *Neironnye seti. MATLAB 6* [Neural networks. MATLAB 6]. Moscow, DIALOG-MIFI Publ., 2002.
4. Rosenblatt F. Principles of neurodynamics. Perceptrons and the theory of brain mechanisms. Washington, Spartan Books Publ., 1962 (Russ. ed.: Rozenblatt F. Printsipy neirodinamiki. Pertseptrony i teoriya mekhanizmov mozga. Moscow, Mir Publ., 1965).
5. Haykin S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, 2<sup>nd</sup> ed. Prentice-Hall, 1999 (Russ. ed.: Khaikin S. Neironnye seti: polnyi kurs: 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Vil'yams Publ., 2006).
6. Yadarova O.N., Alekseev, A. P., Slavutskii L.A. *Kontrol' nestatsionarnogo vozdušnogo potoka ventilyatornoi ustanovki* [Control of nonstationary air flow of the fan system]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 3, pp. 148–153.
7. Yadarova O.N., Slavutskii L.A. *Kontrol' vozdušnogo potoka na osnove doplerovskogo rassyaniya ul'trazvuka* [Control of air flow based on Doppler ultrasound diffusion]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika* [Instruments and systems. Control, monitoring, diagnostics], 2013, no. 3, pp. 55–59.
8. Billings S.A. *Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains*. Wiley, 2013, 574 p.
9. Chen S., Billings S., Grant P. Non-linear system identification using neural networks. *International Journal of Control*, 1990, vol. 51, pp. 1191–1214.
10. Hebb D. *Organization of behavior*. N.Y., 1961.
11. Leontaritis I.J. and Billings S.A. Input-output parametric models for non-linear systems. Part I: deterministic non-linear systems. *Int'l J. of Control*, 1985, vol. 41, pp. 303–328.
12. Leontaritis I.J. and Billings S.A. Input-output parametric models for non-linear systems. Part II: stochastic non-linear systems. *Int'l J of Control*, vol. 41, pp. 329–344.
13. Nelles O. *Nonlinear System Identification*. Berlin, 2000.
14. Venkataraman S. On encoding nonlinear oscillations in neural networks for locomotion. *Proc. of the 8<sup>th</sup> Yale Workshop on Adaptive and Learning Systems*. New Haven, 1994, pp. 14–20.

---

**СУЧКОВ ВЛАДИСЛАВ ОЛЕГОВИЧ** – магистрант кафедры автоматки и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (lainx@mail.ru).

**SUCHKOV VLADISLAV** – master's program student of Automatics and Control in Technical Systems Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**ЯДАРОВА ОЛЬГА НИКОЛАЕВНА**. См. с. 34.

**СЛАВУТСКИЙ ЛЕОНИД АНАТОЛЬЕВИЧ**. См. с. 34.

---

УДК 519.7  
ББК 74

Р.Р. ФАТХУЛЛИН, И.Г. СИДОРКИНА  
**МЕТОДЫ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ  
ПРИ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ**

**Ключевые слова:** оценка качества образования, многокритериальная оптимизация, свертка критериев, нейронные сети, образовательная квалиметрия.

Одной из ведущих тенденций развития образования в мире является создание системы комплексной оценки качества образования. В настоящее время активно разрабатываются подходы к определению качества образования, исследуются различные его аспекты, индикаторы и показатели. Комплексная оценка эффективности деятельности образовательных организаций – это многокритериальная задача, для решения которой необходимо установить критерии и процедуру их оценки. В данной статье проводится анализ методов многокритериальной оптимизации, которые могут быть одной из составляющих комплексной оценки качества образовательной деятельности. Дан анализ методов многокритериальной оптимизации и теории нейронных сетей. Для комплексной оценки качества деятельности образовательной организации рассмотрены многокритериальные статистические модели. Одна из них основана на образовательной квалиметрии и предусматривает использование методов свертки доминирующих и компенсируемых индикаторов в интегрированный показатель. Другая модель предполагает использование нейронных сетей и базируется на технологии аналитической обработки данных. При реализации рассмотренных моделей могут вырасти такие важные качественные показатели комплексной оценки качества эффективности деятельности образовательных организаций, как объективность оценки, масштабируемость, простота и удобство использования. Полученные результаты могут использоваться при комплексной оценке качества деятельности образовательных организаций на различных уровнях образования.

R. FATKHULLIN, I. SIDORKINA  
**METHODS OF STOCHASTIC OPTIMIZATION  
IN QUALITY ASSESSMENT OF EDUCATIONAL ORGANIZATIONS**

**Key words:** quality assessment of education, multicriteria optimization, convolution of criteria, neural networks, education qualimetry.

One of the major trends in the development of education in the world is to create a comprehensive system of quality assessment of education. Nowadays there are actively developed approaches to determining the quality of education, investigated various aspects, indicators and indices. Integrated assessment of the educational institutions efficiency is a multicriteria problem which can be solved by establishing criteria and procedures for their evaluation. This article analyzes the methods of multicriteria optimization, which can be a component of a comprehensive quality assessment of educational activities, as well as other methods of multicriteria optimization and theories of neural networks. Multicriteria statistical models are considered as means of comprehensive quality assessment of educational institutions activities. One of them is based on education qualimetry and involves employing methods of compressing dominant and compensated indicators into the integrated index. Another model involves the use of neural networks and it is based on the analytical data processing technology. Implementation of the examined models can boost such important quality indicators of integrated quality assessment of educational institutions efficiency as assessment objectivity, scalability, simplicity and ease of use. The obtained results can be widely used in the integrated quality assessment of the educational institutions at various levels of education.

При оценке качества образования мы сталкиваемся с огромным количеством различных критериев, каждый из которых может состоять из множества подкритериев, следовательно, задача оценки качества образования в ее матема-

тической постановке является многокритериальной. При высоких темпах развития образовательных стандартов количество таких задач постоянно растет.

При решении многокритериальных задач часто используются различные методы свертки критериев в один обобщенный (комплексный) критерий. Поиск решения оптимальной свертки показателей многокритериальной задачи не представляет особых сложностей, если предпочтение по одному критерию влечет за собой такое же предпочтение по другому критерию, т.е. критерии кооперируются. Решение многокритериальной задачи также не представляет особых сложностей, если критерии нейтральны по отношению друг к другу, т.е. поиск решения по одному критерию никаким образом не отражается на поиске решения по другому критерию.

В случае, если мы рассматриваем оценку качества образования, относящуюся к классу многокритериальных задач, наиболее оптимальным вариантом является использование методов свертки по критериям [1]. Рассмотрим модель комплексной оценки качества деятельности образовательной организации (ОО), основанную на образовательной квалиметрии, с использованием различных сверток.

**Модель комплексной оценки качества.** В оценке качества деятельности общеобразовательной организации доминирующая роль принадлежит оценке результатов образовательной деятельности, количественная оценка которых основывается в основном на результатах обучения (ЕГЭ и ГИА). Но при оценке результатов следует учитывать и другие показатели, влияющие на оценку результатов образовательной деятельности.

Расчет комплексного показателя качества деятельности общеобразовательной организации состоит из двух этапов:

1. Оценка единичных показателей в интервале от 0 до 1;
2. Свертка оценок показателей в единую числовую комплексную оценку по специальным расчетным формулам.

Показано [3], что формула свертки доминирующих показателей:

$$D = \sqrt[n]{d_1 \times d_2 \times \dots \times d_n}, \quad (1)$$

где  $D$  – оценка группового доминирующего показателя,  $d_i$  – оценка единичного доминирующего показателя.

Свертка компенсируемых показателей задается формулой

$$K = \sum_{i=1}^n \omega_i k_i, \quad (2)$$

где  $K$  – оценка группового компенсируемого показателя;  $k_i$  – оценка единичного компенсируемого показателя;  $\omega_i$  – коэффициент весомости единичного компенсируемого показателя, причем  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ .

Логическая формула свертки доминирующего ( $D$ ) и компенсируемого ( $K$ ) показателей в комплексную оценку ( $O$ ) по [5] имеет вид

$$O = D \& K \cup D.$$

Арифметическая формула свертки доминирующего и компенсируемого показателей в комплексную оценку имеет вид [3]:

$$O = \frac{\sqrt{D \times K} + D}{2}.$$

При схожих единицах измерения показатели могут иметь различные масштабы. Как количество компьютеров, так и количество обучающихся в образовательных организациях (ОО) являются абсолютно измеряемыми, но только число компьютеров может быть порядка 15 единиц, а число обучающихся порядка 400–500. Для избежания данных несоответствий оценки по критериям делают безразмерными, такими, чтобы они принимали значения от 0 до 1. Один из способов нормирования по эталону осуществляется по формуле:

$$C'_i(a) = \frac{C_i(a)}{C^*},$$

где  $C^*$  – эталонное значения критерия,  $C_i(a)$  – значения  $i$ -го критерия.

Покажем, что показатель требуется не максимизировать, а минимизировать. Например, если показатель «численность выпускников 11 класса, получивших результаты ниже установленного минимального количества баллов», тогда необходимо взять обратную величину, т.е. отношение эталонного значения к измеренному. В случае, когда идеальный вариант по данному показателю определить сложно, рассмотрим несколько вариантов.

Оценка максимального показателя качества составляет  $\overline{C}(a)$ , минимально –  $\underline{C}(a)$ . Тогда нормирование для  $C(a)$  выполняется следующим образом:

$$C'_i(a) = \frac{C_i(a) - \underline{C}_i(a)}{\overline{C}_i(a) - \underline{C}_i(a)},$$

где  $\underline{C}_i(a)$ ,  $\overline{C}_i(a)$  – минимально и максимально возможные значения  $i$ -го критерия, соответственно;  $C_i(a)$  – промежуточное значение.

Если же нам нужна минимизация, то вычисляем нормированные оценки следующим образом:

$$C'_i(a) = \frac{\overline{C}_i(a) - C_i(a)}{C_i(a) - \underline{C}_i(a)}.$$

Результаты моделирования реализованы на примере модели комплексной оценки качества деятельности общеобразовательной организации (таблице).

