

ISSN 1810-1909

Вестник

ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 2015

Технические науки

Научный журнал

Основан в марте 1995 г.

Учредитель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Главный редактор

А.Ю. Александров, кандидат экономических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

Заместитель главного редактора

Г.А. Белов, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

Члены редакционной коллегии

А.А. Афанасьев, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

В.П. Афанасьев, доктор технических наук, профессор (Санкт-Петербург, Россия)

В.В. Афанасьев, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

А.В. Булычев, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

Н.П. Вашкевич, доктор технических наук, профессор (Пенза, Россия)

Н.А. Галанина, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

Л.С. Зимин, доктор технических наук, профессор (Самара, Россия)

Ю.К. Евдокимов, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

А.Г. Коробейников, доктор технических наук, профессор (Санкт-Петербург, Россия)

А.Б. Кувалдин, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

С.Л. Кужеков, доктор технических наук, профессор (Новочеркасск, Россия)

А.Л. Куликов, доктор технических наук (Нижний Новгород, Россия)

Ю.Я. Лямец, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

В.И. Мелешин, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

Ю.М. Миронов, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

А.В. Мокеев, доктор технических наук, доцент (Архангельск, Россия)

В.А. Песошин, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

А.А. Потапов, доктор физико-математических наук, профессор (Москва, Россия)

В.В. Сагарадзе, доктор технических наук, член-корреспондент РАН (Екатеринбург, Россия)

И.Г. Сидоркина, доктор технических наук, профессор (Йошкар-Ола, Россия)

А.И. Федотов, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

Л.М. Шарнин, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

Ответственный секретарь

Н.И. Завгородняя

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук.

Адрес редакции: 428015, Чебоксары, Московский пр., 15,
тел. (8352) 45-20-96, 58-33-63 (доб. 2030)
e-mail: vestnik@chuvsu.ru
<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

ISSN 1810-1909

Vestnik

CHUVASHSKOGO UNIVERSITETA

№ 3 2015

Technical Sciences

Scientific Journal

Since March, 1995

Founder:
Federal State Educational Budgetary Institution
of Higher Professional Education
the Ulyanov Chuvash State University

Editor-in-Chief

A.Yu. Aleksandrov, Candidate of Economics, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

Deputy Editor-in-Chief

G.A. Belov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

Editorial Board

A.A. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
V.P. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Professor (St.-Petersburg, Russia)
V.V. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)
A.V. Bulychev, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
N.P. Vashkevich, Doctor of Technical Sciences, Professor (Penza, Russia)
N.A. Galanina, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)
L.S. Zimin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Samara, Russia)
Yu.K. Evdokimov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)
A.G. Korobeinikov, Doctor of Technical Sciences, Professor (St. Petersburg, Russia)
A.B. Kuvaldin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)
S.L. Kuzhikov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Novocherkassk, Russia)
A.L. Kulikov, Doctor of Technical Sciences (Nizhny Novgorod, Russia)
Yu.Ya. Lyamets, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
V.I. Meleshin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)
Yu.M. Mironov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
A.V. Mokeev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Arkhangelsk, Russia)
V.A. Pesoshin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)
A.A. Potapov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Moscow, Russia)
V.V. Sagaradze, Doctor of Technical Sciences, Corresponding Member of Russian Academy of Sciences (Ekaterinburg, Russia)
I.G. Sidorkina, Doctor of Technical Sciences, Professor (Yoskar-Ola, Russia)
A.I. Fedotov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)
L.M. Sharnin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

Executive Editor

N.I. Zavgorodnyaya

The journal is included into the List of leading peer-reviewed scientific journals and publications issued in the Russian Federation where the main scientific results of doctoral theses are to be published.

Address: 15, Moskovskiy pr., Cheboksary, Chuvash Republic, 428015, Russia
Tel. +7(8352)45-20-96, 58-33-63 (2030)
E-mail: vestnik@chuvsu.ru
<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

УДК 621.313

ББК 31.291

А.А. АФАНАСЬЕВ, Д.И. АХМЕТЗЯНОВ, В.А. ЧИХНЯЕВ

РАСЧЁТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДВИГАТЕЛЯ МЕТОДОМ ЗЕРКАЛЬНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

Ключевые слова: конформное отображение, верхняя полуплоскость, бесконечная полоса, токовые шины прямоугольного сечения, зеркальные отображения источников магнитного поля.

Постоянные магниты, расположенные на поверхности ярма ротора, заменяются системой эквивалентных токовых шин прямоугольного сечения, магнитное поле которых в открытом пространстве определяется по известным классическим формулам. Влияние ферромагнитных сердечников на магнитное поле в воздушном зазоре учитывается действием зеркальных образов физических источников поля относительно поверхностей сердечников, ограничивающих зубчатый воздушный зазор. Зеркальные образы проводников с током легко находятся при гладкой поверхности (плоской или цилиндрической) границ воздушного зазора. С этой целью зубчатый воздушный зазор конформно отображается на бесконечную полосу с прямолинейными границами.

A. AFANASYEV, D. AKHMETZYANOV, V. CHIKHNYAEV COMPUTATION OF MAGNETOELECTRIC MOTOR MAGNETIC FIELD BY MIRRORING MAPPING METHOD

Key words: conformal mapping, upper plane, infinite strip, rectangular buses, mirror images of magnetic field sources.

Permanent magnets located on the surface of the rotor yoke are replaced by the system of equivalent rectangular buses whose magnetic field in open space is determined by known classical formulas. Influence of ferromagnetic cores on magnetic field in air gap is considered by the action of mirror images of field physical sources relative to the surface of the cores that limit the toothed air gap. Mirror images of current bearing conductors are easily found under the smooth surface (plane or cylindrical) of the air gap borders. For this purpose, the toothed air gap is conformally mapped onto the infinite strip with rectangular borders.

Постановка задачи. Электрические двигатели с постоянными магнитами находят широкое применение в промышленности, на транспорте, в бытовой технике. Поэтому вопросы расчёта, оптимизации функциональных свойств этих двигателей заслуживают внимания.

В статье рассматривается решение полевой задачи аналитическими средствами на основе конформных отображений зубчатого воздушного зазора на канонические области (верхнюю полуплоскость и бесконечную полосу) и зеркальных образов источников магнитного поля относительно гладких границ бесконечной полосы.

Токовые шины постоянных магнитов. Микроскопические связанные молекулярные токи (амперовы токи) в теле постоянного магнита, компенсируя друг друга, вызывают появление поверхностных токов [3, 5, 6]. В идеальной версии эти токи протекают в бесконечно тонком поверхностном слое.

Для плоскопараллельного магнитного поля призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением можно полагать, что это поле создаёт-

ся встречными токами I двух параллельных шин, имеющих высоту $2b = h_M$, ширину a (h_M – высота магнита в направлении его намагниченности) и находящихся на расстоянии ширины магнита b_M (рис. 1, а).

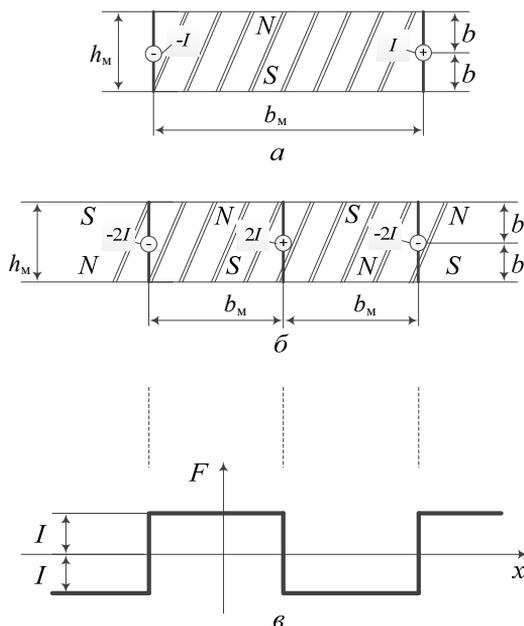


Рис. 1. Поверхностные токи призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением, протекающие по эквивалентным шинам (а); поверхностные токи в местах стыка разнополюсных магнитов (б); кривая МДС магнитов индуктора (в)

Магнитное поле прямоугольной шины в открытом пространстве. Прямоугольная шина с током I (рис. 2), расположенная в открытом пространстве, создает магнитное поле, координатные составляющие напряженности которого определяются по следующим формулам [3, 7]:

$$H_x = \frac{I}{8\pi ab} \left[(y+b)(\varphi_1 - \varphi_2) - (y-b)(\varphi_3 - \varphi_4) + (x+a) \ln \frac{r_2}{r_4} - (x-a) \ln \frac{r_1}{r_3} \right]; \quad (1)$$

$$H_y = -\frac{I}{8\pi ab} \left[(x+a)(\varphi_2 - \varphi_4) - (x-a)(\varphi_1 - \varphi_3) + (y+b) \ln \frac{r_2}{r_1} - (y-b) \ln \frac{r_4}{r_2} \right], \quad (2)$$

где φ_k – угол между положительным направлением оси x и отрезком, соединяющим точку наблюдения $P(x, y)$ с k -й вершиной прямоугольной шины ($k = 1, \dots, 4$); r_k – длины указанных отрезков.

Призматические магниты закрепляются на яре ротора магнитоэлектрической машины. На границе полюсных зон имеются места стыка разнополярных магнитов (рис. 1, б). Место стыка, как источник магнитного поля, может быть представлено эквивалентной шиной с током $2I$. Эта шина и её зеркальные образы в стали статора и ротора (рис. 3) будут одним из источников магнитного поля в воздушном зазоре, находящемся в открытом пространстве.

Рассмотрение зеркальных образов исходной шины в предложенном виде предполагает, что магнитная проницаемость стальных сердечников электрической машины равна бесконечности¹.

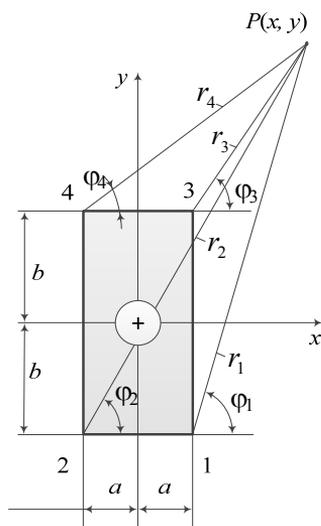


Рис. 2. Прямоугольная шина в открытом пространстве

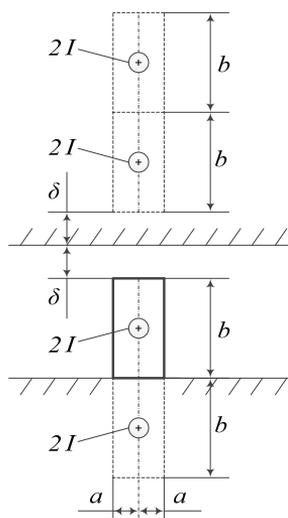


Рис. 3. Шина с током $2I$, соответствующая стыку разнополюсных магнитов, и её зеркальные образы в стали статора и ротора

Варианты двойных конформных отображений. Анализ магнитного поля в зубчатом воздушном зазоре удобно производить, конформно преобразовав этот физический воздушный зазор, расположенный в плоскости z , в виртуальную бесконечную полосу с гладкими границами, расположенную в комплексной плоскости s .

Такое преобразование производится в два этапа. Первый этап состоит в конформном преобразовании реального воздушного зазора плоскости z на верхнюю комплексную плоскость t . На втором этапе верхняя комплексная плоскость t конформно отображается в бесконечную гладкую полосу плоскости s .

При представлении поперечного разреза машины с бесконечно большим радиусом воздушный зазор становится плоским.

Конформное соответствие немагнитного зубчатого зазора с отсутствием кривизны в физической плоскости z с верхней комплексной полуплоскостью t задается дифференциальным уравнением Кристоффеля – Шварца

$$\frac{dz}{dt} = \lambda(t). \tag{3}$$

Верхняя комплексная плоскость t может быть преобразована в бесконечную горизонтальную полосу $s = \tau + j\sigma$ шириной $h_m + \delta$ двумя различными

¹ При учёте конечного значения магнитной проницаемости μ стали величина физического тока I в его образе уменьшится до значения $\frac{\mu-1}{\mu+1} I$. Поскольку в стальных сердечниках статора и ротора $\mu \gg 1$, то погрешность допущения $\mu = \infty$ будет пренебрежимо мала [1].

способами в зависимости от особенностей конформного преобразования первого этапа.

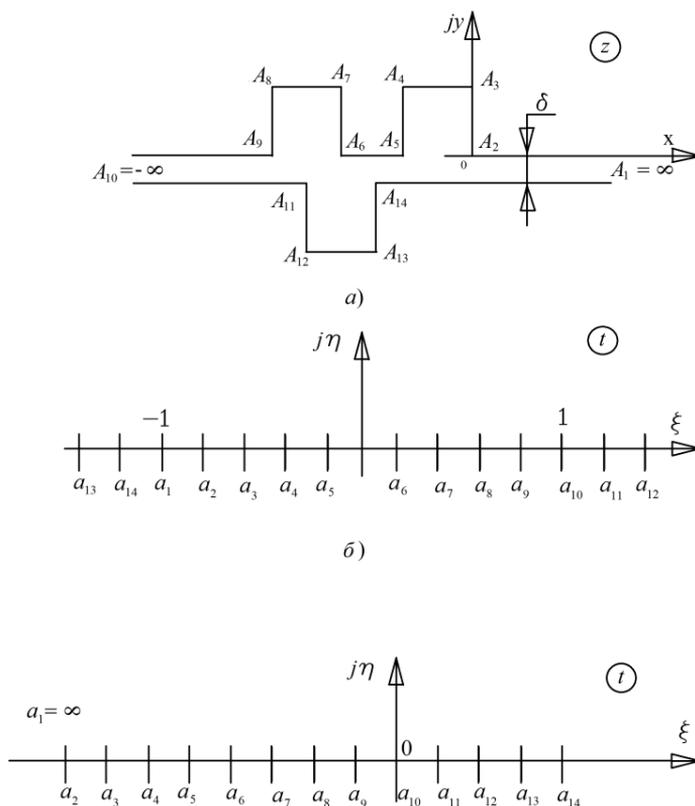


Рис. 4. Два варианта конформного преобразования зубчатой полосы плоскости z на верхнюю полуплоскость t

Возможны два способа такого преобразования. Первый способ предполагает, что крайние левые и правые точки зубчатой полосы плоскости z с бесконечно большими значениями ($z = \pm\infty$) с помощью уравнения (3) преобразуются на первом этапе, соответственно, в точки $t = \pm 1$ (рис. 4, а, б). Интервал вещественной оси плоскости t $-1 \leq t \leq 1$ будет соответствовать поверхности ротора, а остальные точки этой оси – поверхности статора. Тогда преобразование верхней комплексной плоскости t в полосу s задается уравнением

$$s = \frac{2(h_M + \delta)}{\pi} \operatorname{arth}(t) = \frac{h_M + \delta}{\pi} \ln \frac{1+t}{1-t}. \quad (4)$$

Второй способ предполагает, что уравнение (3) преобразует на первом этапе точку $z = -\infty$ в точку $t = 0$, а точку $z = +\infty$ – в точку $t = +\infty$ (рис. 4, а, в). В этом случае положительная часть вещественной оси плоскости t будет соответствовать ротору, а отрицательная – статору. Переход от верхней комплексной плоскости t к полосе s задается уравнением

$$s = \tau + j\sigma = \frac{h_M + \delta}{\pi} \ln t. \quad (5)$$

Теперь рассмотрим конформные отображения первого вида, когда ищем постоянные в дифференциальном уравнении Кристоффеля – Шварца (3) для относительно большого числа пазов. Обратимся к многоугольнику с тремя пазами (рис. 5).

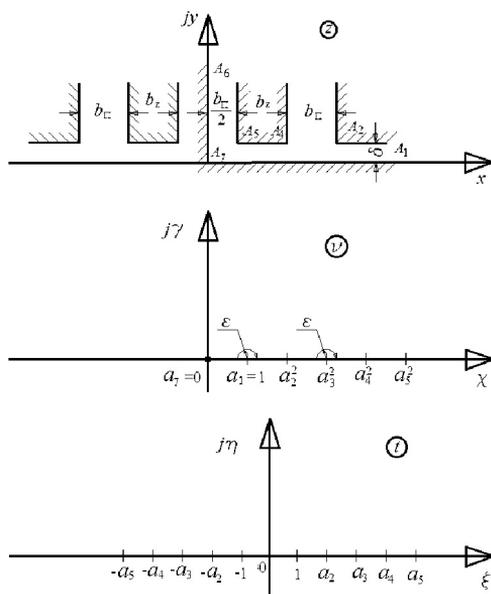


Рис. 5. Конформное отображение воздушного зазора с тремя пазами на верхнюю полуплоскость

Конформное отображение половины этого многоугольника справа от мнимой оси комплексной плоскости z на верхнюю половину плоскости v задаётся дифференциальным уравнением

$$\frac{dz}{dv} = C \frac{1}{(v-1)(v-a_3^2)} \sqrt{\frac{(v-a_2^2)(v-a_4^2)(v-a_5^2)}{v}}, \quad (6)$$

в котором четыре постоянных a_j^2 , $j=2, \dots, 5$ и масштабный коэффициент C подлежат определению. Для трех остальных постоянных примем значения: $a_1^2=1$, $a_6^2=\infty$, $a_7^2=0$.

Окрестность точки a_6^2 с бесконечно большим значением можем задать равенством

$$v = Re^{j\theta}, \quad (7)$$

в котором $R \rightarrow \infty$. Подставляя в уравнение (6) очевидное выражение $dv = v j d\theta$ и формулу (7), получим

$$dz = C j d\theta.$$

При интегрировании последнего выражения в плоскости v по бесконечно большому радиусу, когда переменная θ изменяется от нуля до π , видим из рис. 5, что величина z в одноименной плоскости изменится на значение

$(-\frac{b_{\Pi}}{2})$, т.е. имеем $-\frac{b_{\Pi}}{2} = Cj\pi$. Следовательно, для масштабного коэффициента C справедливо выражение

$$C = \frac{jb_{\Pi}}{2\pi}. \quad (8)$$

Неизвестные четыре постоянных a_j^2 , $j = 2, \dots, 5$ найдутся из следующих четырёх уравнений:

$$\frac{b_{\Pi}}{2(a_3^2 - 1)} \sqrt{(a_2^2 - 1)(a_4^2 - 1)(a_5^2 - 1)} = h_m + \delta, \quad (9)$$

$$\sqrt{\frac{(a_3^2 - a_2^2)(a_4^2 - a_3^2)(a_5^2 - a_3^2)}{a_3^2}} = 2(a_3^2 - 1), \quad (10)$$

$$\int_{a_4^2}^{a_5^2} |\lambda(v)| dv = b_z, \quad (11)$$

$$\int_0^1 \Lambda_1(v) dv - \int_1^{a_3^2} \Lambda_2(v) dv + 2D_1 = \frac{3}{2} b_{\Pi} + b_z, \quad (12)$$

где

$$|\lambda(v)| = \frac{b_{\Pi}}{2\pi} \frac{1}{|(v-1)(v-a_3^2)|} \sqrt{\frac{(v-a_2^2)(v-a_4^2)(v-a_5^2)}{v}};$$

$$\Lambda_1(v) = |\lambda(v)| - \frac{D_1}{\sqrt{|v|}} - \frac{D_2}{|v-1|};$$

$$\Lambda_1(1) = -D_1 \text{ (программное присвоение);}$$

$$\Lambda_1(0) = -D_2 \text{ (программное присвоение);}$$

$$D_1 = \frac{b_{\Pi}}{2\pi} \frac{|a_2 a_4 a_5|}{a_3^2}; \quad D_2 = \frac{b_{\Pi}}{2\pi} \frac{1}{|1-a_3^2|} \sqrt{|(1-a_2^2)(1-a_4^2)(1-a_5^2)|};$$

$$\Lambda_2(v) = |\lambda(v)| - \frac{D_2}{|v-1|}; \quad \Lambda_2(1) = 0 \text{ (программное присвоение).}$$

Первые два уравнения (9), (10) получены в результате обхода точек $v = 1$ и $v = a_3^2$ по полуокружности с бесконечно малым радиусом ε в направлении часовой стрелки. Например, имеем

$$v = 1 + \varepsilon^{j\theta}, \quad dv = \varepsilon^{j\theta} j d\theta. \quad (13)$$

Подставляя равенства (13) с радиусом ε , стремящимся к нулю, в исходное дифференциальное уравнение (6), получим после его интегрирования с интервалом изменения угла θ , равным $(-\pi)$, зависимость

$$j\delta = \frac{jb_{\Pi}}{2\pi} \frac{1}{(1-a_3^2)} \sqrt{(1-a_2^2)(1-a_4^2)(1-a_5^2)} j(-\pi),$$

которая легко приводится к виду равенства (9). Аналогичным образом было получено и уравнение (10).

Аналитические исследования произведём применительно к магнитоэлектрическим двигателям однофазного исполнения, характеристики которых известны из опыта и данных численного моделирования [2].

Электродвигатель с 12 зубцовыми катушками имеет следующие данные: $h_m + \delta = 7,5 \cdot 10^{-3}$ м, $b_{II} = 8,5 \cdot 10^{-3}$ м, $b_z = 16,9 \cdot 10^{-3}$ м. В результате решения уравнений (9)–(12) получим для этого двигателя: $a_2^2 = 1,0000599699$, $a_3^2 = 1,00017651254$, $a_4^2 = 1,000520287$, $a_5^2 = 4,1137201400$.

После подстановки выражения $v = t^2$ в формулу (6) найдем дифференциальное уравнение Кристоффеля – Шварца для конформного отображения всего многоугольника в плоскости z на верхнюю полуплоскость t

$$\frac{dz}{dt} = \lambda(t) = \frac{j b_{II}}{\pi} \frac{1}{(t^2 - 1)(t^2 - a_3^2)} \sqrt{(t^2 - a_2^2)(t^2 - a_4^2)(t^2 - a_5^2)}. \quad (14)$$

Видим, что в этом выражении формально присутствует восемь постоянных ($\pm a_j$), $j = 2, \dots, 6$, из которых только половина связана с расчётным определением.

Расчёт магнитного поля в виртуальной бесконечной полосе. При выбранной структуре постоянных в дифференциальном уравнении Кристоффеля – Шварца (6) конформное преобразование верхней полуплоскости t на бесконечную полосу S будет задаваться уравнением

$$s = \tau + j\sigma = \frac{h_m + \delta}{\pi} \ln \frac{1+t}{1-t}. \quad (15)$$

Причём верхняя граница полосы будет соответствовать поверхности статора, нижняя – поверхности ротора.

Формулы (1) и (2) позволяют получить выражения для радиальной B_σ и тангенциальной B_τ составляющих магнитной индукции в бесконечной полосе S , которые вызваны эквивалентной магнитной шиной с током $I = 2H_{cb}h_m$ (образом шины стыка соседних магнитов) и бесконечным количеством её зеркальных образов в стали ротора и статора. Эти выражения применительно к точкам наблюдения на верхней границе полосы ($\sigma = b + \delta = h_m + \delta$) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} B_\sigma(\tau, \sigma = b + \delta) = & \\ = -\frac{\mu_0 I}{2\pi a_s b} \sum_{n=1}^{\infty} & \left[(\tau + a_s) \left[\operatorname{arctg} \frac{2b(\tau + a_s)}{(\tau + a_s)^2 + [2bn + \delta(2n-1)][2b(n-1) + \delta(2n-1)]} \right] - \right. \\ & \left. - (\tau - a_s) \left[\operatorname{arctg} \frac{2b(\tau - a_s)}{(\tau - a_s)^2 + [2bn + \delta(2n-1)][2b(n-1) + \delta(2n-1)]} \right] \right] + \\ & + [2bn + \delta(2n-1)] \ln \sqrt{\frac{(\tau + a_s)^2 + [2bn + \delta(2n-1)]^2}{(\tau - a_s)^2 + [2bn + \delta(2n-1)]^2}} - \\ & - [2b(n-1) + \delta(2n-1)] \ln \sqrt{\frac{(\tau + a_s)^2 + [2b(n-1) + \delta(2n-1)]^2}{(\tau - a_s)^2 + [2b(n-1) + \delta(2n-1)]^2}}. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
& B_\tau(\tau, \sigma = b + \delta) = \\
& = \frac{\mu_0 I}{4\pi a_s b} \sum_{n=1}^{\infty} [2bn + \delta(2n-1)] \left[\begin{aligned} & \operatorname{arctg} \frac{2a_s [2bn + \delta(2n-1)]}{\tau^2 - a_s^2 + [2bn + \delta(2n-1)]^2} - \\ & - \operatorname{arctg} \frac{2a_s [2bn + \delta(2n-1)]}{\tau^2 - a_s^2 + [2bn + \delta(2n-1)]^2} \end{aligned} \right] + \\
& + (x + a_s) \left[\begin{aligned} & \ln \sqrt{\frac{(\tau + a_s)^2 + [2bn + \delta(2n-1)]^2}{(\tau + a_s)^2 + [2b(n-1) + \delta(2n-1)]^2}} - \\ & - \ln \sqrt{\frac{(\tau + a_s)^2 + [2bn + \delta(2n-1)]^2}{(\tau + a_s)^2 + [2b(n-1) + \delta(2n-1)]^2}} \end{aligned} \right] - \\
& - (x - a_s) \left[\begin{aligned} & \ln \sqrt{\frac{(\tau - a_s)^2 + [2bn + \delta(2n-1)]^2}{(\tau - a_s)^2 + [2b(n-1) + \delta(2n-1)]^2}} - \\ & - \sqrt{\frac{(\tau - a_s)^2 + [2bn + \delta(2n-1)]^2}{(\tau - a_s)^2 + [2b(n-1) + \delta(2n-1)]^2}} \end{aligned} \right] = 0, \tag{17}
\end{aligned}$$

где a_s – ширина шины одного магнита в комплексной плоскости s .

В формуле (16) сумма при $n = 1$ дает значение магнитной индукции на верхней границе полосы s , обусловленное двумя ближайшими к ней токовыми шинами (рис. 3), центры которых отстоят от верхней границы на расстоянии $(b + \delta)$.

Учитывая радиальные размеры ярем сердечников и интенсивное уменьшение слагаемых с большим значением n , очевидно, в суммах (16), (17) можно верхнее значение n взять равным 2.

Нулевое значение тангенциальной составляющей магнитной индукции на верхней границе бесконечной полосы согласно формуле (17) соответствует и физической картине магнитного поля, поскольку центры эквивалентных шин, имеющие координаты

$$\sigma = \pm(b + \delta)(2n - 1), \quad n = 1, 2, \dots, \infty,$$

располагаются, как видно из рис. 3, симметрично относительно верхней границы этой полосы. Формула (17) подтверждает адекватность математического описания магнитного поля в полосе.

Две аналогичные шины, имеющие ток I противоположного знака и расположенные левой и правой исходной шины на расстоянии полюсного деления τ_s , будут создавать свои радиальные магнитные поля, которые складываются с полями (16). Эти поля также можно рассчитать по формуле (16), приняв в ней вместо переменной τ переменные $(\tau + \tau_s)$ и $(\tau - \tau_s)$, соответственно, где

$$\tau_s = \frac{h_m + \delta}{\pi} \ln \frac{1 + \tau_t}{1 - \tau_t}. \tag{18}$$

Размер полюсного деления τ_t в плоскости t находится из интегрального равенства

$$\tau_z = b_M = \int_0^{\tau_t} |\lambda(t)| dt. \quad (19)$$

По формулам, аналогичным (18), (19), будет определяться толщина токовой шины одного магнита в плоскостях t и s

$$a_s = \frac{h_M + \delta}{\pi} \ln \frac{1+a_t}{1-a_t}, \quad a_z = \int_0^{a_t} |\lambda(t)| dt. \quad (20)$$

Для учёта влияния полюсных зон соседних периодов на рассматриваемый период можно к найденному полю добавить поля шин, соответствующих сдвигам на $\pm \tau_s k$ ($k = 2, 3, \dots$).

На рис. 6, *a*, *б* по формуле (16) построены кривые магнитных индукций на верхней границе бесконечной полосы для следующих параметров: $I = 2H_{CB}h_M = 2 \cdot 374 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 5984$ А; $\delta = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м; $b = h_M = 8 \cdot 10^{-3}$ м; $a_z = 0,167 \cdot 10^{-3}$ м; $a_t = 15 \cdot 10^{-3}$ м; $a_s = 0,081 \cdot 10^{-3}$ м; $\tau_z = b_M = 25,7 \cdot 10^{-3}$ м; $\tau_t = 98,2 \cdot 10^{-3}$ м; $\tau_s = 12,7 \cdot 10^{-3}$ м.

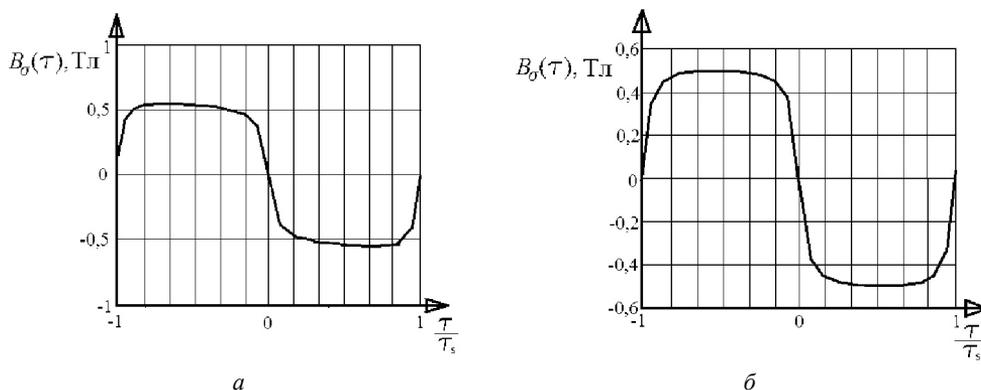


Рис. 6. Магнитная индукция на верхней границе виртуальной полосы при числе магнитных периодов $k = 2$:
a – при $n = 2$, где n – количество пар вертикальных зеркально симметричных шин;
б – при $n = 200$

В бесконечной полосе сечения эквивалентных шин с током будут иметь конфигурацию, отличную от прямоугольной. При учете этого искажения можно прямоугольные шины заменить совокупностью линейных токов [4], магнитные поля которых и их зеркальных образов в стали статора и ротора легко находятся.

Расчёт магнитного поля в физической зубчатой бесконечной полосе. Магнитная индукция на поверхности статора (в плоскости z) будет равна

$$B_z = B_x + jB_y = B_\sigma(\tau, \sigma = b + \delta) \cdot \left(\frac{dz}{ds} \right)^{-1}, \quad (21)$$

где
$$\frac{dz}{ds} = \frac{dz}{dt} \frac{dt}{ds} = \lambda(t) \frac{dt}{ds}. \quad (22)$$

Из формулы (15) имеем

$$\frac{dt}{ds} = \frac{\pi}{2(h_M + \delta)} (1 - t^2). \quad (23)$$

Тогда с учётом выражения (14) получим

$$\frac{dz}{ds} = \lambda_1(t) = -\frac{j b_{\Pi}}{2(h_M + \delta)} \frac{1}{(t^2 - a_3^2)} \sqrt{(t^2 - a_2^2)(t^2 - a_4^2)(t^2 - a_5^2)}, \quad (24)$$

где значения t берутся из интервалов $[-\infty < t < -1]$; $[1 < t < +\infty]$.

Для выбранного вещественного значения t соответствующие значения s и z находятся, соответственно, из равенства (15) и выражения

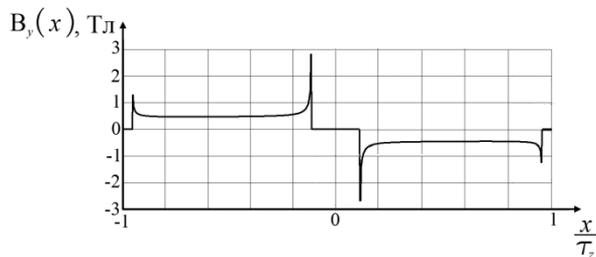
$$z = x + jy = j(\delta + h_M) + \int_{\pm(1+\varepsilon)}^t \lambda(u) du, \quad (25)$$

где $\lambda(u)$ берётся из формулы (14) и, принимая во внимание значения постоянных a_k ($k = 2, 3, 4, 5$) в ней, следует принять $\varepsilon = 10^{-6}$.

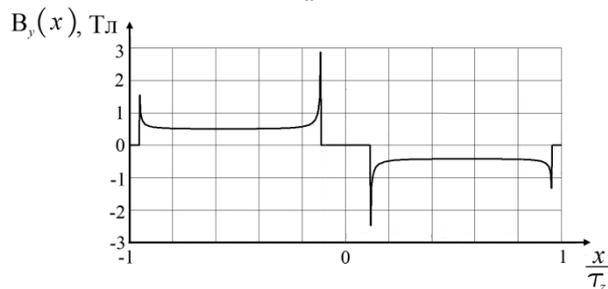
Составляющие магнитной индукции находились в программе *Mathcad* по формулам

$$B_y(x) = B_{\sigma}(\tau) \frac{\operatorname{Re} \lambda_1(t)}{[\lambda_1(t)]^2}, \quad B_x(x) = B_{\sigma}(\tau) \frac{\operatorname{Im} \lambda_1(t)}{[\lambda_1(t)]^2}, \quad (26)$$

где $t = \frac{-e^{\frac{\pi}{\delta+h_M}\tau} - 1}{-e^{\frac{\pi}{\delta+h_M}\tau} + 1}$, $x(\tau) = \int_{\varepsilon}^t \lambda_1(u) du$.



а



б

Рис. 7. Радиальная составляющая магнитной индукции на статоре (на верхней границе физической зубчатой полосы) при числе магнитных периодов $k = 2$:

а – при $n = 2$, где n – количество пар вертикальных зеркально симметричных шин;

б – при $n = 200$

На рис. 7, а, б построены кривые радиальных магнитных индукций на поверхности статорного сердечника в физической плоскости z . Видим, что на участках этой поверхности, принадлежащих пазам, радиальная составляющая

магнитной индукции $B_y(x)$ равна нулю: магнитный поток на таких участках замыкается на стенки пазов, формируя тангенциальные составляющие магнитной индукции $B_x(x)$, которые показаны на рис. 8. Отметим также всплески радиальных и тангенциальных составляющих магнитной индукции на наружных углах пазов, достигающих значений до 3 Тл.

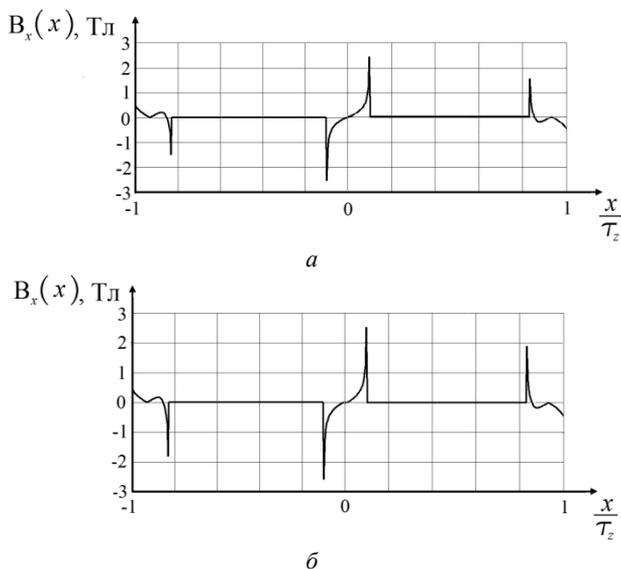


Рис. 8. Тангенциальная составляющая магнитной индукции на статоре (на верхней границе физической зубчатой полосы) при числе магнитных периодов $k = 2$:
 а – при $n = 2$, где n – количество пар вертикальных зеркально симметричных шин;
 б – при $n = 200$

Выводы. 1. Конформное отображение зубчатой полосы воздушного зазора на бесконечную полосу с прямолинейными границами позволяет определить магнитное поле в прямолинейной полосе в предположении, что его источники (физические проводники с токами и их зеркальные образы относительно прямолинейных границ) расположены в открытом пространстве. Расчёт магнитного поля в этом случае производится по известным классическим формулам.

2. Пересчет магнитного поля применительно к физической зубчатой полосе производится с помощью правой части $\lambda_1(t)$ дифференциального уравнения Кристоффеля – Шварца $\frac{dz}{ds} = \lambda_1(t)$ двойного конформного преобразования.

Литература

1. Афанасьев А.А. Математическая модель постоянного магнита в воздушном зазоре электрической машины // Электричество. 2013. № 10. С. 42–47.
2. Афанасьев А.А., Белов В.В., Гарифуллин М.Ф., Матвеев Д.К., Мочалов Д.О., Николаев А.В., Чихняев В.А. Однофазные вентильные электродвигатели для системы охлаждения автомобильного мотора // Электричество. 2010. № 6. С. 35–38.
3. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчёт электрических и магнитных полей: пер. с англ. М.: Энергия, 1970. 376 с.

4. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Власов А.И., Кузнецов В.А. Универсальный метод расчёта электромагнитных процессов в электрических машинах / под ред. А.В. Иванова-Смоленского. М.: Энергоатомиздат, 1986. 216 с.

5. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. М.: Энергия, 1969. 352 с.

6. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1989. 504 с.

7. Штафль М. Электродинамические задачи в электрических машинах и трансформаторах: пер. с чеш. М.; Л.: Энергия, 1966. 200 с.

References

1. Afanasyev A.A. *Matematicheskaya model postoyannogo magnita v vozdushnom zazore elektricheskoi mashiny* [Mathematical model of permanent magnet in air gap of electrical machine]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2013, no. 10, pp. 42–47.

2. Afanasyev A.A., Belov V.V., Garifullin M.F., Matveev D.K., Mochalov D.O., Nikolaev A.V., Chikhnyaev V.A. *Odnofaznye ventilnye elektrodvigateli dlya sistemy okhlazhdeniya avtomobilnogo motora* [Single phase brushless DC motors for cooling system of car engine]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2010, no. 6, pp. 35–38.

3. Bins K.J., Lawrensen P.J. Analysis and computation of electric and magnetic field problems, Pergamon Press, Oxford, 1963. 333 p. (Russ. ed.: Bins K., Laursen P. Analiz i raschet elektricheskikh i magnitnykh polei. Moscow, Energiya Publ., 1970. 376 p.).

4. Ivanov-Smolenskii A.V., Abramkin Yu.V., Vlasov A.I., Kuznetsov V.A. *Universalnyi metod rascheta elektromagnitnykh protsessov v elektricheskikh mashinakh* [Universal method of computation of electromagnetic processes in electrical machines]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986, 216 p.

5. Polivanov K.M. *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. Ch. 3. Teoriya elektromagnitnogo polya* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering. Part 3. The theory of the electromagnetic field]. Moscow, Energiya Publ., 1969, 352 p.

6. Tamm I.E. *Osnovy teorii elektrichestva* [Fundamentals of the theory of electricity]. Moscow, Nauka Publ., 1989, 504 p.

7. Shtafel M. *Elektrodinamicheskie zadachi v elektricheskikh mashinakh i transformatorakh* [Electrodynamic problems in electrical machines and transformers]. Moscow, Leningrad, Energiya Publ., 1966, 200 p.

АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры управления и информатики в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

AFANASYEV ALEXANDER – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Management and Informatics in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

АХМЕТЗЯНОВ ДИНАР ИЛНУРОВИЧ – аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (kray1@list.ru).

AKHMETZYANOV DINAR – Post-Graduate Student, Industrial Enterprises Power Supply Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

ЧИХНЯЕВ ВИКТОР АЛЕКСАНДРОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры систем автоматизированного управления электроприводом, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (chih4242@mail.ru).

CHIKHNYAEV VIKTOR – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Electric Drivers and Machines Control Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

УДК 621.313.323

ББК 31.291

Д.И. АХМЕТЗЯНОВ, Д.Д. ДМИТРИЕВ

**ПОЛЕВЫЕ РАСЧЕТЫ ВЕНТИЛЬНО-ИНДУКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ
АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ**

Ключевые слова: вентильно-индукторный двигатель, конформное отображение, полевой расчет, электрические машины.

Приведен общий обзор методов полевых расчетов применительно к вентильно-индукторному двигателю. Рассмотрен метод конформного отображения зубцовой зоны вентильно-индукторного двигателя, необходимый для дальнейшего расчета электромагнитных характеристик машины. Показаны трудности, возникающие при конформном отображении электрических машин с малым воздушным зазором, а также результаты их частичного решения. В результате исследований установлено, что для дальнейшего решения данной задачи необходимо либо перейти к более мощной вычислительной машине с использованием класса BigDecimal, либо изменить сам механизм работы метода, отмасштабировав некоторые корни таким образом, чтобы получить корректное решение на персональном компьютере средней мощности.

D. AKHMETZYANOV, D. DMITRIEV**FIELD COMPUTATIONS OF SWITCHED-RELUCTANCE MOTOR
BY ANALYTICAL METHOD OF CONFORMAL MAPPING**

Key words: switched-reluctance motor, conformal mapping, field computation, electrical machines.

The article presents a general review of field computations methods applicable to switched-reluctance motor. It describes conformal mapping of switched-reluctance motor tooth zone, which is needed for further computation of the motor electromagnetic properties. The article also reflects the difficulties arising during conformal mapping of electric machines with small air gap, as well as shows the results of their partial solutions. The investigation results showed that to solve this task it is necessary either to switch to a more powerful computer of BigDecimal class, or to change the mechanism of the method's functioning by scaling a part of the roots in such a way as to get a correct solution on a medium-powered personal computer.

Вентильно-индукторный двигатель (ВИД) благодаря таким преимуществам, как прочность конструкции, надежность, ремонтпригодность, достаточно активно исследуется отечественными [3, 5, 7] и зарубежными [11, 13, 8] учеными. ВИД является нелинейной системой, поскольку такие характеристики, как фазные индуктивности, момент, являются нелинейными функциями как от тока фазы, так и от углового положения ротора. Поэтому для точного управления данной электрической машиной и оптимизации конструкции необходимо проводить полевые расчеты.

Полевые методы расчета, применяемые для ВИД, можно разделить на численные и аналитические. Особенностью численных методов является большая точность этих методов, что является их основным преимуществом, основным же их недостатком является сложность построения данного метода, а также длительное время вычисления. Аналитические методы менее точные, однако реализация и расчет этих методов проще и быстрее.

На данный момент основным численным методом, применяемым для ВИД, является метод конечных элементов (МКЭ). Данный метод является весьма удобным, так как существует большое количество программных

средств, разработанных для его реализации, например Ansys, FEMM, Elcut и ряд других, которые имеют удобный интерфейс, возможность импортирования двух- и трехмерных моделей. Все это позволяет достаточно быстро создать конечно-элементную модель для тех или иных целей.

Среди аналитических методов, применяемых для ВИД, можно выделить метод получения электромагнитных характеристик на основе построения кривых «Миллера» [12], нахождение магнитных характеристик с помощью схем замещения [4, 14]. Некоторые из них частично используют МКЭ [4].

Несмотря на то, что МКЭ достаточно хорошо разработан и почти повсеместно используется, по крайней мере для точных численных расчетов, существуют альтернативные подходы для более точного расчета поля, к которому относится метод конформных отображений [1]. Данный метод достаточно активно разрабатывался в советское время [2], однако на сегодняшний день исследования по этой теме ведутся в основном за рубежом, однако и там метод конформных отображений применительно к расчету полей электрических машин встречается в небольшом количестве публикаций, из них можно выделить [9, 10].

Численные методы сопряжения конформных отображений достаточно хорошо разработан. С помощью них проводились исследования вентильного двигателя [1], а также вентильно-индукторного двигателя [6]. Однако аналитический метод конформного отображения применительно к вентильно-индукторному двигателю до сих пор еще не был исследован. Поэтому в данной статье представлены результаты исследования ВИД данным методом.

Основное отличие численного метода от аналитического заключается в том, что в численном методе все пространство машины в поперечном срезе разбивается на множество элементарных участков (ЭУ) (например, прямоугольники или треугольники) (рис. 1), далее каждый ЭУ конформно отображается на верхнюю комплексную полуплоскость [1]. После этого происходит конформное сопряжение всех элементарных участков между собой.

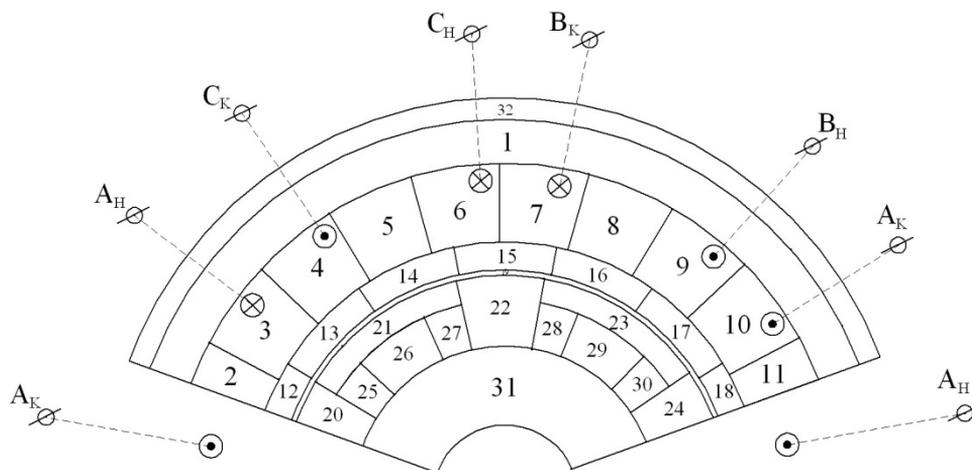


Рис. 1. Разбиение расчетной области электрической машины на элементарные участки

В отличие от численной модели в аналитической происходит конформное отображение всей области без деления ее на элементарные участки. Невоз-

можно конформно отобразить всю область поперечного среза электрической машины из-за большого количества уравнений, которое необходимо будет решить, поэтому берется только значимая часть машины. Обычно это область воздушного зазора с прилегающей зубцовой зоной статора и ротора.

Для аналитического расчета ВИД была взята область воздушного зазора с зубцом статора и ротора с двумя бесконечными полосами слева и справа (рис. 2). В связи с тем, что полуплоскость t можно отобразить саму на себя, три произвольные вершины можно принять известными в полуплоскости t . Обычно за известные координаты оси ξ принимают $0, \pm 1, \pm\infty$. Поэтому примем $a_1 = -\infty, a_6 = 0, a_7 = 1$.

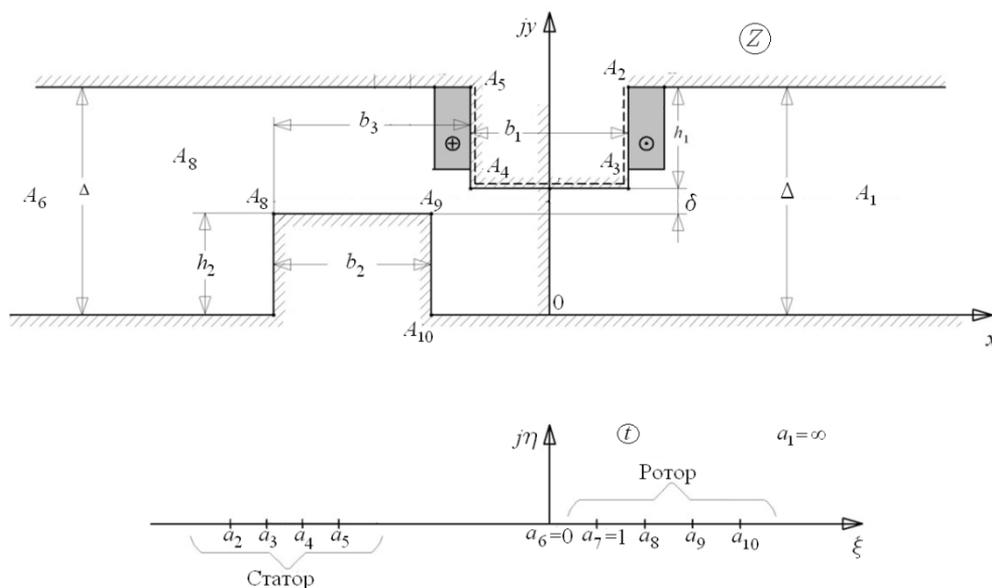


Рис. 2. Область воздушного зазора с зубцами статора и ротора с двумя бесконечными полосами

Остальные вершины a_2-a_5, a_8-a_{10} необходимо найти. Данные вершины на оси ξ можно найти, решив систему уравнений Кристоффеля – Шварца [7]. Конформное соответствие в физической плоскости z с верхней комплексной полуплоскостью t задается дифференциальным уравнением Кристоффеля – Шварца

$$\frac{dz}{dt} = \lambda(t), \quad \lambda(t) = \sqrt{\frac{(t-a_3)(t-a_4)(t-a_8)(t-a_9)}{(t-a_2)(t-a_5)(t-a_7)(t-a_{10})}}$$

Вершины a_2-a_5, a_8-a_{10} можно найти, решив систему уравнений (1) – (7). Данные уравнения составляются при обходе контура, показанного на рис. 2, против часовой стрелки. Значения $D_n, n = 1, 4$ необходимы для ухода от неособенности в особых точках, имеющих у интегралов (3) – (7). В качестве масштабирующего коэффициента C берется значение $\frac{\Delta}{\pi |a_k|}, k = 2, 5, 7, 10$.

Коэффициент C зависит от наличия бесконечных полос в рассматриваемой области (рис. 2) и от Δ .

$$\int_{a_3}^{a_4} |\lambda(t)| dt = b_1, \quad (1)$$

$$\int_{a_8}^{a_9} |\lambda(t)| dt = b_2, \quad (2)$$

$$\int_{a_2}^{a_3} \Lambda_1(t) dt + 2D_1 \sqrt{|a_3 - a_2|} = h_1, \quad (3)$$

$$\int_{a_4}^{a_5} \Lambda_2(t) dt + 2D_2 \sqrt{|a_5 - a_4|} = h_1, \quad (4)$$

$$\int_{a_7}^{a_8} \Lambda_3(t) dt + 2D_3 \sqrt{|a_8 - a_7|} = h_2, \quad (5)$$

$$\int_{a_9}^{a_{10}} \Lambda_4(t) dt + 2D_4 \sqrt{|a_{10} - a_9|} = h_2, \quad (6)$$

$$\int_{a_5}^{a_6} \Lambda_5(t) dt + 2D_2 \sqrt{|a_6 - a_5|} + \frac{\Delta}{\pi} \ln|a_5| - \int_{a_6}^{a_7} \Lambda_6(t) dt - 2D_3 \sqrt{|a_7 - a_6|} - \frac{\Delta}{\pi} \ln|a_7| = b_3, \quad (7)$$

где

$$\Lambda_1(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_1}{\sqrt{|t - a_2|}}, \quad D_1 = \frac{\Delta}{\pi} \frac{1}{|a_2|} \sqrt{\frac{(a_2 - a_3)(a_2 - a_4)(a_2 - a_8)(a_2 - a_9)}{(a_2 - a_5)(a_2 - a_7)(a_2 - a_{10})}},$$

$$\Lambda_2(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_2}{\sqrt{|t - a_5|}}, \quad D_2 = \frac{\Delta}{\pi} \frac{1}{|a_5|} \sqrt{\frac{(a_5 - a_3)(a_5 - a_4)(a_5 - a_8)(a_5 - a_9)}{(a_5 - a_2)(a_5 - a_7)(a_5 - a_{10})}},$$

$$\Lambda_3(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_3}{\sqrt{|t - a_7|}}, \quad D_3 = \frac{\Delta}{\pi} \frac{1}{|a_7|} \sqrt{\frac{(a_7 - a_3)(a_7 - a_4)(a_7 - a_8)(a_7 - a_9)}{(a_7 - a_2)(a_7 - a_7)(a_7 - a_{10})}},$$

$$\Lambda_4(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_4}{\sqrt{|t - a_{10}|}}, \quad D_4 = \frac{\Delta}{\pi} \frac{1}{|a_{10}|} \sqrt{\frac{(a_{10} - a_3)(a_{10} - a_4)(a_{10} - a_8)(a_{10} - a_9)}{(a_{10} - a_2)(a_{10} - a_5)(a_{10} - a_7)}},$$

$$\Lambda_5(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_2}{\sqrt{|t - a_5|}} - \frac{\Delta}{\pi|t|}, \quad \Lambda_6(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_3}{\sqrt{|t - a_7|}} - \frac{\Delta}{\pi|t|}.$$

Необходимо отметить, что в уравнениях (1) – (7) на границах определенных интегралов (например, при $\Lambda_1(a_2)$, $\Lambda_2(a_5)$ и т.д.) присутствуют бесконечности. Эти бесконечности нивелируются благодаря использованию квадратурной формулы Гаусса – Кронрода, которая не использует явно граничные значения определенных интегралов. Значения b_1 , b_2 , b_3 , h_1 , h_2 , δ являются геометрическими параметрами машины. При этом цифрой «1» обозначены параметры зубца статора, «2» – параметры зубца ротора.

В программе при задании начальных условий необходимо учесть, что $a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$ и $a_7 < a_8 < a_9 < a_{10} < a_{11}$ для наибольшего приближения к ожидаемому результату.

Для решения системы нелинейных уравнений был использован метод Ньютона. Для решения определенных интегралов использовался метод численного интегрирования Гаусса – Кронрода. Программа была реализована в математическом пакете Scilab.

В ходе решения было установлено, что из-за большого влияния несобственности интегралов возникает проблема сходимости численного метода интегрирования. В основном это связано с тем, что вершина A_6 уходит в бесконечность. Поэтому было принято решение ввести перегородку в левой части воздушного зазора. Общий вид области воздушного зазора с зубцами статора и ротора показан на рис. 3.

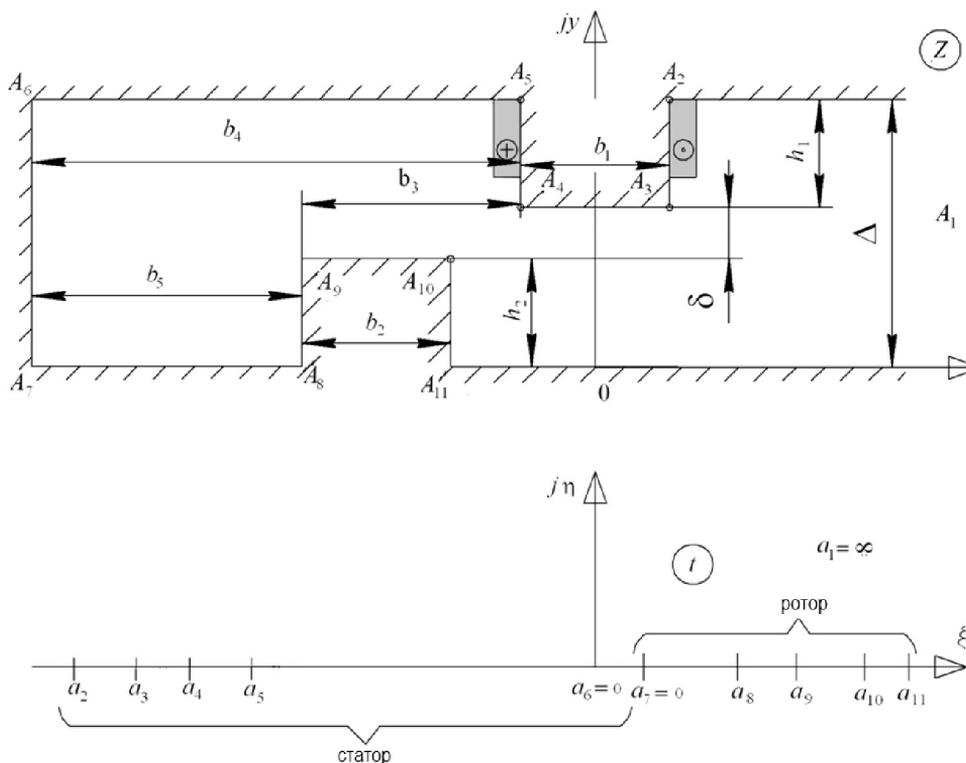


Рис. 3. Область воздушного зазора с зубцами статора и ротора с одной бесконечной полосой и перегородкой

При этом для того, чтобы влияние перегородки на расчеты поля были минимальными, необходимо чтобы она была отдалена, как минимум, на расстояние, равное удвоенной ширине статора относительно края зубца ротора (b_5 на рис. 3).

Для зубцовой зоны, изображенной на рис. 3, добавляются еще одна вершина A_{11} и еще одно уравнение, таким образом, общее количество уравнений становится равным 8. Уравнения имеют следующий вид:

$$\lambda(t) = \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\frac{(t-a_3)(t-a_4)(t-a_9)(t-a_{10})}{(t-a_2)(t-a_5)(t-a_6)(t-a_7)(t-a_8)(t-a_{11})}}$$

$$\int_{a_3}^{a_4} |\lambda(t)| dt = b_1, \tag{8}$$

$$\int_{a_9}^{a_{10}} |\lambda(t)| dt = b_2, \quad (9)$$

$$\int_{a_2}^{a_3} \lambda_1(t) dt + 2D_1 \sqrt{|a_3 - a_2|} = h_1, \quad (10)$$

$$\int_{a_4}^{a_5} \lambda_2(t) dt + 2D_2 \sqrt{|a_5 - a_4|} = h_1, \quad (11)$$

$$\int_{a_8}^{a_9} \lambda_3(t) dt + 2D_3 \sqrt{|a_9 - a_8|} = h_2, \quad (12)$$

$$\int_{a_{10}}^{a_{11}} \lambda_4(t) dt + 2D_4 \sqrt{|a_{11} - a_{10}|} = h_2, \quad (13)$$

$$\int_{a_{10}}^{a_{11}} \lambda_4(t) dt + 2D_4 \sqrt{|a_{11} - a_{10}|} = h_2, \quad (14)$$

$$\int_{a_{10}}^{a_{11}} \lambda_4(t) dt + 2D_4 \sqrt{|a_{11} - a_{10}|} = h_2, \quad (15)$$

где

$$\lambda_1(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_1}{\sqrt{|t - a_2|}}, \quad D_1 = \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\left| \frac{(a_2 - a_3)(a_2 - a_4)(a_2 - a_9)(a_2 - a_{10})}{(a_2 - a_5)(a_2 - a_6)(a_2 - a_7)(a_2 - a_8)(a_2 - a_{11})} \right|},$$

$$\lambda_2(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_2}{\sqrt{|t - a_5|}}, \quad D_2 = \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\left| \frac{(a_5 - a_3)(a_5 - a_4)(a_5 - a_9)(a_5 - a_{10})}{(a_5 - a_2)(a_5 - a_6)(a_5 - a_7)(a_5 - a_8)(a_5 - a_{11})} \right|},$$

$$\lambda_3(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_3}{\sqrt{|t - a_8|}}, \quad D_3 = \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\left| \frac{(a_8 - a_3)(a_8 - a_4)(a_8 - a_9)(a_8 - a_{10})}{(a_8 - a_2)(a_8 - a_5)(a_8 - a_6)(a_8 - a_7)(a_8 - a_{11})} \right|},$$

$$\lambda_4(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_4}{\sqrt{|t - a_{11}|}}, \quad D_4 = \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\left| \frac{(a_{11} - a_3)(a_{11} - a_4)(a_{11} - a_9)(a_{11} - a_{10})}{(a_{11} - a_2)(a_{11} - a_5)(a_{11} - a_6)(a_{11} - a_7)(a_{11} - a_8)} \right|},$$

$$\lambda_5(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_5}{\sqrt{|t - a_5|}} - \frac{D_6}{\sqrt{|t - a_6|}},$$

$$D_6 = \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\left| \frac{(a_6 - a_3)(a_6 - a_4)(a_6 - a_9)(a_6 - a_{10})}{(a_6 - a_2)(a_6 - a_5)(a_6 - a_7)(a_6 - a_8)(a_6 - a_{11})} \right|}, \quad D_5 = D_2,$$

$$\lambda_6(t) = |\lambda(t)| - \frac{D_7}{\sqrt{|t - a_7|}} - \frac{D_8}{\sqrt{|t - a_8|}},$$

$$D_7 = \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\left| \frac{(a_7 - a_3)(a_7 - a_4)(a_7 - a_9)(a_7 - a_{10})}{(a_7 - a_2)(a_7 - a_5)(a_7 - a_6)(a_7 - a_8)(a_7 - a_{11})} \right|},$$

$$D_8 = \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\left| \frac{(a_8 - a_3)(a_8 - a_4)(a_8 - a_9)(a_8 - a_{10})}{(a_8 - a_2)(a_8 - a_5)(a_8 - a_6)(a_8 - a_7)(a_8 - a_{11})} \right|}.$$

В данном варианте удалось решить задачу, связанную с несобственностью интегралов, в результате алгоритмы численного интегрирования работают корректно. Однако возникают трудности, связанные с ограниченной точностью переменной с плавающей точкой, которая используется в Scilab по умолчанию. Например, при формировании матрицы Якоби нам необходимо

найти df/dx , однако если значение корня x слишком велико по сравнению с Δx , то может возникнуть ситуация, когда $x - \Delta x = x$, т.е. точности типа с плавающей точкой в данном случае уже не хватает и программа по решению данной системы начинает работать некорректно. В табл. 1 приведены результаты последней итерации, нахождения корней методом Ньютона, после которой программа перестает исправно функционировать.

Таблица 1

**Результаты вычисления вершин конформного отображения
с использованием стандартных переменных с плавающей точкой**

Искомые переменные	Значение искомых переменных
a_2	-5672994240,078303
a_3	-923509371,644733
a_4	-763,359933
a_5	-13,992098
a_8	15,893020
a_9	107,375195
a_{10}	1075421535,671645
a_{11}	4045763238,236875

В связи с этим возникла необходимость перехода от формата числа с плавающей точкой к другому формату, который позволил бы работать с неограниченным количеством знаков после запятой. Этому условию соответствует «Длинная арифметика», которая реализована во многих универсальных языках программирования, таких как C++, Java, Perl и т.д.

Для реализации программы с использованием длинной арифметики применялся язык Java. На языке Java имеется специальный класс `BigDecimal`, который позволяет оперировать (складывать вычитать и т.д.) со сколь угодно большими числами. Вся программа, используемая на языке программирования `scilab`, была переписана на язык Java. Результаты вычислений с использованием класса `BigDecimal` показали, что увеличение разрядности значительно уменьшает время вычислений (примерно в 100 и более раз). Например, при достижении этапа сходимости до корней порядка, приведенного в табл. 2, время расчета следующей итерации на компьютере с процессором Intel Core 2 Duo 2.83GHz занимает 8 ч.

Таблица 2

**Результаты вычисления вершин конформного отображения
с использованием переменных класса `BigDecimal`**

Искомые переменные	Значение искомых переменных
a_2	-93237978139,497631
a_3	-28693371977,784528
a_4	-582175,426906
a_5	-5441,623394
a_8	3111,616613
a_9	16966,496456
a_{10}	2843557088,777653
a_{11}	24022644606,834806

Таким образом, вычисление вершин конформного отображения с помощью уравнений Кристоффеля – Шварца усложняется из-за плохой сходимости численных алгоритмов интегрирования, что связано с тем, что одна из вершин лежит в бесконечности; недопустимого возрастания корней системы,

в результате чего точности машинного слова уже не хватает. Это приводит к некорректной работе программы, реализующий алгоритм Ньютона для решения системы нелинейных уравнений.

Исходя из вышеперечисленных проблем, можно выделить следующие способы их решения:

1) экстенсивный, предполагает переход с помощью операций «длинной арифметики» на более мощный компьютер и, тем самым, получить решение данной системы уравнений. Однако данный путь лишает аналитический метод конформного отображения основного преимущества, а именно: возможности относительно быстро получить результаты расчета магнитного поля;

2) интенсивный, предполагает модифицирование зубцовой зоны либо совершенствование самого метода конформного отображения таким образом, чтобы можно было отмасштабировать наиболее крупные (в частности, a_2 , a_3 , a_{10} , a_{11}) значения корней. Это позволит работать с числами в пределах машинной точности слова (с числом с плавающей точкой), что должно значительно увеличить скорость вычислений.

Таким образом, конформное отображение в качестве аналитического расчета поля, несмотря на все свои преимущества, имеет ряд существенных недостатков, которые мешают ему стать универсальным методом для полевых расчетов электрических машин. В частности, данный метод можно успешно применять для машин с большим воздушным зазором (более 1 мм). Однако при малых воздушных зазорах возникают трудности с конформным отображением зубцовой зоны электродвигателя.

Литература

1. Афанасьев А.А. Метод сопряжения конформных отображений в задачах электромеханики. Чебоксары: Изд-во: Чуваш. ун-та, 2011. 390 с.
2. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1950. 696 с.
3. Красовский А.Б., Кузнецов С.А. Определение параметров регулятора скорости при прямом регулировании момента вентильно-индукторного двигателя // Электричество. 2012. № 12. С. 39–45.
4. Любарский Б.В., Рябов Е.С. Моделирование электроприводов на основе реактивных индукторных двигателей в среде MATLAB SIMULINK [Электронный ресурс]. URL: <http://matlab.ru/upload/resources/EDU%20Conf/pp%20404-424%20Ljubarskiy.pdf>.
5. Никифоров Б.В., Пахомин С.А., Птах Г.К. Вентильно-индукторные двигатели для тяговых электроприводов // Электричество. 2007. № 2. С. 34–38.
6. Расчет магнитного поля и электромагнитного момента вентильно-индукторного двигателя / А.А. Афанасьев, В.В. Ефимов, А.М. Иванов и др. // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 89–93.
7. Санадлов В.М., Сергеев Ю.С. Динамическая модель вентильно-индукторного вибропривода // Электротехника. 2012. № 8. С. 24–27.
8. Arumugam R., Prabhu S., Chandrasekar V. Design and Implementation of a 250W, Low Speed Switched Reluctance Hub Motor. *J. of Electrical Engineering*, 2012, vol. 12, pp. 167–175. doi: 10.1109/ICEES.2011.5725324.
9. Calixto W.P., Alvarenga B., da Mota J.C., da Brito L.C., Wu M., Alves A.J., Neto L.M., Antunes C.F.R. Electromagnetic Problems Solving by Conformal Mapping: A Mathematical Operator for Optimization. *Mathematical Problems in Engineering*, 2010, vol. 2010, pp. 1–19. doi: 10.1155/2010/742039.
10. De Alvarenga B.P., da Mota J.C., Calixto W.P. Methodology for the reduction of parameters in the inverse transformation of Schwarz-Christoffel applied to electromagnetic devices with axial geometry. *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, 2011, vol. 24, iss. 6, pp. 568–582. doi: 10.1002/jnm.804.
11. Ganji B., Carstensen C.E., Faiz J., Kasper K., de Doncker R.W. Core loss model based on finite-element method for switched reluctance motors. *IET Electric Power Applications*, 2009, vol. 4, iss.7, pp. 569–577. doi: 10.1049/iet-epa.2009.0041.

12. Miller T.J.E. Switched reluctance motors and their control. Oxford: Magna Physics Publishing and Clarendon Press, 1993, p. 56.
13. Molina B.B., Garcia-Amorós J., Andrada P. Modelling and simulation of a linear switched reluctance force actuator. *IET Electric Power Applications*, 2013, vol. 7, iss. 5, pp. 350–359. doi: 10.1049/iet-epa.2012.0391.
14. Vaithilingam C.A., Mison N., Zare M.R., Aris I., Marhaban M.H. Computation of electromagnetic torque in a double rotor switched reluctance motor using flux tube methods. *Energies*, 2004, no. 5, pp. 4008–4026. doi: 10.3390/en5104008.

References

1. Afanas'ev A.A. *Metod sopryazheniya konformnykh otobrazhenii v zadachakh elektromekhaniki* [Method of conformal mapping conjugation in electromechanical problems]. Cheboksary, 2011. 390 p.
2. Kantorovich L.V., Krylov V.I. *Priblizhennyye metody vysshego analiza* [Approximate methods of higher analysis]. Leningrad, 1950. 696 p.
3. Krasovskii A.B., Kuznetsov S.A. *Opreделение parametrov regulatora skorosti pri pryamom regulirovanii momenta ventil'no-induktornogo dvigatelya* [Determination of speed controller parameters in direct control of switched-reluctance motor moment]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2012, no. 12, pp. 39–45.
4. Lyubarskii B.V., Ryabov E.S. *Modelirovanie elektroprivodov na osnove reaktivnykh induktornykh dvigatelei v srede MATLAB SIMULINK* [Simulation of electric drives on the basis of reluctance motors in Matlab, Simulink environment], 2011. Available at <http://matlab.ru/upload/resources/EDU%20Conf/pp%20404-424%20Ljubarskiy.pdf> (accessed 28 January 2015).
5. Nikiforov B.V., Pakhomov S.A., Ptakh G.K. *Ventil'no-induktornyye dvigateli dlya tyagovykh elektroprivodov* [Switched-reluctance motors for electric traction drives]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2007, no. 2, pp. 34–38.
6. Afanas'ev A.A., Efimov V.V., Ivanov A.M., Tuigacheva I.V., Chervyakov A.M., Chikhnyaev V.A. *Raschet magnitnogo polya i elektromagnitnogo momenta ventil'no-induktornogo dvigatelya* [Calculation of the magnetic field and electromagnetic torque of switched reluctance motor]. *Vestnik Chuvashskogo Universiteta*, 2012, no. 3, pp. 89–93.
7. Sanadlov V.M., Sergeev Yu.S. *Dinamicheskaya model' ventil'no-induktornogo vibroprivoda* [Dynamic model of switched-reluctance vibratory drive]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2012, no. 8, pp. 24–27.
8. Arumugam R., Prabhu S., Chandrasekar V. Design and Implementation of a 250W, Low Speed Switched Reluctance Hub Motor. *J. of Electrical Engineering*, 2012, vol. 12, pp. 167–175. doi: 10.1109/ICEES.2011.5725324.
9. Calixto W.P., Alvarenga B., da Mota J.C., da Brito L.C., Wu M., Alves A.J., Neto L.M., Antunes C.F.R. Electromagnetic Problems Solving by Conformal Mapping: A Mathematical Operator for Optimization. *Mathematical Problems in Engineering*, 2010, vol. 2010, pp. 1–19. doi: 10.1155/2010/742039.
15. De Alvarenga B.P., da Mota J.C., Calixto W.P. Methodology for the reduction of parameters in the inverse transformation of Schwarz-Christoffel applied to electromagnetic devices with axial geometry. *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, 2011, vol. 24, iss. 6, pp. 568–582. doi: 10.1002/jnm.804.
16. Ganji B., Carstensen C.E., Faiz J., Kasper K., de Doncker R.W. Core loss model based on finite-element method for switched reluctance motors. *IET Electric Power Applications*, 2009, vol. 4, iss. 7, pp. 569–577. doi: 10.1049/iet-epa.2009.0041.
17. Miller T.J.E. Switched reluctance motors and their control. Oxford: Magna Physics Publishing and Clarendon Press, 1993, p. 56.
18. Molina B.B., Garcia-Amorós J., Andrada P. Modelling and simulation of a linear switched reluctance force actuator. *IET Electric Power Applications*, 2013, vol. 7, iss. 5, pp. 350–359. doi: 10.1049/iet-epa.2012.0391.
10. Vaithilingam C.A., Mison N., Zare M.R., Aris I., Marhaban M.H. Computation of electromagnetic torque in a double rotor switched reluctance motor using flux tube methods. *Energies*, 2004, no. 5, pp. 4008–4026. doi: 10.3390/en5104008.

АХМЕТЗЯНОВ ДИНАР ИЛНУРОВИЧ. См. с. 16.

ДМИТРИЕВ ДМИТРИЙ ДМИТРИЕВИЧ – аспирант кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (Zdeemon@gmail.com).

DMITRIEV DMITRIY – Post-Graduate Student, Department of Information Systems Mathematical and Hardware Provision, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

УДК 621.365.5:621.78]:61.312.2
ББК 3 292.3:К 651.01]:3 261.8

А.С. ГОРБУНОВ, Л.Э. РОГИНСКАЯ, И.Н. ТАНАЗЛЫ

РАСЧЕТ ИНДУКТОРОВ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДУКЦИОННЫХ УСТАНОВОК С СОГЛАСУЮЩИМИ ТРАНСФОРМАТОРАМИ

Ключевые слова: индукционный нагрев, индуктор, добавочная проводящая среда, реторта, электромагнитное поле, магнитное поле, закалка, трансформатор, инвертор, аморфный сплав, нанокристаллический сплав.

Приведена классификация основных применяемых видов нагрева металлических деталей для термообработки, рассмотрены их преимущества и недостатки. Указаны преимущества индукционного нагрева. Создана математическая модель, позволяющая рассчитывать параметры электромагнитного поля в электротехнологических установках с индукционным нагревом со специальными индукторами, например, индукторами с добавочной проводящей средой. Получены результаты расчетов с помощью разработанной модели. Проведено экспериментальное подтверждение созданной модели путем исследования работы электротехнологических установок с индукционным нагревом для закалки и сравнения экспериментальных данных с результатами теоретического расчета. Предложено применение новых согласующих высокочастотных трансформаторов с магнитопроводами из аморфных или нанокристаллических сплавов в электротехнологических установках с индукционным нагревом.

A. GORBUNOV, L. ROGINSKAYA, I. THANAZLY

INDUCTORS CALCULATION AND EXPERIMENTAL RESEARCH OF INDUCTION-HEATING MACHINES WITH MATCHING TRANSFORMERS

Key words: induction heating, inductor, additional conducting medium, retort, electromagnetic field, magnetic field, hardening, transformer, inverter, amorphous alloy, nanocrystalline alloy.

We classified the main types of heating applied in heat treatment of metal parts and considered their advantages and disadvantages, listing advantages of induction heating. We created a mathematical model allowing to calculate parameters of electromagnetic field in induction heating machines with special inductors, for example, inductors with additional conducting medium. This model was experimentally verified by studying induction heating machines used for hardening and comparing the experimental data with the results of theoretical calculation obtained with the help of the model. We suggest using new matching high-frequency transformers with magnetic cores made of amorphous or nanocrystalline alloys in induction heating equipment.

1. Актуальность темы исследования. Классификация способов нагрева для термообработки металлических деталей. В настоящее время в связи с развитием электротехнологии отечественной и зарубежной промышленностью используются различные способы нагрева заготовок для их дальнейшей термообработки. К таким способам можно отнести [14]: 1) нагрев в печах сопротивления; 2) нагрев в электродуговых печах; 3) электроконтактный нагрев; 4) радиационный нагрев; 5) электронно-лучевой нагрев; 6) индукционный нагрев.

Нагрев деталей в печах сопротивления осуществляется достаточно медленно, затем заготовки выдерживаются, после чего происходит постепенное их охлаждение. К недостаткам таких печей можно отнести инерционность печи и низкую производительность нагрева.

В электродуговых печах возможно достичь очень высоких температур деталей, однако при этом имеется значительный температурный градиент в заготовках, что может привести к перегреву части деталей.

Сущность электроконтактного способа нагрева заключается в пропускании электрического тока через заготовку и выделении в ней тепловой энергии. К не-

достаткам такого метода можно отнести ограниченную применимость, связанную с менее эффективным нагревом деталей, отличных от цилиндрических, удлиненных, неравномерность нагрева заготовок сложной конструкции.

При радиационном способе нагрев деталей происходит при излучении энергии нагревателем, например, из вольфрама, нихрома и т.д. Однако при этом во время осуществления электротехнологического процесса может произойти загрязнение внешней поверхности заготовок частицами материала излучателя.

Электронно-лучевой вид нагрева характеризуется воздействием на поверхность деталей пучка электронов, при этом происходит быстрый нагрев соответствующей зоны заготовки. Но данный метод также обладает недостатками, заключающимися в необходимости иметь сложное и дорогостоящее оборудование и больших температурных перепадах между нагреваемой поверхностью и внутренней частью [14].

Помимо перечисленных видов расширяется применение электротехнологических процессов с индукционным нагревом в силу того, что данный способ обладает рядом преимуществ, к которым можно отнести выделение тепла непосредственно в нагреваемой загрузке, без использования промежуточных элементов, вследствие чего этот способ обладает высоким КПД. При необходимости с помощью индукционных установок возможно обеспечить локальный нагрев определенной области детали, что позволит значительно сократить продолжительность технологического процесса в силу отсутствия необходимости нагрева всей детали. Кроме того, при применении индукционного нагрева металлических деталей значительно меньше величина перепада температур между поверхностью и толщей заготовок по сравнению с таковой при других способах нагрева, что снижает вероятность повреждения поверхности нагреваемых деталей. Электротехнологические установки с индукционным нагревом применяются для нагрева, плавки, закалки деталей при промышленной частоте тока 50 Гц, повышенной частоте (100–10000 Гц) или высокой частоте (более 10000 Гц) [2].

Применяющиеся в настоящее время электротехнологические установки с индукционным нагревом состоят из следующих основных модулей: выпрямитель, инвертор, индуктор, а также при необходимости согласующий высокочастотный трансформатор [7, 16]. Для осуществления ряда технологических процессов, например плавки в холодном тигле, нагрева цилиндрических деталей, нагрева для нанесения защитных (цинковых) покрытий, помимо обычных индукторов расширяется применение индукторов с добавочной проводящей средой [1, 6].

Главными недостатками используемых устройств и их элементов, ограничивающими их возможности, являются недостаточно высокие эффективность и технико-экономические показатели.

Например, известные комплексные электротехнологические установки с индукторами с добавочной проводящей средой, представляющей собой полый цилиндр из немагнитной жаропрочной нержавеющей стали, также называемой ретортой, внутри которой помещены заготовки для их индукционного нагрева и нанесения на них защитных (цинковых) покрытий [6], обладают недостаточно высоким КПД так как используемая стальная реторта не является полностью прозрачной для электромагнитного поля, создаваемого индуктором. В результате этого при эксплуатации такой установки происходит затухание напряженности поля, достигающего нагреваемых заготовок. С це-

лью повышения технико-экономических показателей таких устройств необходимо разработать математические модели, с помощью которых можно рассчитывать зависимость параметров электромагнитного поля от параметров промежуточной среды и частоты тока, области рациональных параметров комплексов с добавочными проводящими средами, при которых не происходит существенное ослабление поля, а также определять области параметров установок, при которых необходимо выполнение реторты с прорезями для обеспечения проникновения поля к нагреваемым заготовкам [9].

Другим способом повышения эффективности электротехнологических установок с индукционным нагревом является применение новых согласующих высокочастотных трансформаторов с современными магнитными материалами – аморфными или нанокристаллическими сплавами, которые обладают значительно меньшими массогабаритными показателями, меньшими потерями и более высоким КПД по сравнению с аналогичными показателями применяющихся в настоящее время согласующих трансформаторов на базе магнитопроводов из электротехнической стали, ферритов [11].

2. Исследование комплексных электротехнологических процессов с индукционным нагревом для нанесения защитных покрытий на детали. На рис. 1 представлена схема исследуемой комплексной электротехнологической установки с добавочной проводящей средой, состоящей из индуктора, создающего электромагнитное поле, добавочной проводящей среды, внутри которой помещены нагреваемые детали, представленные для простоты единой заготовкой, а также насыпана насыщающая смесь, в состав которой входит цинк, благодаря чему обеспечивается термодиффузионное цинкование заготовок [6, 9, 10]. Нагрев деталей может осуществляться как при промышленной частоте 50 Гц, так и при высоких частотах, до нескольких килогерц и выше.

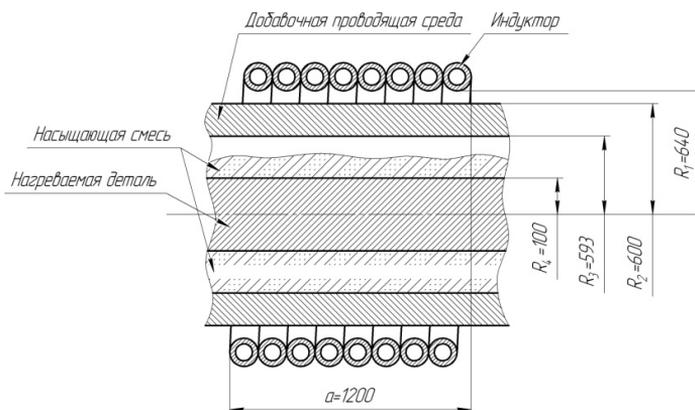


Рис. 1. Комплексная электротехнологическая установка с добавочной проводящей средой

В работах [8–10] авторами были созданы математические модели, в которых на базе решения уравнений Бесселя (1) нулевого порядка от комплексного аргумента ($\sqrt{-j} \cdot m$), где m – относительный радиус добавочной проводящей среды, были получены значения напряженностей электромагнитного поля в добавочной проводящей среде и нагреваемых деталях, а также плотностей тока в деталях.

Уравнение Бесселя нулевого порядка от комплексного аргумента получено в следующем виде [13]:

$$\frac{d^2 \dot{H}_m}{d(\sqrt{-j} \cdot m)^2} + \frac{1}{\sqrt{-j} \cdot m} \cdot \frac{d \dot{H}_m}{d(\sqrt{-j} \cdot m)} + \dot{H}_m = 0, \quad (1)$$

где \dot{H}_m – амплитуда напряженности магнитного поля, А/м.

Напряженность магнитного поля на внутренней поверхности добавочной проводящей среды [13] определяется выражением

$$\dot{H}_m = c_1 \cdot J_0(m \cdot \sqrt{-j}) + c_2 \cdot N_0(m \cdot \sqrt{-j}), \quad (2)$$

где c_1, c_2 – постоянные коэффициенты; J_0 – функция Бесселя первого рода, нулевого порядка; N_0 – функция Бесселя второго рода, нулевого порядка.