**Показатели деятельности общеобразовательной организации**

Шифр	Показатель	Нормированная оценка	Вес
<i>Качество основных условий</i>			
$k_1$	Численность педагогических работников, имеющих среднее профессиональное образование	0,8786	0,1142
$d_1$	Численность учителей, получивших в установленной форме (по новой форме аттестации) подтверждение соответствия занимаемой должности	0,1312	0,001
$k_2$	Численность обучающихся, получающих услуги дополнительного образования в образовательной организации	0,0702	0,0971
$k_3$	Численность обучающихся, занимающихся в школе полного дня	0,2907	0,0928
<i>Качество реализации образовательного процесса</i>			
$d_1$	Количество кабинетов для учащихся начальных классов, обучающихся по ФГОС	0,1008	0,0714

Окончание табл. 1

Шифр	Показатель	Нормированная оценка	Вес
$k_1$	Численность педагогических работников – участников конференций, семинаров, образовательных форумов, круглых столов, марафонов, соревнований (региональный, федеральный и международный уровни) за истекший учебный год	0,6558	0,1085
$k_3$	Численность обучающихся, ставших призёрами и победителями научных и научно-практических конференций	0,2951	0,0357
<i>Качество результатов</i>			
$k_1$	Численность обучающихся, успевающих на «4» и «5» по результатам промежуточной аттестации	0,151	0,0133
$k_2$	Численность выпускников 11 класса, получивших результаты ниже установленного минимального количества баллов ЕГЭ по русскому языку	0,3772	0,1066
$k_3$	Численность выпускников 11 класса, получивших результаты ниже установленного минимального количества баллов ЕГЭ по математике	0,1576	0,1343
$k_4$	Средний балл по результатам ЕГЭ по русскому языку	0,6008	0,0934
$d_1$	Средний балл по результатам ЕГЭ по математике	0,9981	0,0166
$k_5$	Средний балл по результатам ГИА выпускников 9 класса по русскому языку	0,3963	0,0555
$k_6$	Средний балл по результатам ГИА выпускников 9 класса по математике	0,6960	0,0472
$k_7$	Численность/доля обучающихся, продолживших обучение после 11 класса в образовательных организациях профессионального образования (ВПО, НПО, СПО) от общего числа выпускников	0,5789	0,0124

Метод расчета комплексного показателя качества образовательной организации, основанный на образовательной квалиметрии и методе экспертных оценок, предполагает использование одного доминирующего показателя в каждой группе, остальные показатели являются компенсируемыми.

По формуле (1) свернем групповые доминирующие показатели (табл. 1):  $D = 0,2364$ . По формуле (2) свернем групповые компенсируемые показатели (табл. 1):  $K = 0,3973$ .

Свернем оценки по доминирующим и компенсируемым оценкам в единый комплексный показатель качества:

$$O = \frac{\sqrt{0,2364 \times 0,3973} + 0,2364}{2} = 0,2715.$$

Расчет и сравнение данного показателя по отдельным ОО позволяют определить организацию с высоким и низким уровнем качества образовательной деятельности.

**Подход к разработке модели комплексной оценки качества деятельности ОО при помощи нейронных сетей.** Активное развитие аналитических систем, в основе которых – технологии искусственного интеллекта, имитирующие природные процессы. Отмечено, что наиболее популярными и проверенными из этих технологий являются нейронные сети<sup>1</sup>. Поэтому с их помощью успешно

<sup>1</sup> Компания НейроПроект, программные продукты и алгоритмы искусственного интеллекта [Электронный ресурс]. URL: <http://www.neuroproject.ru/oglav1.htm> (дата обращения: 04.10.2014).

решаются разнообразные «нечеткие» задачи – прогнозирование, классификация, распознавание рукописного текста, речи, образов. В данных задачах, где традиционные технологии бессильны, нейронные сети часто выступают как единственная эффективная методика решения. Проиллюстрируем примером их использование для решения задачи комплексной оценки качества ОО.

Например, имеются показатели деятельности общеобразовательной организации, подлежащей самообследованию<sup>2</sup>. Пронормировав данные показатели, необходимо сформировать комплексную оценку ОО. Таким образом, необходимо спроектировать нейронную сеть, способную анализировать показатели ОО и правильно получать комплексную оценку.

Используем пакет прикладных программ Neural Network Toolbox (Нейронные сети) среды математического моделирования MATLAB.

Следует обратить внимание на структуру сети, проектирование которой будет проводиться. Очевидно, для формирования нейронной сети необходимо определить ее топологию, механизм обучения и процедуру тестирования. Кроме того, для ее обучения нужны входные данные – выборка ОО с достоверными комплексными показателями качества.

Конфигурация нейросети прямого распространения выбрана на основе эвристического правила: «количество нейронов скрытого слоя равно половине суммарного количества входных и выходных нейронов» [4]. В нашем случае количество входных нейронов (соответствующих числу показателей) выбрано равным 15, выходных нейронов (соответствующих комплексному показателю качества) – 1, следовательно, количество скрытых нейронов равно 8.

Параметры нейронной сети:

- первый слой – 15 входных нейронов, соответствует числу входных данных – единичных показателей качества;
- второй слой (скрытый) – 8 нейронов;
- третий слой – 1 выходной нейрон, так как требуется один выходной параметр – показатель уровня качества  $K$ ;
- алгоритм обучения: обратное распространение;

- нелинейная функция активации – сигмоидальная функция  $f = \frac{1}{1 + e^{-\alpha x}}$ ,

с параметром  $\alpha = 1$ .

Сформируем обучающий набор индикаторов качества. Всего векторов 154, соответствует числу ОО. Обучающая последовательность представлена 100 входными образами (соответствует ста ОО) и таким же числом ожидаемых показателей качества  $\{P; T\}$ , где  $P$  – векторы входов,  $T$  – вектор целей. Оставшиеся 54 вектора будут использованы для тестирования нейросети.

Для нейронов скрытого и выходного слоев выберем логарифмические сигмоидальные функции активации, потому что диапазон выходных сигналов для этой функции определен от 0 до 1.

<sup>2</sup> Об утверждении показателей деятельности образовательной организации, подлежащей самообследованию: приказ Министерства образования и науки РФ от 28.01.2014 г. № 1324 // Российская газета. Фед. вып. 2014. № 6310, 19 фев.

Создадим трехслойную нейронную сеть с параметрами, описанными выше:

```
net=newff(minmax(P),[8 1],{'logsig','logsig'},'trainbfg');
```

Нейросеть использует один вектор входа с 15 элементами, имеющими одинаковые допустимые границы значений от 0 до 1; использует 2 слоя с 8 нейронами в первом (скрытом) слое и 1 нейроном во втором (выходном) слое; используемые функции активации: *logsig* – в первом слое, *logsig* – во втором слое; используемая функция обучения – *trainbfg* (функция тренировки сети, использующая BFGS квазиньютоновский метод [2]). Теперь следует настроить некоторые параметры алгоритма обучения:

```
net.trainParam.show=2000;
net.trainParam.epochs=50000;
net.trainParam.goal=0.0000001;
net.trainParam.lr=0.15;
net.trainParam.mc=0.7;
```

Здесь *show* – интервал вывода информации, *epochs* – максимальное количество итераций обучения, *goal* – предельное значение критерия обучения (ошибка сети), *lr* – скорость обучения, *mc* – постоянная момента.

Обучающая последовательность представляет собой 100 векторов входа из 15 элементов каждый и один выходной вектор, состоящий из 100 элементов.

*P* =

0,1663	0,4962	0,6226	0,9559	0,3334	0,2113	0,4417	...	0,2443
0,4074	0,4383	0,4741	0,0000	0,5045	0,7522	0,3339	...	0,3206
0,0000	0,8758	0,5177	0,4626	0,3660	0,1542	0,1113	...	0,0605
0,8845	0,0722	0,9618	0,3217	0,5970	0,3916	0,5611	...	0,8216
0,4828	0,2106	0,7726	0,6988	1,0000	0,1469	0,0770	...	0,5914
0,6143	0,6661	0,0568	0,1860	0,6973	0,6951	0,6214	...	0,3196
0,9148	0,6077	0,9943	0,4352	0,8728	0,3038	0,6008	...	0,9845
0,5347	0,6085	0,2092	0,6123	0,2470	0,8857	0,6751	...	0,5209
0,0000	0,6927	0,8894	0,9078	0,4426	0,6811	0,1076	...	0,0978
0,5985	0,1937	0,2800	0,9758	0,6086	0,1084	0,0914	...	0,4267
0,4436	0,7456	0,6074	0,6651	0,3990	0,1957	0,0755	...	0,5918
0,0000	0,6091	0,9831	0,9551	0,5346	0,9937	0,4382	...	0,3816
0,7699	0,1847	0,8751	0,5758	0,6353	0,3649	0,8290	...	0,5646
0,5441	0,8793	1,0000	0,0167	0,1437	0,7346	0,7867	...	0,8897
0,4767	0,2138	0,0602	0,6756	0,4826	0,1003	0,0610	...	0,3545

*T* =

0,4385	0,4999	0,6127	0,6246	0,5341	0,3628	0,3390	...	0,4364
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	-----	--------

Сеть построена, сформирована обучающая последовательность, выбран алгоритм обучения и настроены его параметры. Приступим к процессу обучения:

```
net=train(net,P,T);
```

После выполнения данного выражения в системе MATLAB открылось окно процесса обучения, показанное на рис. 1. Здесь показано, что процесс обучения завершился по достижении заданной точности за 799 итераций, время, затраченное на обучение сети, – 11 с.

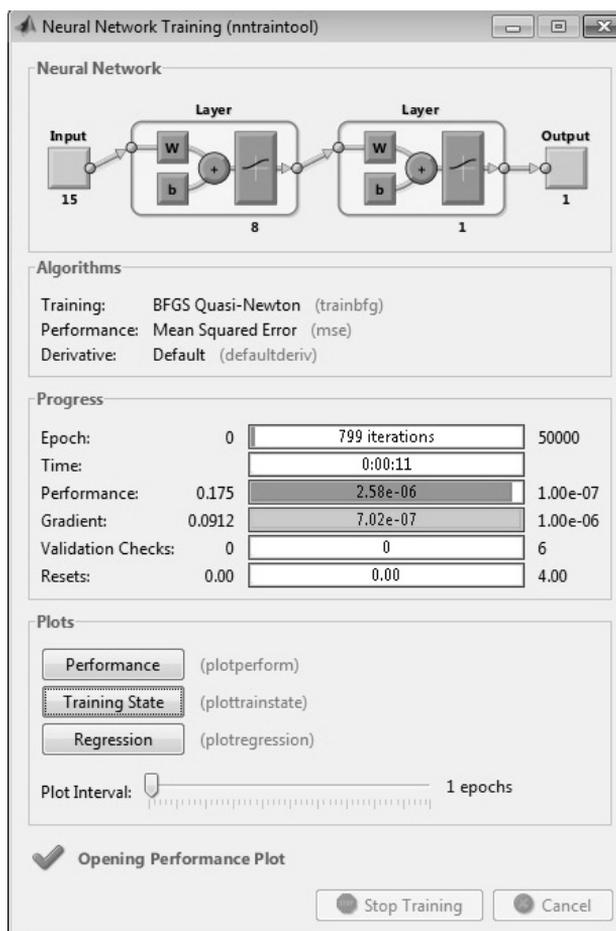


Рис. 1. Окно процесса обучения

После обучения перейдем к тестированию нейросети. Из имеющихся 154 вариантов векторов входа в процессе обучения не использовались 54.

Тестовая выборка  $TEST=$

0,8787	0,3510	0,2856	0,6520	0,5661	0,2723	0,9728	0,4080	...	0,6316
0,1313	0,0290	0,9445	0,4665	0,9117	0,8907	0,9869	0,6609	...	0,4580
0,0703	0,9174	0,2279	0,7743	0,6017	0,6838	0,8479	0,7795	...	0,5517
0,2908	0,9576	0,5993	0,7142	0,1125	0,4988	0,2339	0,1148	...	0,1277
0,1009	0,7793	0,2150	0,5098	0,8536	0,3270	0,5586	0,2631	...	0,1555
0,6558	0,0727	0,2388	0,8061	0,6383	0,2498	0,0207	0,5552	...	0,0464
0,2951	0,0858	0,6956	0,9422	0,5082	0,3141	0,0058	0,2260	...	0,7910
0,1511	0,5253	0,2338	0,6593	0,0802	0,1665	0,1490	0,9388	...	0,7282
0,3772	0,1274	0,8745	0,7717	0,6054	0,0105	0,3646	0,5111	...	0,3322
0,1577	0,7288	0,0106	0,9544	0,6550	0,9698	0,5142	0,5072	...	0,6714
0,6008	0,2659	0,0029	0,8414	0,8448	0,7742	0,9918	0,4946	...	0,9501
0,9982	0,8313	0,1942	0,9194	0,4681	0,7742	0,4110	0,8992	...	0,9783
0,3964	0,0968	0,7689	0,0064	0,1842	0,9573	0,8262	0,3318	...	0,9103
0,6961	0,3996	0,4126	0,3343	0,9152	0,0652	0,4777	0,3274	...	0,2620
0,5789	0,6226	0,8358	0,9932	0,9993	0,7809	0,3168	0,3552	...	0,4512

Ожидаемая оценка  $ANS =$

0,4213 0,4737 0,3511 0,7154 0,5888 0,4909 0,5401 0,4552 ... 0,4912

Выход сети

$ANS = \text{sim}(\text{net}, \text{TEST});$

$ANS =$

0.4166 0.4877 0.3453 0.7052 0.5838 0.4994 0.5363 0.4579 ... 0.5058

В результате тестирования нейронной сети выходные значения оказались близки к значениям тестовой выборки. Погрешность вычисления 0,01. Представленный анализ показал, что задача комплексной оценки качества образования по большому множеству показателей может быть адекватно решена и с помощью нейронной сети (многослойный персептрон прямого распространения). Однако сложность данного метода может быть в выборе архитектуры нейронной сети и подготовке обучающей выборки для настройки нейронной сети.

**Выводы.** Таким образом, в работе исследованы универсальные многокритериальные статистические модели для оценки качества деятельности образовательных организаций. Одна из них основана на образовательной квалиметрии и предусматривает использование методов свертки доминирующих и компенсируемых индикаторов в интегрированный показатель. Другая модель предполагает использование нейронных сетей и базируется на технологии аналитической обработки данных.

Доказана инвариантность полученных решений, основанных на образовательной квалиметрии и теории нейронных сетей при оценке качества деятельности образовательных организаций. Проведены расчеты комплексных показателей качества на примере общеобразовательной организации при помощи данных моделей с использованием методов многокритериальной оптимизации.

Расчет комплексного показателя по первой модели предполагает использование доминирующих и компенсируемых показателей, что позволяет более полно и детально оценить качество деятельности ОО. Для другой модели расчет комплексного показателя позволяет оценить ОО более обще, так как все показатели равнозначны между собой. По вычисленным комплексным показателям можно определить также ОО с низким и высоким уровнем качества образования. Комплексный показатель, рассчитанный по одной и той же ОО с использованием первой модели, равен 0,2715, что соответствует низкому уровню качества, с использованием второй модели он равен 0,4213 – средний уровень качества. Таким образом, чем ближе значение комплексного показателя к единице, тем выше уровень качества ОО.

### Литература

1. Ажмухамедов И.М., Ажмухамедов А.А. Формирование рейтинговой оценки качества образования на основе нечеткой графовой модели // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2012. № 1. С. 150–157.

2. Квазиньютоновские методы минимизации, основанные на принципах обучения. URL: [http://www.math.kemsu.ru/kmk/subsites/Krutikov\\_RelaxMeth/pages/2\\_1glava.htm#2\\_4](http://www.math.kemsu.ru/kmk/subsites/Krutikov_RelaxMeth/pages/2_1glava.htm#2_4) (дата обращения: 15.10.2014).
3. Корнещук Н.Г. Теоретико-методологические основы комплексной оценки качества деятельности образовательной системы: автореф. дис. ... док. пед. наук. Магнитогорск, 2007. 49 с.
4. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. MATLAB 6. / под общ. ред. В.Г. Потемкина. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2001. 630 с.
5. Рубин Г.Ш. Развитие квалиметрии метизного производства на основе методологии функционально-целевого анализа: автореф. дис. ... док. тех. наук. Магнитогорск, 2011. 31 с.

## References

1. Azhmukhamedov I.M., Azhmukhamedov A.A. *Formirovanie reitingovoi otsenki kachestva obrazovaniya na osnove nechetkoi grafovoi modeli* [Formation of a rating mark of education quality on the basis of a fuzzy graph model]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Bulletin of the Astrakhan State Technical University. A series of «Management, Computer Science and Informatics»], 2012, no. 1, pp. 150–157.
2. *Kvazin'yutonovskie metody minimizatsii, osnovannye na printsipakh obucheniya* [Quasi-Newtonian minimization methods based on the principle training]. Available at: [http://www.math.kemsu.ru/kmk/subsites/Krutikov\\_RelaxMeth/pages/2\\_1glava.htm#2\\_4](http://www.math.kemsu.ru/kmk/subsites/Krutikov_RelaxMeth/pages/2_1glava.htm#2_4) (accessed 15 October 2014).
3. Korneshchuk N.G. *Teoretiko-metodologicheskie osnovy kompleksnoi otsenki kachestva deyatelnosti obrazovatel'noi sistemy. Avtoref. dis. ... dok. ped. nauk* [Theoretical and methodological background of a comprehensive quality assessment of educational system. Abstract of PhD thesis]. Magnitogorsk, 2007, 49 p.
4. Medvedev V.S., Potemkin V.G. *Neironnye seti. MATLAB 6* [Neural networks. MATLAB 6] Moscow, DIALOG-MIFI Publ., 630 p.
5. Rubin G.Sh. *Razvitie kvalimetrii metiznogo proizvodstva na osnove metodologii funkcional'no-tselevogo analiza. avtoref. dis. ... dok. tekh. nauk* [Development of quality control metalware production based on the methodology of functional and target analysis. Abstract of PhD thesis]. Magnitogorsk, 2011, 31 p.

---

**ФАТХУЛЛИН РОБЕРТ РИФОВИЧ** – аспирант кафедры прикладной математики и информатики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (fatkhullin.robert@gmail.ru).

**FATKHULLIN ROBERT** – post-graduate student of Applied Mathematics and Informatics Chair, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola.

**СИДОРКИНА ИРИНА ГЕННАДЬЕВНА.** См. с. 180.

---

УДК 532.5  
ББК 22.253

А.В. ЧЕЧНЕВ

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ  
С ТВЕРДЫМИ И СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ  
МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ**

**Ключевые слова:** моделирование, гидродинамические процессы, численные методы.

*Предложен численный метод решения нестационарных задач со свободными и твердыми границами. Он основан на представлении искомой функции на каждом шаге по времени в виде суммы потенциалов простого и двойного слоев. В результате из граничных условий получается система линейных интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода, которая аппроксимируется затем СЛАУ путем замены входящих в нее интегралов по методу Н.М. Крылова – Н.Н. Боголюбова. Нормаль скорости точек свободных границ вычисляется по формуле, вытекающей из интегралов представленного потенциала поля скоростей путем его дифференцирования по направлениям нормалей свободных границ. Численные эксперименты показали, что предложенный метод является устойчивым по времени и позволяет получать достаточно точные численные решения.*

A. CHECHNEV

**NUMERICAL STUDY OF NON-STATIONARY HYDRODYNAMIC PROBLEMS  
WITH RIGID AND FREE BOUNDARIES BY METHOD  
OF BOUNDARY POTENTIALS**

**Key words:** modeling, hydrodynamic processes, numerical methods.

*The article offers a numerical method of solving non-stationary problems with free and rigid boundaries. It is based on the representation of the unknown function to be found at each time step as the sum of the potentials of simple and double layers. The boundary conditions result in a system of linear integral Fredholm equations of the 2nd kind, which is afterwards approximated by the system of linear algebraic equations (SLAE) by replacing its integral constituents according to N.M. Krylov – N.N. Bogoliubov method. The normal rate of free boundary points is calculated according to the formula which is a consequence of the presented velocity field potential integration by its differentiation according to the directions of free boundaries normals. Numerical experiments showed that the proposed method is stable in time and allows obtaining quite accurate numerical solutions.*

Как известно, всякая нестационарная гидродинамическая задача с твердыми и свободной границами в модели идеальной несжимаемой жидкости может быть сведена к последовательности смешанных задач для уравнения Лапласа [1–3, 5, 7]. Последние обычно решаются методом интегральных уравнений, позволяющим свести их к решению систем линейных алгебраических уравнения (СЛАУ). Именно от типа используемой системы интегральных уравнений зависит степень обусловленности аппроксимирующей ее СЛАУ [6], а значит, и качество получаемых численных решений. Поэтому при конструировании новых численных методов нужно стремиться к тому, чтобы решение соответствующей системы интегральных уравнений представляло собой корректно поставленную задачу, что является необходимым условием равномерной ограниченности числа обусловленности аппроксимирующей ее СЛАУ относительно времени  $t \in [0, T]$  при всех достаточно малых шагах по времени и пространству.