Величины указанных функций Бесселя от комплексного аргумента можно получить, используя справочную литературу [17] или современные математические пакеты Mathematica или MathCad [4, 5].

Значения постоянных коэффициентов c_1, c_2 могут быть определены из граничных условий. В зависимости от конструкции установки с добавочными проводящими средами такими граничными условиями могут быть значения параметров электромагнитного поля и плотности тока на границах рассматриваемой среды. При применении реторты в виде полого цилиндра искомые граничные условия представляют собой значение напряженности магнитного поля на внешней поверхности реторты H_{m0} и значение плотности тока на внутренней поверхности реторты $\dot{\delta}_{m3}$. Таким образом, в исследуемой установке постоянные коэффициенты определяются из следующей системы уравнений [8, 13]:

$$\begin{cases} \dot{H}_m = H_{m0} = \frac{\sqrt{2} \cdot w \cdot I_{II}}{a} = c_1 \cdot J_0(m_2 \cdot \sqrt{-j}) + c_2 \cdot N_0(m_2 \cdot \sqrt{-j}); \\ \dot{\delta}_{m3} = \frac{\sqrt{-2 \cdot j}}{\Delta_2} \cdot [c_1 \cdot J_1(m_3 \cdot \sqrt{-j}) + c_2 \cdot N_1(m_3 \cdot \sqrt{-j})] = \\ = -\frac{j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot R_3}{2 \cdot \rho} \cdot [c_1 \cdot J_1(m_3 \cdot \sqrt{-j}) + c_2 \cdot N_1(m_3 \cdot \sqrt{-j})], \end{cases} \quad (3)$$

где w – число витков индуктора; I_{II} – ток индуктора, А; a – длина индуктора, м; m_2 – относительный наружный радиус добавочной проводящей среды; Δ_2 – глубина проникновения тока в материал цилиндра, м; J_1 – функция Бесселя первого рода, первого порядка; m_3 – относительный внутренний радиус промежуточной среды; N_1 – функция Бесселя второго рода, первого порядка; ω – круговая частота, рад/с; μ_0 – магнитная постоянная, Гн/м; R_3 – внутренний радиус добавочной проводящей среды, м; ρ – удельное электрическое сопротивление материала цилиндра, Ом·м.

Из системы уравнений (3) определяются постоянные коэффициенты c_1, c_2 , а затем по уравнению (2) производится расчет электромагнитного поля в толще реторты.

По итогам решения уравнений (3) и (2) было получено распределение напряженностей магнитного поля в добавочной проводящей среде при различных параметрах, таких как толщина стенки, внешний диаметр полого цилиндра [8], а также частота тока. Зависимость от толщины стенки и наружного диаметра при частоте 50 Гц представлена на рис. 2. На рис. 3 показана зависимость напряженности магнитного поля от частоты при различных наружных диаметрах и толщине стенки 7 мм.

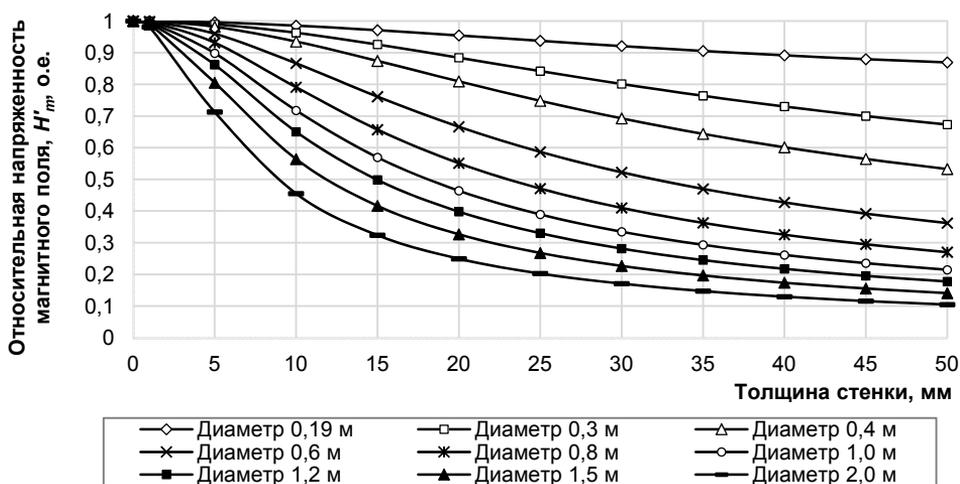


Рис. 2. Значения напряженностей магнитного поля в добавочной проводящей среде при различных толщинах стенки и наружных диаметрах при частоте 50 Гц

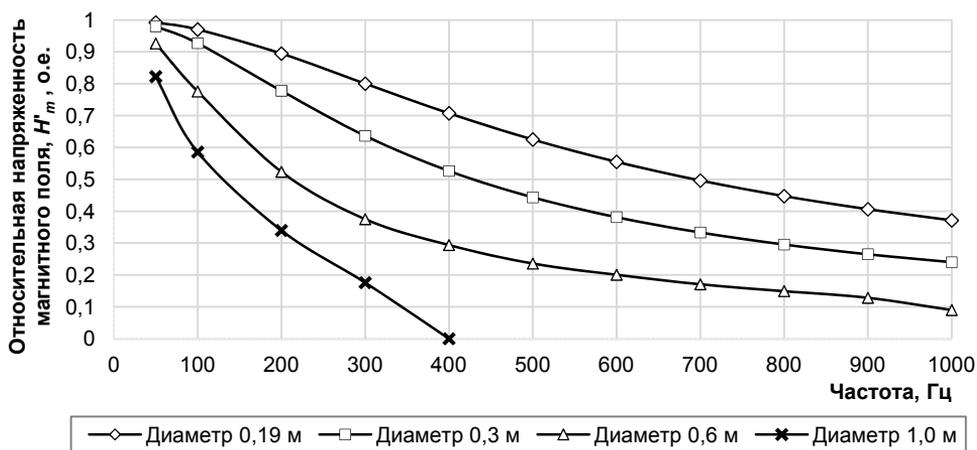


Рис. 3. Значения напряженностей магнитного поля в добавочной проводящей среде при различных частотах тока и наружных диаметрах реторты при толщине стенки 7 мм

Из рис. 2 видно, что напряженность магнитного поля комплексных электротехнологических установок сильно зависит от параметров реторты. При толщине стенки 10 мм напряженность уменьшается более чем на 35% при наружном диаметре от 1,2 м [8]. С ростом частоты тока напряженность магнитного поля внутри реторты существенно уменьшается (рис. 3), например при частоте 1000 Гц при диаметре промежуточной среды 0,19 м и толщине стенки 7 мм напряженность магнитного поля составляет 38% от напряженности поля, создаваемого индуктором.

Дальнейший расчет электромагнитного поля комплексной электротехнологической установки, в том числе определение параметров поля в деталях, производится аналогично и приведен в [9, 10].

Таким образом, на основании созданной математических моделей и полученных результатов расчетов можно определять целесообразность индукцион-

ного нагрева деталей внутри добавочных проводящих сред, рассчитывать степень затухания электромагнитного поля, проходящего через цилиндр к нагреваемым деталям, в зависимости от параметров добавочной среды и частоты. На основании полученных результатов становится возможным определение области рациональных параметров добавочных проводящих сред комплексных электротехнологических установок, при которых целесообразен комплексный электротехнологический процесс индукционного нагрева и нанесения защитных покрытий, а также параметров, при которых необходимо применение промежуточных проводящих сред с прорезями. Как показали исследования в [3, 9], использование прорезей позволяет обеспечить равенство параметров электромагнитного поля на внешнем и внутреннем радиусах реторты.

3. Экспериментальное подтверждение адекватности разработанных моделей. В настоящее время в силу большого разнообразия деталей различной формы и размеров, при термообработке которых используется индукционный нагрев, разработан и применяется широкий спектр индукторов, а также имеется ряд вариантов включения нагрузки – конденсаторно-индукторного модуля [14, 16].

Одним из примеров электротехнологических установок с индукционным нагревом является комплекс с примыкающим индуктором, разработанный в НКТБ «Вихрь» для закалки непрерывно-последовательным способом плоских поверхностей заготовок, например реборды шкива кранового колеса, представленный на рис. 4.

Индуктор представляет собой один виток, располагающийся непосредственно над нагреваемым участком колеса. Данный индуктор применяется с магнитопроводом П-образной формы, который набран из листов электротехнологической стали [13, 16]. Применение магнитопроводов позволяет концентрировать электромагнитное поле и токи в заданной области, а также избавиться от влияния кольцевого эффекта на распределение тока в индукторе, снизить сопротивления обратного замыкания [12, 13]. Схема индуктора с магнитопроводом показана на рис. 5. Линиями со стрелками показаны силовые линии магнитного поля индуктора [15]. Магнитопровод обращен открытой стороной паза к нагреваемой поверхности колеса. Нагреваемой зоной при этом является участок поверхности под пазом магнитопровода, так как ток более резко сконцентрирован в этой области, по сравнению с установками без магнитопроводов. На рис. 6 показаны индуктор с магнитопроводом и профиль закаливаемой зоны колеса. Длина сердечника чуть больше длины нагреваемой зоны. В рассматриваемой установке длина зоны нагрева составляет 70 мм, которая получается из участка обода шкива и реборд. Индукция в магнитопроводе обычно составляет 0,15–0,8 Тл, и в расчетах обычно его магнитным сопротивлением пренебрегают. В качестве источника питания был выбран преобразователь мощностью 250 кВт.

Экспериментальное исследование электротехнологической установки для закалки с использованием индуктора с магнитопроводом осуществлялось

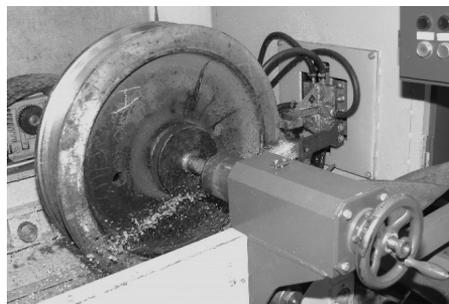


Рис. 4. Электротехнологическая установка с индуктором с магнитопроводом для закалки реборды шкива кранового колеса

следующим образом. Перед началом работы установки опытным путем был определен рациональный режим нагрева. Сначала закаливается колесо устанавливалось и поджималось требуемым образом в центрах. Индуктор для закалики, подключенный к источнику питания через закалочный трансформатор, как показано на схеме на рис. 7, был установлен над нагреваемым участком колеса. При этом индуктор с трансформатором были расположены на платформе со специальными механизмами, осуществляющими ее перемещение в продольном и поперечном направлениях, т.е. с двумя степенями свободы. Таким образом осуществлялись позиционирование индуктора относительно закаливаемой поверхности и обеспечение необходимого точного размера зазора между ними, составляющего 3-4 мм.

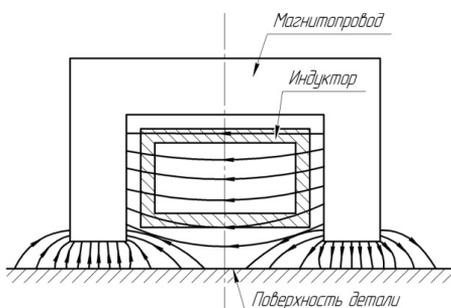


Рис. 5. Схема исследуемого индуктора с магнитопроводом для закалики плоских поверхностей и силовые линии магнитного поля

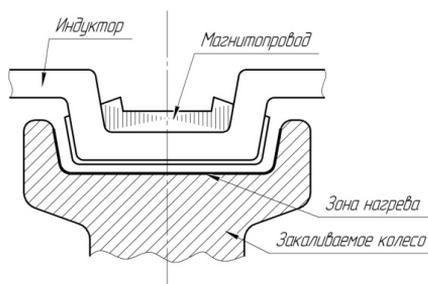


Рис. 6. Индуктор с магнитопроводом и профиль нагреваемой зоны колеса

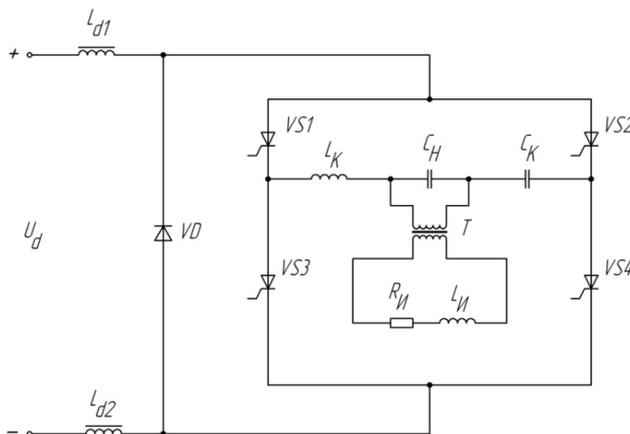


Рис. 7. Схема подключения индуктора для закалики реборды шкива канового колеса

После того как индуктор для закалики был установлен, была включена электротехнологическая установка. Особенностью использованного индуктора является наличие специального душевого устройства с отверстиями для выпуска закалочной воды для быстрого охлаждения и закалики нагреваемого участка колеса. Через несколько секунд после того, как было подано питание на катушку индуктора и нагреваемый участок колеса достиг требуемой температуры, было начато вращение канового колеса с определенной требуе-

мой величиной угловой скорости, после чего было включено душевое устройство для выпуска закалочной воды.

При осуществлении экспериментального исследования электротехнологической установки с индукционным нагревом для закалки частотомером осуществлялось измерение частоты тока нагрузки, вольтметром определялось выходное напряжение инвертора, ток, потребляемый инвертором, контролировался амперметром. При помощи пирометра осуществлялось измерение температуры нагрева закаливаемого участка поверхности колеса. Для исследуемого комплекса такая температура составляла примерно 970 °С. Кроме того, термометрами определялась температура воды, используемой для охлаждения индуктора и нагреваемой детали.

Мощность, подводимая к индуктору, определялась на основании измеренных значений потребляемого инвертором тока и выходного напряжения инвертора.

Исследуемый источник питания, показанный на рис. 7, применялся на базе симметричного мостового тиристорного инвертора, с использованием закалочного трансформатора типа ТЗ4-800 [16].

Другим вариантом исследуемых электротехнологических установок являются комплексы с одновитковыми индукторами, использующиеся для индукционного нагрева с последующей закалкой шеек валов. Индуктор в таких устройствах представляет собой один виток провода из меди прямоугольного поперечного сечения, с полостью внутри, в которую осуществляется подача воды для охлаждения индуктирующего провода (рис. 8) [3, 15].

Экспериментальное исследование электротехнологической установки с одновитковым индуктором для закалки шеек валов производилось аналогично ранее рассмотренной установке с индуктором с магнитопроводом.

Перед началом работы установки подобным образом опытным путем был определен рациональный режим нагрева. Закаливаемый вал устанавливался и поджимался в центрах. В рассматриваемой установке в качестве нагреваемой детали использовался вал с внешним диаметром 80 мм. Далее индуктор для закалки, подключенный к источнику питания по автотрансформаторной схеме через закалочный трансформатор, как показано на схеме на рис. 9, был установлен над нагреваемым участком вала, при этом аналогичным путем перемещения и позиционирования платформы с закрепленными на ней индуктором и закалочным трансформатором относительно вала был достигнут требуемый размер зазора между индуктором и закаливаемой шейкой вала, составляющий не более 3-4 мм.

Отметим особенности данного эксперимента. В отличие от ранее рассмотренной установки при исследовании данного комплекса предварительно было начато вращение нагреваемого вала, а затем был включен нагрев индуктором начального участка закаливаемой шейки вала. Через несколько секунд после подачи питания на закалочный индуктор, после достижения исходным участком требуемой температуры, включалось душевое

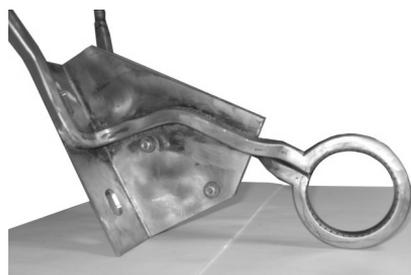


Рис. 8. Одновитковый индуктор для поверхностной закалки

устройство для выпуска охлаждающей воды для заковки нагретого участка шейки вала, затем было включено устройство, обеспечивающее движение индуктора вдоль нагреваемого вала со скоростью около 5-6 мм/с. Величина скорости перемещения индуктора определяется требуемым значением удельной мощности в нагреваемом участке вала и зависит от площади данной области. Как правило, в таких электротехнологических установках с индукционной заковкой удельная мощность равна 1-1,5 кВт/см².

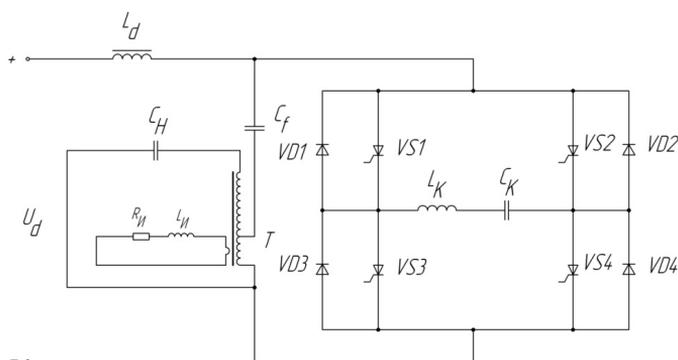


Рис. 9. Схема индукционной установки

При осуществлении экспериментального исследования электротехнологической установки с индукционной заковкой шеек валов с применением одновиткового индуктора частота выходного тока инвертора измерялась частотомером. Вольтметром определялось напряжение на выходе инвертора. Выпрямленный ток контролировался амперметром. Кроме того, при помощи пирометра производилось периодическое измерение температуры закаливаемого участка поверхности вала, которая также достигала 970°C. Аналогично с ранее рассмотренным комплексом температура охлаждающей воды определялась термометрами.

В исследуемой электротехнологической установке, схема которой представлена на рис. 9, применялся источник питания на базе мостового тиристорного инвертора с удвоением частоты. При этом одновитковый индуктор присоединялся к инвертору через закалочный трансформатор типа ТЗ4-800 [16] по автотрансформаторной схеме. Первичная обмотка использованного закалочного трансформатора состояла из 13 витков, вторичная обмотка состояла из одного витка. Выводы источника питания были присоединены к четырем виткам первичной обмотки данного трансформатора. Батарея конденсаторов для компенсации реактивной мощности индуктора была подключена к 13 виткам первичной обмотки трансформатора ТЗ4-800. Индуктор, в свою очередь, был присоединен к одному витку вторичной обмотки трансформатора.

В исследованных комплексах для индукционной заковки измерялись в основном электрические параметры, так как путем определения величин токов и напряжений имеется возможность контролировать мощность, подводимую к индуктору, а также потребляемую всем закалочным комплексом мощность.

По итогам осуществления экспериментального исследования работы электротехнологических установок с индуктором с магнитопроводом для нагрева под заковку реборды шкива кранового колеса были получены следующие данные: мощность источника питания: $P_{ист} = 250$ кВт, частота питания $f = 2400$ Гц, напряжение на индукторе $U_{и} = 30$ В.

На рис. 10 показан снимок приборного блока с результатами экспериментального исследования комплекса с использованием одновиткового индуктора для нагрева под закалку шеек валов.



Рис. 10. Приборный блок комплекса с одновитковым индуктором для закалки шеек валов

Из рис. 10 видно, что частота инвертирования составляет 7900 Гц, т.е. примерно 8000 Гц. Напряжение на выходе выпрямителя $U_d = 500$ В, а величина выпрямленного тока $I_d = 160$ А. Напряжение на выходе мостового тиристорного инвертора составляет $U_{\text{вых}} = 200$ В. Как было выше отмечено, путем измерения токов и напряжений можно контролировать мощность, подводимую к нагрузке:

$$P_d = U_d \cdot I_d = 500 \cdot 160 = 80\,000 \text{ Вт.}$$

Таким образом, полученная в результате экспериментального исследования указанной установки мощность, подводимая к индуктору, составляет 80 кВт. Также по итогам измерений была получена температура нагрева поверхности вала $T_{\text{зак}} = 970$ °С. С помощью вольтметра была измерена величина напряжения на катушке индуктора, равная $U_{\text{и}} = 60$ В.

На основе разработанных математических моделей, а также ряда методик [8–10, 12, 13, 15] были произведены поверочные расчеты параметров электротехнологических установок с индукционным нагревом под закалку с использованием индуктора с магнитопроводом и одновиткового индуктора. Было рассчитано электромагнитное поле электротехнологических установок с помощью решения уравнений Бесселя. По заданным параметрам закалочных установок были рассчитаны соответствующие величины постоянных коэффициентов c_1 , c_2 , с помощью которых были получены решения уравнений Бесселя (1). На основе известных начальных данных, таких как размеры индукторов, закаливаемых участков колеса и вала, подводящих шин, были рассчитаны параметры устройств, а именно коэффициенты мощности исследуемых индукторов, токи, протекающие в индукторах для закалки, величины мощностей, подводимых к индуктору с магнитопроводом и одновитковому индуктору.

При поверочном расчете электротехнологических установок для индукционного нагрева под закалку реборды шкива кранового колеса [15] были определены параметры индуктора с магнитопроводом:

КПД закалочного индуктора

$$\eta_{\text{и}} = \frac{R'_2}{R_{\text{и}}} = \frac{0,00046}{0,00055} = 0,84,$$

где R'_2 – приведенное активное сопротивление нагреваемого слоя закаливаемой заготовки, Ом; $R_{\text{и}}$ – эквивалентное активное сопротивление индуктора с магнитопроводом, Ом.

Коэффициент мощности закалочного индуктора

$$\cos\phi_{\text{и}} = \frac{R_{\text{и}}}{z_{\text{и}}} = \frac{0,00055}{0,0014} = 0,39,$$

где $z_{\text{и}}$ – эквивалентное полное сопротивление индуктора с магнитопроводом, Ом.

Ток в закалочном индукторе

$$I_{\text{и}} = \sqrt{\frac{P_2}{R'_2}} = \sqrt{\frac{19250}{0,00046}} = 6460 \text{ А},$$

где P_2 – мощность, передаваемая в закаливаемый участок кранового колеса, Вт.

Мощность, подводимая к закалочному индуктору с магнитопроводом:

$$P_{\text{и}} = \frac{P_2}{\eta_{\text{и}}} = \frac{19250}{0,84} = 23022,5 \text{ Вт}.$$

При поверочном расчете параметров электротехнологических установок с одновитковым индуктором для закалки шеек валов [15] были определены значения $R'_2 = 0,0018$ Ом, $\eta_{\text{и}} = 0,7$, величина выходного напряжения инвертора и аналогично были получены параметры одновиткового индуктора:

выходное напряжение инвертора

$$U_{\text{н}} = U_d \cdot \frac{\pi}{4} \cdot K = 500 \cdot \frac{3,14}{4} \cdot 0,51 = 200 \text{ В},$$

где K – коэффициент [13];

ток в закалочном индукторе

$$I_{\text{и}} = \sqrt{\frac{P_2}{R'_2}} = \sqrt{\frac{59564,6}{0,0018}} = 5809,76 \text{ А};$$

мощность, подводимая к одновитковому индуктору:

$$P_{\text{и}} = \frac{P_2}{\eta_{\text{и}}} = \frac{59564,6}{0,7} = 84700 \text{ Вт}.$$

По результатам поверочного расчета можно отметить, что в исследованных электротехнологических установках с плоским индуктором для закалки реборды шкива кранового колеса мощность, подводимая к индуктору, значительно меньше по сравнению с номинальной мощностью используемого источника питания. Поэтому в данных комплексах возможно применение источника питания номинальной мощностью 23 кВт вместо источника с номинальной мощностью 250 кВт, обладающего большими массогабаритными параметрами и высокой стоимостью. Такая замена приведет к значительному упрощению всего комплекса, уменьшит размеры и массу, а также значительно удешевит его. В установках с одновитковым индуктором вычисленная мощность, подводимая к индуктору, которая была получена с использованием разработанных математических моделей, близка к значению, которое было получено опытным путем, расхождение данных величин не превышает 6%.

Как уже отмечалось ранее, подключение индукторов осуществлялось с помощью закалочных трансформаторов типа ТЗ4-800 [16], благодаря этому обеспечивалась возможность согласования напряжения на выходе источника питания с требуемым напряжением индуктора для закалки, которое имеет низкую величину. Применяемый трансформатор имеет магнитопровод на базе электротехнической стали, что ограничивает его применение на высоких частотах. В связи с этим закалочный трансформатор типа ТЗ4-800 используется при частотах не более 10 000 Гц, потому что при превышении этой частоты магнитные потери достигают недопустимых значений. Поэтому с целью повышения эффективности, расширения области применения и функциональных возможностей комплексов для индукционной закалки целесообразно применение новых согласующих высокочастотных трансформаторов с магнитопроводами на базе современных магнитных материалов – аморфных или нанокристаллических сплавов вместо используемых закалочных трансформаторов. Как показали исследования в [11], применение новых трансформаторов приводит к значительному повышению энергетических и массогабаритных показателей всего комплекса. В отличие от использующихся трансформаторов новые устройства способны функционировать при более высоких частотах, составляющих до сотен килогерц со значительно меньшими магнитными потерями. Значения рабочей индукции предлагаемых трансформаторов составляют до 1 Тл, что значительно выше рабочей индукции согласующих высокочастотных трансформаторов на базе ферритовых магнитопроводов. Расчеты также показали, что КПД новых трансформаторов достигает 99% и выше [11].

Выводы. 1. Экспериментальными исследованиями была подтверждена адекватность созданных математических моделей комплексных электротехнологических установок с индукционным нагревом заготовок, находящихся внутри промежуточной проводящей среды. При определении мощности, которая подводилась к индуктору, расхождение значений, полученных экспериментальным путем и в ходе теоретического исследования, не превысило 6%.

2. В электротехнологических комплексах с индукционным нагревом для закалки металлических заготовок экспериментально была подтверждена возможность применения высокочастотных согласующих трансформаторов как составных элементов этих установок, а также целесообразность использования новых высокочастотных согласующих трансформаторов с магнитопроводами из аморфных или нанокристаллических сплавов для повышения энергетических показателей, снижения массы и габаритных размеров всего комплекса. Как показали исследования, предлагаемые трансформаторы обладают более высокой эффективностью в отличие от обычно применяемых согласующих трансформаторов с сердечниками из электротехнической стали, а также ферритов. Новые трансформаторы могут работать при значениях магнитной индукции до 1 Тл, а также на частотах тока до сотен кГц, потери в сердечнике при этом намного ниже, чем при обычно применяемых магнитных материалах, а КПД может достигать более 99% [11].

3. Опытным путем была подтверждена целесообразность определения параметров специальных индукторов с сердечниками на основе уравнений, используемых для расчета трансформаторов. Это существенно упрощает и сокращает продолжительность проектирования электротехнологических установок с индукционным нагревом, включающих в себя специальные индукторы с магнитопроводами для закалки металлических деталей.

Литература

1. *Бабат Г.И.* Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергия, 1965. 551 с.
2. *Бальян Р.Х.* Трансформаторы для радиоэлектроники. М.: Советское радио, 1971. 720 с.
3. *Гайнетдинов Т.А.* Индукторно-трансформаторный комплекс для высокочастотной термообработки материалов (разработка и исследование): дис. ... канд. техн. наук. Уфа, 2010. 151 с.
4. *Дьяконов В.П.* *Mathematica 5/6/7*. Полное руководство. М.: ДМК Пресс, 2010. 624 с.
5. *Макаров Е.Г.* Инженерные расчеты в Mathcad 15. СПб.: Питер, 2011. 400 с.
6. Пат. 2533400 РФ, МПК С23С10/36. Способ нанесения цинкового покрытия и установок для его осуществления / В.И. Кубанцев и др.; заявитель и патентообладатель Российская Федерация, от имени которой выступает государственный заказчик Министерство промышленности и торговли РФ (МИНПРОМТОРГ РОССИИ). № 2012145441/02; заявл. 26.10.2012; опубл. 20.11.2014, Бюл. № 32. 16 с.
7. Разработка и проектирование тиристорных источников питания / *А.К. Белкин и др.* М.: Энергоатомиздат, 1994. 222 с.
8. *Рогинская Л.Э., Горбунов А.С.* Влияние диаметра промежуточной цилиндрической проводящей среды при индукционном нагреве деталей токами промышленной частоты // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты: сб. науч. тр. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. (31 мая 2014 г.): в 11 ч. Тамбов: ООО Консалтинговая компания Юком, 2014. Ч. 5. С. 117–120.
9. *Рогинская Л.Э., Горбунов А.С.* Расчет электромагнитного поля в комплексных электро-технологических установках для индукционного нагрева // Вестник УГАТУ. 2014. Т. 18, № 2 (63). С. 61–68.
10. *Рогинская Л.Э., Горбунов А.С., Шуляк А.А.* Расчет параметров комплексной электро-технологической установки, включающей индукционный нагрев деталей [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 6. URL: <http://www.science-education.ru/106-8042> (дата обращения 10.07.2015).
11. *Рогинская Л.Э., Горбунов А.С.* Трансформаторно-индукторный комплекс с последовательным включением конденсатора в цепь нагрузки [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6. URL: <http://www.science-education.ru/113-11608> (дата обращения 10.07.2015).
12. *Слухоцкий А.Е.* Индукторы / под ред. А.Н. Шамова. 5-е изд., перераб. и доп. Л.: Машиностроение, 1989. 69 с.
13. *Слухоцкий А.Е., Рыскин С.Е.* Индукторы для индукционного нагрева. Л.: Энергия, 1974. 264 с.
14. Тиристорные преобразователи частоты / *А.К. Белкин, Т.Н. Костюкова, Л.Э. Рогинская и др.* М.: Энергоатомиздат, 2000. 263 с.
15. Установки индукционного нагрева / *А.Е. Слухоцкий, В.С. Немков, Н.А. Павлов и др.* Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1981. 328 с.
16. Элементы индукционных установок / *А.К. Белкин, Л.И. Гутин, И.Н. Таназлы и др.*; под ред. Ю.М. Гусева. М.: Энергоатомиздат, 2007. 140 с.
17. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. 3-е изд., стереотип. М.: Наука, 1977. 342 с.

References

1. Babat G.I. *Induktsionnyi nagrev metallov i ego promyshlennoe primeneniye* [Induction heating of metals and its industrial application]. Moscow, Energiya Publ., 1965, 551 p.
2. Bal'yan R.Kh. *Transformatory dlya radioelektroniki* [Transformers for radio electronics]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1971, 720 p.
3. Gainetdinov T.A. *Induktorno-transformatornyi kompleks dlya vysokochastotnoi termoobrabotki materialov (razrabotka i issledovanie)*. Dis. kand. tekhn. nauk [Inductor and transformer complex for high-frequency heat treatment of materials (development and research). Cand. Diss.]. Ufa, 2010. 151 p.
4. D'yakonov V.P. *Mathematica 5/6/7*. *Polnoe rukovodstvo* [Mathematics 5/6/7. Full manual]. Moscow, DMK Press Publ., 2010, 624 p.
5. Makarov E.G. *Inzhenernye raschety v Mathcad 15* [Engineering calculations in Mathcad 15]. St. Petersburg, Piter Publ., 2011, 400 p.

6. Kubantsev V.I. [et al.] *Sposob nanoseniya tsinkovogo pokrytiya i ustanovka dlya ego osushchestvleniya* [The method of zinc coating and installation for its implementation]. Patent RF, no. 2533400, 2014.

7. Belkin A.K. [et al.] *Razrabotka i proektirovanie tiristornykh istochnikov pitaniya* [Development and design of thyristor power supplies]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1994, 222 p.

8. Roginskaya L.E., Gorbunov A.S. *Vliyaniye diametra promezhutochnoi tsilindricheskoj provodyashchei sredy pri induktsionnom nagreve detalei tokami promyshlennoi chastoty* [Influence of the diameter of intermediate cylindrical conducting medium in case of induction heating of components by means of power currents]. *Voprosy obrazovaniya i nauki: teoreticheskii i metodicheskii aspekty: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii 31 maya 2014 g.: v 11 chastyakh. Chast' 5* [Proceedings of the International scientific and practical conference «Questions of science and education: theoretical and methodical aspects» on May 31, 2014. 11 parts. Part 5]. Tambov, 2014. pp. 117–120.

9. Roginskaya L.E., Gorbunov A.S. *Raschet elektromagnitnogo polya v kompleksnykh elektrotekhnologicheskikh ustanovkakh dlya induktsionnogo nagreva* [Calculation of electromagnetic field in complex electrotechnological systems for induction heating]. *Vestnik UGATU* [Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University)], 2014, vol. 18, no. 2 (63), pp. 61–68.

10. Roginskaya L.E., Gorbunov A.S., Shulyak A.A. *Raschet parametrov kompleksnoi elektrotekhnologicheskoi ustanovki, vklyuchayushchei induktsionnyi nagrev detalei* [Calculation of parameters of complex electrotechnological system, including induction heating of components]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Modern problems of science and education], 2012, no. 6. Available at: <http://www.science-education.ru/106-8042> (Accessed 10 Jul. 2015).

11. Roginskaya L.E., Gorbunov A.S. *Transformatorno-induktorny kompleks s posledovatel'nyim vklyucheniem kondensatora v tsep' nagruzki* [Transformer and inductor complex with series connection of the capacitor in a load circuit]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Modern problems of science and education], 2013, no. 6. Available at: <http://www.science-education.ru/113-11608> (Accessed 10 Jul. 2015).

12. Slukhotskii A.E. *Induktory* [Inductors]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1989, 69 p.

13. Slukhotskii A.E., Ryskin S.E. *Induktory dlya induktsionnogo nagreva* [Inductors for induction heating]. Leningrad, Energiya Publ., 1974, 264 p.

14. Belkin A.K., Kostyukova T.N., Roginskaya L.E. et al. *Tiristornye preobrazovateli chastoty* [Thyristor frequency converters]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 2000, 263 p.

15. Slukhotskii A.E., Nemkov V.S., Pavlov N.A. et al. *Ustanovki induktsionnogo nagreva* [Installations of induction heating]. Leningrad, Energoizdat. Leningradskoe otdelenie Publ., 1981, 328 p.

16. Belkin A.K., Gutin L.I., Tanazly I.N. et al. *Elementy induktsionnykh ustanovok* [Elements of induction installations]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 2007, 140 p.

17. Yanke E., Emde F., Lesh F. *Spetsial'nye funktsii. Formuly, grafiki, tablitsy* [Special functions. Formulas, diagrams, tables]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 342 p.

ГОРБУНОВ АНТОН СЕРГЕЕВИЧ – инженер кафедры электромеханики, Уфимский государственный авиационный технический университет, Россия, Уфа (freizer-anton@yandex.ru).

GORBUNOV ANTON – Engineer of Electromechanics Department, Ufa State Aviation Technical University, Russia, Ufa.

РОГИНСКАЯ ЛЮБОВЬ ЭММАНУИЛОВНА – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики, Уфимский государственный авиационный технический университет, Россия, Уфа (roginskaya36@mail.ru).

ROGINSKAYA LYUBOV – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electromechanics Department, Ufa State Aviation Technical University, Russia, Ufa.

ТАНАЗЛЫ ИВАН НИКОЛАЕВИЧ – директор, ООО «НПФ «Вихрь-V», Россия, Уфа (thanazly_iv@mail.ru).

THANAZLY IVAN – Director of «SPC «Vihr-V», Ltd., Russia, Ufa.

УДК 658.26:621.311
ББК У305.142

Н.В. ГРУНТОВИЧ, Н.В. ГРУНТОВИЧ,
Л.Г. ЕФРЕМОВ, О.В. ФЕДОРОВ

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ И ЭКОНОМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Ключевые слова: управление энергоэффективностью, техническая диагностика, структура потребления топливно-энергетических ресурсов, условно-постоянная составляющая расхода энергоресурса в общем его расходе, интеллектуальные системы технического учета энергетических ресурсов.

Определены ключевые задачи управления экономикой современных производств. Произведена оценка доли условно-постоянной составляющей расхода энергоресурса в общем его потреблении для 144 производств различных отраслей промышленности. Определены факторы влияния условно-постоянной составляющей расхода энергоресурса. Представлена структура интеллектуальной системы технического учета энергоресурсов для решения задач управления экономикой промышленных предприятий.

**N. GRUNTOVICH, N. GRUNTOVICH, L. EFREMOV, O. FEDOROV
UPGRADING THE SYSTEM OF MANAGEMENT OF ENERGY EFFICIENCY
AND ECONOMIC SECURITY OF INDUSTRIAL ENTERPRISES**

Key words: energy management, technical diagnostics, consumption structure of power resources, conditionally-constant component of energy consumption in total energy consumption, intellectual systems of technical metering of energy resources.

In this paper, we pointed out the main tasks of economic management of modern enterprises and estimated the share of a conditionally-constant component of energy consumption in the total energy consumption for the 144 industrial enterprises specializing in various industries. We also identified the influence of conditionally-constant component of energy consumption and presented the structure of intellectual system of technical metering of energy resources for solving problems in economic management of industrial enterprises.

Важнейшими задачами управления экономикой современных предприятий являются следующие:

1. Управление энергоэффективностью (ЭЭФ) технологического оборудования предприятия.
2. Совершенствование системы технического обслуживания и ремонта (СТОиР) на основе современных методов технического диагностирования.
3. Обеспечение экономической устойчивости работы предприятия в условиях постоянного роста стоимости топливно-энергетических ресурсов (ТЭР) и неустойчивости рынков сбыта.

О необходимости применения на предприятиях современных компьютерных интеллектуальных систем технического учета говорилось и писалось. Активная работа с предприятиями в области повышения ЭЭФ и технической диагностики подтвердила остроту этой проблемы.

Применение интеллектуальных компьютерных систем позволяет:

- обеспечить экономию ТЭР от 3 до 15%;
- ранжировать технологическое оборудование по его энергоэффективности для планирования модернизации предприятия;

– осуществлять диагностику существующего уровня ЭЭФ и прогнозировать ее динамику при учете различных факторов (изменения объемов выпуска продукции, внедрения мероприятий по энергосбережению, старения оборудования, модернизации или реконструкции технологических процессов и др.);

– выявлять причины нерационального использования всех потребляемых энергоресурсов.

Следует отметить, что стоимость компьютерных программ значительно дешевле самих систем учета ТЭР в силу их универсальности.

Значительный экономический ущерб наносят остановы технологических линий из-за несовершенства СТОиР. Слабыми элементами в электроснабжении предприятий являются трансформаторы и кабельные линии. Из-за выхода их из строя возможен значительный экономический ущерб для предприятия. Например, для больших предприятий (химическое, калийное производство) затраты на повторный пуск достигают десятки миллионов долларов. Потери первого рода обусловлены недовыпуском продукции. Потери второго рода вызываются затратами ТЭР на разогрев технологических линий, который может длиться несколько суток. Как показывает статистика, потери могут составлять 1-2 долл. США на 1 кВт заявленной мощности.

Причины отключения кабелей распределительной сети представлены на рис. 1.

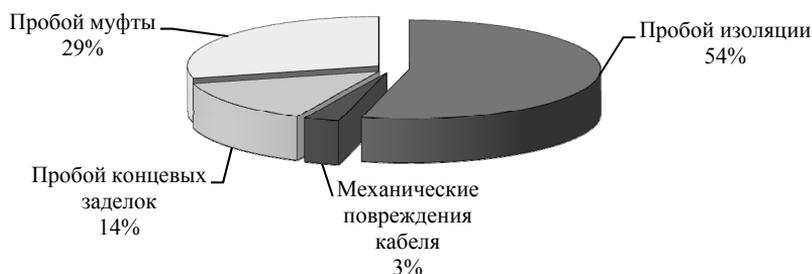


Рис. 1. Причины выхода из строя кабелей

Выход из строя кабельных линий и трансформаторов – это результат игнорирования современных методов технического диагностирования из-за несовершенства нормативных документов и низкого качества ремонта.

В разработке математических моделей экономической устойчивости в условиях плановой экономики не было необходимости. Тогда и сейчас решается задача устойчивости технических систем, систем автоматического регулирования. Математиками А. Ляпуновым, И. Вышнеградским, А. Гурвицем, инженером А. Михайловым разработаны основы теории устойчивости технических систем.

К факторам, влияющим на экономическую устойчивость предприятия, можно отнести: стоимость энергоресурсов, проценты на банковские кредиты, заработную плату, рынки сбыта, стоимость и качество сырья, состояние оборудования и т.д. [1].

К критериям, повышающим экономическую неустойчивость предприятий, в настоящее время можно отнести: достигнутые значения удельных расходов ТЭР (по отношению к конкурентам на рынках сбыта продукции), показатели фактического состояния оборудования (степень износа, показатели ЭЭФ). Когда пред-

приятие работает в условиях экономической неустойчивости, происходит большой перерасход потребляемых энергоресурсов, что обусловлено наличием условно-постоянной составляющей ТЭР в общем расходе ТЭР предприятия.

Именно наличие условно-постоянной составляющей расхода энергоресурсов в общем потреблении ТЭР определяет гиперболический характер зависимости удельных расходов ТЭР от объемов производства и имеет известный вид для потребителей с простой (или сводящейся к ней) взаимосвязью между энергетикой и технологией:

$$W_{\text{уд.топл}} = w_{\text{уд.техн.топл}} + \frac{W_{\text{усл.-пост.топл.}}}{\Pi}, \text{ т у.т./ед. прод.},$$

$$W_{\text{уд.ЭЭ}} = w_{\text{уд.техн.ЭЭ}} + \frac{W_{\text{усл.-пост.ЭЭ}}}{\Pi}, \text{ кВт}\cdot\text{ч/ед. прод.},$$

где $W_{\text{усл.-пост.топл.}}$ и $W_{\text{усл.-пост.ЭЭ}}$ – составляющая потребления энергоресурса (топлива или электроэнергии, соответственно), не зависящая от объема выпускаемой продукции, т у.т. (кВт·ч); $w_{\text{уд.техн.топл.}}$ и $w_{\text{уд.техн.ЭЭ}}$ – технологический удельный расход энергоресурса (топлива или электроэнергии, соответственно) на выпуск единицы продукции; Π – объем производства продукции.

Условно-постоянная составляющая расхода энергоресурса во многом зависит от вида энергоресурса. Для электрической энергии к условно-постоянной составляющей расхода относят затраты ЭЭ на освещение, вентиляцию, вспомогательные производственные нужды (вспомогательные цеха, связанные с ремонтом различного оборудования, складские помещения, административно-бытовые помещения). Однако для производств, имеющих в технологическом процессе, например, печное оборудование, в технологическом расходе ЭЭ также можно выделить условно-постоянную составляющую, которая связана с разогревом и поддержанием в работоспособном состоянии технологического оборудования. Для топлива, например, природного газа, который используется в технологии цементных производств, а также для производства стекла, условно-постоянная составляющая определяется затратами энергоресурса на поддержание печей в работоспособном состоянии. То есть в условно-постоянной составляющей расхода энергоресурса четко выделяется *технологическая условно-постоянная составляющая*. Условно-постоянная составляющая определяется, в первую очередь, сезонным фактором, количественными и качественными характеристиками оборудования, ее определяющими.

В Российской Федерации *постоянную составляющую энергопотребления, не зависящую от объемов производства предприятия, относят к одному из индикаторов ЭЭФ.*

Наличие условно-постоянной составляющей в расходе энергоресурса определяет:

- регулировочную способность по энергоэффективности за счет изменения объема выпуска продукции (горизонтальное регулирование);
- текущее состояние энергоэффективности;
- эффективность внедряемых мероприятий по энергосбережению.

Последнее особенно важно, так как неоспоримым является факт, что при внедрении, казалось бы, эффективных технологий эффект от внедряемых мероприятий значительно ниже прогнозных значений либо не достигается вообще.

В качестве примера можно привести динамику удельного расхода топлива в зависимости от объема выпуска продукции завода по выпуску шин (рис. 2).

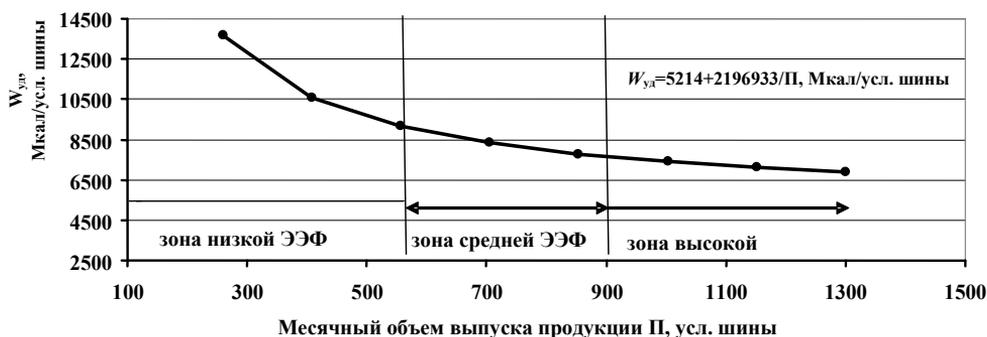


Рис. 2. Динамика удельного расхода тепловой энергии в зависимости от объема выпуска продукции для шинного производства и зоны ЭЭФ

Авторами проведены исследования выборки из 144 производств различных отраслей промышленности по оценке доли условно-постоянной составляющей расхода энергоресурса в общем его расходе при максимальном и минимальном объемах выпуска продукции. В таблице приведены некоторые из полученных результатов.

Результаты оценки доли условно-постоянной составляющей расхода ТЭР в их общем расходе для различных производств

Наименование продукции	Вид энергоресурса	Отношение $W_{\text{усл.пост}}/W_{\text{общ}}$, %	
		при минимальном объеме выпуска продукции	при максимальном объеме выпуска продукции
Производство метанола	ТЭ	55,78	18,57
Производство капролактама	ЭЭ	66,67	15,19
Листовое стекло	Газ	10,26	1,48
Сверхкрупногабаритные шины	ТЭ	80,00	60,42
Сверхкрупногабаритные шины	ЭЭ	80,00	64,90
Выпуск пресс-форм	ЭЭ	38,46	35,96
Изделия из пластмассы	ЭЭ	25,00	4,54
Обувь	ЭЭ	32,00	29,89
Швейные изделия	ЭЭ	83,33	24,12
Выдувная полимерная многослойная пленка	ЭЭ	90,00	69,57
Производство водки	ЭЭ	50,00	44,31
Производство водки	ТЭ	50,00	39,50
Производство спирта	ЭЭ	44,44	43,15
Производство спирта	ТЭ	44,44	44,24
Продукция машиностроения	ЭЭ	83,33	64,03
Продукция машиностроения	ТЭ	83,33	25,76
Оксид цинка	Газ	66,67	42,91
Мебель	ЭЭ	75,00	72,31

Как видно из таблицы, доля условно-постоянной составляющей расхода ТЭР в общем их расходе не статична, а изменяется в зависимости от загрузки оборудования. При снижении объемов выпуска продукции доля условно-

постоянной составляющей возрастает, и наоборот: при наращивании объемов выпуска продукции эта доля уменьшается (увеличение загрузки оборудования).

Результаты исследований показали, что из сформированной выборки производств 54 имеют долю условно-постоянной составляющей расхода ТЭР свыше 40%. Для указанной группы эффективность внедренных мероприятий по энергосбережению будет очень сильно зависеть от загрузки производства.

Диагностирование ЭЭФ, выработка управляющих воздействий при ее управлении невозможны без достоверной статистической информации и соответствующего методического обеспечения, что требует дальнейшего развития системы управления ЭЭФ. Необходимой и назревшей проблемой является внедрение на предприятиях (с потреблением свыше 25000 т у.т.) современных компьютерных интеллектуальных систем технического учета и управления потреблением ТЭР. В первую очередь потребуются разработка пакета прикладных компьютерных программ интеллектуальной системы технического учета и управления для решения задач регламентного контроля энергоэффективности на предприятиях в реальном масштабе времени. В короткие сроки должны быть созданы на отдельных предприятиях демонстрационные зоны интеллектуальной системы технического учета и управления потреблением ТЭР.

Основными задачами интеллектуальной системы технического учета являются:

- представление информации диспетчерам и технологам для принятия оптимальных решений на основе интеллектуальной системы поддержки принятия решений;
- прогнозирование удельного расхода ТЭР в зависимости от планируемого выпуска продукции;
- оптимальное прогнозирование и планирование потребления ТЭР;
- регламентный контроль ЭЭФ ежеквартально или по усмотрению предприятия (автоматизированное энергетическое обследование специалистами предприятия вместо энергетического обследования один раз в пять лет);
- управление потреблением ТЭР на основе целевых функций;
- контроль энергоемкости продукции;
- определение потенциала энергосбережения на основе дифференциального показателя энергоэффективности;
- определение и корректировка прогрессивных удельных норм расхода ТЭР на основе статистических моделей;
- оперативное диагностирование энергопотоков;
- контроль и оптимизация режимов работы оборудования с помощью математических моделей;
- оптимизация технико-экономических показателей котельных и компрессорных станций.

Пакет компьютерных программ создается по модульному принципу.

Каждый модуль системы представляет собой совокупность технических и программных средств в зависимости от решаемых задач:

- диагностирование энергопотоков и целевых функций управления;
- определение достоверности поступающей информации;

- оптимизация режимов работы электроустановок и теплового оборудования;
- определение технико-экономических показателей котельных и компрессорных станций;
- определение потерь и регистрация отказов, поломок и аварий;
- прогнозирование технического состояния энергетического оборудования;
- контроль вторичных энергоресурсов;
- расчет энергетических и эксергетических балансов;
- проведение регламентного контроля энергоэффективности;
- определение энергоэкономических показателей;
- выдача справочной документации (нормативные документы, схемы);
- формирование отчетной документации.

Предлагается следующий порядок введения в эксплуатацию интеллектуальных систем технического учета:

1. Составляется энергетический баланс всех видов ТЭР с глубокой декомпозицией по цехам для определения количества и мест установки счетчиков.
2. Проводится анализ факторов, влияющих на нерациональное потребление ТЭР.
3. Разрабатывается техническое задание на систему технического учета и управления потреблением ТЭР, где формируются требования к структуре и функциям системы, разрабатываются требования к различным видам обеспечения (математическому, информационному, программному, техническому и метрологическому).
4. Производятся монтаж и наладка счетчиков, линий связи, компьютерной программы первичной обработки информации.
5. Разрабатывается пакет интеллектуальных компьютерных программ для оперативного анализа текущей информации и выработки рекомендаций по оптимизации потребления ТЭР.
6. Проводятся опытная эксплуатация и оценка эффективности компьютерной интеллектуальной системы технического учета и управления потреблением ТЭР.

На рис. 3 представлена функциональная схема компьютерной интеллектуальной системы технического учета ТЭР. Она содержит банк данных, базу знаний, блок логического вывода, подсистему пояснений и стоит по модульному принципу.

В Республике Беларусь методологические принципы управления энергоэффективностью изложены в стандарте СТБ 1777: 2009 (EN16001) – системное управление энергопотреблением. Документ разработан специалистами ОАО «БЕЛЛИС» на основе зарубежного опыта. Документ является уникальным как по содержанию, так и по значимости. Стандарт СТБ 1777: 2009 (EN16001) излагает основные принципы формирования политики в области энергосбережения для предприятий¹.

¹ СТБ 1777-2009 (EN 16001) «Системы управления энергопотреблением. Требования и руководство по применению» [Электронный ресурс]. URL: http://neg.by/publication/2012_01_31_15654.html (дата доступа: 25.01.2015).

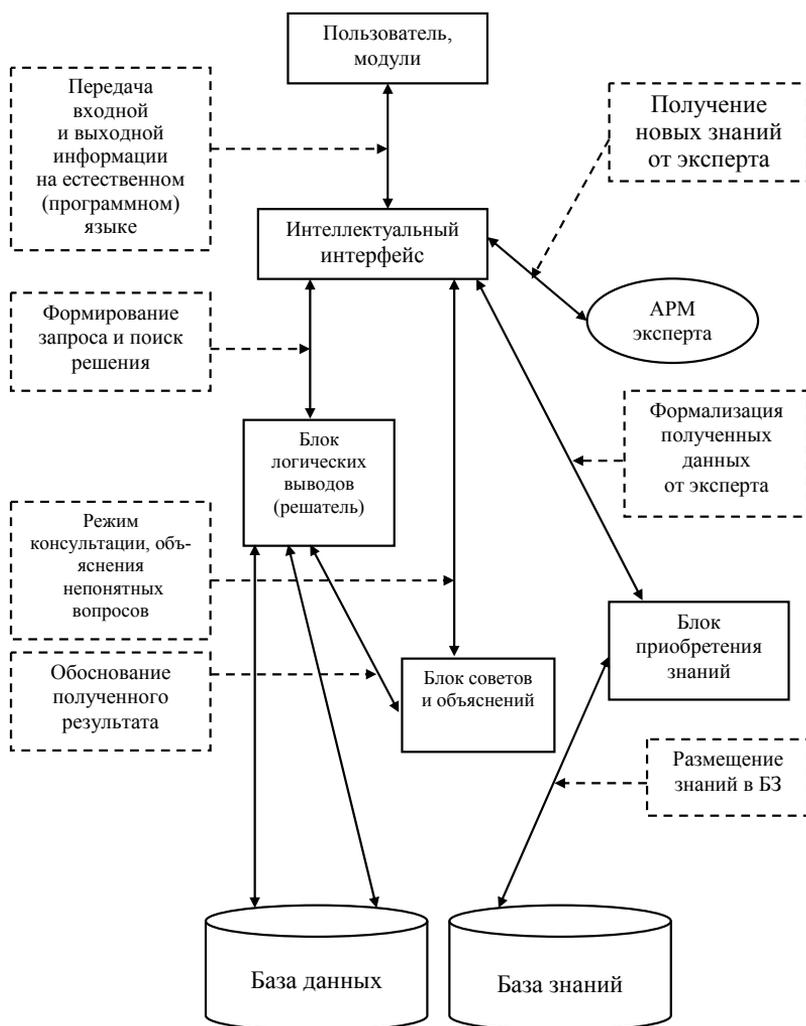


Рис. 3. Функциональная схема компьютерной интеллектуальной системы технического учета ТЭР

Авторами предлагается следующее видение стандарта предприятия «Политика в области энергосбережения»:

- Политика в области энергосбережения является неотъемлемой частью общей стратегии предприятия и согласуется с политикой в области качества.
- Энергосбережение – это процесс сокращения потребности в энергоресурсах в расчете на единицу конечного полезного эффекта их применения.
- Обеспечение конкурентоспособности продукции путем снижения ее энергоемкости, сокращение потерь энергетических ресурсов для получения максимальной прибыли являются основой политики в области энергосбережения.
- Современный уровень решения вопросов энергосбережения предполагает готовность к переменам и стремление делать новое и необходимое, а не останавливаться на отжившем и привычном.

– Каждый работник предприятия нацелен на непрерывное самообразование и рост профессионализма в области энергосбережения и повышения надежности оборудования.

– Предприятие руководствуется принципом, что в работе по энергосбережению нет мелочей: и основные, и вспомогательные подразделения вносят свой вклад в деятельность по энергосбережению.

Стратегические цели предприятия в области энергосбережения:

– внедрение энергосберегающих технологий и оборудования в технологических линиях;

– повышение эффективности использования топливно-энергетических ресурсов;

– оптимизация технологических процессов, научно обоснованное снижение норм расхода энергоресурсов на единицу продукции на основе самоконтроля каждого руководителя с помощью систем технического учета;

– обеспечение 100% технического учета расхода тепловой и электрической энергии, воды (оборотная, водохранилища, хозяйственно-питьевая), газа, конденсата, стоков – по всем структурным подразделениям, цехам и участкам;

– воспитание психологии, культуры, навыков бережного энергопотребления по каждому структурному подразделению. Необходимо создать новый стереотип мышления в отношении к энергии и обращении с этим ценным природным ресурсом;

– исключение нерационального использования ТЭР.

Задачами предприятия являются:

– обеспечение ритмичной работы цехов за счет номинальной загрузки оборудования, значительное сокращение простоев и внеплановых остановок оборудования на основе современной системы технического обслуживания и ремонта;

– разработка программ энергосбережения;

– создание и внедрение в действие фонда энергосбережения предприятия (материальное стимулирование работников за экономию ТЭР);

– комплексное диагностирование состояния оборудования, планирование и качественное проведение ремонтов оборудования, обеспечение входного контроля качества подшипников качения и других узлов энергетического и технологического оборудования;

– повышение эффективности использования, утилизации тепла и максимального использования вторичных ресурсов;

– мониторинг рационального использования энергетических ресурсов в цехах, отделениях и участках на основе современной системы технического учета и компьютерных интеллектуальных программ посуточно и посменно;

– привлечение всех работников предприятия к деятельности по экономии энергетических ресурсов, снижению расходных коэффициентов при неуклонном росте выпускаемой продукции (энергетики, механики, технологи, метрологи, служба снабжения);

– внедрение на предприятиях системы управления потерями электрической и тепловой энергии;

– только общие усилия всех – от руководителей предприятия, цеха до каждого отдельного человека, рабочего – позволит успешно решать задачи энергосбережения;

– руководство предприятия берет на себя обязательство следовать этим принципам. Этим заявлением руководство предприятия обязывает всех работников обеспечить выполнение задач по эффективному и рациональному использованию всех видов энергетических ресурсов.

Выводы. 1. Для управления ЭЭФ необходимо использовать на предприятиях компьютерные интеллектуальные системы технического учета.

2. Пакеты прикладных программ должны быть созданы по принципу экспертных систем, т.е. открытого типа.

3. Для вовлечения всех работников предприятия в повышение ЭЭФ целесообразно на предприятии принять стандарт «Политика в области энергосбережения».

Литература

1. Грунтович Н.В., Токочакова Н.В. Проблемные зоны системы управления энергоэффективностью промышленных потребителей республики // Энергоэффективность. 2008. № 3. С. 6–10.

References

1. Gruntovich N.V., Tokochakova N.V. *Problemnye zony sistemy upravleniya energoeffektivnost'yu promyshlennykh potrebitelei respubliki* [Problematic areas in system of management of republic's industrial energy efficiency]. *Energoeffektivnost'* [Energy efficiency], 2008, no. 3, pp. 6–10.

ГРУНТОВИЧ НАДЕЖДА ВЛАДИМИРОВНА – доктор технических наук, профессор кафедры систем энергообеспечения, Брянский государственный аграрный университет, Россия, Брянск (kafseo@bgsha.com).

GRUNTOVICH NADEZHDA – Doctor of Technical Sciences, Professor, Energy Supply Systems Department, Bryansk State Agricultural University, Russia, Bryansk.

ГРУНТОВИЧ НИКОЛАЙ ВАСИЛЬЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры систем энергообеспечения, Брянский государственный аграрный университет, Россия, Брянск (kafseo@bgsha.com).

GRUNTOVICH NIKOLAI – Doctor of Technical Sciences, Professor, Energy Supply Systems Department, Bryansk State Agricultural University, Russia, Bryansk.

ЕФРЕМОВ ЛЕОНИД ГЕОРГИЕВИЧ – доктор экономических наук, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (efremov1@chuvsu.ru).

EFREMOV LEONID – Doctor of Economics, Professor, Industrial Enterprises Power Supply Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

ФЕДОРОВ ОЛЕГ ВАСИЛЬЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры управления инновационной деятельностью, Нижегородский государственный технический университет, Россия, Нижний Новгород (fov52@nm.ru).

FEDOROV OLEG – Doctor of Technical Sciences, Professor, Innovation Management Department, Nizhny Novgorod State Technical University, Russia, Nizhny Novgorod.

УДК 502.55: 62
ББК Н932

И.А. ГУЩИН

МЕТОДОЛОГИЯ ОЦЕНКИ РИСКА ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ НА ВОЗДУШНУЮ СРЕДУ

Ключевые слова: риск, потенциальный риск, энергетика, заболеваемость, здоровье человека, картирование риска.

Рассмотрены аспекты воздействия энергетического предприятия на окружающую среду и здоровье населения. Предложена методика расчета риска негативного воздействия. Дан критерий оценки значения риска при прогнозировании последствий и управлении риском.

I. GUSHCHIN

METHODOLOGY OF ASSESSING RISKS OF POWER ENTERPRISE'S IMPACT ON AIR QUALITY

Key words: risk, potential risk, energetics, morbidity, human health, risk mapping.

The author considers the aspects of a power enterprise's impact on the environment and human health and suggests methods of calculating the risk of negative impact, as well as a criterion for evaluating the risk value in predicting the impact and risk management.

В современных условиях глобального кризиса во всех сферах человеческой деятельности проблема определения любых видов риска воздействия предприятий на окружающую природную среду, в которой живет человек, будет актуальной всегда. Технический прогресс освобождает человека от тяжелого физического труда, но вместе с тем имеет и негативный характер, который проявляется в разрушении всех составляющих биосферы. Особый вклад в загрязнение атмосферы вносит современная энергетика. Увеличение мощности современных энергетических предприятий для обеспечения потребностей человека существенно увеличивает фоновое загрязнение атмосферы даже при штатных режимах работы предприятия. Число аварий и катастроф, от которых никто не застрахован, постоянно растет вместе с числом заболеваний людей, проживающих в селитебных зонах. Поэтому необходима разработка методик, позволяющих качественно и количественно оценить возможные угрозы при самых неблагоприятных последствиях.

В статье [1] была предложена методология оценки риска техногенного воздействия определенного уровня на воздушную среду энергетических предприятий. В качестве количественной меры опасности был принят потенциальный территориальный риск – пространственное распределение вероятности реализации превышения концентраций загрязняющих веществ на рассматриваемой селитебной территории в течение года. Полученная величина риска сравнивалась с нормативной. Методика позволяла количественно оценить риск и картировать его. Однако вопрос учета одной из составляющих риска заболеваемости населения, проживающего долгое время в промышленных районах, оставался открытым.

В общем случае при моделировании потенциального риска воздействия определенного уровня учитывают все три составляющих по схеме расчета «авария – механизм воздействия – реализация воздействия» по формуле:

$$R(x, y) = \sum_{ij} P_i(A) P_{ij}(x, y) P_j(H),$$

где $P_i(A)$ – вероятность аварии по сценарию i ; $P_{ij}(x, y)$ – вероятность реализации механизма воздействия j по сценарию i в заданной точке; $P_j(H)$ – вероятность летального исхода или заболевания.

Величина $P_j(H)$ характеризует риск для здоровья человека, вызванного действием загрязняющих веществ на окружающую среду в неблагоприятном с точки зрения экологии районе проживания.

Статистика заболеваний в этих районах свидетельствует об ухудшении состояния здоровья людей. Сложность задачи обуславливается вероятностным характером данных, имеющих отношение к здоровью (время и доза воздействия, концентрация загрязняющего вещества в данной точке, пути проникновения в организм человека), и зависимостью от времени концентрации и дозы воздействия.

Риск рассматривают в качестве дополнительной составляющей к фоновой заболеваемости и учитывают зависимость его от дозы загрязняющего вещества, которая поступает в организм человека за весь период его жизни. Зная концентрацию вредного вещества в воздухе (инструментальные измерения и расчеты) и время пребывания человека в загрязненной зоне, можно оценить дозу воздействия.

Зависимость риска от дозы основывается на пороговой и беспороговой модели [2]. Эта зависимость является линейной для канцерогенов (радиоактивных и нерадиоактивных). Для всех остальных загрязняющих веществ она имеет порог, с которого начинается негативное воздействие на человека. Как правило, такими загрязнителями являются токсические вещества неканцерогенного характера, вызывающие острые проявления токсичности. В этом случае (пороговая модель) формулу для вычисления риска представляют в виде [5]:

$$R = P(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{prob} \exp(-x^2/2) dx, \quad (1)$$

где $prob = a + b \cdot \ln(C/\text{ПДК}_{\text{мр}})$; a, b – параметры, зависящие от класса опасности вещества; C – концентрация вещества за время t ; $\text{ПДК}_{\text{мр}}$ – предельно допустимая максимальная разовая концентрация, мг/м³.

Формула для беспороговой модели [2] пригодна для практических расчетов:

$$R = P(H) = 1 - \exp[(-0,174/K_3) \cdot (C/\text{ПДК}_{\text{ср}})^\beta], \quad (2)$$

где C – концентрация вещества за время t ; $\text{ПДК}_{\text{ср}}$ – предельно допустимая среднесуточная концентрация, мг/м³; K_3, β – коэффициенты, зависящие от класса опасности вещества.

Таким образом, формулы (1) и (2) позволяют рассчитать потенциальный риск воздействия загрязняющего вещества определенного уровня на окружающую среду и здоровье человека. В статье [1] в качестве модели рассеивания загрязнителей в атмосфере при нештатных выбросах предприятия рассматривалась методика ОНД-86, позволяющая рассчитать максимальные приземные концентрации в каждой точке выбранной площадки. Направление и скорость ветра задавались нормальным распределением. При некоторой интенсивности выбросов $\dot{M} \geq \dot{M}_1$ достигается заданное соотношение СПДК в данной точке.

Алгоритм вычисления позволяет построить поле риска при разных соотношениях $СПДК_{\text{мр}}$ и $СПДК_{\text{сс}}$, что полностью решает задачу определения негативного воздействия опасных факторов техносферы.

Заметим, что риск является многокомпонентной величиной, что позволяет рассматривать его как вектор и определять значение риска в соответствии с характеристикой компонент. Следует подчеркнуть, что само по себе значение риска носит условный характер. Нас интересует прежде всего динамика риска, на основании которой принимаются решения по управлению риском на уровне соответствующих органов. Если результаты оценки риска с помощью различных методик, использующих альтернативные приемы и способы расчета, модели рассеивания загрязняющих веществ в атмосфере, хорошо согласуются между собой и с данными по многолетнему мониторингу состояния окружающей среды и здоровья человека, то данный риск можно считать наиболее вероятным и использовать его при прогнозировании возможных негативных последствий.

Литература

1. Гуцин И.А. Методология оценки экологического риска техногенного воздействия на воздушную среду электроэнергетических предприятий // Экология и современное общество: сб. материалов междунар. науч.-практ. конф. Чебоксары: ЧКИ РУК, 2013. С. 85–89.
2. Киселев А.В., Фридман К.Б. Оценка риска здоровью. СПб.: АО «Дейта», 1997. 100 с.

References

1. Gushchin I.A. *Metodologiya otsenki ekologicheskogo riska tekhnogennoogo vozdeistviya na vozdushnuyu sredu elektroenergeticheskikh predpriyatii* [The methodology of environmental risk assessment of the technological impact of electric power enterprises on the air quality]. *Ekologiya i sovremennoe obshchestvo. Sbornik materialov mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Proc. of Int. Conf. «Ecology and contemporary society»]. Cheboksary, 2013, pp. 85–89.
2. Kiselev A.V., Fridman K.B. *Otsenka riska zdorov'yu* [Health risk assessment]. St. Petersburg, Deita Publ., 1997, 100 p.

ГУЩИН ИГОРЬ АРДАЛЬЕНОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры безопасности жизнедеятельности и инженерной экологии, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elpardon@gmail.com).

GUSHCHIN IGOR – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Life Safety and Environmental Engineering Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 621.318.3
ББК 3264.36-052

Ю.М. ЗАЙЦЕВ, И.П. ИВАНОВ,
О.А. НИКИТИНА, Н.В. РУССОВА, Г.П. СВИНЦОВ

**МЕТОДИКА СИНТЕЗА
ФОРСИРОВАННОГО БРОНЕВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА
ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ С ВНЕДРЯЮЩИМСЯ ЯКОРЕМ
В СХЕМЕ С БАЛЛАСТНЫМ РЕЗИСТОРОМ***

Ключевые слова: синтез, форсированное управление, приводной броневой электромагнит, уравнения проектирования, балластный резистор, нагрузочная характеристика, тепловые параметры, механическая характеристика, паразитные зазоры.

Рассмотрена новая методика синтеза форсированного однообмоточного броневоего электромагнита с втяжным якорем с плоским полюсом в схеме с балластным резистором, отличающаяся тем, что в уравнения проектирования дополнительно введено уравнение возврата. Уравнения срабатывания, нагрева, возврата сведены к одному уравнению относительно диаметра якоря. При решении последнего использованы обобщенные нагрузочные и тепловые характеристики, полученные методами теории подобия, планирования эксперимента, конечных элементов. Задача решается при предварительном выбранных кратностях основных размеров в магнитной системе, заданных пределах изменения напряжения источника питания, кратности напряжения возврата подвижной системы приводного электромагнита, коэффициентах запаса по напряжению срабатывания и возврата, коэффициенте заполнения обмоточного окна, допустимой температуре нагрева обмотки, известных температурах окружающего воздуха, паразитных зазорах, параметрах механической характеристики.

**Yu. ZAITSEV, I. IVANOV, O. NIKITINA, N. RUSSOVA, G. SVINTSOV
METHOD OF SYNTHESIS
OF FORCED ARMORED DC ELECTROMAGNET
WITH PLUNGING ARMATURE
IN SCHEME WITH BALLAST RESISTOR**

Key words: synthesis, forced management, power-driven armored electromagnet, design equations, ballast resistor, loading characteristic, thermal parameters, mechanical characteristic, spurious gaps.

The paper considers a new method of synthesis of forced single-winding armored DC electromagnet with a flat pole plunging armature in the scheme with a ballast resistor, which differs by a reciprocal equation added to the design equations. The response, heat, and reciprocal equations are reduced to one equation concerning diameter of the armature. When solving the latter equation we used generalized loading and thermal characteristics gained by means of methods of similarity theory, experimental design, and finite elements. The problem is solved on the assumption of pre-chosen ratio of the magnetic system's basic sizes, prescribed limits of voltage fluctuation of the power supply, the voltage rate of reciprocal movement of the moving-contact assembly of a power-driven electromagnet, reserve coefficient of response and reciprocal voltage, winding aperture occupation ratio, the admissible reheat temperature of the winding, the ambient air temperature, spurious gaps, parameters of the mechanical characteristic.

Форсированное управление приводными электромагнитами постоянного и выпрямленного напряжений позволяет увеличить их быстродействие, снизить расход обмоточной меди и электротехнической стали (массы активных материалов), уменьшить габаритные размеры и обеспечить высокую износо-

* Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания № 2014/256 от 19.03.2014 г. «Синтез оптимальных ресурсо- и энергосберегающих приводов электрических аппаратов».

стойкость в сочетании с быстродействием [6 и др.]. В качестве приводных электромагнитов коммутационных аппаратов, запорной аппаратуры и радиотехнических устройств широко применяются броневые электромагниты с внедряющимся якорем. От особенностей и геометрических размеров конструкций броневого электромагнита зависят их электромагнитные характеристики и тепловые параметры [1, 2].

Методики проектного расчета (синтеза) форсированных электромагнитов не могут быть универсальными [3], поскольку в значительной мере связаны со схемой форсированного управления и его целями, а также с особенностями функционирования.

Эскиз магнитной системы с обозначением основных ее размеров и схема управления однообмоточного броневого электромагнита с внедряющимся якорем приведены на рис. 1.

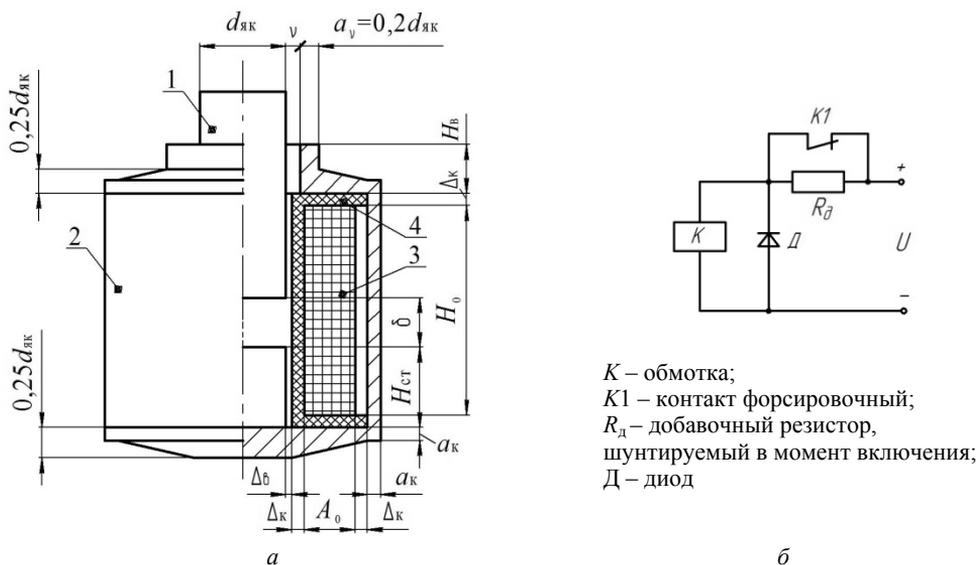


Рис. 1. Эскиз магнитной системы (а) и схема форсированного управления (б) броневого электромагнита:
 1 – якорь; 2 – магнитопровод (с внешним воротничком);
 3 – обмотка; 4 – каркас катушки

Магнитопровод 2 выполнен сборным, состоящим из корпуса, фланца и стопа.

Предлагаемая методика синтеза форсированного броневого электромагнита, как и клапанного [5], базируется на трех уравнениях: срабатывания (1); возврата (отпадания) (2); нагрева [2] обмотки (3), составленных для самых неблагоприятных условий функционирования:

$$F_{\text{сп}} = \frac{U_{\text{сп}}}{R_{\Gamma}} N = \frac{k_{U \text{ min}} U_{\text{н}}}{k_{U \text{ сп}} R_{\Gamma}} N, \tag{1}$$

$$F_{\text{в}} = \frac{U_{\text{в}}}{R_{\text{х}} + R_{\text{д}}} N = \frac{k_{\text{отп}} k_{U \text{ отп}} U_{\text{н}}}{R_{\text{х}} + R_{\text{д}}} N, \tag{2}$$

$$\Theta_{m*} = \Theta_{\text{доп}} / T_0 = 10^{-2} [203 + 16,2x_1 + 24,5x_4 - 18,2x_7 - 3,7x_1^2 + 7,3x_7^2 + 5,1x_1x_4 - 3,6x_1x_7 - 3,8x_4x_7 + x_8(19,7 + 2,9x_1 + 4,5x_4 - 3,6x_7)], \quad (3)$$

где $F_{\text{ср}}$, $F_{\text{в}}$ – значения магнитодвижущих сил срабатывания и возврата электромагнита; $U_{\text{н}}$ – номинальное напряжение источника питания; N – число витков обмотки; $k_{U\text{min}}$ – отношение минимального значения напряжения источника питания к номинальному; $k_{U\text{ср}}$, $k_{U\text{отп}}$ – коэффициенты запаса по напряжению срабатывания и возврата; $k_{\text{отп}}$ – отношение напряжения отпадания (возврата) якоря к номинальному напряжению источника питания; R_{x} , $R_{\text{г}}$ – сопротивление обмотки при температуре окружающей среды (T_0) и среднеобъемной ее температуре (Θ_{V}), соответственно; $R_{\text{д}}$ – сопротивление добавочного (балластного) резистора; $\Theta_{m*} = \Theta_{\text{доп}}/T_0$ – относительное значение максимальной температуры в толще обмотки;

$$x_1 = 1,272 H^* - 3,181; 1,199 \leq H^* \leq 3,801; H^* = H_0 / d_{\text{як}};$$

$$x_4 = 5,464 A^* - 3,279; 0,278 \leq A^* \leq 0,922; A^* = A_0 / d_{\text{як}};$$

$$x_7 = 0,05 T_0 - 3; 24,8^\circ\text{C} \leq T_0 \leq 95,2^\circ\text{C};$$

$$x_8 = 1,761 q^* - 4,401; 1,5 \leq q^* \leq 3,5; q^* = q d_{\text{як}} / K_{\text{т.баз}} T_0;$$

$$\Theta_{\text{V}} = \Theta_{\text{V}*} T_0 = 10^{-2} [191,3 + 14,6x_1 + 20,5x_4 - 17,2x_7 - 3,1x_1^2 + 6,9x_7^2 + 4x_1x_4 - 3,2x_1x_7 - 3,7x_4x_7 + x_8(17,4 + 2,6x_1 + 3,4x_4 - 3,4x_7)] \cdot T_0. \quad (4)$$

Разделив (1) на (2), после несложных преобразований можно записать

$$R_{\text{д}*} = \frac{R_{\text{д}}}{R_{\text{г}}} = \frac{F_{\text{ср}}}{F_{\text{в}}} \frac{k_{U\text{ср}} k_{\text{отп}} k_{U\text{отп}}}{k_{U\text{min}}} \frac{\rho_{\text{x}}}{\rho_{\text{г}}}, \quad (5)$$

где $\frac{\rho_{\text{x}}}{\rho_{\text{г}}} = \frac{1 + 0,0043T_0}{1 + 0,0043\Theta_{\text{V}}}$.

Мощность ($P_{\text{уд.о}}$), потребляемая обмоткой в режиме удержания, может быть определена в соответствии с выражением

$$P_{\text{уд.о}} = \frac{P_{\text{п}}}{(1 + R_{\text{д}*})^2}, \quad (6)$$

где $P_{\text{п}} = U_{\text{max}}^2 / R_{\text{г}}$ – мощность, потребляемая обмоткой в режиме срабатывания (пуска); $U_{\text{max}} = k_{U\text{max}} U_{\text{н}}$ – максимально возможное напряжение источника питания.

Выразим $P_{\text{п}}$ через магнитодвижущую силу срабатывания с учетом (1):

$$\begin{aligned} P_{\text{п}} &= \left(\frac{U_{\text{н}}}{R_{\text{г}}} N \right)^2 \frac{k_{U\text{max}}^2}{N^2} R_{\text{г}} = \left(\frac{F_{\text{ср}} k_{U\text{ср}}}{k_{U\text{min}}} k_{U\text{max}} \right)^2 \frac{R_{\text{г}}}{N^2} = \\ &= (F_{\text{ср}} k_{\text{max}})^2 \frac{\rho_{\text{г}} \pi d_{\text{як}} (1 + 2\Delta^* + A^*)}{A_0 H_0 K_3}, \end{aligned} \quad (7)$$

где k_{max} – кратность максимально возможного напряжения источника питания в долях напряжения срабатывания; K_3 – коэффициент заполнения обмоточного окна.

С другой стороны,

$$P_{\text{уд.о}} = q H_0 A_0 \pi d_{\text{як}} (1 + 2\Delta^* + A^*), \quad (8)$$

где q – мощность тепловых потерь в обмотке, отнесенная к ее объему. С учетом выражений (6)–(8) получено уравнение (9).

$$f(d_{\text{як}}) = F_{\text{ср}} - \sqrt{\frac{qK_3}{\rho_{\Gamma}} \frac{(1 + R_{\text{л}^*})}{k_{\text{max}}}} H^* A^* d_{\text{як}}^2 = 0, \quad (9)$$

где $R_{\text{л}^*} = \frac{F_{\text{ср}}}{F_{\text{в}}} k_{\text{max}} k - \frac{\rho_{\text{x}}}{\rho_{\Gamma}}$; $k = \frac{k_{\text{отп}} k_{\text{Uотп}}}{k_{\text{Umax}}}$; $d_{\text{як}}$ – диаметр якоря.

Таким образом, система уравнений проектирования (1)–(3) при известных коэффициентах k_{max} , k , K_3 , допустимой температуре $\Theta_{\text{доп}}$ нагрева изоляции обмоточного провода; температуре T_0 окружающей среды; принимаемых в кратностях [3, 4] основных размеров магнитной системы, сведена к одному уравнению (9) относительно $d_{\text{як}}$. Последнее может быть решено одним из известных численных методов.