Ниже описывается численный метод, удовлетворяющий указанному условию. Он основан на нахождении потенциала поля скоростей  $\varphi$  в форме суммы потенциалов простого и двойного слоев, распределенных, соответственно, вдоль твердых и свободной границ:

$$\varphi(z_0, t) = -\sum_{k=1}^m \int_{T_k(t)} p_k(z, t) \ln|z - z_0| ds_z - \int_{\Gamma(t)} q(z, t) d\omega(z_0, z), \quad (1)$$

где  $z_0 \in D(t)$ ,  $D(t)$  – область, занимаемая жидкостью, в момент времени  $t \in [0, T]$ ;  $T$  – заданное время эксперимента;  $T_k$ ,  $k = \overline{1, m}$  – твердые границы;  $\Gamma(t)$  – свободная граница области  $D(t)$ ;  $d\omega(z_0, z) = \frac{\cos \varphi_{z_0 z} ds_z}{|z - z_0|}$ ;  $\varphi_{z_0 z}$  – угол между векторам  $\vec{n}_z$  и  $z_0 - z$ ,  $\vec{n}_z$  – орт внешней нормали к кривой  $\Gamma(t)$  в точке гладкости  $z_0 \in \Gamma(t)$ ,  $p_k(z, t)$ ,  $k = \overline{1, m}$ , и  $q(z, t)$  – искомые функции.

В качестве примера рассчитано вертикальное движение кругового цилиндра, находившегося в начальный момент на некоторой глубине.

**1. Постановка общей гидродинамической задачи с подвижными твердыми и свободной границами.** Пусть в момент времени  $t = 0$  покоящаяся жидкость занимает некоторую область  $D(0)$ , ограниченную горизонтальной прямой  $\Gamma(0)$  и  $m$  замкнутыми кусочно-гладкими жордановыми контурами  $T_k(0)$ ,  $k = \overline{1, m}$ . При  $t \geq 0$  последние движутся с заданными скоростями  $\vec{V}_k(t)$ ,  $k = \overline{1, m}$ .

Требуется найти для всех  $t \in [0, T]$  положения границ  $\Gamma(t)$  и  $T_k$ ,  $k = \overline{1, m}$ , и непрерывно-дифференцируемую в замкнутой области  $\overline{D(t)}$ , ограниченную кривыми  $\Gamma(t)$  и  $T_k$ ,  $k = \overline{1, m}$ , и гармоническую ограниченную в области  $\overline{D(t)}$  функцию  $\varphi(z, t)$ , удовлетворяющую следующим граничным и начальным условиям:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n_z}(z, t) = (\vec{V}_k(t), \vec{n}_z), \text{ при } z \in T_k, k = \overline{1, m}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t}(z, t) = \frac{1}{2} |\vec{V} \varphi(z, t)|^2 - gy, & \text{при } z \in \Gamma(t); \\ \varphi(z, 0) = \varphi_0(z), & \text{при } z \in \Gamma(0); \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \text{grad} \varphi(z, t), & \text{при } z \in \Gamma(t); \\ z(0) = f_0(\tau) + ig_0(\tau), & -\tau \in (a_0, b_0); \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} z_k(\tau, t) = z_k(\tau, 0) + \int_0^t \vec{v}_k(t) dt, & \tau \in [a_k, b_k], k = \overline{1, m}; \\ z_k(\tau, 0) = f_k(\tau) + ig_k(\tau), & \tau \in [a_k, b_k], k = \overline{1, m}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\vec{V}_k(t)$  – заданные скорости движения контуров,  $T_k(t)$ ,  $k = \overline{1, m}$ ;  $\varphi_0(z)$  – начальное распределение потенциала скоростей вдоль свободной границы  $\Gamma(0)$ ;  $x = \varphi_0(\tau)$ ,  $y = g_0(\tau)$ ,  $\tau \in (a_0, b_0)$  – параметрические уравнения кривой  $\Gamma(0)$ ;  $x = f_k(\tau)$ ,  $y = g_k(\tau)$ ,  $\tau \in [a_k, b_k]$ ,  $k = \overline{1, m}$  – параметрические уравнения твердых границ,  $T_k(0)$ ,  $k = \overline{1, m}$ ;  $g$  – ускорение свободного падения. Жидкость предполагается идеальной и несжимаемой.

**2. Численный метод решения задачи (2) – (5).** Решение задачи (2) – (5) для уравнения Лапласа в области  $D(t)$  будем искать приближённо в дискретные моменты времени  $t_n = n\Delta t$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , на дискретном множестве точек  $\partial D(t_n) = \{z_g : g = \overline{1, N}\}$ .

Предположим, что в некоторый момент времени  $t_n \geq 0$  нам известны положения границ области  $D(t_n)$  и значения искомой функции  $\varphi(z, t_n)$  во всех точках  $z \in \partial D(t_n)$ .

Нам нужно найти их положения и значения функции  $\varphi(z, t_{n+1})$  в точках  $\partial D(t_{n+1})$  в момент времени  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$  (при заданном малом промежутке времени  $\Delta t$ ).

Положения твердых границ  $T_k(t_{n+1})$ ,  $k = \overline{1, m}$  в соответствии с (5) находятся путем их перемещения на векторы.

$$\Delta c_k^{(n)} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{v}_k(t) dt, \quad k = \overline{1, m}.$$

Для определения положения свободной границы  $\Gamma(t_{n+1})$  нам достаточно найти, как это следует из условия (4), скорости точек  $z \in \Gamma(t_n)$  в момент времени  $t_n$ .

Проекция векторов  $\vec{u}(z, t_n)$  на орты  $\vec{\tau}_z$  касательных к кривой  $\Gamma(t_n)$  в точке  $z \in \Gamma(t_n)$  могут быть вычислены как производные от функции  $\varphi(z, t_n)$  по направлениям  $\tau_z$ :

$$u_\tau(z, t_n) = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_z}, \quad z \in \Gamma(t_n).$$

Проекция же векторов на орты нормалей к кривой в точках должны находиться путем численного решения смешанной задачи для уравнения Лапласа в области  $D(t_n)$  по известным значениям  $\varphi(z, t_n)$  и  $\frac{\partial \varphi}{\partial n_z}(z, t_n)$ , соответственно, в точках кривых  $\Gamma(t_n)$  и  $T_k(t_n)$ ,  $k = \overline{1, m}$ .

Для решения этой задачи будем искать функцию  $\varphi(z, t_n)$  в области  $D(t_n)$  в виде (1); тогда неизвестные функции  $p_k(z) = p_k(z, t_n)$  и  $q(z) = q(z, t_n)$  в силу граничных условий должны удовлетворять следующей системе линейных интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \pi p_n(z_0) + \sum_{j=1}^m \int_{T_j(t_n)} \overline{p_j(z)} \frac{\cos \Psi_{z_0 z}}{|z - z_0|} ds_z - \int_{\Gamma(t_n)} q(z) d\mu(z_0, z) = f_k(z_0), & z_0 \in T_k(t_n), k = \overline{1, m}; \\ -\pi q(z_0) + \int_{\Gamma(t_n)} q(z) d\omega(z_0, z) - \sum_{j=1}^m \int_{T_j(t_n)} p_j(z) \ln |z - z_0| ds_z = q(z_0), & z_0 \in \Gamma(t_n), \end{cases} \quad (6)$$

где

$$f_k(z_0) = (\vec{V}_k(t_n), \vec{n}_{z_0}), \quad z_0 \in T_k(t_n), k = \overline{1, m}, \quad q(z_0) = \varphi(z_0, t_n), \quad z_0 \in \Gamma(t_n),$$

$$\cos \Psi_{z_0 z} = \frac{(\vec{n}_{z_0}, z - z_0)}{|z - z_0|}, \quad \mu(z_0, z) = \frac{\cos \Theta_{z_0 z}}{|z - z_0|},$$

$$\cos \Theta_{z_0 z} = \frac{(\vec{\tau}_{z_0}, z - z_0)}{|z - z_0|}, \quad d\omega = \frac{(\vec{n}_{z_0}, z_0 - z)}{|z - z_0|^2}.$$

Разобьем кривые  $\Gamma(t_n)$  и  $T_k(t_n)$ ,  $k = \overline{1, m}$ , соответственно, на  $N_\Gamma$  и  $N_k$ ,  $k = \overline{1, m}$ , ячеек и заменим систему (6) следующей приближенной схемой типа Н.М. Крылова – Н.Н. Боголюбова

$$\begin{cases} \pi p_i + \sum_{j=1}^N p_j \frac{\Delta\omega_{ji}}{\Delta s_i} \Delta s_j - \sum_{j=1}^{N_\Gamma} q_j \Delta\mu_{ij} = f_i, & i = \overline{1, N_k} \\ \pi q_i + \sum_{j=1}^{N_\Gamma} q_j \Delta\omega_{ij} - \sum_{j=1}^{N_k} P_j E_{ij} = g_i, & i = \overline{1, N_\Gamma}, \end{cases} \quad (7)$$

где  $N$  – суммарное число разбиений твердых границ;

$$\begin{aligned} f_i &= (\vec{V}_k(t_n), \vec{n}z_0), i = \overline{1, N}, k = \overline{1, m}, g_i = \varphi(z_i^*, t_n), i = \overline{1, N_\Gamma}, \\ \Delta\mu_{ij} &= \frac{\cos\Theta_{i,j+1}}{d_{i,j+1}} - \frac{\cos\Theta_{i,j}}{d_{i,j}}, \cos\Theta_{i,j} = \frac{Tz_i^*, Z_j - Z_i^*}{d_{ij}}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, N_\Gamma}, \\ \Delta\omega_{ij} &= \arcsin \frac{\Delta_{ij}}{d_{ij}d_{i,j+1}}, d_{ij} = |z_j - z_i^*|, d_{i,j+1} = |z_{j+1} - z_i^*|, \\ \Delta_{ij} &= (x_j - x_i^*)(y_{j+1} - y_i^*) - (x_{j+1} - x_i^*)(y_j - y_i^*), j = \overline{1, N + N_\Gamma}, \\ E_{ij} &= \int_{\omega}^{\omega_{z_{j+1}}} \ln|z - z_i^*| dS_z, \Delta S_j = |z_{j+1} - z_j|, \\ i &= \overline{1, N_\Gamma}, j = \overline{1, N}, z_i^* = \frac{z_i + z_{i+1}}{2}, \vec{T}_{z_i^*} = \frac{z_i - z_{i+1}}{|z_{i+1} - z_i|}, \\ \vec{n}_{z_i^*} &= (-Ty_i^*, Tx_i^*), i = \overline{1, N}, \varphi_i^* = \frac{\varphi_i + \varphi_{i+1}}{2}, \varphi_i = \varphi(z_i, t_n), i = \overline{1, N_\Gamma}. \end{aligned}$$

После решения СЛАУ (7) вычисляем касательные и нормальные составляющие векторов скоростей в точках  $Z_i \in \Gamma(t_n)$ ,  $Z_i = \overline{1, N_{\Gamma+1}}$ , координаты и потенциалы этих точек в момент времени  $t_{n+1}$ .

**3. Тестовая задача.** При реализации данного алгоритма на ЭВМ на первом шаге по времени автоматически решается соответствующая «ударная задача», которая в случае кругового цилиндра имеет точное аналитическое решение. Результаты её численного решения при  $\vec{V} = (0; 1)$  и  $h = 2$  ( $h$  – расстояние от центра круга до горизонтальной свободной поверхности жидкости) даны в табл. 1.

Таблица 1

Распределение потенциала  $\varphi$  вдоль единичной окружности (угол  $\theta$ , град., отсчитывается от оси  $Oy$ ).

$\theta$ , град.	Точное решение	Численное решение
9	-0,60207	-0,60004
27	-0,53538	-0,53161
45	-0,39733	-0,39332
63	-0,19090	-0,18785
81	+0,067052	+0,068587
99	+0,34938	+0,34931
117	+0,62474	+0,62322
135	+0,86264	+0,85991
153	+1,0370	+1,0334
171	+1,1292	+1,1250

**4. Численное решение нестационарной задачи.** В качестве примера проведён расчёт вертикального движения кругового цилиндра, находившегося в начальный момент на глубине двух его радиусов. Результаты расчёта представлены в табл. 2. В ней дано распределение потенциала поля в момент времени  $t = 2,5$  при  $R = 1$ ,  $\vec{V} = (0; 1)$ . Для сравнения там же приведены соответствующие результаты, полученные ранее другим методом в [4].

Таблица 2

**Распределение потенциалов вдоль контура цилиндра в момент времени  $t_n = 2,5$   
(угол  $\theta$  отсчитывается от горизонтали)**

$\theta$ , град.	Данный метод	Метод [7]
-87	1,0939	1,0956
-75	1,0630	1,0646
-63	0,99259	0,99402
-51	0,88628	0,88743
-39	0,74990	0,75068
-27	0,59129	0,59163
-15	0,42034	0,42022
-3	0,24909	0,24850
9	0,091405	0,090418
21	-0,038746	-0,040009
33	-0,13189	-0,13335
45	-0,18794	-0,18964
57	-0,21545	-0,21744
69	-0,22579	-0,22807
81	-0,22836	-0,23081
87	-0,22860	-0,23109

Как видно из табл. 2, численные решения практически совпадают (то же самое имело место и во все другие моменты времени  $t \in [0; 5]$ ), что свидетельствует о высокой точности предлагаемого численного метода. Это объясняется тем, что СЛАУ (7) имеет малые числа обусловленности, вследствие чего алгоритм является устойчивым.

#### Литература

1. Белоцерковский С.М., Дворак А.В., Тесемкин Д.А. К моделированию проникновения в жидкость // Доклады академии наук СССР. 1987. Т. 296, № 6. С. 1320–1323.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1977. 408 с.
3. Терентьев А.Г., Чечнев А.В. Численное исследование входа пластины и дисков в сжимаемую жидкость // Известия академии наук СССР. Механика жидкости и газа. 1985. № 2. С. 104–107.
4. Чечнев А.В. Численное решение задачи о вертикальном движении симметричного плоского тела к свободной поверхности жидкости методом сведения к серии задач Неймана // Математические модели и их приложения: сб. науч. тр. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 62–67.
5. Шифрин Э.Г., Шубников Г.В. Численные методы решения задачи нестационарного течения жидкости с перемещающимися границами // Вычислительная математика и математическая физика. 1982. Т. 22, № 1. С. 163–170.
6. Brebbia C.A., Dominguez J. A two dimension element code for potential problems using quadratic elements. *Software for Engineering Workstation*, 1988, vol. 4, pp. 134–144.
7. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 1981, vol. 39, pp. 201–225.

## References

1. Belotserkovskii S.M., Dvorak A.V., Tesemkin D.A. *K modelirovaniyu proniknoveniya v zhidkost'* [To the simulation of penetration into the liquid]. *Doklady akademii nauk SSSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR], 1987, vol. 296, no. 6, pp. 1320–1323.
2. Lavrent'ev M.A., Shabat B.V. *Problemy gidrodinamiki i ikh matematicheskie modeli* [Problems of hydrodynamics and their mathematical models]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 408 p.
3. Terent'ev A.G., Chechnev A.V. *Chislennoe issledovanie vkhoda plastiny i diskov v szhimaemuyu zhidkost'* [Numerical study entry plate and disks in a compressible fluid]. *Izvestiya akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR], 1985, no. 2, pp. 104–107.
4. Chechnev A.V. *Chislennoe reshenie zadachi o vertikal'nom dvizhenii simmetrichnogo ploskogo tela k svobodnoi poverkhnosti zhidkosti metodom svedeniya k serii zadach Neimana* [Numerical solution of the problem of the vertical motion of a symmetric flat body to the free surface of the liquid by the reduction method to a series of Neumann problems]. *Matematicheskie modeli i ikh prilozheniya: sbornik nauchnykh trudov* [Mathematical models and their applications: collection of scientific papers]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2013, pp. 62–67.
5. Shifrin E.G., Shubnikov G.V. *Chislennyye metody resheniya zadachi nestatsionarnogo tekheniya zhidkosti s peremeshchayushchimisya granitsami* [Numerical methods for solving the problem of unsteady fluid flow with moving boundaries]. *Vychislitel'naya matematika i matematicheskaya fizika* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1982, vol. 22, no. 1, pp. 163–170.
6. Brebbia C.A., Dominguez J. A two dimension element code for potential problems using quadratic elements. *Software for Engineering Workstation*, 1988, vol. 4, pp. 134–144.
7. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 1981, vol. 39, pp. 201–225.

---

**ЧЕЧНЕВ АЛЕКСАНДР ВЛАСОВИЧ** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры компьютерных технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (dikt@chuvsu.ru).

**CHECHNEV ALEXANDR** – candidate of physical and mathematical sciences, assistant professor of Computer Technology Chair, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

УДК 532.5  
ББК 22.253

А.В. ЧЕЧНЕВ

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НЕСКОЛЬКИХ СИММЕТРИЧНЫХ ПЛОСКИХ ТЕЛ К СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

**Ключевые слова:** моделирование, гидродинамические процессы, численные методы.

*Предложен новый численный метод решения задач о вертикальном движении системы симметричных плоских тел к свободной поверхности жидкости. Он основан на сведении исходной гидродинамической задачи с помощью группы специальных приемов к последовательности задач Неймана для односвязных областей. Последние решаются методом источников и стоков, которые сводятся к решению интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода методом Н.М. Крылова – Н.Н. Боголюбова, позволяющим аппроксимировать его хорошо обусловленную СЛАУ. Как показали численные методы на тестовых задачах, метод устойчив по времени и обладает высокой степенью точности.*

A. CHECHNEV

## NUMERICAL SIMULATION OF VERTICAL MOVEMENT OF SEVERAL SYMMETRIC FLAT BODIES TO FREE LIQUID SURFACE

**Key words:** modeling, hydrodynamic processes, numerical methods.

*The article offers a new numerical method of solving problems concerning vertical motion of symmetrical flat bodies system to free liquid surface. It is based on reducing an original hydrodynamic problem to a sequence of Neumann problems for simple connected regions by use of special techniques. The latter are solved by methods of sources and sinks, which are reduced to the solution of integral Fredholm equations of the 2<sup>nd</sup> kind by means of N.M. Krylov – N.N. Bogoliubov method, which allows approximation of its well-grounded SLAE. As shown by numerical methods used on test problems, the method is stable in time and highly accurate.*

Задачи о движении твердых тел в жидкости составляют в совокупности обширный раздел гидродинамики. Благодаря развитию вычислительной техники для их решения все чаще используются различные численные методы. Однако точность многих из них совершенно недостаточна для получения адекватных решений при больших временах моделируемого гидродинамического процесса.

Всякая нестационарная гидродинамическая задача с твердыми и свободными границами в модели идеальной несжимаемой жидкости может быть сведена к последовательности смешанных задач для уравнения Лапласа [3]. Последние обычно решаются с помощью интегральной формулы Грина для гармонических функций. Однако получаемая при этом система интегральных уравнений имеет смешанный тип, вследствие чего аппроксимирующая ее система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) является, как показывают машинные эксперименты, плохо обусловленной, причем ее число обусловленности возрастает обратно пропорционально шагу граничной сетки.

В [4] для решения задачи о вертикальном движении симметричного плоского тела эти смешанные задачи с помощью группы специальных методов сведены к задачам Неймана, для решения которых существуют численные методы, сводящиеся к решению хорошо обусловленных СЛАУ [1].

Ниже область применения данного метода расширяется до класса задач о вертикальном движении произвольного числа симметричных плоских тел с общей (вертикальной) осью симметрии к свободной поверхности жидкости.

**1. Постановка симметричной задачи о движении плоских тел к свободной поверхности жидкости.** Пусть при  $t = -0$  под горизонтальной свободной поверхностью покоящейся жидкости находятся  $n$  плоских твердых тел, сечения которых  $T_k(0)$  ( $k = \overline{1, n}$ ) симметричны относительно некоторой прямой, перпендикулярной свободной поверхности (она принимается далее за ось  $Oy$ ). При  $t \geq +0$  все тела движутся вертикально вверх с заданными скоростями  $\vec{U}_k(t)$ ,  $k = \overline{1, n}$ .

Требуется найти для всех  $t \in [0, T]$ , где  $T > 0$  – заданное время, свободную границу  $\Gamma_z(t)$  и потенциал поля скоростей  $\varphi(z, t)$  в области  $D_z(t)$ , занимаемой жидкостью в момент времени  $t$ .

**2. Построение конформного отображения внешности нескольких симметричных контуров на внешность отрезков мнимой оси.** Для применения метода [4] нам необходимо найти конформное отображение  $\zeta = \omega(z, t)$  внешности  $\Omega_z(t)$  контуров  $T_R(t)$ ,  $R = \overline{1, n}$ , плоскости  $Z$  на внешность  $\Omega_s(t)$  отрезков  $T_R(t) = i[a_R(t), b_R(t)]$ ,  $R = \overline{1, n}$ , плоскости  $S$ , переводящее симметричные относительно мнимой оси точки плоскости  $Z$  в такие же точки плоскости  $S$  и бесконечность – в бесконечность.