Для определения $F_{\text{ср}}$ и $F_{\text{в}}$ использована обобщенная нагрузочная характеристика электромагнита:

$$\begin{cases} P_{\text{эм}} = P^* P_{\text{баз}}, \\ F = F^* F_{\text{баз}} + (B_{1^*} \delta_{\text{п1}} + B_{2^*} \delta_{\text{п2}} + B_{3^*} \delta_{\text{п3}}) \cdot (B_m / \mu_0), \end{cases} \quad (10)$$

где $P_{\text{баз}} = \frac{B_m^2 \pi d_{\text{як}}^2}{8 \mu_0}$; $F_{\text{баз}} = \frac{B_m d_{\text{як}}}{\mu_0}$ – базисные значения электромагнитной и маг-

нитодвижущих сил, соответственно; $\delta_{\text{п1}}$, $\delta_{\text{п2}}$, $\delta_{\text{п3}}$, B_{1^*} , B_{2^*} , B_{3^*} – паразитные зазоры и относительные значения магнитных индукций в местах сочленения проходного фланца с корпусом, опорного фланца с корпусом, опорного фланца со стопом, соответственно; P^* , F^* – безразмерные функции электромагнитной и магнитодвижущих сил, соответственно;

$$\begin{aligned} P^* = 10^{-6} \{ & a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_4 x_4 + a_5 x_5 + [x_6 (a_6 + a_{16} x_1 + a_{26} x_2 + \\ & + a_{46} x_4 + a_{126} x_1 x_2 + a_{146} x_1 x_4 + a_{246} x_2 x_4 + a_{66} x_6^2) + a_{66} x_6^2] + \\ & + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + a_{44} x_4^2 + a_{55} x_5^2 + a_{12} x_1 x_2 + \\ & + a_{14} x_1 x_4 + a_{23} x_2 x_3 + a_{25} x_2 x_5 + a_{235} x_2 x_3 x_5 \}^2, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= 797 - 2122 \delta_* + 3876 \delta_*^2 - 2268 \delta_*^3; \quad a_1 = -5,6 - 247 \delta_* + 371 \delta_*^2 - 164 \delta_*^3; \\ a_2 &= -17,5 + 298 \delta_* - 590 \delta_*^2 + 272 \delta_*^3; \quad a_4 = 0,3 + 61,7 \delta_* - 179 \delta_*^2 + 134 \delta_*^3; \\ a_5 &= -0,2 + 85,8 \delta_* - 219 \delta_*^2 + 154 \delta_*^3; \quad a_6 = 149 - 962 \delta_* + 3212 \delta_*^2 - 4520 \delta_*^3 + 2273 \delta_*^4; \\ a_{11} &= -12,1 + 78,3 \delta_* - 65,5 \delta_*^2 - 48,1 \delta_*^3; \quad a_{22} = -36,5 + 56,8 \delta_* - 90,2 \delta_*^2 - 1,8 \delta_*^3; \\ a_{33} &= -9,8 + 78,9 \delta_* - 180 \delta_*^2 + 125 \delta_*^3; \quad a_{44} = -7,5 + 5,4 \delta_* - 6,8 \delta_*^2; \\ a_{55} &= -3,5 - 0,5 \delta_* + 1,4 \delta_*^2; \quad a_{66} = -47 + 218 \delta_* - 380 \delta_*^2 + 214 \delta_*^3; \\ a_{12} &= -9,3 + 157 \delta_* - 403 \delta_*^2 + 368 \delta_*^3; \quad a_{14} = 3,7 + 19,8 \delta_* - 16,3 \delta_*^2; \\ a_{16} &= -23,9 + 222 \delta_* - 929 \delta_*^2 + 1462 \delta_*^3 - 761 \delta_*^4; \\ a_{23} &= 5,9 - 19,8 \delta_* + 42,3 \delta_*^2 - 25,7 \delta_*^3; \quad a_{25} = -2,82 + 4,9 \delta_* - 10,5 \delta_*^2; \\ a_{26} &= 43,3 - 22,1 \delta_* + 14,5 \delta_*^2; \quad a_{46} = 2,5 - 40,6 \delta_* + 75,3 \delta_*^2 - 47,4 \delta_*^3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{126} &= 8,4 - 65,2\delta_* + 74\delta_*^2; \quad a_{146} = 2 + 10,3\delta_* - 10,5\delta_*^2; \\
 a_{235} &= 1,9 + 2,5\delta_* - 0,2\delta_*^2; \quad a_{246} = -2,6 - 2,2\delta_*; \\
 F_* &= 10^{-6}(b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_5x_5 + b_6x_6 + b_{22}x_2^2 + b_{44}x_4^2 + b_{66}x_6^2 + \\
 &\quad + b_{12}x_1x_2 + b_{14}x_1x_4 + b_{26}x_2x_6)^2,
 \end{aligned} \tag{12}$$

где

$$\begin{aligned}
 b_0 &= 194 + 869\delta_* - 1364\delta_*^2 + 933\delta_*^3; \quad b_1 = 2,8 - 71,2\delta_* + 12,2\delta_*^2 + 17,1\delta_*^3; \\
 b_2 &= -7,84 + 77,7\delta_* - 16,4\delta_*^2 - 63,6\delta_*^3; \quad b_3 = -3,9 + 0,8\delta_* + \delta_*^2 + 1,2\delta_*^3; \\
 b_5 &= 7,2 + 14,9\delta_* - 33,5\delta_*^2 + 19,7\delta_*^3; \quad b_6 = 23 - 41,3\delta_* + 135\delta_*^2 - 92,9\delta_*^3; \\
 b_{22} &= -4,1 - 42,2\delta_* + 79,3\delta_*^2 - 84,8\delta_*^3; \quad b_{44} = -0,8 - 10,3\delta_* + 17,6\delta_*^2 - 17,1\delta_*^3; \\
 b_{66} &= -5,6 + 3,1\delta_* + 22,8\delta_*^2 - 33,6\delta_*^3; \quad b_{12} = -3,5 + 50,6\delta_* - 12,6\delta_*^2 + 124\delta_*^3; \\
 b_{14} &= 0,2 + 12,8\delta_* - 10,2\delta_*^2 + 5\delta_*^3; \quad b_{26} = 5,4 + 50,4\delta_* - 76,4\delta_*^2 + 53,8\delta_*^3; \\
 B_{1*} &= 10^{-6}(d_0 + d_1x_1 + d_2x_2 + d_4x_4 + d_5x_5 + d_6x_6 + d_{11}x_1^2 + d_{22}x_2^2 + d_{66}x_6^2 + \\
 &\quad + d_{12}x_1x_2 + d_{24}x_2x_4 + d_{26}x_2x_6)^2,
 \end{aligned} \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned}
 d_0 &= 937,6 + 698,7\delta_* - 2603,8\delta_*^2 + 3912\delta_*^3 - 2023,9\delta_*^4; \\
 d_1 &= -3,4 + 9,1\delta_* - 25\delta_*^2 + 60\delta_*^3; \quad d_2 = -37,2 - 3,8\delta_* + 73,7\delta_*^2 - 170,9\delta_*^3; \\
 d_4 &= 5,7 + 15,8\delta_* - 33,5\delta_*^2 + 45,2\delta_*^3; \quad d_5 = -14,1 + 96,9\delta_* - 213,3\delta_*^2 + 141,3\delta_*^3; \\
 d_6 &= 87,7 - 311,3\delta_* + 719,5\delta_*^2 - 493,9\delta_*^3; \quad d_{11} = -6,7 + 15,7\delta_* - 1,8\delta_*^2 - 33,8\delta_*^3; \\
 d_{22} &= -15,9 - 76,4\delta_* + 129\delta_*^2 - 133\delta_*^3; \quad d_{66} = -39,8 + 120\delta_* - 159,9\delta_*^2 + 55\delta_*^3; \\
 d_{12} &= -13,7 + 110,1\delta_* - 247,9\delta_*^2 + 215,8\delta_*^3; \quad d_{24} = 3,3 - 16,3\delta_* + 32\delta_*^2 + 4,8\delta_*^3; \\
 d_{26} &= 14,3 + 327,7\delta_* - 1462,8\delta_*^2 + 2556,5\delta_*^3 - 1503,3\delta_*^4; \\
 B_{2*} &= 10^{-6}(e_0 + e_1x_1 + e_2x_2 + e_4x_4 + e_5x_5 + e_6x_6 + e_{11}x_1^2 + e_{22}x_2^2 + e_{66}x_6^2 + \\
 &\quad + e_{12}x_1x_2 + e_{24}x_2x_4 + e_{26}x_2x_6)^2,
 \end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\begin{aligned}
 e_0 &= 971,1 - 790,3\delta_* + 931,4\delta_*^2 - 194\delta_*^3 - 68,3\delta_*^4; \\
 e_1 &= -1 - 229,4\delta_* + 336,6\delta_*^2 - 189,2\delta_*^3; \quad e_2 = -19,8 + 372,1\delta_* - 309\delta_*^2 + 69,8\delta_*^3; \\
 e_4 &= 2,4 + 203,8\delta_* - 368,2\delta_*^2 + 222,4\delta_*^3; \quad e_5 = 1 + 84,7\delta_* - 195,8\delta_*^2 + 130,8\delta_*^3; \\
 e_6 &= 88,1 - 317,4\delta_* + 719,4\delta_*^2 - 480,9\delta_*^3; \quad e_{11} = -7,6 + 63,3\delta_* - 32,1\delta_*^2 - 26,3\delta_*^3; \\
 e_{22} &= -16 + 62,5\delta_* - 56,9\delta_*^2 - 46,2\delta_*^3; \quad e_{66} = -38,4 + 149,2\delta_* - 230,7\delta_*^2 + 109,8\delta_*^3; \\
 e_{12} &= -4,9 + 230,7\delta_* - 496,9\delta_*^2 + 389,8\delta_*^3; \quad e_{24} = -1,3 - 95\delta_* + 127,9\delta_*^2 - 60,4\delta_*^3; \\
 e_{26} &= 16,8 + 286,4\delta_* - 1303,7\delta_*^2 + 2324,8\delta_*^3 - 1376\delta_*^4; \\
 B_{3*} &= 10^{-6}(f_0 + f_1x_1 + f_2x_2 + f_4x_4 + f_5x_5 + f_6x_6 + f_{22}x_2^2 + f_{66}x_6^2 + f_{12}x_1x_2 + \\
 &\quad + f_{14}x_1x_4 + f_{24}x_2x_4 + f_{26}x_2x_6)^2,
 \end{aligned} \tag{15}$$

где

$$f_0 = 967,1 - 1043,8\delta_* + 1664,9\delta_*^2 - 1162,2\delta_*^3 + 403,4\delta_*^4;$$

$$\begin{aligned}
 f_1 &= 3,6 - 102,1\delta_* + 118,2\delta_*^2 - 52,7\delta_*^3; \\
 f_2 &= -9,4 + 559\delta_* - 681,6\delta_*^2 + 310,4\delta_*^3; \\
 f_4 &= -0,9 + 84,2\delta_* - 182,9\delta_*^2 + 117,3\delta_*^3; \\
 f_5 &= 1,3 + 79,8\delta_* - 182,6\delta_*^2 + 121,5\delta_*^3; \\
 f_6 &= 88,4 - 322\delta_* + 725,4\delta_*^2 - 484,1\delta_*^3; \\
 f_{22} &= -25,1 - 31,2\delta_* + 143,1\delta_*^2 - 173,7\delta_*^3; \\
 f_{66} &= -34,8 + 156\delta_* - 244,8\delta_*^2 + 118,8\delta_*^3; \\
 f_{12} &= -7,2 + 169,9\delta_* - 387,5\delta_*^2 + 317,6\delta_*^3; \\
 f_{14} &= 1,8 + 30\delta_* - 51,7\delta_*^2 + 32,1\delta_*^3; \\
 f_{24} &= 0,5 - 35,3\delta_* + 33,5\delta_*^2 - 5,6\delta_*^3; \\
 f_{26} &= 18,4 + 273,5\delta_* - 1258\delta_*^2 + 2257\delta_*^3 - 1341\delta_*^4; \\
 \delta_* &= \delta / d_{\text{як}} < 0,75; \\
 x_2 &= 7,634H_{\text{ст}^*} - 1,908, \quad 0,0193 \leq H_{\text{ст}^*} = H_{\text{ст}} / H_0 \leq 0,4807; \\
 x_3 &= 12,723H_{\text{в}^*} - 4,453, \quad 0,2116 \leq H_{\text{в}^*} = H_{\text{в}} / d_{\text{як}} \leq 0,488; \\
 x_5 &= 95,42v_* - 2,862, \quad 1,1545 \cdot 10^{-2} \leq v_* = v / d_{\text{як}} \leq 4,8455 \cdot 10^{-2}; \\
 x_6 &= 4,237B_m - 5,508, \quad 1,20 \leq B_m \leq 1,7156.
 \end{aligned}$$

При выполнении элементов магнитопровода из стали марок 10895, 20895 границу линейности магнитной системы можно принять $B_{m,\Gamma} \approx 1,20$ Тл (усредненная по поперечному сечению магнитная индукция наиболее нагруженного элемента магнитопровода).

На каждой итерации по определению $d_{\text{як}}$ рассчитываются граничные значения $P_{\text{эм.г}}$ при двух значениях рабочего воздушного зазора: $\delta = \delta_{\text{кр}}$, $\delta = \delta_{\text{к}}$. Здесь $\delta_{\text{кр}}$, $\delta_{\text{к}}$ – критический и конечный зазоры (известны по механической характеристике).

Если $P_{\text{мх.кр}} < P_{\text{эм.г}}$, то магнитная система линейна, функции P_* , F_* рассчитываются при $x_6 = x_{6,\Gamma}$, а B_m определяется аналитически с последующим вычислением $F_{\text{ср}}$. В противном случае B_m определяется численным решением уравнения

$$P_* \frac{B_m^2 \pi d_{\text{як}}^2}{8\mu_0} - P_{\text{мх.кр}} = 0. \quad (16)$$

Аналогично определяется $F_{\text{в}}$.

При известных $d_{\text{як}}$, $F_{\text{ср}}$, $F_{\text{в}}$ и принятых кратностях размеров в магнитной системе однозначно определяются размеры, обмоточные данные и параметры балластного резистора (для заданных значений $U_{\text{н}}$).

Влияние параметров механической характеристики ($\delta_{\text{кр}}$ и $P_{\text{мх.кр}}$, $K_{\text{р.мх}} = P_{\text{мх.к}} / P_{\text{мх.кр}}$) на диаметр якоря при $\delta_{\text{к}} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $H_* = 2$; $H_{\text{ст}^*} = 0,1$; $A_* = 0,5$; $H_{\text{в}^*} = 0,3$; $v_* = 0,012$; $\Delta_* = 0,1$; $\delta_{\text{п1}} = \delta_{\text{п2}} = \delta_{\text{п3}} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $\Theta_{\text{доп}} = 105^\circ\text{C}$; $T_0 = 40^\circ\text{C}$; $k_{U_{\text{max}}} = 1,05$; $k_{U_{\text{min}}} = 0,85$; $k_{U_{\text{ср}}} = 1,1$; $k_{\text{отп}} = 0,5$; $k_{U_{\text{отп}}} = 1$; $K_{3^*} = 0,5$ иллюстрируют данные табл. 1 и табл. 2.

Таблица 1

Расчетные значения $d_{\text{як}}$ при малых величинах $P_{\text{мх.кр}}$ (от 3 до 10 Н), мм

Варьируемые параметры		Диаметр якоря $d_{\text{як}}$, мм, при $P_{\text{мх.кр}}$, Н							
$\delta_{\text{к}} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м	$K_{\text{р.мх}}$	3	4	5	6	7	8	9	10
5	2,5	16,1	17,1	18,3	19,2	20,0	20,7	21,4	22,0
	4	17,9	19,3	20,5	21,5	22,4	23,1	23,9	24,6
	6	19,7	21,2	22,5	23,5	24,5	25,4	26,2	26,9
10	2,5	16,3	17,5	18,6	19,5	20,3	21,1	21,7	22,4
	4	18,2	19,7	20,9	21,9	22,9	23,7	24,5	25,2
	6	20,1	21,7	23,1	24,2	25,3	26,2	27,1	27,9
15	2,5	16,5	17,7	18,8	19,7	20,5	21,1	21,9	22,5
	4	18,4	19,8	21,0	22,1	23,0	23,8	24,6	25,3
	6	20,3	21,9	23,2	24,4	25,4	26,4	27,3	28,1

Таблица 2

Расчетные значения $d_{\text{як}}$ при больших значениях $P_{\text{мх.кр}}$ (от 41 до 55 Н), мм

Варьируемые параметры		Диаметр якоря $d_{\text{як}}$, мм, при $P_{\text{мх.кр}}$, Н							
$\delta_{\text{к}} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м	$K_{\text{р.мх}}$	41	43	45	47	49	51	53	55
5	2,5	32,1	32,4	32,9	33,2	33,7	34,0	34,4	34,8
	4	35,8	36,3	36,8	37,2	37,7	38,0	38,4	38,8
	6	39,3	39,8	40,3	40,8	41,2	41,7	42,1	42,6
10	2,5	33,0	33,4	33,8	34,2	34,7	35,0	35,4	35,8
	4	37,1	37,7	38,2	38,6	39,1	39,5	40,0	40,4
	6	41,1	41,7	42,2	42,7	43,2	43,7	44,2	44,7
15	2,5	33,2	33,7	34,1	34,5	35,0	35,4	35,7	36,1
	4	37,6	38,2	38,7	39,1	39,6	40,1	40,5	40,9
	6	41,9	42,4	43,0	43,5	44,0	44,5	45,0	45,5

При принятых условиях проектирования необходимое значение диаметра якоря увеличивается с ростом $P_{\text{мх.кр}}$, $P_{\text{мх.к}}$, $\delta_{\text{к}}$. Приведенные в табл. 3, 4 и табл. 5, 6 расчетные максимальные значения усредненных магнитных индукций по поперечным сечениям магнитных систем при срабатывании ($B_{\text{м.ср}}$) и отпадании ($B_{\text{м.отп}}$) показывают, что с увеличением $P_{\text{мх.кр}}$ они нарастают. Увеличение $P_{\text{мх.к}}$ при фиксированном $P_{\text{мх.кр}}$ сопровождается уменьшением $B_{\text{м.ср}}$ и увеличением $B_{\text{м.отп}}$. Отметим, что в варьируемой области параметров механической характеристики магнитные системы при срабатывании и возврате электромагнитов остаются линейными ($B_{\text{м.ср}}$, $B_{\text{м.отп}} < 1,20$ Тл). Однако при проектировании по условию минимизации, например, суммарной массы обмоточной меди и электротехнической стали следует ожидать и больших значений индукций.

Таблица 3

Расчетные максимальные значения усредненной по поперечным сечениям магнитной системы индукций при срабатывании электромагнита (при $3 \text{ Н} \leq P_{\text{мх.кр}} \leq 10 \text{ Н}$)

Варьируемые параметры		Магнитная индукция $B_{\text{м.ср}}$, Тл, при $P_{\text{мх.кр}}$, Н							
$\delta_{\text{к}} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м	$K_{\text{р.мх}}$	3	4	5	6	7	8	9	10
5	2,5	0,49	0,49	0,54	0,55	0,56	0,58	0,59	0,59
	4	0,43	0,45	0,46	0,48	0,49	0,49	0,50	0,51
	6	0,30	0,40	0,41	0,42	0,43	0,44	0,44	0,45
10	2,5	0,45	0,50	0,53	0,56	0,59	0,61	0,63	0,65
	4	0,42	0,46	0,49	0,52	0,54	0,56	0,57	0,59
	6	0,39	0,42	0,45	0,47	0,49	0,50	0,52	0,53
15	2,5	0,43	0,49	0,50	0,51	0,53	0,55	0,57	0,58
	4	0,40	0,41	0,44	0,46	0,48	0,50	0,52	0,53
	6	0,35	0,38	0,40	0,43	0,45	0,47	0,48	0,50

Таблица 4

Расчетные максимальные значения усредненной по поперечным сечениям магнитной системы индукций при возврате электромагнита (при $3 \text{ Н} \leq P_{\text{мх.кр}} \leq 10 \text{ Н}$)

Варьируемые параметры		Магнитная индукция $B_{\text{т.отп}}$, Тл, при $P_{\text{мх.кр}}$, Н							
$\delta_{\text{к}} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м	$K_{\text{р.мх}}$	3	4	5	6	7	8	9	10
5	2,5	0,40	0,45	0,45	0,47	0,49	0,51	0,52	0,53
	4	0,45	0,49	0,51	0,53	0,55	0,57	0,59	0,60
	6	0,45	0,54	0,57	0,60	0,62	0,64	0,66	0,67
10	2,5	0,40	0,42	0,45	0,47	0,48	0,50	0,51	0,52
	4	0,45	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,57	0,59
	6	0,49	0,53	0,56	0,58	0,60	0,62	0,63	0,65
15	2,5	0,39	0,42	0,44	0,46	0,48	0,49	0,51	0,52
	4	0,44	0,47	0,50	0,52	0,54	0,55	0,57	0,58
	6	0,49	0,52	0,55	0,57	0,59	0,61	0,63	0,64

Таблица 5

Расчетные максимальные значения усредненной по поперечным сечениям магнитной системы индукций при срабатывании электромагнита для относительно мощных приводов (при $41 \text{ Н} \leq P_{\text{мх.кр}} \leq 55 \text{ Н}$)

Варьируемые параметры		Магнитная индукция $B_{\text{т.сп}}$, Тл, при $P_{\text{мх.кр}}$, Н							
$\delta_{\text{к}} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м	$K_{\text{р.мх}}$	41	43	45	47	49	51	53	55
5	2,5	0,72	0,72	0,72	0,73	0,73	0,74	0,74	0,74
	4	0,62	0,62	0,62	0,63	0,63	0,63	0,64	0,64
	6	0,55	0,55	0,55	0,56	0,56	0,56	0,57	0,57
10	2,5	0,88	0,88	0,89	0,90	0,90	0,91	0,91	0,92
	4	0,75	0,76	0,76	0,77	0,77	0,77	0,78	0,78
	6	0,66	0,66	0,67	0,67	0,67	0,68	0,68	0,68
15	2,5	0,89	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96
	4	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,84
	6	0,71	0,72	0,72	0,73	0,74	0,74	0,75	0,75

Таблица 6

Расчетные максимальные значения усредненной по поперечным сечениям магнитной системы индукций при возврате электромагнита для относительно мощных приводов (при $41 \text{ Н} \leq P_{\text{мх.кр}} \leq 55 \text{ Н}$)

Варьируемые параметры		Магнитная индукция $B_{\text{т.сп}}$, Тл, при $P_{\text{мх.кр}}$, Н							
$\delta_{\text{к}} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м	$K_{\text{р.мх}}$	41	43	45	47	49	51	53	55
5	2,5	0,74	0,74	0,75	0,76	0,77	0,77	0,78	0,79
	4	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,87	0,88	0,89
	6	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,98	0,99
10	2,5	0,72	0,72	0,73	0,74	0,74	0,75	0,76	0,76
	4	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85	0,85
	6	0,89	0,90	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95
15	2,5	0,71	0,72	0,72	0,73	0,74	0,74	0,75	0,76
	4	0,79	0,80	0,81	0,82	0,82	0,83	0,84	0,84
	6	0,87	0,88	0,89	0,90	0,91	0,91	0,92	0,93

Выводы. 1. Предложена методика проектного расчета втяжного бронированного однообмоточного форсированного электромагнита постоянного напряжения, в основе которой наряду с уравнениями срабатывания, нагрева дополнительно используется уравнение возврата подвижной системы. При предва-

рительно выбранных основных кратностях в магнитной системе уравнения проектирования сведены к одному уравнению относительно диаметра якоря.

2. В уравнениях проектирования использованы полиномиальные модели нагрузочных характеристик, максимальной и среднеобъемной температур нагрева обмотки, полученных расчетным путем методом конечных элементов.

3. На основе примеров расчета по предложенной методике показано, что:

– при принятых кратностях основных размеров в магнитной системе необходимое значение диаметра якоря увеличивается с ростом критического значения рабочего воздушного зазора, соответствующего ему механического усилия, усилия отрыва якоря в притянутом его положении;

– максимальные значения усредненных магнитных индукций по поперечным сечениям магнитных систем при срабатывании ($B_{m,ср}$) и возврате ($B_{m,отп}$) имеют тенденцию к нарастанию с увеличением критического значения механического усилия;

– увеличение усилия отрыва якоря при фиксированном значении критического усилия сопровождается уменьшением $B_{m,ср}$ и увеличением $B_{m,отп}$.

Литература

1. Архипова Е.В., Алексеева О.Е., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Усовершенствованная методика синтеза однообмоточного броневоего электромагнита постоянного напряжения с внедряющимся цилиндрическим якорем с плоским полюсом. Влияние условий производства и эксплуатации на размеры магнитной системы // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. X. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. С. 177–186.

2. Архипова Е.В. Расчет температуры обмотки броневой магнитной системы постоянного напряжения // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. IX. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 202–209.

3. Клименко Б.В. Форсированные электромагнитные системы. М.: Энергоатомиздат, 1989. 160 с.

4. Коц Б.Э. Электромагниты постоянного тока с форсировкой. М.: Энергия, 1973. 80 с.

5. Приказициков А.В., Руссова Н.В., Сагарадзе Е.В., Свинцов Г.П., Шоглев Д.Г. Усовершенствованная методика проектного расчета форсированного клапанного электромагнита в схеме с балластным резистором // Электротехника. 2011. № 1. С. 57–62.

6. Свинцов Г.П. Электромагнитные контакторы и пускатели / Чуваш. ун-т. Чебоксары, 1998. 260 с.

References

1. Arkhipova E.V., Alekseeva O.E., Russova N.V., Svintsov G.P. *Usovershenstvovannaya metodika sinteza odnoobmotochnogo bronevogo elektromagnita postoyannogo napryazheniya s vnedryayushchimsya tsilindricheskim yakorem s ploskim polyusom. Vliyaniye uslovii proizvodstva i ekspluatatsii na razmery magnitnoi sistemy* [Advanced method of synthesis of single-winding armored DC electromagnet with a plunging flat pole cylindrical armature. Influence of manufacturing environment and maintenance on sizes of magnetic system]. *Regional'naya energetika i elektrotekhnika: problemy i resheniya. Vyp. 10* [Regional Energy & Electrical Engineering: Problems and Solutions: Collected papers, issue 10]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2014, pp. 177–186.

2. Arkhipova E.V. *Raschet temperatury obmotki bronevoi magnitnoi sistemy postoyannogo napryazheniya* [Calculating the temperature of a DC armored magnetic system winding]. *Regional'naya energetika i elektrotekhnika: problemy i resheniya. Vyp. 9* [Regional Power & Electrical Engineering: Problems and Solutions: Collected papers, issue 9], Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2013, pp. 202–209.

3. Klimentko B.V. *Forsirovannyye elektromagnitnyye sistemy* [The forced electromagnetic systems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989, 160 p.

4. Kots B.E. *Elektromagnitny postoyannogo toka s forsirovkoj* [Direct Current Electromagnets with Forced Management]. Moscow, Energiya Publ., 1973, 80 p.

5. Prikazhchikov A.V., Russova N.V., Sagaradze E.V., Svintsov G.P., Shoglev D.G. *Usovershenstvovannaya metodika proektnogo rascheta forsirovannogo klapannogo elektromagnita v skheme s ballastnym rezistorom* [Improved method of design simulation of force-controlled valve electromagnet in scheme with ballast resistor]. *Elektrotehnika* [Electrotechnics], 2011, no. 1, pp. 57–62.

6. Svintsov G.P. *Elektromagnitnye kontaktory i puskateli* [Electromagnetic contactors and starters]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1998. 260 p.

ЗАЙЦЕВ ЮРИЙ МИХАЙЛОВИЧ – доцент кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea_chuvsu@mail.ru).

ZAITSEV YURI – Associate Professor, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

ИВАНОВ ИВАН ПЕТРОВИЧ – кандидат технических наук, заведующий отделом, ОАО «ВНИИР-Прогресс», Россия, Чебоксары (ipivaniv@vniir.ru).

IVANOV IVAN – Candidate of Technical Sciences, Head of Department, OJSC «VNIIR-Progress», Cheboksary, Russia.

НИКИТИНА ОЛЕСЯ АЛЕКСЕЕВНА – инженер-конструктор, ОАО «ВНИИР-Прогресс»; магистрант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

NIKITINA OLESYA – Design Engineer, OJSC «VNIIR-Progress»; Master's Program Student, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

РУССОВА НАТАЛИЯ ВАЛЕРЬЕВНА – кандидат технических наук, начальник научно-исследовательской части, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

RUSSOVA NATALIYA – Candidate of Technical Sciences, Head of Research and Development Division, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea_chuvsu@mail.ru).

SVINTSOV GENNADII – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 621.311.1
ББК 31.279

А.А. КУЗЬМИН, А. БАЗАРРАГЧА

К ВОПРОСУ ВЫБОРА РЕЖИМА ЗАЗЕМЛЕНИЯ НЕЙТРАЛИ В СЕТИ СРЕДНЕГО КЛАССА НАПРЯЖЕНИЯ ГОРОДСКОГО ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

Ключевые слова: дугогасящие реакторы с подмагничиванием, система автоматической настройки катушки, однофазное замыкание на землю, гармоники в токе однофазного замыкания на землю (ОЗЗ), расстройка компенсации, режим заземления нейтрали.

В статье приведен обзор работы, проведенной в городских центральных электрических сетях среднего класса напряжения, по вопросу выбора оптимального режима заземления нейтрали. В рамках проводимого исследования показана необходимость применения комплексного подхода к выбору режима заземления нейтрали, включающего проведение натурных экспериментов после проведения наладочных работ. Представлены результаты исследований и принятые в настоящий момент положения технической политики городских центральных электрических сетей г. Улан-Батор.

A. KUZMIN, A. BAZARRAGCHA

SELECTING NEUTRAL GROUNDING IN MEDIUM-VOLTAGE NETWORK OF URBAN POWER

Key words: Peterson coils with magnetization, Automatic arc suppression coils, single-phase ground fault, single-phase ground fault current harmonics, detuning compensation, neutral grounding mode.

The paper provides an overview of the work carried out on selecting the optimum grounding in the central Ulan Bator city electric networks of medium voltage. The given research also proved the necessity of full-scale computational studies and careful calculations for selecting the optimum earthing. The paper presents the results of the studies and technical policy regulations currently adopted by the central Ulan Bator city electric networks.

В настоящее время проявляется серьезный интерес к вопросу выбора режима заземления нейтрали. В России и странах ближнего зарубежья отсутствуют нормативные документы, подробно описывающие алгоритм выбора режима заземления нейтрали. ОАО «Россети» в 2016 г. предполагает проведение работ в ранге НИОКР по созданию единых технических требований в части выбора режима заземления электрических распределительных сетей и оборудования для указанной цели.

Существует достаточно большой мировой опыт, посвященный влиянию режима заземления нейтрали сетей среднего класса напряжения на надежность электроснабжения [3]. В мировой практике применяется пять режимов заземления нейтрали: изолированный, компенсированный, резистивный, комбинированный, заземленный (непосредственно или через низкоомный резистор).

В связи с возросшим уровнем аварийности в последнее время остро встал вопрос выбора оптимального режима заземления нейтрали в сети среднего класса напряжения г. Улан-Батор предприятия «Городские электрические сети». Для принятия обоснованного технического решения проведена научно-исследовательская работа по выбору оптимального режима заземления нейтрали.

Каждый режим заземления нейтрали имеет свои достоинства и недостатки, подробно описанные в [1, 2]. В электрических сетях 6–35 кВ Монголии, впрочем, как и в ряде других стран мира, до настоящего времени широко используется система изолированной нейтрали и система заземления нейтрали

через дугогасящий реактор. Главным достоинством таких систем заземления нейтрали является то, что даже в режиме ОЗЗ без отключения поврежденного участка сети представляется возможным определенное время (до обнаружения и устранения повреждения) осуществлять электроснабжение потребителей. Однако это отмеченное преимущество всегда сопровождается негативными явлениями, основными из которых являются:

- значительные дуговые перенапряжения, которые способствуют увеличению вероятности перехода ОЗЗ в двухфазные и трехфазные замыкания, появлению множественных повреждений для всей сети, питающейся от данной секции шин подстанции (доля таких однофазных дуговых замыканий на землю среди всех видов аварий весьма значительна – до 80%);

- феррорезонансные перенапряжения в цепи намагничивания измерительных трансформаторов, электродвигателей и другого оборудования;

- малые токи замыкания на землю в случае резонансной настройки дугогасящего реактора (ДГР) ОЗЗ, что исключает возможность создания простой, надежной и селективной защиты, способной выявить поврежденное присоединение;

- повышение опасности поражения людей и животных по причине длительного существования режима работы электрической сети в режиме ОЗЗ.

Именно наличие этих недостатков и послужило во многих странах мира причиной отказа от таких систем заземления нейтрали.

При замыкании на землю величина тока замыкания на землю определяет величины перенапряжений, которые воздействуют на изоляцию всей электрически связанной сети, и в конечном итоге режим нейтрали существенно влияет на исход «аварийного события». Основной задачей работы системы компенсации тока однофазного замыкания на землю является снижение тока через место повреждения до нуля (при строгой и точной настройке катушки в резонанс с емкостью сети). На практике через место замыкания протекает небольшой ток активных утечек, а также присутствуют высшие гармоники различной величины [6].

Длительный выход тока ДГР на режим требуемой компенсации увеличивают время существования значительной расстройки компенсации, что приводит к отсутствию положительных действий ДГР. Таким образом, должна осуществляться требуемая компенсация, близкая к резонансной, либо практически мгновенно, либо сразу после затухания апериодической составляющей тока ДГР.

Для проверки работоспособности системы заземления нейтрали проведены натурные исследования на предприятии «Городские электрические сети» в г. Улан-Батор. На рис. 1 представлена осциллограмма опыта однофазного замыкания на землю в сети 1 СШ 10 кВ ПС «Туул». Сеть 10 кВ ПС «Туул» работает в режиме компенсированной нейтрали, установлен ДГР типа WF-PXB-11/500. Составляющая тока замыкания на землю частотой 50 Гц, согласно натурным измерениям в сети с изолированной нейтралью, составляет 79,63 А. На осциллограмме ток WF-PXB – черный (CH5). При появлении однофазного замыкания на землю появляется существенная апериодическая составляющая, насыщенная третьей гармоникой (рис. 1, фрагмент 1). Как следует из рис. 1, время выхода катушки на установившийся режим компенсации составило 0,8 с. В процессе выхода тока компенсации на установившееся значение наблюдается значительное изменение уровней гармоник. График изменения пер-

вой и третьей гармоник во время опыта однофазного замыкания на землю в токе компенсации представлен на рис. 2 и 3, соответственно.

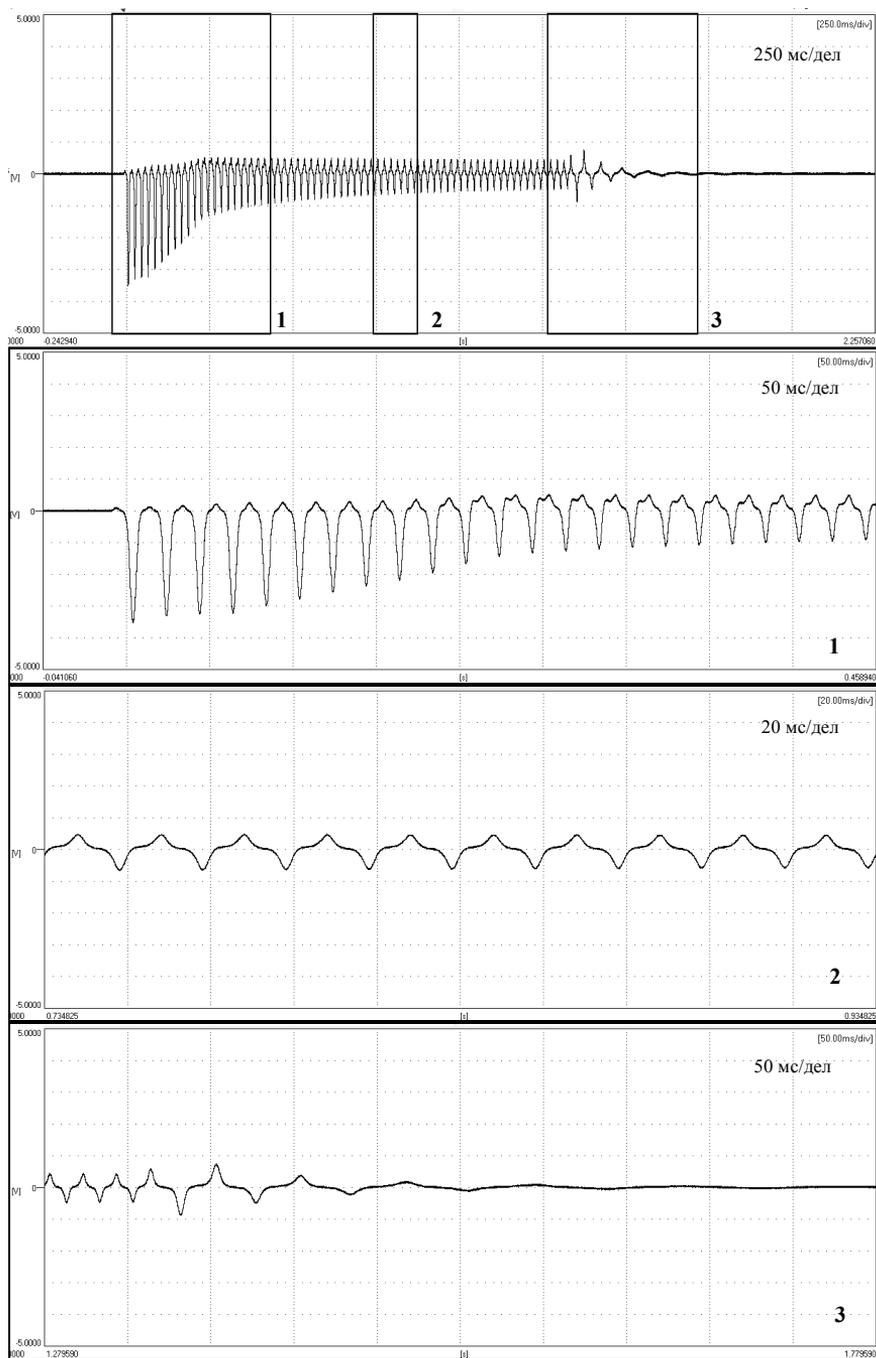


Рис. 1. Осциллограммы фазных напряжений тока WF-PXB (черный канал) при ОЗЗ в сети 1 СШ 10 кВ ПС «Туул»

Опыт показывает, что настройка реактора WF-PXB в сети 10 кВ некорректна, величина остаточного тока через место замыкания в установившемся режиме составила 62,24 А. На рис. 1 (фрагмент 2) хорошо видно, что ток компенсации насыщен высшими гармониками. Гистограмма гармонического состава тока компенсации сети 1 СШ 10 кВ ПС «Туул» представлена на рис. 4. Остаточный ток гармонических искажений в токе ОЗЗ 11,14 А.

$$I_{\text{РУОМ}}^{50\text{Гц}} = 11,06 \text{ А}, \quad I_{\text{ОЗЗ,ост.}}^{50\text{Гц}} = 62,24 \text{ А}.$$

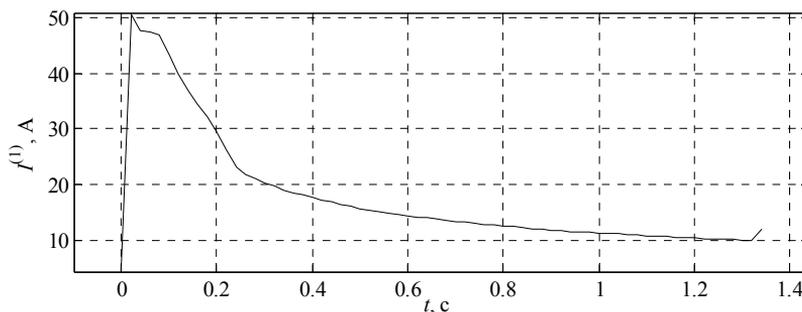


Рис. 2. Характер изменения первой гармоники тока WF-PXB-11/500 в процессе ОЗЗ

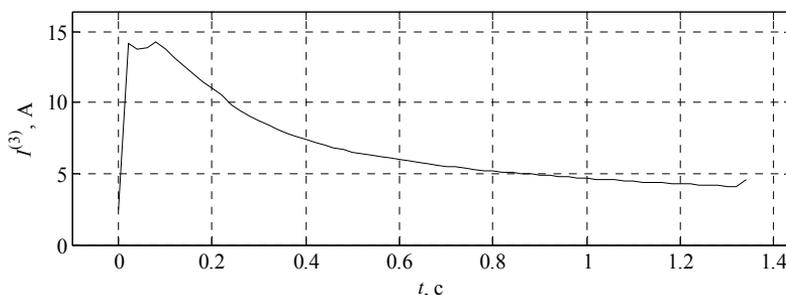


Рис. 3. Характер изменения третьей гармоники тока WF-PXB-11/500 в процессе ОЗЗ

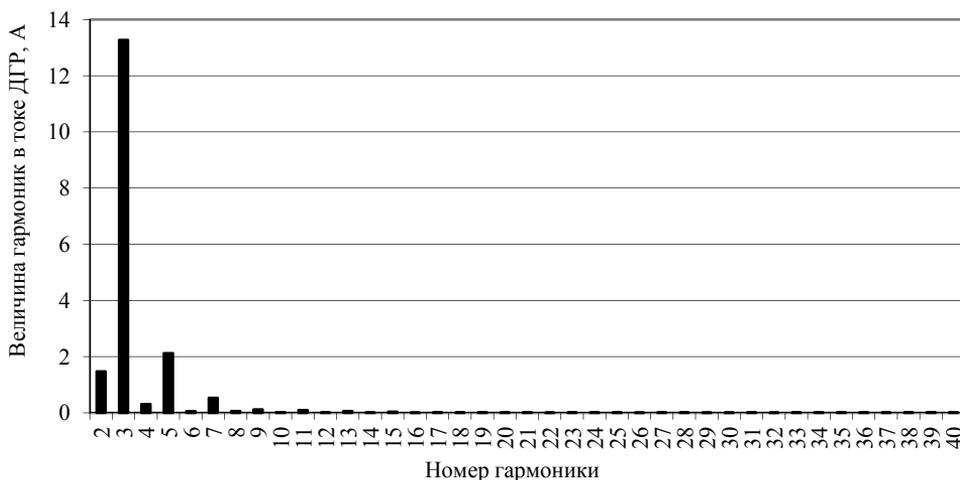


Рис. 4. Действующие значения величин гармоник тока компенсации в установившемся режиме работы WF-PXB-11/500 для сети 1 СШ 10 кВ ПС «Туул»

В результате натурных исследований был сделан вывод о неэффективной работе системы заземления нейтрали. Было принято решение о необходимости разработки дополнительных мер повышения надежности в части внедрения более совершенных алгоритмов управления дугогасящими устройствами на основе плавнорегулируемых ДГР [4, 5].

Кардинально решить проблемы дуговых перенапряжений и феррорезонансных явлений, сократить повреждения изоляции высоковольтного оборудования, обеспечить надежную селективную работу защиты от однофазных замыканий на землю можно переходом от режима изолированной нейтрали сети к резистивному либо комбинированному режиму заземления нейтрали.

В сетях 6–35 кВ для заземления нейтрали могут быть применены либо низкоомные, либо высокоомные резисторы. Низкоомное резистивное заземление нейтрали применяется в случаях, когда ОЗЗ должно быть селективно отключено в течение минимально возможного времени. При этом ток в нейтрали должен быть достаточным для работы релейной защиты на отключение. Низкоомное резистивное заземление нейтрали характеризуется значительным снижением уровня перенапряжений в сети и возможностью организации простой и эффективной защиты от ОЗЗ.

Высокоомное резистивное заземление нейтрали либо комбинированное заземление нейтрали (при необходимости компенсации емкостного тока ОЗЗ согласно требованиям ПУЭ и ПТЭ – параллельное включение высокоомного резистора и ДГР) необходимо применять в случаях, когда сеть должна иметь возможность длительной работы в режиме ОЗЗ до обнаружения места ОЗЗ и устранения повреждения или имеются ограничения по величине тока в месте повреждения. При этом ток в нейтрали должен быть такой величины, чтобы исключить появление опасных негативных явлений, связанных с перенапряжениями и электробезопасностью, а также в большинстве случаев быть достаточным для определения поврежденного присоединения и работы релейной защиты на сигнал. Заземление нейтрали при использовании высокоомного резистора характеризуется снижением уровня перенапряжений в сети до допустимой величины, возможностью организации эффективной токовой защиты от ОЗЗ с действием на сигнал и возможностью продолжительной работы сети в режиме ОЗЗ.

Выводы. 1. Время выхода исследуемых систем заземления нейтрали на установившийся режим компенсации при ОЗЗ может составлять до 0,8 с и определяется характеристиками ДГР с подмагничиванием и системы автоматической настройки.

2. Реальная расстройка компенсации в сети с реактором может существенно превышать заявленную величину. Так, настройка реактора в исследованной сети 10 кВ оказалась весьма далека от резонансной.

3. Зафиксировано наличие явно выраженных в сигнале тока рассматриваемого реактора 3-й и 5-й гармоник. Измерения остаточного тока ОЗЗ в сети с включенным ДГР с подмагничиванием показали, что гармонический состав первого, а именно – наличие 3-й и 5-й гармоник – определяется главным образом влиянием дугогасящего реактора.

4. Для получения достоверной информации об эффективности работы системы заземления нейтрали необходимо проведение натурных измерений.

5. Принято решение о переводе сетей среднего класса напряжения предприятия «Городские центральные электрические сети» в г. Улан-Батор на низкоомное заземление нейтрали.

6. Необходима разработка внутреннего стандарта предприятия для выбора оптимального режима заземления нейтрали.

Литература

1. Базуткин В.В., Ларионов В.П., Пинталь Ю.С. Техника высоких напряжений. Изоляция и перенапряжения в электрических системах. 2-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1986.
2. Лихачев Ф.А. Замыкания на землю в сетях с изолированной нейтралью и с компенсацией емкостных токов. М.: Энергия, 1971. 152 с.
3. Обабков В.К. Многокритериальность показателя эффективности функционирования сетей 6–35 кВ и проблема оптимизации режимов заземления нейтрали // Режимы заземления нейтрали сетей 3–6–10–35 кВ: доклады науч.-техн. конф. Новосибирск: Изд-во НГAVT, 2000. С. 33–41.
4. Руководство по эксплуатации системы автоматической настройки компенсации САНК-4.2-УХЛ4/ ЮНИА.421.413.141Э. Тольятти, 2007.
5. Системы компенсации емкостных токов замыкания на землю с шкафами «ПРОЦИОН» ШЭА 100Х. РЭ. Чебоксары, 2013. 16 с.
6. Ширковец А.И., Ильиных М.В. Методические подходы к осциллографированию процессов при однофазных замыканиях на землю в электрических сетях 6-35 кВ // Научные проблемы Сибири и Дальнего Востока. 2008. Спец. вып. № 1. С. 44–51.

References

1. Bazutkin V.V., Larionov V.P., Pinal' Yu.S. *Tekhnika vysokikh napryazhenii. Izolyatsiya i perenapryazheniya v elektricheskikh sistemakh. 2-e izd.* [High Voltage Engineering. Insulation and Surge in Electrical Systems. 2nd ed.] Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986.
2. Likhachev F.A. *Zamykaniya na zemlyu v setyakh s izolirovannoi neutral'yu i s kompensatsiei emkostnykh tokov* [Earth faults in networks with insulated neutral and compensation of capacitive currents]. Moscow, Energiya Publ., 1971, 152 p.
3. Obabkov V.K. *Mnogokriterial'nost' pokazatelya effektivnosti funktsionirovaniya setei 6–35 kV i problema optimizatsii rezhimov zazemleniya neutrali* [Multiobjective performance score of 6-35 kV network and the problem of optimization of neutral grounding modes]. *Rezhimy zazemleniya neutrali setei 3–6–10–35 kV: doklady nauch.-tekhn. konf. Novosibirsk* [Proc. of Sci. Conf. «Earthing networks 3-6-10-35 KW»]. Novosibirsk, 2000, pp. 33–41.
4. *Rukovodstvo po ekspluatatsii sistemy avtomaticheskoi nastroiки kompensatsii SANK-4.2-UKhL4/YuNIYA.421.413.141E* [Operation Manual for the System of Automatic Compensation Adjustment Sankey 4.2 UHL4 / YUNIYA.421.413.141E]. Togliatti, 2007.
5. *Sistemy kompensatsii emkostnykh tokov zamykaniya na zemlyu s shkafami «PROTSION» ShEA 100Kh. RE* [Systems of compensation of capacitive earth fault currents with «Procyon» ShEA 100Kh. RE cubicles]. Cheboksary, 2013, 16 p.
6. Shirkovets A.I., Il'nykh M.V. *Metodicheskie podkhody k ostsillografirovaniyu protsessov pri odnofaznykh zamykaniyakh na zemlyu v elektricheskikh setyakh 6-35 kV* [Methodological approaches to oscillography processes in single-phase earth faults in electric networks of 6-35 kV]. *Nauchnye problemy Sibiri i Dal'nego Vostoka* [Scientific problems of Siberia and the Far East.], 2008, special issue, no. 1, pp. 44–51.

КУЗЬМИН АЛЕКСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ – аспирант кафедры техники и электрофизики высоких напряжений, Новосибирский государственный технический университет, Россия, Новосибирск (kuzmin_a_a@211.ru).

KUZMIN ALEXEY – Post-Graduate Student, High Voltage Engineering and Electrophysics Department, Novosibirsk State Technical University.

БАЗАРРАГЧА АЛТАНДУУЛГА – начальник Департамента технической инспекции и инновационного развития, Улан-Баторская электросетевая компания, Монголия, Улан-Батор.

BAZARRAGCHA ALTANDUULGA – Head of Technical Policy & Innovation Department, Ulaanbaatar Electricity Distribution Network Company, Mongolia, Ulaanbaatar.

УДК 621.314.58
ББК 31.15

Г.В. МАЛИНИН, Г.А. БЕЛОВ

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ ДЛЯ СОЛНЕЧНЫХ МОДУЛЕЙ НА БАЗЕ ИНВЕРТОРОВ С ШИМ*

Ключевые слова: фотоэлектрический преобразователь, солнечная энергия, точка максимальной мощности, инвертор, система управления, широтно-импульсная модуляция (ШИМ).

Рассмотрены принципы построения систем управления преобразователями на базе инверторов с ШИМ, приведены примеры реализации узлов управления инвертором и некоторые расчетные соотношения. Дан пример алгоритма слежения за точкой максимальной мощности фотопреобразователя. Проанализированы две схемы управления транзисторами инвертора с ШИМ: с отдельным ШИМ для каждой стойки мостовой схемы инвертора и с одним ШИМ при несимметричном управлении транзисторами. В первой схеме частота импульсов выходного напряжения инвертора оказывается в два раза больше, чем во второй. Преимущество второй схемы состоит в уменьшении потерь мощности на переключения транзисторов. Отмечены особенности передачи активной и реактивной мощности от инвертора в сеть переменного тока и фильтрации высших гармоник, генерируемых инвертором. Передаваемая активная мощность пропорциональна синусу угла, на который вектор напряжения сети отстает от вектора первой гармоники выходного напряжения инвертора, и обратно пропорциональна сопротивлению цепи между выходом инвертора и сетью.

G. MALININ, G. BELOV

CONVERTERS CONTROL SYSTEMS FOR SOLAR MODULES BASED ON PWM INVERTER

Key words: photovoltaic inverter, solar power, maximum power point, grid tie inverter, control system, pulse-width modulation (PWM).

The authors regard the principles of constructing the converter control systems based on PWM inverters, and provide the instantiations of inverter control units, as well as some calculated ratios. They worked out an algorithm for tracking the maximum power point of a photovoltaic inverter and analysed two control circuits for the PWM inverter transistors: the first – with a separate PWM for each half-bridge of the inverter, and the second – with a single PWM for asymmetric control transistors. In the first circuit, the pulse frequency of the inverter output voltage turned out to be twice higher than in the second one. The advantage of the second circuit lies in the possibility to reduce loss of power while switching transistors. The analysis showed the peculiarities of transferring active and reactive power from the inverter to AC network, as well as of filtering higher harmonics generated by the inverter. The transferred active power is proportional to the sine of the angle by which the grid voltage vector falls behind the inverter output voltage first harmonic vector, and inversely proportional to the resistance of the circuit between the output of the inverter and the grid.

Построение систем управления преобразователями для солнечных модулей на базе инверторов с ШИМ освещено недостаточно и особенно слабо – в отечественных публикациях. В то же самое время в связи с освоением производства солнечных модулей на отечественных предприятиях актуальность темы существенно возросла. В статье дан обзор состояния вопроса по материалам зарубежных публикаций.

Для любой интегрированной с сетью системы солнечных модулей – фотопреобразователей (ФП) – инвертор является важнейшей частью оборудования, преобразующего энергию постоянного тока массива ФП в энергию переменного тока промышленной сети. Для повышения эффективности преобразования по-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 15-48-02189-р_поволжье_a.

стоянного тока в переменный должно осуществляться отслеживание точки максимальной мощности ФП системы, необходимо обеспечить низкий уровень гармонических искажений выходного напряжения вместе с малым излучением электромагнитных помех и высоким коэффициентом мощности (КМ) [11]. Вот некоторые зарубежные стандарты, которым должен удовлетворять инвертор: IEEE 929-2000 и UL 1741 в США, EN 61727 в ЕС и международный стандарт МЭК 60364-7-712. Коэффициент гармонических искажений (КГИ) инвертора регламентируется международным стандартом IEC 61000-3-2¹ (отечественный стандарт – ГОСТ Р 51317.3.2-2006²). Он требует, чтобы КГИ полного тока был менее 5%, а КГИ напряжения – менее 2% для гармонического спектра вплоть до 49 гармоники. Разработанные на сегодняшний день структуры инверторов совмещают в себе высокий КМ и низкий КГИ (менее 3-5%) [6].

Существуют различные альтернативные структуры фотопреобразовательных систем, генерирующих и передающих электроэнергию в сеть [2]: 1) централизованные преобразователи сравнительно большой мощности, которые питаются от большого числа ФП, образующих параллельное соединение цепочек, каждая из которых состоит из определенного числа последовательно соединенных ФП; в такой структуре содержится один преобразователь постоянного напряжения (ППН) и инвертор, работающий на сеть переменного тока; 2) структура с отдельными цепочками, в которой каждая цепочка последовательно соединенных ФП работает на свой инвертор, передающий энергию в сеть переменного тока; 3) многоцепочечная структура, в которой каждая цепочка работает на свой преобразователь постоянного напряжения (ППН), а каждый ППН присоединяется к общему для всех цепочек инвертору; 4) структура с отдельным инвертором для каждого модуля.

На рис. 1 представлен преобразователь солнечной энергии с двумя ступенями преобразования, содержащий повышающий ППН и однофазный инвертор, интегрированный с сетью (рис. 1).

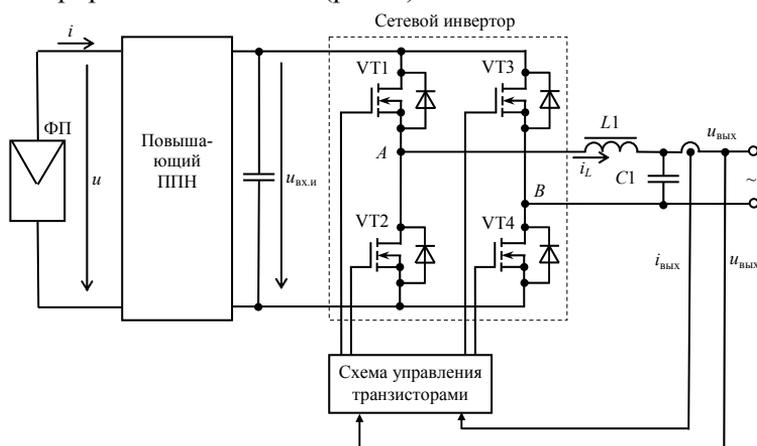


Рис. 1. Схема силовой части инвертора

¹ IEC 61000-3-2 Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 3-2: Limits – Limits for harmonic current emissions (equipment input current ≤ 16 A per phase).

² ГОСТ Р 51317.3.2-2006 (МЭК 61000-3-2:2005). Совместимость технических средств электромагнитная. Эмиссия гармонических составляющих тока техническими средствами с потребляемым током не более 16 А (в одной фазе). Нормы и методы испытаний.

Модель ФП. ФП состоит из полупроводниковых p - n -переходов, преобразующих солнечный свет в электричество. Существует несколько математических моделей для описания поведения солнечного модуля. Например, в работе [12] приведено следующее выражение для вольт-амперной характеристики ФП:

$$i = \frac{I_{к.з}}{1 - e^{-1/b}} \left(1 - e^{\left(\frac{u}{bU_{x,x}} - \frac{1}{b} \right)} \right),$$

где u – напряжение на зажимах ФП; $I_{к.з}$ – ток короткого замыкания при стандартных условиях испытания (25°C , мощность солнечного излучения 1000 Вт/м^2); $U_{x,x}$ – напряжение холостого хода при стандартных условиях испытания; b – характеристическая константа ФП, которая может быть определена из уравнения

$$b_{n+1} = \frac{\frac{U_m}{U_{x,x}} - 1}{\ln \left[1 - \left(\frac{1}{U_m I_{к.з}} \right) \left(P_{\max} - P_{\max} e^{-\frac{1}{b_n}} \right) \right]},$$

в котором U_m – напряжение, соответствующее точке максимальной мощности ФП P_{\max} , измеренной при стандартных условиях испытания; b_n и b_{n+1} – значения константы b , полученные в результате n -й и $n+1$ -й итераций. Мощность ФП с учетом выражения для вольт-амперной характеристики определяется выражением

$$p = ui = \frac{u I_{к.з}}{1 - e^{-1/b}} \left(1 - e^{\left(\frac{u}{bU_{x,x}} - \frac{1}{b} \right)} \right).$$

Слежение за точкой максимальной мощности (СТММ). Существует несколько алгоритмов СТММ: возмущения и наблюдения (также этот метод упоминается как метод восхождения), возрастающей проводимости, постоянного напряжения, короткого замыкания [3].

Метод возрастающей проводимости [3] основывается на том, что согласно рис. 2, *a* слева от точки максимума U_m производная dp/du положительна, а справа – отрицательна. Так как

$$\frac{dp}{du} = \frac{d}{du}(ui) = i + u \frac{di}{du} \approx i + u \frac{\Delta i}{\Delta u},$$

то в точке максимальной мощности $\Delta i/\Delta u = -i/u$, $\Delta i/\Delta u > -i/u$ слева от точки максимальной мощности и $\Delta i/\Delta u < -i/u$ справа от точки максимальной мощности. На рис. 2, *б* показана блок-схема алгоритма СТММ рассмотренным методом. Здесь $u_{оп}$ – опорное (желаемое) напряжение ФП, сравниваемое с входным напряжением u ППН; в точке максимальной мощности выполняется равенство $u_{оп} = U_m$. Алгоритм уменьшает или увеличивает желаемое напряжение ФП, отслеживая точку максимальной мощности (ТММ).

После достижения ТММ ФП начинает работать около этой точки, если не происходит изменения освещенности ФП. Алгоритм поиска ТММ можно реализовать в две стадии, на первой из которых рабочая точка оказывается вблизи ТММ, а на второй стадии она уточняется. При правильном регулировании силовой частью начальная рабочая точка устанавливается так, чтобы

сопротивление нагрузки было пропорционально отношению напряжения холостого хода ФП к его току короткого замыкания.

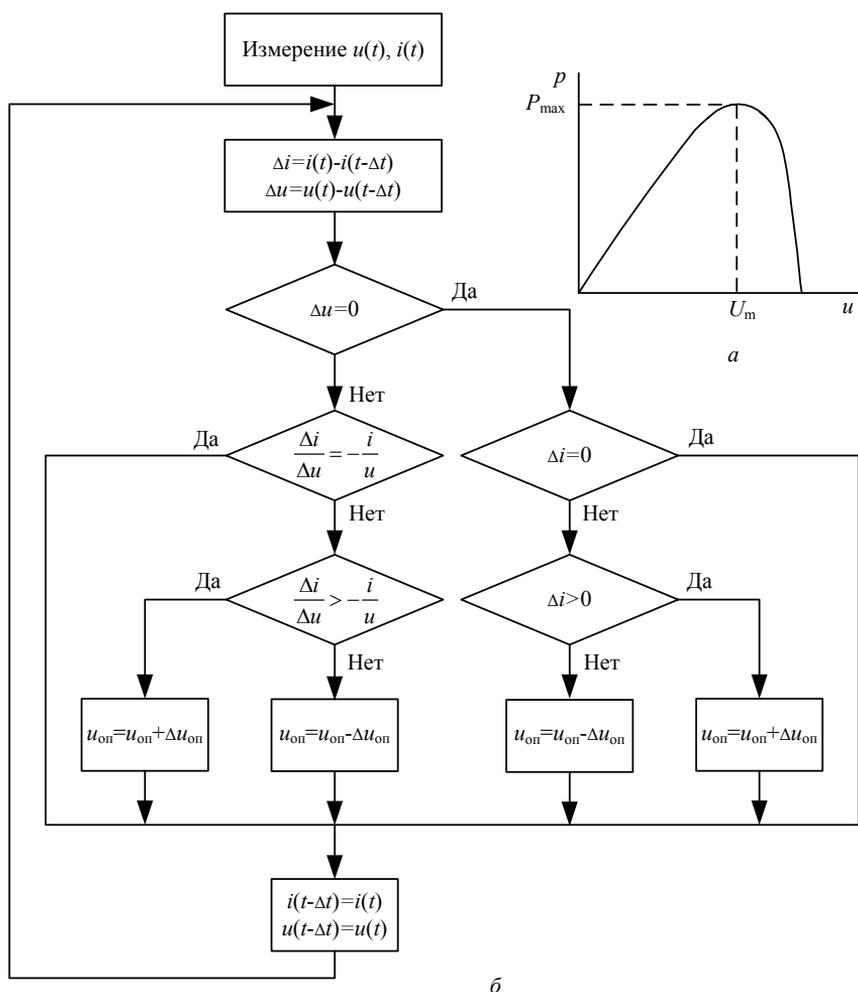


Рис. 2. Зависимость мощности ФП от напряжения на его зажимах (а); алгоритм поиска точки максимальной мощности (б)

Ошибка метода $e = i/u + di/du$ стремится к нулю в ТММ, что обычно достигается с помощью ПИ-регулятора.

Схемы и алгоритмы управления инвертором. Для получения переменного напряжения на выходе фотопреобразовательной системы требуется такая система управления инвертором, в которой могли бы регулироваться как амплитуда, так и частота выходного напряжения. Для этого находят применение инверторы с синусоидальной ШИМ (СШИМ), позволяющей регулировать выходное напряжение по синусоидальному закону.

В одном из алгоритмов СШИМ, реализованном в схеме на рис. 3, используются отдельные широтно-импульсные модуляторы для каждой стойки моста (рис. 1) при одинаковом несущем колебании u_T и противофазных опор-

ных сигналах. Соотношение между частотами треугольного f_T и синусоидального f_c напряжений должно быть целым числом N :

$$N = f_T / f_c .$$

Тогда число импульсов выходного напряжения модулятора за полпериода синусоидального напряжения будет равно N . В работе [9] отмечается, что при таком соотношении частот, если амплитуда синусоидального опорного напряжения меньше половины амплитуды треугольного напряжения, гармоники напряжения с номерами, меньшими, чем $2N$, будут устранены из выходного напряжения модулятора. Для более высоких значений амплитуды опорного напряжения синусоидальной формы в спектре выходного напряжения модулятора появляются высшие гармоники с номерами до $2N$.

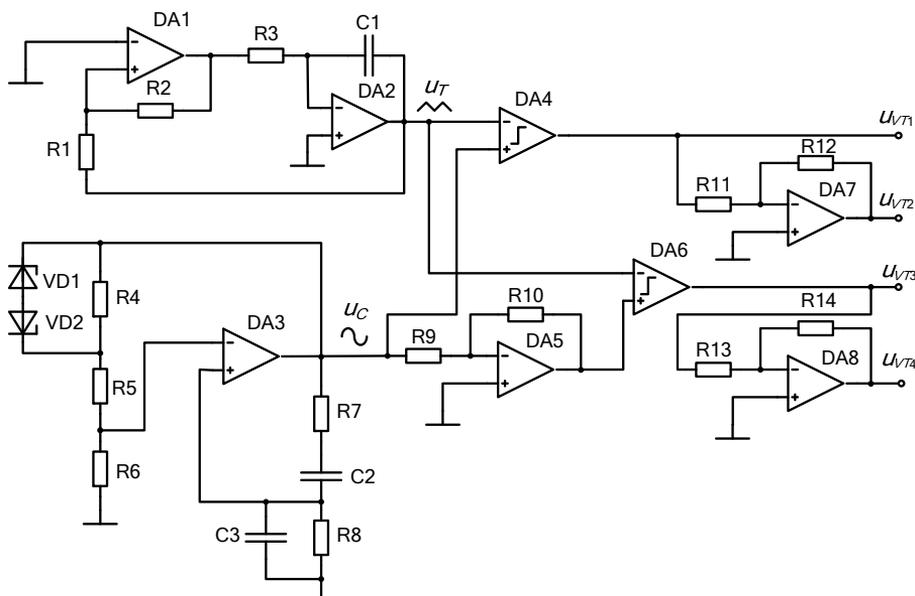


Рис. 3. Схема управления силовыми транзисторами инвертора с отдельными ШИМ для каждой стойки инвертора

Для оценки гармонического состава выходного напряжения в схеме инвертора с СШИМ используются следующие параметры:

- процент отдельных гармоник выходного напряжения

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}(n)}{U_{\text{ВХ}}} = \left(\frac{4}{n\pi\sqrt{2}} \sum_{i=1}^N (-1)^{i+1} \cos n\beta_i \right) \times 100\% ,$$

где n – номер гармоники; $U_{\text{ВЫХ}}(n)$ – действующее значение n -гармоники напряжения на выходе инвертора; $U_{\text{ВХ}}$ – входное напряжение инвертора; β_i – моменты пересечения треугольного и синусоидального сигналов СШИМ, $0 < \beta_1 < \beta_2 < \dots < \beta_N < \pi/2$;

- коэффициент гармонических искажений

$$K_{\text{ГИ}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_{\text{ВЫХ}}^2(n)}}{U_{\text{ВЫХ}}(1)} .$$

Схема управления силовыми транзисторами инвертора, представленная на рис. 3, состоит из: 1) генератора несущего напряжения u_t треугольной формы на операционных усилителях (ОУ) DA1 и DA2; 2) генератора синусоидального опорного напряжения с частотой сети f_c , собранного на ОУ DA3; 3) компараторов DA4, DA6; 4) логических инверторов на ОУ DA5, DA7, DA8.

Выбор параметров генератора треугольного напряжения осуществляется из равенства $R_3 C_1 = U_{огр} / (4U_{пор} f_t)$, где $U_{пор}$ и $U_{огр}$ – пороговое напряжение и напряжение ограничения регенеративного компаратора на ОУ DA1; сопротивление R_3 задается с учетом параметров ОУ так, чтобы практически исключить ошибки интегратора, вызванные разностью входных токов и смещением нуля.

Генератор синусоидального напряжения построен по схеме с положительной обратной связью через неполный мост Вина [13]. Частота квазирезонанса RC-цепи при $R_7 = R_8 = R$, $C_2 = C_3 = C$ определяется по формуле $\omega_0 = 1/(RC)$. Делитель на резисторах R4, R5, R6 и ограничитель амплитуды на стабилитронах VD1, VD2 служат для автоматического регулирования коэффициента усиления ОУ DA3. В начале самовозбуждения генератора, когда напряжение на его выходе мало, стабилитроны VD1 и VD2 закрыты, коэффициент усиления для неинвертирующего входа DA3 равен $1 + (R_4 + R_5)/R_6$, чем обеспечивается глубокая положительная обратная связь. В установившемся режиме генератора его выходное напряжение вызывает отпирание стабилитронов VD1 и VD2, шунтирующих резистор R4, и упомянутый коэффициент усиления уменьшается до значения $1 + R_5/R_6$, незначительно превышающего 1. Это обеспечивает незначительное искажение синусоиды выходного напряжения генератора.

Временные диаграммы, поясняющие работу схемы на рис. 3, представлены на рис. 4.

Транзисторы каждой из стоек инвертора на рис. 1 (VT1, VT2 и VT3, VT4) переключаются в противофазе с частотой сигнала u_t . Модуляция длительности включенного состояния транзистора VT1 осуществляется компаратором DA4 (см. рис. 3), на входах которого сравниваются несущий сигнал треугольной формы u_t и опорный синусоидальный сигнал u_c . Импульс на выходе компаратора u_{VT1} , подаваемый затем на драйвер затвора транзистора VT1, формируется на интервалах времени, когда $u_c > u_t$. На рис. 4 отмечены моменты начала α_1 и окончания α_2 одного из этих импульсов. Импульсы u_{VT2} , подаваемые на драйвер, формирующий импульсы управления транзистором VT2 (рис. 1), получаются на выходе инвертора, собранного на ОУ DA7 (рис. 3). Как видно на рис. 4, при увеличении амплитуды синусоидального напряжения u_c длительности импульсов u_{VT1} , формируемых в положительные полупериоды сигнала u_c , увеличиваются, а длительности импульсов u_{VT1} , формируемых в отрицательные полупериоды сигнала u_c , уменьшаются. Это в конечном счете вызывает рост амплитуды основной гармоники на выходе силовой части инвертора.

Модуляция длительности включенного состояния транзистора VT3 второй стойки инвертора осуществляется компаратором DA6, на вход которого подаются тот же сигнал треугольной формы u_t , но пропущенный через инвертор на ОУ DA5, и опорный синусоидальный сигнал u_c , обозначенный на рис. 4 как $\underline{u_c}$, где отмечены моменты начала α_3 и окончания α_4 одного из вы-

ходных импульсов u_{VT3} компаратора DA6. Как видно из рисунка, при увеличении амплитуды сигнала u_c длительности импульсов u_{VT3} , формируемых в положительные полупериоды сигнала u_c , уменьшаются, а в отрицательные полупериоды сигнала u_c увеличиваются.

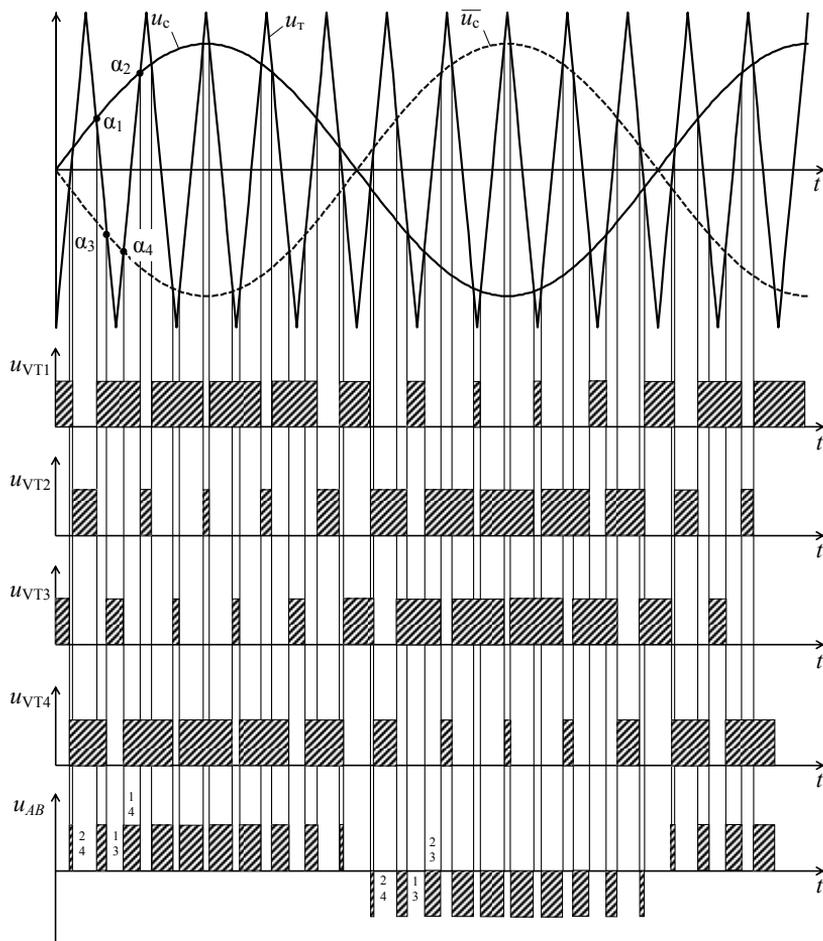


Рис. 4. Временные диаграммы, поясняющие формирование выходного напряжения инвертора со схемой управления, показанной на рис. 3

Согласно рис. 1 и 4, положительные импульсы u_{AB} на выходе моста формируются на интервалах времени, когда одновременно открыты силовые транзисторы VT1 и VT4, а отрицательные импульсы – при одновременном отпирании силовых транзисторов VT2 и VT3. На интервалах времени, когда одновременно открыты транзисторы VT1, VT3 и VT2, VT4, выходные зажимы инвертора закорачиваются через открытые транзисторы. Например, на интервале (α_1, α_3) открыты транзисторы VT1, VT4, выходное напряжение инвертора $u_{AB} = u_{вх.и}$; на интервале (α_3, α_4) остается открытым транзистор VT1 и открывается транзистор VT3, ток i_L дросселя L1 выходного фильтра замыкается в прямом направлении через транзистор VT1 и в обратном направле-

нии через транзистор VT3, шунтируя выход моста, $u_{AB} = 0$. На интервале (α_4, α_2) снова открыты транзистор VT1, VT4 и $u_{AB} = u_{вх.и}$; в момент α_2 транзистор VT1 закрывается, но отпирается транзистор VT2 при остающемся в открытом состоянии транзисторе VT4, $u_{AB} = 0$.

Обратим внимание на то, что частота импульсов u_{AB} , формируемых на выходе инверторного моста, оказывается в два раза больше частоты несущего колебания u_T . Недостатком рассмотренной схемы управления является то, что все четыре силовых транзистора инвертора переключаются с высокой частотой несущего колебания.

На рис. 5 представлена структурная схема управления силовыми транзисторами инвертора с общим ШИМ, собранным на компараторе DA1. Схемы генераторов сигналов u_T и u_c и драйверы затворов силовых транзисторов не показаны. Схема реализует алгоритм управления, при котором только два транзистора VT1 и VT3 переключаются с частотой f_T , а два других транзистора – с низкой частотой f_c . Сигнал u_M , как показано на рис. 6, представляет собой последовательность прямоугольных импульсов длительностью, равной периоду выпрямленного сигнала u_c , причем в другой период $u_M=0$. Например, на интервале времен (α_1, α_2) , на котором $u_c > u_T$, формируется импульс управления u_{VT1} , поскольку на оба входа элемента И DD2 подаются сигналы логической 1. Точно так же на интервале (α_3, α_4) формируется сигнал управления u_{VT3} , поскольку на оба входа элемента И DD3 подаются сигналы логической 1, один – с выхода компаратора DA1, другой – с выхода инвертора DD1 [8, 10].

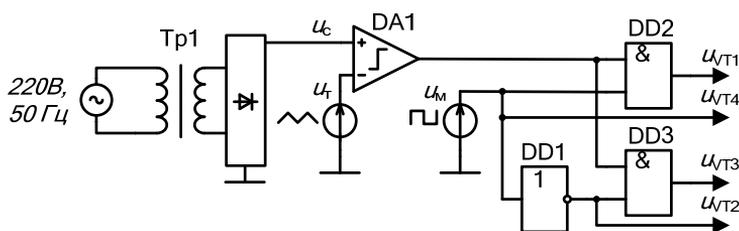


Рис. 5. Структурная схема управления транзисторами инвертора с одним ШИМ

Как видно на рис. 6, при использовании рассматриваемой схемы управления (рис. 5) на выходе инвертора (рис. 1) формируются импульсы u_{AB} с частотой f_T несущего сигнала u_T , причем длительность положительных импульсов напряжения u_{AB} без учета задержек, создаваемых драйверами затворов силовых транзисторов, совпадают с длительностью импульсов управления u_{VT1} , а длительность отрицательных импульсов u_{AB} – с длительностью управляющих импульсов u_{VT3} .

Синхронная работа с сетью. Для сопряжения инвертора с сетью должен быть выполнен ряд условий [5, 7]:

- 1) частота выходного напряжения инвертора должна совпадать с частотой сети (50 Гц);
- 2) выходное напряжение инвертора и его фаза должны быть согласованы с аналогичными параметрами сети.

Надо заметить, что цепь передачи мощности от инвертора до сети обладает индуктивным сопротивлением $X_L = \omega_c L$, которое учитывает и индуктивность фильтра.

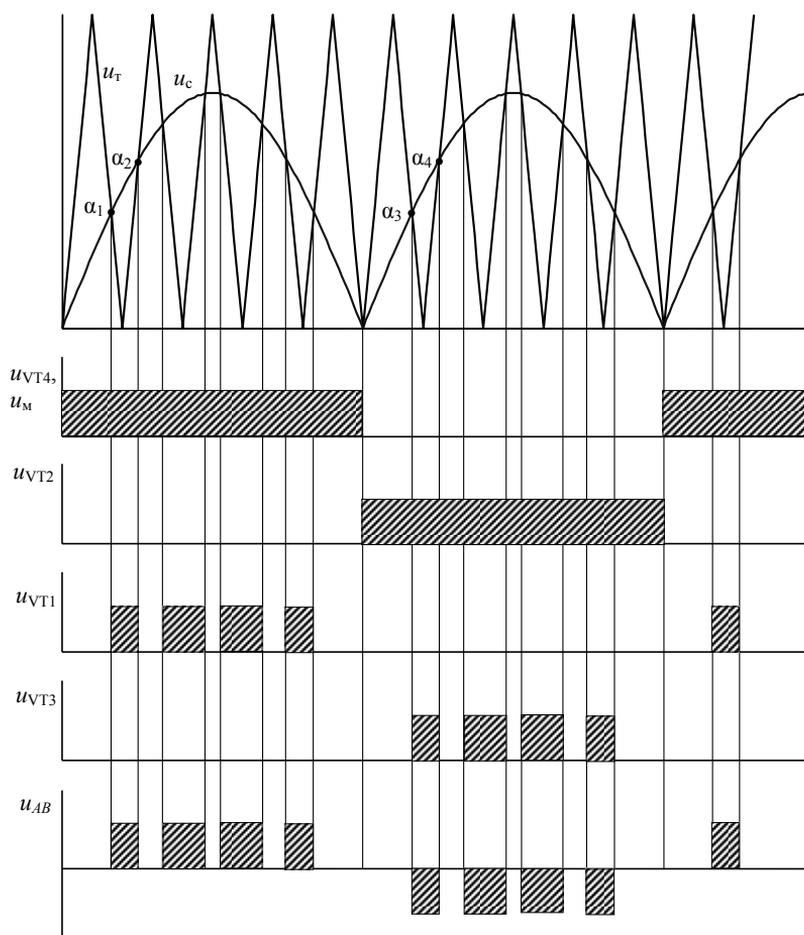


Рис. 6. Временные диаграммы, поясняющие формирование выходного напряжения инвертора со схемой управления, показанной на рис. 5

Пусть

$$\dot{U}_{\text{инв}} = U_{\text{инв}}, \quad \dot{U}_c = U_c e^{-j\varphi},$$

где $U_{\text{инв}}$ – действующее значение первой гармоники выходного напряжения инвертора, U_c – действующее значение напряжения сети, φ – угол, на который вектор \dot{U}_c отстает от вектора $\dot{U}_{\text{инв}}$ (рис. 7). Тогда средние за период сети активная P и реактивная Q мощности, передаваемые в сеть, определяются выражениями [1]:

$$P_c = \text{Re}(\dot{U}_c \dot{I}^*), \quad Q_c = \text{Im}(\dot{U}_c \dot{I}^*),$$

где \dot{I}^* – величина, комплексно-сопряженная по отношению к вектору

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{\text{инв}} - \dot{U}_c}{jX_L}.$$

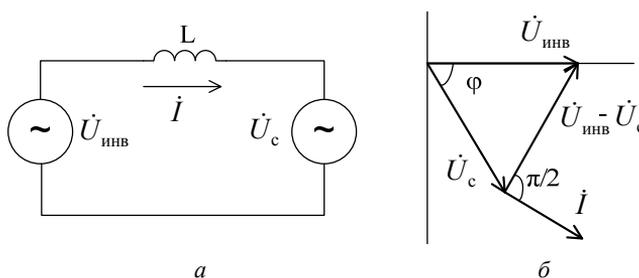


Рис. 7. Эквивалентная схема цепи «выход инвертора – сеть переменного тока» (а) и векторные диаграммы этой цепи (б)

Тогда при введенных выше допущениях имеем

$$\dot{I}^* = \frac{U_c \sin \varphi}{X_L} + j \frac{U_{\text{инв}} - U_c \cos \varphi}{X_L}.$$

Комплексная мощность

$$S_c = \dot{U}_c \dot{I}^* = \frac{U_{\text{инв}} U_c \sin \varphi}{X_L} + j \frac{U_{\text{инв}} U_c \cos \varphi - U_c^2}{X_L}.$$

Следовательно, получаем выражения

$$P_c = \frac{U_{\text{инв}} U_c \sin \varphi}{X_L}; \quad Q_c = \frac{U_{\text{инв}} U_c \cos \varphi - U_c^2}{X_L},$$

приведенные в [2].

Аналогично комплексная мощность, генерируемая инвертором:

$$S_{\text{инв}} = U_{\text{инв}} \dot{I}^* = \frac{U_{\text{инв}} U_c \sin \varphi}{X_L} + j \frac{U_{\text{инв}}^2 - U_{\text{инв}} U_c \cos \varphi}{X_L}$$

и, соответственно, активная и реактивная мощности, генерируемые инвертором:

$$P_{\text{инв}} = \frac{U_{\text{инв}} U_c \sin \varphi}{X_L}; \quad Q_{\text{инв}} = \frac{U_{\text{инв}}^2 - U_{\text{инв}} U_c \cos \varphi}{X_L}.$$

Разность реактивных мощностей $Q_L = Q_{\text{инв}} - Q_c$, равная

$$Q_L = \frac{U_{\text{инв}}^2 + U_c^2 - 2U_{\text{инв}} U_c \cos \varphi}{X_L},$$

накапливается в индуктивности L .

Из анализа активной мощности видно, что для передачи в сеть максимальной активной мощности фазовый угол φ должен быть 90° . Практически для обеспечения устойчивой передачи энергии от источника энергии (инвертора) в сеть фазовый угол должен быть меньше чем 90° [4].

На рис. 8 представлена упрощенная структурная схема регулирования выходного тока инвертора. Задающий сигнал i_3 контура регулирования тока инвертора $i_{\text{и}}$ формируется в результате умножения выпрямленной синусоиды $|\sin \omega_c t|$ на заданное амплитудное значение. При этом сигнал $\sin \omega_c t$ получается из напряжения сети, снимаемого, например, с помощью маломощного трансформатора, а значение I_m – в результате поиска ТММ [3].

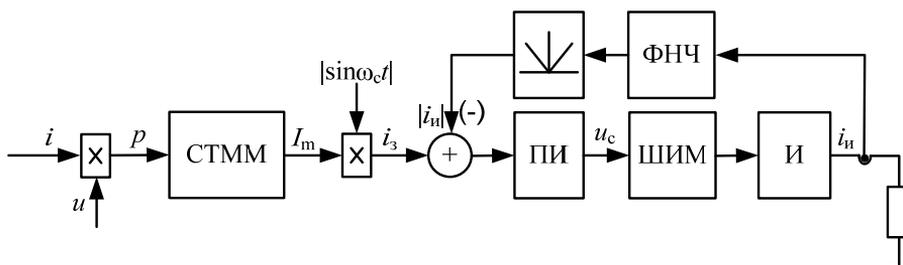


Рис. 8. Структурная схема регулирования выходного тока инвертора:
И – инвертор, ПИ – пропорционально-интегральный регулятор,
ФНЧ – фильтр нижних частот

Фильтрация высших гармоник. Использование СШИМ уменьшает содержание многих высших гармоник на выходе инвертора, и амплитуды гармоник уменьшаются с увеличением числа импульсов модулятора на половине периода сети. Использование LC -фильтр нижних частот (ФНЧ) (рис. 1) позволяет получить дополнительное ослабление амплитуд гармонических составляющих выходного напряжения инвертора с ростом частоты. Резонансная частота LC -фильтра должна быть меньше самой низкой частоты высших гармоник. При выборе значений L и C необходимо учесть их влияние на коэффициент мощности на выходе инвертора [9].

Чтобы получить «чистое» выходное синусоидальное напряжение или напряжение с очень низким $K_{ГП}$ из импульсного напряжения u_{AB} , требуется ФНЧ с очень высокой крутизной частотной характеристики на переходном участке. В то же время для подавления низкочастотных гармонических составляющих, особенно третьей и пятой гармоник, потребуется LC -фильтр больших габаритов. Модуляция с очень высокой несущей частотой сдвигает гармонические составляющие в область более высоких частот, что упрощает их фильтрацию с помощью LC -фильтра с небольшими размерами дросселя и конденсатора с удовлетворительными частотными характеристиками, для которых резкий переход от полосы пропускания к полосе задерживания не так уже необходим.

Значение индуктивности рассчитывается таким образом, чтобы падение напряжения на катушке индуктивности составляло менее 3% от выходного напряжения инвертора, совпадающего с напряжением сети U_c , в соответствии со следующим неравенством [13]:

$$\omega_c L I_{n.\max} < 0,03 U_{c.\max},$$

где $I_{n.\max}$ – максимальное действующее значение тока нагрузки, а $\omega_c = 2\pi f_c$ – частота выходного напряжения, $f_c = 50$ Гц. Емкость фильтрующего конденсатора можно определить из выражения для резонансной частоты фильтра:

$$f_{LC} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Выводы. 1. Для повышения эффективности фотопреобразовательной системы, интегрированной с сетью промышленной частоты, необходимо отслеживать точку максимальной мощности ФП путем изменения выходного

тока инвертора, что вызывает также изменение тока, потребляемого от ФП. Алгоритм СТММ иллюстрируется граф-схемой реализации метода возрастающей проводимости.

2. Анализ двух схем управления транзисторами однофазного мостового инвертора с синусоидальной ШИМ показал, что в схеме с отдельными ШИМ для каждой стойки инвертора частота выходных импульсов инвертора оказывается в два раза больше частоты переключений транзисторов, преимущество второй схемы с общим ШИМ и несимметричным управлением транзисторами состоит в уменьшении потерь мощности на переключения транзисторов.

3. Активная мощность фотопреобразовательной системы, передаваемая в сеть промышленной частоты, пропорциональна синусу угла, на который вектор напряжения сети отстает от вектора первой гармоники выходного напряжения инвертора, и обратно пропорциональна сопротивлению цепи между выходом инвертора и сетью.

Литература

1. Баскаков С.И. Лекции по теории цепей. М.: Изд-во МЭИ, 1991. 224 с.
2. Chowdhury A.S.K., Abdur Razzak M. Single phase grid-connected photovoltaic inverter for residential application with maximum power point tracking. Proc. of Int. Conf. «Informatics, Electronics & Vision (ICIEV)», 2013, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICIEV.2013.6572648.
3. Govinthasamy N.R., Velevan R., Kumar Chinnaiyan V. Analysis and implementation of energy harvesting technique for PV system using multilevel inverter. *Green Computing Communication and Electrical Engineering (ICGCCEE)*, 2014, pp. 1-7. doi: 10.1109/ICGCCEE.2014.6922448.
4. Hingorani N.G., Gyugyi L. Understanding FACTS: Concepts and technology of flexible AC transmission systems. IEEE Press-Wiley, 2000, 428 p.
5. Kjaer S., Pedersen J., and Blaabjerg F. A review of single-phase grid-connected inverters for photovoltaic modules. Industry Applications. *IEEE Transactions*, 2005, vol. 41, no. 5, pp. 1292–1306. doi: 10.1109/TIA.2005.853371.
6. Koutroulis E., Chatzakis J., Kalaitzakis K., Voulgaris N.C. A bidirectional sinusoidal high frequency inverter design. *IEE Proc-Electr. Power Appl.*, 2001, vol. 148, no. 4, pp. 315–321. doi: 10.1049/ip-epa:20010351.
7. Kwang T.K., Masri S. Single phase grid tie inverter for photovoltaic application. Proc. IEEE Sustainable Utilization and Development in Engineering and Technology Conf., 2010, pp. 23–28. doi: 10.1109/STUDENT.2010.5686988.
8. Mohan N., Undeland T.M., Robbins W. Power electronics: Converters, applications, and design. John Wiley & Sons, Inc., 2006, 824 p.
9. Rajashekara K.S., Vithayathill J. Harmonics in the voltage source PWM inverters. *Int. J. Electronics*, 1981, vol. 50, no. 5, pp. 325–337.
10. Rashid M.H. Power electronics: circuits, devices and applications. New Delhi, Prentice-Hall of India Private Limited, 2007, 912 p.
11. Roshan A. A dq rotating frame controller for single phase full bridge inverters used in small distributed generation system. Faculty of Virginia Polytechnique institute and State University, 2006, 124 p.
12. Santiago-Gonzalez J.A., Cruz-Colon J., Otero-de-Leon R., Lopez-Santiago V., Ortiz-Rivera E.I. Three phase induction motor drive using flyback converter and PWM inverter fed from a single photovoltaic panel. Proc. *IEEE PES General Meeting*, 2011, pp. 1–6. doi: 10.1109/PES.2011.6039808.
13. Shahriar Muttalib A.Z.M., Ferdous S.M., Saleque A.M., Nawjif Md. Anamul Hasan. Design and simulation of an inverter with high frequency sinusoidal PWM switching technique for harmonic reduction in a standalone/ utility grid synchronized photovoltaic system. *EEE/OSA/IAPR International Conference on Informatics, Electronics & Vision*, 2012, pp. 1168–1173. doi: 10.1109/ICIEV.2012.6317533.

References

1. Baskakov S.I. *Leksii po teorii tsepei* [Lectures on the theory of signals]. Moscow, MEI Publ., 1991, 224 p.
2. Chowdhury A.S.K., Abdur Razzak M. Single phase grid-connected photovoltaic inverter for residential application with maximum power point tracking. Proc. of Int. Conf. «Informatics, Electronics & Vision (ICIEV)», 2013, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICIEV.2013.6572648.
3. Govinthasamy N.R., Velevan R., Kumar Chinnaiyan V. Analysis and implementation of energy harvesting technique for PV system using multilevel inverter. *Green Computing Communication and Electrical Engineering (ICGCCEE)*, 2014, pp. 1–7. doi: 10.1109/ICGCCEE.2014.6922448.
4. Hingorani N.G., Gyugyi L. Understanding FACTS: Concepts and technology of flexible AC transmission systems. IEEE Press-Wiley, 2000, 428 p.
5. Kjaer S., Pedersen J., and Blaabjerg F. A review of single-phase grid-connected inverters for photovoltaic modules. Industry Applications. *IEEE Transactions*, 2005, vol. 41, no. 5, pp. 1292–1306. doi: 10.1109/TIA.2005.853371.
6. Koutroulis E., Chatzakis J., Kalaitzakis K., Voulgaris N.C. A bidirectional sinusoidal high frequency inverter design. *IEE Proc-Electr. Power Appl.*, 2001, vol. 148, no. 4, pp. 315–321. doi: 10.1049/ip-epa:20010351.
7. Kwang T.K., Masri S. Single phase grid tie inverter for photovoltaic application. Proc. IEEE Sustainable Utilization and Development in Engineering and Technology Conf., 2010, pp. 23–28. doi: 10.1109/STUDENT.2010.5686988.
8. Mohan N., Undeland T.M., Robbins W. Power electronics: Converters, applications, and design. John Wiley & Sons, Inc., 2006, 824 p.
9. Rajashekara K.S., Vithayathill J. Harmonics in the voltage source PWM inverters. *Int. J. Electronics*, 1981, vol. 50, no. 5, pp. 325–337.
10. Rashid M.H. Power electronics: circuits, devices and applications. New Delhi, Prentice-Hall of India Private Limited, 2007, 912 p.
11. Roshan A. A dq rotating frame controller for single phase full bridge inverters used in small distributed generation system. Faculty of Virginia Polytechnique institute and State University, 2006, 124 p.
12. Santiago-Gonzalez J.A., Cruz-Colon J., Otero-de-Leon R., Lopez-Santiago V., Ortiz-Rivera E.I. Three phase induction motor drive using flyback converter and PWM inverter fed from a single photovoltaic panel. Proc. *IEEE PES General Meeting*, 2011, pp. 1–6. doi: 10.1109/PES.2011.6039808.
13. Shahriar Muttalib A.Z.M., Ferdous S.M., Saleque A.M., Nawjif Md. Anamul Hasan. Design and simulation of an inverter with high frequency sinusoidal PWM switching technique for harmonic reduction in a standalone/ utility grid synchronized photovoltaic system. *EEE/OSA/IAPR International Conference on Informatics, Electronics & Vision*, 2012, pp. 1168–1173. doi: 10.1109/ICIEV.2012.6317533.

МАЛИНИН ГРИГОРИЙ ВЯЧЕСЛАВОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (malgrig6@mail.ru).

MALININ GRIGORIY – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Industrial Electronics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

БЕЛОВ ГЕННАДИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ – доктор технических наук, заведующий кафедрой промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (belovga_chuvsu@rambler.ru).

BELOV GENNADIY – Doctor of Technical Sciences, Head of Industrial Electronics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 621.313.13.013-837

ББК 3291.5

В.А. НЕСТЕРИН, А.А. СПИРИДОНОВ

К ВОПРОСУ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ МАГНИТОВ В БЕЗРЕДУКТОРНОМ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОМ УСИЛИТЕЛЕ РУЛЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ

Ключевые слова: вентильный электродвигатель, магнитный поток, индукция магнитного поля, редкоземельные постоянные магниты, соотношения размеров постоянного магнита.

Рассмотрены конструкции ротора вентильного электродвигателя с концентрацией магнитного потока и тангенциальным намагничиванием редкоземельных постоянных магнитов. На основе решения уравнений магнитного поля получены зависимости рабочего магнитного потока в функции от толщины магнитов в тангенциальном направлении. Из анализа этих зависимостей найдено оптимальное соотношение толщины магнита к полюсному делению, соответствующее максимальному значению рабочего магнитного потока. Даны рекомендации по выбору рационального соотношения размеров магнита, подтвержденные экспериментально.

V. NESTERIN, A. SPIRIDONOV

ON SELECTING OPTIMUM THICKNESS OF MAGNETS IN DIRECT-DRIVE ELECTROMECHANICAL POWER STEERING

Key words: brushless DC motor, magnetic flux, magnetic field induction, rare-earth permanent magnets, permanent magnet sizes ratios.

The paper considers the rotor designs of the valve electric motor with concentration of a magnetic flux and tangential magnetization of rare-earth permanent magnets. Based on the solution of the magnetic field equations, we received the dependences of the working magnetic flux in function from thickness of magnets in the tangential direction. The analysis of these dependences allowed to find the optimum ratio of a magnet thickness to polar division corresponding to the maximum value of a working magnetic flux. We worked out recommendations on selecting the rational ratio of magnet sizes, which were experimentally confirmed.

В системах рулевого управления современных легковых автомобилей имеет место тенденция перехода от гидравлических усилителей к электромеханическим усилителям рулевого управления. Переход на электромеханику обусловлен следующими факторами. Электромеханическая система более экономична, так как потребляет энергию и увеличивается расход топлива только во время работы усилителя, тогда как в гидроусилителе постоянно расходуется энергия на поддержание необходимого давления в системе. Электромеханические усилители рулевого управления (ЭУРУ) более надежны и обеспечивают высокий уровень экологии, тогда как гидравлическая система подвержена утечкам зачастую агрессивных жидкостей в трубопроводах и в местах их соединений. Следует также отметить, что электромеханика имеет гибкую систему управления и удобство ее настройки и диагностики. Таким образом, ЭУРУ предпочтительны, так как наилучшим образом соответствуют всем требованиям современных европейских стандартов. В связи с изложенным задачи проектирования и выбора оптимальных параметров ЭУРУ являются актуальными.

Среди электромеханических систем рулевого управления можно выделить два типа ЭУРУ, отличающихся устройством двигателей и наличием редуктора. Первый из них выполняется на базе высокоскоростных электродвигателей с механическим редуктором [3]. Второй тип ЭУРУ представляет собой систему на базе бесконтактного вентильного низкоскоростного высоко-

моментного электродвигателя прямого действия (безредукторная система) [4] и является предметом исследования данной статьи.

Принципиальная конструкция магнитной системы вентильного электродвигателя с редкоземельными (РЗМ) постоянными магнитами представлена на рис. 1, *a*.

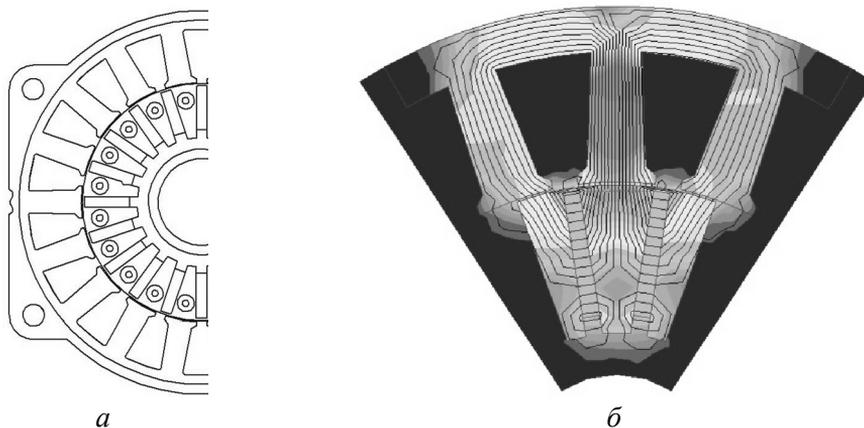


Рис. 1. Конструкция ВЭД с тангенциально намагниченными ПМ и расчетное распределение магнитного поля в сегменте магнитной системы:
a – поперечный разрез ВЭД; *б* – картина распределения магнитного поля

В этой системе каждый полюс ротора образуется двумя призматически постоянными магнитами (ПМ), намагниченными в тангенциальном направлении навстречу друг другу. Таким образом, имеет место концентрация магнитного поля в рабочем воздушном зазоре. Степень увеличения магнитной индукции в этом случае можно характеризовать коэффициентом концентрации магнитного потока (далее коэффициент концентрации):

$$k_{мп} = B_{\delta} / B_M, \quad (1)$$

где B_{δ} и B_M – магнитная индукция в воздушном зазоре и в ПМ, соответственно. Коэффициент концентрации приблизительно, без учета потока рассеивания и насыщения магнитной цепи, может быть представлен в виде:

$$k_{мп} = (r_2 - r_1) / b_{п} = (r_2 - r_1) / (\tau \cdot \alpha_p), \quad (2)$$

где r_2 и r_1 – радиусы ротора по наружной и внутренней поверхностям ПМ; $b_{п}$ – ширина полюса в воздушном зазоре; τ – полюсное деление; α_p – коэффициент полюсной дуги.

Учитывая высокие магнитные свойства РЗМ ПМ в рассматриваемой конструкции магнитной системы (рис. 1), можно прогнозировать достаточно высокий уровень индукции в воздушном зазоре:

$$B_{\delta} = k_{мп} \cdot B_M = (1,5 \div 2,5) \cdot B_M. \quad (3)$$

Для современных магнитотвердых материалов индукция в рабочем воздушном зазоре в двигателе с концентрацией магнитного потока может достигать 1,2 Тл. То есть B_{δ} при соответствующем выборе размеров магнитной цепи рис. 1, *a* может превзойти значение индукции в зазоре асинхронного двигателя. С учетом этого обстоятельства рассматриваемая нами конструкция вентильного электродвигателя (ВЭД) в составе усилителя прямого действия оказывается

конкурентоспособной по отношению к редукторным ЭУРУ с высокоскоростным ВЭД как по габаритным, так и по динамическим свойствам.

Практический интерес представляет получение в стопорном режиме максимального значения электромагнитного момента ВЭД в составе ЭУРУ прямого действия:

$$M_0 = m_1 C_E I_0 \Phi_m, \quad (4)$$

где m_1 – число фаз ВЭД; C_E – машинная постоянная [2]; I_0 – ток ВЭД в стопорном режиме; Φ_m – магнитный поток в рабочем зазоре ВЭД.

Как следует из формулы (4), наибольшее значение момента в стопорном режиме может быть получено при максимальном значении магнитного потока и заданном значении тока, которое определяется допустимым нагревом обмотки. Воздействовать на уровень магнитного потока возможно в рассматриваемом случае двумя способами: путем концентрации, как следует из рис. 1, а, а также путем выбора оптимальных соотношений толщины магнита и ширины полюса в пределах заданного полюсного деления.

С целью выбора оптимального соотношения толщины ПМ к полюсному делению исследуем характер распределения магнитного поля с помощью математической модели. Применим наиболее простую и доступную для аналогичных задач студенческую версию компьютерной программы ELCUT [5]. Эта программа позволяет рассчитать распределение магнитного поля в поперечном сечении электродвигателя с учетом реальных параметров магнитов и нелинейности магнитомягких материалов, обеспечивая достаточно достоверный сравнительный характер исследуемых зависимостей в относительных единицах.

Из рассмотрения и анализа картины распределения магнитных силовых линий в поперечном сечении магнитной цепи двигателя (рис. 1, б) можно выявить следующие особенности. Наибольшая концентрация магнитного поля имеет место в зубце статора, что ограничивает возможность увеличения магнитного потока в рабочем зазоре. Коэффициент концентрации (1), а следовательно, и значение магнитного потока в рабочем зазоре были рассчитаны с помощью программы ELCUT с учетом насыщения отдельных участков магнитной цепи.

Результаты этих расчетов для конкретного ВЭД системы УЭРУ прямого действия представлены на рис. 2 в относительных единицах в виде зависимостей магнитного потока Φ^* в функции $b^* = b_M/\tau$, где b_M – толщина постоянного магнита.

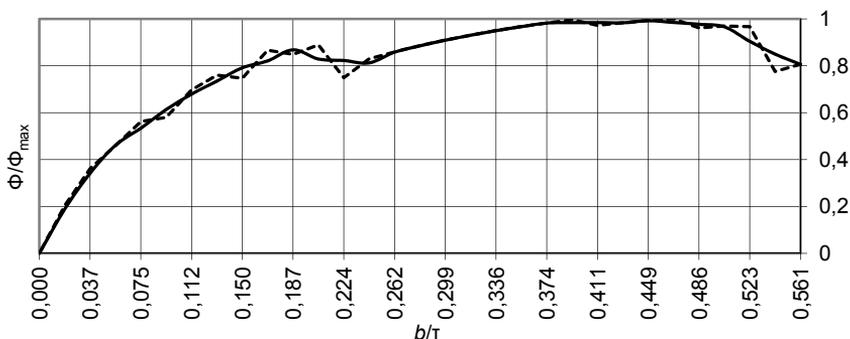


Рис. 2. Зависимость магнитного потока от соотношения толщины магнита к полюсному делению: штриховая линия – построенная по дискретным значениям потока; сплошная – усредненная

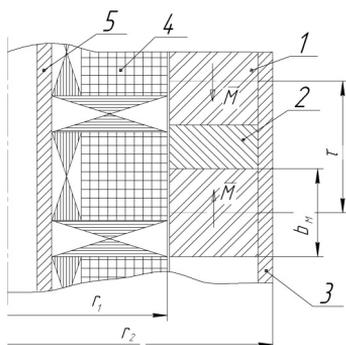


Рис. 3. Фрагмент системы линейного ВЭД:

- 1 – кольцевой постоянный магнит;
- 2 – магнитомягкий материал;
- 3 – труба подвижной части;
- 4 – кольцевая катушка обмотки;
- 5 – труба неподвижной части (статор)

Аналогично были проведены расчеты магнитного потока для линейного цилиндрического вентильного электродвигателя (ЛЦВЭД), фрагмент конструкции которого представлен на рис. 3. Здесь в пределах полюсного деления показаны кольцевые ПМ, чередующиеся с магнитомягкими кольцевыми магнитопроводами. Неподвижная часть (статор) состоит из внутренней трубы, на которой крепятся кольцевые шихтованные магнитопроводы, а между ними располагаются кольцевые катушки трехфазной обмотки статора. Необходимо отметить, что данная конструкция ЛЦВЭД является обращенной. Однако сущность рассматриваемых процессов и результаты их анализа - практически не отличаются друг от друга.

Результаты этих расчетов приведены на рис. 4 в виде зависимостей магнитного потока полюса в функции от относительной толщины магнита.

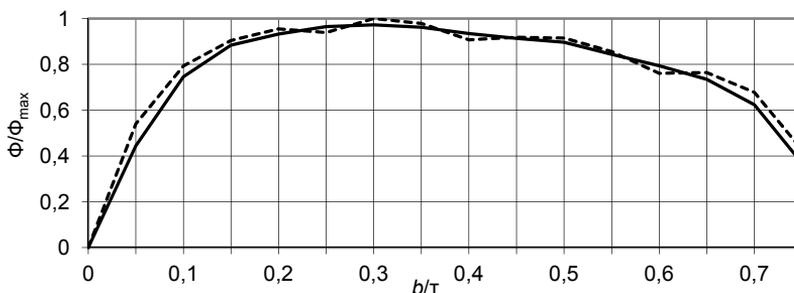


Рис. 4. Зависимость магнитного потока от соотношения толщины магнита к полюсному делению линейного ВЭД:

штриховая линия – построенная по дискретным значениям потока, сплошная – усредненная

Из рассмотрения рис. 2 и 4 следует, что для обеих конструкций двигателей (вращательного и поступательного движения) имеет место оптимальное соотношение размеров постоянных магнитов и магнитомягких вставок, при которых обеспечиваются максимальные значения рабочего магнитного потока и, соответственно, электромагнитного момента в стопорном режиме. Однако для конструкции с вращающимся ротором максимум потока имеет место при относительной толщине магнита $b_m^* \approx 0,4$, а для линейного электродвигателя аналогичное соотношение равно 0,3.

В обоих случаях исследованные зависимости (рис. 2 и 4) имеют достаточно пологий характер максимума, что позволяет на практике выбирать толщину магнита несколько меньшей оптимального значения без заметного снижения магнитного потока, но достижения дополнительного экономического эффекта.

Для подтверждения достоверности выполненных расчетов проведем сравнение полученных в статье результатов с экспериментальными данными, взяты-

ми из испытаний серийного образца ВЭД, который имеет следующие параметры: число полюсов $2p = 16$; число пазов статора $z_1 = 18$; число фаз $m = 3$; размеры постоянного магнита $3 \times 15 \times 64$ мм. По э.д.с., измеренной на частоте вращения $n = 60$ об./мин, магнитный поток в воздушном зазоре составил $\Phi_{m1} = 677$ мкВб. Аналогичное значение магнитного потока, рассчитанное в данной статье, составляет 625 мкВб. Таким образом, расхождение опытных и расчетных данных составляет 7,68%, что вполне приемлемо с учетом разброса параметров ПМ.

Полученные расчеты соотношений размеров ПМ также близки по своим значениям принятым в оптимизированной конструкции опытного образца ЛЦВЭД, описанного в работе [1].

Выводы. Приведенные в статье результаты исследования влияния геометрии ПМ на уровень рабочего магнитного потока в вентильных электродвигателях вращательного и поступательного движений с концентрацией магнитного потока позволяют сделать следующие выводы:

1. При изменении толщины магнита во вращающемся и линейном ВЭД имеет место максимум рабочего магнитного потока: во вращающемся $b_m^* \approx 0,4$; в линейном $b_m^* \approx 0,3$.

2. Учитывая пологий характер зависимостей $\Phi^*(b^*)$, экономически целесообразно выбирать на практике значения толщины магнита на 10–15% меньше расчетного, так как магнитный поток уменьшается незначительно (10%), а экономия материалов ПМ при этом может достигать 25% и более.

Литература

1. Артыкаева Э.М., Генин В.С., Нестерин В.А. Перспективы повышения энергоэффективности нефтедобывающих штанговых насосных установок // Электротехника. 2011. № 10. С. 2–7.
2. Овчинников И.Е. Вентильные электрические двигатели и привод на их основе. СПб.: Корона-Век, 2006. 336 с.
3. Электромеханический усилитель рулевого управления [Электронный ресурс]. URL: http://www.aviaagregat.com/index.php?option=com_content&view=article&id=90&Itemid=32.
4. Электромеханический усилитель руля автомобиля [Электронный ресурс]. URL: <http://bankpatentov.ru/node/402023>.
5. ELCUT студенческий [Электронный ресурс]. URL: http://elcut.ru/free_soft_r.htm.

References

1. Artykaeva E., Genin V., Nesterin V. *Perspektivy povysheniya energoeffektivnosti nefte dobyvayushchikh shtangovykh nasosnykh ustanovok* [Prospects for improving energy efficiency of oil-producing sucker rod pumping units]. *Elektrotehnika* [Electrotechnics], 2011, no. 10, pp. 2–7.
2. Ovchinnikov I.E. *Ventil'nye elektricheskie dvigateli i privod na ikh osnove* [Brushless DC electric motors and electric drive on their basis]. St. Petersburg, Korona-Vek Publ., 2006, 336 p.
3. *Elektromekhanicheskii usilitel' rulevogo upravleniya* [Electromechanical power steering]. Available at: http://www.aviaagregat.com/index.php?option=com_content&view=article&id=90&Itemid=32.
4. *Elektromekhanicheskii usilitel' rulya avtomobilya* [Electromechanical power steering for cars]. Available at: <http://bankpatentov.ru/node/402023>.
5. *ELCUT studencheskii* [ELCUT for student]. Available at: http://elcut.ru/free_soft_r.htm.

НЕСТЕРИН ВАЛЕРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

NESTERIN VALERIY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electromechanics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

СПИРИДОНОВ АЛЕКСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ – аспирант кафедры электромеханики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (aleksey017@rambler.ru).

SPIRIDONOV ALEKSEY – Post-Graduated Student, Electromechanics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 62-83: 621.314.632
ББК 3291.074:3852.3

Г. П. ОХОТКИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТОКА НА MULTISIM

Ключевые слова: система автоматического регулирования (САР), релейная система, структурная схема, моделирование.

Разработаны модели структурных схем релейных САР тока на Multisim при симметричной и диагональной коммутациях ключей мостовой схемы вентильного преобразователя. Для доказательства достоверности моделей осуществляется аналитический расчет процессов на LabVIEW. В ходе моделирования на Multisim установлено, что релейная САР тока при диагональной коммутации с переключением верхних транзисторов мостовой схемы вентильного преобразователя имеет зону нечувствительности, вызывающую фазовые искажения в токе якоря.

G. OKHOTKIN

MULTISIM SIMULATION OF BLOCK DIAGRAMS OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL RELAY SYSTEMS

Key words: automatic control system, relay system, block diagram, simulation.

Using Multisim, we created models of block diagrams of the automatic current control relay systems with symmetric and diagonal switching of a valve inverter bridge keys. To prove the validity of the models, we made a LabVIEW analytical calculation of the processes. The Multisim simulation established that the automatic current control relay system with diagonal switching showed the availability of a deadband following switching of the top transistors of the valve inverter bridge circuit, which causes phase distortion in the armature current.

Система автоматического регулирования тока находит широкое применение в регулируемых электроприводах переменного и постоянного тока. Высокодинамичные регулируемые электроприводы (РЭП) постоянного тока строятся на полупроводниковых преобразователях электроэнергии, силовая схема которых выполнена на четырех транзисторах с обратными диодами по так называемой мостовой схеме, а схема управления – по системе подчиненного регулирования координат с внутренним контуром тока и внешним контуром скорости.

Благодаря простоте и надежности релейные способы регулирования получили широкое применение в САР тока. Структурная схема релейной САР тока состоит из релейного регулятора тока (РРТ), логического устройства (ЛУ), силовой схемы полупроводникового преобразователя электроэнергии – вентильного преобразователя (ВП), якорной цепи двигателя постоянного тока (ДПТ) и датчика тока (ДТ).

Дискретность и нелинейность ВП наиболее ярко проявляются в контуре тока. Динамические свойства САР тока определяют динамические показатели электропривода в целом, поэтому синтез САР тока на предельное быстродействие является актуальной задачей при проектировании высокодинамичных РЭП.

В ходе синтеза поэтапно решается несколько важных задач. На первом этапе осуществляется структурный синтез релейных регуляторов тока. Задача структурного синтеза релейных регуляторов тока заключается в минимизации числа релейных элементов и определении их статических характеристик, обеспечивающих высокую точность отработки тока якоря. В литературе [1–3] разработана методика структурного синтеза релейных регуляторов САР тока при симметричной и диагональной коммутациях транзисторов ВП.

Проверка достоверности полученных в ходе синтеза результатов проще осуществить с использованием средств и методов вычислительной техники. В настоящее время машинные методы проектирования характеризуются наличием множества универсальных программных систем, обладающих богатым набором библиотек элементов, способствующих значительному повышению эффективности проектирования. Одной из таких программ является программа схемотехнического моделирования Multisim (Electronics Workbench), отличающаяся простым и легко осваиваемым пользовательским интерфейсом. Система моделирования Multisim имитирует реальное рабочее место исследователя – лабораторию, оборудованную измерительными приборами, работающими в реальном масштабе времени.

В литературе вопросы моделирования структурных схем релейных САР тока на Multisim освещены недостаточно полно, поэтому данная задача является актуальной.

Целью данной работы являются разработка моделей структурных схем релейных САР тока на Multisim и оценка достоверности полученных в ходе синтеза релейных регуляторов САР тока при симметричной и диагональной коммутациях транзисторов ВП.

В ходе проведенного в [1-3] синтеза получены статические характеристики релейных регуляторов САР тока при симметричной и диагональной коммутациях транзисторов ВП. Релейный регулятор тока служит для определения моментов отпирания и запираания транзисторов моста. Для этого он содержит релейные элементы (РЭ), переключающиеся при достижении ошибки регулирования пороговых значений. При равенстве рассогласования и пороговых значений переключающиеся релейные элементы фиксируют моменты отпирания и запираания транзисторов.

Учитывая дискретный характер формирования выходного напряжения вентильным преобразователем, статические характеристики релейного регулятора тока и ВП можно объединить в одну характеристику и представить структуру релейной САР тока в виде (рис. 1, а).

В схеме (рис. 1, а) приняты следующие обозначения: $U_{зт}$ – сигнал задания тока; $u_{от}$ – сигнал обратной связи, снимаемый с датчика тока; ε – ошибка регулирования (рассогласование); РЭ – релейный элемент; $u_{я}$ – напряжение якоря ДПТ; $W_o(p)$ – передаточная функция якорной цепи ДПТ; $i_{я}$ – ток якоря ДПТ; $K_{от}$ – коэффициент передачи обратной связи по току. Якорная цепь ДПТ описывается передаточной функцией вида

$$W_o(p) = \frac{1/R_{я}}{T_{я}p + 1}, \quad (1)$$

где $T_{я} = L_{я}/R_{я}$ – постоянная времени якорной цепи ДПТ; $L_{я}$ – индуктивность якорной цепи электродвигателя; $R_{я}$ – активное сопротивление якорной цепи двигателя постоянного тока.

При симметричном законе коммутации ключей выходное напряжение ВП принимает два значения $u_{я}(t) = \{U_{вх}, -U_{вх}\}$. Поэтому статическая характеристика релейного элемента САР тока (рис. 1, а) приобретает вид, представленный на рис. 1, б. Характеристика РЭ с гистерезисом имеет два пороговых значения $\pm \Delta U$ и два выходных значения $\pm U_{рз}$. Отношение пороговых значений срабатывания и отпирания $\lambda = -\Delta U/\Delta U$ называется коэффициентом возврата. Значения $\lambda = -1$ и $\Delta U > 0$ соответствуют положительному гистерезису. Так, при симмет-

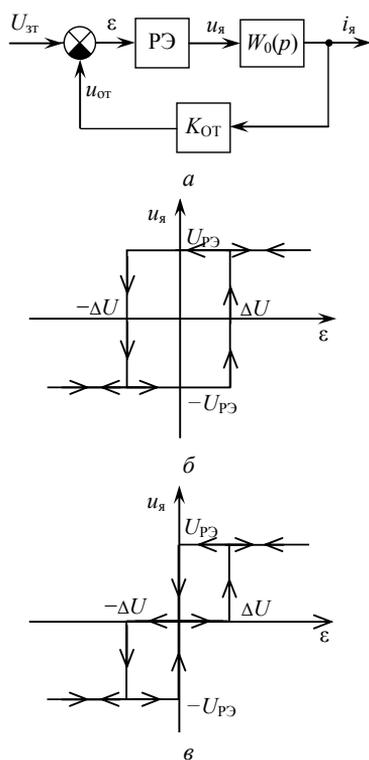


Рис. 1. Структурная схема САР тока и релейные характеристики регуляторов тока: а – структурная схема релейной САР тока; б – статическая характеристика релейного регулятора тока при симметричной коммутации ключей ВП; в – статическая характеристика релейного регулятора тока при диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП

вляет сумматор A . Для этого на его первый вход подается сигнал задания тока $U_{ст}$, а на второй вход – сигнал обратной связи $U_{от}$. Для формирования сигнала задания тока $U_{ст}$ и контроля переменных к схеме подключены функциональный генератор XFG1 и двухканальный осциллограф XSC1.

Пороги переключения компаратора DA1 и, следовательно, РЭ определяются из соотношения

$$\pm \Delta U = \pm \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{п}, \quad (2)$$

где $U_{п}$ – значение питающего напряжения компаратора DA1. Компаратор DA1 питается от двуполярного источника питания.

Задав $U_{п} = 12$ В, $R_1 = 5$ кОм, $\Delta U = 2$ В, получаем $R_2 = 25$ кОм.

Виртуальный компаратор DA2, инвертируя фазу выходного сигнала DA1, формирует статическую характеристику, приведенную на рис. 1, б. Для обеспечения заданных значений выходного напряжения ВП принимаем $U_{рз} = U_{вх} = 60$ В, а компаратор DA2 подключаем к двуполярному источнику питания ± 60 В.

ричной коммутации ключей ВП характеристика РЭ САР тока симметричная с положительным гистерезисом и без зоны нечувствительности.

При диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП формирует три значения выходного напряжения $u_{я}(t) = \{0, U_{вх}, -U_{вх}\}$. В этом случае характеристика РЭ имеет несимметричный вид (рис. 1, в) с положительным гистерезисом и без зоны нечувствительности. Несимметричность характеристики РЭ обусловлена нулевым значением порога отпускания. В результате этого верхняя часть симметричной характеристики с гистерезисом (рис. 1, б) сдвигается вправо, а нижняя часть – влево на величину, равную значению порога срабатывания $U_{см} = \Delta U$.

Вначале разработаем модель структурной схемы релейной САР тока при симметричном законе коммутации ключей ВП. Разработанная модель структурной схемы релейной САР тока на Multisim представлена на рис. 2. Статическая характеристика РЭ, приведенная на рис. 1, б, реализована на виртуальных компараторах DA1 и DA2, передаточная функция (1) – на виртуальном операционном усилителе DA3, а коэффициент передачи обратной связи по току $K_{от}$ – на DA4. Замыкание системы с единичным коэффициентом передачи осуществ-

Инерционное звено, реализованное на операционном усилителе DA3, описывается передаточной функцией

$$W(p) = \frac{R_4/R_3}{R_4 Cp + 1}. \quad (3)$$

Из сравнения передаточных функций (1) и (3) устанавливаем, что $T_я = R_4 C$ и $R_4/R_3 = 1/R_я$. Отсюда получаем

$$R_4 = R_3/R_я, \quad C = T_я/R_4 = L_я/R_3. \quad (4)$$

Задав $R_3 = 3 \text{ кОм}$, $R_я = 0,2 \text{ Ом}$, $L_я = 0,33 \text{ мГн}$, получаем $R_4 = 15 \text{ кОм}$, $C = 0,11 \text{ мкФ}$.

Принимаем коэффициент передачи обратной связи по току равным значению $K_{от} = U_{от}/i_я = R_5/R_6 = 0,5$.

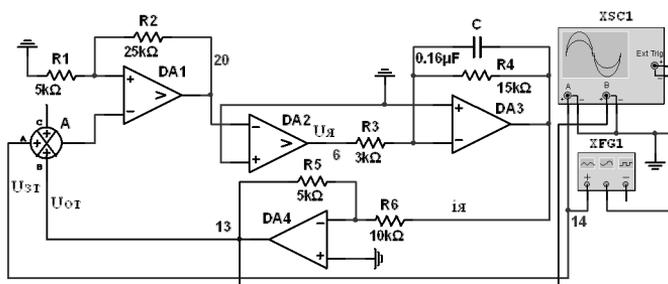


Рис. 2. Модель структурной схемы релейной САР тока при симметричной коммутации ключей ВП

Скорость нарастания выходного сигнала, т.е. параметр SR (Slew rate), виртуальных компараторов DA1 и DA2 определяет точность расчета модели САР тока (рис. 2). Рекомендуется установить параметр $SR \geq 15 \text{ MV/S}$. Для контроля частоты переключения релейного элемента определяем времена нарастания и спада тока ДПТ. Для этого сначала ищем решение дифференциального уравнения

$$L_я \frac{di_я(t)}{dt} + R_я i_я(t) + E_я = u_я(t), \quad u_я(t) = \begin{cases} U_{вх}, & \forall t \in (t_0, t_1], \\ -U_{вх}, & \forall t \in (t_1, t_2], \end{cases} \quad (5)$$

описывающего поведение силовой части САР тока, которое представим в виде

$$i_я(t) = \left(i_я(t_0) - \frac{U_{вх} - E_я}{R_я} \right) e^{-\frac{R_я}{L_я}(t-t_0)} + \frac{U_{вх} - E_я}{R_я}, \quad \forall t \in (t_0, t_1],$$

$$i_я(t) = \left(i_я(t_1) + \frac{U_{вх} + E_я}{R_я} \right) e^{-\frac{R_я}{L_я}(t-t_1)} - \frac{U_{вх} + E_я}{R_я}, \quad \forall t \in (t_1, t_2]. \quad (6)$$

Затем при $i_я(t_1) = (U_{зт} + \Delta U)/K_{от}$ и $i_я(t_2) = (U_{зт} - \Delta U)/K_{от}$, прологарифмировав решения (6), получаем соотношения для определения интервалов нарастания и спада тока якоря в виде

$$t_1 = t_0 + \frac{L_я}{R_я} \ln \frac{i_я(t_0) - (U_я - E_я)/R_я}{(U_{зт} + \Delta U)/K_{от} - (U_я - E_я)/R_я},$$

$$t_2 = t_1 + \frac{L_я}{R_я} \ln \frac{(U_{зт} + \Delta U)/K_{от} + (U_я + E_я)/R_я}{(U_{зт} - \Delta U)/K_{от} + (U_я + E_я)/R_я}. \quad (7)$$

Для оценки частоты переключения РЭ и значений токов якоря ДПТ по уравнениям (6) и (7) можно составить программу в виде калькулятора на

LabVIEW. В ходе моделирования установлено, что частота переключения РЭ САР тока (рис. 2) на 43% выше расчетной, проведенной на калькуляторе LabVIEW. Разница в результатах расчета объясняется тем, что работа модели САР тока (рис. 2) принципиально отличается от работы программы калькулятора. Принципиальным условием работы модели САР тока является переключение РЭ, когда рассогласование ε превышает пороговые значения. Формула (7), реализованная в программе калькулятора, получена из условия равенства рассогласования и пороговых значений. Аналитический расчет интервалов нарастания t_1 и спада t_2 тока якоря по формулам (7) обеспечивает абсолютную точность расчета. Шаг расчета процессов в MULTISIM имеет хотя и малое, но конечное значение. Это приводит к появлению ошибок при определении интервалов нарастания и спада тока якоря. Кроме того, используемые в Multisim методы расчета процессов, некорректные параметры моделей электронных компонентов и некоторые специфические особенности программы приводят к различным погрешностям вычислений. Исходя из вышесказанного следует, что аналитический расчет, обеспечивающий абсолютную точность, позволяет формировать в системе идеальные процессы, к которым необходимо стремиться. Поэтому путем подстраивания параметров модели САР тока (рис. 2) добиваемся обеспечения в ней процессов, близких к идеальным.

При увеличении постоянной времени инерционного звена ДАЗ частота переключения РЭ падает, и при значении $T_{я} = 2,4$ мс ($C = 0,16$ мкФ) она практически совпадает с расчетной. На этом настройка параметров модели считается завершенной, и достоверная модель САР тока может быть использована в различных исследованиях.

На рис. 3 представлены временные диаграммы отработки тока моделью САР тока при различных задающих воздействиях $U_{зт}$. На рис. 3, а показан процесс отслеживания выходным сигналом САР тока $u_{от}$ за прямоугольным задающим воздействием, а на рис. 3, б – за синусоидальным задающим воздействием. На диаграммах сигнал задания тока $U_{зт} = 6$ В изменяется с частотой $f_{зт} = 100$ Гц. Период работы РЭ составляет $T = 1,34,48$ мкс ($f = 7436$ Гц), пульсации сигнала обратной связи – $\Delta U_{от} = 4,053$ В.

Теперь разработаем модель структурной схемы релейной САР тока при диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП. Модель структурной схемы САР тока на Multisim представлена на рис. 4. Статическая характеристика РЭ (рис. 1, в) реализована на виртуальных компараторах DA1 – DA4 и сумматоре A2. Якорная цепь ДПТ, описываемая передаточной функцией (1), собрана на виртуальном операционном усилителе DA5, а безынерционное звено $K_{от}$ – на DA6. Сумматор A1 служит для замыкания системы, а генератор XFG1 и осциллограф XSC1 – для формирования задающего воздействия и контроля переменных в схеме.

Пороги срабатывания компараторов DA1 и DA2 определяются из соотношений

$$\Delta U_1 = U_{см1} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{п}, \quad \Delta U_2 = U_{см2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} U_{п}. \quad (8)$$

где $U_{п}$ – значение питающего напряжения компараторов; $U_{см1}$, $U_{см2}$ – напряжения смещений компараторов. Питание компараторов производится от двухполярного источника питания.

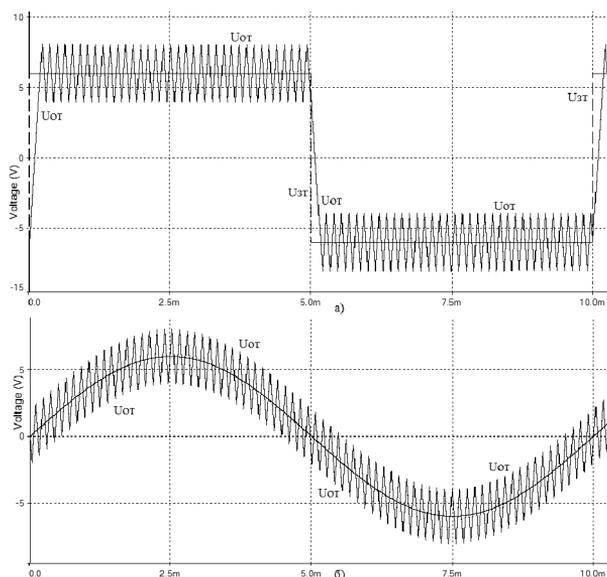


Рис. 3. Временные диаграммы работы модели САР тока при симметричной коммутации ключей ВП

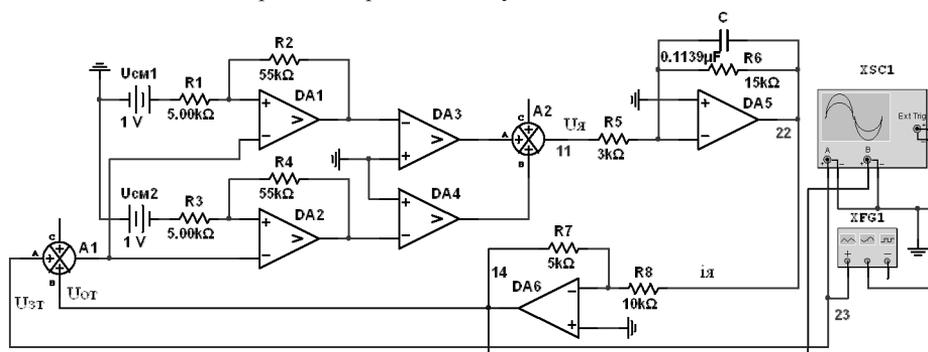


Рис. 4. Модель структурной схемы релейной САР тока при диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП

Задав $U_{\text{п}} = 12 \text{ В}$, $R_1 = 5 \text{ кОм}$, $\Delta U_{\text{п}} = 1 \text{ В}$, $U_{\text{см}1} = 1 \text{ В}$, получим $R_2 = 55 \text{ кОм}$. Аналогично находим значения номиналов резисторов для компаратора DA2.

Компараторы DA3 и DA4, предварительно инвертируя фазы выходных сигналов DA1 и DA2, выпрямляют их, формируя положительные и отрицательные участки релейной характеристики (рис. 1, в). Для этого компараторы DA3 и DA4 питаются однополярным напряжением, первый положительной, а второй отрицательной полярности. Значения питающих напряжений равны $+60 \text{ В}$ и -60 В . В результате этого на выходе сумматора A2 формируются три значения выходного напряжения, как и в вентильном преобразователе 0 , $+60 \text{ В}$ и -60 В .

Параметры инерционного звена DA5 и усилителя обратной связи DA6 соответствуют параметрам схемы, приведенной на рис. 2.

В установившемся режиме работы САР тока ВП формирует два значения напряжения, например, $u_{\text{я}}(t) = \{0, U_{\text{вх}}\}$. Ток якоря ДПТ на интервалах действия этих напряжений определяется выражениями

$$i_{\text{я}}(t) = \left(i_{\text{я}}(t_0) - \frac{U_{\text{вх}} - E_{\text{я}}}{R_{\text{я}}} \right) e^{-\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}}(t-t_0)} + \frac{U_{\text{вх}} - E_{\text{я}}}{R_{\text{я}}}, \quad \forall t \in (t_0, t_1],$$

$$i_{\text{я}}(t) = \left(i_{\text{я}}(t_1) + \frac{E_{\text{я}}}{R_{\text{я}}} \right) e^{-\frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}}(t-t_1)} - \frac{E_{\text{я}}}{R_{\text{я}}}, \quad \forall t \in (t_1, t_2]. \quad (9)$$

При $i_{\text{я}}(t_1) = U_{\text{зт}}/K_{\text{от}}$ и $i_{\text{я}}(t_2) = (U_{\text{зт}} - \Delta U)/K_{\text{от}}$ из (9) получаем соотношения для определения интервалов нарастания и спада тока якоря в виде

$$t_1 = t_0 + \frac{L_{\text{я}}}{R_{\text{я}}} \ln \frac{i_{\text{я}}(t_0) - (U_{\text{я}} - E_{\text{я}})/R_{\text{я}}}{U_{\text{зт}}/K_{\text{от}} - (U_{\text{я}} - E_{\text{я}})/R_{\text{я}}},$$

$$t_2 = t_1 + \frac{L_{\text{я}}}{R_{\text{я}}} \ln \frac{U_{\text{зт}}/K_{\text{от}} + E_{\text{я}}/R_{\text{я}}}{(U_{\text{зт}} - \Delta U)/K_{\text{от}} + E_{\text{я}}/R_{\text{я}}}. \quad (10)$$

По уравнениям (9) и (10) для оценки частоты переключения РЭ и значений токов составлена программа, т.е. калькулятор на LabVIEW. При $C = 0,1139$ мкФ частота переключения РЭ САР тока совпадает с расчетной, выполненной на калькуляторе.

Процесс отработки тока моделью релейной САР тока представлен на рис. 5. Прямоугольное (рис. 5, а) и синусоидальное (рис. 5, б) задающие воздействия $U_{\text{зт}} = 6$ В изменяются в соответствии с частотой $f_{\text{зт}} = 100$ Гц. Частота переключения РЭ равна $f = 1392$ Гц ($T = 718,1634$ мкс), а пульсации сигнала обратной связи $-\Delta U_{\text{от}} = 2,0385$ В.

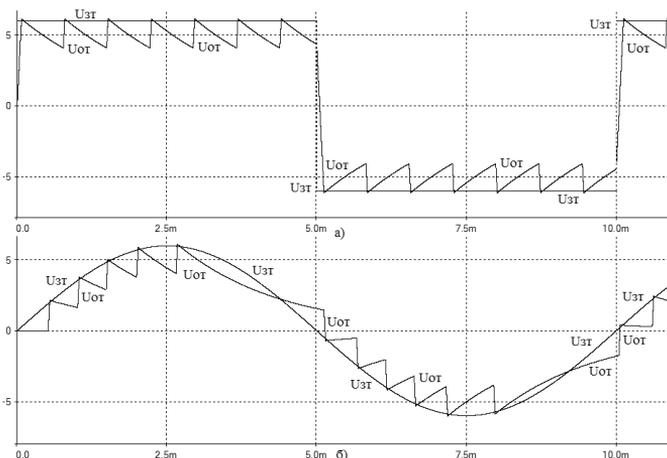


Рис. 5. Временные диаграммы работы модели САР тока при диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП

Анализ временных диаграмм (рис. 5) показывает, что САР тока имеет зону нечувствительности, величина которой равна $|U_{\text{зт}}| \leq \Delta U$. Пока сигнал $U_{\text{зт}}$ не превысит порога ΔU , САР тока не включится. В результате этого на участке возрастания задающего воздействия $dU_{\text{зт}}/dt > 0$ (рис. 5, б) появляется задержка включения, вызывающая фазовые искажения в токе якоря. Скорость изменения задающего воздействия влияет на величину задержки включения, т.е. чем больше $dU_{\text{зт}}/dt$, тем меньше задержка включения. На возрастающем участке задающего воздействия ток якоря и, следовательно, сигнал $u_{\text{от}}$ пульсируют между $U_{\text{зт}}$ и нижним порогом включения РЭ $U_{\text{зт}} - \Delta U$.

На спадающем участке задающего воздействия $dU_{\text{зт}} / dt < 0$ (рис. 5, б) ток якоря медленно спадает в короткозамкнутой цепи якоря. При больших скоростях спада $U_{\text{зт}}$ сигнал $u_{\text{от}}$ может быть больше задающего воздействия $u_{\text{от}} > U_{\text{зт}}$. В этом случае, когда сигнал обратной связи достигнет верхнего порога $u_{\text{от}} = U_{\text{зт}} + \Delta U$, РЭ переключается и к якорной цепи ДПТ прикладывается питающее напряжение отрицательной полярности. Под действием $-U_{\text{вх}}$ ток в якорной цепи быстро спадает до нуля.

При диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП наблюдаются значительно меньшие пульсации тока якоря, чем при симметричной коммутации. При этом и частота пульсирующего тока якоря значительно меньше. Это улучшает энергетические показатели САР тока.

Выводы. 1. В работе разработаны модели структурных схем релейных САР тока на Multisim при симметричной и диагональной коммутациях с переключением одного ключа мостовой схемы вентильного преобразователя.

2. Достоверность разработанных моделей подтверждается совпадением результатов расчета, полученных в ходе моделирования на Multisim, с аналитическим расчетом, выполненным на разработанной в LabVIEW программе, представленной в виде калькулятора.

Литература

1. Охоткин Г.П. Разработка методики синтеза релейных регуляторов САР тока при симметричной и диагональной коммутациях транзисторов ВП // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 66–74.

2. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Синтез релейных регуляторов САР тока с симметричным законом коммутации ключей мостового преобразователя // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы X Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 187–194.

3. Охоткин Г.П. Способ регулирования тока якоря с высокими динамическими показателями // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы IX Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2011. С. 129–136.

References

1. Okhotkin G.P. *Razrabotka metodiki sinteza releinykh regulyatorov SAR toka pri simmetrichnoi i diagonal'noi kommutatsiyakh tranzistorov VP* [Developing techniques for synthesizing relay regulators of automatic current control systems with symmetric and diagonal switching of valve inverter transistors]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 66–74.

2. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Sintez releinykh regulyatorov SAR toka s simmetrichnym zakonom kommutatsii klyuchej mostovogo preobrazovatelya* [Synthesis of automatic current control systems relay regulators with symmetric switching of valve inverter bridge keys]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy X Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 10th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2013, pp. 187–194.

3. Okhotkin G.P. *Sposob regulirovaniya toka yakorya s vysokimi dinamicheskimi pokazatelyami* [Method of controlling current in high dynamics armature]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy IX Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 9th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»] Cheboksary, Chuvash University Publ., 2011, pp. 129–136.

ОХОТКИН ГРИГОРИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор, декан факультета радиоэлектроники и автоматики, заведующий кафедрой автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elius@list.ru).

OKHOTKIN GRIGORY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Radioelectronics and Automatics, Head of Department of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 62-83: 621.314.632
ББК 3291.074:3852.3

Г. П. ОХОТКИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТОКА НА MULTISIM ПРИ СИММЕТРИЧНОЙ И ДИАГОНАЛЬНОЙ КОММУТАЦИЯХ КЛЮЧЕЙ МОСТОВОЙ СХЕМЫ ВЕНТИЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Ключевые слова: моделирование, релейная система автоматического регулирования (САР) тока, законы коммутации транзисторных ключей, вентильный преобразователь (ВП).

Проведен структурный синтез силовой схемы полупроводникового преобразователя электроэнергии, установлены основные принципы построения мостовой схемы ВП, схемы драйверов и датчика тока как с гальванической развязкой, так и без гальванической развязки цепей управления и силовой схемы преобразователя. Разработаны модели релейных САР тока при симметричной и диагональной коммутациях ключей мостовой схемы ВП на Multisim. Моделирование на Multisim подтверждает достоверность полученных в ходе структурного синтеза результатов.

G. OKHOTKIN

MULTISIM SIMULATION OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL RELAY SYSTEMS WITH SYMMETRIC AND DIAGONAL SWITCHING OF VALVE INVERTER BRIDGE KEYS

Key words: simulation, automatic current control relay system, transistor keys switching laws, valve inverter.

The paper presents a structural synthesis of a semiconductor converter power circuit, the basic principles of construction of the valve inverter bridge circuit, the drivers and the current sensor connection diagrams both with galvanic isolation and without isolation of control circuits and the power converter circuit. By means of Multisim, there were developed models of the automatic current control relay systems with symmetric and diagonal switching of the valve inverter bridge keys. Multisim simulation confirmed the validity of the structural synthesis results.

Релейное регулирование находит широкое применение в системах автоматического регулирования (САР) тока, используемых в качестве внутреннего контура регулирования в высокочастотных регулируемых электроприводах (РЭП). Обеспечение предельного быстродействия РЭП является важной задачей при управлении подвижными высокоманевренными объектами.

Синтез на предельное быстродействие является сложной задачей, состоящей из нескольких этапов. В [1–9] разработана методика структурного синтеза релейных САР тока, состоящая из этапа разработки математической модели законов коммутации ключей мостовой схемы вентильного преобразователя (ВП) [1–3], структурного синтеза релейных регуляторов тока [4–6] и структурного синтеза логических устройств [7–9], формирующих импульсы управления транзисторами ВП.

После проведенного трехэтапного структурного синтеза САР тока появляется математическая модель, внешний вид которой имеет сходство с принципиальной электрической схемой и интуитивно понятен разработчику электронных схем. Существует множество пакетов программ для описания электронных схем. Единственным в мире интерактивным эмулятором схем является Multisim – программный комплекс для описания и тестирования схем за минимальное время. Представленные в Multisim схемы помогут разработчику спастись от ошибок синтаксического характера и сэкономят время при проектировании.

Для проверки достоверности полученных в ходе синтеза на третьем этапе результатов осуществляется моделирование релейных САР тока на Multisim. Эти вопросы в доступной литературе освещены недостаточно полно, поэтому данная задача является актуальной.

Целью представленной работы являются разработка на *Multisim* моделей релейных САР тока при симметричной и диагональной коммутациях ключей мостовой схемы вентильного преобразователя и оценка достоверности полученных в ходе синтеза результатов.

Структурная схема релейной САР тока состоит из релейного регулятора тока (РРТ), логического устройства (ЛУ), вентильного преобразователя (ВП), якорной цепи двигателя постоянного тока (ДПТ) и датчика тока (ДТ). В ходе структурного синтеза в [1-9] получены математические модели законов коммутации ключей ВП, статические характеристики релейных регуляторов тока и схемы логических устройств. Для моделирования релейной САР тока на Multisim требуется также выполнить структурный синтез силовой схемы полупроводникового преобразователя электроэнергии (ППЭ), состоящей из схемы вентильного преобразователя, якорной цепи ДПТ и датчика тока.

Однофазная мостовая схема вентильного преобразователя, выполненная на четырех транзисторах $VT1-VT4$, шунтированных обратными диодами $VD1-VD4$, состоит из двух стоек (рис. 1). Первая стойка образована схемой, последовательно соединенных транзисторов $VT1$ и $VT3$ по отношению к источнику питания $U_{вх}$, а вторая – транзисторами $VT2$ и $VT4$. Питание мостовой схемы ВП осуществляется от источника постоянного напряжения $U_{вх}$. В диагональ моста, образованного транзисторными ключами, включен якорь двигателя постоянного тока.

Модель схемы ВП будет реализована на виртуальных полупроводниковых приборах, представленных идеальными ключами, соединенных в мостовую схему. При подаче на входы виртуальных транзисторов сигналов единичного уровня ($U_{бэ} = 1$) происходит их отпирание, а при $U_{бэ} = 0$ – запираение. Управляющие импульсы подаются на базы транзисторов относительно эмиттеров. В мостовой схеме ВП эмиттеры транзисторов имеют разные потенциалы, а импульсы управления, формируемые в схеме управления, привязаны к общей точке схемы управления. Поэтому для согласования потенциалов эмиттеров транзисторов моста с общей точкой схемы управления САР тока требуется специальная схема управления транзисторными ключами, так называемая схема драйверов.

Якорная цепь ДПТ в модели силовой схемы ППЭ может быть представлена инерционным звеном ($L_{я} - R_{я}$ – активно-индуктивной нагрузкой) с противо-ЭДС $E_{я}$.

Датчик тока, преобразующий информацию о токе якоря $i_{я}$ ДПТ в сигнал обратной связи $u_{от}$, необходим для формирования замкнутого контура регулирования тока. Следовательно, сигнал $u_{от}$ формируется относительно общей точки системы управления САР тока. Для формирования напряжения, пропорционального току якоря, можно в якорную цепь двигателя включить шунт. При этом для согласования потенциалов шунта и схемы управления должна быть предусмотрена гальваническая развязка цепей управления и якоря ДПТ. Для увеличения чувствительности датчика тока и сглаживания высокочастотных помех, связанных с работой транзисторных ключей моста, сигнал, снимаемый с шунта, усиливается и фильтруется. Датчики тока с галь-

ванической развязкой могут быть выполнены также на основе элементов Холла и высокочастотных трансформаторов постоянного тока.

Схемы САР тока могут быть выполнены как с гальванической развязкой, так и без гальванической развязки цепей управления и силовой схемы ППЭ. При небольших мощностях находят широкое применение схемы САР тока без гальванической развязки цепей управления и силовой схемы ППЭ. При этом датчики тока могут быть выполнены как с гальванической развязкой, так и без гальванической развязки. Гальванически развязанный датчик тока требуется, например, при диагональной коммутации с поочередным переключением ключей ВП.

В маломощных системах схема ВП может быть построена на транзисторах как прямой ($p-n-p$), так и обратной ($n-p-n$) проводимостей. Схема драйвера значительно упрощается, когда верхние транзисторы моста $VT1$ и $VT2$ (рис. 1, а) типа $p-n-p$, а нижние транзисторы $VT3$ и $VT4$ – типа $n-p-n$ и зажим «минус» источника питания $U_{вх}$ является общей точкой как силовой схемы ППЭ, так и схемы управления. Для управления верхними транзисторами моста относительно общей точки в схему управления введены транзисторы обратной проводимости $VT11$ и $VT22$ с номинальным напряжением коллектор-эмиттер, равным напряжению питания моста ВП, $U_{кэ} = U_{вх}$. При этом отпирание верхних транзисторов моста $VT1$ и $VT2$ осуществляется от источника питания $U_{вх}$. Для отпирания нижних транзисторов моста $VT3$ и $VT4$ используется источник питания системы управления САР тока.

Для формирования сигнала обратной связи, пропорционального току якоря $i_{я}$ ДПТ, шунты $R_{ш1}$ и $R_{ш2}$ включены в стойки моста. При этом на шунтах формируются сигналы $u_{ш1}$ и $u_{ш2}$ на различных интервалах времени, соответствующих различным режимам работы ВП:

$$u_{ш1} = R_{ш1}i_{я1}, \quad u_{ш2} = R_{ш2}i_{я2}, \quad (1)$$

где $R_{ш1}$ и $R_{ш2}$ – сопротивления первого и второго шунтов; $i_{я1}$ и $i_{я2}$ – токи нагрузки ВП, протекающие через шунты в различных режимах работы ВП.

В зависимости от режима работы ВП ток якоря на рассматриваемом интервале времени может протекать либо через один шунт, либо одновременно через два шунта. Ток якоря протекает только через один шунт в рассматриваемом интервале времени при симметричном законе коммутации ключей ВП, т.е. когда транзисторные ключи, находящиеся в различных диагоналях, переключаются в противофазе. При этом возникают следующие режимы работы ВП: режим два «Вперед» (Р2В) при открытых двух транзисторах $VT1$ и $VT4$; режим ноль «Вперед» (Р0ДВ) при открытых диодах $VD2$ и $VD3$; режим два «Назад» (Р2Н) при открытых $VT2$ и $VT3$; режим ноль «Назад» (Р0ДН) при открытых диодах $VD1$ и $VD4$. В режимах Р2В и Р0ДН ток якоря протекает через шунт $R_{ш2}$, а в режимах Р2Н и Р0ДВ – через шунт $R_{ш1}$. Учитывая это и полярности сигналов на шунтах, сигнал, пропорциональный току нагрузки ВП, формируется в виде:

$$u_{дт} = K_y (K_A u_{ш2} - K_B u_{ш1}) = K_{дт} (i_{я2} - i_{я1}), \quad (2)$$

где K_y , K_A , K_B – коэффициенты усиления сумматора и каналов A и B ; $K_{дт} = K_y K R_{ш}$ – коэффициент усиления датчика тока при равенстве коэффициентов усиления каналов A и B ($K = K_A = K_B$) и сопротивлений шунтов ($R_{ш} = R_{ш1} =$

$= R_{ш2}$); $i_{я1}$ и $i_{я2}$ – токи якоря ДПТ, протекающие через первый и второй шунты. Соотношение (2) в схеме (рис. 2, а) реализовано на аналоговом сумматоре А.

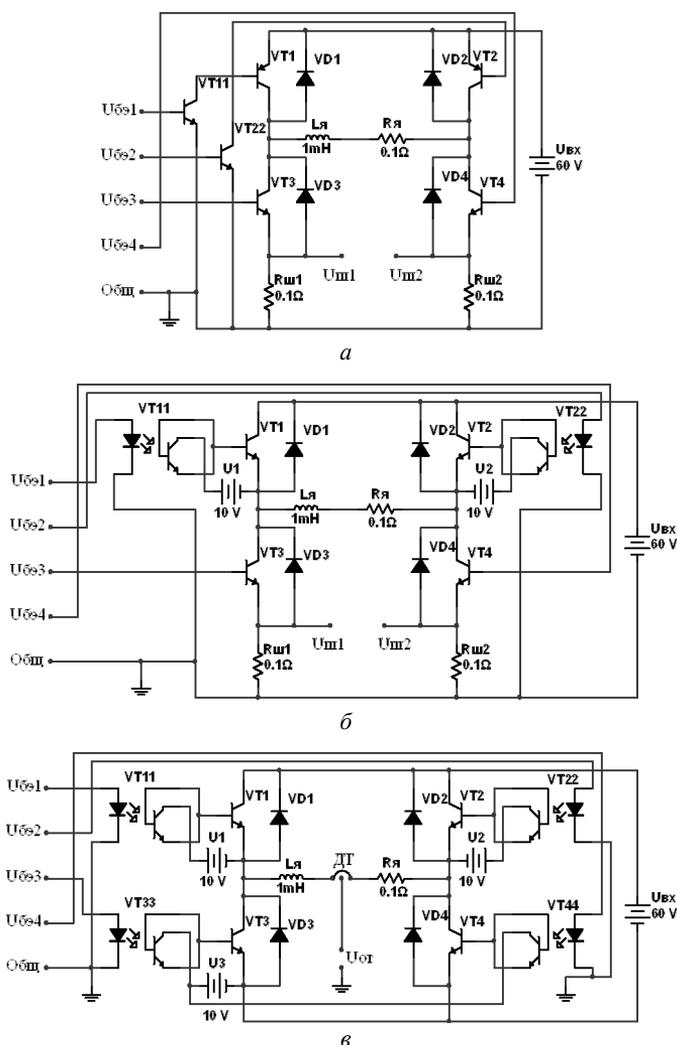


Рис. 1. Силовые схемы ППЭ

Сигнал $u_{дт}$, сформированный аналоговым сумматором А, может содержать как провалы, так и узкие выбросы напряжения $u_{дт}$, возникающие в моменты переключения ключей ВП, т.е. в моменты возникновения сигналов $u_{ш1}$ и $u_{ш2}$ на входах А и В сумматора А. Для устранения высокочастотных помех к выходу сумматора А подключается RC-фильтр.

При диагональной коммутации ключей с переключением верхних транзисторов моста ток якоря в некоторых режимах работы ВП протекает одновременно через два шунта $R_{ш1}$ и $R_{ш2}$. Это режимы один «Вперед» (Р1В) и один «Назад» (Р1Н), возникающие, соответственно, для направления вращения ДПТ «Вперед» при открытых транзисторе VT4 и диоде VD3 и для направления вра-

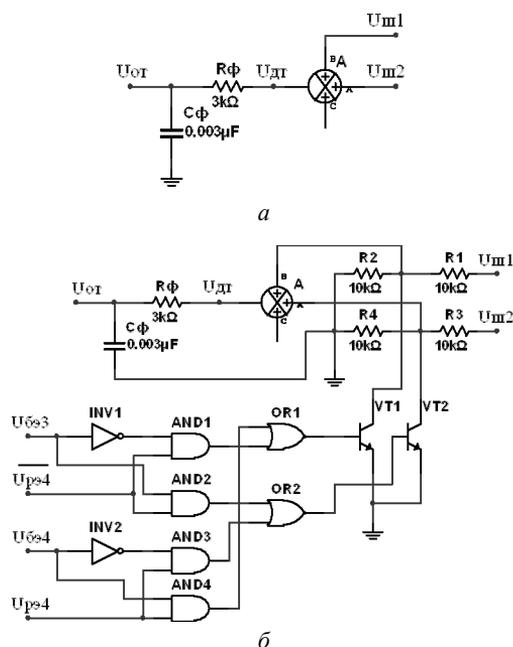


Рис. 2. Схемы датчиков тока:

а – при симметричной коммутации ключей ВП;

б – при диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП

го шунта $u_{ш2}$, а в режимах P2H, P1H и P0ДВ – с первого шунта $u_{ш1}$, то схема управления ключами $VT1$ и $VT2$ может быть синтезирована в виде, представленной на рис. 2, б. Отпуская подробности синтеза схемы управления ключами, представим логические выражения, описывающие алгоритм работы схемы в виде

$$\begin{aligned} U_{VT1} &= (\bar{U}_{\phi 3} \wedge \bar{U}_{\rho 4}) \vee (U_{\phi 4} \wedge U_{\rho 4}), \\ U_{VT2} &= (U_{\phi 3} \wedge \bar{U}_{\rho 4}) \vee (\bar{U}_{\phi 4} \wedge U_{\rho 4}). \end{aligned} \quad (3)$$

Выражения (3) реализованы на схеме (рис. 2, б) с помощью двух инверторов ($INV1, INV2$), четырех двухвходовых элементов «И» ($AND1-AND4$) и двух двухвходовых элементов «ИЛИ» ($OR1, OR2$).

В качестве общей точки схемы (рис. 1, а) можно принять также зажим «плюс» источника питания моста $U_{вх}$. В этом случае шунты $R_{ш1}$ и $R_{ш2}$ включаются последовательно с верхними транзисторами моста $VT1$ и $VT2$. Для управления нижними транзисторами моста $VT3$ и $VT4$ относительно общей точки используются драйверы на транзисторах $VT11$ и $VT22$. Однако здесь схема подключения транзисторов $VT11$ и $VT22$ претерпевает небольшие изменения: коллекторы транзисторов подключаются к общей точке, а эмиттеры – к базам нижних транзисторов моста.

Ограничение мощности ВП (рис. 1, а) связано с отсутствием мощных транзисторов типа $p-n-p$. Мощные ВП строятся с использованием транзисторов обратной ($n-p-n$) проводимости. Схема ВП без гальванической развязки цепей управления и силовой схемы ППЭ представлена на рис. 1, б. Для

щения «Назад» при открытых $VT3$ и диоде $VD4$. В остальных режимах работы ВП: P2B, P0ДВ, P2H, P0ДН ток якоря ДПТ протекает только через один шунт, либо через шунт $R_{ш1}$, либо через шунт $R_{ш2}$. В этом случае при формировании сигнала обратной связи $u_{от}$ требуется организовать определенный выбор сигналов с шунтов, заключающийся в блокировании одного из одновременно возникающих сигналов $u_{ш1}$ или $u_{ш2}$ на входе сумматора А с помощью ключей.

Для выбора одного из сигналов $u_{ш1}$ или $u_{ш2}$ в схеме (рис. 2, б) используются резистивный делитель $R1-R4$, ключи $VT1$ и $VT2$ и схема управления ключами. Схема управления ключами $VT1$ и $VT2$ определяется принятым алгоритмом выбора сигналов с шунтов. Так, например, если в режимах P2B, P1B и P0ДН для формирования сигнала обратной связи $u_{от}$ используется сигнал со второ-

управления верхними транзисторами моста $VT1$ и $VT2$ используются драйверы, выполненные на оптотранзисторах $VT11$ и $VT22$ и дополнительные источники питания $U1$ и $U2$ для формирования отпирающих импульсов $U_{63} = 1$. Разрыв базовой цепи верхних транзисторов моста от источников $U1$ и $U2$ обеспечивает их пассивное запираение. В реальной схеме ВП используются двуполярные источники питания для активного отпираения и запираения верхних транзисторов моста. Драйверы верхних транзисторов моста также могут быть выполнены с трансформаторной развязкой. Конкретные схемные решения драйверов в литературе приводятся достаточно широко.

На рис. 1, в приведена схема ВП с гальванической развязкой цепей управления и силовой схемы ППЭ. Схема выполнена на четырех драйверах, содержащих четыре оптотранзистора $VT11$ – $VT44$, трех дополнительных источниках питания $U1$ – $U3$ и датчике тока (ДТ) с гальванической развязкой, включенного в якорную цепь ДПТ. Объединение эмиттеров нижних транзисторов моста $VT3$ и $VT4$ позволяет управлять ими от одного источника питания $U3$. Это уменьшает число гальванически изолированных источников питания, используемых драйверами для управления транзисторами моста.

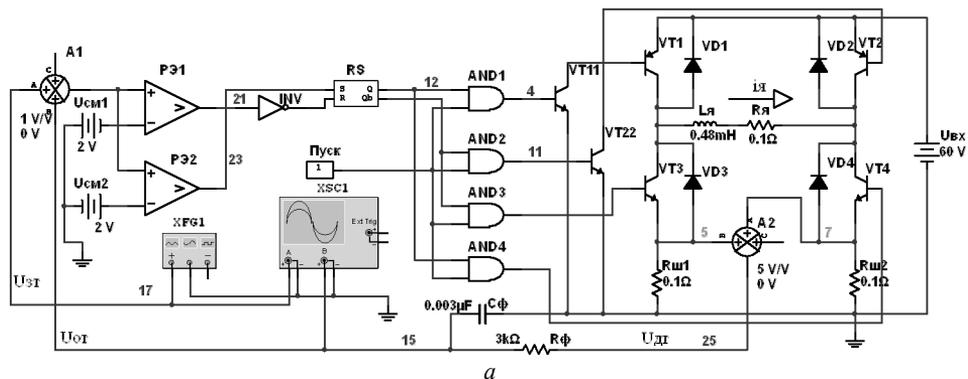
Таким образом, в ходе структурного синтеза силовой схемы ППЭ установлены основные принципы построения мостовой схемы ВП на биполярных транзисторах, схемы драйверов и датчика тока как с гальванической развязкой, так и без гальванической развязки цепей управления и силовой схемы преобразователя. Мостовая схема ВП может быть построена также на мощных полевых и *IGBT* транзисторах. В этом случае принципы построения силовой схемы ППЭ не отличаются от вышеописанных, основные отличия касаются схемотехники драйверов. В литературе эти вопросы рассмотрены достаточно полно.

В [5, 6] синтезированы статические характеристики релейных элементов РЭ1 и РЭ2, образующих релейный регулятор тока при симметричной коммутации ключей ВП. Релейные характеристики в [10] реализованы на идеальных компараторах РЭ1 и РЭ2 (рис. 3, а). Сдвиг релейных характеристик по оси $U_{вх}$ в разные стороны от начала координат осуществляется напряжениями смещения $U_{см1}$ и $U_{см2}$, включенными на инверсные входы компараторов с разной полярностью. В результате этого релейная характеристика РЭ1 сдвинута влево, а релейная характеристика РЭ2 – вправо относительно начала координат. Поэтому релейный элемент РЭ1 служит для включения транзисторов $VT2$ и $VT3$ и выключения $VT1$ и $VT4$, а РЭ2 наоборот – для включения транзисторов $VT1$ и $VT4$ и выключения $VT2$ и $VT3$.

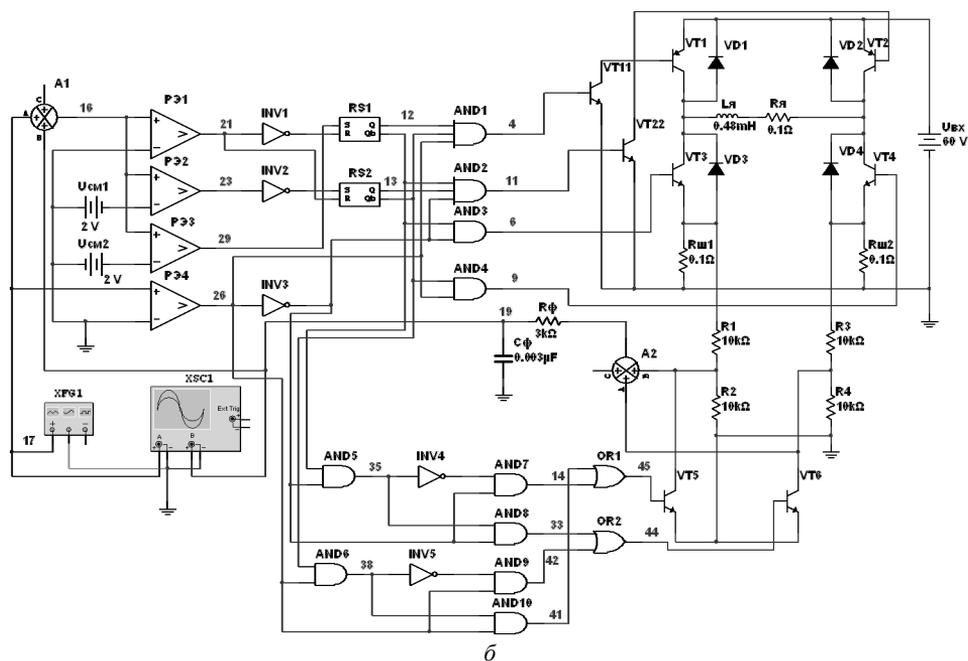
В работе [7] произведен синтез логического устройства и распределителя импульсов САР тока. Логическое устройство, формирующее импульсы управления транзисторами при симметричном законе коммутации ключей моста ВП, состоит из *RS*-триггера и аналогового инвертора *INV* (рис. 3, а). Распределение импульсов управления транзисторами моста осуществляется распределителем, выполненным на элементах «И» *AND1*–*AND4*. Для формирования режима ноль ВП в схеме используется сигнал «0», формируемый кнопкой «Пуск». Схема логического устройства и распределителя импульсов САР тока содержит минимальное количество электронных компонентов.

На первый вход сумматора $A1$ подается сигнал задания тока $U_{зт}$, а на второй вход – сигнал обратной связи $U_{от}$. Для формирования сигнала задания тока $U_{зт}$ и контроля параметров к схеме подключены функциональный гене-

ратор $XFG1$ и двухканальный осциллограф $XSC1$. Схема модели САР тока (рис. 3, а), выполненная на виртуальных элементах, обладающих идеальными свойствами, имеет сходство с принципиальной схемой САР тока и позволяет осуществить эмуляцию процессов, протекающих в ней.



а



б

Рис. 3. Модели релейных САР тока:

а – при симметричной коммутации ключей ВП;

б – при диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП

В работах [4, 6, 8, 9] разработана методика структурного синтеза релейного регулятора тока и логического устройства при диагональном законе коммутации ключей ВП с переключением верхних транзисторов мостовой схемы, а в [11] разработана модель релейной системы автоматического регулирования тока на Multisim, которая представлена на рис. 3, б. Модель релейной САР тока включает в себя: аналоговый сумматор $A1$; релейный регулятор тока (РРТ), выполненный на релейных элементах $PЭ1$ – $PЭ3$; логическое уст-

ройство (ЛУ), состоящее из аналоговых инверторов $INV1–INV3$ и RS -триггеров $RS1$ и $RS2$; распределитель импульсов (ПИ), выполненный на элементах «И» $AND1–AND4$; драйверы – на транзисторах $VT11$ и $VT22$; вентиляционный преобразователь (ВП), выполненный на четырех транзисторах $VT1–VT4$ с обратными диодами $VD1–VD4$; активно-индуктивную нагрузку $L_я – R_я$ и датчик тока (ДТ), состоящий из шунтов $R_{ш1}$ и $R_{ш2}$, резистивных делителей $R1 – R4$, транзисторных ключей $VT5$ и $VT6$, аналогового сумматора $A2$, $R – C$ – фильтра, элементов «И» $AND5 – AND10$, аналоговых инверторов $INV4$ и $INV5$ и элементов «ИЛИ» $OR1$ и $OR2$.

Статические характеристики РЭ2 и РЭ3 сдвинуты, соответственно, влево и вправо относительно начала координат напряжениями смещения $U_{см1}$ и $U_{см2}$. В результате этого релейный элемент РЭ2 формирует верхний порог для выключения транзисторов, работающей диагонали моста, а релейный элемент РЭ3 – для включения верхнего транзистора моста. Релейный элемент РЭ1 предназначен для выключения верхних транзисторов моста, а РЭ4 задает направление тока нагрузки.

На рис. 4 представлены временные диаграммы работы моделей САР тока при подаче на входы синусоидального сигнала задания тока $U_{зт} = 6$ В с частотой $f = 100$ Гц. На первой диаграмме (рис. 4, а) показан процесс отслеживания выходным сигналом $U_{от}$ САР тока за сигналом задания $U_{зт}$ при симметричном законе коммутации ключей ВП, а на рис. 4, б – при диагональном законе коммутации ключей ВП с переключением верхних транзисторов мостовой схемы.

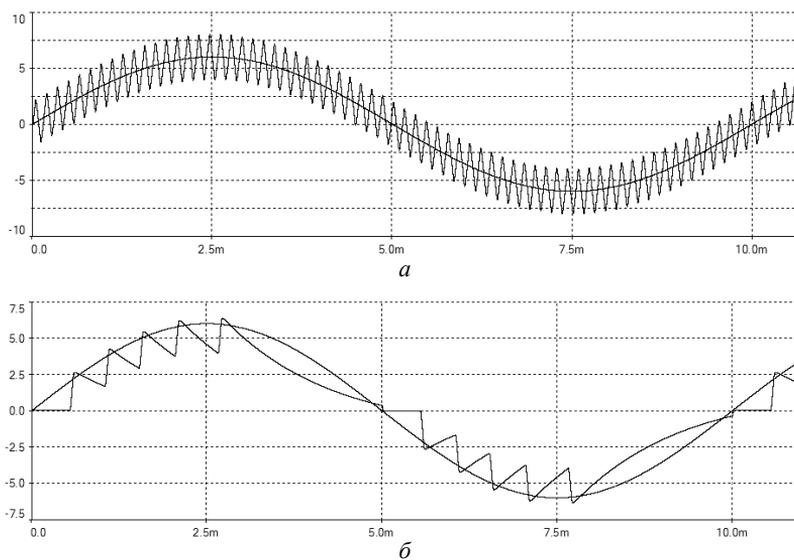


Рис. 4. Временные диаграммы работы моделей САР тока:

а – при симметричной коммутации ключей ВП;

б – при диагональной коммутации с переключением одного ключа ВП

Временные диаграммы работы САР тока (рис. 4) подтверждают достоверность полученных в ходе структурного синтеза результатов. Кроме того, модели САР тока сокращают материальные и временные затраты при проектировании САР тока и регулируемых электроприводов.