Построим это отображение с помощью решения следующей задачи Неймана для области  $\Omega_y(t)$ : найти ограниченную гармоническую в ней и непрерывно дифференцируемую вплоть до границы  $\alpha\Omega_y(t)$  функцию  $\Psi_0(Z, t)$ , удовлетворяющую ограниченным условиям

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{\varphi}_0}{\partial n_Z}(Z, t) = (\vec{u}_0, \vec{n}_Z), Z \in T_k(t), k = \overline{1, n}, \\ \tilde{\varphi}_0(\infty, t) = 0, \end{cases}$$

где  $\vec{u} = (0; 1)$ ,  $\vec{n}_Z$  – орт нормали в точке гладкости  $Z \in T_k(t)$ , направленный внутрь контура  $T_k(t)$ ,  $R = \overline{1, n}$ .

Решив эту задачу, мы тем самым найдем искомое отображение  $\zeta = \omega(z, t)$  [2]:

$$\xi = x + \tilde{\Psi}_0(Z, t), \eta = y - \tilde{\varphi}_0(Z, t),$$

где  $\tilde{\Psi}_0(Z, t)$  – исчезающая на бесконечности функция, сопряженная с функцией  $\tilde{\varphi}_0(Z, t)$  в область  $\Omega_Z(t)$ .

Функцию  $\tilde{\varphi}_0(Z, t)$  будем искать в виде потенциала простого слоя [1]:

$$\tilde{\varphi}_0(Z_0, t) = - \sum_{k=1}^n \int_{T_k(t)} P_k(Z, t) \ln |Z - Z_0| dS_Z, Z_0 \in \Omega_Z(t). \quad (1)$$

Тогда плотности  $P_k(Z, t)$   $b(1)$  должны удовлетворять следующей системе линейных интегральных уравнений [1]:

$$\pi p_k(z_0, t) + \sum_{m=1}^n \int_{T_m(t)} P_m(z, t) \frac{\cos \Psi_{z_0 z}}{|z - z_0|} ds_z = f(z_0, t), z_0 \in T_k(t), k = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где  $\Psi_{z_0 z}$  – угол между векторами  $\bar{n}_{z_0}$  и  $z - z_0$ ,  $f(z_0, t) = (\bar{u}_0, \bar{n}_{z_0})$ .  
 $z_0 \in T_k(t)$ ,  $k = \overline{1, n}$ .

Систему (2) можно решить приближенно, заменив ее следующей СЛАУ:

$$\pi p_i^{(k)} + \sum_{m=1}^n \sum_{j=1}^{N_m} P_j^{(m)} \frac{\Delta \omega_{ij}^{(km)}}{\Delta S_i^{(k)}} \Delta S_j^{(m)} = f_i^{(k)}, \quad n = \overline{1, N_k}, \quad k = \overline{1, n}, \quad (3)$$

где  $N_m$  – число разбиений контура  $T_m(t)$ ,  $m = \overline{1, n}$ , на части,  
 $\Delta S_j^{(m)} = |z_{j+1}^{(m)} - z_j^{(m)}|$ ,  $j = \overline{1, N_m}$ ,  $\{z_j^{(m)} : j = \overline{1, N_m}\}$  – узлы сетки на кривой  
 $T_m(t)$ ,  $m = \overline{1, n}$ ;

$$f_i^{(k)} = (\bar{V}_0, \bar{n}_i^{(k)}),$$

$$n_j^{(k)} = \left( \frac{-\Delta y_i^{(k)}}{\Delta S_i^{(k)}}, \frac{-\Delta x_i^{(k)}}{\Delta S_i^{(k)}} \right), \quad \Delta x_i^{(k)} = R_e(Z_{i+1}^{(k)} - Z_i^{(k)}), \quad \Delta y_i^{(k)} = I_m(Z_{i+1}^{(k)} - Z_i^{(k)}),$$

$$\Delta \omega_{ji}^{(km)} = \frac{\arcsin \Delta_{ji}^{(km)}}{\Delta_{ji}^{(km)} \Delta_{j,i+1}^{(km)}},$$

$$\Delta_{ji}^{(km)} = |Z_i^{(k)} - Z_{j+0,5}^{(m)}|, \quad \Delta_{j,i+1}^{(km)} = |Z_{i+1}^{(k)} - Z_{j+0,5}^{(m)}|, \quad Z_{j+0,5}^{(m)} = 0,5(Z + Z_{j+1}^{(m)}),$$

$$\Delta_{ji}^{(km)} = (x_i^{(k)} - x_{j+0,5}^{(m)})(y_{i+1}^{(k)} - y_{j+0,5}^{(m)}) - (x_{i+1}^{(k)} - x_{j+0,5}^{(m)})(y_i^{(k)} - y_{j+0,5}^{(m)}),$$

$$i = \overline{1, N_k}, \quad j = \overline{1, N_m}, \quad m = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, n}.$$

После решения СЛАУ (3) находим значения функции  $\tilde{\varphi}_0(z, t)$  в точках свободной границы  $\Gamma_z(t)$  по приближенной формуле

$$\tilde{\varphi}_0(z, t) \approx - \sum_{m=1}^n \sum_{j=1}^{N_m} P_j^{(k)} \int_{z_j^{(k)}}^{z_{j+1}^{(k)}} \ln |Z - Z_i| ds_z, \quad i = \overline{1, N+1},$$

где  $N$  – число криволинейных ячеек  $[Z_i, Z_{i+1}]$  на свободной границе  $\Gamma_z(t)$ .

Функцию  $\tilde{\Psi}_0(z, t)$  находим аналогично предыдущему случаю, положив в (2)

$$f(z_0, t) = \frac{\partial \tilde{\varphi}_0}{\partial \tau_{z_0}}(z_0, t), \quad z_0 \in T_k(t), \quad k = \overline{1, n}.$$

**3. Численный метод решения исходной задачи.** Пусть  $\varphi_0(z, t)$  – исчезающее на бесконечности решение задачи Неймана, удовлетворяющее следующим граничным условиям:

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial n_z}(z, t) = (\bar{u}_k(t), \bar{n}_z), \quad z \in T_k(t), \quad k = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Предположим, что в некоторый момент времени  $t=t_n$  нам известны значения функций  $\tilde{\varphi}_0(z, t)$ ,  $\tilde{\Psi}_0(z, t)$ ,  $\varphi_0(z, t)$  и  $\varphi(z, t)$  во всех точках свободной границы  $\Gamma_z(t)$ . Тогда разность  $\Phi(z, t) = \varphi(z, t) - \varphi_0(z, t)$  будет гармоничной в области  $D_z(t)$  функцией, удовлетворяющей следующим граничным условиям:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n_z}(z, t) \equiv 0 \quad \text{при } z \in T_k(t), \quad k = \overline{1, n};$$

$$\Phi(z, t) = g(z, t) \text{ при } z \in \Gamma_z(t),$$

где

$$g(z, t) = \varphi(z, t) - \varphi_0(z, t), z \in \Gamma_z(t).$$

Следовательно, сложная функция

$$\Phi_1(\zeta, t) = \Phi(\omega_1(\zeta, t), t), \zeta \in \tilde{D}_\zeta(t),$$

где  $\omega_1(\zeta, t)$  – отображение, обратное отображению  $\zeta = \omega(z, t)$ , а  $D_\zeta = \omega(D_z(t), t)$  – образ области  $D_z(t)$  при отображении  $\zeta = \omega(z, t)$ , будет гармонической в области  $D_\zeta(t)$ , функцией, удовлетворяющей следующим граничным условиям:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial n_\zeta}(\zeta, t) \equiv 0 \text{ при } \zeta \in l(a_k(t), b_k(t)), k = \overline{1, n};$$

$$\Phi_1(\zeta, t) = g_1(\zeta, t) \text{ при } \zeta \in \Gamma_\zeta(t)$$

где  $\Gamma_\zeta(t)$  – образ кривой  $\Gamma_z(t)$  при отображении  $\zeta = \omega(z, t)$ ,  $g_1(\zeta, t) = g(\omega(\zeta, t), t)$ ,  $\zeta \in \Gamma_\zeta(t)$ .

Так как исходная задача и отображение  $\omega(z, t)$ , а значит, и функция  $g_1(\zeta, t)$  симметричны относительно мнимой оси, то условия на разрезах  $i[a_k(t), b_k(t)]$  в (5) будут автоматически выполнены, если будет удовлетворено последнее из условий (5). Иначе говоря, задача (5) эквивалентна задаче Дирихле для области  $D_\zeta(t) = \tilde{D}_\zeta(t) \cup \sum_{k=1}^n i[a_k(t), b_k(t)]$ ,  $D_\zeta(t) = D_\zeta(t)$  с граничным

условием  $\Phi(\zeta, t)$ , при  $\zeta \in \Gamma_\zeta(t)$  и, таким образом, смешанная задача для  $(n+1)$ -связной области плоскости  $Z$  сведена нами к задаче Дирихле для некоторой односвязной области плоскости  $\zeta$ . Однако кроме ее решения для дальнейшего нам необходимо найти нормальную производную  $\frac{\partial \Phi_1}{\partial n_\zeta}(\zeta, t)$  в точках кривой

$\Gamma_\zeta(t)$ , что удобнее сделать путем перехода от этой задачи к задаче Неймана для сопряженной с  $\Phi_1(\zeta, t)$  в области  $D_\zeta(t)$  функции  $\Psi_1(\zeta, t)$  с граничным условием

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial n_\zeta}(\zeta, t) = \frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau_\zeta}(\zeta, t) \text{ при } \zeta \in \Gamma_\zeta(t) \quad (6)$$

и условием обращения в нуль на бесконечности:  $\Psi(\infty, t) = 0$ .

Задачу (6) решаем с помощью потенциала простого слоя аналогично тому, как это было описано в п. 2. После ее решения вычисляем  $\frac{\partial \Phi}{\partial n_z}(z, t)$  и

$\frac{\partial \varphi}{\partial n_z}(z, t)$  в точках свободной границы  $\Gamma_z(t)$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial n_z}(z, t) = -\frac{\partial \Psi}{\partial \tau_z}(z, t), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n_z}(z, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial n_z}(z, t) + \frac{\partial \varphi_0}{\partial n_z}(z, t) \end{cases}$$

где  $\Psi(z, t) = \Psi_1(\omega(z, t), t)$  для всех  $z \in D_z(t)$ .