Литература

1. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Анализ законов коммутации ключей мостовой схемы импульсного преобразователя // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 142–149.
2. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Разработка математической модели симметричного закона коммутации ключей мостовой схемы вентильного преобразователя // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы X Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 180–186.
3. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Разработка математической модели диагонального закона коммутации ключей с переключением верхнего транзистора мостовой схемы преобразователя // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: материалы IX Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. С. 77–86.
4. Охоткин Г.П. Способ регулирования тока якоря с высокими динамическими показателями // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы IX Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2011. С. 129–136.
5. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Синтез релейных регуляторов САР тока с симметричным законом коммутации ключей мостового преобразователя // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы X Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 187–194.
6. Охоткин Г.П. Разработка методики синтеза релейных регуляторов САР тока при симметричной и диагональной коммутациях транзисторов ВП // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 66–74.
7. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Синтез логического устройства и распределителя импульсов САР тока // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы X Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 194–203.
8. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Синтез логического устройства вентильных преобразователей // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: материалы IX Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. С. 92–95.
9. Охоткин Г.П. Разработка методики синтеза дискретного логического управляющего устройства САР тока // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 74–83.
10. Охоткин Г.П. Разработка на MULTISIM модели системы автоматического регулирования тока с релейным регулятором тока при симметричном законе коммутации ключей вентильного преобразователя // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы XI Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2015. С. 119–125.
11. Охоткин Г.П. Модель релейной системы автоматического регулирования тока на MULTISIM при диагональном законе коммутации ключей с переключением верхних транзисторов мостовой схемы вентильного преобразователя // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы XI Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2015. С. 125–129.

References

1. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Analiz zakonov kommutatsii klyuchei mostovoi skhemy impul'snogo preobrazovatelya* [Analysis of switching laws for pulse converter bridge keys]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 142–149.
2. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Razrabotka matematicheskoi modeli simmetrichnogo zakona kommutatsii klyuchei mostovoi skhemy ventil'nogo preobrazovatelya* [Developing a mathematical model of symmetric switching law for valve inverter bridge keys.]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy X Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 10th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2013, pp. 180–186.
3. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Razrabotka matematicheskoi modeli diagonal'nogo zakona kommutatsii klyuchei s pereklyucheniem verkhnego tranzistora mostovoi skhemy preobrazovatelya* [Developing a mathematical model of diagonal switching law for keys with the inverter bridge upper transistors switched]. *Informatsionnye tekhnologii v elektrotekhnike i elektroenergetike: materialy IX Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 9th Rus. Sci. Conf. «Information technology in electric and electric power engineering»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2014, pp. 77–86.

4. Okhotkin G.P. *Sposob regulirovaniya toka yakorya s vysokimi dinamicheskimi pokazatelyami* [Method of controlling current in high dynamics armature]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy IX Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 9th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2011, pp. 129–136.

5. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Sintez releinykh regulyatorov SAR toka s simmetrichnym zakonom kommutatsii klyuchej mostovogo preobrazovatelya* [Synthesis of automatic current control system relay regulators with symmetric switching of valve inverter bridge keys]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy X Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 10th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2013, pp. 187–194.

6. Okhotkin G.P. *Razrabotka metodiki sinteza releinykh regulyatorov SAR toka pri simmetrichnoi i diagonal'noi kommutatsiyakh tranzistorov VP* [Developing techniques for synthesizing relay regulators of automatic current control system with symmetric and diagonal switching of valve inverter transistors]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 66–74.

7. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Sintez logicheskogo ustroystva i raspredelatelya impul'sov SAR toka* [Synthesis of logic unit and pulse distributor of automatic current control systems]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy X Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 10th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2013, pp. 194–203.

8. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Sintez logicheskogo ustroystva ventil'nykh preobrazovatelye* [Synthesis of valve inverter logic unit]. *Informatsionnye tekhnologii v elektrotekhnike i elektroenergetike: materialy IX Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 9th Rus. Sci. Conf. «Information technology in electric and electric power engineering»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2014, pp. 92–95.

9. Okhotkin G.P. *Razrabotka metodiki sinteza diskretnogo logicheskogo upravlyayushchego ustroystva SAR toka* [Developing synthesis technics for discrete logic control unit of automatic current control system]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 74–83.

10. Okhotkin G.P. *Razrabotka na MULTISIM modeli sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya toka s releinykh regulyatorom toka pri simmetrichnom zakone kommutatsii klyuchej ventil'nogo preobrazovatelya* [Multisim simulation of automatic current control system model with relay current regulator with symmetric switching of valve inverter bridge keys]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy XI Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 11th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2015, pp. 119–125.

11. Okhotkin G.P. *Model' releinoi sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya toka na MULTISIM pri diagonal'nom zakone kommutatsii klyuchej s pereklyucheniem verkhnykh tranzistorov mostovoi skhemy ventil'nogo preobrazovatelya* [Multisim simulation of automatic current control system model with diagonal switching of keys with the valve inverter bridge upper transistors switched]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy XI Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 11th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2015, pp. 125–129.

УДК 811.111'367/37
ББК 123.34

М.И. ПЕТРОВ, А.А. КУЗЬМИН

ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМОЙ НАГРУЗКИ НА ПРОЦЕСС УСИЛЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЙ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ ОДНОФАЗНОГО ЗАМЫКАНИЯ НА ЗЕМЛЮ

Ключевые слова: частотно-регулируемый электропривод, гармоники, однофазное замыкание на землю, дуга.

Предложены результаты натурных исследований в сети 10 кВ компрессорной станции. Рассмотрен процесс возникновения гармонических искажений в напряжении нормального режима и тока однофазного замыкания на землю; приведены результаты расчетов частоты гармонических искажений в токе однофазного замыкания на землю с точки зрения переходных процессов. Полученные результаты подтверждают возможность появления существенных гармонических искажений в токе однофазного замыкания на землю.

M. PETROV, A. KUZMIN

EFFECT OF FREQUENCY-CONTROLLED LOAD ON PROCESSES OF AMPLIFICATION OF HARMONICS DISTORTIONS IN CASE OF SINGLE-PHASE EARTHING

Key words: VFD, harmonics, single-phase ground fault, arc.

The paper contains the results of field research in the 10 kV network of the compressor station. We consider the process of the emergence of harmonic distortions in the normal-voltage and single-phase earth fault currents, and present the results of calculating the frequency of harmonic distortions in single-phase earth fault current in terms of transients. The given results confirm the possibility of significant harmonic distortions in single-phase earth fault current.

Основой промышленных электрических сетей среднего класса напряжения являются кабельные линии. На большинстве производств общая протяженность кабельного хозяйства может достигать сотен километров. Наиболее частой причиной аварий является возникновение однофазных замыканий на землю [1]. Причиной замыкания может служить как механическое повреждение кабеля, так и развитие электрического дефекта, приводящее к пробое основной изоляции.

При возникновении однофазного замыкания на землю (ОЗЗ) через место замыкания протекает ток, определяющийся эквивалентной емкостью сети. Величина тока ОЗЗ определяет возможность самоликвидации дуги.

В «Правилах устройства электроустановок» указаны нормы величины емкостного тока, при котором необходимо введение устройств, компенсирующих ток однофазного замыкания на землю [2]. В общем случае ток ОЗЗ может быть определен исходя из выражения

$$I_c = 3\omega U_\phi C_\phi, \quad (1)$$

где I_c – величина емкостного тока замыкания на землю, А; ω – круговая частота, рад/с; U_ϕ – действующее значение фазного напряжения, В; C_ϕ – эквивалентная емкость сети, Ф;

При этом следует понимать, что ток, определяемый выражением (1), позволяет оценить величину емкостного тока промышленной частоты питающей сети. Однако наличие в сети выпрямительной нагрузки, мощных дуговых электрических аппаратов и другой нелинейной нагрузки приводит к по-

явлению в сети высших гармоник (ВГ). Целью настоящей статьи является анализ возможности появления ВГ в токе ОЗЗ.

Рассмотрим работу сети 1 СШ 10 кВ компрессорной станции (рис. 1). Нейтраль сети изолирована. В данной сети работают два электроприводных газоперекачивающих агрегата (ЭГПА) мощностью 4 МВт каждый: высокоскоростной асинхронный электродвигатель (АД) и преобразователь частоты (ПЧ), которые образуют совместно частотно-регулируемые электроприводы. ПЧ производства немецкой фирмы Siemens предназначен для питания и управления АД и построен на базе мощных высокоэффективных полупроводниковых ключей. ПЧ работает с АД по методу векторного управления без датчика скорости. Обеспечивает регулировку частоты выходного напряжения в пределах 0–150 Гц, регулировку величины выходного напряжения – в пределах 0–3300 В. Питание ПЧ производится через 24-пульсную схему выпрямления от двух согласующих трансформаторов, соединенных с ПЧ при помощи четырёх трёхфазных силовых шин.

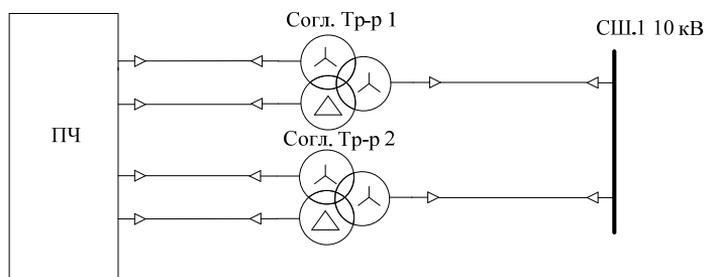


Рис. 1. Принципиальная однолинейная схема электроснабжения преобразователя частоты ЭГПА

Для данной сети производился мониторинг фазных напряжений нормального режима, осциллограмма проявления гармонических искажений в напряжении показана на рис. 2. В напряжении хорошо видны периодически возникающие гармонические искажения. Периодичность их появлений соответствует схеме работы ПЧ.

Для оценки качества электроэнергии проведены замеры прибором ЭРИС-КЭ.02. Согласно полученным результатам измерений показателей качества в сети СШ.1 10 кВ компрессорной станции подтверждено соответствие требованиям ГОСТ – напряжения нормального режима по коэффициенту искажения синусоидальности.

В рамках продолжения исследования проводился опыт однофазного замыкания на землю с одновременным осциллографированием трехфазного питающего напряжения сети и тока ОЗЗ. На рис. 3 приведена осциллограмма тока ОЗЗ.

Величина тока замыкания на землю частоты 50 Гц составляет 2,24А. В токе видны гармонические искажения, аналогичные гармоническим искажениям в напряжении. Согласно натурной осциллограмме один период колебаний высших гармоник (ВГ) в токе ОЗЗ составляет 185 мкс, что соответствует частоте 5400 Гц. Оценим влияние сети на появление ВГ, для этого рассчитаем частоту свободных составляющих переходных процессов в сети электроснабжения ЭГПА. Относительно протекания ВГ основные элементы контура представлены на рис. 4.

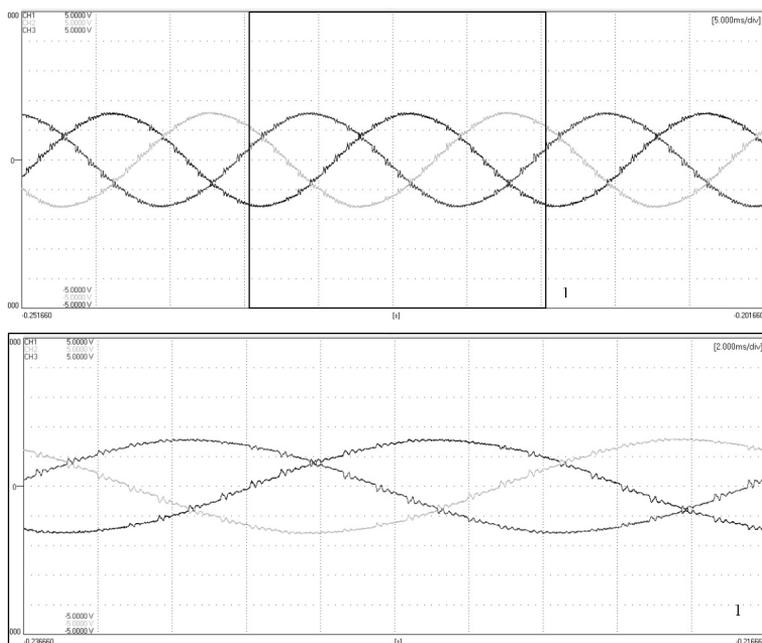


Рис. 2. Натурные осциллограммы трехфазного напряжения нормального режима в сети 10 кВ

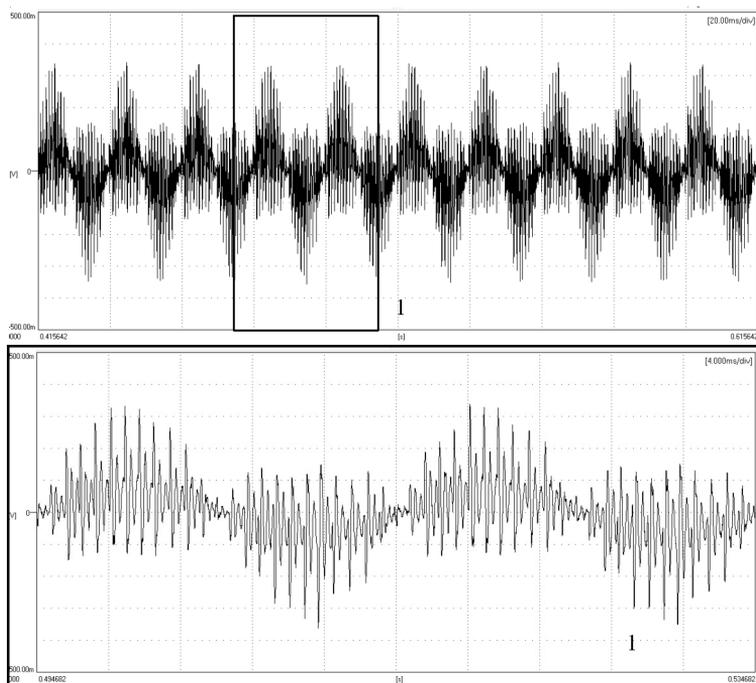


Рис. 3. Натурная осциллограмма тока однофазного замыкания на землю сети 10 кВ

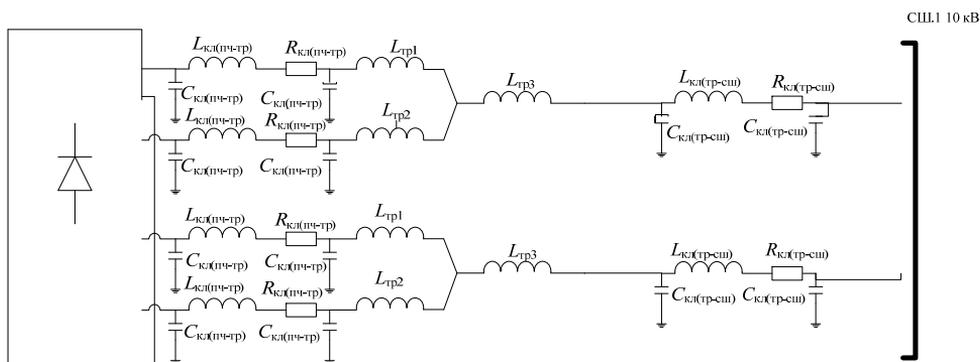


Рис. 4. Принципиальная однолинейная схема замещения электроснабжения преобразователя частоты ЭГПА:

$L_{кз(пч-тр)}$ – индуктивность кабеля, связывающего преобразователь частоты и согласующий трансформатор; $R_{кз(пч-тр)}$ – активное сопротивление кабеля, связывающего преобразователь частоты и согласующий трансформатор; $C_{кз(пч-тр)}$ – емкость кабеля, связывающего преобразователь частоты и согласующий трансформатор; $L_{кз(тр-сш)}$ – индуктивность кабеля, связывающего согласующий трансформатор и секции шин; $R_{кз(тр-сш)}$ – активное сопротивление кабеля, связывающего согласующий трансформатор и секции шин; $C_{кз(тр-сш)}$ – емкость кабеля, связывающего согласующий трансформатор и секции шин; $L_{тр1}$ – индуктивность третичной обмотки трансформатора; $L_{тр2}$ – индуктивность вторичной обмотки трансформатора; $L_{тр3}$ – индуктивность первичной обмотки трансформатора

Длина кабеля, связывающего преобразователь частоты и согласующий трансформатор, составляет единицы метров (около 10 м), поэтому не имеет существенного влияния на рассматриваемые процессы.

Питание согласующих трансформаторов осуществляется при помощи кабеля с изоляцией из сшитого полиэтилена ПвЭВнгд 3×50 длиной 370 м.

Исходя из сделанных допущений, перейдем к следующей схеме замещения:

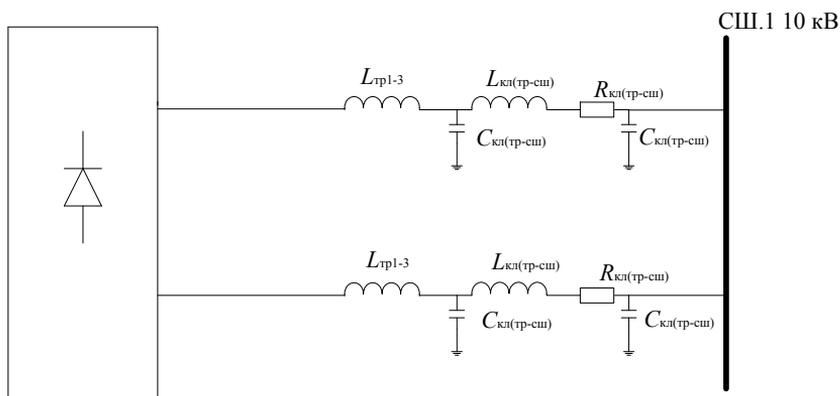


Рис. 5. Эквивалентная схема замещения электроснабжения преобразователя частоты ЭГПА:

$L_{кз(тр-сш)}$ – индуктивность кабеля, связывающего согласующий трансформатор и секции шин; $R_{кз(тр-сш)}$ – активное сопротивление кабеля, связывающего согласующий трансформатор и секции шин; $C_{кз(тр-сш)}$ – емкость кабеля, связывающего согласующий трансформатор и секции шин; $L_{тр1-3}$ – индуктивность трансформатора

Каждый ключ при коммутации создает собственное возмущение, поэтому при расчете следует учитывать каждую ветвь отдельно.

Частота свободных составляющих может быть определена исходя из выражения

$$\frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \omega, \quad (2)$$

где L – эквивалентная индуктивность сети, Гн; C – эквивалентная емкость, Ф.

Емкость сети исходя из величины тока, согласно выражению (1), составляет 0,0825 мкФ. Индуктивность контура складывается из индуктивностей кабеля и трансформатора; согласно произведенным расчетам величина индуктивности составляет 18 мГн.

Согласно выражению (2) расчетная частота свободной составляющей переходного процесса равна 5830 Гц, что качественно и количественно соотносится с результатами натуральных измерений. Погрешность определения частоты составляет 7,3%.

Выводы. 1. Появляющиеся в данной сети высшие гармоники являются свободными составляющими переходного процесса работы преобразователя частоты ЭППА.

2. Частота, амплитуда и скорость затухания высших гармоник, появляющихся в сети, определяется параметрами контура протекания.

3. За счет соблюдения резонансных условий в контуре возможен существенный рост величины гармонических искажений в токе ОЗЗ, что приведет к снижению эффективности компенсации тока однофазного замыкания на землю.

На этапе проектирования новых объектов необходимо проведение расчетов с целью определения возможных появлений существенных гармонических искажений в токе ОЗЗ и принятия дополнительных мер к снижению уровня гармоник.

Литература

1. Защита сетей 6-35 кВ от перенапряжений / Ф.Х. Халилов, Г.А. Евдокунин, В.С. Поляков и др.; под ред. Ф.Х. Халилова, Г.А. Евдокунина, А.И. Таджибаева / Петербургский энергетический институт повышения квалификации Министерства энергетики РФ. СПб., 2002. 260 с.
2. Правила устройства электроустановок. М.: Энергоатомиздат, 1986.

References

1. Khalilov F.Kh., Evdokunin G.A., Polyakov V.S. et al. *Zashchita setei 6-35 kV ot perena-pryazhenii* [Protection of 6-35 kV networks from surge]. St. Petersburg, 2002, 260 p.
2. *Pravila ustroystva elektroustanovok* [Rules for Electrical Installations]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986.

ПЕТРОВ МИХАИЛ ИВАНОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (g374mi@yandex.ru).

PETROV MIKHAIL – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Industrial Enterprises Power Supply Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

КУЗЬМИН АЛЕКСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ. См. с. 67.

УДК 621.384.52.035.221.4
ББК 324:В233.3

Ю.П. ПИЧУГИН, А.Н. МАТЮНИН

ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ГЕНЕРАТОРОВ ОЗОНА С ВЫСОКООМНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Ключевые слова: озонатор, барьерный разряд, микроразряд, параметры разряда, энергетический баланс, схема замещения.

Представлены результаты расчёта параметров барьерного микроразряда в озонаторах с высокоомными электродами. Энергетический баланс в микроразряде представлен суммой реактивной и активной энергии микроразряда; активная часть энергии складывается из двух составляющих: из приэлектродных потерь и джоулевых потерь энергии. С помощью схемы замещения с распределёнными параметрами рассчитаны предельные режимы работы генератора озона с высокоомными электродами, определена граничная частота напряжения, до которой применение высокоомных электродов эффективно.

Yu. PICHUGIN, A. MATYUNIN
FEATURES OF OZONE GENERATORS
WITH HIGH-RESISTANCE ELECTRODES

Key words: ozonizer, barrier discharge, microdischarge, discharge parameters, energy balance, equivalent circuit.

The present paper considers the results of the calculation of the barrier microdischarge parameters in the ozone generators with high-resistance electrodes. The energy balance in a microdischarge is represented by the sum of the reactive and active energy of the microdischarge; the active part of the energy consists of two components: near-electrode losses and Joule losses of energy. The equivalent circuit with distributed parameters allowed to calculate the limit modes of the ozone generator with high-resistance electrodes, to define the limiting voltage frequency up to which the use of high-resistance electrodes remains effective.

Разряд газового промежутка в озонаторных камерах при приложении к нему высокого напряжения начинается в виде практически одновременных нескольких искровых разрядов, так называемых микроразрядов. Такое сочетание микроразрядов называется серией. При последующем повышении напряжения появляются другие серии микроразрядов. Если в серии временные интервалы между микроразрядами составляют десятки или сотни наносекунд, то интервалы между сериями – микросекунды и даже миллисекунды.

Распределение микроразрядов по поверхности электродов носит случайный характер [16. С. 21]. Имеет место неравномерность как по поверхности электродов, так и во времени. Это приводит к локальному перегреву и повышенному износу электродной системы озонаторной камеры, особенно диэлектрических барьеров. Как правило, износ диэлектрического барьера заканчивается электрическим пробоем и коротким замыканием озонаторной камеры.

С целью обеспечения более равномерного распределения микроразрядов предлагается система с высокоомными электродами [13. С. 107–111]. Действительно, в классическом варианте электроды озонаторной камеры выполняются из высокопроводящих металлов, как правило, из алюминия или нержавеющей стали. За счёт высокой проводимости как зарядка, так и разрядка электродной системы происходят практически по всей площади электродной системы. Соответственно, вероятность появления новой серии микроразрядов выше в зоне, где была предыдущая серия из-за наличия повышенного коли-

чества свободных электронов. При наличии высокоомных электродов разрядные и зарядные процессы имеют локальный характер. В зоне, где действовал микроразряд, происходит падение напряжения между электродами, которое быстро не восстанавливается. Следующий микроразряд происходит на значительном расстоянии от предыдущего микроразряда, где имеется необходимое для электрического пробоя напряжение между электродами. Таким образом, с помощью высокоомных электродов обеспечивается более равномерное распределение микроразряда как по площади электродов, так и во времени. Кроме того, использование высокоомных электродов позволяет уменьшить нагрев в разрядной зоне озонаторной камеры и, соответственно, повышает выход озона. Более подробно это описано в патенте [12].

Параметры микроразряда в озонаторах с высокоомными электродами. Для определения геометрии микроразряда была рассмотрена одномерная система [13. С. 102–107], в которой возникает барьерный разряд (рис. 1). В нашем случае электрод 2 высокоомный.

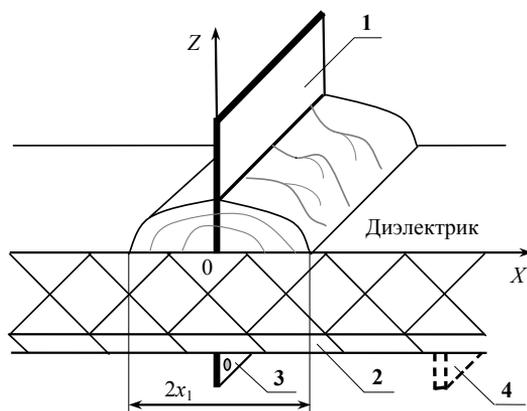


Рис. 1. Поверхностный барьерный разряд: 1 и 2 – электроды; 3 – симметричный токоподвод к высокоомному электроду; 4 – смещённый токоподвод к высокоомному электроду

Для дальнейших расчётов была использована схема замещения в виде цепи с распределёнными параметрами (рис. 2), где для нашего случая учтено наличие высокоомного электрода.

В схеме замещения на рис. 2: C_0 – ёмкость единицы длины диэлектрического барьера; R_p – удельное поверхностное сопротивление в зоне разряда; R_3 – удельное поверхностное сопротивление высокоомного электрода. Для цепи на рис. 2 справедливо уравнение параболического типа [13. С. 103]:

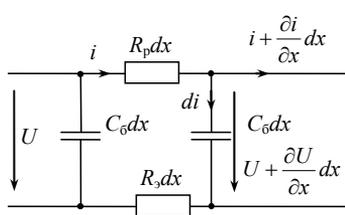


Рис. 2. Схема замещения с распределёнными параметрами

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} - (R_p + R_3) C_0 \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

где $U(x,t)$ – распределение напряжения по барьеру для любого момента времени t .

Эффект от высокоомного электрода обусловлен увеличением коэффициента при $\frac{\partial U(x,t)}{\partial t}$.

Решение параболического уравнения (1) сводится к задаче Стефана о фазном переходе [17. С. 261], решение которого имеет вид

$$U(x,t) = U - B \cdot \Phi \left[\frac{x \cdot \sqrt{(R_p + R_s) C_6}}{2\sqrt{t}} \right],$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$ – интеграл ошибок.

Данное решение справедливо для зоны разряда при движении границы разряда по закону:

$$x_1 = \alpha \sqrt{t},$$

где α – некоторая постоянная.

С учетом движения границы постоянная

$$B = \frac{U}{\Phi(\beta)},$$

где $\beta = \frac{\alpha \cdot \sqrt{(R_p + R_s) C_6}}{2}$.

Исходя из минимума времени разряда было определено $\beta = 1/\sqrt{2} = 0,71$.

В итоге получена формула для максимального перемещения границы разряда:

$$x_{\max} = 0,7 \frac{U}{E_p}, \quad (2)$$

где E_p – напряжённость поля, при которой начинается разряд и значение которой при нормальных условиях для воздуха можно принять равной $E_p = 30$ кВ/см.

Из формулы (2) видно, что геометрия микроразряда от сопротивления электродов не зависит. А время развития разряда зависит от сопротивления высокоомных электродов:

$$t_p = 0,25 \left(\frac{U}{E_p} \right)^2 (R_p + R_s) C_6. \quad (3)$$

Количественные оценки, приведённые в [13. С. 105], для высокопроводящих электродов при $R_p = 10^4$ Ом, $C = 10^{-7}$ Ф/м², $U = 10$ кВ, $E_p = 30$ кВ/см дали следующие результаты:

$$\alpha = 45, x_{1\max} = 2,3 \text{ мм}, t_p = 5,6 \cdot 10^{-9} \text{ с.}$$

В работах [12] и [13] не была проведена оценка как значения разрядного тока, так и его временной зависимости. Произведём качественную оценку микроразрядного тока по приближённой формуле:

$$i(0,t) = 2 \frac{E(0,t)l}{R_p + R_s},$$

здесь $E(0,t) = \frac{\partial U(x,t)}{\partial x} (x=0) = \frac{U}{\Phi(\beta)\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{(R_p + R_s) C_6}}{\sqrt{t}}$ – напряжённость

электрического поля в начале разрядной зоны.

При $\beta = 0,71$

$$E(0, t) = 0,83U \cdot \sqrt{\frac{(R_p + R_s)C_0}{t}}. \quad (4)$$

В первом приближении реальный осесимметричный разряд можно рассматривать как двухсторонний плоскосимметричный и ширину такого разряда принять равной $l = 2\alpha\sqrt{t}$.

Учитывая эти приближения, окончательно получим

$$i(0, t) = I_m = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{U}{R_p + R_s} \cdot \frac{\beta}{\Phi(\beta)}. \quad (5)$$

При $\beta = 0,71$ справедливо

$$I_m = 4,7 \frac{U}{R_p + R_s}. \quad (6)$$

Согласно (5), ток в процессе формирования микроразряда остаётся неизменным. В реальных условиях ток в микроразряде растёт от нуля до максимального значения. Это объясняется как наличием в цепи микроразряда индуктивного импеданса, так и формированием поверхностного сопротивления в зоне разряда от бесконечности до $R_p = 10^4$ Ом.

Выражение (5) позволяет оценить эффективное сопротивление:

$$r_{\text{микро}} + r_{\text{внос}} = \frac{U}{I_m} = \frac{1}{4,7}(R_p + R_s), \quad (7)$$

где $r_{\text{микро}} = 0,21R_p = 2100$ Ом – эффективное сопротивление микроразряда; $r_{\text{внос}} = 0,21R_s = 2100$ Ом – эффективное сопротивление, вносимое высокоомным электродом.

На рис. 3 представлен предполагаемый график изменения микроразрядного тока, который хорошо подтверждается литературными источниками и осциллограммами, полученными при выполнении данной работы.

Как видно из рис. 3, микроразряд состоит из двух стадий. Первая стадия – формирование микроразряда, основными признаками которой являются появление и рост приборьерной части микроразряда. Пунктиром показан ток в идеальном варианте, а сплошной линией – реальный рост тока в процессе формирования микроразряда. Вторая, завершающая, стадия характеризуется спадом тока: происходит дозарядка сформировавшейся приборьерной части микроразряда.

Количественную оценку микроразрядного тока сделаем для $t = t_p$. В этом случае можно считать законченным формирование удельного сопротивления разрядной зоны.

С учётом (4) для элемента микроразрядного тока получим

$$\Delta I_m = 0,83U \cdot \sqrt{\frac{C_0}{R_p + R_s}} \cdot \frac{\Delta l}{\sqrt{t_p}}.$$

Так как микроразряд имеет осевую симметрию, то для более точного рас-

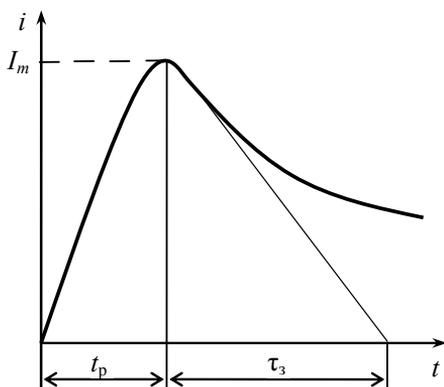


Рис. 3. Ток микроразряда

чёта в качестве ширины l надо взять окружность электронной лавины (стримера), которая является инициатором микроразрядного процесса:

$$l = 2\pi r_0,$$

где $r_0 = 0,5$ мм – радиус стримера (электронной лавины) [15. С. 504].

Подставляя значение для t_p и l в (7), получим

$$I_m = 1,66 \frac{E_p 2\pi r_0}{R_p + R_s} = 10,4 \frac{E_p r_0}{R_p + R_s}. \quad (8)$$

Для $R_s = 0$, $R_p = 10^4$ Ом имеем $I_m = 1,56$ А и для $R_s = R_p = 10^4$ Ом $I_m = 0,78$ А, что близко к экспериментальным данным, приведённым в [16. С. 33], где $0,5$ А $< I_m < 1$ А. При этом известно, что отрицательный импульс тока больше импульса в положительной фазе [19].

Можно оценить минимальное напряжение, при котором сможет образоваться микроразряд:

$$U_{\min} = I_m r_{\text{микр}} = 1,56 \cdot 2100 = 3,28 \text{ кВ},$$

чему соответствует действующее напряжение синусоидального источника питания озонатора:

$$U_{\text{ист}} = \frac{3,28}{2\sqrt{2}} = 1,16 \text{ кВ}.$$

Полученный результат удовлетворительно согласуется с минимальным значением напряжения горения $U_g = 0,7$ кВ, приведённым в [16. С. 11].

Далее необходимо уточнить диаметр приборьерной зоны микроразряда:

$$d_6(t) = 2(r_0 + r_t) = 2(r_0 + \alpha \cdot \sqrt{t}).$$

Для $t = t_p$: $d_6(t_p) = 2(r_0 + x_{\max}) = 2\left(r_0 + 0,7 \frac{U}{E_p}\right)$, при $U = 10$ кВ: $d_6(t_p) = 5,6$ мм.

Во второй, завершающей, стадии микроразряда происходит дозарядка приборьерной зоны микроразряда. Геометрия этой части микроразряда уже сформирована, и ее ёмкость неизменна. Соответственно, можно предполагать, что дозарядка будет происходить по экспоненте с некоторой постоянной времени τ . Для определения τ найдём соотношение между электрическими зарядами, которые поставляются в приборьерную зону микроразряда в процессе её формирования и дозарядки. Используя распределение напряжения по приборьерной зоне разряда в момент окончательного формирования, найдём

$$U(x, t_p) = U_1 \cdot \left[1 - \Phi\left(\beta \frac{x}{x_1}\right) \right] / \Phi(\beta).$$

Соотношение зарядов при формировании микроразряда и его завершении $k = q_{\text{фор}} / q_{\text{зав}}$, соответственно, будет

$$k = \frac{\int_0^1 \left[1 - \Phi\left(\beta \frac{x}{x_1}\right) \right] / \Phi(\beta) dx}{\int_0^1 \Phi\left(\beta \frac{x}{x_1}\right) / \Phi(\beta) dx}.$$

Здесь достаточно определить знаменатель:

$$\int_0^1 \left[\Phi\left(\beta \frac{x}{x_1}\right) \right] / \Phi(\beta) dx = \frac{1}{\Phi(\beta) \cdot \beta} \cdot \left[\Phi(\beta) \cdot \beta + \frac{e^{-\beta^2} - 1}{\sqrt{\pi}} \right] = 1 - \frac{1 - e^{-\beta^2}}{\sqrt{\pi} \cdot \beta \cdot \Phi(\beta)};$$

для $\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ имеем

$$\int_0^1 \left[\Phi\left(\beta \frac{x}{x_1}\right) / \Phi(\beta) \right] d \frac{x}{x_1} = 0,53. \quad (9)$$

Окончательно получим

$$k = \frac{q_{\text{форм}}}{q_{\text{зав}}} = 0,887 = \frac{t_p}{\tau}.$$

При определении соотношения зарядов « k » использовалось распределение напряжения (1), которое было получено в предположении мгновенного формирования R_p – удельного сопротивления разрядной зоны и, соответственно, неизменного тока микрозаряда в процессе его развития. Тогда справедливо:

$$q_{\text{форм}} = I_m t_p. \quad (10)$$

Подставляя (3) и (8) в (10), получим

$$q_{\text{форм}} = 2,6 \frac{U^2 r_0}{E_p} C_{\delta}.$$

Реальный процесс установления максимального тока микрозаряда близок к линейному закону. Ток достигает максимума в районе окончания формирования микрозаряда. Можно принять, что реальный заряд в процессе формирования

$$q'_{\text{форм}} \geq \frac{1}{2} q_{\text{форм}} = 1,3 \frac{U^2 r_0}{E_p} C_{\delta}.$$

Для завершающей стадии микрозаряда заряд определяется по формуле

$$q_{\text{зав}} = \frac{q_{\text{форм}}}{k} = \frac{2,6 U^2 r_0 C_{\delta}}{k E_p}.$$

Для $U = 10$ кВ, $r_0 = 0,5$ мм, $E_p = 30$ кВ/см имеем

$$4,3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} > q'_{\text{форм}} \geq 2,15 \cdot 10^{-9} \text{ Кл};$$

$$q_{\text{зав}} = \frac{q_{\text{форм}}}{k} = 4,85 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}.$$

Полный заряд, переносимый микрозарядом:

$$q = q'_{\text{форм}} + q_{\text{зав}}. \quad (11)$$

Количественно имеем $9,15 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} > q \geq 7 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$.

Такие параметры хорошо согласуются с экспериментальными данными [16. С. 27–32].

В стадии завершения микрозаряда ёмкость приборьерной части остаётся постоянной. В связи с этим, как предполагалось ранее, в первом приближении процесс завершающего заряда приборьерной зоны микрозаряда можно считать как заряд конденсатора. Ток заряда затухает по экспоненте с некоторой постоянной времени τ .

Тогда справедливо: $I_m \tau = q_{\text{зав}}$. Отсюда

$$\tau = \frac{q_{\text{зав}}}{I_m}.$$

Используя числовые значения для $q_{\text{зав}} = 4,85 \cdot 10^{-9}$ Кл и $I_m = 0,785$ А, имеем $\tau = 6,2$ нс. С другой стороны, полный заряд можно найти, исходя из ёмкости приборьерной части микроразряда:

$$C_{\text{микро}} = C_6 S_{\text{микро}},$$

где $S_{\text{микро}}$ – площадь приборьерной части микроразряда.

$$S_{\text{микро}} = \pi r_0^2 + 2\pi r_0 x_{\text{макс}} = \pi r_0 (r_0 + 2 x_{\text{макс}}) \approx 2\pi r_0 x_{\text{макс}}. \quad (12)$$

Учитывая (2), получим $S_{\text{микро}} = 1,4\pi r_0 \frac{U}{E_p}$, тогда $C_{\text{микро}} = 1,4\pi r_0 \frac{U}{E_p} C_6$; учи-

тывая, что $q = UC$, получим

$$q = \pi r_0 \left(r_0 + 1,4 \frac{U}{E_p} \right) U C_6 = 1,4\pi r_0 \frac{U^2}{E_p} C_6. \quad (13)$$

Для $U = 10$ кВ, $r_0 = 0,5$ мм, $E_p = 30$ кВ/см, $C_6 = 10^{-7}$ Ф/м² имеем $q = 8,16 \cdot 10^{-9}$ Кл, что хорошо согласуется с предыдущим результатом (11).

Уточним радиус приборьерной части микроразряда (пятна микроразряда) исходя из его площади (12):

$$\pi r_{\text{микро}}^2 = \pi r_0 (r_0 + 2 x_{\text{макс}}) \approx 2\pi r_0 x_{\text{макс}}.$$

Тогда

$$r_{\text{микро}} = \sqrt{r_0(r_0 + 2x_{\text{макс}})} \approx \sqrt{2r_0 x_{\text{макс}}}. \quad (13')$$

Для $x_{\text{макс}} = 2,3$ мм получим $r_{\text{микро}} = 1,51$ мм.

Энергетический баланс в микроразряде. Для энергии микроразряда имеем

$$W_{\text{микро}} = W_6 + W_{\text{акт}},$$

где $W_6 = qU/2$ – реактивная энергия, запасённая в приборьерной части микроразряда; $W_{\text{акт}}$ – активная энергия, потраченная для заряда приборьерной части микроразряда.

Если принять, что приборьерная часть микроразряда заряжается от нуля до напряжения горения микроразряда « U_3 », то справедливо

$$W_{\text{акт}} = W_6 = qU/2.$$

С учётом (13) имеем

$$W_{\text{акт}} = W_6 = 0,7\pi r_0 \frac{U^3}{E_p} C_6.$$

В свою очередь, активная часть энергии складывается из двух составляющих: $W_{\text{акт}} = W_3 + W_{\text{дж}}$, где $W_3 = U_3 q$ – приэлектродные потери; $U_3 \leq 1$ кВ – приборьерное падение напряжения, которое принимаем, исходя из минимума напряжения горения разряда [16. С. 11]; $W_{\text{дж}}$ – джоулевы потери энергии

$$W_{\text{дж}} = q \cdot \left(\frac{U}{2} - U_3 \right) = I_m^2 \cdot \left(t_{\phi} + \frac{1}{2} \tau \right) \cdot (r_{\text{микро}} + r_{\text{внос}}) \quad (14)$$

Для $U = 10$ кВ, $r_0 = 0,5$ мм, $E_p = 30$ кВ/см, $C_6 = 10^{-7}$ Ф/м² получим

$$W_{\text{акт}} = 3,7 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}; W_3 = 0,74 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}; W_{\text{дж}} = 2,96 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

Как видно из выражения (14), джоулевы потери подразделяются на потери внутри разрядной камеры

$$W'_{\text{дж}} = I_m^2 r_{\text{микро}} \left(t_{\phi} + \frac{1}{2} \tau \right)$$

и внешние на высокоомных электродах

$$W_{\text{дж}}'' = I_m^2 r_{\text{внос}} \left(t_{\phi} + \frac{1}{2} \tau \right).$$

Произведём ещё раз оценку максимального тока микроразряда, исходя из энергетического баланса. Из выражения (14) с учётом (3), (6) и (9) определим ток микроразряда:

$$I_m = 6,3 \sqrt{\frac{r_0 \left(\frac{U}{2} - U_3 \right) E_p}{R_p + R_3}}.$$

Для $U = 10$ кВ, $r_0 = 0,5$ мм, $E_p = 30$ кВ/см, $R_p = 10^4$ Ом имеем $I_m = 0,77$ А, что хорошо согласуется с предыдущей оценкой (8).

Предельные режимы работы генератора озона с высокоомными электродами. Наличие высокоомных электродов задерживает зарядку ёмкости озонаторной камеры. Чем выше частота источника питания генератора озона, тем значительней неравномерность зарядного процесса. Синтез озона становится менее эффективным. Более подробно такое явление рассмотрим с помощью схемы замещения с распределёнными параметрами, представленной на рис. 4. Здесь самый сложный случай: кассета с двумя барьерами и высокоомными электродами.

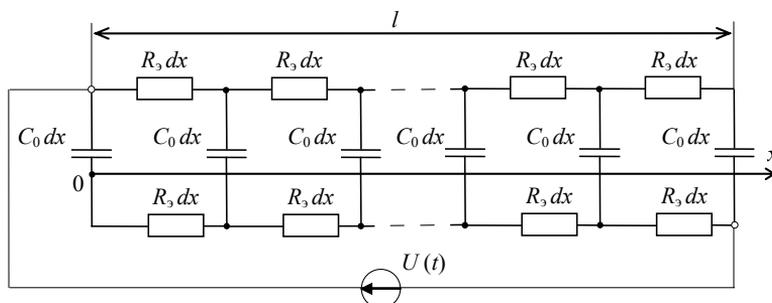


Рис. 4. Схема замещения с распределёнными параметрами:

R_3 – удельное поверхностное сопротивление высокоомного электрода;

C_0 – удельная ёмкость озонаторной камеры;

l – длина озонаторной камеры (расстояние между соседними токоподводами)

С целью упрощения расчётов и использования литературных данных в первом приближении схему на рис. 4 представим в виде расчетной на рис. 5.

Такая схема замещения позволяет представить напряжение по координате « x » $U(x)$ как сумму напряжений верхней U'_x и U''_x нижней линии, каждая из которых подключена к источнику напряжения $U(t)/2$.

Согласно [11. С. 48–49], для синусоидального источника питания справедливо

$$U'_x = \frac{U}{2} \cdot \frac{\text{ch } \gamma(l-x)}{\text{ch } \gamma l}, \quad U''_x = \frac{U}{2} \cdot \frac{\text{ch } \gamma x}{\text{ch } \gamma l}.$$

где

$$\gamma = \sqrt{R_3 4\pi C_0 f}, \quad (15)$$

(f – частота синусоидального источника питания).

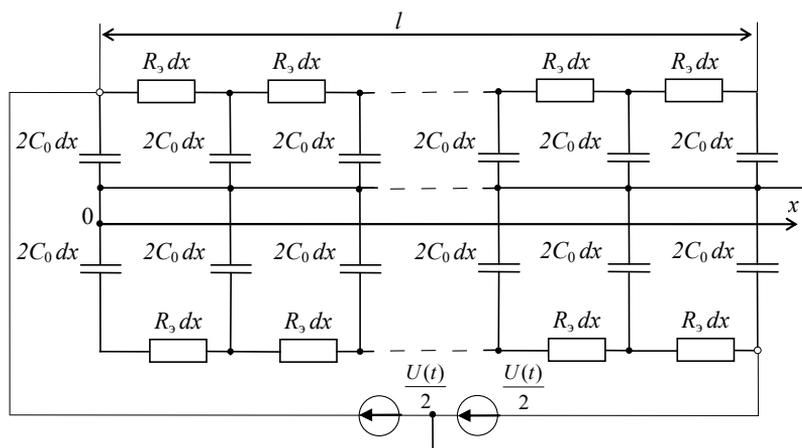


Рис. 5. Эквивалентная схема замещения

Далее $U_x = U'_x + U''_x = \frac{U}{2} \cdot \frac{\text{ch } \gamma(l-x) + \text{ch } \gamma x}{\text{ch } \gamma l}$.

Преобразуем в числителе сумму гиперболических косинусов в произведение:

$$U_x = U \cdot \frac{\text{ch } \gamma \frac{l}{2} \text{ch } \gamma \frac{l-2x}{2}}{\text{ch } \gamma l} \tag{16}$$

Данное выражение имеет минимум при $\text{ch } \gamma \frac{l-2x}{x} = 1$, тогда

$$x_{\min} = \frac{l}{2} \tag{17}$$

Подставляя (17) в (16), имеем

$$\Delta U = \frac{U_{x \min}}{U} = \frac{\text{ch } \gamma \frac{l}{2}}{\text{ch } \gamma l} \tag{18}$$

где ΔU – относительное уменьшение напряжения на касете озонатора. На практике допустимое уменьшение ΔU не менее 0,95, или 95%. Очевидно, чем выше частота источника питания, тем меньше ΔU . Определим граничную частоту. Для этого преобразуем выражение (18) к одному аргументу гиперболического косинуса γl :

$$\Delta U = \sqrt{\frac{\text{ch } \gamma l + 1}{2}} \cdot \frac{1}{\text{ch } \gamma l} \tag{19}$$

Из (19) находим

$$\gamma l = \text{Arch} \left(\frac{1 + \sqrt{1 + 8(\Delta U)^2}}{4(\Delta U)^2} \right)$$

Подставляя выражение (15) для γ , решаем его относительно частоты f источника питания

$$f \leq \frac{\text{Arch}^2 \left(\frac{1 + \sqrt{1 + 8(\Delta U)^2}}{4(\Delta U)^2} \right)}{4\pi R_3 C_0 l^2}.$$

Например, для $\Delta U = 0,95$; $R_3 = 10^4$ Ом; $C_0 = 10^{-8}$ Ф/м²; $l = 0,3$ м имеем $f \leq 880$ Гц.

Соответственно, для $\Delta U = 0,9$ получим 1800 Гц.

Проведённые оценочные расчёты показывают, что использование высокоомных электродов с целью повышения производительности по синтезу озона имеет ограничение, обусловленное пределом повышения частоты источников питания озонаторов. Отрицательное влияние повышения частоты напряжения выше определённого предела на интенсивность барьерного разряда обнаружено, например, и в работе [18].

Далее необходимо отметить: распределение напряжения по длине озонаторной камеры будет неоднородным. Минимум напряжения (U_{\min}) находится на её середине и максимум (U_{\max}), соответственно, на краю камеры. Используя выражение (16), определим

$$U_{\min} = U \frac{\text{ch} \gamma \frac{l}{2}}{\text{ch} \gamma l}; \quad U_{\max} = U \frac{\text{ch}^2 \gamma \frac{l}{2}}{\text{ch} \gamma l}.$$

Тогда неоднородность имеет вид

$$\frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{1}{\text{ch} \gamma \frac{l}{2}}.$$

Используя полученные ранее данные для частоты $f = 880$ Гц, найдём:

$$\frac{U_{\min}}{U_{\max}} = 0,987.$$

При пятипроцентном снижении напряжения неоднородность распределения будет незначительной – всего 1,3%.

Параметры микроразрядных процессов со смещённым токоподводом к высокоомному электроду. Положение такого токоподвода показано на рис. 1. Так же как и ранее, рассмотрим микроразрядный процесс в плоско-симметричном варианте. Для анализа используем приближённую схему замещения на рис. 5, а дифференциальное уравнение (1) с начальным условием $U(x, 0) = U$ остаются в силе. Заменяется граничное условие.

Исходя из вышеизложенного, имеем следующее граничное условие:

$$\frac{\partial U}{\partial x}(t, 0) = I_m (R_p + R_3),$$

которое берётся с учетом предыдущих расчётов (8). Таким образом, считаем, что ток микроразряда не зависит от удалённости токоподвода к высокоомному электроду. Кроме того, принимаем в первом приближении ток микроразряда постоянным с длительностью

$$t_{\text{микро}} = t_p + \tau = t_p (1 + 1/k).$$

Далее считаем удаление токоподвода от микроразряда достаточно значительным.

Исходя из вышеприведённых условий и допущений справедливо следующее решение, которое получено из примеров 2 и 4 [14, С. 52]:

$$U(x, t) = U \cdot \Phi \left(x \cdot \sqrt{\frac{R_3 C_0}{2t}} \right) + I_m (R_3 + R_p) \cdot \sqrt{\frac{2t}{\pi R_3 C_0}} \cdot \exp \left(\frac{-x^2 R_3 C_0}{2t} \right) - I_m (R_p + R_3) x \cdot \left[1 - \Phi \left(x \cdot \sqrt{\frac{R_3 C_0}{2t}} \right) \right].$$

Для оценки эффективного размера части высокоомного электрода, с которой заряд перешёл на приборьерную часть микроразряда, примем значение аргумента при интеграле ошибок равным единице. Это достаточно точное приближение, так как $\Phi(1) = 0,84$, что близко к предельному значению $\Phi(\infty) = 1$. Исходя из такого приближения, получим

$$x_{эфф} = \sqrt{\frac{2t_{микро}}{R_3 C_0}}.$$

Для $t_{микро} = (5,6 - 6,2) \cdot 10^{-9}$ с, $R_3 = 10^4$ Ом, $C_0 = 10^{-8}$ Ф/м² имеем $x_{эфф} = 15$ мм.

В случае реального осесимметричного микроразрядного процесса для определения эффективного размера можно использовать выражение (13'):

$$x'_{эфф} = \sqrt{2r_0 x_{эфф}}.$$

Далее проведём оценку вносимого высокоомным электродом сопротивления.

На рис. 6 представлен чертёж части поверхности высокоомного электрода для расчёта вносимого сопротивления.

Исходя из рис. 6, имеем $d \cdot r_{внос} = R_3 \frac{dr}{2\pi r}$.

Тогда $r_{внос} = \int_{r_0}^{x'_2} R_3 \frac{dr}{2\pi r} = \frac{R_3}{2\pi} \ln \frac{x'_2}{r_0}$.

Для $R_3 = 10^4$ Ом, $x'_{эфф} = 4$ мм, $r_0 = 0,5$ мм получим $r_{внос} = 0,3R_3$, что удовлетворительно согласуется с предыдущими расчётами (7).

Вывод. Проведены расчёты параметров электрического барьерного разряда на основе схем замещения с распределёнными параметрами, включающих повышенное сопротивление электродов озонаторной камеры.

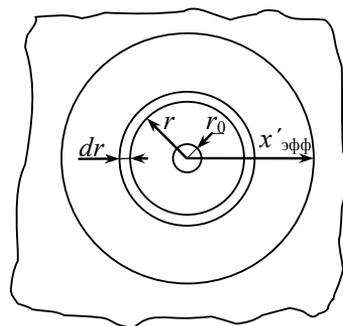


Рис. 6. Участок поверхности высокоомного электрода

Литература

1. Андреев В.В. Исследование поверхностного диэлектрического барьерного разряда, создаваемого параллельными плоскими электродами // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2013. № 4. С. 15–26.
2. Андреев В.В., Васильева Л.А. Исследование поверхностного барьерного разряда, создаваемого электродами в виде ряда параллельных полос // Прикладная физика. 2012. № 6. С. 116–122.

3. Андреев В.В., Васильева Л.А., Матюнин А.Н., Пичугин Ю.П. Исследование структуры барьерного разряда вблизи электрода с цилиндрическим поперечным сечением // Прикладная физика. 2011. № 1. С. 52–57.
4. Андреев В.В., Васильева Л.А., Пичугин Ю.П. Исследование энергетической цены синтеза озона в ячейках поверхностного диэлектрического барьерного разряда // Прикладная физика. 2014. № 3. С. 43–46.
5. Андреев В.В., Матюнин А.Н., Пичугин Ю.П. Плазмохимический генератор озона с повышенной однородностью микроразрядных процессов в барьерном разряде // Прикладная физика. 2014. № 3. С. 39–42.
6. Андреев В.В., Матюнин А.Н., Пичугин Ю.П., Телегин В.Г., Телегин Г.Г. Исследование эффективности плазмохимических генераторов озона на барьерном разряде в воздухе при атмосферном давлении // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. 2011. № 4. С. 112–117.
7. Андреев В.В., Пичугин Ю.П. Исследование низкотемпературной плазмы между вращающимися электродами // Физика плазмы. 2014. Т. 40, № 6. С. 563–570.
8. Андреев В.В., Пичугин Ю.П., Телегин В.Г., Телегин Г.Г. Генератор высоковольтных наносекундных импульсов на основе барьерного разряда // Приборы и техника эксперимента. 2013. Т. 56, № 3. С. 58–60.
9. Андреев В.В., Пичугин Ю.П., Телегин В.Г., Телегин Г.Г. Исследование электрических разрядов в воздухе между подвижными электродами // Физика плазмы. 2011. Т. 37, № 12. С. 1130–1135.
10. Андреев В.В., Пичугин Ю.П., Телегин В.Г., Телегин Г.Г. Комбинированный барьерный разряд в воздухе при атмосферном давлении // Прикладная физика. 2011. № 6. С. 74–78.
11. Лабораторные работы по технике высоких напряжений. М.: Энергия, 1974. 320 с.
12. Пат. 2427528РФ, МПК С 01 В 13/11. Озонатор / Пичугин Ю.П., Матюнин А.Н.; заявитель и патентообладатель Чуваш. гос. ун-т. № 2009144348/05; заявл. 30.11.2009; опубл. 27.08.11, Бюл. № 24. 6 с.
13. Пичугин Ю.П., Матюнин А.Н. Исследование генерации озона в озонаторах с высокоомными электродами // Вестник Чувашского университета. 2011. № 3. С. 107–111.
14. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.
15. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.
16. Самойлович В.Г., Гибалов В.И., Козлов К.В. Физическая химия барьерного разряда. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. 176 с.
17. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с.
18. Ghazanchaei M.R., Adamiak K. Quasi-stationary numerical model of the dielectric barrier discharge. Proc. ESA Annual Meeting on Electrostatics, J1, Cocoa Beach, FL, USA, 2013.
19. Roveda F., Shang J.S., Huang P.G. Electrodynamic force of dielectric barrier discharge. *Journal of Applied Physics*, 2011, vol. 109, no. 11, p. 113301.

References

1. Andreev V.V. *Issledovanie poverkhnostnogo dielektricheskogo bar'ernogo razryada, sozdavaemogo parallel'nymi ploskimi elektrodami* [Investigation of surface dielectric barrier discharge, created by parallel planar electrodes]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. «Estestvennye nauki»* [Herald of The Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences], 2013, no. 4, pp. 15–26.
2. Andreev V.V., Vasil'eva L.A. *Issledovanie poverkhnostnogo bar'ernogo razryada, sozdavaemogo elektrodami v vide ryada parallel'nykh polos* [Investigation of the surface barrier discharge generated by the electrodes in the form of a series of parallel metal strips]. *Prikladnaya fizika* [Applied Physics], 2012, no. 6, pp. 116–122.
3. Andreev V.V., Vasil'eva L.A., Matyunin A.N., Pichugin Yu.P. *Issledovanie struktury bar'ernogo razryada vblizi elektroda s tsilindricheskim poperechnym secheniem* [Investigation of the barrier discharge structure near an electrode with a cylindrical cross-section]. *Prikladnaya fizika* [Applied Physics], 2011, no. 1, pp. 52–57.
4. Andreev V.V., Vasil'eva L.A., Pichugin Yu.P. *Issledovanie energeticheskoi tseny sinteza ozona v yacheikakh poverkhnostnogo dielektricheskogo bar'ernogo razryada* [Investigation of the energy cost of ozone synthesis in the cells of surface dielectric barrier discharge]. *Prikladnaya fizika* [Applied Physics], 2014, no. 3, pp. 43–46.

5. Andreev V.V., Matyunin A.N., Pichugin Yu.P. *Plazmokhimiicheskii generator ozona s povyshennoi odnorodnost'yu mikrorazryadnykh protsessov v bar'ernom razryade* [Plasma-chemical ozone generator with the increased uniformity of microdischarge processes in the barrier discharge]. *Prikladnaya fizika* [Applied Physics], 2014, no. 3, pp. 39–42.

6. Andreev V.V., Matyunin A.N., Pichugin Yu.P., Telegin V.G., Telegin G.G. *Issledovanie effektivnosti plazmokhimiicheskikh generatorov ozona na bar'ernom razryade v vozdukh pri atmosfernom davlenii* [Investigation of the effectiveness of barrier discharge plasma-chemical ozone generators in the air under atmospheric pressure]. *Voprosy atomnoi nauki i tekhniki. Ser. Termoyadernyi sintez* [Problems of Atomic Science and Engineering. Series: Thermonuclear Fusion], 2011, no. 4, pp. 112–117.

7. Andreev V.V., Pichugin Yu.P. *Study of Low-Temperature Plasma between Rotating Electrodes*. Plasma Physics Reports. Moscow, 2014, vol. 40, no. 6, pp. 481–487.

8. Andreev V.V., Pichugin Yu.P., Telegin V.G., Telegin G.G. *Generator vysokovol'tnykh nanosekundnykh impul'sov na osnove bar'ernogo razryada* [A high-voltage nanosecond pulse generator based on a barrier discharge]. *Pribory i tekhnika eksperimenta* [Instruments and Experimental Techniques]. Moscow, Nauka Publ., 2013, T. 56, № 3, pp. 58–60.

9. Andreev V.V., Pichugin Yu.P., Telegin V.G., Telegin G.G. *Study of Electric Discharges between Moving Electrodes in Air*. *Plasma Physics Reports*, 2011, vol. 37, no. 12, pp. 1053–1057.

10. Andreev V.V., Pichugin Yu.P., Telegin V.G., Telegin G.G. *Kombinirovannyi bar'ernyi razryad v vozdukh pri atmosfernom davlenii* [Combined barrier discharge in the air under atmospheric pressure]. *Prikladnaya fizika* [Applied Physics], 2011, no. 6, pp. 74–78.

11. *Laboratornye raboty po tekhnike vysokikh napryazhenii* [Laboratory work on high-voltage equipment]. Moscow, Energiya Publ., 1974, 320 p.

12. Pichugin Yu.P., Matyunin A.N. *Ozonator* [Ozonizer]. Patent RF, no. 2427528, 2011.

13. Pichugin Yu.P., Matyunin A.N. *Issledovanie generatsii ozona v ozonatorakh s vysokomnymi elektrodami* [The research into ozone generation in ozonizers with high-resistance electrodes]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2011, no. 3, pp. 107–111.

14. Polyaniin A.D. *Spravochnik po lineinym uravneniyam matematicheskoi fiziki* [Directory on linear equations of mathematical physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 576 p.

15. Raizer Yu.P. *Fizika gazovogo razryada* [Physics of gas discharge]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 592 p.

16. Samoilovich V.G., Gibalov V.I., Kozlov K.V. *Fizicheskaya khimiya bar'ernogo razryada* [Physical chemistry of the barrier discharge]. Moscow, MSU Publ., 1989, 176 p.

17. Tikhonov A.N., Samarskii A.A. *Uravneniya matematicheskoi fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 736 p.

18. Ghazanchaei M.R., Adamiak K. Quasi-stationary numerical model of the dielectric barrier discharge. Proc. ESA Annual Meeting on Electrostatics, J1, Cocoa Beach, FL, USA, 2013.

19. Roveda F., Shang J.S., Huang P.G. Electrodynamic force of dielectric barrier discharge. *Journal of Applied Physics*, 2011, vol. 109, no. 11, p. 113301.

ПИЧУГИН ЮРИЙ ПЕТРОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики и технологии электротехнического производства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (pichugin1945@km.ru).

PICHUGIN YURIY – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Electromechanics and Electrical Engineering Enterprises Technology Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

МАТЮНИН АЛЕКСЕЙ НИКОЛАЕВИЧ – ассистент кафедры электромеханики и технологии электротехнического производства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (matyunin86@mail.ru).

MATYUNIN ALEKSEI – Assistant Lecturer, Electromechanics and Electrical Engineering Enterprises Technology Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

УДК 658.264
ББК 3350.7-420.7

В.В. ТАРАСОВА, В.А. ТАРАСОВ, А.Г. КАЛИНИН,
В.В. АФАНАСЬЕВ, В.Г. КОВАЛЕВ

ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ОТОПЛЕНИЯ ЗДАНИЯ

Ключевые слова: автоматизированный тепловой пункт, регулирование расхода тепловой энергии, нестационарные режимы, программируемый логический контроллер, архив данных.

Целью исследований явилось изучение динамических характеристик системы автоматического регулирования отопления здания. На основе обработки данных архива программируемого логического контроллера, установленного на автоматизированном тепловом пункте, получены зависимости расхода воды в системе отопления, разности температур прямой и обратной воды в ней, ее фактической мощности, температур прямой и обратной воды, мощности тепловых потерь, температуры в помещении от времени. Показана возможность управления мощностью системы отопления в широком диапазоне за счет изменения расхода воды в подающей магистрали с помощью регулировочного клапана.

V. TARASOVA, V. TARASOV, A.KALININ, V. AFANASYEV, V. KOVALEV
RESEARCH INTO DYNAMIC CHARACTERISTICS OF
AUTOMATIC BUILDING HEATING CONTROL SYSTEM

Key words: automated heat point, control of heat energy flow, transient modes, programmable logic controller (PLC), data archive.

The aim of research was to study the dynamic characteristics of the system of automatic control of building heating. Processing archive data of PLC mounted on the automated heating unit allowed to obtain dependences on the time of water discharge in the heating system, the difference in water temperatures of the forward and return flow, the actual power of the heating system, the water temperature of its forward and return flow, heat loss power, room temperature. Studies showed a possibility to control the power of the heating system by changing the water discharge in the flow pipe through introducing a control valve.

Применяемые в настоящее время системы управления отоплением не обеспечивают комфортных условий в помещениях: в нестационарных режимах при значительных суточных изменениях температуры окружающей среды происходят «перетопы», вызывающие перерасход тепловой энергии, и «недотопы», вызывающие перерасход электроэнергии, потребляемой электронагревательными приборами. Такое качество регулирования тепловой мощности вызвано несовершенством алгоритмов управления, основанных на упрощенных математических моделях и использовании усредненных статических характеристик объектов [1, 2].

Для повышения качества управления отоплением и эффективного использования тепловой энергии необходима разработка систем и алгоритмов адаптивного управления отоплением. Автоматизированная система адаптивного управления отопительными режимами зданий, использующая программируемые логические контроллеры и обобщенные математические модели процессов теплообмена, позволяет поддерживать заданные температурные режимы зданий при фактических и прогнозных изменениях параметров окружающей среды, исключить «перетопы» и «недотопы», сократить потребление энергоносителей и платежи [2, 4].

В рамках программы энергосбережения студенческими конструкторскими бюро «Энергосбережение» и «Энергоавтоматика» факультета энергетике и электротехники Чувашского государственного университета с участием ООО «Инженерно-технический центр ГорИСС» смонтирована система автоматического управления отоплением на базе серийного программируемого контроллера ОВЕН ПЛК 150 (далее – ПЛК), использующего среду разработки CODESYS (рис. 1).

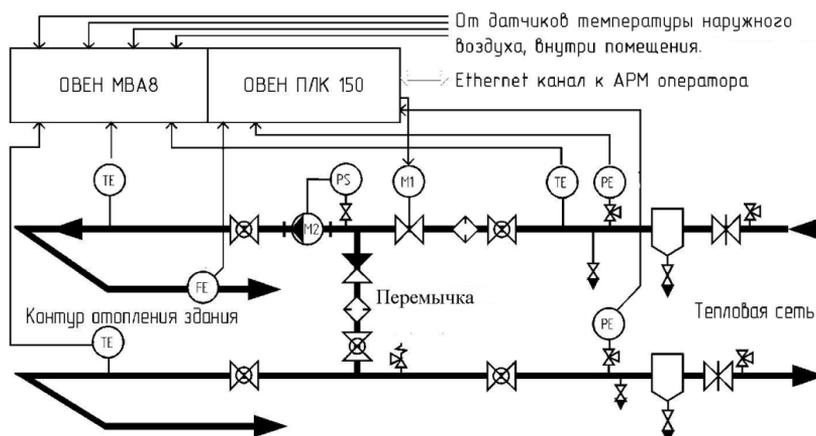


Рис. 1. Схема автоматизированного теплового пункта

Система реализует непрерывный контроль расхода и температуры прямой и обратной воды из подающей магистрали, расхода и температуры прямой воды, поступающей в систему отопления, а также контроль давления воды на входе и выходе тепловой сети [3]. С помощью датчиков контролируются также температуры наружного воздуха, воздуха внутри помещения и внутри стены. Сигналы с датчиков направляются в шкаф автоматики и обрабатываются контроллером и его периферией. Данные с ПЛК передаются по Ethernet-кабелю на OPC-сервер, с которого, используя различные scada-программы и среду CodeSys, можно менять параметры системы управления и алгоритмы для ПЛК. Система автоматического управления позволяет контролировать в режиме реального времени и сохранять в архиве данных программируемого контроллера все параметры системы теплоснабжения здания и данные о температурах наружного воздуха, в толще стены и воздуха внутри помещения.

Программа, разработанная в среде CodeSys, считывает в ПЛК с датчиков текущие переменные: T_{mag} – температура воды в подающей магистрали; T_{nar} – температура наружного воздуха; T_{pod} – температура подачи воды в здание; T_{obr} – температура обратной воды из системы отопления здания; T_{in} – температура воздуха внутри здания; I_G – токовый сигнал с датчика расхода воды в системе отопления.

Программа позволяет управлять режимом отопления любого здания за счет изменения значений удельной отопительной характеристики q_0 , Вт/(м³·°C) и объема здания V , м³, предусмотрено также вычисление и сохранение в архиве таких данных, как G_{kubs} – расход воды в системе отопления здания, м³/с;

G_{kubh} – расход воды в системе отопления здания, м³/ч; P_{fakt} – фактическая мощность системы отопления здания, кВт; P_{poter} – мощность тепловых потерь здания, кВт.

Фактическая мощность системы отопления здания

$$P_{fakt} = G_{kubs} \cdot c_p \cdot \rho \cdot (T_{pod} - T_{obr}), \quad (1)$$

где c_p – теплоемкость воды; ρ – плотность воды.

Мощность тепловых потерь здания

$$P_{poter} = \frac{V \cdot q_0 \cdot (T_{in} - T_{nar})}{1000}. \quad (2)$$

Расход воды в подающей магистрали

$$G_m = \frac{3600 P_{fakt}}{\rho \cdot c_p \cdot (T_{mag} - T_{obr})}. \quad (3)$$

Коэффициент смешения, равный отношению масс смешиваемых потоков охлажденной и высокотемпературной воды, рассчитывается по выражению

$$U = \frac{T_{mag} - T_{pod}}{T_{pod} - T_{obr}}.$$

Расход воды в перемычке

$$G_{per} = U \cdot G_m.$$

Для поддержания заданной температуры в здании при любых погодных условиях необходимо обеспечить равенство фактической мощности системы отопления здания и мощности тепловых потерь. При резких колебаниях температуры наружного воздуха необходимо также учитывать тепло, аккумулированное ограждающими конструкциями, т.е. тепловую инерционность здания [2].

Целью работы являлось исследование динамических характеристик системы автоматического регулирования отопления здания за счет изменения расхода воды в подающей магистрали с помощью регулировочного клапана. При этом в архив ПЛК записывались усредненные за интервал времени 5 мин все параметры режимов. По Ethernet-кабелю данные при помощи scada-системы поступали на ОРС-сервер. Обработка данных архива ПЛК позволила получить зависимости расхода воды в системе отопления, разности температур прямой и обратной воды в ней, ее фактической мощности, температур прямой и обратной воды, мощности тепловых потерь, температуры в помещении от времени. Расход воды в подающей магистрали рассчитывался по формуле (3).

Для исследования регулировочных характеристик разомкнутой системы управления отоплением были проведены эксперименты по быстрому увеличению расхода воды в подающей магистрали с 1,58 м³/ч до 3,42 м³/ч в течение 10 мин с помощью регулировочного клапана (режим 1) и резкому уменьшению расхода воды в подающей магистрали до 0,79 м³/ч за счет прикрытия клапана на 15 мин (режим 2) с последующим быстрым восстановлением расхода до первоначального состояния 1,58 м³/ч (режим 3). Время установки клапана в заданное положение составляет 10 с.

Результаты эксперимента, полученные обработкой архива данных, приведены на рис. 2–4.

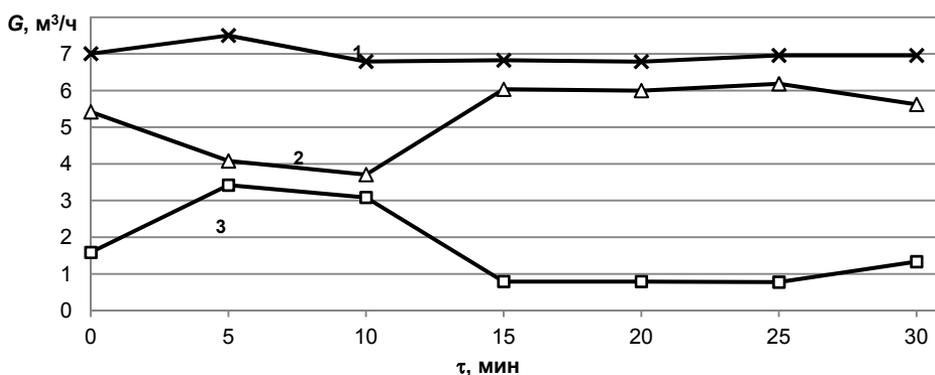


Рис. 2. Изменение расхода воды в системе отопления здания (1), перемычке (2) и подающей магистрали (3) в зависимости от времени

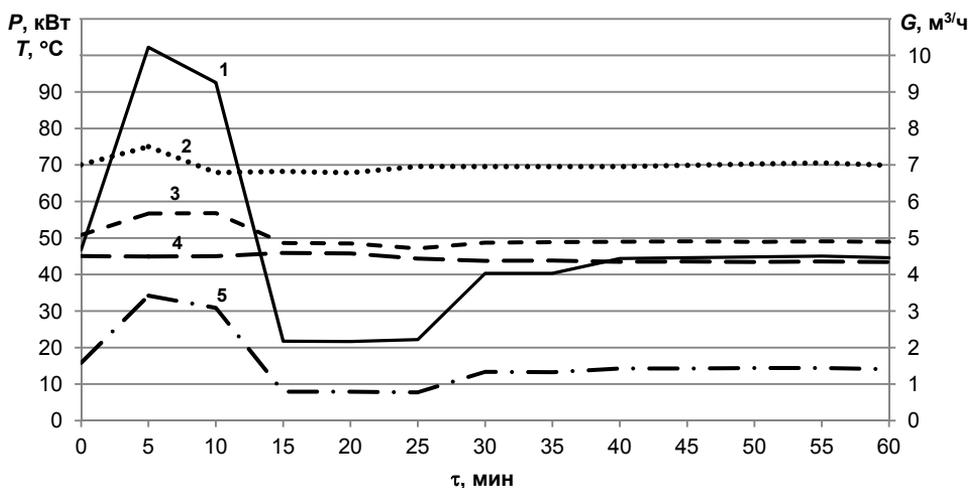
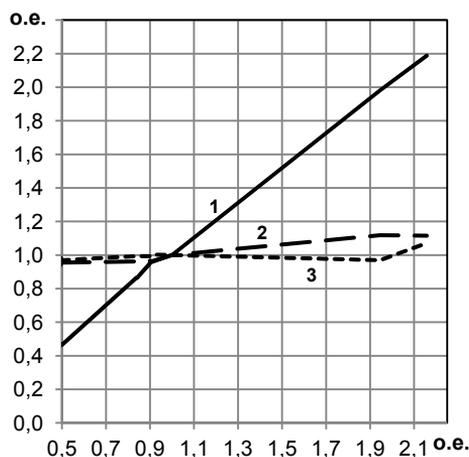


Рис. 3. Зависимости фактической мощности (1), расхода воды (2), температур прямой (3) и обратной воды (4) системы отопления и расхода воды в подающей магистрали (5) от времени

Рис. 4. Зависимости относительных значений параметров теплового режима автоматизированного теплового пункта от расхода воды в подающей магистрали:
 1 – мощность системы отопления $P_{\text{факт}}$;
 2 – температура прямой воды в системе отопления $T_{\text{под}}$;
 3 – расход воды в системе отопления здания $G_{\text{кubh}}$



Из рис. 2 следует, что увеличение расхода воды в подающей магистрали в 2,15 раза от первоначального значения вызывает возрастание расхода воды в системе отопления всего в 1,07 раза, при этом расход воды в переемычке снижается в 1,4 раза, коэффициент смешения уменьшается в 2,8 раза (с 3,4 до 1,2), вследствие этого в 1,12 раза возрастает температура прямой воды в системе отопления здания при практически неизменной температуре обратной воды. Разность температур прямой и обратной воды в системе отопления увеличивается в 2,04 раза в течение первых 5 мин после открытия регулировочного клапана, соответственно возрастает также мощность системы отопления с 48 кВт до 102 кВт, т.е. в 2,12 раза. Результаты экспериментов свидетельствуют, что количественное регулирование расхода воды в подающей магистрали на входе здания приводит к неожиданному результату – местному качественному регулированию мощности отопления за счет изменения температуры воды в системе отопления.

Режим 2 с длительной выдержкой был необходим для создания начальных условий при исследовании переходного процесса по расходу теплоносителя со стороны тепловой сети. Форма кривой фактической тепловой мощности после прикрытия клапана установилась на значении 20 кВт, что обусловлено искусственной насосной циркуляцией воды в контуре отопления. Переходный процесс для фактической мощности в рассмотренных пределах изменения расхода воды в подающей магистрали устойчивый.

Режим 3 через 25 мин после начала эксперимента можно считать ступенчатым воздействием на систему отопления.

Из приведенных на рис. 3 зависимостей следует, что кривые переходного процесса для таких переменных, как тепловая мощность, расход и температура воды, сходны с апериодическими кривыми. Согласно результатам экспериментов постоянная времени переходного процесса в интервале 30–40 мин составляет порядка 7–10 мин.

В обычно применяемых системах учета и регулирования расхода тепловой энергии мощность системы отопления рассчитывается по расходу и разности температур прямой и обратной воды в подающей магистрали на входе в здание. Созданная система позволяет детально исследовать тепловые и гидродинамические процессы и в самой системе отопления, что дает возможность разрабатывать оптимальные алгоритмы управления, учитывающие индивидуальные особенности здания и системы его отопления. Исследования показали, что разработанная схема теплового пункта позволяет быстро менять мощность в системе отопления в широких пределах за счет воздействия на регулировочный клапан. Это позволяет применять различные алгоритмы адаптивного управления, которые можно дистанционно изменить за несколько минут.

На рис. 4 приведены зависимости температуры T_{pod} и расхода прямой воды в системе отопления здания G_{kubh} , а также мощности P_{fakt} системы отопления в относительных единицах от расхода воды в подающей магистрали. За базисные приняты параметры теплового режима в начале эксперимента.

Из рис. 4 видно, что при изменении расхода воды в подающей магистрали расход воды в системе отопления меняется незначительно, однако меняет-

ся температура прямой воды, что вызывает изменение мощности системы отопления. Таким образом, установленный на подающей магистрали регулировочный клапан позволяет легко и быстро управлять тепловым режимом системы отопления.

Статистическая обработка данных узла учета ПЛК показала, что фактическая мощность системы отопления зависит от температуры прямой воды в системе отопления (коэффициент корреляции $r = 0,94$) и ее расхода (коэффициент корреляции $r = 0,56$). Наиболее высокая корреляция наблюдается между мощностью и разностью температур прямой и обратной воды в системе отопления (коэффициент корреляции $r = 0,997$). При этом от температуры обратной воды мощность практически не зависит (коэффициент корреляции $r = 0,04$).

Планируется провести натурные эксперименты по определению теплотехнических параметров здания как объекта управления и опробовать различные алгоритмы управления режимами отопления.

Выводы. Создана и опробована экспериментальная установка для контроля и управления режимами теплоснабжения здания.

Установлено, что при регулировании расхода воды в подающей магистрали расход воды в системе отопления здания меняется незначительно, существенно меняется расход воды в перемычке, а также фактическая мощность системы отопления за счет разности температур прямой и обратной воды в системе отопления. Показана возможность управления мощностью системы отопления в широком диапазоне за счет изменения расхода воды в подающей магистрали с помощью регулировочного клапана.

Упрощенная схема замещения разомкнутой системы управления отопительной системой здания в рассмотренных пределах изменения режимов может быть представлена инерционным звеном с постоянной времени 7–10 мин.

Литература

1. Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Тарасов В.А., Тарасова В.В., Федоров Д.Г. Исследование расхода тепловой энергии на отопление зданий // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 10–18.
2. Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Тарасов В.А., Тарасова В.В., Федоров Д.Г. Исследование нестационарных тепловых режимов отопления зданий и сооружений // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 20–28.
3. Тарасов В.А., Калинин А.Г., Федоров Д.Г., Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Тарасова В.В. Модернизация теплового пункта корпуса с установкой системы автоматического управления отоплением с программируемым контроллером // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2015. Вып. XI. С. 152–160.
4. Федоров Д.Г. Разработка алгоритма и регулятора адаптивного управления теплоснабжения и оптимизации энергопотребления зданий // Материалы X Республиканского конкурса инновационных проектов УМНИК-2014 «Молодая инновационная Чувашия» (27–28 марта 2014 г.). Чебоксары, 2014. С. 20–21.

References

1. Afanasyev V.V., Kovalev V.G., Tarasov V.A., Tarasova V.V., Fedorov D.G. *Issledovanie raskhoda teplovoi energii na otoplenie zdaniy* [Research into the building heat energy flow]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 10–18.
2. Afanasyev V.V., Kovalev V.G., Tarasov V.A., Tarasova V.V., Fedorov D.G. *Issledovanie nestatsionarnykh teplovykh rezhimov otopleniya zdaniy i sooruzheniy* [Research into transient heating modes of buildings and constructions heating systems]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 20–28.

3. Tarasov V.A., Kalinin A.G., Fedorov D.G., Afanasyev V.V., Kovalev V.G., Tarasova V.V. *Modernizatsiya teplovogo punkta korpusa s ustanovkoi sistemy avtomaticheskogo upravleniya otopleniem s programmiruемым controllerom* [Modernization of the building heat point with the installation of the automated heating control system with a programmable controller]. *Regional'naya energetika i elektrotehnika: problemy i resheniya: sb. nauch. tr. Vyp. XI*. [Regional power engineering and electrical engineering: problems and decisions: Collected papers, issue 10]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2015, pp. 152–160.

4. Fedorov D.G. *Razrabotka algoritma i regulatora adaptivnogo upravleniya teplosnabzheniya i optimizatsii energopotrebleniya zdanii* [Development of algorithm and adaptive control regulator of heating and building energy consumption optimization]. *Materialy X Respublikanskogo konkursa innovatsionnykh proektov UMNIK-2014 «Molodaya innovatsionnaya Chuvashiya» (27-28 marta 2014)* [Materials of the Republican contest of innovative projects UMNIK 2014 «Young innovative Chuvashia». March 27-28, 2014]. Cheboksary, 2014, pp. 20–21.

ТАРАСОВА ВАЛЕНТИНА ВЛАДИМИРОВНА – аспирантка кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (charming_cerl@rambler.ru).

TARASOVA VALENTINA – Post-Graduate Student, Heat and Power Plants Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

ТАРАСОВ ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (Vladimir_tarasov@inbox.ru).

TARASOV VLADIMIR – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Heat and Power Plants Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

КАЛИНИН АЛЕКСЕЙ ГЕРМАНОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры систем автоматического управления электроприводами, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (humanoid1984@yandex.ru).

KALININ ALEXEY – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Automatic Electric Drives Control Systems Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

АФАНАСЬЕВ ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ – доктор технических наук, заведующий кафедрой теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (pro_nauch@chuvsu.ru).

AFANASYEV VLADIMIR – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Heat and Power Plants Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

КОВАЛЕВ ВЛАДИМИР ГЕННАДЬЕВИЧ – кандидат технических наук, заведующий кафедрой электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (espp21@mail.ru).

KOVALEV VLADIMIR – Candidate of Technical Sciences, Head of Industrial Enterprises Power Supply Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 697.921.4:537.871.7.08

ББК 3766:3873-5

О.Н. ЯДАРОВА, В.О. СУЧКОВ, Л.А. СЛАВУТСКИЙ

**ДИСТАНЦИОННЫЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КОНТРОЛЬ
ВОЗДУШНОГО ПОТОКА С ФАЗОВЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ***

Ключевые слова: воздушный поток, турбулентность, ультразвук, обратное рассеяние, доплеровские спектры, нейронные сети.

Приводятся результаты экспериментального исследования сигналов доплеровского обратного ультразвукового рассеяния в воздушном потоке вентиляторной установки. Исследовано изменение временной и спектральной структуры сигналов при наличии и отсутствии в турбулентном потоке фазовых включений. Показано, что рассеяние ультразвука происходит преимущественно в турбулентной области на границах потока. Приводятся результаты использования аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС) для анализа экспериментальных данных, полученных при измерении пространственно-временной структуры скорости воздушного потока вентилятора. Использована нейронная сеть с простой последовательной архитектурой. Показано, что ИНС-модель имеет хорошее качество (небольшую погрешность) и позволяет успешно выявлять распределение мгновенной скорости во времени и по объему потока.

**O. YADAROVA, V. SUCHKOV, L. SLAVUTSKI
REMOTE ULTRASONIC CONTROL OF AIR FLOW
WITH PHASE INCLUSIONS**

Key words: air flow, turbulence, ultrasonic, backscattering, Doppler spectrum, neural network.

The paper presents the results of the experimental research of the Doppler ultrasonic signals backscattering in the airflow of the fan. There were studied the changes in time and spectral structures of signals in the presence and absence of phase inclusions in the turbulent flow. It was proved that the scattering of ultrasound occurs mainly at the boundaries of the turbulent flow. The paper presents the results of using artificial neural networks (ANN) for the analysis of experimental data obtained by measuring the space-time structure of the fan airflow rate. Neural network with a simple serial architecture was used to gain the results. The ANN model proved to be very effective (due to small error) in successful identification of the instantaneous velocity distribution in time and volume of flow.

Воздушные потоки, образуемые вентиляторами, являются турбулентными и характеризуются значительной пространственно-временной неоднородностью [9]. Контактные методы [4, 5] для измерения локальной скорости воздушного потока неизбежно приводят к искажению структуры потока и не всегда позволяют проводить контроль открытого неоднородного потока с большими пространственными размерами. Большинство формул для инженерного расчета производительности вентиляторных установок устанавливают линейную зависимость скорости воздуха на центральной оси потока от скорости вращения вентилятора [8]. Структура потока воздуха вентиляторной установки на начальном (разгоном) участке обладает очень высокой изменчивостью [3, 10, 11] и очень сложна для моделирования с помощью классических математических методов [9, 12].

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-31271 мол_а.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментальных измерений и обработки сигналов при доплеровском ультразвуковом контроле [6, 7] воздушного потока с фазовыми включениями. Схема экспериментальных исследований показана на рис. 1. В установке использован промышленный вентилятор Dospel WK200 (В) с диаметром отверстия 0,15 м, который представляет собой канальный центробежный вентилятор с мощностью 170 Вт, производительностью 1200 м³/ч и номинальной частотой вращения 2430 об./мин. Кроме того, для калибровки частоты вращения вентилятора используется цифровой фототахометр DT2234В (Т), который позволяет бесконтактно измерить частоту вращения вентилятора с разрешением 0,1 об./мин (менее 1000 об.), 1,0 об./мин (более 1000 об.) и погрешностью $\pm 0,05\%$. Дистанционный ультразвуковой контроль осуществлялся специально разработанным доплеровским прибором с несущей частотой ультразвука 40 кГц [12]. Исследования проводились в стационарном и разгонном режимах работы вентиляторной установки. Анализировались временная изменчивость и доплеровские спектры сигналов при наличии и отсутствии в воздушном потоке фазовых включений (мелкая древесная стружка).

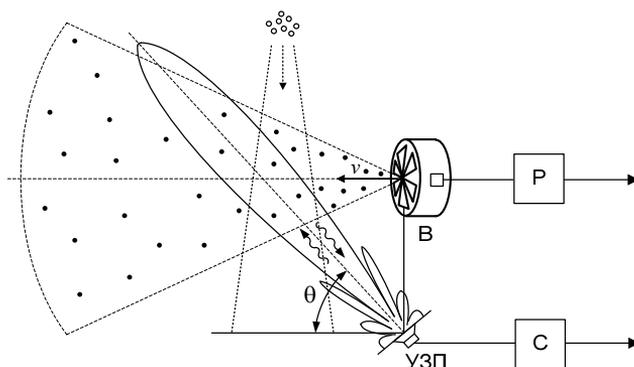


Рис. 1. Схема эксперимента:
В – вентилятор, Р – регулятор, С – система контроля,
УЗП – ультразвуковые преобразователи

Кроме того, в стационарном режиме работы вентилятора осуществлялся контроль пространственной и временной изменчивости потока при помощи анемометра X-Line AeroTemp. Значения скорости измерялись в разных точках потока вдоль (в 11 позициях) и поперек потока (в 5 позициях) в течение 20 с с дискретностью 0,25 с.

На рис. 2, а показана временная форма сигнала в разгонном режиме вентилятора при наличии фазовых включений. Определенный объем стружки помещался в выходной канал вентилятора и при выходе на стационарный режим работы вентилятора концентрация фазовых включений уменьшалась до нуля, рассеяние звукового сигнала происходило на турбулентных пульсациях потока ($t > 3,5$ с). Как видно из рис. 2, наличие фазовых включений значительно повышает амплитуду рассеянного сигнала. Для оценки скорости потока на рис. 2, б показано изменение средневзвешенного доплеровского спектра. В стационарном режиме максимальная скорость потока на оси в

области пересечения с диаграммой направленности УЗП составляет $v \approx 3$ м/с. Максимальный доплеровский сдвиг достигается до выхода потока на стационарный режим ($t \approx 2-2,5$ с, рис. 2, б). Это соответствует реальной скорости рассеивающих элементов в этот момент времени $v \approx 1$ м/с. С дальнейшем увеличением скорости потока доплеровский сдвиг значительно уменьшается, что связано с увеличением турбулентности и преимущественным рассеянием ультразвука на краях потока с меньшей скоростью.

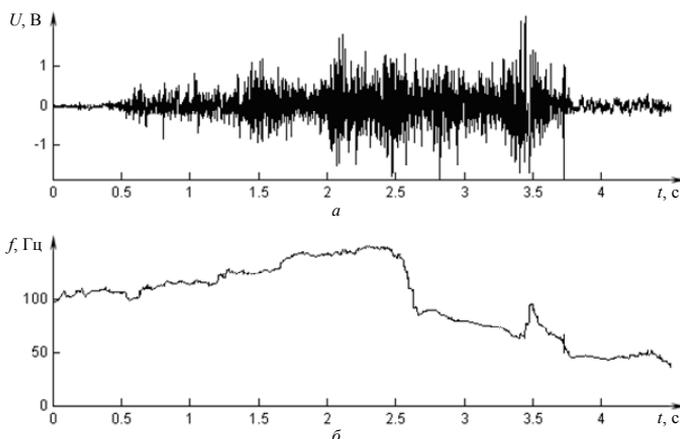


Рис. 2. Осциллограмма сигнала и изменение средневзвешенного доплеровского спектра

Этот вывод подтверждается доплеровскими спектрами ультразвуковых сигналов, показанных на рис. 3. Здесь приведены доплеровские спектры в стационарном режиме работы вентилятора при отсутствии и наличии фазовых включений (кривые 1, 2).

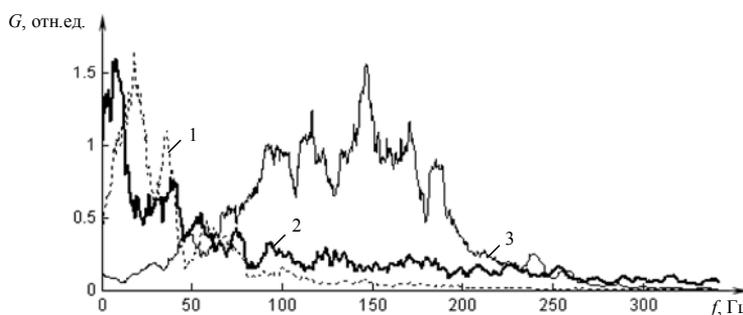


Рис. 3. Доплеровские спектры при отсутствии (1) и наличии (2) фазовых включений; 3 – свободное падение стружки

Максимум спектров соответствует частотам до 50 Гц, что соответствует скорости рассеивающих элементов $v \approx 0,4$ м/с – гораздо меньше скорости на оси потока. Для сравнения – кривая 3 соответствует свободному вертикальному падению стружки (см. рис. 1) со скоростью в области рассеяния $v \approx 1$ м/с. В

отсутствие турбулентного потока доплеровский сдвиг соответствует интегральной скорости рассеивающих элементов.

Таким образом, для эффективного ультразвукового контроля потока вентиляторной установки необходимо учитывать динамику возникновения турбулентности и ее пространственное распределение по сечению потока. Для этого в работе приводятся результаты моделирования структуры потока с помощью аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС) [1, 2].

Использовалась программная среда Deductor (разработчик – ООО «Аналитические технологии» – BaseGroup Lab, г. Рязань, www.basegroup.ru). Основой моделирования структуры потока являлись экспериментальные результаты измерения пространственной и временной изменчивости скорости потока с помощью анемометра.

На рис. 4 приведены структура одной из созданных ИНС-моделей и диаграмма рассеяния, характеризующая качество модели. Целевой функцией этой ИНС-модели была величина $e = \frac{\sigma}{V_{\text{cp}}} \cdot 100\%$ (где V_{cp} – средняя скорость потока; σ – среднеквадратичное отклонение скорости), характеризующая степень турбулентности.

Как следует из диаграммы рассеяния, ИНС-модель имеет хорошее качество (небольшую погрешность) и позволяет успешно выявлять распределение турбулентности по объему потока.

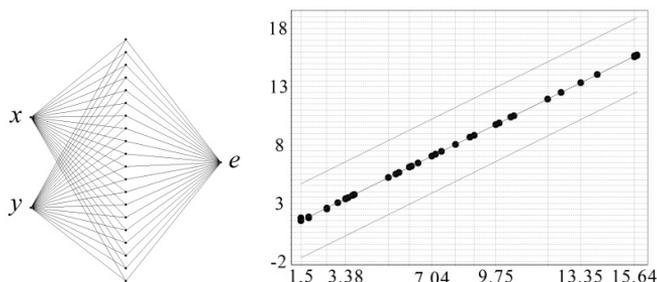


Рис. 4. Структура нейронной сети и диаграмма рассеяния при ее обучении на экспериментальных данных

На рис. 5 приведено распределение степени турбулентности, полученное по измеренным значениям (слева) и с помощью ИНС-модели (справа). Вентилятор располагается в начале координат (0; 0).

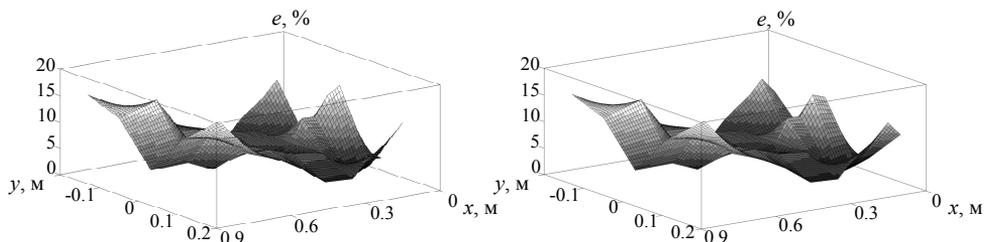


Рис. 5. Распределение степени турбулентности, полученное для мгновенной скорости потока (слева) и ИНС-модели (справа)

Результаты моделирования показывают, что использование аппарата искусственных нейронных сетей дает возможность достаточно успешно моделировать пространственную и временную структуру потока на основе экспериментальных данных.

Таким образом, анализ полученных экспериментальных данных позволяет сделать следующие выводы:

1. Наличие фазовых включений увеличивает обратное рассеяние ультразвука при малой скорости потока.

2. При увеличении скорости потока и турбулентности на его краях рассеяние ультразвука происходит преимущественно на турбулентных участках, что затрудняет непосредственный контроль скорости на оси потока.

3. Турбулентная структура потока может моделироваться при помощи аппарата ИНС, что позволяет, по-видимому, восстанавливать структуру и скорость потока по данным ультразвукового рассеяния на его краях.

Литература

1. Аbruков В.С., Аbruков С.В., Смирнов А.В., Карлович Е.В. Data Mining в научных исследованиях // Наноструктурированные материалы и преобразовательные устройства для солнечных элементов 3-го поколения: сб. материалов I Всерос. науч. конф. Чебоксары: ООО «Полиграфика». 2013. С. 11–17.

2. Аbruков В.С., Аbruков С.В., Смирнов А.В., Карлович Е.В. Методы интеллектуального анализа данных при создании баз знаний // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 140–146.

3. Алексеев А.П., Ядарова О.Н. Доплеровский ультразвуковой контроль производительности вентиляторной установки // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 307–310.

4. Горлин С.М., Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (Методы и приборы). М.: Наука, 1964. 720 с.

5. Городецкий О.А., Гуральник И.И., Ларин В.В. Метеорология, методы и технические средства наблюдений. 2-е изд. Л.: Гидрометеоиздат, 1991. 338 с.

6. Никандров М.В., Славутский Л.А. Уменьшение статистической погрешности доплеровского расходомера при спектральной обработке ультразвукового сигнала // Энергосбережение и водоподготовка. 2006. № 6. С. 54–56.

7. Николаев А.А., Славутский Л.А. Дистанционный контроль ультразвуковых магнито-стрикционных преобразователей противонакипных устройств // Вестник Чувашского университета. 2008. № 2. С. 228–232.

8. Черкасский В.М. Насосы, вентиляторы, компрессоры. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1984. 415 с.

9. Шепелев И.А. Аэродинамика воздушных потоков в помещении. М.: Стройиздат, 1978. 144 с.

10. Ядарова О.Н., Алексеев А.П., Славутский Л.А. Контроль нестационарного воздушного потока вентиляторной установки // Вестник Чувашского университета. 2014. № 3. С. 148–153.

11. Ядарова О.Н., Славутский Л.А. Доплеровский ультразвуковой контроль открытого воздушного потока // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 240–243.

12. Ядарова О.Н., Славутский Л.А. Контроль воздушного потока на основе доплеровского рассеяния ультразвука // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2013. № 3. С. 55–59.

References

1. Abruков V.S., Abruков S.V., Smirnov A.V., Karlovich E.V. *Data Mining v nauchnykh issledovaniyakh* [Data Mining for scientific research]. *Nanostrukturirovannye materialy i preobrazovatel'nye ustroystva dlya solnechnykh elementov 3-go pokoleniya: sb. materialov I Vseros. nauch. konf.* [Proc. of 1st Rus. Conf. «Nanostructured materials and converting devices for 3rd generation solar cells»]. Cheboksary, Poligrafika Publ., 2013, pp. 11–17.

2. Abrukov V.S., Abrukov S.V., Smirnov A.V., Karlovich E.V. *Metody intellektual'nogo analiza dannykh pri sozdanii baz znaniy* [Data mining techniques as means of creating knowledge bases]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 140–146.
3. Alekseev A.P., Yadarova O.N. *Doplerovskii ul'trazvukovoi kontrol' proizvoditel'nosti ventilyatornoi ustanovki* [The Doppler ultrasonic control of the ventilator system capacity]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, pp. 307–310.
4. Gorlin S.M., Slezinger I.I. *Aeromekhanicheskie izmereniya (Metody i pribory)* [Aeromechanical measurement (Methods and devices)]. Moscow, Nauka Publ., 1964, 720 p.
5. Gorodetskiy O.A., Gural'nik I.I., Larin V.V. *Meteorologiya, metody i tekhnicheskie sredstva nablyudenii. 2-e izd.* [Meteorology, methods and technical tools of observation. 2nd ed]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1991, 338 p.
6. Nikandrov M.V., Slavutskii L.A. *Umen'shenie statisticheskoi pogreshnosti doplerovskogo rashodomera pri spektral'noi obrabotke ul'trazvukovogo signala* [Reduction in Doppler flowmeter statistical error in spectral processing of ultrasonic signal]. *Energoberezhenie i vodopodgotovka* [Energy saving and water treatment], 2006, no. 6, pp. 54–56.
7. Nikolaev A.A., Slavutskii L.A. *Distsionnyy kontrol' ul'trazvukovykh magnitostriksionnykh preobrazovatelei protivonakipnykh ustroystv* [Remote control of ultrasonic magnetostriuctive transducers for scale distortion devices]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2008, no. 2, pp. 228–232.
8. Cherkasskiy V.M. *Nasosy, ventilyatory, kompressory. 2-e izd., pererab. i dop.* [Pumps, ventilators, compressors. 2nd ed]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984, 415 p.
9. Shepelev I.A. *Aerodinamika vozdukhnykh potokov v pomeshchenii* [Aerodynamics of indoor airflows]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 144 p.
10. Yadarova O.N., Alekseev A.P., Slavutskii L.A. *Kontrol' nestatsionarnogo vozduhnogo potoka ventilyatornoi ustanovki* [The control of non-stationary airflow of the ventilator system]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 3, pp. 148–153.
11. Yadarova O.N., Slavutskii L.A. *Doplerovskii ul'trazvukovoi kontrol' otkrytogo vozduhnogo potoka* [The Doppler ultrasonic control of the open airflow]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 240–243.
12. Yadarova O.N., Slavutskii L.A. *Kontrol' vozduhnogo potoka na osnove doplerovskogo rasseyaniya ul'trazvuka* [The airflow control by ultrasonic Doppler backscattering]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika* [Instruments and Systems. Monitoring, Control, and Diagnostics], 2013, no. 3, pp. 55–59.

ЯДАРОВА ОЛЬГА НИКОЛАЕВНА – аспирант кафедры промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (o_lala_la@mail.ru).

YADAROVA OLGA – Post-Graduated Student of Industrial Electronics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

СУЧКОВ ВЛАДИСЛАВ ОЛЕГОВИЧ – магистрант кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (lainx@mail.ru).

SUCHKOV VLADISLAV – Master's Program Student, Department of Management and Informatics in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

СЛАВУТСКИЙ ЛЕОНИД АНАТОЛЬЕВИЧ – доктор физико-математических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (las_co@mail.ru).

SLAVUTSKII LEONID – Doctor of Physics and Mathematical Sciences, Professor, Department of Management and Informatics in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

УДК 621.391.037.37:621.372

ББК 3811.3

Н.А. ГАЛАНИНА, Д.Д. ДМИТРИЕВ, Н.Н. ИВАНОВА

**ВОПРОСЫ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ
ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ
НА ПРОГРАММИРУЕМОЙ ЛОГИКЕ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДУЛЯРНОЙ АРИФМЕТИКИ**

Ключевые слова: модулярная арифметика, система остаточных классов, программируемая логика, цифровая обработка сигналов, программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС).

Проведён аналитический обзор работ, содержащих практический опыт использования модулярной арифметики в проектах по цифровой обработке сигналов на программируемой логике. Представлены результаты реализаций, дано описание преимуществ использования модулярной арифметики в подобных проектах. Показано, что задача синтеза алгоритмов на языке Verilog для ПЛИС с использованием модулярной арифметики является перспективной как в теоретическом, так и в практическом аспекте.

**N. GALANINA, D. DMITRIEV, N. IVANOVA
TO ISSUES OF IMPLEMENTING
DIGITAL SIGNAL PROCESSING ALGORITHMS
ON PROGRAMMABLE LOGIC USING MODULAR ARITHMETIC**

Key words: modular arithmetic, residue number system, programmable logic, digital signal processing, field-programmable gate array (FPGA).

The authors made an analytical review of the papers dealing with practical use of modular arithmetic in projects for digital signal processing in programmable logic. The paper presents the results of such implementation and describes the advantages of using modular arithmetic in such projects. It shows that the problem of synthesizing algorithms in Verilog language for FPGA by use of modular arithmetic has a high theoretical and practical significance.

В настоящее время практически не осталось областей науки и техники, в которых бы не применялась цифровая обработка сигналов. Беспроводные технологии, распознавание и синтез речи, технологии передачи музыки и видеоизображений через Интернет, анализ электрокардиограмм и многие другие аспекты современной жизни не могут обойтись без цифровой обработки сигналов, а рост технологий поощряет использование алгоритмов, ранее считавшихся ресурсоемкими для предыдущего поколения микроконтроллеров, DSP и ПЛИС.

Несмотря на доступность процессоров для встраиваемых систем, содержащих несколько ядер и имеющих тактовые частоты в пределах 1-2 ГГц, их производительность может быть недостаточна для работы в системах, где требуется обработка больших объёмов данных с высокой разрядностью (большим динамическим диапазоном), например в системах распознавания образов, гидро- и радиолокации, задачах обнаружения сигнала и др.

Наличие у современных ПЛИС DSP-блоков и большого количества портов ввода/вывода позволяет с успехом синтезировать на них алгоритмы цифровой обработки сигналов. В то же время модулярная арифметика, или система остаточных классов (СОК), подразумевает многопоточность вычисле-

ний и, таким образом, ПЛИС очень хорошо подходят для реализации алгоритмов с её использованием, поскольку вычисления в каналах СОК происходят параллельно и независимо друг от друга. Известно, что ПЛИС – это микросхема, логика работы которой определяется не при её создании, а задаётся посредством программирования в специализированных программных пакетах. Одной из таких сред является Quartus II.

Большой интерес для разработчиков спецпроцессоров ЦОС представляет реализация БПФ с использованием СОК на ПЛИС Altera Cyclone V. Современные ПЛИС Altera Cyclone V позволяют добиться производительности блоков БПФ по частоте до приблизительно 170–180 МГц даже без использования СОК [10].

СОК обладает важными преимуществами для реализации алгоритмов ЦОС по сравнению с их реализацией в позиционной системе счисления (ПСС). Так, в ней отсутствуют переносы между разрядами числа, что, как известно, является одним из значительных ограничений производительности при выполнении операций умножения и сложения. Ещё одно важное преимущество СОК перед ПСС – это то, что ошибка, возникшая в вычислениях одного из каналов СОК, не приводит к искажению информации в других каналах, поскольку все вычисления между каналами производятся независимо друг от друга. Таким образом, даже ошибки, возникшие в результате аппаратных сбоев или помех при передаче данных, впоследствии можно будет обнаружить и исправить, что делает применение СОК в ответственных системах оптимальным.

Тем не менее некоторые вычисления в СОК выполнять очень сложно. К таким операциям относятся, например, возведение в степень, вычисление квадратного корня, деление и сравнение чисел. Это затрудняет использование СОК в реализации алгоритмов, использующих данные операции. Но для встраиваемых приложений, где требуется высокая производительность в сочетании с низким энергопотреблением, например в задачах спектрального анализа, использование СОК позволяет добиться впечатляющих результатов. К тому же в настоящее время проблемы со сложностью выполнения приведённых выше операций успешно решаются табличными либо алгоритмическими способами. Некоторые из способов сравнения, деления и выполнения других операций приведены в работе [11].

Например, в работе [8] проведён анализ разработанного цифрового сигнального процессора (ЦСП) с использованием СОК на ПЛИС по энергопотреблению. Полученные результаты позволили авторам утверждать, что, во-первых, применение СОК позволяет снизить потребляемую мощность при реализации алгоритмов как на ПЛИС, так и на интегральных схемах специального назначения ASIC и, во-вторых, реализация на ПЛИС позволяет использовать описанные выше преимущества СОК в полной мере. Использование СОК в разработке ЦСП позволяет добиться большей простоты, более высокого уровня параллелизма, отсутствия переносов между каналами модулей и, соответственно, более высокой скорости вычислений, что подтверждается работой [6]. С другой стороны, применение СОК менее привычно, более трудоёмко и требует использования дополнительных блоков преобразования. В работе [9] приводятся результаты использования СОК в проекте по разработке ЦСП, преимущества применения которой показаны в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики ЦСП при синтезе в различных системах счисления

Характеристики ЦСП	СОК	Смешанная с/с	Двоичная
Частота, МГц	257	256	224
Площадь, мм ²	1,52	1,65	2,18
Мощность на 100 МГц, мВт	285,5	315,8	363,7
Изменение частоты по сравнению с двоичной системой счисления	+15%	+14%	0%
Изменение площади по сравнению с двоичной системой счисления	-30%	-25%	0%
Изменение мощности по сравнению с двоичной системой счисления	-22%	-13%	0%

Возможность использования более высокой тактовой частоты при применении СОК (табл. 1) появляется за счёт меньшей разрядности чисел в модулярных вычислениях по сравнению с традиционной двоичной системой счисления. Использование СОК даёт также значительное преимущество в площади, занимаемой логическими элементами на кристалле, и в потребляемой мощности на 100 МГц.

Одним из важнейших алгоритмов ЦОС является алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). Данное преобразование имеет очень широкий диапазон применения – в непосредственно спектральном анализе для детектирования сигналов в полосе частот, фильтрации сигналов, в алгоритмах сжатия информации, задачах астрофизики. Многие производители ПЛИС включают блоки БПФ в свои среды разработки. Так, фирма Altera имеет конфигурируемый блок Altera FFT IP, предоставляющий множество эффективных реализаций алгоритма для различных разрядностей входных данных и разной длины преобразования. Но, даже имея возможность использования таких блоков, разработчики ищут пути увеличения производительности, как в работе [10], где показано, как можно, используя свойства БПФ, либо уменьшить число используемых логических ресурсов ПЛИС при сохранении количества тактовых импульсов, необходимых для расчёта одного преобразования, либо уменьшить количество необходимых тактовых импульсов в ущерб использованию ресурсов.

В работах [2–5] рассмотрен процесс разработки алгоритма БПФ на ПЛИС с использованием системы остаточных классов, а также проанализирована эффективность проведенного синтеза. Разработан конфигурационный файл для реализации ДПФ в СОК на ПЛИС Altera Cyclone II в среде Altera Quartus II. Для задания модулей проекта в IDE Quartus использовались различные способы: некоторые модули в проекте написаны на языке описания аппаратуры Verilog, а другая часть модулей реализована в виде принципиальной схемы в блочном редакторе Quartus II.

Работая на частоте 55 МГц на ПЛИС Altera Cyclone II, предложенный алгоритм выполняет вычисления по производительности на уровне, соизмеримом с DSP Analog Devices TigerSHARC (рис. 1).

Общий вид проекта, реализующего БПФ на ПЛИС с использованием модулярной арифметики, показан на рис. 2, 3.

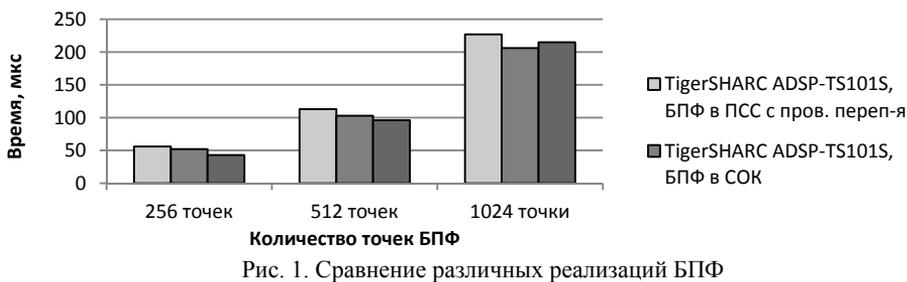


Рис. 1. Сравнение различных реализаций БПФ

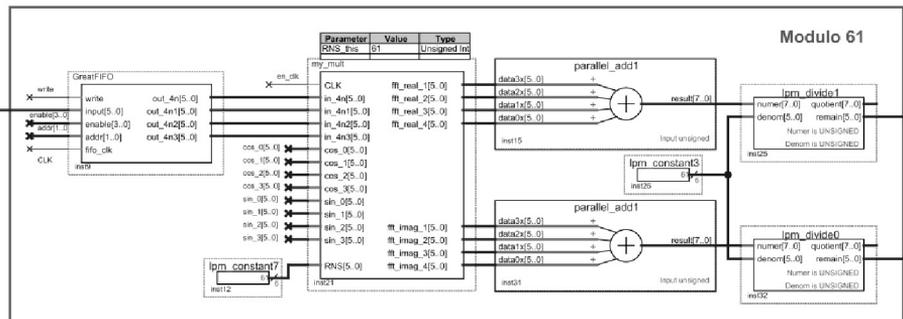


Рис. 2. Вид канала СОК для реализации БПФ на ПЛИС в СОК

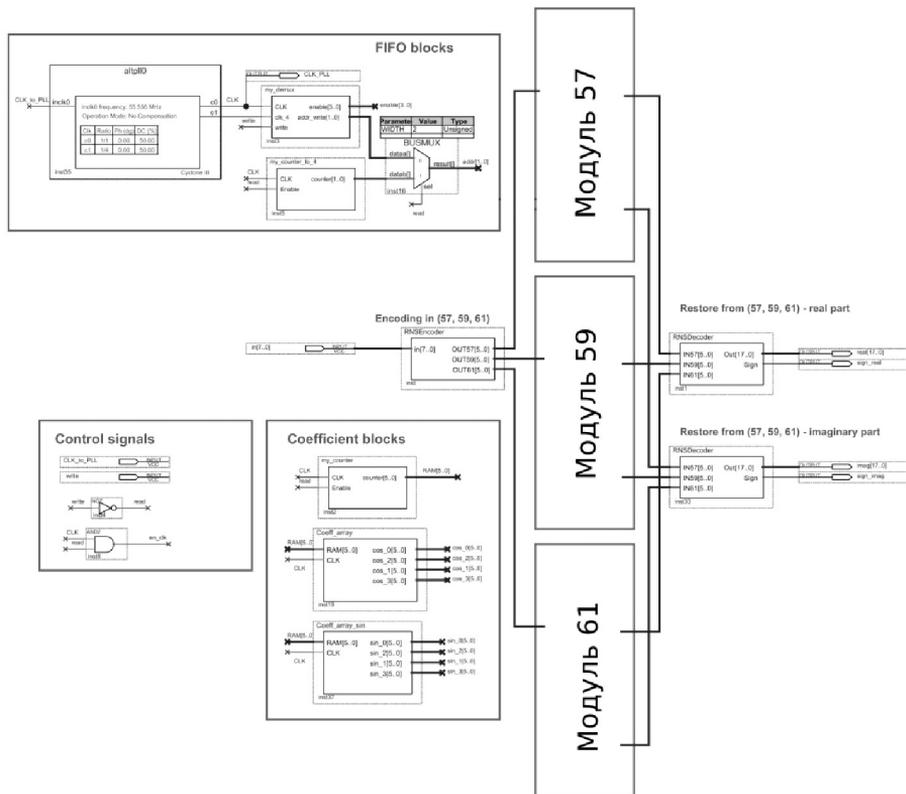


Рис. 3. Общий вид проекта для реализации БПФ на ПЛИС в СОК

Оценка работы осуществлялась по результатам моделирования непосредственно в системе *Altera Quartus II*. Была проведена оценка временных затрат аппаратурного выполнения преобразования Фурье (ПФ) в ПСС и СОК, по результатам которой построена диаграмма сравнения продолжительности выполнения N -точечного БПФ для ПЛИС и *DSP*.

В табл. 2 приведены результаты сравнительного анализа временных затрат при реализации БПФ (время БПФ в ПСС принято за 100%).

Таблица 2

Результаты сравнительного анализа временных затрат при реализации БПФ

Размер БПФ	Процессор TigerSHARC ADSP-TS101, БПФ в ПСС с проверкой переполнения	Процессор TigerSHARC ADSP-TS101, БПФ в СОК	ПЛИС Altera Cyclone II, БПФ в СОК
256-точечное БПФ	100%	93%	77%
512-точечное БПФ	100%	92%	85%
1024-точечное БПФ	100%	91%	95%

Таким образом, задача синтеза алгоритмов на языке Verilog для ПЛИС с требуемой разрядностью входных/выходных данных, заданной погрешностью вычислений и другими параметрами с использованием модулярной арифметики является перспективной и имеет высокую практическую значимость.

Литература

1. Акуцкий И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: Сов. радио, 1968. 440 с.
2. Галанина Н.А., Дмитриев Д.Д. Синтез БПФ на ПЛИС с применением системы остаточных классов // Программные системы и вычислительные методы. 2013. № 1(2). С. 129–133.
3. Галанина Н.А., Дмитриев Д.Д. Разработка устройства на ПЛИС для спектрального анализа цифровых сигналов в системе остаточных классов // Параллельная компьютерная алгебра и её приложения в новых инфокоммуникационных системах: материалы I Междунауч. конф. / Северо-Кавказский фед. ун-т; Институт математики и естественных наук. Ставрополь, 2014. С. 338–342.
4. Галанина Н.А., Иванова Н.Н. Анализ эффективности синтеза устройств вычислительной техники для непозиционной цифровой обработки сигналов // Кибернетика и программирование. 2015. № 3. С. 1–6.
5. Галанина Н.А., Дмитриев Д.Д. Разработка конфигурационного файла для реализации дискретного преобразования Фурье в системе остаточных классов на ПЛИС // Вестник Чувашского университета. 2011. № 3. С. 119–124.
6. Галанина Н.А. Синтез функциональных модулей БПФ в СОК // Вестник Чувашского университета. 2005. № 2. С. 124–127.
7. Галанина Н.А. Сравнительный анализ энергетических характеристик позиционных и непозиционных фильтров // Вестник Чувашского университета. 2006. № 2. С. 335–340.
8. Cardarilli G.C., Nannarelli A., Re M. Residue Number System for Low-Power DSP Applications. Proc. of 41st Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, 2007. Available at: <http://www.imm.dtu.dk/~alna/pubs/asil07b.pdf>.
9. Chaves R., Sousa L. RDSP: a RISC DSP based on residue number system. Proc. of the Euro-micro Symposium on Digital System Design (DSD'03). Inesc-ID, Lisboa, Lisbon, Portugal, 2003. DOI: 10.1109/DSD.2003.1231911.
10. Leclère J., Botteron C., Farine P.-A. Implementing super-efficient FFTs in Altera FPGAs // EE Times Programmable Logic Designline. February, 2015. Available at: <http://infoscien->

ce.epfl.ch/record/204540/files/Implementing%20super-efficient%20FFTs%20in%20Altera%20FPGAs.pdf?version=1.

11. Omondi A., Premkumar B. Residue Number Systems: Theory and Implementation. Imperial College Press, 2007. 296 p.

References

1. Akushskii I.Ya., Yuditskii D.I. *Mashinnaya arifmetika v ostatochnykh klassakh* [Machine arithmetic in residual classes]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1968, 440 p.

2. Galanina N.A., Dmitriev D.D. *Sintez BPF na PLIS s primeneniem sistemy ostatochnykh klassov* [Synthesis of FFT on FPGA using system of residual classes]. *Programmnye sistemy i vychislitel'nye metody* [Software systems and computational methods], 2013, no. 1(2), pp. 129–133.

3. Galanina N.A., Dmitriev D.D., *Razrabotka ustroystva na PLIS dlya spektral'nogo analiza tsifrovyykh signalov v sisteme ostatochnykh klassov* [Designing devices on FPGA for spectral analysis of digital signals in residue number system]. *Parallel'naya komp'yuternaya algebra i ee prilozheniya v novykh infokommunikatsionnykh sistemakh: materialy I mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii* [Proc. of 1st Int. Conf. «Parallel computer algebra and its application in new IC systems»]. Stavropol, 2014, pp. 338–342.

4. Galanina N.A., Ivanova N.N., *Analiz effektivnosti sinteza ustroystv vychislitel'noi tekhniki dlya nepozitsionnoi tsifrovoi obrabotki signalov* [Estimating efficiency of synthesis of computing devices for non-positional digital signal processing]. *Kibernetika i programmirovaniye* [Computer Science and Programming], 2015, no. 3, pp. 1–6.

5. Galanina N.A., Dmitriev D.D., *Razrabotka konfiguratsionnogo faila dlya realizatsii diskretnogo preobrazovaniya Fur'e v sisteme ostatochnykh klassov na PLIS* [Designing configuration file for implementing discrete Fourier transform in residue number system]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2011, no. 3, pp. 119–124.

6. Galanina N.A. *Sintez funktsional'nykh modulei BPF v SOK* [Synthesis of FFT functional modules in RNS]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2005, no. 2, pp. 124–127.

7. Galanina N.A. *Sravnitel'nyi analiz energeticheskikh kharakteristik pozitsionnykh i nepozitsionnykh fil'trov* [Comparative analysis of power characteristics of positional and non-positional filters]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2006, no. 2, pp. 335–340.

8. Cardarilli G.C., Nannarelli A., Re M. Residue Number System for Low-Power DSP Applications. Proc. of 41st Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, 2007. Available at: <http://www.imm.dtu.dk/~alna/pubs/asil07b.pdf>.

9. Chaves R., Sousa L. RDSP: a RISC DSP based on residue number system. Proc. of the Euro-micro Symposium on Digital System Design (DSD'03). Inesc-ID, Lisboa, Lisbon, Portugal, 2003. DOI: 10.1109/DSD.2003.1231911.

10. Leclère J., Botteron C., Farine P.-A. Implementing super-efficient FFTs in Altera FPGAs. EE Times Programmable Logic Designline. February, 2015. Available at: <http://infoscience.epfl.ch/record/204540/files/Implementing%20super-efficient%20FFTs%20in%20Altera%20FPGAs.pdf?version=1>

11. Omondi A., Premkumar B. Residue Number Systems: Theory and Implementation. Imperial College Press, 2007. 296 p.

ГАЛАНИНА НАТАЛИЯ АНДРЕЕВНА – доктор технических наук, профессор кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (galaninacheb@mail.ru).

GALANINA NATALIA – Doctor of Technical Sciences, Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

ДМИТРИЕВ ДМИТРИЙ ДМИТРИЕВИЧ. См. с. 25.

ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (naadeezdaa@rambler.ru).

IVANOVA NADEZHDA – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 519.6:519.852]:621.3.011.71

ББК В192.1: 3211.04

А.Ю. ИВАНИЦКИЙ, Ж.К. КАРАСЕВА

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРЯМОЙ И ДВОЙСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ПРИБЛИЖЕННЫМИ ДАННЫМИ

Ключевые слова: прямая и двойственная задача линейного программирования, неустойчивые задачи, сходимость, оценка погрешности, неустойчивые электротехнические задачи.

В статье предлагается один из вариантов метода поточечной невязки для решения прямых и двойственных задач линейного программирования с приближенными данными, чувствительных к малым возмущениям. Метод приводит к вспомогательной задаче, которая является также задачей линейного программирования. Доказаны теоремы существования и сходимости приближенных решений, получены оптимальные по порядку оценки аппроксимации решений исходной задачи приближенными решениями. Предложенный метод может применяться для решения неустойчивых электротехнических задач, которые могут быть сведены к системам линейных алгебраических уравнений и задачам линейного программирования.

A. IVANITSKIY, J. KARASEVA

METHOD FOR REGULARIZATION OF DIRECT AND DUAL LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS WITH APPROXIMATE DATA

Key words: direct and dual linear programming problem, ill-posed problems, convergence, error estimate, ill-posed electrotechnical problems.

The paper proposes a variant of the pointwise residual method for solving direct and dual linear programming problems, sensitive to small perturbations, with approximate data. The method results in an auxiliary problem, which is also a linear programming problem. There were proved the theorems of existence and convergence of approximate solutions, and obtained optimal estimates of approximation of initial problem solution by approximate solutions. The method can be used to solve ill-posed electrotechnical problems that can be reduced to linear algebraic equations systems and linear programming problems.

1. Рассмотрим основную задачу линейного программирования

$$\varphi(\mathbf{u}) = \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle \rightarrow \inf, \mathbf{u} \in U = \{ \mathbf{u} \in \mathfrak{R}^n : \mathbf{B}\mathbf{u} \leq \mathbf{d} \}, \quad (1)$$

где $\langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle = \sum_{j=1}^n c_j u_j$ – целевая функция, $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_n]^T$,

$\mathfrak{R}_+^n = \{ \mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T : u_j \geq 0, j = \overline{1, n} \}$ – множество векторов с неотрицательными компонентами;

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{p1} & b_{p2} & \dots & b_{pn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{p \times n}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_p \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^p,$$

$\mathfrak{R}^{p \times n}$ и \mathfrak{R}^p – пространство матриц порядка $p \times n$ и пространство векторов размерности p с вещественными элементами, соответственно.

Считаем, что

$$U \neq \emptyset, \varphi_* = \inf_{\mathbf{u} \in U} \varphi(\mathbf{u}) > -\infty. \quad (2)$$

Тогда, согласно [7], множество решений задачи (1) непусто, т.е.

$$U_* = \{ \mathbf{u} \in U : \varphi(\mathbf{u}) = \varphi_* \} \neq \emptyset.$$

Наряду с задачей (1) рассмотрим двойственную к ней задачу

$$\psi(\mathbf{v}) = -\langle \mathbf{d}, \mathbf{v} \rangle \rightarrow \sup, \mathbf{v} \in V = \{\mathbf{v} \in \mathfrak{R}_+^p : \mathbf{c} + \mathbf{B}^T \mathbf{v} \geq \mathbf{0}\}, \quad (3)$$

где $\mathbf{B}^T \in \mathfrak{R}^{p \times n}$ – транспонированная к \mathbf{B} матрица. При выполнении условий (2) множество решений задачи (3)

$$V^* = \{\mathbf{v} \in V : \psi(\mathbf{v}) = \psi^*\} \neq \emptyset,$$

где $\psi^* = \sup_{\mathbf{v} \in V} \psi(\mathbf{v}) < +\infty$ [7]. Из теории двойственности задач линейного программирования следует, что $\mathbf{u}_* \in U_*$, $\mathbf{v}^* \in V^*$ тогда и только тогда, когда

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_* \\ \mathbf{v}^* \end{bmatrix} \in W = \{\mathbf{w} \in \mathfrak{R}_+^{n+p} : \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{d} \leq \mathbf{0}, -\mathbf{B}^T \mathbf{v} - \mathbf{c} \leq \mathbf{0}, \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle + \langle \mathbf{d}, \mathbf{v} \rangle \leq 0\}.$$

Рассмотрим задачу нахождения нормального решения системы неравенств, определяющих множество W :

$$f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{w}\|_1 \rightarrow \inf, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} \in W, \quad (4)$$

где $\|\mathbf{w}\|_1 = |u_1| + |u_2| + \dots + |u_n| + |v_1| + |v_2| + \dots + |v_p|$ – октаэдрическая норма вектора \mathbf{w} . В нашем случае $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}_+^n$, $\mathbf{v} \in \mathfrak{R}_+^p$, следовательно, $\|\mathbf{w}\|_1 = u_1 + u_2 + \dots + u_n + v_1 + v_2 + \dots + v_p$. Как уже отмечалось, при выполнении условия (2) множество U_* решения задачи (1) непусто. Тогда, согласно теореме 2.2.1 [7], множество V^* решений двойственной задачи (3) непусто. Следовательно, множество $W \neq \emptyset$. Так как $f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{w}\|_1 \geq 0$ – ограниченная снизу функция и множество $W \neq \emptyset$, то, согласно [2, 7], справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Множество решений задачи (4)

$$W_* = \{\mathbf{w} \in W : f(\mathbf{w}) = f_*, f_* = \inf_{\mathbf{w} \in W} f(\mathbf{w})\} \neq \emptyset,$$

и любая минимизирующая последовательность $\{\mathbf{w}^k\} : \mathbf{w}^k \in W$ ($k = 1, 2, \dots$, $\lim_{k \rightarrow +\infty} f(\mathbf{w}^k) = f_*$), сходится к точке $\mathbf{w}_* \in W_*$.

2. Пусть вместо данных $\{\mathbf{B}, \mathbf{d}, \mathbf{c}\}$ в задаче (1) известны их приближения $\{\tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{d}}, \tilde{\mathbf{c}}\}$, где

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{11} & \tilde{b}_{12} & \dots & \tilde{b}_{1n} \\ \tilde{b}_{21} & \tilde{b}_{22} & \dots & \tilde{b}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{b}_{p1} & \tilde{b}_{p2} & \dots & \tilde{b}_{pn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{p \times n}, \tilde{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \tilde{d}_1 \\ \tilde{d}_2 \\ \dots \\ \tilde{d}_p \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^p, \tilde{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_1 \\ \tilde{c}_2 \\ \dots \\ \tilde{c}_n \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^n,$$

такие, что выполняются соотношения

$$|\tilde{b}_{sj} - b_{sj}| \leq \Delta_{sj}, |\tilde{d}_s - d_s| \leq \delta_s, |\tilde{c}_j - c_j| \leq \xi_j, \quad (5)$$

где $\Delta_{sj} \geq 0, \delta_s \geq 0, \xi_j \geq 0, s = \overline{1, p}, j = \overline{1, n}$ – уровни погрешностей в задании входных данных $\{\mathbf{B}, \mathbf{d}, \mathbf{c}\}$.

В общем случае задача (4) с приближенными данными

$$f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{w}\|_1 \rightarrow \inf, \mathbf{w} \in \tilde{W},$$

где $\tilde{W} = \{\mathbf{w} = [\mathbf{u}, \mathbf{v}]^T \in \mathfrak{R}_+^{n+p} : \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{d}} \leq \mathbf{0}, -\tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{v} - \tilde{\mathbf{c}} \leq \mathbf{0}, \langle \tilde{\mathbf{c}}, \mathbf{u} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{d}}, \mathbf{v} \rangle \leq 0\}$, может оказаться неразрешимой, а в случае разрешимости – неустойчивой [2–5, 7]. Поэтому для ее решения необходимо использовать методы регуляризации [2–5, 7]. Одним из таких методов является метод поточечной невязки, представленный ниже.

Пусть

$$\mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} \Delta_{12} \dots \Delta_{1n} \\ \Delta_{21} \Delta_{22} \dots \Delta_{2n} \\ \dots \\ \Delta_{p1} \Delta_{p2} \dots \Delta_{pn} \end{bmatrix}, \mathbf{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \dots \\ \delta_p \end{bmatrix}, \boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \dots \\ \xi_n \end{bmatrix},$$

$\sigma = \{\mathbf{\Delta}, \mathbf{\delta}, \boldsymbol{\xi}\}$ – набор погрешностей входных данных из (5).

Рассмотрим множество

$$W(\sigma) = \{\mathbf{w} = [\mathbf{u}, \mathbf{v}]^T \in \mathfrak{R}_+^{n+p} : \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{d}} \leq \mathbf{\Delta}\mathbf{u} + \mathbf{\delta}, -\tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{v} - \tilde{\mathbf{c}} \leq \mathbf{\Delta}^T \mathbf{v} + \boldsymbol{\xi}, \langle \tilde{\mathbf{c}}, \mathbf{u} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{d}}, \mathbf{v} \rangle \leq \langle \boldsymbol{\xi}, \mathbf{u} \rangle + \langle \mathbf{\delta}, \mathbf{v} \rangle\}.$$

В неравенствах, определяющих множество $W(\sigma)$, заложена идея согласования векторов-невязок с погрешностями входных данных $\mathbf{\Delta}, \mathbf{\delta}, \boldsymbol{\xi}$. Заметим, что множество $W(\sigma) \neq \emptyset$ и является специальным расширением множества W , так как $W \subseteq W(\sigma)$ и $W \neq \emptyset$.

Рассмотрим задачу

$$f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{w}\|_1 \rightarrow \inf, \mathbf{w} \in W(\sigma). \quad (6)$$

Аналогично теореме 1 справедлива следующая теорема.

Теорема 2. Множество решений задачи (6)

$$W_*(\sigma) = \{\mathbf{w} \in W(\sigma) : f(\mathbf{w}) = f_*(\sigma), f_*(\sigma) = \inf_{\mathbf{w} \in W(\sigma)} f(\mathbf{w})\} \neq \emptyset,$$

и любая минимизирующая последовательность

$$\{\mathbf{w}^k\} \in W(\sigma), k = 1, 2, \dots, \lim_{k \rightarrow +\infty} f(\mathbf{w}^k) = f_*(\sigma)$$

сходится к точке $\mathbf{w}_*(\sigma) \in W_*(\sigma)$.

При численном решении задачи (6) нет необходимости решать ее точно, достаточно определить вектор $\mathbf{w}(\sigma, \varepsilon)$ из условия

$$\mathbf{w}(\sigma, \varepsilon) : f(\mathbf{w}) \leq f_*(\sigma) + \varepsilon, \varepsilon \geq 0. \quad (7)$$

Множество векторов, удовлетворяющих условию (7), обозначим $W_*(\sigma, \varepsilon)$.

Покажем, что в качестве приближенных решений задачи (4) можно взять элементы множества $W_*(\sigma, \varepsilon)$.

Пусть

$$\Delta_s = \max_{1 \leq j \leq n} \Delta_{sj}, \Delta_j = \max_{1 \leq s \leq p} \Delta_{sj}, \hat{\Delta} = \max_{s,j} \Delta_{sj}, \hat{\delta} = \max_s \delta_s, \hat{\xi} = \max_j \xi_j.$$

Теорема 3. Пусть выполнены условия (2) и (5). Тогда

$$\beta(W_*(\sigma, \varepsilon), W_*) = \sup_{\mathbf{w}(\sigma) \in W_*(\sigma, \varepsilon)} \inf_{\mathbf{w} \in W_*} \|\mathbf{w}(\sigma) - \mathbf{w}\| \rightarrow 0$$

при $\sigma = \{\mathbf{\Delta}, \mathbf{\delta}, \boldsymbol{\xi}\} \rightarrow 0$, где W_* – множество решений задачи (4).

Доказательство. Возьмем произвольные последовательности $\{\widehat{\sigma}^k\} = \{\widehat{\Delta}^k, \widehat{\delta}^k, \widehat{\xi}^k\} \rightarrow 0$, $\varepsilon^k \rightarrow 0$, $k \rightarrow +\infty$. По определению верхней грани найдется последовательность $\{\mathbf{w}^k\} \in W_*(\sigma^k, \varepsilon^k)$ такая, что

$$\inf_{\mathbf{w} \in W_*} \|\mathbf{w}^k - \mathbf{w}\| \geq \beta(W_*(\sigma, \varepsilon), W_*) - \frac{1}{k}, k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Так как $W \subseteq W_*(\sigma)$, то $f_*(\sigma) \leq f_*$, тогда $\forall \{\mathbf{w}^k\} \in W_*(\sigma^k, \varepsilon^k) \subseteq W(\sigma)$ из (7) получим

$$f(\mathbf{w}^k) = \|\mathbf{w}^k\|_1 \leq f_*(\sigma) + \varepsilon^k \leq f_* + \varepsilon^k. \quad (9)$$

Таким образом, последовательность $\{\mathbf{w}^k\}$ ограничена и из нее можно выделить сходящуюся подпоследовательность. Не ограничивая общности, считаем, что сама последовательность сходится $\{\mathbf{w}^k\} \rightarrow \overline{\mathbf{w}}_* = [\overline{\mathbf{u}}_*, \overline{\mathbf{v}}_*]^T$ при $k \rightarrow +\infty$.

Для $\forall \mathbf{w}^k = [\mathbf{u}^k, \mathbf{v}^k]^T \in W(\sigma)$ с учетом, что $\mathbf{u}^k \in \mathfrak{R}_+^n$, имеем

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}\mathbf{u}^k - \mathbf{d})_s &\leq 2[\Delta_s \mathbf{u}^k]_s + \delta_s \leq 2[\Delta_s (u_1^k + u_2^k + \dots + u_n^k) + \delta_s^k] + \delta_s \leq \\ &\leq 2(\Delta_s \|\mathbf{u}^k\|_1 + \delta_s^k) \leq 2(\Delta_s \|\mathbf{w}^k\|_1 + \delta_s^k), s = \overline{1, p}. \end{aligned}$$

Тогда отсюда и из (9) получим

$$\max_{1 \leq s \leq p} (\mathbf{B}\mathbf{u}^k - \mathbf{d})_s \leq 2[\widehat{\Delta}^k (f_* + \varepsilon^k) + \widehat{\delta}^k]. \quad (10)$$

Аналогично для $\forall \mathbf{w}^k = [\mathbf{u}^k, \mathbf{v}^k]^T \in W(\sigma)$ с учетом, что $\mathbf{u}^k \in \mathfrak{R}_+^n$, $\mathbf{v}^k \in \mathfrak{R}_+^p$, имеем

$$\max_{1 \leq j \leq n} (-\mathbf{B}^T \mathbf{v}^k - \mathbf{c})_j \leq 2[\widehat{\Delta}^k (f_* + \varepsilon^k) + \widehat{\xi}^k] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{c}, \mathbf{u}^k \rangle + \langle \mathbf{d}, \mathbf{v}^k \rangle &\leq 2(\widehat{\xi} \|\mathbf{u}^k\|_1 + \widehat{\delta} \|\mathbf{v}^k\|_1) \leq 2M(\widehat{\delta}, \widehat{\xi})(\|\mathbf{u}^k\|_1 + \|\mathbf{v}^k\|_1) \leq \\ &\leq 2M(\widehat{\delta}, \widehat{\xi}) \|\mathbf{w}^k\|_1 \leq 2M(\widehat{\delta}, \widehat{\xi})(f_* + \varepsilon^k), \end{aligned} \quad (12)$$

где $M(\widehat{\delta}, \widehat{\xi}) = \max\{\widehat{\delta}, \widehat{\xi}\}$.

Переходя к пределу в (10), (11) и (12) при $k \rightarrow \infty$, или, что то же самое, при $\{\widehat{\sigma}^k\} = \{\widehat{\Delta}^k, \widehat{\delta}^k, \widehat{\xi}^k\} \rightarrow 0$, $\varepsilon^k \rightarrow 0$, имеем

$$\mathbf{B}\overline{\mathbf{u}}_* - \mathbf{d} \leq \mathbf{0}, -\mathbf{B}^T \overline{\mathbf{v}}_* - \mathbf{c} \leq \mathbf{0}, \langle \mathbf{c}, \overline{\mathbf{u}}_* \rangle + \langle \mathbf{d}, \overline{\mathbf{v}}_* \rangle \leq 0,$$

т.е. $\overline{\mathbf{w}}_* = [\overline{\mathbf{u}}_*, \overline{\mathbf{v}}_*]^T \in W$.

Из (9) получим $\|\overline{\mathbf{w}}_*\| \leq f_*$. Следовательно, $\overline{\mathbf{w}}_* = [\overline{\mathbf{u}}_*, \overline{\mathbf{v}}_*]^T$ – решение задачи (4). Переходя в (8) к пределу при $k \rightarrow \infty$, имеем $\beta(W_*(\sigma, \varepsilon), W_*) \rightarrow 0$. Теорема доказана.

3. Оценим порядок аппроксимации векторов $\mathbf{w}_* \in W_*$ векторами $\mathbf{u}(\sigma, \varepsilon) \in W_*(\sigma, \varepsilon)$.

Теорема 4. Пусть $U \neq \emptyset$, $\varphi_* > -\infty$ и выполнены условия (5). Тогда справедлива оценка

$$\sup_{\mathbf{w} \in W_*(\sigma, \varepsilon)} \rho(\mathbf{w}, W_*) = O(\widehat{\Delta} + \widehat{\delta} + \widehat{\xi} + \varepsilon).$$

Доказательство. Множество решений задачи (4) W_* можно представить в виде многогранника

$$W_* = \{ \mathbf{w} = [\mathbf{u}, \mathbf{v}]^T \geq 0 : \|\mathbf{w}\|_1 \leq f_*, \mathbf{B}\mathbf{u} \leq \mathbf{d}, -\mathbf{B}^T \mathbf{v} \leq \mathbf{c}, \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle + \langle \mathbf{d}, \mathbf{v} \rangle \leq 0 \}.$$

Тогда, согласно [7], существует постоянная $M > 0$, зависящая лишь от элементов матриц $\mathbf{B}, \mathbf{d}, \mathbf{c}$, такая, что для $\forall \mathbf{w} = [\mathbf{u}, \mathbf{v}]^T \in \mathfrak{R}^{n+p}$ справедливо неравенство

$$\rho(\mathbf{w}, W_*) \leq M \max \{ \max(\|\mathbf{w}\|_1 - f_*)^+, \|(\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{d})^+\|_\infty, \|(-\mathbf{B}^T \mathbf{v} - \mathbf{c})^+\|_\infty, (\langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle + \langle \mathbf{d}, \mathbf{v} \rangle)^+ \}. \quad (13)$$

В частности, это соотношение справедливо для $\mathbf{w}(\varepsilon, \sigma) \in W_*(\sigma, \varepsilon) \subseteq \mathfrak{R}_+^{n+p} \subseteq \mathfrak{R}^{n+p}$. Неравенство (13) оценим при $\mathbf{w} = \mathbf{w}(\varepsilon, \sigma) = [\mathbf{u}(\varepsilon, \sigma), \mathbf{v}(\varepsilon, \sigma)]^T$. Так как $W \subseteq \tilde{W}$, то $\|\mathbf{w}(\varepsilon, \sigma)\|_1 \leq f_*(\sigma) + \varepsilon \leq f_* + \varepsilon$, отсюда $\|\mathbf{w}(\varepsilon, \sigma)\|_1 - f_* \leq \varepsilon$. Имеем

$$\mathbf{B}\mathbf{u}(\varepsilon, \sigma) - \mathbf{d} \leq 2(\Delta\mathbf{u}(\varepsilon, \sigma) + \delta)$$

и, следовательно, как и в теореме 3, получим

$$\|\mathbf{B}\mathbf{u}(\varepsilon, \sigma) - \mathbf{d}\|_\infty = \max_{1 \leq s \leq p} |\mathbf{B}\mathbf{u}(\varepsilon, \sigma) - \mathbf{d}|_s \leq 2(\widehat{\Delta}(f_* + \varepsilon) + \|\delta\|_\infty).$$

Аналогично получим

$$\|-\mathbf{B}^T \mathbf{v}(\varepsilon, \sigma) - \mathbf{c}\|_\infty \leq 2(\widehat{\Delta}(f_* + \varepsilon) + \|\xi\|_\infty)$$

и

$$\langle \mathbf{c}, \mathbf{u}(\varepsilon, \sigma) \rangle + \langle \mathbf{d}, \mathbf{v}(\varepsilon, \sigma) \rangle \leq 2M(\widehat{\delta}, \widehat{\xi})(f_* + \varepsilon).$$

Тогда

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{w}, W_*) &\leq M \{ 2(\widehat{\Delta}(f_* + \varepsilon) + \|\delta\|_\infty) + \widehat{\Delta}(f_* + \varepsilon) + \|\xi\|_\infty \} + M(\widehat{\delta}, \widehat{\xi})(f_* + \varepsilon) \\ &\leq M \{ (4\widehat{\Delta} + 2M(\widehat{\delta}, \widehat{\xi}))(f_* + \varepsilon) + 2(\|\delta\|_\infty + \|\xi\|_\infty) \}, \forall \mathbf{w} \in W_*(\sigma, \varepsilon). \end{aligned}$$

Теорема доказана.

Как следует из последней оценки, можно определить решение задачи (4) с приближенными данными с той же точностью, с которой заданы исходные данные. При этом вспомогательная задача (6), определяющая метод поточечной невязки, является задачей линейного программирования, что и исходная задача (4), для решения которой существуют достаточно эффективные методы [2].

4. Рассмотрим основную задачу линейного программирования: найти вектор $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2]^T$ из условий

$$\begin{cases} u_1 + u_2 \rightarrow \inf \\ u_1 + 2u_2 \leq 6, \\ -\sqrt{5}u_1 - \sqrt{20}u_2 \leq -\sqrt{180}, \\ u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, \end{cases} \quad (14)$$

в которой второе неравенство после сокращения на $-\sqrt{5}$ примет вид $u_1 + 2u_2 \geq 6$. Таким образом, она эквивалентна задаче: найти вектор $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T$ из условий

$$\begin{cases} u_1 + u_2 \rightarrow \inf \\ u_1 + 2u_2 = 6, \\ u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, \end{cases}$$

решением которой будет вектор $\mathbf{u}_* = [0; 3]^T$, $\varphi_* = 3$. Использование радикалов $\sqrt{5}, \sqrt{20}, \sqrt{180}$ в (14) позволяет имитировать соотношения (5).

Пусть k – число удерживаемых цифр после десятичной точки в $\sqrt{5} = 2.23606797\dots, \sqrt{20} = 4.47213595\dots, \sqrt{180} = 13.41640786$.

В табл. 1 приведены приближенные решения (14) симплекс-методом в среде MatLab R2014b при различных k .

Таблица 1

Решение задачи симплекс-методом

u	Точное решение	k					
		0	1	2	3	4	5
u_1	0	-	0.0	2.00	0.000	2.0000	0.00000
u_2	3	-	3.0	2.00	3.000	2.0000	3.00000

Как видно из табл. 1, при $k = 0$ задача (14) не имеет решения, а при $k = 1, 2, 3, 4, 5$ решения носят неустойчивый характер.

Двойственная задача к (14) имеет вид: найти вектор $\mathbf{v} = [v_1, v_2]^T$ из условий

$$\begin{aligned}
 & -6v_1 + \sqrt{180}v_2 \rightarrow \sup \\
 & \begin{cases} v_1 - \sqrt{5}v_2 \geq -1, \\ 2v_1 - \sqrt{20}v_2 \geq -1, \\ v_1 \geq 0, v_2 \geq 0, \end{cases} \quad (15)
 \end{aligned}$$

Множество решений задачи (15) неограниченно и состоит из векторов $\mathbf{v}^* = [-0.5 + \sqrt{5}\alpha, \alpha]^T$, где $\alpha \in \left[\frac{1}{\sqrt{20}}; +\infty\right)$, $\psi^* = 3$. Согласно теореме 5.2.3 [1], исходная задача (14) не является устойчиво разрешимой, так как множество решений двойственной задачи $V^* = \{\mathbf{v} : \mathbf{v} = [-0.5 + \sqrt{5}\alpha, \alpha]^T, \alpha \in [1/\sqrt{20}; +\infty)\}$ неограниченно. Что и подтверждает табл. 1.

Заметим, что нормальное решение задачи (15)

$$\|\mathbf{v}\|_1 = v_1 + v_2 \rightarrow \inf, \mathbf{v} \in V^* = \{\mathbf{v} : \|\mathbf{v}\|_1 = \psi^*\}$$

имеет вид $\mathbf{v}^* = \left[0; \frac{1}{\sqrt{20}}\right]^T = [0; 0.2236066797\dots]$.

Вместо прямой задачи (14) и двойственной к ней (15) рассмотрим аналог задачи (4): найти вектор $\mathbf{w} = [w_1, w_2, w_3, w_4]^T$ из условий

$$f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{w}\|_1 = w_1 + w_2 + w_3 + w_4 \rightarrow \inf \quad (16)$$

$$\begin{cases} w_1 + 2w_2 \leq 6, \\ -\sqrt{5}w_1 - \sqrt{20}w_2 \leq -\sqrt{180}, \\ -w_3 + \sqrt{5}w_4 \leq 1, \\ -2w_3 + \sqrt{20}w_4 \leq 1, \\ w_1 + w_2 + 6w_3 - \sqrt{180}w_4 \leq 0, \\ w_i \geq 0, i = 1, 4. \end{cases}$$

Решение этой задачи $\mathbf{w}_* = \left[0; 3; 0; \frac{1}{\sqrt{20}} \right]^T$, $f_* = 3 + \frac{1}{\sqrt{20}}$.

Решим эту задачу методом поточечной невязки (6) при различных k в среде Matlab R2014b. Результаты вычислений приведены в табл. 2.

Таблица 2

Решение задачи методом поточечной невязки

k	Δ_{s_j}, δ_j	w_1	w_2	w_3	w_4
0	0	0.000000	3.000000	0.000000	0.230771
1	0.05	0.000000	2.934077	0.000000	0.207243
2	0.005	0.000000	2.997777	0.000000	0.222182
3	0.0005	0.000000	2.999555	0.000000	0.223432
4	0.00005	0.000000	2.999988	0.000000	0.223599
5	0.000005	0.000000	2.999999	0.000000	0.223611

Порядок погрешности аппроксимации точных решений прямой задачи (14) $\mathbf{u}_* = [0; 3]^T$ и двойственной к ней задачи (15) $\mathbf{v}_* = \left[0; \frac{1}{\sqrt{20}} \right]^T$ приближенными решениями приведен в табл. 3.

Таблица 3

Погрешность решений

w	k					
	0	1	2	3	4	5
$ u_{*1} - w_1 $	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
$ u_{*2} - w_2 $	0.000000	0.065923	0.002223	0.000445	0.000012	0.000001
$ v_1^* - w_3 $	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
$ v_2^* - w_4 $	0.007164	0.016364	0.001425	0.000175	0.000008	0.000004

Из табл. 2 и 3 видно, что $w_1 \rightarrow u_{*1}, w_2 \rightarrow u_{*2}, w_3 \rightarrow v_1^*, w_4 \rightarrow v_2^*$ при увеличении числа k удерживаемых цифр после десятичной точки.

Таким образом, метод поточечной невязки (7) позволяет получать приближенные решения с точностью порядка задания входных данных и может быть использован для решения любых задач с приближенными данными, которые могут быть сведены к основной задаче линейного программирования.

Литература

1. Беклемишев Д.Н. Дополнительные главы линейной алгебры. М.: Наука, 1983. 337 с.
2. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002. 415 с.
3. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю., Морозов В.А. Метод поточечной невязки для некоторых задач линейной алгебры и линейного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1998. Т. 38, № 7. С. 1140–1152.
4. Морозов В.А., Медведев Н.В., Иваницкий А.Ю. Регуляризация задач алгебры и анализа. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987. 80 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 284 с.
6. Федоров В.В. Численные методы максимина. М.: Наука, 1979. 278 с.
7. Vasilyev F.P., Ivanitskyu A.Yu. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. Boston; L., 2001, 312 p.

References

1. Beklemishev D.N. *Dopolnitel'nye glavy lineinoi algebrы* [Additional Chapters of Linear Algebra]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 337 p.
2. Vasil'ev F.P. *Metody optimizatsii* [Methods for Optimizations]. Moscow, Faktorial Press Publ., 2002, 415 p.
3. Vasil'ev F.P., Ivanitskiy A.Yu., Morozov V.A. *Metod potochechnoi nevyazki dlya nekotorykh zadach lineinoi algebrы i lineinogo programmirovaniya* [Pointwise Residual Method for Solving Some Problems of Linear Algebra and Linear Programming]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1998, vol. 38, no. 7, pp. 1140–1152.
4. Morozov V.A., Medvedev N.V., Ivanitskiy A.Yu. *Regulyarizatsiya zadach algebrы i analiza* [Regularization of Algebra and Analysis Problems]. Moscow, Moscow University Publ., 1987, 80 p.
5. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for Solving Ill-Posed Problems]. Moscow, Nauka Publ., 1986, 284 p.
6. Fedorov V.V. *Chislennyye metody maksimina* [Numerical Maximin Methods]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 278 p.
7. Vasilyev F.P., Ivanitskiy A.Yu. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. Boston, L., 2001, 312 p.

ИВАНИЦКИЙ АЛЕКСАНДР ЮРЬЕВИЧ – кандидат физико-математических наук, профессор, декан факультета прикладной математики, физики и информационных технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ivanitskiy@hotmail.com).

IVANITSKIY ALEXANDER – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Applied Mathematics, Physics and Information Technologies, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

КАРАСЕВА ЖАННА КОНСТАНТИНОВНА – магистрант кафедры прикладной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (zhanna_sk@mail.ru).

KARASEVA ZHANNA – Master's Program Student, Applied Mathematics and Informatics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 005.334:004.942

ББК У291.21-09

С.О. ИВАНОВ, Д.В. ИЛЬИН, Л.А. ИЛЬИНА

МЕТОДИКА АНАЛИЗА РИСКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ ПОСЛЕДСТВИЙ

Ключевые слова: анализ рисков, имитационное моделирование, методы оценки.

В данной статье предлагается методика анализа рисков на основе имитационной модели распространения последствий. Даются определения величины риска в терминах имитационной модели, что позволяет использовать данную методику для анализа любых видов риска. Рассматривается возможность применения предложенной методики для автоматизации этапа оценки риска.

S. IVANOV, D. ILIN, L. ILINA METHODOLOGY OF RISK ANALYSIS BY MEANS OF MODELS OF CONSEQUENCES

Key words: risk analysis, simulation, estimation methods.

This paper suggests methods of risk analysis, based on the model of consequences. The authors provide the definition of risk value in terms of the simulation model, which allows using these methods while analysing any kinds of risk. The authors regard the possibility of applying the proposed method for automating the risk assessment stage.

Анализ рисков – это необходимый этап построения системы безопасности предприятия, как физической, так и информационной. Он также используется в процессе управления развитием самой организации.

В нашей стране развитием научного направления, посвященного риску и безопасности, занимаются многие научные коллективы и организации. Из специализирующихся на риске ведущую роль играет «Рабочая группа при Президенте РАН по анализу риска и проблем безопасности» под председательством Н.А. Махутова [1]. Также действуют сообщества специалистов, например, «Русское общество управления рисками». В зарубежных странах вопросами риск-менеджмента занимается сообщество Society for Risk Analysis, проводящее ежегодные встречи, посвященные проблемам риск-менеджмента. В 2014 г. сообществом обсуждалась проблема применения методик и инструментов оценки риска для решения сложных и спорных вопросов об окружающей среде и здоровье.

Этапы анализа рисков в риск-менеджменте включают анализ активов, идентификацию, оценку величины риска. Среди них ключевыми являются – идентификация и оценка величины риска. Сложность первого заключается во множестве факторов, влияющих на защищаемые активы, которые необходимо учесть и выявить возможные риски. Для выполнения второго существует множество методик оценки риска [5], некоторые из них закреплены в международных стандартах¹. Однако выбор метода и его выполнение могут оказаться нетривиальной задачей.

Выделяют следующие фундаментальные подходы к оценке рисков: экспертный, аналитический (логико-вероятностный), модельно-расчетный (статистический) [6]. Каждый из них обладает своими достоинствами и недостатками.

¹ ГОСТ Р ИСО/МЭК 31010-2011. Менеджмент риска. Методы оценки риска. М.: Стандартинформ, 2012.

Самыми распространенными методами оценки риска являются экспертные методы: «деревья отказов», «деревья событий», «метод сценариев» [1, 5]. Они просты и эффективны, но требуют хорошей группы экспертов и редко применяются для исследования сложных систем, состоящих из распределенных, слабосвязанных элементов, включающих в себя людей, организации, виртуальные инфраструктуры [7].

Аналитическая группа методов чаще всего основана на частной теории риска, что ограничивает ее дальнейшее развитие [5]. Так, например, скоринговые методы недостаточно проработаны, а факторный анализ применим только для конкретных видов риска [6]. К тому же, как выделяет ряд авторов [1, 6], при исследовании часто недостаточно эмпирических материалов (данных). В некоторых работах [1] отмечаются статичность и неполнота учитываемых параметров.

Наиболее обоснованным является модельно-расчетный метод, опирающийся на модели управленческой, экономической, социально-психологической, эколого-экономической ситуации, позволяющий рассчитать характеристики ущерба [1]. Он учитывает взаимодействия между индивидуальными факторами риска [9]. Эта группа методов наименее распространена из-за сложности или невозможности применения статистики, так как данных недостаточно и/или исследуемая среда постоянно меняется [6], а также из-за необходимости проектировать модель для каждой конкретной ситуации [6, 10].

Для решения вышеперечисленных проблем была разработана имитационная модель распространения последствий [4, 8]. Элементы исследуемой среды непосредственно отображаются в модели с помощью субъектов и их свойств, а логика ее развития – с помощью функций реакций на импульсы воздействия. Подробнее внутреннее устройство модели рассмотрено в работах [2, 3]. Проблема недостаточности информации решается с помощью симуляции, что позволяет получить нужные данные в любой момент (или интервал) времени.

В данной статье рассматривается методика анализа рисков, включающая этапы идентификации и оценки риска на основе имитационной модели распространения последствий. В отличие от других способов данная методика основана не на частном понятии риска, а на факторах, присущих самой модели. Это позволяет использовать данную методику для анализа любых видов риска.

В риск-менеджменте можно четко выделить субъекты и их взаимодействия, поэтому для данной области хорошо подходит модель взаимодействия [2, 3] (рис. 1).

Рассмотрим элементы модели. Источники и адресаты воздействий – внешние субъекты, взаимодействующие с моделью. Субъект – составная сущность, обладающая свойствами и реагирующая на воздействия. Группирует вложенные объекты: свойства –

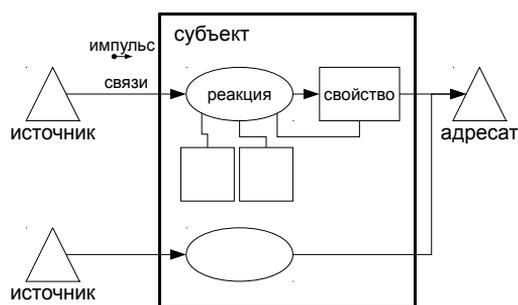


Рис. 1. Модель процесса взаимодействия субъектов

стороны проявления качества, внутренние параметры, описывающие состояние субъекта (воздействия); реакции – функции преобразования импульсов воздействия с учетом свойств субъектов. Связи воздействия – определенные способы

влияния на объект. Импульсы воздействия – события воздействия, имеющие величину и направление, определяемое связью воздействия.

В риск-менеджменте как научной дисциплине существует своя терминология. Свяжем основные элементы модели взаимодействия с понятиями риск-менеджмента¹. Владелец риска – лицо или организация, имеющая ответственность, или полномочия, по менеджменту риска. Соответствует субъекту, группирующему защищаемые активы (свойства субъекта) и определяющему реакции на угрозы. Опасность (угрозы, источники событий) – источник потенциального вреда. Соответствует источнику воздействия. Событие – возникновение или изменение специфического набора условий. Проявляется с помощью импульсов воздействия. Уязвимости – внутренние свойства или слабые места объекта, вызывающие его чувствительность к источнику риска, что может привести к реализации события и его последствий. Соответствует связям воздействия. Экспозиция (защищенность) – степень подверженности организации и/или причастных сторон воздействию события. Соответствует реакции воздействия. Последствия – результат воздействия события на объект. Соответствуют импульсам воздействия, изменяющим свойства (активы). Таким образом, из модели взаимодействия мы получаем модель распространения последствий (рис. 2).

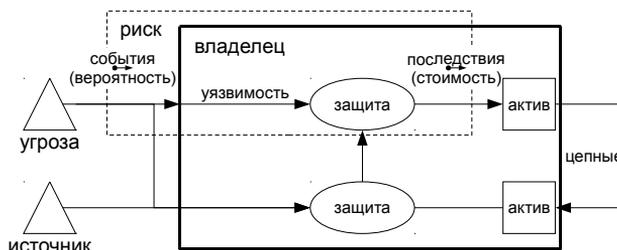


Рис. 2. Модель распространения рисков

Существует много определений риска: вероятностно-стоимостная оценка потерь, дисперсия случайной величины финансового баланса, сочетание вероятности и последствий наступления неблагоприятных событий, неопределённое событие или условие, которое в случае возникновения имеет позитивное или негативное воздействие на репутацию компании, приводит к приобретениям или потерям в денежном выражении, вероятностные последствия (отрицательные и положительные). Все эти определения характеризуют понятие риска с разных сторон, что, как ни парадоксально, усложняет процедуру идентификации (выявления) риска. В модели процесса распространения последствий имитируется их влияние на состояние (свойства) модели. В ней для определения риска используется тот факт, что величина риска складывается из нескольких элементов: угроз, уязвимостей, защищенности [4, 8]. Таким образом, риск в модели распространения последствий – путь от угрозы до актива (рис. 2, пунктир).

Таким образом, задача идентификации риска сводится к перебору путей в графе от каждой угрозы до актива, а величину риска можно рассчитать по формуле

$$R_i = V_i / E_i, \quad (1)$$

¹ ГОСТ Р 51897-2011. Менеджмент риска. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2012.

где V_i – суммарная величина последствий, вызванная событиями, дошедшими по i -му пути, E_i – количество событий, дошедших по i -му пути.

Однако формула (1) не учитывает последствия, вызванные несколькими угрозами, что сужает область ее применения до строго ординарных событий – одно событие в один момент времени.

В случае если события происходят одновременно или влияют на распространение последствий, то риском является сочетание угроз, приведших к последствию. Более универсальным методом определения величины риска является способ, основанный на использовании сочетания угроз:

$$R_j = V_j / S_j, \quad (2)$$

где V_j – суммарная величина последствий, вызванная событиями сочетания угроз D_j ; S_j – количество последствий, вызванных сочетанием угроз D_j .

Формула (2) дает возможность автоматизировать задачи идентификации и оценки риска по имеющейся модели распространения последствий.

Методика оценки риска в модели распространения последствий:

- 1) идентификация риска – генерация множества D всех сочетаний угроз;
- 2) анализ последствий: а) установка и инициализация счетчиков S_j для каждого D_j из D ; б) проведение симуляции;
- 3) оценка риска, состоящая в расчете его величины по формуле (2).

Для реализации этого метода каждый импульс воздействия снабжается информацией об его источниках, которая будет учитываться при подсчете каждого риска.

Определение риска как сочетания угроз и наличие модели последствий дают возможность аналитически рассчитать величину риска как математического ожидания случайной величины значения импульса, зависящей от вероятностей возникновения событий угроз. Но количество связей и отношений между угрозами и активами для реальной организации достаточно велико, поэтому может потребоваться автоматизация этих расчетов на компьютере.

Таким образом, методика проведения оценки риска с помощью имитационной модели распространения последствий позволяет автоматизировать и упростить этап оценки риска.

Литература

1. Абдрахманов Н.Х., Абдрахманова К.Н., Ворохобко В.В., Шайбаков Р.А. Современное состояние разработки методологии анализа системных рисков при проектировании и эксплуатации нефтегазового оборудования опасных производственных объектов // Нефтегазовое дело. 2014. Вып. 3. URL: <http://ogbus.ru/>.
2. Иванов С.О. Концептуальная модель процесса взаимодействия // Техника и технологии: роль в развитии современного общества: сб. науч. тр. III междунар. науч.-практ. конф. Краснодар: Априори, 2014. С. 59–64.
3. Иванов С.О. Модель процесса взаимодействия // Вестник Российского университета кооперации. 2014. № 1(15). С. 132–137.
4. Иванов С.О. Применение модели распространения рисков для оценки VAR // Социально-экономическое развитие регионов России: сб. науч. тр. IV междунар. науч.-практ. конф. М.: МЭСИ, 2014. С. 210–214.
5. Мирзаханян Р.Э., Мастяева И.Н. Методы и модели оценки рисков в различных областях // Фундаментальные исследования. 2014. Вып. № 9-2.
6. Орлов А.И. Современное состояние контроллинга рисков // Научный журнал КубГАУ. 2014. Вып. № 98(04).
7. Haines Y.Y., Lambert J.H. Introduction to the Special Issue on the Risk of Extreme and Catastrophic Events. *Risk Analysis*, 2012, vol. 32(11), pp. 1821–1822.

8. Ivanov S.O. Application of the model of propagation of effects for the risk analysis. Proc. of 9th Int. Conf. «European Science and Technology». Munich, Vela-Verlag Waldkraiburg, 2014, pp. 139–144.
9. Newsome B. The 6.5 Ts: rationalising security and risk management strategies. *Int. J. of Risk Assessment and Management*, 2015, vol. 18, no.1, pp. 89–104.
10. Price1 B., MacNicoll M. Multiple Interacting Risk Factors: On Methods for Allocating Risk Factor Interactions. *Risk Analysis*, 2015, vol. 35(5), pp. 931–940.

References

1. Abdrakhmanov N.Kh., Abdrakhmanova K.N., Vorokhobko V.V., Shaibakov R.A. *Sovremennoe sostoyanie razrabotki metodologii analiza sistemnykh riskov pri proektirovanii i ekspluatatsii neftegazovogo oborudovaniya opasnykh proizvodstvennykh ob"ektov* [Current state of development of methodology for analysis of systemic risks in designing and operating oil and gas equipment in hazardous industrial projects]. *Neftegazovoe delo* [Petroleum Engineering], 2014, issue 3.
2. Ivanov S.O. *Kontseptual'naya model' protsessa vzaimodeistviya* [The conceptual model interaction process]. *Tekhnika i tekhnologii: rol' v razvitiu sovremennogo obshchestva: sb. nauch. tr. III mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Proc of the 3th Int. Sci.-Tech. Conf. «Technics and technologies: role in the development of modern society»]. Krasnodar, Apriori Publ., 2014, pp. 59–64.
3. Ivanov S.O. *Model' protsessa vzaimodeistviya* [The interaction model]. *Vestnik Rossiiskogo universiteta kooperatsii* [Bulletin of the Russian University of Cooperation], 2014, no. 1(15), pp. 132–137.
4. Ivanov S.O. *Primenenie modeli rasprostraneniya riskov dlya otsenki VAR* [The application of the risk propagation model in VAR evaluation]. *Sotsial'no-ekonomicheskoe razvitie regionov Rossii: sb. nauch. tr. IV mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Proc of the 4th Int. Sci.-Tech. Conf. «Social and economic development of regions of Russia»]. Moscow, MESI Publ., 2014, pp. 210–214.
5. Mirzakhanyan R.E., Mastyaeva I.N. *Metody i modeli otsenki riskov v razlichnykh oblastiakh* [Methods and models of risk assessment in various fields]. *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental research], 2014, issue 9-2.
6. Orlov A.I. *Sovremennoe sostoyanie kontrollinga riskov* [The current state of controlling risks]. *Nauchnyi zhurnal KubGAU* [Scientific journal KubGAU], 2014, issue 98(04).
7. Haimes Y.Y., Lambert J.H. Introduction to the Special Issue on the Risk of Extreme and Catastrophic Events. *Risk Analysis*, 2012, vol. 32(11), pp. 1821–1822.
8. Ivanov S.O. Application of the model of propagation of effects for the risk analysis. Proc. of 9th Int. Conf. «European Science and Technology». Munich, Vela-Verlag Waldkraiburg, 2014, pp. 139–144.
9. Newsome B. The 6.5 Ts: rationalising security and risk management strategies. *Int. J. of Risk Assessment and Management*, 2015, vol. 18, no.1, pp. 89–104.
10. Price1 B., MacNicoll M. Multiple Interacting Risk Factors: On Methods for Allocating Risk Factor Interactions. *Risk Analysis*, 2015, vol. 35(5), pp. 931–940.