И, наконец, находим скорости, координаты и потенциалы точек свободной границы  $\Gamma_z(t)$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial x}(z, t) = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_z}(z, t)\tau_\chi - \frac{\partial \varphi}{\partial \eta_z}(z, t)\tau_\gamma; \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \chi}(z, t) = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_z}\tau_\gamma + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta_z}(z, t)\tau_\chi; \\ z(t + \Delta t) = z(t) + \Delta t \operatorname{grad} \varphi(z, t); \\ \Psi(z, t + \Delta t) = \Psi(z, t) + \frac{\Delta t}{2} \operatorname{grad} \varphi(z, t)^2 - gy(t), \end{cases}$$

где  $\Delta t$  – некоторый малый (по сравнению с временем  $T$  моделируемого процесса) промежуток времени,  $T_x$  и  $T_y$  – проекции касательного вектора  $T_z$  на оси  $O_x$  и  $O_y$ .

**4. Тестовая задача.** В качестве тестовой задачи возьмем задачу об ударе кругового цилиндра, находящегося в момент удара под горизонтальной свободной поверхностью жидкости.

Ее решение при  $\bar{u} = (0; 1)$  и  $h = 2$  ( $h$  – расстояние от сечения цилиндра до горизонтальной свободной поверхности жидкости) дано в табл. 1.

Таблица 1

Распределение потенциала  $\varphi$  вдоль окружности сечения  
(угол  $\alpha$  в градусах отсчитывается от вертикали)

$\alpha$	Точное решение	Численное решение ( $N^+ = 100, \Delta x = 0,1$ )	Относительная погрешность, %
9	-0,60207	-0,60240	0,055
27	-0,53539	-0,53574	0,065
45	-0,39733	-0,39776	0,11
63	-0,19090	-0,19147	0,30
81	0,067052	0,066275	1,16
99	0,34938	0,34839	0,28
117	0,62474	0,62355	0,19
135	0,86264	0,86130	0,16
153	1,03708	1,03562	0,14
171	1,12924	1,12772	0,13

**5. Простейшая нестационарная задача.** С целью сравнения были проведены расчеты вертикального движения кругового цилиндра данным методом и методом потенциалов. В начальный момент цилиндр под горизонтальной поверхностью жидкости находился на глубине его диаметра, а затем двигался со скоростью  $\bar{u} = (0; 1)$  до момента времени  $t = 6$ , соответствующего подъему цилиндра на высоту  $h = 2R$  ( $R$  – радиус сечения цилиндра) над уровнем свободной поверхности жидкости на бесконечности.

Для иллюстрации в табл. 2 дано распределение потенциала поля скоростей вдоль контура сечения цилиндра в один из моментов времени (угол  $\beta$  отсчитывается от горизонтали).

Таблица 2

## Распределение потенциала поля скоростей вдоль контура сечения цилиндра

$\beta$	Данный метод	Метод потенциалов
9	0,0904	0,0914
21	-0,0400	-0,0387
33	-0,1333	-0,1319
45	-0,1896	-0,1879
57	-0,2174	-0,2154
69	-0,2281	-0,2258
81	-0,2308	-0,2284
87	-0,2311	-0,2286

Как видно из табл. 2, численные решения совпадают с двумя знаками после запятой с точным решением, что свидетельствует о высокой точности предлагаемого численного метода.

## Литература

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. 512 с.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматлит, 1958. 678 с.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1977. 408 с.
4. Чечнев А.В. Численное решение задачи о вертикальном движении симметричного плоского тела к свободной поверхности жидкости методом сведения к серии задач Неймана // Математические модели и их приложения: сб. науч. тр. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 62–67.

## References

1. Vladimirov V.S. *Uravneniya matematicheskoi fiziki* [Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 512 p.
2. Lavrent'ev M.A., Shabat B.V. *Metody teorii funktsii kompleksnogo peremennogo* [Methods of the theory of functions of a complex variable]. Moscow, Fizmatlit publ., 1958, 678 p.
3. Lavrent'ev M.A., Shabat B.V. *Problemy gidroinamiki i ikh matematicheskie modeli* [Problems of hydrodynamics and their mathematical models]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 408 p.
4. Chechnev A.V. *Chislennoe reshenie zadachi o vertikal'nom dvizhenii simmetrichnogo ploskogo tela k svobodnoi poverkhnosti zhidkosti metodom svedeniya k serii zadach Neimana* [Numerical solution of the problem of the vertical motion of a symmetric flat body to the free surface of the liquid by the reduction method to a series of Neumann problems]. *Matematicheskie modeli i ikh prilozheniya: sb. nauch. tr.* [Mathematical models and their applications: collection of scientific papers]. Cheboksary, Chuvash State University, 2013, pp. 62–67.

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Вестник Чувашского университета» просит авторов руководствоваться нижеприведенными правилами.

**1.** Авторские оригиналы представляются на бумажном и электронном носителях. Авторский текстовый оригинал должен быть пронумерован и подписан авторами на титульном листе с указанием даты.

**2.** К статьям, направляемым в редакцию, прилагаются:

- 1) *заявление автора на имя главного редактора;*
- 2) *две внешние рецензии;*
- 3) *ходатайство научного руководителя;*
- 4) *лицензионный договор в двух экземплярах;*
- 5) *экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати.*

**3.** Авторы должны указать рубрику, в которой следует поместить статью.

**4. Оформление статьи:**

- 1) *классификационные индексы Универсальной десятичной классификации (УДК), Библиотечно-библиографического классификатора (ББК);*
- 2) *инициалы и фамилия авторов;*
- 3) *название статьи;*
- 4) *ключевые слова;*
- 5) *аннотация статьи;*
- 6) *название статьи, инициалы и фамилия автора на английском языке;*
- 7) *ключевые слова на английском языке;*
- 8) *аннотация на английском языке;*
- 9) *текст статьи;*
- 10) *примечательный библиографический список;*
- 11) *транслитерированный библиографический список References;*
- 11) *сведения об авторе.*

Авторские оригиналы подготавливаются с помощью компьютера в среде Microsoft Word (файлы типа doc). Формат бумаги А4, поля: справа и слева 4 см, сверху 4,5 см, снизу 5,7 см, от края до верхнего колонтитула 3 см, красная строка 0,75 см. Текст статьи набирается шрифтом Times New Roman размера 11 пт через 1 интервал.

Текст статьи представляется в двух экземплярах с приложением файла в электронном виде.

**5. Рисунки.** Количество рисунков не более 4. На рисунки должны быть ссылки. Рисунки должны быть внедрены в режиме Вставка Объект Рисунок Microsoft Word. Подписанные подписи выполняются шрифтом размера 9 пт.

**6. Формулы и буквенные обозначения по тексту.** Формулы набираются в редакторе формул Microsoft Equation. Шрифт для греческих букв – Symbol, для всех остальных – Times New Roman, основной размер 11 пт, крупный индекс 7 пт, мелкий 5 пт.

Латинские буквы набираются курсивом, буквы греческого алфавита и кириллицы – прямым шрифтом, обозначения матриц, векторов, операторов – прямым полужирным шрифтом.

Формулы располагаются по центру страницы. Номер формулы ставится у правого края. Нумеруются лишь те формулы, на которые имеются ссылки.

При выборе единиц физических величин рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

**7. Таблицы.** Текст в таблицах набирается шрифтом размером 9 пт, заголовок выделяется полужирным шрифтом. На таблицы должны быть ссылки.

**8. Список литературы.** Список строится по алфавиту, записи рекомендуется располагать сначала на языке издания, в которое включен список, затем на других языках. Источники набираются шрифтом Times New Roman размера 9 пт. При оформлении списка литературы необходимо руководствоваться ГОСТом Р 7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила оформления».

Ссылки на источники в тексте даются в квадратных скобках, например [1], [1. С. 5].

**9. Список References.** Транслитерацию русского текста в латиницу следует производить в соответствии со стандартом BSI.

**10. Сведения об авторах** набираются полужирным шрифтом размера 10 пт *на русском и английском языках в именительном падеже* по следующей форме: *Фамилия, имя, отчество – ученая степень, должность, место работы, страна, город. Контактная информация (e-mail).*

**11.** Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, возвращаются без рассмотрения. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответами на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

**12.** Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

**13.** В одном номере журнала может быть опубликовано, как правило, не более двух статей одного автора, в том числе в соавторстве.

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭНЕРГЕТИКА

**Александрова Л.Э.**

Расчёт необходимых ограничений потребителей для повышения функциональной надёжности электроэнергетической системы при аварийных возмущениях ..... 5

**Афанасьев А.А.**

Одноступенчатый магнитный редуктор с трехфазной обмоткой статора и внутренним ротором с короткозамкнутой обмоткой..... 12

**Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Тарасов В.А., Тарасова В.В., Федоров Д.Г.**

Исследование нестационарных тепловых режимов отопления зданий и сооружений..... 20

**Бычкова И.Ю., Ядарова О.Н., Слаутский Л.А.**

Флуктуации ультразвука в конвективном потоке над нагретой поверхностью ..... 29

**Воронов П.Л.**

Анализ сложных электрических систем по частям на основе свойств активного двухполюсника ..... 35

**Воронов П.Л., Щедрин В.А.**

Эквивалентирование и упрощение сложных электрических систем по частям при моделировании..... 44

**Вохидов А.Д., Немцев Г.А.**

К определению потерь мощности при несимметричной нагрузке ..... 56

**Егоров Ф.С., Охоткин Г.П., Мукин В.А., Редька Д.Н., Кукин А.В.**

Увеличение эффективности тонкопленочного солнечного модуля при лазерном скрайбировании фронтального контакта из оксида цинка ..... 59

**Иванов А.В., Рыбаков Л.М.**

Совершенствование методов контроля изоляции электрооборудования высокого напряжения на основе высокочастотного зондирования..... 66

**Ильгачёв А.Н.**

Частичные проводимости схемы замещения электрического процесса в ванне электродных печей резистивного нагрева..... 73

**Никитина О.А., Петров О.А., Руссова Н.В., Савин М.Л., Свинцов Г.П.**

Влияние исходных данных проектирования на оптимальные соотношения в симметричной двухкатушечной П-образной клапанной магнитной системе с цилиндрическими сердечниками и полюсными наконечниками..... 81

**Никитина О.А., Петров О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П.**

Выбор размеров форсированного П-образного двухкатушечного привода контактора .... 91

**Рогинская Л.Э., Исмаилов Р.Р., Рахманова Ю.В.**

Расширение частотного диапазона полупроводниковых преобразователей частоты для электротехнологических установок, включающих индукционный нагрев, с помощью многофункциональных трансформаторов ..... 96