ИВАНОВ СЕРГЕЙ ОЛЕГОВИЧ – старший преподаватель кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (v101-11@mail.ru).

IVANOV SERGEY – Senior Teacher, Math and Information Systems Hardware Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

ИЛЬИН ДМИТРИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (destr@mail.ru).

ILIN DMITRY – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Math and Information Systems Hardware Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

ИЛЬИНА ЛАРИСА АЛЕКСЕЕВНА – доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (larisai2009@gmail.com).

ILINA LARISA – Associate Professor, Math and Information Systems Hardware Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 004.56:621.396.9

ББК 32.81я73

А.Г. КОРОБЕЙНИКОВ, А.Н. БОЖЬЕВ, Ю.А. ГАТЧИН, С.В. САВКОВ,
Д.Ю. АШЕВСКИЙ, С.А. АЛЕКСАНИН, Д.А. ЗАКОЛДАЕВ

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ УГРОЗ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ ОБЪЕКТОВ

Ключевые слова: *орграф, полумарковский процесс, математические модели, радиоэлектронные объекты, техническая разведка.*

Рассмотрено функционирование радиоэлектронных объектов (РЭОб) и предложен подход к оценке информационных угроз радиоэлектронных объектов на основе полумарковских процессов. Предложены расчетные модели эффективности работы РЭОб в условиях воздействия средств технической разведки (ТР) и рассмотрены зависимости показателя эффективности от параметров процесса: математического ожидания (МО) времени работы РЭОб при выполнении задания, МО времени до начала действия средств ТР, МО времени восстановления защищённой работоспособности РЭОб, вероятности выполнения условий воздействия средств и обнаружения параметров РЭОб. Приведены примеры расчёта зависимостей вероятности успешного выполнения задания радиоэлектронных систем (РЭС) – Ψ от среднего рабочего времени радиоэлектронного объекта при фиксированном и переменном значениях времени функционирования радиоэлектронного объекта – t . Расчёты проводились в среде MathCad, которые позволили оценить вероятность успешной работы радиоэлектронных объектов, а также определить рациональный план работы (выполнения задания) для уменьшения уровней воздействия угроз информационной безопасности. Новизна результатов, полученных в работе, состоит в том, что впервые предложены модели оценки угроз информационной безопасности защищаемых радиоэлектронных объектов, отличающиеся от известных частных подходов системным учетом всех факторов, влияющих на эффективность защиты радиоэлектронных объектов, и достоверностью формализованного представления процесса защиты радиоэлектронных объектов. Практическая значимость работы состоит в том, что результаты работы в дальнейшем возможно использовать в работе организаций, обеспечивающих защиту радиоэлектронных объектов от средств разведки. Предлагаемые модели позволяют решать не только прямую задачу по анализу эффективности защиты радиоэлектронных объектов, но и обратную задачу по оперативному совершенствованию мероприятий в условиях реального масштаба времени для достижения требуемого уровня защищённости радиоэлектронных объектов.

А. КОРОБЕЙНИКОВ, А. БОЗНЕВ, Ю. ГАТЧИН, С. САВКОВ,

Д. АШЕВСКИЙ, С. АЛЕКСАНИН, Д. ЗАКОЛДАЕВ

PROBABILISTIC APPROACH TO EVALUATING RADIOELECTRONIC FACILITIES DATA SECURITY THREATS

Key words: *digraph, semi-Markov process, mathematical models, radioelectronic facility, technical intelligence.*

The authors regard the current operation of radioelectronic facilities (REF) and suggest an approach to evaluating the REF data security threats based on semi-Markov processes. The authors have worked out the models for calculating the effectiveness of REF under the impact of technical intelligence (TI) devices and considered the dependence of the efficiency on the process parameters: the mathematical expectation (ME) of REF operating time needed to fulfil the task, the ME of the TI devices starting time, the ME of the REF protection recovery time, the possibility of REF equipment to meet the operating requirements and their parameters to be detected. The authors give examples of calculating the dependency of probability of successful fulfilment of an assignment by radio electronic systems (RES) – Ψ on the average REF operating time with fixed and variable REF operating time value – t . Calculations were carried out in Math Cad environment, which allowed to estimate the probability of REF success-

ful operation, as well as to work out a rational REF operating plan aimed at reducing data security threats. The novelty of the research results is that it is the first time there were suggested models of evaluating protected REF data security threats, which differ from the well-known separate approaches by systematization of all the factors influencing the effectiveness of the REF protection and the reliability of the formalized representation of the REF protecting process. Practical significance of the work lies in the fact that the results may be used in future practical work of the organizations that provide REF with counterintelligence protection. The proposed models will allow to solve not only the direct task of analyzing the effectiveness of the REF protection, but also the inverse problem of the real-time efficient upgrading of the measures taken to meet the required level of REF security.

В настоящее время задача защиты радиоэлектронных объектов (РЭОб), включающая, например, такие подзадачи, как защита от снятия и (или) модификации циркулирующей в РЭОб информации, блокирование попыток изменения скорости обработки информационных процессов, сокрытие параметров и технических характеристик, имеет особую актуальность. Эта актуальность вызвана созданием многочисленных совместных предприятий на территории РФ, реализацией международных Договоров и соглашений о контроле над вооружениями и инспектированием войск (таких, как политика «отрытого неба», «открытого моря»), резким сокращением ограничений на перемещение иностранных представителей по территории России и т.п. Эти обстоятельства позволили резко увеличить возможность разведок иностранных государств по добыванию различной информации о РЭОб.

Под РЭОб понимается любое радиоэлектронное средство (комплекс, система), входящее в состав систем управления силами (войсками), средствами, оружием, а также техника РЭОб [10].

Все мероприятия по обеспечению информационной безопасности (ИБ) РЭОб направлены на достижение следующих целей [4]:

- предупреждение появления угроз ИБ;
- выявление возможных направлений и степени нарастания опасности;
- обнаружение реальных фактов нарушения ИБ;
- пресечение разглашения, утечки и несанкционированного доступа (НСД) к информации, нарушения её целостности и потери;
- ликвидацию или снижение уровня ущерба от нарушения ИБ и её использования противником.

Основная причина сложившейся ситуации состоит в отсутствии комплексного подхода, построении моделей и методов, которые эффективно бы решили задачи и проблемы ИБ РЭОб.

Эффективность функционирования РЭОб определяется:

- полнотой содержания проводимых в ходе контроля проведения мероприятий;
- степенью охвата РЭОб, для которых средства разведки представляют угрозу их информационной безопасности и потенциально опасны как источники непреднамеренных радиопомех;
- адекватностью выявления демаскирующих признаков РЭОб во всех физических полях, используемых противником для ведения технической разведки;
- учётом динамики проявления во времени демаскирующих признаков и ведения разведки техническими средствами;

– порядком организации проведения мероприятий по комплексному техническому контролю и управления его ведением, а также уровнем технической оснащённости структурных подразделений контроля.

Результаты анализа современных методов и моделей ИБ [4, 9, 10] свидетельствуют о том, что они во многом несовершенны, не учитывают ряд существенных факторов, свойственных РЭОб при проведении различных мероприятий. Условно эти факторы можно разбить на две группы:

– факторы, связанные с мониторингом состояния защищенности РЭОб, сосредоточения сведений, составляющих государственную тайну, при проведении мероприятий;

– факторы, относящиеся к обоснованию и реализации управляющих решений по устранению угроз защищаемой информации.

К первой группе факторов относятся, прежде всего, особенности оперативного получения достоверной информации о состоянии сил и средств разведки противника, прогнозирования его возможностей и действий с оценкой их эффективности при заданных состояниях объектов и системы защиты различных структур [8].

Вторая группа факторов включает в себя условия неопределенности при принятии решений о защите сведений, требования реального масштаба времени, ограниченность ресурсов, необходимость каждый раз учитывать особенности различных объектов, ценность защищаемых сведений, необходимость перестройки структуры системы управления защитой сведений и другие [1].

В настоящее время используемые модели и методы оценки информационных угроз РЭОб ориентированы прежде всего на условия наличия большого статистического материала, низкую динамику смены состояний разведки противника и состояний защищаемых объектов. Поэтому задача разработки методики расчета оценки начала времени воздействия средств технической разведки (ТР) в реальном масштабе времени является актуальной. Для решения данной задачи применен математический аппарат на базе теории полумарковских процессов.

Методика расчёта работы радиоэлектронных объектов в условиях воздействия средств разведки. Первым шагом для решения вышеназванной задачи будет проектирование математической модели расчета оценки угроз ИБ РЭОб на базе полумарковских процессов.

Под атаками на РЭОб в данной работе будем понимать воздействие информационных угроз средствами ТР на РЭОб.

Пусть РЭОб работает с заданной эффективностью с момента времени t_0 до момента времени t_1 . На этом временном промежутке считаем, что РЭОб не атакуются средствами ТР. В момент времени t_2 на РЭОб начинают воздействовать средства ТР. С этого времени начинаются мероприятия по защите параметров РЭОб. Выделим два состояния работы РЭОб в условиях воздействия ТР: 1 – успешное выполнение поставленной задачи; 2 – срыв задачи.

Для расчета среднего времени успешного функционирования РЭОб при воздействии атак представим модель функционирования в виде полумарковской системы [1, 5–7]. Орграф динамики состояний полумарковского процесса (ПМП), описывающий процесс функционирования РЭОб в условиях воздействия средств ТР с возможностью управления параметрами РЭОб для снижения влияния атак, представлен на рис. 1.

Вершины в орграфе обозначают следующее:

e_1 – РЭОб не атакуется средствами ТР; возможны атаки;

e_2 – переход РЭОб в защищённое состояние при воздействии средств ТР;

e_3 – работа РЭОб в защищённом режиме;

e_4 – завершение выполнения РЭОб поставленной задачи.

В состоянии e_1 ПМП будет находиться до тех пор, пока не произойдет одно из двух событий: либо РЭОб успешно выполнит поставленную задачу и ПМП перейдет в состояние e_4 ; либо произойдет обнаружение атаки средствами ТР и ПМП перейдет в состояние e_2 [2].

В состоянии e_2 ПМП будет находиться до тех пор, пока не будет достигнут требуемый уровень защищённости РЭОб в условиях атак средствами ТР. Затем ПМП перейдет в состояние e_3 [11, 12, 16].

В состоянии e_3 ПМП будет находиться до тех пор, пока не будет решена поставленная задача РЭОб в защищённом режиме. После этого ПМП перейдет в состояние e_4 .

Для дальнейшего решения поставленной задачи необходимо определить вероятности перехода из одного состояния в другое, т.е. значения p_{12} , p_{14} , p_{23} и p_{34} [13–15]. Для этого определим следующие величины:

p_f – вероятность воздействия средств ТР и определения параметров РЭОб;

p_p – вероятность превышения случайного значения уровня воздействия угроз над случайным значением уровня защищённости;

\tilde{P}_c – уровень защиты РЭОб;

P_c – математическое ожидание уровня защиты РЭОб;

\tilde{P}_n – уровень воздействия угроз;

P_n – математическое ожидание уровня угроз;

K_n – коэффициент защиты;

\tilde{f}_n, \bar{f}_n – случайная величина и среднее значение уровня воздействия средств ТР;

\tilde{f}_c, \bar{f}_c – случайная величина и среднее значение уровня параметров защищённости РЭОб;

ξ – минимально допустимое значение уровня воздействия средств ТР, при котором обеспечивается влияние на защищаемые параметры РЭОб;

k – максимально возможное значение уровня воздействия средств ТР.

Считая, что случайные величины \tilde{f}_c и \tilde{f}_n имеют нормальное распределение, вычислим p_f при помощи интеграла Гаусса:

$$p_f = P((\tilde{f}_c - \tilde{f}_n) < \xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0}} \int_0^{\xi} e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}} dx,$$

где $M = \tilde{f}_c - \tilde{f}_n$; $\sigma = \frac{k \cdot M}{3}$.

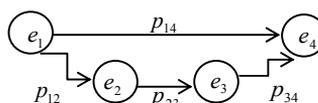


Рис. 1. Орграф динамики состояний ПМП, описывающий процесс функционирования РЭОб в условиях воздействия средств ТР

Считая, что случайные величины \tilde{P}_n и \tilde{P}_c имеют нормальное распределение, вычислим p_p при помощи следующей формулы:

$$p_p = P(\tilde{P}_n > K_n \tilde{P}_c) = \int_0^{\infty} G_c(x) dG_n(x),$$

где $G_c(x)$ – функция распределения случайной величины \tilde{P}_c по нормальному закону $G_c(\tilde{P}_c < x)$; $G_n(x)$ – функция распределения случайной величины \tilde{P}_n по нормальному закону $G_n(\tilde{P}_n < x)$;

Среднеквадратические отклонения в функциях распределения уровней защиты $G_c(x)$ и воздействия угроз $G_n(x)$ определяются по формулам:

$$\sigma_c = \frac{k_c \cdot \bar{P} \cdot K_n}{3}, \quad \sigma_n = \frac{k_n \cdot \bar{P}_n}{3},$$

где k_c и k_n – коэффициенты, учитывающие максимальные отклонения случайных значений уровней защиты и воздействия от своих математических ожиданий.

Теперь определим вероятности p_{12} , p_{14} , p_{23} и p_{34} по следующим формулам:

$$\begin{aligned} p_{12} &= [1 - (1 - p_f) \cdot (1 - p_p)] \int_0^t G_{\Pi}(t) dG_P(t); \\ p_{14} &= \int_0^t G_P(t) dG_{\Pi}(t) + (1 - p_f) \cdot (1 - p_p) \int_0^t G_{\Pi}(t) dG_P(t); \\ p_{23} &= G_B(t); \\ p_{34} &= G_P(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $G_P(t)$ – функция распределения длительности работы РЭОб; $G_{\Pi}(t)$ – функция распределения времени до появления воздействия угроз; $G_B(t)$ – функция распределения времени защищённой работоспособности РЭОб в условиях воздействия угроз.

Для ПМП функции распределения времени функционирования РЭОб в условиях воздействия средств ТР можно найти из решения следующей системы:

$$\begin{cases} \psi_1(t) = \int_0^t \psi_2(t-x) dp_{12}(x) + p_{14}(t); \\ \psi_2(t) = \int_0^t \psi_3(t-x) dp_{23}(x); \\ \psi_3(t) = p_{34}(x), \end{cases} \quad (2)$$

где ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 – функции распределения времени успешного завершения процесса при условии, что он начался в состоянии e_1 , e_2 , e_3 , соответственно.

Подставляя (1) в (2) и решая систему интегральных уравнений ПМП (2) численно [3] или аналитически относительно ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 , получаем функции распределения времени успешного функционирования РЭОб в условиях воздействия средств ТР.

Для решения задачи оценки среднего времени нахождения в условиях атак ТР можно использовать следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \tau_1 = \zeta_1 + p_{12}\tau_2; \\ \tau_2 = \zeta_2 + p_{23}\tau_3; \\ \tau_3 = \zeta_3, \end{cases} \quad (3)$$

где τ_1, τ_2, τ_3 – среднее время успешного завершения процесса при условии, что он начался в состоянии e_1, e_2, e_3 , соответственно; $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ – математическое ожидание времени пребывания ПМП в состоянии e_1, e_2, e_3 , соответственно:

$$\zeta_1 = \int_0^{\infty} [1 - G_P(t)][1 - G_{\Pi}(t)] dt; \quad \zeta_2 = \int_0^{\infty} [1 - G_B(t)] dt; \quad \zeta_3 = \int_0^{\infty} [1 - G_P(t)] dt.$$

Процесс восстановления защищённой работоспособности РЭОб при воздействии средств ТР протекает по определенному алгоритму РЭОб. Случайное время, которое будет затрачиваться на восстановление защищённой работоспособности, определяется электронными схемами, реализующими алгоритм. Целесообразно функцию распределения случайного времени при расчетах аппроксимировать нормальным законом:

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_0^t e^{-\frac{(x-\tau_1)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (4)$$

где τ_1 – решение из системы (3).

Результаты расчета. Используя систему уравнений (2), произведём расчёт зависимости вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени функционирования РЭОб t при различных значениях времени. В качестве исходных данных возьмём различные значения времени функционирования одного РЭОб в интервале $t = (0 \div 20)$ с. Выберем для примера четыре различных значения времени функционирования РЭОб $t_1 = 5$ с, $t_2 = 7$ с, $t_3 = 9$ с, $t_4 = 12$ с. Далее возьмём значения переменной x в интервале $x = (0 \div 10)$. Выберем для примера четыре различных значения переменной $x_1 = 3$, $x_2 = 4$, $x_3 = 6$, $x_4 = 8$. Назначим значения вероятностей для четырёх различных случаев, т.е. $p_{12} = 0,3; 0,1; 0,4; 0,5$, соответственно; $p_{14} = 0,2; 0,4; 0,3; 0,6$, соответственно; $p_{23} = 0,1; 0,5; 0,4; 0,2$, соответственно; $p_{34} = 0,4; 0,2; 0,3; 0,5$, соответственно. Подставляя приведённые числовые значения в систему уравнений (2) и проведя расчёты в среде MathCad, получим данные зависимости вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени функционирования РЭОб t при различных значениях времени (рис. 2).

Далее, используя систему уравнений (2), произведём расчёт зависимости вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени функционирования РЭОб t при значениях времени $t = \text{const}$ (для случаев, когда время работы РЭОб будет известно). В качестве исходных данных возьмём различные значения времени функционирования одного РЭОб в интервале $t = (0 \div 20)$ с. Выберем для примера значения времени функционирования РЭОб $t_1 = 11$ с. Далее возьмём значения переменной x в интервале $x = (0 \div 10)$. Выберем для примера четыре различных значения переменной $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 1$, $x_4 = 5$. Назначим значения вероятностей для четырёх различных случаев, т.е. $p_{12} = 0,2; 0,3; 0,5; 0,1$, соответственно; $p_{14} = 0,6; 0,4; 0,2; 0,3$, соответственно; $p_{23} = 0,3; 0,4; 0,2; 0,5$, соответственно; $p_{34} = 0,4; 0,5; 0,3; 0,2$, соответственно. Подставляя приведённые числовые значения в систему уравнений (2) и проведя расчёты в среде MathCad, получим данные зависимости вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени функционирования РЭОб t при постоянных значениях времени (рис. 3).

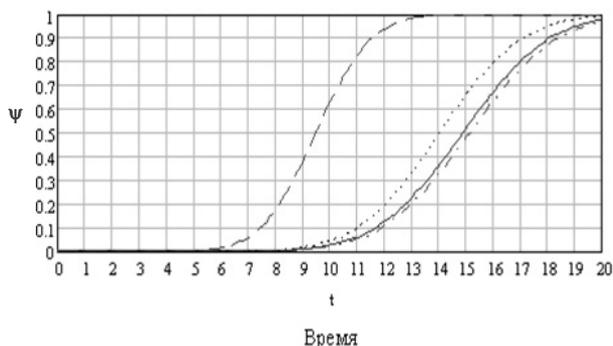


Рис. 2. Зависимость вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени функционирования РЭОб t при различных значениях времени

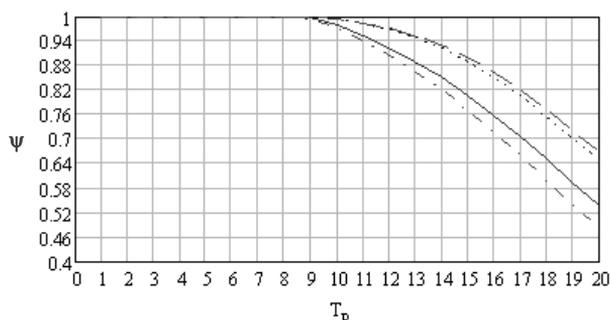


Рис. 3. Зависимость вероятности успешного выполнения задания РЭС – Ψ от среднего рабочего времени радиоэлектронного объекта при фиксированном значении времени функционирования радиоэлектронного объекта – t

Рассмотрим рис. 4: для построения графиков необходимо выбрать исходные данные для решения задачи (5), для этого выберем среднее время успешного завершения процесса τ_1 . Представим для примера различные значения для четырёх графиков: $\tau_1 = 1,5$ с; $\tau_2 = 1$ с; $\tau_3 = 2,5$ с; $\tau_4 = 2$ с. Подставляя приведённые числовые значения в (5) и проведя расчёты в среде MathCad, получим зависимость вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени нахождения в условиях атак РЭОб.

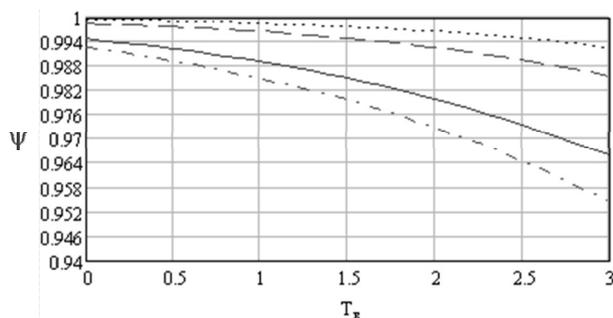


Рис. 4. Зависимость вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени нахождения в условиях атак РЭОб

Выводы. В представленной работе предложены математические модели, с помощью которых можно оценить:

– зависимость вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени функционирования РЭОб t при различных значениях времени;

– зависимость вероятности успешного выполнения задания РЭС – Ψ от среднего работного времени радиоэлектронного объекта при фиксированном значении времени функционирования радиоэлектронного объекта – t .

– зависимость вероятности успешного выполнения задания РЭОб – Ψ от среднего времени нахождения в условиях атак РЭОб.

Данные модели построены на базе теории полумарковских процессов. Используя предложенные модели, можно в условиях воздействия на них средств технической разведки рассчитать среднее время эффективного функционирования радиоэлектронных объектов, вероятность успешной работы радиоэлектронных объектов, определить рациональный план работы (выполнения задания радиоэлектронных объектов) для уменьшения уровней воздействия угроз на радиоэлектронные объекты или их группы, а также на различные структурные подразделения, оснащенные разнотипными радиоэлектронными объектами.

Литература

1. Гатчин Ю.А., Волхонский В.В. Подход к задаче анализа эффективности системы безопасности на основе вероятностных оценок временных параметров процесса проникновения на защищаемый объект // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2012. № 90. С. 35–39.
2. Гатчин Ю.А., Ширяев С.В. Формирование признаков описания агентного множества оценки информационной безопасности систем // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2014. № 2(55). С. 105–108.
3. Гришенцев А.Ю., Коробейников А.Г. Улучшение сходимости метода конечных разностей с помощью вычисления промежуточного решения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 3(79). С. 124–127.
4. Климов С.М. Методы и модели противодействия компьютерным атакам. Люберцы: КАТАЛИТ, 2008. 316 с.
5. Куприянов А.И. Статистические характеристики динамической скрытности РЭС в пространстве // Наука и образование. 2012. № 1.
6. Куприянов А.И., Шустов Л.Н. Радиоэлектронная борьба. Основы теории. М.: Вузовская книга, 2011. 798 с.
7. Лазарев И.В. Постановка задачи оптимизации распознающей системы в условиях структурно-функциональной архитектуры // Вестник Воронежского института МВД России. 2011. № 3. С. 120–127.
8. Лазарев И.В. Синтез устройств классификации объектов в условиях радиоэлектронного конфликта // Вестник Воронежского института МВД России. 2013. № 2.
9. Новиков И.С. Метод оценки эффективности РЭБ с использованием математического аппарата ПМП. Петродворец: ВМИРЭ, 2004.
10. Шакин Д.Н. Введение в информационную безопасность / ВУНЦ ВМФ «ВМА им. Н.Г. Кузнецова». СПб., 2009. 132 с.
11. Afhamisi K., Shahhoseini H.S., Meamari E. Defense against lion attack in cognitive radio systems using the Markov decision process approach. *Frequenz*, 2014, vol. 68(3-4), Mar., pp. 191–201.
12. Czeszejko S. Anti-radiation missiles vs. radars. *International Journal of Electronics and Telecommunications*, 2013, vol. 59(3), Sept., pp. 285–291.
13. Da Silva F.A.B., Moura D.F.C., Galdino J.F. Classes of attacks for tactical software defined radios. *International Journal of Embedded and Real-Time Communication Systems*, 2012, vol. 3(4), Oct., pp. 57–82.
14. Elmasry G.F. The progress of tactical radios from legacy systems to cognitive radios. *IEEE Communications Magazine*, 2013, vol. 51(10), pp. 50–56.

15. Rockwall D.L. Defense electronics: The spigot is not closing. *Aerospace America*, 2010, vol. 48(7), July, pp. 20–22.
16. Zong Z., Shi L., Li Y., Wang X. Detection-discrimination method for multiple repeater false targets based on radar polarization echoes. *Radioengineering*, 2014, vol. 23(1), Apr., pp. 104–110.

References

1. Gatchin Yu.A., Volkhonskii V.V. *Podkhod k zadache analiza effektivnosti sistemy bezopasnosti na osnove veroyatnostnykh otsenok vremennykh parametrov protessa proniknoveniya na zashchishchaemyi ob"ekt* [The approach to the task of analyzing the effectiveness of the security system on the basis of probability estimates of the time of penetration onto the protected facility]. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologii* [Herald of Computer and Information Technologies], 2012, no. 90, pp. 35–39.
2. Gatchin Yu.A., Shiryaev S.V. *Formirovanie priznakov opisaniya agentnogo mnozhestva otsenki informatsionnoi bezopasnosti sistem* [Formation of signs describing the set of agent-based assessment of information security systems]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Scientific Bulletin of the sovereign-governmental Novosibirsk Technical University], 2014, no. 2(55), pp. 105–108.
3. Grishentsev A.Yu., Korobeinikov A.G. *Uluchshenie skhodimosti metoda konechnykh raznostei s pomoshch'yu vychisleniya promezhutochnogo resheniya* [Improving convergence of the finite difference method by calculating an interim solution]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki* [Scientific and Technical Gazette of Information Technologies, Mechanics and Optics], 2012, no. 3(79), pp. 124–127.
4. Klimov S.M. *Metody i modeli protivodeistviya komp'yuternym atakam* [Methods and models of counter cyber attacks]. Lyubertsy, KATALIT Publ., 2008, 316 p.
5. Kupriyanov A.I. *Statisticheskie kharakteristiki dinamicheskoi skrytnosti RES v prostranstve* [Statistical characteristics of the dynamic stealth electronic system in the space]. *Nauka i obrazovanie* [Science and Education], 2012, no. 1.
6. Kupriyanov A.I., Shustov L.N. *Radioelektronnaya bor'ba. Osnovy teorii* [Electronic Warfare. Fundamentals of the theory]. Moscow, Vuzovskaya kniga Publ., 2011, 798 p.
7. Lazarev I.V. *Postanovka zadachi optimizatsii raspoznyushchei sistemy v usloviyakh strukturno-funktional'noi arkhitektury* [Formulation of the optimization problem of the recognition system in structural and functional architecture]. *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii* [Herald of the Voronezh Institute of the Russian Interior Ministry], 2011, no. 3, pp. 120–127.
8. Lazarev I.V. *Sintez ustroystv klassifikatsii ob"ektov v usloviyakh radioelektronnogo konflikta* [Synthesis of object classification devices in avionics conflict]. *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii* [Herald of the Voronezh Institute of the Russian Interior Ministry], 2013, no. 2.
9. Novikov I.S. *Metod otsenki effektivnosti REB s ispol'zovaniem matematicheskogo apparata PMP* [The method of evaluating the effectiveness of electronic warfare by use of mathematical apparatus of semi-Markov process]. Petrodvorets, 2004.
10. Shakin D.N. *Vvedenie v informatsionnyu bezopasnost'* [Introduction into information security]. St. Petersburg, 2009, 132 p.
11. Afhamisi K., Shahhoseini H.S., Meamari E. Defense against lion attack in cognitive radio systems using the Markov decision process approach. *Frequenz*, 2014, vol. 68(3-4), Mar., pp. 191–201.
12. Czeszejko S. Anti-radiation missiles vs. radars. *International Journal of Electronics and Telecommunications*, 2013, vol. 59(3), Sept., pp. 285–291.
13. Da Silva F.A.B., Moura D.F.C., Galdino J.F. Classes of attacks for tactical software defined radios. *International Journal of Embedded and Real-Time Communication Systems*, 2012, vol. 3(4), Oct., pp. 57–82.
14. Elmasry G.F. The progress of tactical radios from legacy systems to cognitive radios. *IEEE Communications Magazine*, 2013, vol. 51(10), pp. 50–56.
15. Rockwall D.L. Defense electronics: The spigot is not closing. *Aerospace America*, 2010, vol. 48(7), July, pp. 20–22.
16. Zong Z., Shi L., Li Y., Wang X. Detection-discrimination method for multiple repeater false targets based on radar polarization echoes. *Radioengineering*, 2014, vol. 23(1), Apr., pp. 104–110.

КОРОБЕЙНИКОВ АНАТОЛИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ – доктор технических наук, профессор, заместитель директора по науке, Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, Россия, Санкт Петербург (Korobeynikov_A_G@mail.ru).

KOROBAYNIKOV ANATOLIY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Deputy Director on Science, Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg Branch, St. Petersburg, Russia.

БОЖЬЕВ АЛЕКСАНДР НИКОЛАЕВИЧ – доцент кафедры радиоэлектронной борьбы, Военный учебно-научный центр ВМФ «Военно-морская академия им. Н.Г. Кузнецова», Россия, Санкт Петербург (bozhev2004@mail.ru).

BOZHEV ALEXANDER – Associate Professor, Radio-Electronic Warfare Department, Military Educational and Scientific Centre «N.G. Kuznetsov Naval Academy», St. Petersburg, Russia.

ГАТЧИН ЮРИЙ АРМЕНАКОВИЧ – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, Санкт Петербург (Gatchin@mail.itmo.ru).

GATCHIN YURIY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Computer Systems Design and Security Department, St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, Russia.

САВКОВ СЕРГЕЙ ВИТАЛЬЕВИЧ – аспирант, кафедры проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, Санкт Петербург.

SAVKOV SERGEY – Post-Graduate Student, Department Computer Systems Design and Security, St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, Russia.

АШЕВСКИЙ ДМИТРИЙ ЮРЬЕВИЧ – аспирант кафедры проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, Санкт Петербург (ashevskii@gmail.com).

ASHEVSKII DMITRY – Post-Graduate Student, Department, Computer Systems Design and Security, St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, Russia.

АЛЕКСАНИН СЕРГЕЙ АНДРЕЕВИЧ – аспирант кафедры проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, Санкт Петербург.

ALEXANIN SERGEY – Post-Graduate Student, Department Computer Systems Design and Security, St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, Russia.

ЗАКОЛДАЕВ ДАНИЛ АНАТОЛЬЕВИЧ – доцент кафедры проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, Санкт Петербург. (d.zakoldaev@mail.ru).

ZAKOLDAEV DANIL – Associate Professor, Department Computer Systems Design and Security, St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, Russia.

УДК 517.958
ББК 22.14

С.П. КУЗНЕЦОВ, В.В. МОЧАЛОВ, В.П. ЧУЕВ

О ГРУППАХ КЛИФФОРДА И ДЕЛИТЕЛЯХ НУЛЯ В АЛГЕБРАХ КЛИФФОРДА

Ключевые слова: алгебры Клиффорда, группы Клиффорда, делители нуля, обратные элементы.

Рассмотрены алгебры Клиффорда. При компьютерных вычислениях в алгебрах Клиффорда важной проблемой являются делители нуля. В работе получены уравнения для нахождения делителей нуля в алгебрах Паули, Дирака и других алгебрах Клиффорда. Получен вычислительный алгоритм построения обратных элементов в алгебрах Клиффорда четной и нечетной размерности. Найдены формулы для обратных элементов в алгебрах Клиффорда малых размерностей. Эти формулы могут применяться при математическом моделировании процессов, связанных с алгебрами Клиффорда.

S. KUZNETSOV, V. MOCHALOV, V. CHUEV

CLIFFORD GROUPS AND ZERO DIVISORS IN CLIFFORD ALGEBRAS

Key words: Clifford algebra, Clifford groups, zero divisors, invertible elements.

The paper regards Clifford algebras. Zero divisors pose a significant problem in the process of computer calculations in Clifford algebras. We worked out equations for finding zero divisors in Pauli, Dirac and other Clifford algebras, as well as a numerical algorithm for constructing the inverse elements in Clifford algebras of even and odd dimensions, and formulas for the inverses in Clifford algebras of small dimensions. These formulas can be used for mathematical modeling of processes related to Clifford algebras.

Алгебры Клиффорда являются актуальным направлением математики, которое активно развивается в последние 30 лет. Они находят применение не только в математике, но и в физике, механике, робототехнике, при обработке сигналов и изображений, инженерии и других областях науки и техники.

В статье исследуется проблема делителей нуля и нахождения обратного элемента в алгебрах Клиффорда.

Пусть $R_{p,q}$ – действительная алгебра Клиффорда размерности $m = 2^n$ ($n = p + q$) с базисом $e_\alpha = e_{i_1} \dots e_{i_k}$, $1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$, где мультииндекс $\alpha = i_1 \dots i_k$ пробегает все подмножества в множестве $\{1, \dots, n\}$, совокупность которых обозначим через Γ_n . Пусть $e_0 = 1$, e_1, \dots, e_n – канонический базис, $e_{12\dots n} = e_\tau$ и произведение в $R_{p,q}$ определяется соотношением

$$e_i e_j + e_j e_i = 2\delta_{ij} \varepsilon_i,$$

где $\varepsilon_i = e_i^2 = 1$ ($i = 1, \dots, p$), $\varepsilon_i = e_i^2 = -1$ ($i = p + 1, \dots, p + q$).

Если $n = 1$, то мы имеем две алгебры Клиффорда: $R_{0,1}$, $R_{1,0}$.

В алгебре комплексных чисел $R_{0,1}$ любой элемент $z = x_0 e_0 + x_1 e_1$, $e_1^2 = -1$, отличный от нуля, имеет обратный элемент

$$z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{x_0 e_0 - x_1 e_1}{x_0^2 + x_1^2}.$$

В алгебре двойных чисел $R_{1,0}$ элементы $z = x(e_0 \pm e_1)$, $e_1^2 = 1$ являются делителями нуля и не имеют обратных элементов. Эти двойные числа расположены на прямых $x_1 = \pm x_0$. Для чисел $z = x_0 e_0 + x_1 e_1$, $e_1^2 = 1$, не являющихся делителями нуля, обратный элемент

$$z^{-1} = \frac{x_0 e_0 - x_1 e_1}{x_0^2 - x_1^2}.$$

Если $n = 2$, то мы имеем три алгебры Клиффорда $R_{0,2}$, $R_{2,0}$, $R_{1,1}$. В алгебре кватернионов $R_{0,2} \equiv H$ любой отличный от нуля элемент

$$w = x_0 e_0 + x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_{12} e_{12}, e_1^2 = e_2^2 = e_{12}^2 = -1$$

имеет обратный

$$w^{-1} = \frac{\overline{w}}{\|w\|^2} = \frac{x_0 e_0 - x_1 e_1 - x_2 e_2 - x_{12} e_{12}}{x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_{12}^2}.$$

Заметим, что $R_{0,1}$, $R_{0,2}$ – единственные алгебры Клиффорда, где нет делителей нуля.

В работе [2] доказана теорема о разложении базиса $R_{p,q}$ на В-множества, состоящие из двух или четырех элементов. В этом случае произвольный элемент алгебры Клиффорда можно представить в виде

$$u = \sum_{\alpha \in \Gamma_{n-1}} e_\alpha u_{B_0^\alpha}, \quad (1)$$

$$u = \sum_{\alpha \in \Gamma_{n-2}} e_\alpha u_{B_0^\alpha}, \quad (2)$$

где $u_{B_0^\alpha}$ в формуле (1) изоморфны комплексным числам, а в формуле (2) изоморфны кватернионам, образованными на В-множестве, содержащим e_0 .

Известно, что вещественные алгебры Клиффорда $R_{p,q}$ $n = p + q$ изоморфны следующим матричным алгебрам [3, 4]:

$$Mat(2^{\frac{n}{2}}, R), \text{ если } p - q \equiv 0, 2(\text{mod } 8);$$

$$Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, R) \oplus Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, R), \text{ если } p - q \equiv 1(\text{mod } 8);$$

$$Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, C), \text{ если } p - q \equiv 3, 7(\text{mod } 8);$$

$$Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, H), \text{ если } p - q \equiv 4, 6(\text{mod } 8);$$

$$Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, H) \oplus Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, H), \text{ если } p - q \equiv 5(\text{mod } 8).$$

Матрицы можно представить в блочном виде. Исследуя блочные матрицы, Г. Фробениус получил формулы обращения блочной матрицы [1]. Формула Фробениуса сводит обращение блочной матрицы порядка $n + q$ к обращению двух матриц порядка n и q и к операциям сложения и умножения матриц размерами $n \times n$, $q \times n$, $n \times q$, $q \times q$, где определители матриц $n \times n$, $q \times q$ отличны от нуля.

В [3] приведены формулы для обратного элемента в алгебрах Клиффорда малых размерностей над полем комплексных чисел.

Обозначим группу Клиффорда алгебры Клиффорда через $R_{p,q}^\times$ [3]:

$$R_{p,q}^\times = \{u \in R_{p,q} \exists v \in R_{p,q} : uv = vu = e_0\}.$$

В настоящей статье изучаются действительные алгебры Клиффорда. Для алгебр Клиффорда получены формулы обратных элементов, формулы для нахождения делителей нуля.

В произвольной алгебре Клиффорда элемент $w \in R_{p,q}$ представим в виде

$$w = w_0 + e_\tau w_1,$$

где элементы w_0, w_1 принадлежат подалгебре Клиффорда на единицу меньшей размерности.

Полученные формулы для обратного элемента похожи на формулы Фробениуса для блочной матрицы. Однако в этих формулах не требуется, чтобы w_0, w_1 имели обратные элементы.

1. **Алгебра $R_{2,0}$.** Алгебра $R_{2,0}$ – это действительная ассоциативная некоммутативная алгебра размерности $m = 4$, порожденная элементами e_1, e_2 . Базис алгебры образуют элементы $\{e_0, e_1, e_2, e_{12}\}$, где e_0 – единица алгебры; $e_{12} = e_1 e_2$. Элементы e_1, e_2, e_{12} обладают следующими свойствами: $e_1^2 = e_2^2 = e_0$, $e_{12}^2 = -e_0$, $e_i e_j + e_j e_i = 0$, $i \neq j, i, j = 1, 2, 12$. Эти соотношения определяют операцию умножения в $R_{2,0}$. Произвольный элемент алгебры можно представить в различных видах:

$$w = x_0 e_0 + x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_{12} e_{12} = w_0^1 + e_1 w_1^1, \quad (3)$$

где $w_0^1 = x_0 e_0 + x_{12} e_{12}$, $w_1^1 = x_1 e_0 + x_2 e_{12}$ – комплексные числа;

$$w = x_0 e_0 + x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_{12} e_{12} = w_0 + e_{12} w_1, \quad (4)$$

где $w_0 = x_0 e_0 + x_1 e_1$, $w_1 = x_{12} e_0 - x_2 e_1$ – двойные числа.

Для нахождения делителей нуля $R_{2,0}$ воспользуемся соотношением (3). Рассмотрим произведение

$$w \cdot u = (w_0^1 + e_1 w_1^1)(u_0^1 + e_1 u_1^1) = w_0^1 u_0^1 + \bar{w}_1^1 u_1^1 + e_1 (w_1^1 u_0^1 + \bar{w}_0^1 u_1^1) = 0.$$

Здесь мы воспользовались равенствами $w_k^1 e_1 = e_1 \bar{w}_k^1$, $k = 0, 1$. Получим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} w_0^1 u_0^1 + \bar{w}_1^1 u_1^1 = 0, \\ w_1^1 u_0^1 + \bar{w}_0^1 u_1^1 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Система (5) имеет решение, если определитель этой системы $\Delta = |w_0^1|^2 - |w_1^1|^2 = 0$. Таким образом, делители нуля в $R_{2,0}$ определяются равенством $|w_0^1|^2 = |w_1^1|^2$ или $x_0^2 + x_{12}^2 = x_1^2 + x_2^2$.

Для нахождения обратного элемента воспользуемся соотношением (4). Рассмотрим произведение

$$w \cdot u = (w_0 + e_{12} w_1)(u_0 + e_{12} u_1) = (w_0 u_0 - \bar{w}_1 u_1) + e_{12} (w_1 u_0 + \bar{w}_0 u_1),$$

где $\bar{w}_0 = \varepsilon_{12} e_{12} w_0 e_{12} = x_0 e_0 - x_1 e_1$, $\bar{w}_1 = \varepsilon_{12} e_{12} w_1 e_{12} = x_{12} e_0 + x_2 e_1$. Подберем u_0 и u_1 так, чтобы $w_0 u_0 - \bar{w}_1 u_1$ было действительным числом. Полагаем $u_0 = \bar{w}_0, u_1 = w_1$, имеем $w \cdot u = (A - B) + 2e_{12}(\bar{w}_0 w_1)$, где $A = x_0^2 - x_1^2$, $B = x_{12}^2 - x_2^2$. Обозначим $(w \cdot u)^- = (A - B) - 2e_{12}(\bar{w}_0 w_1)$. Найдем произведение $(w \cdot u)(w \cdot u)^-$. Согласно равенству $\bar{w}_0 w_1 e_{12} = e_{12} w_0 \bar{w}_1$, имеем

$$(w \cdot u)(w \cdot u)^- = (A - B)^2 + 4(w_0 \bar{w}_1 \bar{w}_0 w_1) = (A - B)^2 + 4AB = (x_0^2 - x_1^2 + x_{12}^2 - x_2^2)^2.$$

Правая часть равняется нулю, если элемент w является делителем нуля. Если $x_0^2 - x_1^2 + x_{12}^2 - x_2^2 \neq 0$, то обратный элемент существует и имеет вид

$$w^{-1} = \frac{(\bar{w}_0 + e_{12} w_1)((A - B) - 2e_{12}(\bar{w}_0 w_1))}{(x_0^2 - x_1^2 + x_{12}^2 - x_2^2)^2}.$$

2. Алгебра Паули $R_{3,0}$. Алгебра Паули $R_{3,0}$ – это действительная ассоциативная некоммутативная алгебра размерности $m = 8$, порожденная векторами e_1, e_2, e_3 . Базис алгебры образуют элементы

$$\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}\},$$

где Γ_3 – совокупность подмножеств в множестве $\{1, 2, 3\}$; e_0 – единица алгебры $e_{ij} = e_i e_j, e_{123} = e_1 e_2 e_3$, а элементы e_1, e_2, e_3 обладают свойствами:

$$e_i^2 = e_j^2 = e_3^2 = e_0, \quad e_i e_j + e_j e_i = 0, \quad i \neq j, i, j = 1, 2, 3. \quad (6)$$

Из равенств (6) следует, что $e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{23}^2 = e_{123}^2 = -e_0$, $e_{12} e_{13} = -e_{13} e_{12} = -e_{23}$, $e_{12} e_{23} = -e_{23} e_{12} = e_{13}$, $e_{13} e_{23} = -e_{23} e_{13} = -e_{12}$, $e_{123} = e_\tau$, причем e_τ коммутирует со всеми элементами базиса. Базис алгебры Паули можно разбить на В-множества из двух элементов [2]:

$$\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = B_0 \cup B_1 \cup B_2 \cup B_3,$$

где $B_0 = \{e_0, e_{123}\}$, $B_1 = \{e_1, e_{23}\}$, $B_2 = \{e_2, e_{13}\}$, $B_3 = \{e_3, e_{12}\}$.

Отсюда следует, что произвольный элемент алгебры можно представить в виде

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_3} x_\alpha e_\alpha = z_0 e_0 + z_1 e_{12} + z_2 e_{13} + z_3 e_{23}, \quad (7)$$

где $z_0 = x_0 e_0 + x_{123} e_{123}$, $z_1 = x_{12} e_0 - x_3 e_{123}$, $z_2 = x_{13} e_0 + x_2 e_{123}$, $z_3 = x_{23} e_0 - x_1 e_{123}$ – комплексные числа (e_{123} заменяет мнимую единицу), множество базисных элементов $\{e_0, e_{12}, e_{13}, e_{23}\}$ совпадает с базисом кватернионов.

В алгебре Паули можно ввести следующие операции сопряжения:

$\overline{w} = \overline{z_0} e_0 - \overline{z_1} e_{12} - \overline{z_2} e_{13} - \overline{z_3} e_{23}$ – клиффордово сопряжение;

$\widetilde{w} = \overline{z_0} e_0 - \overline{z_1} e_{12} - \overline{z_2} e_{13} - \overline{z_3} e_{23}$ – реверс, или комплексное сопряжение;

$\widehat{w} = z_0 e_0 + z_1 e_{12} + z_2 e_{13} + z_3 e_{23}$ – композиция клиффордово и комплексного сопряжения.

С помощью равенств (6) можно показать, что операции сопряжения обладают свойствами [4]:

$$\overline{wu} = \overline{u} \overline{w}, \quad (wu) \widetilde{w} = \widetilde{u} \widetilde{w}, \quad (wu) \widehat{w} = \widehat{u} \widehat{w}.$$

Базис алгебры Паули можно разбить на В-множества из четырех элементов [2]:

$$\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = B_0^0 \cup B_0^1,$$

где $B_0^0 = \{e_0, e_{12}, e_{13}, e_{23}\}$, $B_0^1 = e_\tau B_0^0 = \{e_1, e_2, e_3, e_{123}\}$.

Произвольный элемент алгебры можно представить в виде

$$w = e_0 w_0 + e_\tau w_1, \quad e_\tau = e_{123}, \quad (8)$$

где $w_0 = x_0 e_0 + x_{12} e_{12} + x_{13} e_{13} + x_{23} e_{23}$, $w_1 = x_{123} e_0 - x_3 e_{12} + x_2 e_{13} - x_1 e_{23}$.

Для нахождения делителей нуля в $R_{3,0}$ воспользуемся представлением (7). Рассмотрим равенство

$$w \cdot u = (z_0 e_0 + z_1 e_{12} + z_2 e_{13} + z_3 e_{23})(u_0 e_0 + u_1 e_{12} + u_2 e_{13} + u_3 e_{23}) = 0.$$

Получим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} z_0 u_0 - z_1 u_1 - z_2 u_2 - z_3 u_3 = 0, \\ z_1 u_0 + z_0 u_1 + z_3 u_2 - z_2 u_3 = 0, \\ z_2 u_0 - z_3 u_1 + z_0 u_2 + z_1 u_3 = 0, \\ z_3 u_0 + z_2 u_1 - z_1 u_2 + z_0 u_3 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Система (9) имеет ненулевое решение, если определитель этой системы $\Delta = (z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2)^2 = 0$. Отсюда следует, что делители нуля в $R_{3,0}$ определяются равенством

$$z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0. \quad (10)$$

Для нахождения обратного элемента для w воспользуемся соотношением (8). Рассмотрим произведение

$$w \cdot u = (e_0 w_0 + e_\tau w_1)(e_0 u_0 + e_\tau u_1) = (w_0 u_0 - w_1 u_1) + e_\tau (w_0 u_1 + w_1 u_0).$$

Подберем $\underline{u_0}$ и $\underline{u_1}$ так, чтобы $w_0 u_0 - w_1 u_1$ было действительным числом. Полагаем $\underline{u_0} = \overline{w_0}, \underline{u_1} = \overline{w_1}$, имеем

$$w \cdot u = \|w_0\|^2 - \|w_1\|^2 + e_\tau (\overline{w_0 w_1} + \overline{w_1 w_0}),$$

где $\|w_0\|^2 = x_0^2 + x_{12}^2 + x_{13}^2 + x_{23}^2$, $\|w_1\|^2 = x_{123}^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, $\overline{w_0 w_1} + \overline{w_1 w_0} = \overline{w_0 w_1} + \overline{w_0 w_1} = 2(x_0 x_{123} - x_1 x_{23} + x_2 x_{13} - x_3 x_{12})$ – действительные числа.

Введем обозначения $A = \|w_0\|^2 - \|w_1\|^2$, $B = \overline{w_0 w_1} + \overline{w_1 w_0}$, $(w \cdot u)^- = A - e_\tau B$.

Произведение $(w \cdot u)(w \cdot u)^- = (A + e_\tau B)(A - e_\tau B) = A^2 + B^2$.

Так как $A + e_\tau B = z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$, то правая часть обращается в нуль, если w является делителем нуля. Если w не является делителем нуля, то обратный элемент существует и имеет вид

$$w^{-1} = \frac{\overline{w(Ae_0 - Be_\tau)}}{A^2 + B^2} = \frac{(\overline{w_0 + e_\tau w_1})(\|w_0\|^2 - \|w_1\|^2) - e_\tau (\overline{w_0 w_1} + \overline{w_1 w_0})}{A^2 + B^2}.$$

Замечание 1. В алгебре Паули делители нуля можно получить следующим образом. Согласно (6), получаем

$$\begin{aligned} w \cdot \overline{w} &= (z_0 e_0 + z_1 e_{12} + z_2 e_{13} + z_3 e_{23})(z_0 e_0 - z_1 e_{12} - z_2 e_{13} - z_3 e_{23}) = \\ &= z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Приравнивая это выражение нулю, получаем (10).

3. Алгебра $R_{0,3}$. Базис алгебры образуют элементы

$$\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}\},$$

где e_0 – единица алгебры; $e_1^2 = e_2^2 = e_3^2 = e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{23}^2 = -e_0$, $e_{123}^2 = e_0$. Произвольный элемент алгебры представим в виде (7), где z_k – двойные числа. Делители нуля определяются равенством

$$\begin{aligned} w \cdot \overline{w} &= z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = A + e_{123} B = \\ &= (x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_{12}^2 + x_{13}^2 + x_{23}^2 + x_{123}^2) + \\ &+ 2(x_0 x_{123} - x_1 x_{23} + x_2 x_{13} - x_3 x_{12}) e_{123} = 0. \end{aligned}$$

Обратный элемент определяется равенством

$$w^{-1} = \frac{\overline{w(Ae_0 - Be_{123})}}{A^2 - B^2}, \quad A^2 - B^2 \neq 0.$$

4. Алгебра $R_{1,2}$. Базис алгебры образуют элементы

$$\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}\},$$

$$e_1^2 = e_2^2 = e_{13}^2 = e_0, e_2^2 = e_3^2 = e_{23}^2 = e_{123}^2 = -e_0.$$

Произвольный элемент алгебры представим в виде

$$w = z_0 e_0 + z_1 e_2 + z_2 e_3 + z_3 e_{23}, \quad (12)$$

где $z_0 = x_0 e_0 + x_{123} e_{123}$, $z_1 = x_2 e_0 + x_{13} e_{123}$, $z_2 = x_3 e_0 - x_{12} e_{123}$, $z_3 = x_{23} e_0 - x_1 e_{123}$.

Сопряженный элемент $\overline{w} = z_0 e_0 - z_1 e_{12} - z_2 e_{13} - z_3 e_{23}$.

Произведение $w \cdot \overline{w} = z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = A + e_{123} B$.

Делители нуля определяются равенством (10). Обратный элемент определяется равенством

$$w^{-1} = \frac{\overline{w}(Ae_0 - Be_{123})}{A^2 + B^2}, A^2 + B^2 \neq 0.$$

5. Алгебра $R_{4,0}$. Базис алгебры образуют элементы

$$\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}, e_4, e_{14}, e_{24}, e_{124}, e_{34}, e_{134}, e_{234}, e_{1234}\}.$$

Произвольный элемент алгебры $R_{4,0}$ представим в виде

$$w = w_0 + e_\tau w_1,$$

где $w_0 \in R_{3,0}$, $w_1 \in R_{3,0}$, $e_\tau = e_{1234}$, $e_\tau^2 = e_0$.

Элемент алгебры $R_{3,0}$ представим в виде (7). Для нахождения обратного элемента для w рассмотрим произведение

$$w \cdot w^* = (w_0 + e_\tau w_1)(e_0 \overline{w_0} + e_\tau \overline{w_1}) = (w_0 \overline{w_0} + \widehat{w_1} \overline{w_1}) + e_\tau (\widehat{w_0} \overline{w_1} + w_1 \overline{w_0}),$$

где $\widehat{w}_k = \varepsilon_\tau e_\tau w_k e_\tau$, $\varepsilon_\tau = e_\tau^2 = 1$.

Согласно (11) имеем

$$w_0 \overline{w_0} = A + Be_{123}, \quad \widehat{w_1} \overline{w_1} = C - De_{123}.$$

Обозначим $w \cdot w^* = M + e_\tau N$, $(w \cdot w^*)^- = \widehat{M} - e_\tau N$, где $N = \widehat{w_0} \overline{w_1} + w_1 \overline{w_0}$, $M = (A + C)e_0 + (B - D)e_{123}$.

Так как $N = \widehat{N}$, имеем

$$w \cdot w^* (w \cdot w^*)^- = (M + e_\tau N)(\widehat{M} - e_\tau N) = M\widehat{M} - \widehat{N}\widehat{N}.$$

Выражение $M\widehat{M}$ является действительным числом. Покажем, что выражение $\widehat{N}\widehat{N}$ также является действительным числом. Имеем цепочку равенств

$$\begin{aligned} \widehat{N}\widehat{N} &= (w_0 \widehat{w_1} + \widehat{w_1} \overline{w_0})(\widehat{w_1} \overline{w_0} + \widehat{w_0} \overline{w_1}) = \\ &= (A + Be_{123})(C + De_{123}) + (A - Be_{123})(C - De_{123}) + \\ &+ w_0 \widehat{w_1} \overline{w_1} + \widehat{w_1} \overline{w_0} w_1 \overline{w_0} = \\ &= 2(AC - BD) + (w_0 \overline{w_1})(\widehat{w_0} \overline{w_1}) + (\widehat{w_0} \overline{w_1})(w_0 \overline{w_1}). \end{aligned}$$

Обозначим $w_0 \overline{w_1} = \overline{D_0} e_0 + \overline{D_1} e_{12} + \overline{D_2} e_{13} + \overline{D_3} e_{23}$, так как $\widehat{w}_k = \varepsilon_\tau e_\tau w_k e_\tau$, тогда

$$(w_0 \overline{w_1})^- = \overline{D_0} e_0 + \overline{D_1} e_{12} + \overline{D_2} e_{13} + \overline{D_3} e_{23},$$

$$(w_0 \overline{w_1})(\widehat{w_0} \overline{w_1}) + (\widehat{w_0} \overline{w_1})(w_0 \overline{w_1}) = 2(\overline{D_0} \overline{D_0} - \overline{D_1} \overline{D_1} - \overline{D_2} \overline{D_2} - \overline{D_3} \overline{D_3}).$$

Таким образом, $\widehat{N}\widehat{N} = 2(AC - BD) + 2(|\overline{D_0}|^2 - |\overline{D_1}|^2 - |\overline{D_2}|^2 - |\overline{D_3}|^2)$. Делители нуля определяются равенством

$$L = M\widehat{M} - \widehat{N}\widehat{N} = 0. \quad (13)$$

Обратный элемент находится по формуле

$$w^{-1} = \frac{w^*(\widehat{M} - e_\tau N)}{L} = \frac{(e_0 \overline{w_0} + e_\tau \overline{w_1})(A + C)e_0 - (B - D)e_{123} - e_\tau (w_1 \overline{w_0} + \widehat{w_0} \overline{w_1})}{L}, L \neq 0.$$

Замечание 2. Если $w w^*$ окажется равным нулю, то $L = 0$.

Замечание 3. В алгебре Дирака $R_{1,3}$ элементы базиса $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_4}$ обладают свойством: $e_1^2 = e_0, e_2^2 = e_3^2 = e_4^2 = e_{1234}^2 = -e_0, e_\tau = e_{1234}$. Произвольный элемент алгебры $w = w_0 + e_\tau w_1$, где $w_0 \in R_{1,2}, w_1 \in R_{1,2}$. Элемент алгебры $R_{1,2}$ представим в виде (12). Дословно повторяя предыдущие рассуждения для алгебры $R_{4,0}$, получим, что делители нуля определяются равенством (13), а обратный элемент – равенством

$$w^{-1} = \frac{w^*(\overline{M} - e_\tau \overline{N})}{L} = \frac{(e_0 \overline{w_0} + e_\tau \overline{w_1})(\overline{(A-C)e_0 - (B+D)e_{123}}) - e_\tau(\overline{w_1 w_0} + \overline{w_0 w_1})}{L}, L \neq 0.$$

6. Произвольная алгебра $R_{p,q}$. Множество элементов алгебры Клиффорда, коммутирующих со всеми элементами базиса, называется центром и обозначается $cen(R_{p,q})$.

Известно [3], что для нечетной алгебры Клиффорда центр имеет вид $x_0 e_0 + x_\tau e_\tau$, где $e_\tau = e_1 e_2 \dots e_n$, для четной алгебры Клиффорда центр имеет вид $x_0 e_0$.

Пусть w произвольный элемент алгебры Клиффорда.

Обозначим через \overline{w} такой элемент алгебры $R_{p,q}$, что $w \overline{w} \in R$ (в том числе $\overline{w \overline{w}} = 0$). Будем считать, что по предположению индукции такой элемент существует.

Пусть $R_{p,q}$ нечетная алгебра Клиффорда. Произвольный элемент алгебры запишем в виде

$$w = e_0 w_0 + e_\tau w_1, \quad (14)$$

где w_0, w_1 принадлежат четной подалгебре $R_{p,q}$ размерности $p + q - 1$, которую обозначим через A^1 , $e_0, e_\tau \in cen(R_{p,q}), \varepsilon_\tau = e_\tau^2$. Для нахождения обратного элемента рассмотрим произведение

$$w \cdot u = (e_0 w_0 + e_\tau w_1)(e_0 u_0 + e_\tau u_1) = (w_0 u_0 + \varepsilon_\tau w_1 u_1) + e_\tau (w_0 u_1 + w_1 u_0).$$

Положим $u_0 = \overline{w_0}, u_1 = \overline{w_1}$, где через $\overline{w_0}$ и $\overline{w_1}$ обозначены элементы алгебры, которые обладают свойствами $w_0 \overline{w_0} \in R, w_1 \overline{w_1} \in R$.

Согласно методу математической индукции и предыдущим рассуждениям, такие элементы существуют.

Имеем

$$w \cdot u = (w_0 \overline{w_0} + \varepsilon_\tau w_1 \overline{w_1}) + e_\tau (w_0 \overline{w_1} + w_1 \overline{w_0}),$$

где $w_0 \overline{w_0} + \varepsilon_\tau w_1 \overline{w_1}$ – действительное число.

$$\text{Обозначим } A = w_0 \overline{w_0} + \varepsilon_\tau w_1 \overline{w_1}, B = w_0 \overline{w_1} + w_1 \overline{w_0}, (w \cdot u)^- = A - e_\tau B.$$

$$\text{Произведение } (w \cdot u)(w \cdot u)^- = (A + e_\tau B)(A - e_\tau B) = A^2 - \varepsilon_\tau B^2.$$

Элемент $D = A^2 - \varepsilon_\tau B^2$ принадлежит алгебре A^1 , значит, существует такой элемент \overline{D} , что $D \overline{D} \in R$. Если $D \overline{D} = 0$, то $w \in R_{p,q}$ является делителем нуля. Если $D \overline{D} \neq 0$, то обратный элемент существует и представляется в виде

$$w^{-1} = \frac{(e_0 \overline{w_0} + e_\tau \overline{w_1})(A - e_\tau B)(A^2 - \varepsilon_\tau B^2)}{D \overline{D}}.$$

Пусть $R_{p,q}$ – четная алгебра Клиффорда. Произвольный элемент алгебры запишем в виде (14). Через w^* обозначим элемент алгебры $R_{p,q}$ вида

$w^* = \overline{w_0} + e_\tau \overline{\widehat{w}_1}$, где $\widehat{w}_k = \varepsilon_\tau e_\tau w_k e_\tau, k = 0, 1, w_k \in A^1, e_\tau = e_1 e_2 \dots e_n \in R_{p,q}, \varepsilon_\tau = e_\tau^2$.
Для нахождения обратного элемента рассмотрим произведение

$$w \cdot w^* = (\overline{w_0} \overline{w_0} + \varepsilon_\tau \overline{\widehat{w}_1} \overline{\widehat{w}_1}) + e_\tau (\overline{\widehat{w}_0} \overline{\widehat{w}_1} + \overline{w_1} \overline{w_0}).$$

Выражение $\overline{w_0} \overline{w_0} + \varepsilon_\tau \overline{\widehat{w}_1} \overline{\widehat{w}_1}$ – действительное число.

Обозначим $A_1 = \overline{w_0} \overline{w_0} + \varepsilon_\tau \overline{\widehat{w}_1} \overline{\widehat{w}_1}, B_1 = \overline{\widehat{w}_0} \overline{\widehat{w}_1} + \overline{w_1} \overline{w_0}, (ww^*)^- = A_1 - e_\tau B_1$.

Произведение $(ww^*)(ww^*)^- = A_1^2 - \varepsilon_\tau \widehat{B}_1 B_1$, где $\widehat{B}_1 = \varepsilon_\tau e_\tau B_1 e_\tau$.

Элемент $D_1 = A_1^2 - \varepsilon_\tau \widehat{B}_1 B_1 \in A^1$, поэтому существует такой элемент $\overline{D_1}$, что $D_1 \overline{D_1} \in R$. Если $D_1 \overline{D_1} = 0$, то $w \in R_{p,q}$ является делителем нуля. Если $D_1 \overline{D_1} \neq 0$, то обратный элемент существует и представляется в виде

$$w^{-1} = \frac{(\overline{e_0} \overline{w_0} + e_\tau \overline{\widehat{w}_1})(A_1 - e_\tau B_1)(A_1^2 - \varepsilon_\tau \widehat{B}_1 B_1)}{D_1 \overline{D_1}}.$$

Литература

1. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 548 с.
2. Кузнецов С.П. В-множества в алгебрах Клиффорда // Исследования по краевым задачам и их приложениям: сб. науч. тр. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. 1992, С. 91–96.
3. Марчук Н.Г., Широков Д.С. Введение в теорию алгебр Клиффорда. М.: ФАЗИС, 2012. 590 с.
4. Lounesto P. Clifford Algebras and Spinors. Cambridge Univ. Press, 2001, 346 p.

References

1. Gantmaher F.R. *Teoriya matric* [Matrices Theory] Moscow, Nauka Publ., 1988, 548 p.
2. Kuznecov S.P. *B-mnozhestva v algebrakh Klifforda* [B-Sets in Clifford Algebras]. *Issledovaniya po kraevym zadacham i ih prilozhenijam: sb. nauch. tr.* [Research on Boundary Value Problems and their Application: Proc of Scientific Papers] Cheboksary, Chuvash University Publ., 1992, pp. 91–96.
3. Marchuk N.G., Shirokov D.S. *Vvedenie v teoriyu algebr Klifforda* [Introduction to the Clifford Algebras Theory]. Moscow, FAZIS Publ., 2012. 590 p.
4. Lounesto P. Clifford Algebras and Spinors. Cambridge Univ. Press., 2001, 346 p.

КУЗНЕЦОВ СЕРГЕЙ ПЕТРОВИЧ – старший преподаватель кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (chevchenka@mail.ru).

KUZNETSOV SERGEY – Assistant Professor, Discrete Mathematics and Informatics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

МОЧАЛОВ ВЛАДИМИР ВИКТОРОВИЧ – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (m622573@gmail.com).

MOCHALOV VLADIMIR – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Discrete Mathematics and Informatics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

ЧУЕВ ВАСИЛИЙ ПЕТРОВИЧ – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (570065@mail.ru).

CHUEV VASILIIY – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Discrete Mathematics and Informatics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 519.237.7:004
ББК В172.6:3971.3

В.В. НИКИТИН, Д.В. БОБИН, А.А. НАЗАРОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ ОБЪЕКТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ*

Ключевые слова: интегральный показатель, комплексная оценка, факторный анализ, информационно-аналитическая система.

Предложен алгоритм построения интегрального показателя, позволяющего провести комплексную оценку некоторого объекта исследования на основе имеющихся о нем экспериментальных данных. Алгоритм основан на использовании факторного анализа, который применяется в два этапа. На первом этапе он используется на каждом отдельном множестве параметров, характеризующем некоторое свойство исследуемого объекта. На втором этапе факторный анализ применяется на множестве самих свойств объекта. При этом идентифицируется сам интегральный показатель и строится формула для его расчета.

V. NIKITIN, D. BOBIN, A. NAZAROV

SIMULATION OF INTEGRAL INDICATOR OF COMPREHENSIVE ASSESSMENT OF OBJECTS UNDER STUDY

Key words: integral indicator, comprehensive assessment, factor analysis, information analytical system.

The authors suggest an algorithm for constructing an integral indicator that enables a comprehensive assessment of an object under study based on the available experimental data concerning the object. The algorithm is based on the factor analysis, which is used at two stages. At the first stage, it is used towards each separate set of parameters characterizing an object property. At the second stage, the factor analysis is used towards the set of object properties. At the same time, the integral indicator of comprehensive assessment and a formula for its calculation can be identified.

Описание проблемы. Допустим, имеется объект (или однотипные объекты) исследования, отвечающие некоторым свойствам, которые, в свою очередь, характеризуются рядом параметров. Пусть $\{X_1, X_2, \dots, X_k\}$ – свойства объекта, а $\{x_1^i, x_2^i, \dots, x_{m_i}^i\}$, $i=1, k$ – параметры, характеризующие X_i свойство. Количество характеризующих свойство параметров m_i может быть разное. При этом неявно (иногда и явно) предполагается, что свойства независимо друг от друга дают представление об исследуемом объекте. Иначе и быть не может. Это объясняется тем, что если свойства значительно перекрывают друг друга (допустим, в смысловом значении) или одно включает в себя другое, то зачем их вводить? Тогда при построении интегрального показателя I , комплексно характеризующего объект исследования, целесообразно представить его в виде линейной комбинации свойств

$$I = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_k X_k. \quad (1)$$

Аналогичные рассуждения относятся и к параметрам, характеризующим то или иное свойство объекта. При выборе параметров вряд ли мы преднамеренно стараемся с их помощью дублировать свойства объекта. Следовательно, сами свойства можно комплексно оценить через характеризующие их параметры в виде некоторой линейной комбинации

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ (проекты № 14-02-00283а и № 15-32-01037а1).

$$X_i = \beta_0^i + \beta_1^i x_1^i + \beta_2^i x_2^i + \dots + \beta_{m_i}^i x_{m_i}^i. \quad (2)$$

Если выражения (2) подставить в (1), то интегральный показатель I можно выразить и через параметры

$$I = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \left(\alpha_i \beta_0^i + \sum_{j=1}^{m_i} \gamma_j^i x_j^i \right), \quad (3)$$

где $\gamma_j^i = \alpha_i \beta_j^i$.

Предполагается, что по параметрам x_j^i имеются некоторые данные как результат исследования объекта. Это могут быть либо результаты повторяющихся экспериментов по одному объекту, либо данные одного эксперимента на множестве однотипных объектов.

Формулы (2) и (1), по сути, являются уравнениями множественной регрессии. Тогда имеющимися данными можно воспользоваться для оценки параметров β_j^i и α_i . Однако непосредственно это сделать невозможно по двум причинам:

1) не ясно, что такое интегральный показатель, и, следовательно, нет статистических данных, его характеризующих. Часто нет аналогичных данных и о свойствах X_i ;

2) хотя мы стараемся свойства и параметры, их характеризующие, сделать независимыми, полностью этого сделать, как правило, не удастся. Зависимость в той или иной форме все равно появляется из-за того, что и свойства и параметры характеризуют один и тот же объект. В результате наблюдается эффект мультиколлинеарности [2], который делает неадекватной оценку параметров β_j^i и α_i .

Алгоритм построения модели. Идеологическую основу алгоритма, позволяющего решить вышеуказанные проблемы, составляют следующие положения:

1. Используется метод главных компонент. При этом компоненты, во-первых, являются линейными комбинациями некоторых признаков (параметров или свойств), характеризующих объект исследования, и, во-вторых, характеризуют объект независимо друг от друга.

2. Данный метод используется в два этапа. Первоначально определяются соотношения типа (2) и затем на их основе – соотношения (1) и (3).

3. Так как соотношения (2) и (1) подобны уравнениям регрессии, то X_i и I определяются как средневзвешенные оценки главных компонент. Весовые коэффициенты показывают, насколько главные компоненты отражают изменчивость исходных признаков (параметров или свойств). При этом будут соблюдены основные требования, предъявляемые к конструированию формул для оценки математического ожидания [1].

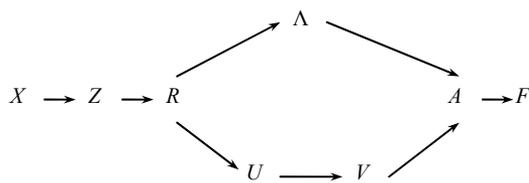
Дадим краткое описание содержания этапов расчета главных компонент [2] (рисунок).

На рисунке приняты следующие обозначения:

X – матрица исходных данных размерности $n \times l$;

n – число экспериментальных наблюдений объекта исследования;

l – число признаков, характеризующих объект исследова-



Этапы расчета главных компонент F

ния (k в случае свойств, $m_i, i=\overline{1, k}$ в случае набора параметров, характеризующих i -е свойство объекта);

Z – матрица стандартизованных значений исходных признаков, т.е. по каждому столбцу (экспериментальным наблюдениям признака)

$$z_p = \frac{y_p - \bar{y}_p}{s_p}, p = \overline{1, l}, \quad (4)$$

где y_p – либо X_i свойство, либо параметр x_j^i , т.е. j -й параметр i -го свойства, а \bar{y}_p и s_p – выборочное среднее и выборочное среднее квадратическое отклонения, соответственно;

R – матрица размерности $l \times l$ парных корреляций, т.е.

$$R = \frac{1}{l} Z^T Z.$$

Λ – диагональная матрица размерности $l \times l$ собственных значений корреляционной матрицы, где в порядке убывания на главной диагонали стоят собственные значения $\lambda_p, p = \overline{1, l}$;

U – матрица размерности $l \times l$, столбцы которой – собственные векторы $u_p, p = \overline{1, l}$, отвечающие собственному значению λ_p ;

V – матрица размерности $l \times l$, столбцы которой – нормализованные собственные векторы

$$v_p = \frac{u_p}{|u_p|}, p = \overline{1, l};$$

A – матрица факторного отображения, где $A = V \Lambda^{1/2}$;

F – матрица главных компонент, где

$$F = \Lambda^{-1} A^T Z^T. \quad (5)$$

В ходе реализации предлагаемого в данной работе алгоритма на первом этапе представленную на рисунке процедуру придется повторять k раз для каждого набора показателей X_i свойства. Чтобы избавить себя от большого объема рутинной работы, следует воспользоваться пакетом прикладных программ STATISTICA. Из результатов расчетов нам потребуются только матрица факторного отображения (факторных нагрузок) и собственные значения корреляционной матрицы. В столбцах матрицы A стоят коэффициенты корреляции, показывающие, как тесно компоненты (факторы) связаны со стандартизованными параметрами рассматриваемого свойства исследуемого объекта. Столбцов матрицы A (компонент, т.е. факторов) столько же, сколько строк (параметров), т.е. m_i . Однако не все они будут тесно связаны со стандартизованными параметрами. Как правило, это первые 2 или 3, редко 4. Эти компоненты (факторы) и называются главными. Они отражают в основном всю вариацию исходных данных. Для упрощения дальнейших пояснений допустим, что по каждому набору показателей свойств X_i выделено одинаковое количество главных компонент $r < m_i$.

В соответствии с формулой (5) главные компоненты свойства X_i можно представить в виде следующей линейной комбинации:

$$F_t^i = \frac{1}{\lambda_t^i} \sum_{j=1}^{m_i} a_{jt}^i z_j^i, \quad t = \overline{1, r}. \quad (6)$$

Формула (6) – это сумма произведений элементов столбца матрицы A на стандартизованные параметры i -го свойства. Данные главные компоненты независимо друг от друга будут характеризовать свойство X_i . Для комплексной оценки свойства составим средневзвешенную величину главных компонент

$$X_i = \sum_{t=1}^r q_t^i F_t^i. \quad (7)$$

Главные компоненты F_t^i в разной степени отражают вариабельность экспериментальных данных. Эта степень представлена в собственных значениях λ_t^i . Поэтому в качестве весов целесообразно взять относительную величину каждого собственного значения в общей сумме собственных значений, участвующих в формулах (6):

$$q_t^i = \frac{\lambda_t^i}{\lambda_1^i + \dots + \lambda_r^i}. \quad (8)$$

Ещё раз напомним, что при оценке разных свойств величина r может быть разной. Подставляя (6) в (7), получим

$$X_i = \sum_{j=1}^{m_i} \bar{\beta}_j^i z_j^i. \quad (9)$$

где $\bar{\beta}_j^i = \sum_{t=1}^r \frac{1}{\lambda_t^i} q_t^i a_{jt}^i$.

Принимая во внимание формулу (4), где y_p – это параметр x_j^i , и подставляя их в формулу (9), можно рассчитать коэффициенты линейной комбинации (2):

$$\beta_0^i = - \sum_{j=1}^{m_i} \frac{1}{s_j^i} \bar{\beta}_j^i \bar{x}_j^i, \quad \beta_j^i = \frac{\bar{\beta}_j^i}{s_j^i}, \quad j = \overline{1, m_i}.$$

где \bar{x}_j^i и s_j^i – выборочное среднее и выборочное среднее квадратическое отклонение j -го параметра в наборе параметров свойства X_i .

Соотношения (2) позволяют сформировать новую матрицу исходных данных уже по свойствам. Она позволит на втором этапе рассчитать коэффициенты линейной комбинации в соотношении (1). При этом ещё раз повторяется процедура выделения главных компонент, представленная на рисунке. Рассуждения, отраженные в формулах (6)-(9), повторяются. Если снова допустить, что главных компонент r , то аналогично формуле (9) можно записать

$$I = \sum_{i=1}^k \bar{\alpha}_i Z_i. \quad (10)$$

где $\bar{\alpha}_i = \sum_{t=1}^r \frac{1}{\lambda_t^i} q_t^i a_{it}$, $q_t^i = \frac{\lambda_t^i}{\lambda_1^i + \dots + \lambda_r^i}$, Z_i – стандартизованное значение свойства

X_i . Подставляя соотношение (4) в формулу (10), можно получить формулы для расчета коэффициентов линейной комбинации (1), как это было показано выше.

Выводы. Можно было бы не проводить стандартизацию входных данных на предварительном этапе процедуры выделения главных компонент. Однако при этом слагаемые в формулах (2) были бы размерными величинами с разными в общем случае единицами измерений. В этом случае интерпретация свойств X_i была бы затруднена. Стандартизация на первом этапе алгоритма позволяет сконструировать формулы (2) комплексной оценки безразмерных ожидаемых значений свойств исследуемого объекта. При конструировании формулы (1) величины X_i уже безразмерные, однако их стандартизация снова проводится на втором этапе. Это облегчает процедуру выделения главных компонент (как и на первом этапе), так как коэффициенты корреляции лучше показывают тесноту связи компонент (факторов) с признаками (свойствами или параметрами свойств), чем коэффициенты ковариации.

Использование метода главных компонент предполагает, что значения признаков подчиняются закону распределения, близкого к нормальному. В некоторых случаях для соблюдения этого необходимого условия может потребоваться преобразование данных (например, логарифмическое или экспоненциальное). Тогда после построения формул (1) и (2) потребуется обратное преобразование для отдельных слагаемых. В этом случае построенные модели естественным образом станут нелинейными.

Основы данного алгоритма были разработаны в ходе выполнения научных исследований по гранту РФФИ (проект «11-06-00066а»). Возможности данного подхода были опробованы в ходе исследования таких объектов, как регионы Российской Федерации [4]. В качестве свойств объектов исследования использовались рекомендации национального рейтингового агентства «Эксперт РА» [5]. Проведенные расчеты сравнивались с оценками, полученными чисто экспертным методом. Они показали необходимость проведения наряду с качественным анализом также и количественного анализа каких-либо объектов исследования. Представленный в данной работе подход может стать одним из составных элементов математической базы информационно-аналитических систем как социальных, так и физических объектов исследования [3].

Литература

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. шк., 2003. 479 с.
2. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. М.: Финансы и статистика, 1998. 352 с.
3. Назаров А.А., Никитин В.В. Система поддержки принятия научно обоснованных решений при анализе социально-экономической деятельности региональных объектов // Проблемы и перспективы развития социально-экономического потенциала российских регионов: материалы 4-й Всерос. электронной науч.-практ. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2015. С. 287–292.
4. Никитин В.В., Назаров А.А., Бобин Д.В. Рейтинг инвестиционного потенциала регионов Российской Федерации: многомерный статистический анализ // Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО. 2014. № 3. С. 132–138.
5. Эксперт РА: сайт национального рейтингового агентства. URL: <http://www.raexpert.ru/ratings/regions>.

References

1. Gmurman V. E. *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2003, 479 p.

2. Dubrov A.M., Mkhitaryan V.S., Troshin L.I. *Mnogomernye statisticheskie metody* [Multivariate statistical methods]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1998, 352 p.

3. Nazarov A.A., Nikitin V.V. *Sistema podderzhki prinyatiya nauchno-obosnovannykh reshenii pri analize sotsial'no-ekonomicheskoi deyatel'nosti regional'nykh ob"ektov* [Making support system of science-based solutions for the analysis of socio-economic activities of the regional facilities]. *Problemy i perspektivy razvitiya sotsial'no-ekonomicheskogo potentsiala rossiiskikh regionov: materialy 4-i Vserossiiskoi elektronnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Proc. of the 4th Russian conf. «Problems and prospects of socio-economic potential of the Russian regions»]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2015, pp. 287-292.

4. Nikitin V.V., Nazarov A.A., Bobin D.V. *Reiting investitsionnogo potentsiala regionov Rossiiskoi Federatsii: mnogomernyi statisticheskii analiz* [Investment potential rating of Russian regions: multivariate statistical analysis]. *Ekonomika, statistika i informatika. Vestnik UMO* [Economics, Statistics and Informatics. Bulletin of UMO], 2014, no. 3, pp. 132–138.

5. *Ekspert RA: sait natsional'nogo reitingovogo agentstva* [The site of the national rating agency «Expert RA»]. Available at: <http://www.raexpert.ru/ratings/regions> (Accessed 1 June 2015).

НИКИТИН ВИКТОР ВАСИЛЬЕВИЧ – кандидат физико-математических наук, профессор кафедры актуарной и финансовой математики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (vvn22@yandex.ru).

NIKITIN VICTOR – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Actuarial and Financial Mathematics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

БОБИН ДМИТРИЙ ВИТАЛЬЕВИЧ – старший преподаватель кафедры актуарной и финансовой математики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (dimbobin@mail.ru).

BOBIN DMITRIY – Assistant Professor, Actuarial and Financial Mathematics Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

НАЗАРОВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСЕЕВИЧ – старший преподаватель кафедры информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (xukvagram@yandex.ru).

NAZAROV ALEXANDER – Assistant Professor, Information Systems Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 004.8.032.26:159.922.7.016.2

ББК 397:Ю983.402

А.А. РАССКАЗЧИКОВ, Е.В. СЛАВУТСКАЯ

НЕЙРОСЕТЕВОЙ АНАЛИЗ РАЗНОУРОВНЕВЫХ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШКОЛЬНИКОВ*

Ключевые слова: искусственные нейронные сети, обработка и анализ данных, школьники, психологические характеристики, личностные черты.

Работа выполнена на стыке информатики и психологии. Предлагается использование аппарата искусственных нейронных сетей для анализа данных психодиагностики. Предлагаемый в работе нейросетевой анализ данных позволяет выявить новые закономерности и оценить существенно нелинейные связи между психологическими показателями. Такие взаимосвязи с трудом поддаются анализу традиционными статистическими методами. Алгоритм апробирован на данных психодиагностики школьников предпубертатного возраста.

A.A. RASSKAZCHIKOV, E.V. SLAVUTSKAYA

NEURAL NETWORK ANALYSIS

OF PUPILS' MULTI-LEVEL PSYCHOLOGICAL CHARACTERISTICS

Key words: artificial neural networks, data processing and analysis, pupils, psychological characteristics, personality traits

The research involves both computer science and psychology. The authors suggest using artificial neural networks to analyze the data of psychodiagnosis. The neural network analysis can reveal new patterns and evaluate significant nonlinear relationships between psychological characteristics. Such relationships are difficult to analyze by traditional statistical methods. The algorithm was tested on the psychodiagnostic data of pre-adolescents.

Для компьютерной обработки данных психодиагностики повсеместно используются традиционные статистические методы анализа данных, такие как статистическая теория оценивания, корреляционный, факторный анализ и т.д. Во многих случаях интерпретировать результаты приходится при большом числе исходных психологических признаков и недостаточном для полноценного статистического анализа числе респондентов. В таких условиях анализ взаимосвязей между психологическими признаками и оценка их значимости, которым посвящена настоящая работа, оказываются непростой задачей. В работе показано, что перечисленные проблемы могут быть минимизированы, если для анализа психодиагностических данных используется аппарат искусственных нейронных сетей (ИНС) [2, 4, 10, 12, 14], позволяющий работать с ограниченной, неполной выборкой данных [9]. При этом размерность данных не имеет решающего значения. Интеллектуальный анализ данных (Data Mining), и, в частности, ИНС пока не получили должного распространения в отечественной экспериментальной психологии. Главная причина этого – неопределенность в процессе обучения НС и сложность в интерпретации полученных результатов. НС чаще всего используются для ускорения самого процесса компьютерного тестирования [15] или в задачах психофизиологии [11]. Несмотря на то, что аппарат искусственных нейронных сетей основан на принципах когнитивной науки, для анализа и интерпретации данных абсолютное большинство психологов предпочитает пользоваться традиционными статистическими методами [3].

* Публикация подготовлена в рамках поддержанного РГНФ научного проекта № 14-16-21013а /р.

Предлагаются новые алгоритмы обработки данных психодиагностики при помощи нейронных сетей. Используется сеть с простой последовательной архитектурой. При этом количество входов и выходов сети строго соответствует исходным анализируемым данным. Это позволяет исключить неопределенность в процессе обучения и использования НС. *Кроме того, ее обучение производится с использованием самих анализируемых данных, что представляется авторам принципиально важным.* Обучение НС на большой выборке респондентов часто оказывается в практической психологии некорректным и приводит к низкой достоверности полученных результатов. Это является результатом высокой неоднородности психологических данных, полученных в разное время, разными психологами, в разных условиях и т.д.

Построенная НС имеет последовательную структуру, когда выход первого слоя служит входом второго слоя и т.д. Предполагаемое количество слоев – не более 3. В отличие от аппарата корреляционного и факторного анализа такая архитектура может воспроизводить нелинейные зависимости между входными и выходными данными сети. Количество выходов сети соответствует количеству индивидуальных характеристик испытуемых, взятых за основу анализа. Например, при изучении значимости исходных признаков для гендерных различий на выходе получаем два целочисленных значения «-1» и «+1» в соответствии с половой принадлежностью тестируемого (мальчик или девочка) [8]. При оценке нелинейных взаимосвязей между психологическими признаками выходным параметром сети являются значения одного из признаков (например, коэффициента интеллекта IQ) [6]. В этом случае результатом обработки данных будут зависимости (вычислительные модели) IQ от значений остальных данных тестирования. Такие зависимости могут быть получены для каждого респондента.

Результаты такого нейросетевого анализа, характеризующие связи и значимость отдельных психологических признаков, сами могут быть объектом статистического анализа. Такой комплексный подход позволяет обнаружить новые закономерности и выявить новые параметры в структуре психодиагностических данных.

В эмпирическом исследовании мы опираемся на структурную теорию черт личности Р.Б. Кеттелла [13]. Он считал, что личностные черты составляют ядро структуры личности человека и могут быть обнаружены при точном измерении наблюдаемого поведения. Согласно Р.Б. Кеттеллу, личность – это то, что позволяет нам предсказать поведение человека в данной ситуации. Каждая личностная черта взаимодействует с комбинацией ситуационных факторов, оказывающих на нее влияние.

Проблема исследования, с психологической точки зрения, заключается в выявлении внешних и внутренних факторов дезадаптации пятиклассников. Внешние факторы связаны с новой социальной ситуацией и достаточно изучены. С точки зрения внутренних факторов рассматривались такие психологические характеристики, как черты личности, интеллект, индивидуально-психологические, типические особенности (тип нервной системы), мотивационные показатели (потребность в достижении).

Эмоционально-волевые и коммуникативные черты личности и вербальный интеллект пятиклассников изучались с помощью 12-факторного опросника Р.Б. Кеттелла и Р.В. Коана. Форма предназначена для исследования

личностных особенностей школьников и содержит 12 шкал для измерения степени выраженности черт личности, которые Р.Б. Кеттелл называет конституциональными. «Культурно-независимый тест интеллекта Р.Б. Кеттелла» использовался для выявления особенностей интеллектуальной сферы, связанных с биологически детерминированными характеристиками. Эти две методики предоставляют возможность использования факторного анализа и других методов интеллектуальной обработки данных для нахождения взаимосвязи и определения наиболее значимых, доминирующих признаков [7]. С целью изучения динамических, в отличие от конституциональных, факторов – мотивов, потребностей и выявления взаимодействия внешних условий с психологическими (внутренними) особенностями личности учащихся кроме двух основных методов психодиагностики использованы еще три дополнительные методики. Это теппинг-тест Е.П. Ильина для определения свойств нервной системы по психомоторным показателям. Для выявления динамических сторон личности школьника применялся тест «Потребность в достижении» (ПД) Ю.М. Орлова. «Тест незаконченных предложений» В. Михала для детей 7-12 лет в адаптации Д.В. Лубовского использовался с целью выявления проблем в системе отношений, что вызывает семейную, межличностную, школьную, внутриличностную дезадаптацию. Его диагностическая направленность – изучение отношения ребенка к разным лицам и разным проблемам; выявление дезадаптации во всех сферах межличностных отношений (семья, сверстники, школа); исследование значимых переживаний.

Таким образом, учтены различные характеристики: эмоционально-волевые, интеллектуальные качества, индивидуальные черты характера, мотивационные и моторные характеристики. Специфика реагирования (состояние) зависит от разной структуры функциональных систем, поэтому можно обойтись 4-5 показателями при условии, что они отражают все необходимые уровни и подсистемы целостной функциональной системы: мотивацию и эмоции, вегетатику и моторику [5].

Основное внимание было уделено связи мотивации (потребность в достижении, ПД) с психомоторными показателями (результаты теппинг-теста Е.П. Ильина, Т). Как следует из табл. 1, корреляционная связь свойств нервной системы (Т), как индивидуально-психологической характеристики, с другими психологическими характеристиками оказывается низкой. Статистически значимая корреляционная связь результатов теппинг-теста с личностными чертами и коэффициентом интеллекта отсутствует.

Коэффициент корреляции R между результатами теста «Потребность в достижении» и результатами теппинг-теста имеет минимальное значение при уровне значимости 0,05. Кроме того, результаты корреляционного анализа не позволяют сделать выводов о том, какие психологические характеристики влияют на взаимосвязь мотивации с типом нервной системы. Низкий уровень коэффициента корреляции R может говорить о том, что связь Т с личностными чертами оказывается существенно нелинейной [6]. Для исследования нелинейных связей между разноуровневыми психологическими показателями и использован аппарат ИНС.

Таблица 1

Коэффициенты корреляции психологических характеристик с T

A	B	C	D	E	F	G	H	I	O	$Q3$	$Q4$
0,10	0,19	0,32	0,26	0,08	0,05	0,02	-0,10	-0,01	-0,25	0,03	0,15
IQ	T	$ПД$	$Д1$	$Д2$	$Д3$	$Д4$					
0,06	1,00	0,34	-0,29	-0,34	-0,09	-0,25					

Примечание. Интерпретация личностных качеств в 12-факторном опроснике Р.Б. Кеттелла и Р.В. Коана (СРQ): A – общительность – замкнутость; B – абстрактное – конкретное мышление; C – эмоциональная стабильность – неустойчивость; D – возбудимость – уравновешенность; E – независимость – покорность; F – беспечность – озабоченность; G – высокая – низкая дисциплинированность; H – смелость – робость; I – мягкость – твердость; O – тревожность – спокойствие; $Q3$ – высокий – низкий самоконтроль; $Q4$ – напряженность – расслабленность. Тест незаконченных предложений: $Д1$, $Д2$, $Д3$, $Д4$ – соответственно семейная, межличностная, школьная, внутрличностная дезадаптация. $ПД$ – потребность в достижении. T – теппинг-тест Е.П. Ильина.

Полужирным шрифтом выделены коэффициенты корреляции с уровнем значимости $p < 0,05$.

На рис. 1 показана структура использованной нейронной сети. Для реализации нейросетевого алгоритма использовалась аналитическая платформа Deductor (разработчик – ООО «Аналитические технологии» – BaseGroup Lab, г. Рязань, www.basegroup.ru). Обучение сети проводилось по всей выборке и потребовало порядка 600 циклов (эпох). После этого строились зависимости (вычислительные модели) $T(X)$, где X – результаты психодиагностики каждого респондента.

На рис. 2 приведены примеры полученных при помощи аппарата ИНС зависимостей (вычислительных моделей) $T(ПД)$ для отдельных детей (кривые 1–3). Сразу необходимо отметить, что это именно «модели», полученные для каждого ребенка с использованием всей выборки. То есть зависимость $T(ПД)$ для каждого респондента определяется психологическими признаками всех тестируемых в целом. Такая зависимость, или модель, характерна для конкретной комбинации остальных психологических признаков (личностных черт респондента). Информативной является не сама нелинейная зависимость $T(ПД)$, а ее изменение при изменении (варьировании) личностных черт. Из зависимостей рис. 2 следует, что связь потребности в достижениях с психомоторными показателями по результатам нейросетевого анализа носит нелинейный характер и зависит от остальных психологических характеристик учащихся. Поскольку форма кривых $T(ПД)$ сильно отличается для отдельных респондентов, для адекватной интерпретации результатов необхо-

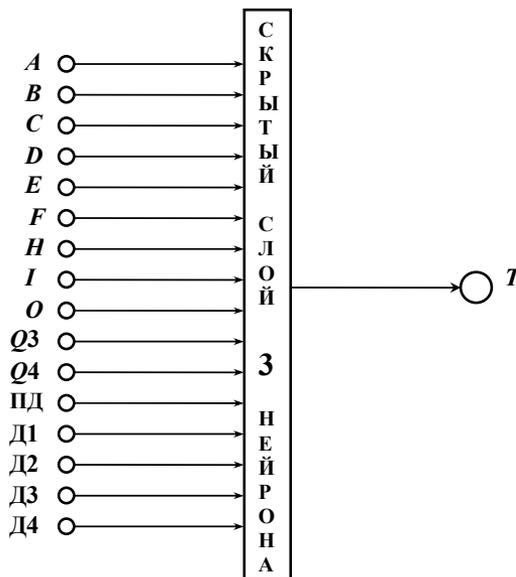


Рис. 1. Структура нейронной сети

димо или варьировать психологические признаки каждого респондента, или охарактеризовать такую зависимость каким-то численным параметром и провести дальнейший статистический анализ данных. В работе выбран второй путь как более корректный с психологической точки зрения. Для численной оценки взаимосвязи потребности в достижении с психомоторными показателями каждого отдельного учащегося может быть использован диапазон Δ изменения $T(ПД)$. Этот диапазон рассчитывается как разность между максимальным и минимальным значениями кривой $T(ПД)$ во всем диапазоне изменения $ПД$ (см. рис. 2) и для каждого респондента характеризует возможное изменение психомоторных показателей в зависимости от потребности в достижениях. Таким образом, вводится численный индивидуальный показатель, характеризующий связь этих характеристик.

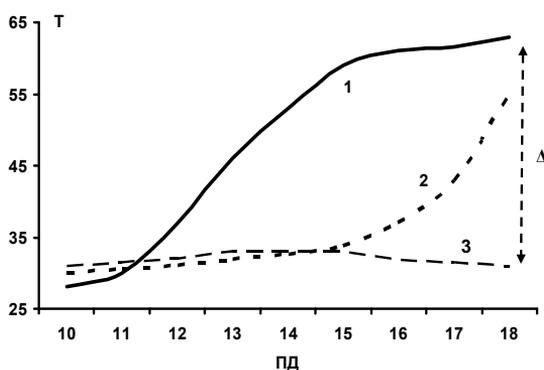


Рис. 2. Примеры вычислительных моделей $T(ПД)$ для разных учащихся

В табл. 2 приведены значения коэффициента корреляции R между Δ и значением психологических признаков для всей выборки респондентов. Как видно из табл. 2, величина Δ , характеризующая $T(ПД)$, оказывается статистически связанной с некоторыми личностными чертами и результатами «теста незаконченных предложений». Среди этих черт есть коммуникативные волевые (G) и эмоциональные (O). Наиболее высокий коэффициент корреляции $R = -0,63$ между Δ и $D2$ (межличностная дезадаптация) имеет уровень значимости для двухстороннего критерия $p < 0,001$. На практике это означает наличие устойчивой связи с очень высокой степенью достоверности. Это позволяет утверждать, что соотношение между T и $ПД$ наиболее тесно связано именно с этой ($D2$) психологической характеристикой школьника.

Таблица 2

Коэффициенты корреляции психологических характеристик с Δ

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>	<i>O</i>	<i>Q3</i>	<i>Q4</i>
0,23	0,01	0,31	0,13	0,02	0,26	0,48	-0,07	0,16	-0,53	0,14	-0,07
<i>Ю</i>	<i>Т</i>	<i>ПД</i>	<i>Д1</i>	<i>Д2</i>	<i>Д3</i>	<i>Д4</i>					
-0,27	0,44	0,06	-0,39	-0,63	0,02	-0,46					

Примечание. Полу жирным шрифтом выделены коэффициенты корреляции с уровнем значимости $p < 0,025$.

Тип нервной системы, выявленный с помощью теста Е.П. Ильина (T), относится к характеристикам индивидуально-психологическим, выявляющим

типические врожденные особенности – тип нервной системы. Высокие показатели теста соответствуют сильному типу нервной системы. Потребность в достижении – характеристика личностная, социально сформированная. Исследовательский интерес заключается в рассмотрении взаимосвязи этих разноуровневых характеристик между собой и с другими психологическими показателями школьников. Анализ результатов соотношения психологических показателей позволяет расширить представления о взаимосвязи психического и личностного как одной из проблем психологии.

Психологический анализ полученных взаимосвязей может быть следующим. Корреляционный анализ результатов психодиагностики показал отсутствие линейной взаимосвязи между личностными характеристиками (*ПД*) и типом нервной системы (*T*). Последующая обработка данных психодиагностики с помощью аппарата ИНС позволила обнаружить нелинейную взаимосвязь типа нервной системы потребности в достижении, опосредованную другими психологическими характеристиками. Оказалось, что значение имеет показатель Δ – соотношение *ПД* и *T*. Наибольшая взаимосвязь (обратная) соотношения *ПД* и *T* с показателем межличностной дезадаптации позволяет предположить, что дети с сильным типом нервной системы и высокой потребностью в достижении в деятельности испытывают меньшую межличностную дезадаптацию. Это позволяет им быстрее приспособиться к новой социальной ситуации в пятом классе. Это подтверждает зафиксированный нами ранее с помощью метода направленного наблюдения и описанный ранее результат: пятиклассники с высокой потребностью в достижениях в учебе испытывают меньшую школьную дезадаптацию при переходе из начальной в среднюю школу, даже при разделении классов для дифференцированной формы обучения.

Коэффициенты корреляций психологических характеристик с Δ (табл. 2) позволяют предположить, что пятиклассники с высоким *ПД* и сильной нервной системой (*T*) имеют низкую тревожность, высокую дисциплинированность (волевые качества *G*), низкую внутриличностную конфликтность, противоречивость (*D4*) и межличностную (*D2*) дезадаптацию. Соответственно, дети с низкой потребностью в достижении и другим типом (средним, средне-слабым, слабым) типом нервной системы при переходе в пятый класс будут демонстрировать высокую тревожность, дисциплинарные проблемы, межличностные и внутриличностные проблемы. Это подтверждает обнаруженный нами и описанный «дезадаптационный синдром пятого класса» [7].

Анализ результатов психодиагностики вербального и невербального интеллекта с Δ показал отсутствие значимой взаимосвязи указанных показателей с типом нервной системы и потребностью в достижении. Это может говорить о том, что для школьников предпубертатного возраста интеллект в структуре соотношения индивидуальных и личностных характеристик не имеет существенного значения. Например, пятиклассники с сильным типом нервной системы и интеллектуальным развитием ниже среднего и низким могут также проявлять сформированную высокую потребность в достижении. На практике это может проявляться в переносе фокуса внимания такого школьника с учебы, в которой по объективным возможностям нет высоких успехов, на стремление достижений в спорте, в другой кружковой деятельности. Это повышает самооценку ребенка и повышает его учебную мотивацию. Это подтверждает описанный нами ранее результат о том, что развитие интеллекта детей предпубертатного возраста свя-

зано с другими психологическими показателями [6]. Кроме того, анализ полученных результатов позволяет сформулировать практические рекомендации по психолого-педагогическому сопровождению школьников с различными структурными особенностями личности.

Таким образом, использование нейросетевого анализа наряду с традиционными статистическими методами позволяет проводить селективную оценку данных психодиагностики для каждого респондента, а также – оценить нелинейные связи между психологическими показателями [6, 8]. Для психологов представляется актуальным то, что нейросетевые алгоритмы позволяют в динамике (с учетом быстрого развития и изменения психологических показателей детей в этом возрасте [7]) проводить анализ и строить вычислительные модели взаимосвязей между различными психологическими и личностными характеристиками.

Представленные в работе результаты могут рассматриваться как новый инструмент в задачах системного анализа и обработки психодиагностических данных, представляющих собой сложный прикладной объект. Разработанная методика позволяет исследовать нелинейные межфункциональные связи между психологическими показателями. Традиционный статистический анализ не позволяет проанализировать такие зависимости, поскольку коэффициенты корреляции дают возможность оценить только линейную связь между выборками.

Литература

1. *Абруков В.С., Ефремов Л.Г., Коцеев И.Г.* Возможности создания системы поддержки принятия решений и управления вузом с помощью аналитической платформы deductor // Интеграция образования. 2013. № 1(70). С. 17–23.
2. *Арзамасцев А.А., Зенкова Н.А.* Моделирование в психологии на основе искусственных нейронных сетей. Тамбов: ИМФИ ТГУ им. Г.Р. Державина, 2003.
3. *Воробьев А.В.* Обзор применения математических методов при проведении психологических исследований // Психологические исследования. 2010. № 2(10).
4. *Крулов В.В., Борисов В.В.* Искусственные нейронные сети. Теория и практика. М.: Горячая линия – Телеком, 2001.
5. *Прохоров А.О.* Психические состояния и их проявления в учебном процессе. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1991. 165 с.
6. *Славутская Е.В., Славутский Л.А.* Нейросетевой анализ взаимосвязи вербального и невербального интеллекта младших подростков // Психологический журнал. 2014. Т. 35, № 5. С. 28–36.
7. *Славутская Е.В., Славутский Л.А.* Преподолетковый возраст: формирование связей в структуре личности // Психологические исследования. 2014. Т. 7, № 37. С. 6. URL: <http://psystudy.ru/index.php/num/2014v7n37/1040-slavutskaya37.html>.
8. *Славутская Е.В., Славутский Л.А.* Использование искусственных нейронных сетей для анализа гендерных различий младших подростков // Психологические исследования. 2012. Т. 5, № 23. С. 4. URL: <http://psystudy.ru/index.php/num/2012v5n23/684-slavutskaya23>.
9. *Троеществова Д.А., Абруков В.С.* Решение прямых и обратных задач оптики на основе неполных данных // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 63–67.
10. *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс: 2-е изд.: пер. с англ. М.: Вильямс, 2006.
11. *Шендяпин В.Н., Скотникова И.Г., Барабаничиков В.А., Тарасов В.Б.* Математическое моделирование уверенности при принятии решения в сенсорных задачах // Психологический журнал. Т. 29, № 4. 2008. С. 84–97.
12. *Baxt W.G.* Complexity, chaos and human physiology: the justification for non-linear neural computational analysis. *Cancer Lett*, 1994, vol. 77, no. 2-3, pp. 85–93.
13. *Cattell R.B.* Advanced in Cattellian Personality Theory. Handbook of Personality. Theory and Research. New York, The Guilford Press, 1990.
14. *Dorrer M.G., Gorban A.N., Kopytov A.G., Zenkin V.I.* Psychological intuition of neural networks. Proc. of the World Congress on Neural Networks'95. Washington, 1995, pp. 193–196.
15. *Reznichenko N.S., Shilov S.N., Abdulkina V.V.* Neuron Network Approach to the Solution of the Medical-Psychological Problems and in Diagnosis Process of Persons with Disabilities (Literature Review). *Journal of Siberian Federal University. Humanities & Social Sciences*, 2013, vol. 9(6), pp. 1256–1264.

References

1. Abrukov V.S., Efremov L.G., Kosheev I.G. *Vozможности sozdaniya sistemi upravleniya vuzom s pomosiu platformi deductor* [Establishing of the system to support decision-making and management of the university with the help of the Deductor analytical platform]. *Integratsia obrazovaniya* [Integration of education], 2013, no. 1(70), pp. 17–23.
2. Arzamashev A.A. Zenkova N.A. *Modelirovanie v psihologii na osnove iskusstvennykh neuronnykh setei* [Modeling in psychology based on artificial neural networks]. Tambov, 2003.
3. Vorobiov A.V. *Obzor primeneniya matematicheskikh metodov pri provedenii psihologicheskikh issledovaniy* [Review of the application of mathematical methods in psychological research]. *Psihologicheskii issledovaniya* [psychological research], 2010, no. 2(10).
4. Kruglov V.V., Borisov V.V. *Iskustvennii neuronnyy seti. Teoria i praktika* [Artificial neural networks. Theory and practice]. Moscow, Goriachaia linia – Telecom Publ., 2001.
5. Prohorov A.O. *Psihicheskie sostoiانيا v uchebnom prozesse* [Mental states and their manifestations in the educational process]. Kazan, Kazan University Publ., 1991, 165 p.
6. Slavutskaya E.V., Slavutskii L.A. *Neirosetevoi analiz verbalnogo i neverbalnogo intellekta mladshikh podrostkov* [Neural network analysis of the relationship of verbal and nonverbal intelligence of younger adolescents]. *Psychological Journal*, 2014, vol. 35, no. 5, pp. 48–56.
7. Slavutskaya E. V., Slavutskii L.A. *Predpodrostkovii vozrast: formirovanie svyazi v structure lichnosti* [Preadolescent age: the formation of the interconnections in the personality structure]. *Psichologicheskieskie issledovaniya* [Psychological research], 2014, vol. 7, no. 37, p. 6. URL: <http://psystudy.ru/index.php/num/2014v7n37/1040-slavutskaya37.html>.
8. Slavutskaya E.V., Slavutskii L.A. *Ispolzovanie iskusstvennykh neuronnykh setei dlia analiza gendernykh razlichii mladshikh podrostkov* [Using artificial neural networks for analysis of gender differences in younger teenagers]. *Psichologicheskieskie issledovaniya* [psychological research], 2012, vol. 5, no. 23, p. 4. URL: <http://psystudy.ru/index.php/num/2012v5n23/684-slavutskaya23>.
9. Troeshestova D.A., Abrukov V.S. *Rechenie priamikh i obratnykh zadach optiki na osnove nepolnykh dannikh* [Solving direct and inverse optical problems based on incomplete data]. *Vestnic Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, pp. 63–67.
10. Haykin S. *Neural networks. A comprehensive Foundation. Second Edition.* New Jersey, Prentice Hall, 1999, 874 p. (Russ. ed.: Haykin S. *Neuronnyy seti: polniy kurs: 2-e izd.* Moscow, Viliams Publ., 2006, 1104 p.).
11. Shendiapin V.N., Skotnikova I.G., Barabanchikov V.A., Tarasov V.B. *Matematicheskoe modelirovanie uverenosti pri priniatii recheniya v sensornykh zadachakh* [Mathematical modeling of confidence in decision making in sensory problems]. *Psychological Journal*, 2008, vol. 29, no. 4, pp. 84–97.
12. Baxt W.G. Complexity, chaos and human physiology: the justification for non-linear neural computational analysis. *Cancer Lett*, 1994, vol. 77, no. 2-3, pp. 85–93.
13. Cattell R.B. *Advanced in Cattellian Personality Theory. Handbook of Personality. Theory and Research.* New York, The Guilford Press, 1990.
14. Dorrer M.G., Gorban A.N., Kopytov A.G. Zenkin V.I. *Psychological intuition of neural networks. Proc. of the World Congress on Neural Networks'95.* Washington, 1995, pp. 193–196.
15. Reznichenko N.S., Shilov S.N., Abdulkina V.V. *Neuron Network Approach to the Solution of the Medical-Psychological Problems and in Diagnosis Process of Persons with Disabilities (Literature Review).* *Journal of Siberian Federal University. Humanities & Social Sciences*, 2013, vol. 9(6), pp. 1256–1264.

РАССКАЗЧИКОВ АЛЕКСАНДР АНАТОЛЬЕВИЧ – магистрант кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (rasskazchikoff@mail.ru).

RASSKAZCHIKOV ALEKSANDR – Master's Program Student, Technical Systems Automation and Control Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russian.

СЛАВУТСКАЯ ЕЛЕНА ВЛАДИМИРОВНА – кандидат психологических наук, доцент кафедры психологии и социальной педагогики, Чувашский государственный педагогический университет, Россия, Чебоксары (slavutskayaev@gmail.com).

SLAVUTSKAYA ELENA – Candidate of Psychology, Associate Professor, Psychology and Social Pedagogy Department, Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia.

УДК 681.518.54
ББК 30.82

А.А. РЕШЕТОВ, Н.А. ЗАХАРОВ, И.Т. АРТЕМЬЕВ

ТЕХНОЛОГИЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩИХ АГРЕГАТОВ

Ключевые слова: контроль, диагностика и прогностика, газоперекачивающие агрегаты, вибродиагностика.

Работа посвящена разработке и внедрению технологии повышения эффективности вибродиагностического контроля газоперекачивающих агрегатов газотранспортных систем. Описан процесс использования программной составляющей технологии, а также рассмотрены пути ее практического применения. Приведен пример снижения затрат за счет внедрения предлагаемой технологии.

A. RESHETOV, N. ZAKHAROV, I. ARTEMYEV
TECHNOLOGY TO INCREASE EFFICIENCY
OF DIAGNOSING THE TECHNICAL CONDITION
OF GAS COMPRESSOR UNITS

Key words: testing, diagnostics and prognostics, gas compressor units, vibration diagnosis.

The work is devoted to the development and implementation of a technology for increasing the efficiency of vibrodiagnostic control of gas compressor units in gas transportation systems. It describes how to use the software component of the technology and the ways of its practical application. The authors provide an example of cost reduction due to the employment of the suggested technology.

В настоящее время системы вибрационной и параметрической диагностики газоперекачивающих агрегатов (ГПА), как правило, существуют независимо от систем автоматического управления ГПА. При этом на практике появляется необходимость в комплексировании таких систем и развитии их диагностических возможностей, так как применение стационарных систем вибрационной и параметрической диагностики дает своевременную и правильную информацию о техническом состоянии узлов ГПА (двигателей, мультипликаторов, нагнетателей, валов, подшипников, муфт, лопаток и др.) в целях принятия соответствующих решений: об оценке технического состояния, ремонте узлов ГПА, качестве проведенного ремонта, проведении внеочередных регламентных работ, возможности продолжения эксплуатации или продлении ресурса и т.д.

Как показал анализ, значительное влияние на появление дефектов оказывает напряженно-деформированное состояние основных узлов ГПА, вызванное крутильными колебаниями валопровода. Штатной аппаратуры для контроля параметров крутильных колебаний в различных сечениях валопровода ГПА не существует. Поэтому появляется практическая потребность повышения эффективности методов, средств, технологий и систем автоматического управления (САУ) ГПА газотранспортных систем, обеспечивающих оперативную регистрацию процессов деградации и обнаружения зарождающихся дефектов узлов ГПА, диагностику технического состояния и аварийную защиту ГПА [2–6, 7].

В значительной степени эффективным методом исследований вибрационных процессов, а также качества функционирования систем является моделирование механической конструкции объекта. Поэтому разработаны и применяются

системы компьютерной алгебры: Reduce, MathCad, MatLab, MSC/NASTRAN и др. Программная система MSC/NASTRAN фактически представляет собой промышленный стандарт среди современных систем CAD/CAM/CAE и позволяет выполнить полный набор расчетных исследований, в том числе [10]:

- анализ установившихся и переходных динамических процессов на базе как упрощенных массово-стержневых моделей, так и на основе подробных 3D CAD моделей (линейных, нелинейных);

- расчет напряженно-деформированного состояния, запасов прочности, собственных частот и форм колебаний, вынужденных вибраций роторных машин;

- анализ устойчивости и чувствительности характеристик объекта (в том числе частот собственных колебаний и параметров устойчивости) к конструктивным изменениям.

При этом для постановки точного диагноза с указанием причин дефектов необходимо также иметь экспериментальные данные о параметрах крутильных колебаний и вибраций энергомеханического оборудования.

По результатам анализа современного состояния существующих методов и средств диагностического контроля энергомеханического оборудования определено, что [7-9]:

1. В энергетической промышленности применяется международный стандарт, регламентирующий требования по расчетно-экспериментальному исследованию крутильных колебаний валопроводов турбогенераторов и применению соответствующих методов и средств:

- расчеты крутильных колебаний валопроводов проводятся путем моделирования конструкции валопроводов;

- измерения параметров крутильных колебаний валопроводов выполняются путем применения: бесконтактных преобразователей (вихретоковых, индуктивных, лазерных и др.); тензодатчиков; оптических декодеров; акселерометров, расположенных по окружности на углы 0 и 180°, и др.;

- нормируемые параметры: амплитуда угловых перемещений инерционных масс от крутильных колебаний; деформации вала от крутильных колебаний; напряжения вала от крутильных колебаний; температура места контроля; собственные частоты крутильных колебаний; скоростной диапазон, в котором выполняются измерения; влияние крутильных колебаний на возбуждение частот изгибных колебаний связанной системы диск – лопатки.

2. В газовой промышленности отсутствуют нормы, нормативы и стандарты, регламентирующие требования по расчетно-экспериментальному исследованию крутильных колебаний валопроводов основного и вспомогательного оборудования газотранспортных систем.

На ряде объектов энергетики проведены работы по внедрению многоканальной фотоэлектрической системы диагностического контроля параметров крутильных колебаний валопровода турбоагрегатов путем их измерения оптико-электронными средствами в штатном режиме: ТЭЦ-23 – филиал ОАО «Мосэнерго» (ТГК-3), Сургутская ГРЭС-1 ОАО «ОГК-2» [4, 5].

При этом основными показателями эффективности вибродиагностического контроля являются: снижение затрат и времени на прогнозирование зарож-

дающихся дефектов по структуре изделия (применение методов математического моделирования экономически целесообразно); исключение затрат на техническое обслуживание и ремонт ГПА из-за их внезапных отказов и разрушений деталей.

В отличие от универсальных систем компьютерной алгебры Reduce, MathCad, MatLab, программной среды MSC/NASTRAN и др., ориентированных на моделирование и прогнозирование поведения сложных конструкций, их динамический анализ, совершенствование, эффективное решение задач оптимизации, разработанное программно-техническое средство (ПТС) основано на применении расчетных энергетических форм и энергетических спектров в качестве априорного базиса проектируемой системы технической диагностики различного энергомеханического оборудования для обучения (корректирования) системы технической диагностики, выбора режимов вибромониторинга технического состояния машин. При этом повышение эффективности вибродиагностического контроля энергомеханического оборудования достигается за счет учета параметров чувствительности компонентов вибросигнала к изменению технического состояния объекта, ранжирования рисков повреждения его узлов [4–6].

Предложенное ПТС является развитием практических приложений программного комплекса кинематических и динамических исследований машин и механизмов (ПК «КИДИМ») (Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, Украина) в области технической диагностики энергомеханического оборудования [1].

ПТС разработано таким образом, чтобы автоматизировать процесс обучения персонала технологии повышения эффективности диагностирования технического состояния ГПА (рис. 1–3).

Данные Формы Спектры

Наименование модели: ЭГПА-235-23-3 (СТД-12500 + М + ЦБН-235-23-3)

Инерционные элементы, кг·м ²			Упругие элементы, Н·м/рад		
1	275	-	1	2	12266546
2	2,225	-	2	3	231182080
3	2,882	-	3	4	231182080
4	1,091	-	4	5	21762904
5	70,337	-	5	6	5265677
6	0,226	-	5	7	10000000000
7	30,639	-	7	8	22200000
8	0,989	-	8	9	10000000000
9	2,825	-	9	10	21608944
10	2,825	-	10	11	10000000000
11	1,147	-	11	12	13000000

Результаты расчетного исследования

Количество плоских вращений: 423;
 Погрешность определения кв. частот 3.81E-006;
 погрешность выполнения свойства ортогональность форм свободных колебаний системы 4.17E-015;

Частоты свободных колебаний, рад/с:
 1.169547E-004 2.287308E+002 4.343595E+002 2.128
 3.980897E+003 4.832371E+003 4.961240E+003 5.601
 1.601975E+004 1.858533E+004 2.166086E+004 1.107

Частоты свободных колебаний системы:
 2 частота= 3.640364E+001 Гц; 2.287308E+002 рад/с; 2
 Элемент: Об. масса: Об. координата: Об

J 1	2.7500E+002	-3.5522819E-002	-9.7
J 2	2.2250E+000	6.1417673E-003	1.3
J 3	2.8820E+000	8.3494022E-003	2.4
J 4	1.0910E+000	1.0551591E-002	1.1
J 5	7.0337E+001	3.3917243E-002	2.3
J 6	2.2600E-001	3.3993574E-002	7.6
J 7	3.0639E+001	3.3955572E-002	1.0
J 8	9.8900E-001	4.8769162E-002	4.8
J 9	2.8250E+000	4.8801796E-002	1.3
J10	2.8250E+000	6.3570009E-002	1.7
J11	1.1470E+000	6.3600982E-002	7.2
J12	2.8500E+001	8.7132780E-002	2.4
J13	2.8500E+001	8.7557677E-002	2.4
J14	9.4830E+000	8.7583073E-002	8.3

Рис. 1. Вкладка «Данные» приложения ПТС для ввода данных и вывода результатов обработки в текстовом виде

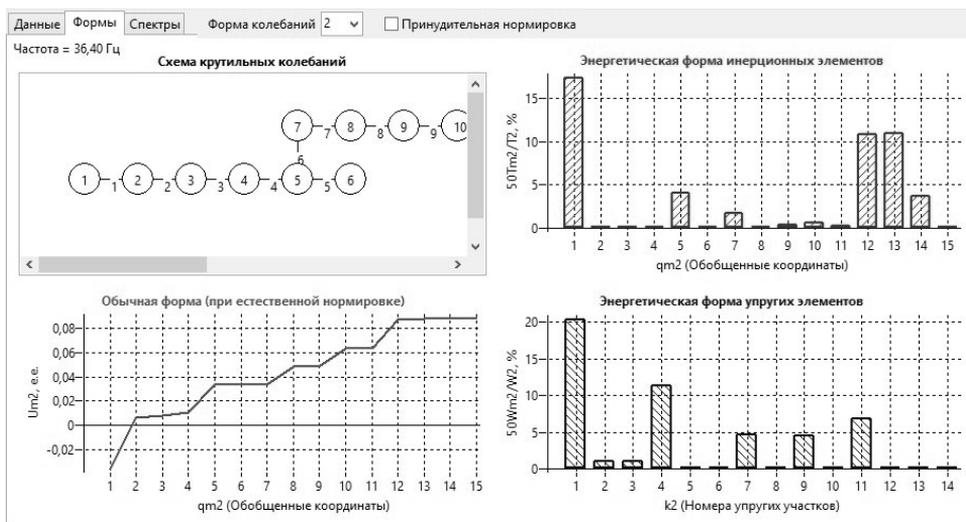


Рис. 2. Вкладка «Формы» приложения ПТС для вывода результатов обработки данных в графическом виде

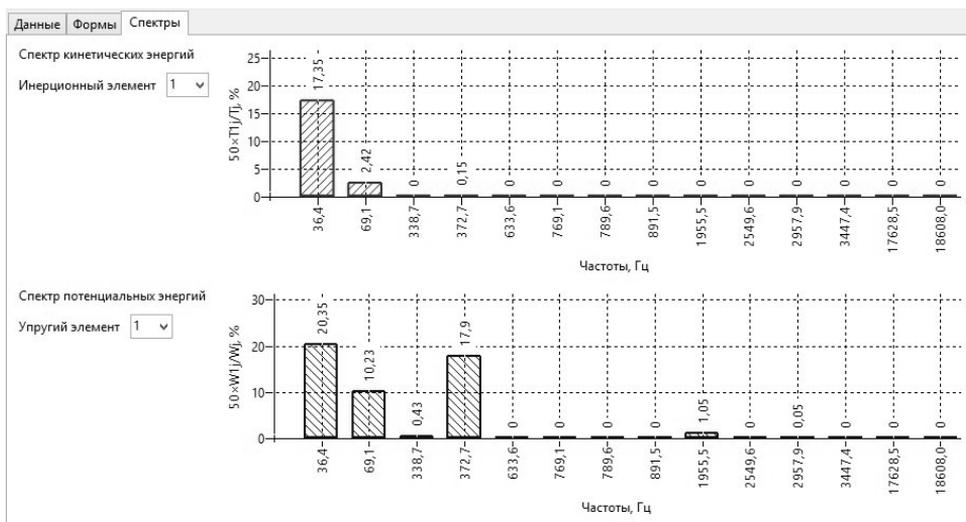


Рис. 3. Вкладка «Спектры» приложения ПТС для вывода результатов обработки данных в графическом виде

ПТС включает в себя:

- 1) ввод параметров упруго-инерционной модели ГПА (рис. 1);
- 2) автоматическую обработку параметров упруго-инерционной модели ГПА, в результате которой выводятся результаты обработки исходных данных в текстовом виде (рис. 1), строятся графически схемы крутильных колебаний, обычных форм при естественной и принудительной нормировках, энергетических форм инерционных и упругих элементов (рис. 2), спектры кинетических и потенциальных энергий инерционных и упругих элементов (рис. 3).

ПТС, разработанное на основе общего метода построения математических моделей динамических процессов в системах любой природы для опре-

деления функций чувствительности к накоплению повреждений (отстройки от резонансов), является основной частью технологии повышения эффективности диагностирования технического состояния ГПА по данным показателям. ПТС разработано в свободной среде разработки программного обеспечения на языке Object Pascal для компилятора Free Pascal [6].

Известно, что векторные дифференциальные уравнения движения с правой частью системы любой природы с n степенями свободы представляются математической моделью динамических процессов [2-3]:

$$[A]\{\ddot{Q}\} + [B]\{\dot{Q}\} + [C]\{Q\} = [P(t)],$$

где $[A]$ – матрица обобщенных коэффициентов инерции, значения которых определяются геометрическими, массовыми и/или индуктивными характеристиками системы; $[B]$ – матрица обобщенных коэффициентов сопротивления; $[C]$ – матрица обобщенных коэффициентов жесткостей, которые определяются геометрическими, массовыми, упругими и/или электрическими емкостными характеристиками системы; $\{Q\}$, $\{\dot{Q}\}$, $\{\ddot{Q}\}$ – векторы обобщенных, соответственно, координат, скоростей и ускорений размера n ; $[P(t)]$ – матрица параметров силового возбуждения, приведенных к обобщенным координатам; t – время.

Рассматривая математическую модель свободных колебаний системы любой природы, сложности, структуры и применяя метод Рэлея, можно записать выражения максимумов кинетической (магнитной) T_j^{\max} и потенциальной (электрической) W_j^{\max} энергий, вычислить j -ю собственную частоту колебаний путем рассмотрения баланса энергии системы $T_j^{\max} = W_j^{\max}$ при определенных допущениях относительно ее деформирования и функции чувствительности к проявлению дефектов (резонансным возбуждениям) для j -й собственной частоты колебаний при варьировании инерционных (индуктивных) и упругих (электрических емкостных) параметров электро-, гидро-, механической системы [3]:

$$\frac{d(\omega_j)/\omega_j}{dM_m/M_m} = -\frac{T_{mj}^{\max}}{2T_j^{\max}}, \quad \frac{d(\omega_j)/\omega_j}{dC_k/C_k} = \frac{W_{kj}^{\max}}{2W_j^{\max}},$$

где T_{mj}^{\max} , T_j^{\max} – максимальные значения кинетических (магнитных) энергий m -й массы (индуктивности) и всей системы при свободных колебаниях с частотой ω_j ; W_{kj}^{\max} , W_j^{\max} – максимальные значения потенциальных (электрических) энергий k -го участка и всей системы при свободных колебаниях с частотой ω_j ; M_m – момент инерции (масса, гидроакустическая масса, индуктивность) m -го элемента; C_k – жесткость (гидроакустическая жесткость, обратная величина электрической емкости) k -го участка.

ПТС позволяет создать, редактировать и графически построить математическую модель динамических процессов объекта диагностирования технических систем со многими степенями свободы по его структурным, конструктивным и физическим параметрам; рассчитать, графически построить, вывести на печать обычные (при естественной и принудительной нормировке) и энергетические формы колебаний объекта диагностирования или передать в систему автоматического управления их данные; рассчитать, графически по-

строить, вывести на печать спектры кинетических (магнитных) и потенциальных (электрических) энергий всех элементов по формам (собственным частотам) колебаний объекта диагностирования или передать в систему автоматического управления их данные.

ПТС применяется:

- для контроля, диагностики и прогностики технического состояния энергомеханического оборудования ОАО «Газпром» и других организаций топливно-энергетического комплекса и машиностроительного профиля;
- в учебном процессе вузов и специализированных организаций для подготовки специалистов по направлению «Неразрушающий контроль и техническая диагностика».

Применение предложенного ПТС позволило повысить эффективность диагностирования технического состояния и САУ ГПА типа ЭГПА-235-23-3, ЭГПА2-12,5-76/1,5 путем существенного снижения затрат и времени на прогнозирование зарождающихся дефектов по структуре изделия; исключения затрат на техническое обслуживание и ремонт ГПА из-за их внезапных отказов.

Так, например, сокращение затрат от внедрения предложенной технологии при выполнении ремонтных работ по устранению повреждений и/или разрушений деталей ГПА типа ЭГПА-235-23-3 с гидродинамической муфтой составило 1 110 000 руб. в ценах 2014 г. с обеспечением приемлемой оперативности получения диагностической информации.

Литература

1. Андреев Ю.М. Программный комплекс для расчетов кинематики, кинестатики и динамики дискретных моделей машин и механизмов (ПК «КИДИМ»): компьютерная программа. Свидетельство о регистрации авторского права на произведение от 12.04.2006 № 16273. Укр.
2. Незрушающий контроль: справочник: в 8 т. / под общ. ред. В.В. Клюева. М.: Машиностроение, 2003-2005.
3. Решетов А.А., Аракелян А.К. Незрушающий контроль и техническая диагностика энергетических объектов / под ред. А.К. Аракеляна. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2010. 470 с.
4. Решетов А.А. Специальная система компьютерной алгебры как средство повышения эффективности систем автоматического управления газоперекачивающими агрегатами // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2012. № 9. С. 1–8.
5. Решетов А.А. Инновационная технология повышения эффективности вибродиагностического контроля газоперекачивающих агрегатов // Газовая промышленность. Диагностика и ремонт на транспорте углеводородов (Спецвыпуск). 2013. № 700. С. 61–67.
6. Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2014610101 РФ. Программно-техническое средство повышения эффективности вибродиагностического контроля энергомеханического оборудования / авторы и правообладатели: А.А. Решетов, Н.А. Захаров. № 2013660276; заявл. 01.11.2013; зарегистр. 09.01.2014; опубл. 20.02.2014.
7. Trethewey M.W., Lebold M.S., Turner M.W. Minimally Intrusive Torsional Vibration Sensing on Rotating Shafts. 2010 IMAC Conference and Exposition on Structural Dynamics, Jacksonville, FL, 2010.
8. ISO 22266-1:2009. Mechanical vibration – Torsional vibration of rotating machinery – Part 1: Land-based steam and gas turbine generator sets in excess of 50 MW. Technical Committee ISO/TC 108. N.Y., Acoustical Society of America, 2009, 25 p.
9. Bieryla D.J., Trethewey M.W., Lissenden C.J., Lebold M.S., Maynard K.P. Shaft Crack Monitoring via Torsional Vibration Analysis; Part 1 – Laboratory Tests: 23rd International Modal Analysis Conference Orlando, FL, 2005.
10. MSC Nastran. URL: <http://www.mscsoftware.com/product/msc-nastran> (Accessed 07 September 2015).

References

1. Andreev Yu.M. *Programmnyi kompleks dlya raschetov kinematiki, kinetostatiki i di-namiki diskretnykh modelei mashin i mekhanizmov (PK «KIDIM»): komp'yuternaya programma* [The software package for the calculation of kinematics, kinetostatics, and dynamics of discrete models of machines and mechanisms (PC «KIDIM»): a computer program]. *Svidetel'stvo o registratsii avtorskogo prava na proizvedenie* [The certificate of registration of copyright in the work], 2006, Apr. 12, no. 16273, Ukraine.
2. Klyuev V.V., ed. *Nerazrushayushchii kontrol': spravochnik: v 8 t.* [Non-destructive testing. Handbook. 8 vols.]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003–2005.
3. Reshetov A.A., Arakelyan A.K. *Nerazrushayushchii kontrol' i tekhnicheskaya diagnostika energeticheskikh ob'ektov: uchebnoe posobie* [Non-destructive testing and technical diagnostics of power facilities]. Cheboksary, Chuvash State Univesity Publ., 2010, 470 p.
4. Reshetov A.A. *Spetsial'naya sistema komp'yuternoï algebry kak sredstvo povysheniya effektivnosti sistem avtomaticheskogo upravleniya gazoperekachivayushchimi agregatami* [Special computer algebra system as means of increasing efficiency of gas compressor units automatic control systems]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika* [Products and Systems. Control, monitoring, diagnostics], 2012, no. 9, pp. 1–8.
5. Reshetov A.A. *Innovatsionnaya tekhnologiya povysheniya effektivnosti vibrodiagnosticheskogo kontrolya gazoperekachivayushchikh agregatov* [Innovative technology of increasing efficiency of gas pumping units vibrodiagnostic control]. *Gazovaya promyshlennost'. Diagnostika i remont na transporte uglevodorodov (spetsvypusk)* [Gas industry. Diagnosis and repair of hydrocarbons vehicles (special issue)], 2013, no. 700, pp. 61–67.
6. Reshetov A.A., Zakharov N.A. *Programmno-tekhnicheskoe sredstvo povysheniya effektivnosti vibrodiagnosticheskogo kontrolya energomekhanicheskogo oborudovaniya* [Program and technical means of increasing efficiency of electromechanical equipment vibrodiagnostic control: Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2014610101 РФ, no. 2014610101, 2014.
7. *Trethewey M.W., Lebold M.S., Turner M.W.* Minimally Intrusive Torsional Vibration Sensing on Rotating Shafts. 2010 IMAC Conference and Exposition on Structural Dynamics, Jacksonville, FL, 2010.
8. ISO 22266-1:2009. Mechanical vibration – Torsional vibration of rotating machinery – Part 1: Land-based steam and gas turbine generator sets in excess of 50 MW. Technical Committee ISO/TC 108. N.Y., Acoustical Society of America, 2009, 25 p.
9. *Bieryla D.J., Trethewey M.W., Lissenden C.J., Lebold M.S., Maynard K.P.* Shaft Crack Monitoring via Torsional Vibration Analysis; Part 1 – Laboratory Tests: 23rd International Modal Analysis Conference. Orlando, FL, 2005.
10. MSC Nastran. URL: <http://www.mscsoftware.com/product/msc-nastran> (Accessed 07 September 2015).

РЕШЕТОВ АНАТОЛИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ – кандидат технических наук, ведущий инженер службы охраны труда и промышленной безопасности, ООО «Газпром трансгаз Нижний Новгород», Россия, Нижний Новгород (reshetov2006@mail.ru).

RESHETOV ANATOLIY – Candidate of Technical Sciences, Lead Engineer, Occupational Health and Safety Service, JSC «Gazprom transgaz Nizhny Novgorod», Nizhny Novgorod, Russia.

ЗАХАРОВ НИКОЛАЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ – аспирант кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (nikalezah@gmail.com).

ZAKHAROV NIKOLAY – Post-Graduate Student, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

АРТЕМЬЕВ ИОСИФ ТИМОФЕЕВИЧ – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (it006@rambler.ru).

ARTEMYEV IOSIF – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

УДК 621.785
ББК 32.973+34.62

Р.М. ХИСАМУТДИНОВ, В.В. ЗВЕЗДИН,
В.А. ПЕСОШИН, Н.А. ГАЛАНИНА

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЛАЗЕРНОЙ ЗАКАЛКИ ИНСТРУМЕНТА

Ключевые слова: лазерная закалка, лазерное излучение, плотность мощности, лазерный технологический комплекс, технологический процесс, фокусное пятно.

Одним из важнейших технологических процессов в машиностроении является лазерная закалка металлических изделий. В работе приведены результаты моделирования поверхности червячной фрезы, необходимые для управления параметрами оптической системы лазерного технологического комплекса. На основе проведенных исследований получены результаты металлографических исследований микроструктуры после проведения лазерной закалки металлов (сталь P18K5Ф2). На основе экспериментальных исследований показано, что для достижения высокого качества технологического процесса закалки необходимо, кроме обеспечения стабильности параметров лазерного технологического комплекса, а также условий, исключающих окислительные процессы металлов и параметров предварительной подготовки поверхностей, учитывать физические процессы, происходящие при взаимодействии лазерного излучения с поверхностью металла.

R. KHISAMUTDINOV, V. ZVEZDIN, V. PESOSHIN, N. GALANINA
LASER HARDENING SIMULATION OF TOOLS

Key words: laser hardening, laser beam, the power density of laser technological complex process, focal spot.

One of the most important processes in mechanical engineering is a laser hardening of metal products. The results of hob surface modeling is necessary for control the parameters of the laser technological complex optical system. On the research results basis obtained metallographic studies of the microstructure after laser hardening of metals (steel P18K5F2). On the experimental studies basis have shown that to achieve a high quality process hardening surface is necessary to take into account the physical processes occurring in the interaction of laser radiation with the metal surface, except the stability of the parameters of the laser technological complex, as well as an environment that prevents the oxidation processes of metals and pre-treatment parameters.

Одним из методов повышения качества технологического процесса (ТП) упрочнения поверхности является использование высококонцентрированных источников энергии. К ним относится поверхностная лазерная закалка [1, 2]. При этом необходимо достижение заданных показателей качества закалки. Данные показатели (глубина упрочненной зоны, микротвердость, шероховатость поверхности, микроструктура, химический состав зоны термического воздействия и т.п.) зависят от параметров лазерного технологического комплекса (ЛТК), к которым относятся плотность энергии излучения, скорость перемещения лазерного луча и температура зоны взаимодействия лазерного луча с поверхностью детали. Для криволинейных поверхностей добавляются перпендикулярность и фокусное расстояние оптической системы.

Как показывают экспериментальные исследования, получение зависимостей показателей качества ТП от параметров ЛТК носит трудоемкий и длительный характер. Поэтому имитационное моделирование по известным физическим законам и экспериментальным данным является актуальным.

В данной работе ставится задача воспроизводимости требуемых параметров ЛТК за счет имитационного моделирования процесса закалки по полученным экспериментальным зависимостям их от заданных показателей качества ТП.

Метод решения. При получении экспериментальных зависимостей используются статистическая обработка полученных данных показателей качества ТП и моделирование поверхности червячной фрезы.

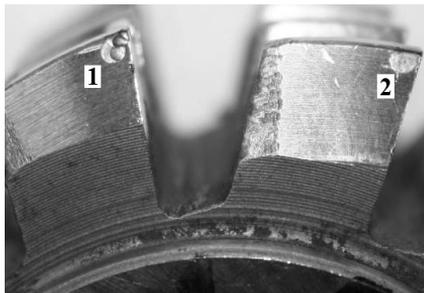


Рис. 1. Фрагмент общего вида червячной фрезы (сталь P18K5Ф2) (Ув.×2)

На рис. 1 наглядно показан результат воздействия лазерного излучения (ЛИ) на поверхность фрезы. Зона лазерного воздействия (1) получена с угловым отклонением от нормали к поверхности в 22° . Это привело к оплавлению поверхности фрезы и увеличению ее шероховатости. Зона (2) получена при перпендикулярном воздействии излучения на поверхность зуба фрезы. На фотографии (рис. 1) видно, что имеет место равномерное распределение интенсивности ЛИ в этой зоне, отсутствуют наплывы, что определяет качество закалки.

Моделирование поверхности червячной фрезы необходимо для управления параметрами оптической системы ЛТК и величиной подрезания ножки зуба шестерни.

Построение поверхности выступов и впадин инструмента выполняется по схеме, являющейся универсальной для зуборезного инструмента. Определение производящей поверхности (Π_{Π}) производится с применением комбинации сечений зуба фрезы поверхностями вращения с образующими, описанными в общем случае кусочно-заданными кубическими (КЗК) функциями и сечений торцевыми плоскостями. Образующие могут быть представлены КЗК функциями вида $L_{k1}(r_1; z_1)$ или $L_{k1}(r_1; \bar{l}_f)$, $L_{k1}(z_1; \bar{l}_f)$. Торцевые плоскости задаются непосредственно аппликатами z_1 или КЗК функциями $L_{k1}(z_1; \bar{l})$. Кроме этого образующие поверхностей вращения могут быть определены непрерывно изменяющимся параметром \bar{l}_r [8]. В этом случае они будут представлены КЗК функциями вида $L_{\bar{l}_r 1}(r_1; z_1)$. Линия формообразования (L_{Φ}), образующаяся при пересечении поверхности вращения и торцевой плоскости, является окружностью (рис. 2). Координаты радиус-вектора текущей точки F линии формообразования L_{Φ} определяются из выражений (рис. 3):

$$\begin{aligned} x_{1f} &= L_{k1}(r_{1f}; z_{1j1}) \cos \vartheta_{1f}; \\ y_{1f} &= L_{k1}(r_{1f}; z_{1j1}) \sin \vartheta_{1f}; \\ z_{1f} &= z_{1j1}, \end{aligned} \quad (1)$$

где z_{1j1} – аппликата j_1 -го торцевого сечения; ϑ_{1f} – угол, определяющий положение текущей точки F на окружности (рис. 3).

Исключив из рассмотрения приведенные связи в [8] (независимые параметры), следует взять из каждой оставшейся связи по параметру и добавить к ним оставшиеся независимые параметры. Полученная совокупность параметров определяет множество P_O , элементы которого представляют собой пара-

метры, варьируемые при оптимизации. На некоторые из них могут накладываться ограничения. Целевая функция будет выглядеть следующим образом:

$$f_O(P_O) = \vartheta_{1L} + f_{\text{ш}}, \quad (2)$$

где $f_{\text{ш}}$ – «штрафная» функция.

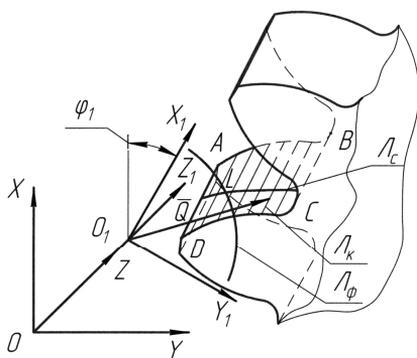


Рис. 2. Поверхности выступов и впадин для зуборезного инструмента

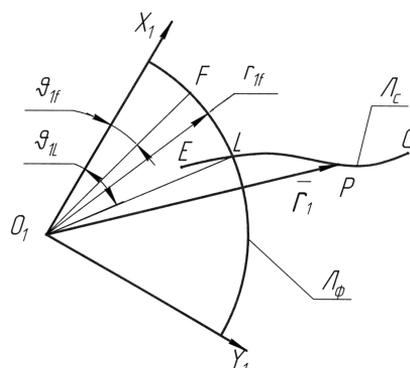


Рис. 3. Взаимодействие линии сечения (L_c) и формообразования (L_f)

Если L_c и L_f имеют одну точку пересечения, то «штрафную» функцию можно определить из выражения

$$f_{\text{ш}} = b_L \left(\frac{1}{\bar{l}_L} + \frac{1}{\bar{l}_{\max} - \bar{l}_L} \right) + \sum_{i=1}^n b_i \frac{1}{\psi_i}, \quad (3)$$

где b_L и b_i – коэффициенты, имеющие достаточно малые положительные значения, определяемые необходимой точностью расчета; ψ_i – ограничения, накладываемые на независимые параметры P_O : $\psi_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$; n – количество ограничений, накладываемых на независимые переменные, варьируемые при оптимизации.

Согласно расчетной схеме (рис. 2) при минимизации целевой функции (2) выполняется численное моделирование левой стороны зуба инструмента. При моделировании правой стороны зуба инструмента значение углового параметра ϑ_{1L} надо максимизировать, поэтому целевая функция (2), которую надо минимизировать, приобретает следующий вид:

$$f_O(P_O) = -\vartheta_{1L} + f_{\text{ш}}.$$

Рассчитав в ходе минимизации целевой функции значение параметров ϑ_{1L} и \bar{l}_L , далее по формулам (1) или (2), где вместо ϑ_{1f} подставляем ϑ_{1L} , определяем координаты текущей узловой точки P_{jkl} .

Таким образом, выполняется расчет узловых точек. Далее по схеме, приведенной в работе [8], $\Pi_{\text{п}}$ можно представить двумя семействами координатных линий, одно из которых описано КЗК функциями. Кроме этого $\Pi_{\text{п}}$ в необходимых случаях может быть представлена КЗК функциями двух переменных.

Применение разработанной математической модели режущих кромок инструмента позволяет оптимизировать условия формообразования его рабочих поверхностей и управлять параметрами ЛТК на разных стадиях технологического процесса в инструментальном производстве.

Математическая модель теплового поля. Широко используемая математическая модель теплового поля металла под воздействием лазерного излучения (ЛИ) представлена в виде нелинейного дифференциального уравнения [2]:

$$\rho \cdot c \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{v} \cdot \text{grad} T \right) - \text{div}(\lambda \cdot \text{grad} T) = q(\bar{r}, t), \quad (4)$$

где ρ , c , λ – коэффициенты, зависящие от температуры.

Решение этого уравнения аналитически возможно для упрощенных случаев, например, при рассмотрении воздействия точечного теплового источника с неограниченной мощностью и скоростью перемещения по поверхности полубесконечной поглощающей среды:

$$T(y_0, z_0, t) = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot v \cdot t} \cdot e^{-\frac{y_0^2 + z_0^2}{4at}}, \quad (5)$$

где $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ – коэффициент температуропроводности; y_0 , z_0 – неподвижные координаты точки металла, совпадающие с подвижными координатами y и z .

Описание теплового поля без учета нелинейного характера распределения значений теплофизических параметров металла по всему объему представляет собой плавную функцию. Например, для случая лазерной закалки, когда тепловое поле задается уравнением (5), распределение температуры имеет следующий вид (рис. 4 и 5):

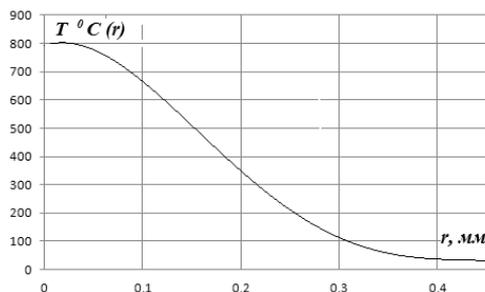


Рис. 4. Распределение температуры в металле в соответствии с формулой (5) в момент времени $t = 0,1$ с при $v = 1,6$ см/с и $Q = 400$ Вт;
 r – вертикальная координата, см

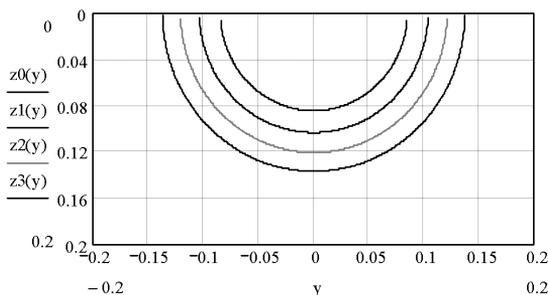


Рис. 5. Изотермы температурного поля в сечении металла в соответствии с формулой (5)

Результаты экспериментальных исследований. Исследования проводились ЛТК импульсно-периодического действия LRS-150 А. Длительность импульса излучения: $t = 3$ мс. Энергия импульса излучения: $E_1 = 11$ Дж.

Микротвердость структуры детали замерялась по ГОСТ Р ИСО 6507-1-2007 на микротвердомере MicroMet 5104 при нагрузке 1 Н.

Рассмотрим процесс нагрева металла в зоне воздействия ЛИ (рис. 6), который можно разбить на три характерные стадии.

Это нагрев матрицы металла до температуры ниже температуры плавления. Вторая стадия характеризуется объемным расширением зоны взаимодействия вследствие достижения температуры плавления. Она характеризуется равенством сил поверхностного натяжения силам внутреннего давления нагреваемого объема. На третьей стадии силы внутреннего давления превышают силы поверхностного натяжения, и происходит выброс части металла из зоны взаимодействия.

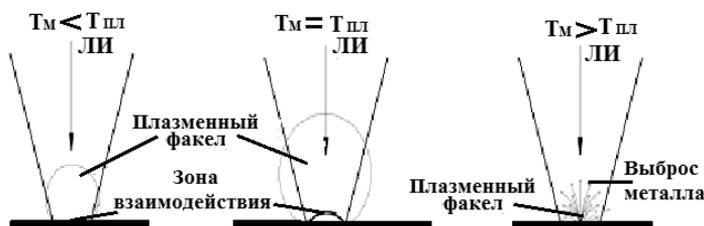


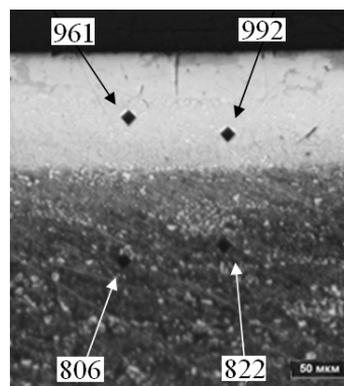
Рис. 6. Процесс нагрева металла лазерным излучением

Сила поверхностного натяжения является одним из основных факторов, оказывающих большое влияние на формирование структуры металлов при их кристаллизации, поскольку от нее зависят скорость образования и роста кристаллов, а также их форма. Поверхностное натяжение металлических расплавов определяется их химическим составом, модифицированием, степенью перегрева над температурой плавления и временем выдержки. Для управления формированием структуры металла при кристаллизации необходимо знать направленность и силу влияния этих факторов на поверхностное натяжение расплава [3–7].

Рис. 7. Микроструктура упрочнённого лазером слоя на вершинах зубьев детали с результатами замеров микротвёрдости в единицах $HV_{0,1}$. (Ув.×500)

На поверхности рабочей кромки зубьев детали выявлено наличие поверхностного упрочнённого слоя лазерным излучением с нетравящейся структурой и карбидами.

Микротвёрдость детали составляет: основного металла фрезы – 806 – 852 $HV_{0,1}$; упрочнённого слоя лазерным излучением – 961 – 992 $HV_{0,1}$.



Химический состав металла червячной фрезы соответствует составу стали P18K5Ф2 ГОСТ 19265-73.

Микроструктура детали представляет собой скрытоигольчатый мартенсит 1 балла ГОСТ 8233-56, карбиды. Карбидная неоднородность в структуре детали соответствует 1А баллу по шкале 1, что удовлетворяет требованиям ГОСТ 19265-73.

Вывод. Анализ полученных зависимостей позволяет выделить основные параметры управления лазерным излучением, эффективно влияющие на параметры управления качеством технологического процесса закалки металлов. Это позволяет проводить прецизионную обработку металлов. Процесс требует наличия прецизионной системы позиционирования оптики лазерного технологического комплекса. Этого можно добиться использованием фотоэлектрического датчика углового положения вала привода оптической системы комплекса.

Литература

1. Григорьянц А.Г., Шиганов И.Н., Мисюров А.И. Технологические процессы лазерной обработки / под ред. А.Г. Григорьянца. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 664 с.
2. Звездин В.В., Хамадеев А.В., Каримов Р.Б., Кисаев Р.А. Модель формирования микроструктур в металлах при лазерной обработке // Проектирование и исследование технических систем: межвуз. науч. сб. Наб. Челны: Изд-во ИНЭКА, 2008. Вып. 11. С. 150–154.
3. Звездин В.В., Хамадеев А.В., Загиров Р.Г., Шангараев И.Р. Позиционирование лазерного излучения относительно сварного шва как показатель качества технологического процесса // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2008. № 3. С. 17–21.
4. Лосев В.Ф., Морозова Е.Ю., Ципилев В.П. Физические основы лазерной обработки материалов. Томск: Изд-во Томского политехн. ун-та, 2011. 199 с.
5. Песошин В.А., Звездин В.В., Портнов С.М., Кисаев Р.А., Кузнецов И.Н. Исследование процесса влияния изменения мощности при газолазерной резке металлов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2010. № 2. С. 43–46.
6. Саубанов Р.Р., Алеев Р.М., Звездин В.В., Галеев Р.М., Рахимов Р.Р. Способ измерения информативного параметра на основе оптико-физических методов исследований // Интеллектуальные системы в производстве. 2011. № 1(17). С. 231–237.
7. Шангараев И.Р., Велиев Д.Э., Галанина Н.А., Звездин В.В. Способ управления процессом лазерной прошивки отверстий в сталях на основе анализа ультразвуковых колебаний // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 302–306.
8. Юнусов Ф.С., Хисамутдинов Р.М. Повышение точности производящих поверхностей формообразующих инструментов. Казань: Казан. гос. техн. ун-т, 2008. 212 с.

References

1. Grigor'yants A.G., Shiganov I.N., Misyurov A.I. *Tekhnologicheskie protsessy lazernoi obrabotki* [Technological processes of laser processing]. Moscow, 2006, 664 p.
2. Zvezdin V.V., Khamadeev A.V., Karimov R.B., Kisaev R.A. *Model' formirovaniya mikrostruktur v metallakh pri lazernoi obrabotke* [Model of formation of microstructures in metals at laser processing]. *Proektirovanie i issledovanie tekhnicheskikh sistem: mezhvuzov. nauch. sb. Vyp. 11* [Projection and research of technical systems: interuniversity scientific collection. Release 11]. Naberezhnye Chelny, 2008, pp. 150–154.
3. Zvezdin V.V., Khamadeev A.V., Zagirov R.G., Shangaraev I.R. *Pozitsionirovanie lazernogo izlucheniya otositel'no svarnogo shva kak pokazatel' kachestva tekhnologicheskogo protsessa* [Positioning of a laser radiation of rather joint weld as index of quality of technological process]. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta imeni A.N. Tupoleva* [Bulletin of the Kazan state technical university of name A.N. Tupoleva], 2008, no. 3, pp. 17–21.
4. Losev V.F., Morozova E.Yu., Tsipilev V.P. *Fizicheskie osnovy lazernoi obrabotki materialov* [Principal physics of laser processing of materials]. Tomsk, 2011, 199 p.
5. Pesoshin V.A., Zvezdin V.V., Portnov S.M., Kisaev R.A., Kuznetsov I.N. *Issledovanie protsessa vliyaniya izmeneniya moshchnosti pri gazolazernoi rezke metallov* [Research of process of influence of change of power at a gas-laser-beam cutting of metals]. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta imeni A.N. Tupoleva*, 2010, no. 2, pp. 43–46.

darstvennogo tekhnicheskogo universiteta imeni A.N. Tupoleva [Bulletin of the Kazan state technical university of name A.N. Tupoleva], 2010, no. 2, pp. 43–46.

6. Saubanov R.R., Aleev R.M., Zvezdin V.V., Galejev R.M., Rakhimov R.R. *Sposob of measurement of informative parameter on the basis of optiko-physical methods of researches* [Way of measurement of informative parameter on the basis of optiko-physical methods of researches]. *Intellectual systems in production*, 2011, no. 1(17), p. 231–237.

7. Shangaraev I.R., Veliev D.E., Galanina N.A., Zvezdin V.V. *Sposob upravleniya protsessom lazernoi proshivki otverstii v stalyakh na osnove analiza ul'trazvukovykh kolebanii* [Way of process control of a laser insertion of openings in the stalyakh on the basis of the analysis of ultrasonic fluctuations]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, p. 302–306.

8. Yunusov F.S., Khisamutdinov R.M. *Povyshenie tochnosti proizvodnyashchikh poverkhnostei formoobrazuyushchikh instrumentov* [Increase of accuracy of the making surfaces of form-building tools]. Kazan, 2008, 212 p.

ХИСАМУТДИНОВ РАВИЛЬ МИРГАЛИМОВИЧ – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой конструкторско-технологического обеспечения машиностроительных производств, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета, Россия, Набережные Челны (sunnywind@list.ru).

KHISAMUTDINOV RAVIL – Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Design and Technological Support of Machine-Building Production, Naberezhnye Chelny Institute (Branch) of the Kazan (Volga Region) Federal University, Naberezhnye Chelny, Russia.

ЗВЕЗДИН ВАЛЕРИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры высокоэнергетических процессов и агрегатов, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета, Россия, Набережные Челны (irmaris@yandex.ru).

ZVEZDIN VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor of High-Energy Processes and Units Department, Naberezhnye Chelny Institute (Branch) of the Kazan (Volga Region) Federal University, Naberezhnye Chelny, Russia.

ПЕСОШИН ВАЛЕРИЙ АНДРЕЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ, Россия, Казань (pesoshin-kai@mail.ru).

PESOSHIN VALERY – Doctor of Technical Sciences, professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia.

ГАЛАНИНА НАТАЛИЯ АНДРЕЕВНА. См. с. 140.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Вестник Чувашского университета» просит авторов руководствоваться нижеприведенными правилами.

1. Авторские оригиналы представляются на бумажном и электронном носителе. Авторский текстовый оригинал должен быть пронумерован и подписан авторами на титульном листе с указанием даты.

2. К статьям, направляемым в редакцию, прилагаются:

- 1) *заявление автора на имя главного редактора;*
- 2) *две внешние рецензии;*
- 3) *ходатайство научного руководителя;*
- 4) *лицензионный договор в двух экземплярах;*
- 5) *экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати.*

3. Авторы должны указать рубрику, в которой следует поместить статью.

4. Оформление статьи:

- 1) *классификационные индексы Универсальной десятичной классификации (УДК), Библиотечно-библиографического классификатора (ББК);*
- 2) *инициалы и фамилия авторов;*
- 3) *название статьи;*
- 4) *ключевые слова;*
- 5) *аннотация статьи;*
- 6) *название статьи, инициалы и фамилия автора на английском языке;*
- 7) *ключевые слова на английском языке;*
- 8) *аннотация на английском языке;*
- 9) *текст статьи;*
- 10) *пристатейный библиографический список;*
- 11) *транслитерированный библиографический список References;*
- 11) *сведения об авторе.*

Авторские оригиналы подготавливаются с помощью компьютера в среде Microsoft Word (файлы типа doc). Формат бумаги А4, поля: справа и слева 4 см, сверху 4,5 см, снизу 5,7 см, от края до верхнего колонтитула 3 см, красная строка 0,75 см. Текст статьи набирается шрифтом Times New Roman размера 11 пт через 1 интервал.

Текст статьи представляется в двух экземплярах с приложением файла в электронном виде.

5. Рисунки. Количество рисунков не более 4. На рисунки должны быть ссылки. Рисунки должны быть внедрены в режиме Вставка Объект Рисунок Microsoft Word. Подписи выполняются шрифтом размера 9 пт.

6. Формулы и буквенные обозначения по тексту. Формулы набираются в редакторе формул Microsoft Equation. Шрифт для греческих букв – Symbol, для всех остальных – Times New Roman, основной размер 11 пт, крупный индекс 7 пт, мелкий 5 пт.

Латинские буквы набираются курсивом, буквы греческого алфавита и кириллицы – прямым шрифтом, обозначения матриц, векторов, операторов – прямым полужирным шрифтом.

Формулы располагаются по центру страницы. Номер формулы ставится у правого края. Нумеруются лишь те формулы, на которые имеются ссылки.

При выборе единиц физических величин рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

7. Таблицы. Текст в таблицах набирается шрифтом размером 9 пт, заголовок выделяется полужирным шрифтом. На таблицы должны быть ссылки.

8. Список литературы. Список строится по алфавиту, записи рекомендуется располагать сначала на языке издания, в которое включен список, затем на других языках. Источники набираются шрифтом Times New Roman размера 9 пт. При оформлении списка литературы необходимо руководствоваться ГОСТом Р 7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила оформления».

Ссылки на источники в тексте даются в квадратных скобках, например [1], [1. С. 5].

9. Список References. Транслитерацию русского текста в латиницу следует производить в соответствии со стандартом BSI.

10. Сведения об авторах набираются полужирным шрифтом размера 10 пт *на русском и английском языках в именительном падеже* по следующей форме: *Фамилия, имя, отчество – ученая степень, должность, место работы, страна, город. Контактная информация (e-mail).*

11. Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, возвращаются без рассмотрения. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответами на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

12. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

13. В одном номере журнала может быть опубликовано, как правило, не более двух статей одного автора, в том числе в соавторстве.

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭНЕРГЕТИКА

Афанасьев А.А., Ахметзянов Д.И., Чихняев В.А. Расчёт магнитного поля магнитоэлектрического двигателя методом зеркальных отображений	5
Ахметзянов Д.И., Дмитриев Д.Д. Полевые расчеты вентильно-индукторного двигателя аналитическим методом конформных отображений	17
Горбунов А.С., Рогинская Л.Э., Таназлы И.Н. Расчет индукторов и экспериментальное исследование индукционных установок с согласующими трансформаторами	26
Грунтович Н.В., Грунтович Н.В., Ефремов Л.Г., Федоров О.В. Совершенствование систем управления энергетической эффективностью и экономической безопасностью промышленных предприятий	40
Гущин И.А. Методология оценки риска воздействия энергетического предприятия на воздушную среду	49
Зайцев Ю.М., Иванов И.П., Никитина О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Методика синтеза форсированного броневоегo электромагнита постоянного напряжения с внедряющимся якорем в схеме с балластным резистором	52
Кузьмин А.А., Базаррагча А. К вопросу выбора режима заземления нейтрали в сети среднего класса напряжения городского электроснабжения	62
Малинин Г.В., Белов Г.А. Системы управления преобразователями для солнечных модулей на базе инверторов с ШИМ	68
Нестерин В.А., Спиридонов А.А. К вопросу выбора оптимальной толщины магнитов в безредукторном электромеханическом усилителе рулевого управления	81
Охоткин Г.П. Моделирование структурных схем релейных систем автоматического регулирования тока на Multisim	86
Охоткин Г.П. Моделирование релейных систем автоматического регулирования тока на Multisim при симметричной и диагональной коммутациях ключей мостовой схемы вентильного преобразователя	94
Петров М.И., Кузьмин А.А. Влияние частотно-регулируемой нагрузки на процесс усиления гармонических искажений при возникновении однофазного замыкания на землю	104
Пичугин Ю.П., Матюнин А.Н. Особенности работы генераторов озона с высокоомными электродами	109
Тарасова В.В., Тарасов В.А., Калинин А.Г., Афанасьев В.В., Ковалев В.Г. Исследования динамических характеристик системы автоматического регулирования отопления здания	122
Ядарова О.Н., Сучков В.О., Славутский Л.А. Дистанционный ультразвуковой контроль воздушного потока с фазовыми включениями	129

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Галанина Н.А., Дмитриев Д.Д., Иванова Н.Н. Вопросы реализации алгоритмов цифровой обработки сигналов на программируемой логике с использованием модулярной арифметики	135
Иваницкий А.Ю., Карасева Ж.К. Об одном методе регуляризации прямой и двойственной задачи линейного программирования с приближенными данными	141
Иванов С.О., Ильин Д.В., Ильина Л.А. Методика анализа риска с использованием модели последствий	149
Коробейников А.Г., Божьев А.Н., Гатчин Ю.А., Савков С.В., Ашевский Д.Ю., Алексанин С.А., Заколдаев Д.А. Вероятностный подход к оценке информационных угроз радиоэлектронных объектов	154
Кузнецов С.П., Мочалов В.В., Чуев В.П. О группах Клиффорда и делителях нуля в алгебрах Клиффорда	164
Никитин В.В., Бобин Д.В., Назаров А.А. Моделирование интегрального показателя комплексной оценки объектов исследования	172
Рассказчиков А.А., Славутская Е.В. Нейросетевой анализ разноуровневых психологических характеристик школьников	178
Решетов А.А., Захаров Н.А., Артемьев И.Т. Технология повышения эффективности диагностирования технического состояния газоперекачивающих агрегатов	186
Хисамутдинов Р.М., Звездин В.В., Песошин В.А., Галанина Н.А. Имитационное моделирование процесса лазерной закалки инструмента	193
ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ	200

CONTENTS

ELECTRICAL TECHNOLOGY AND POWER ENGINEERING

Afanasyev A., Akhmetzyanov D., Chikhnyaev V. COMPUTATION OF MAGNETOELECTRIC MOTOR MAGNETIC FIELD BY MIRRORING MAPPING METHOD	5
Akhmetzyanov D., Dmitriev D. FIELD COMPUTATIONS OF SWITCHED-RELUCTANCE MOTOR BY ANALYTICAL METHOD OF CONFORMAL MAPPING	17
Gorbunov A., Roginskaya L., Thanazly I. INDUCTORS CALCULATION AND EXPERIMENTAL RESEARCH OF INDUCTION-HEATING MACHINES WITH MATCHING TRANSFORMERS	26
Gruntovich N., Gruntovich N., Efremov L., Fedorov O. UPGRADING THE SYSTEM OF MANAGEMENT OF ENERGY EFFICIENCY AND ECONOMIC SECURITY OF INDUSTRIAL ENTERPRISES	40
Gushchin I. METHODOLOGY OF ASSESSING RISKS OF POWER ENTERPRISE'S IMPACT ON AIR QUALITY	49
Zaitsev Yu., Ivanov I., Nikitina O., Russova N., Svintsov G. METHOD OF SYNTHESIS OF FORCED ARMORED DC ELECTROMAGNET WITH PLUNGING ARMATURE IN SCHEME WITH BALLAST RESISTOR	52
Kuzmin A., Bazarragcha A. SELECTING NEUTRAL GROUNDING IN MEDIUM-VOLTAGE NETWORK OF URBAN POWER	62
Malinin G., Belov G. CONVERTERS CONTROL SYSTEMS FOR SOLAR MODULES BASED ON THE PWM INVERTER	68
Nesterin V., Spiridonov A. ON SELECTING OPTIMUM THICKNESS OF MAGNETS IN DIRECT-DRIVE ELECTROMECHANICAL POWER STEERING	81
Okhotkin G. MULTISIM SIMULATION OF BLOCK DIAGRAMS OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL RELAY SYSTEMS	86
Okhotkin G. MULTISIM SIMULATION OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL RELAY SYSTEMS WITH SYMMETRIC AND DIAGONAL SWITCHING OF VALVE INVERTER BRIDGE KEYS	94
Petrov M., Kuzmin A. EFFECT OF FREQUENCY-CONTROLLED LOAD ON PROCESSES OF AMPLIFICATION OF HARMONICS DISTORTIONS IN CASE OF SINGLE-PHASE EARTHING	104
Pichugin Yu., Matyunin A. FEATURES OF OZONE GENERATORS WITH HIGH-RESISTANCE ELECTRODES	109
Tarasova V., Tarasov V., Kalinin A., Afanasyev V., Kovalev V. RESEARCH OF DYNAMIC CHARACTERISTICS SYSTEM OF AUTOMATIC CONTROL HEATING OF BUILDINGS	122
Yadarova O., Suchkov V., Slavutskii L. REMOTE ULTRASONIC CONTROL OF AIR FLOW WITH PHASE INCLUSIONS	129

INFORMATICS, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL

Galanina N., Dmitriev D., Ivanova N. TO ISSUES OF IMPLEMENTING DIGITAL SIGNAL PROCESSING ALGORITHMS ON PROGRAMMABLE LOGIC USING MODULAR ARITHMETIC	135
Ivanitskiy A., Karaseva J. METHOD FOR REGULARIZATION OF DIRECT AND DUAL LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS WITH APPROXIMATE DATA	141
Ivanov S., Ilin D., Ilina L. METHODOLOGY OF RISK ANALYSIS BY MEANS OF MODELS OF CONSEQUENCES	149
Korobeynikov A., Bozhev A., Gatchin Yu., Savkov S., Ashevskii D., Alexanin S., Zakoldaev D. PROBABILISTIC APPROACH TO EVALUATING RADIOELECTRONIC FACILITIES DATA SECURITY THREATS	154

<i>Kuznetsov S., Mochalov V., Chuev V.</i> CLIFFORD GROUPS AND ZERO DIVISORS IN CLIFFORD ALGEBRAS	164
<i>Nikitin V., Bobin D., Nazarov A.</i> SIMULATION OF INTEGRAL INDICATOR OF COMPREHENSIVE ASSESSMENT OF OBJECTS UNDER STUDY	172
<i>Rasskazchikov A.A., Slavutskaya E.V.</i> NEURAL NETWORK ANALYSIS OF PUPILS' MULTI-LEVEL PSYCHOLOGICAL CHARACTERISTICS	178
<i>Reshetov A., Zakharov N., Artemyev I.</i> TECHNOLOGY TO INCREASE EFFICIENCY OF DIAGNOSING THE TECHNICAL CONDITION OF GAS COMPRESSOR UNITS	186
<i>Khisamutdinov R., Zvezdin V., Pesoshin V., Galanina N.</i> LASER HARDENING SIMULATION OF TOOLS	193
RULES FOR THE AUTHORS	200

ВЕСТНИК ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Технические науки

№ 3 2015

Редактор ***Н.И. Завгородняя***

Технический редактор ***Н.Н. Иванова***

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзоре)

Свидетельство о регистрации средства массовой информации

ПИ № ФС77-51087 от 04.09.2012 г.

Сдано в набор 13.01.15. Подписано в печать 18.09.15. Выход в свет 25.09.15.
Формат 70×100/16. Бумага писчая. Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 16,61. Уч.-изд. л. 18,17.

Тираж 500 экз. Заказ № 1152. Свободная цена.

428015, Чебоксары, Московский просп., 15

Типография Чувашского университета