**Рыбаков Л.М., Иванова З.Г.**

Прогнозирование отказов и планирование резерва запасных элементов, аппаратов и оборудования распределительных электрических сетей 10 кВ ..... 104

**Рыбаков Л.М., Ласточкин С.В.**

Исследование поведения лидера молнии в сельской местности при различных воздействующих факторах для выбора молниезащиты объектов ..... 111

**Садиков Д.Г., Титов В.Г.**

Анализ гармонического состава тока и напряжения, потребляемого преобразователями частоты ..... 116

**Славутский А.Л.**

Учет остаточной намагниченности в трансформаторе при моделировании переходных процессов ..... 122

**Шалунов Е.П., Смирнов В.М., Урянский И.П.**

Износостойкие подшипники скольжения из наноструктурных материалов для мощных электродвигателей..... 131

---

## **ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ**

**Абруков В.С., Абруков С.В., Смирнов А.В., Карлович Е.В.**

Методы интеллектуального анализа данных при создании баз знаний ..... 140

**Абруков В.С., Кочаков В.Д., Смирнов А.В., Абруков С.В., Васильев А.И.**

Многофакторные вычислительные модели фотодатчиков на основе тонких пленок ..... 147

**Андреев В.В., Лукьянова В.Ю.**

Проверка закона Гибрата для населённых пунктов Чувашской Республики ..... 154

**Галанина Н.А., Песошин В.А., Иванова Н.Н.**

Разработка и анализ поразрядных устройств дискретного преобразования Фурье ..... 162

**Желтов П.В., Шевченко Я.В.**

Синтаксис языка программирования виртуальной реальности *Open Code Effects* ..... 169

**Лучинин З.С., Сидоркина И.Г.**

Математическая модель документо-ориентированной базы данных с отражением ограничений целостности ..... 174

**Песошин В.А., Галанина Н.А., Иванова Н.Н.**

Вычисление переходных вероятностей цепей Маркова при синтезе устройств обработки сигналов в линейных фазовых системах ..... 181

**Потапов А.А.**

Опыт создания и примеры использования глобального фрактально-скейлингового метода в радиофизике, радиолокации и радиотехнике (1980–2015)..... 189

**Сучков В.О., Ядарова О.Н., Славутский Л.А.**

Дистанционный ультразвуковой контроль воздушного потока на основе искусственной нейронной сети ..... 207

**Фатхуллин Р.Р., Сидоркина И.Г.**

Методы стохастической оптимизации при оценке качества деятельности образовательных организаций ..... 213

**Чечнев А.В.**

Численное исследование нестационарных гидродинамических задач с твердыми и свободными границами методом граничных потенциалов ..... 222

**Чечнев А.В.**

Численное моделирование вертикального движения нескольких симметричных плоских тел к свободной поверхности жидкости ..... 228

**ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ**..... 234

CONTENTS

ELECTRICAL TECHNOLOGY AND POWER ENGINEERING

<b>Aleksandrova L.</b> CALCULATION OF REQUIRED RESTRICTIONS OF CONSUMERS FOR ENHANCING FUNCTIONAL RELIABILITY OF THE ELECTRIC POWER SYSTEM IN CASE OF ACCIDENTAL PERTURBATIONS .....	5
<b>Afanasyev A.</b> SINGLE STAGE MAGNETIC GEAR WITH THREE-PHASE STATOR WINDING AND INNER ROTOR WITH SHORT-CIRCUITED WINDING .....	12
<b>Afanasyev V., Kovalev V., Tarasov V., Tarasova V., Fedorov D.</b> INVESTIGATION OF NON-STATIONARY HEATING MODES OF WARMING BUILDINGS .....	20
<b>Bychkova I., Yadarova O., Slavutskii L.</b> FLUCTUATIONS OF ULTRASOUND IN THE CONVECTIVE FLOW OVER THE HEATING SURFACE .....	29
<b>Voronov P.</b> PIECEWISE ANALYSIS OF LARGE-SCALE ELECTRICAL SYSTEMS BASED ON TWO-TERMINAL NETWORK PROPERTIES .....	35
<b>Voronov P., Shchedrin V.</b> EQUALIZING AND SIMPLIFYING PIECEWISE ANALYSIS OF LARGE-SCALE ELECTRICAL SYSTEMS .....	44
<b>Vokhidov A., Nemtsev G.</b> DEFINITION OF POWER LOSSES IN CASE OF UNBALANCED LOAD .....	56
<b>Egorov F., Okhotkin G., Mukin V., Redka D., Kukin A.</b> INCREASING EFFICIENCY OF THIN-FILM SOLAR MODULE DURING ZnO FRONT CONTACT LASER SCRIBING .....	59
<b>Ivanov A., Rybakov L.</b> DEVELOPMENT MONITORING OF HIGH VOLTAGE INSULATION ELECTRIC EQUIPMENT BASED ON HIGH SENSING .....	66
<b>Ilgachev A.</b> DIRECT ADMITTANCES OF BATH ELECTRIC PROCESS EQUIVALENT CIRCUIT FOR RESISTANCE HEATING ELECTRODE FURNACES .....	73
<b>Nikitina O., Petrov O., Russova N., Savin M., Svintsov G.</b> INFLUENCE OF INITIAL DESIGN DATA ON OPTIMAL PROPORTIONALITY IN SYMMETRIC TWO-COIL U-SHAPED VALVE MAGNETIC SYSTEM WITH CYLINDRICAL CORE AND POLE TIPS .....	81
<b>Nikitina O., Petrov O., Russova N., Svintsov G.</b> SIZING FORCED U-SHAPED TWO-COIL ACTUATOR OF CONTACTOR .....	91
<b>Roginskaya L., Ismagilov R., Rakhmanova Yu.</b> EXPANSION OF FREQUENCY RANGE OF SEMICONDUCTOR FREQUENCY CONVERTERS FOR ELECTROTECHNOLOGICAL INSTALLATIONS INVOLVING INDUCTION HEATING BY MEANS OF MULTIPURPOSE TRANSFORMERS .....	96
<b>Rybakov L., Ivanova Z.</b> PREDICTING FAILURE AND PLANNING RESERVES OF SPARE PARTS, APPARATUS AND EQUIPMENT FOR 10 KV ELECTRIC DISTRIBUTION GRIDS .....	104
<b>Rybakov L., Lastochkin S.</b> STUDY LEADERS OF BEHAVIOR LIGHTNING IN RURAL AREAS IN DIFFERENT IMPACT FACTORS TO SELECTING LIGHTNING PROTECTION OBJECTS .....	111
<b>Sadikov D., Titov V.</b> ANALYSIS OF HARMONIC COMPOSITION OF CURRENT AND VOLTAGE CONSUMED BY FREQUENCY CONVERTERS .....	116
<b>Slavutskiy A.</b> ACCOUNTING THE RESIDUAL MAGNETIZATION IN THE TRANSFORMER FOR THE MODELING OF TRANSIENTS .....	122
<b>Shalunov E., Smirnov V., Uryanskiy I.</b> WEAR-RESISTANT SLIDING BEARINGS USING NANOSTRUCTURED MATERIALS FOR POWERFUL ELECTRIC MOTORS .....	131

---

**INFORMATICS, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL**

<i>Abrukov V., Abrukov S., Smirnov A., Karlovich E.</i> DATA MINING TECHNIQUES AS MEANS OF CREATING KNOWLEDGE BASES.....	140
<i>Abrukov V., Kochakov V., Smirnov A., Abrukov S., Vasilyev A.</i> MULTIFACTOR COMPUTATIONAL MODELS OF THIN FILM-BASED PHOTOSENSORS .....	147
<i>Andreev V., Lykiyanova V.</i> TEST OF GIBRAT'S LAW FOR POPULATED LOCALITIES OF CHUVASH REPUBLIC .....	154
<i>Galanina N., Pesoshin V., Ivanova N.</i> DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF BITWISE DISCRETE FOURIER TRANSFORM DEVICES .....	162
<i>Zheltoy P., Shevchenko Ya.</i> SYNTAX OF VIRTUAL REALITY PROGRAMMING LANGUAGE <i>OPEN CODE EFFECTS</i> .....	169
<i>Luchinin Z., Sidorkina I.</i> MATHEMATIC MODEL OF DOCUMENT-ORIENTED DATABASE WITH REFLECTION OF INTEGRITY CONSTRAINTS.....	174
<i>Pesoshin V., Galanina N., Ivanova N.</i> CALCULATING MARKOV CHAINS TRANSITION PROBABILITIES WHILE SYNTHESISING SIGNAL-PROCESSING HARDWARE IN LINEAR PHASE SYSTEMS .....	181
<i>Potapov A.</i> SHARING EXPERIENCE ON CREATING AND USING GLOBAL FRACTAL-SCALING APPROACH IN RADIO PHYSICS, RADIO LOCATION AND RADIO ENGINEERING (1980–2015).....	189
<i>Suchkov V., Yadarova O., Slavutskii L.</i> ULTRASONIC REMOTE CONTROL OF AIRFLOW BASED ON ARTIFICIAL NEURAL NETWORK.....	207
<i>Fatkhullin R., Sidorkina I.</i> METHODS OF STOCHASTIC OPTIMIZATION IN QUALITY ASSESSMENT OF EDUCATIONAL ORGANIZATIONS .....	213
<i>Chechnev A.</i> NUMERICAL STUDY OF NON-STATIONARY HYDRODYNAMIC PROBLEMS WITH RIGID AND FREE BOUNDARIES BY METHOD OF BOUNDARY POTENTIALS.....	222
<i>Chechnev A.</i> NUMERICAL SIMULATION OF VERTICAL MOVEMENT OF SEVERAL SYMMETRIC FLAT BODIES TO FREE LIQUID SURFACE .....	228
<b>RULES FOR THE AUTHORS</b> .....	234

# **ВЕСТНИК ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**Технические науки**

**№ 1 2015**

Редактор ***Н.И. Завгородняя***

Корректор ***Г.Ф. Губанова***

Технический редактор ***Н.Н. Иванова***

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации средства массовой информации

ПИ № ФС77-51087 от 04.09.2012 г.

Сдано в набор 12.01.15. Подписано в печать 18.03.15. Выход в свет 25.03.15.  
Формат 70×100/16. Бумага писчая. Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 19,4. Уч.-изд. л. 22,05.

Тираж 500 экз. Заказ № 289. Свободная цена.

428015, Чебоксары, Московский просп., 15  
Типография Чувашского университета