

ISSN 1810-1909

---

---

# Вестник

## ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

---

---

№ 1 2017

**Технические науки**

*Научный журнал*

Основан в марте 1995 г.

Учредитель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

*Главный редактор*

**А.Ю. Александров**, кандидат экономических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

*Заместитель главного редактора*

**Г.А. Белов**, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

*Члены редакционной коллегии*

**А.А. Афанасьев**, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

**В.П. Афанасьев**, доктор технических наук, профессор (Санкт-Петербург, Россия)

**В.В. Афанасьев**, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

**А.В. Булычев**, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

**Н.П. Вашкевич**, доктор технических наук, профессор (Пенза, Россия)

**Н.А. Галанина**, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

**Л.С. Зимин**, доктор технических наук, профессор (Самара, Россия)

**Ю.К. Евдокимов**, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

**А.Г. Коробейников**, доктор технических наук, профессор (Санкт-Петербург, Россия)

**А.Б. Кувалдин**, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

**С.Л. Кужеков**, доктор технических наук, профессор (Новочеркасск, Россия)

**А.Л. Куликов**, доктор технических наук (Нижний Новгород, Россия)

**Ю.Я. Лямец**, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

**В.И. Мелешин**, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

**Ю.М. Миронов**, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

**А.В. Мокеев**, доктор технических наук, доцент (Архангельск, Россия)

**В.А. Песошин**, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

**А.А. Потапов**, доктор физико-математических наук, профессор (Москва, Россия)

**В.В. Сагарадзе**, доктор технических наук, член-корреспондент РАН (Екатеринбург, Россия)

**И.Г. Сидоркина**, доктор технических наук, профессор (Йошкар-Ола, Россия)

**А.И. Федотов**, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

**Л.М. Шарнин**, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

*Ответственный секретарь*

**Н.И. Завгородняя**

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук.

*Адрес редакции:* 428015, Чебоксары, Московский пр., 15,  
тел. (8352) 45-20-96, 58-33-63 (доб. 2030)  
e-mail: vestnik210@mail.ru, vestnik@chuvsu.ru  
<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

ISSN 1810-1909

---

---

# Vestnik

## CHUVASHSKOGO UNIVERSITETA

---

---

№ 1 2017

**Technical Sciences**

*Scientific Journal*

Since March, 1995

Founder:  
Federal State Educational Budgetary Institution  
of Higher Education  
the Ulyanov Chuvash State University

*Editor-in-Chief*

**A.Yu. Aleksandrov**, Candidate of Economics, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

*Deputy Editor-in-Chief*

**G.A. Belov**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

*Editorial Board*

**A.A. Afanasyev**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

**V.P. Afanasyev**, Doctor of Technical Sciences, Professor (St.-Petersburg, Russia)

**V.V. Afanasyev**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

**A.V. Bulychev**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

**N.P. Vashkevich**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Penza, Russia)

**N.A. Galanina**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

**L.S. Zimin**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Samara, Russia)

**Yu.K. Evdokimov**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

**A.G. Korobeinikov**, Doctor of Technical Sciences, Professor (St. Petersburg, Russia)

**A.B. Kuvaldin**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)

**S.L. Kuzhikov**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Novocherkassk, Russia)

**A.L. Kulikov**, Doctor of Technical Sciences (Nizhny Novgorod, Russia)

**Yu.Ya. Lyamets**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

**V.I. Meleshin**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)

**Yu.M. Mironov**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

**A.V. Mokeev**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Arkhangelsk, Russia)

**V.A. Pesoshin**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

**A.A. Potapov**, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Moscow, Russia)

**V.V. Sagaradze**, Doctor of Technical Sciences, Corresponding Member of Russian Academy of Sciences (Ekaterinburg, Russia)

**I.G. Sidorkina**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Yoskar-Ola, Russia)

**A.I. Fedotov**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

**L.M. Sharnin**, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

*Executive Editor*

**N.I. Zavgorodnyaya**

The journal is included into the List of leading peer-reviewed scientific journals and publications issued in the Russian Federation where the main scientific results of doctoral theses are to be published.

*Address:* 15, Moskovskiy pr., Cheboksary, Chuvash Republic, 428015, Russia  
Tel. +7(8352)45-20-96, 58-33-63 (2030)  
E-mail: [vestnik@chuvsu.ru](mailto:vestnik@chuvsu.ru)  
<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

УДК 621.311.11.016.001.63

ББК У305.142 – 823.2(2РОС)

Л.Э. АЛЕКСАНДРОВА, А.М. ДМИТРЕНКО

## **ПОРЯДОК РАСЧЕТА ОГРАНИЧЕНИЯ НАГРУЗОК УЗЛОВ И ПОСЛЕАВАРИЙНЫХ ТОКОВ ДЛЯ СОХРАНЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЭС**

***Ключевые слова:** функциональная надёжность, послеаварийный режим, ограничение потребителя, показатели режима, обобщённые параметры.*

*При аварийном отключении одного или нескольких элементов электрической сети один из способов сохранения показателей режима в допустимых пределах – ограничение электропотребления. Расчёт его величины выполняется на основе обобщённых параметров схемы замещения. Для расчёта допустимого по условию отклонения напряжения тока узла обоснована замена токов остальных узлов их аварийными значениями. При расчёте нагрузок узлов, обеспечивающих напряжения и потоки мощности в послеаварийных режимах в допустимых пределах, необходимо минимизировать величину отключаемой мощности. Для этого сначала следует выполнить расчёт по поддержанию допустимых напряжений узлов, а затем – допустимых потоков мощности по ветвям. Все выводы подтверждены многовариантными расчётами.*

Обеспечение надёжной работы системы электроснабжения России в нормальных и чрезвычайных ситуациях – стратегическая цель развития электроэнергетики на период до 2030 г.<sup>1</sup> При этом для обеспечения функциональной надёжности должны быть решены следующие задачи: прохождение режимов высокого риска и восстановление нормального режима после технологических нарушений [3].

Проблемы управления функциональной надёжностью решаются в ряде работ, например [2, 4–7, 9, 11]. Среди первой группы мероприятий по повышению функциональной надёжности – перераспределение нагрузки электростанций, форсировка регулирующих и компенсирующих устройств, включение резервных элементов, особое место занимают оперативные переключения в схеме [6, 7]. Достоинство этого метода – не вводятся ограничения потребителей. Недостаток – требуется определение ветвей для переключения на основе сложного анализа количественных взаимосвязей между параметрами режимов (в частности коэффициентов корреляции). Методика необходимого при этом выявления ЛЭП с недостаточной пропускной способностью (ПС) разработана на основе теории цепей и топологии схемы, например [10].

Вторая группа мероприятий основана на ограничении электропотребления в послеаварийных режимах, что нежелательно для потребителей, но гарантирует улучшение параметров режима [2, 4, 6, 9]. Главная проблема при этом – схемные решения, позволяющие в первую очередь отключать ответственных потребителей и сохранять питание ответственных. Ограничение

---

<sup>1</sup> Энергетическая стратегия России на период до 2030 года, утвержденная распоряжением Правительства РФ от 13 ноября 2009 г. № 1715-р [Электронный ресурс] // Гарант: инф.-прав. портал. URL: <http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/96681>.

потребителей должно обеспечивать минимум недоотпуска электроэнергии и ущерба, наносимого потребителю (в иностранной литературе аналогичные показатели – риски [8]). Методика оценки рисков с учётом мероприятий по повышению функциональной надёжности разработана в [11].

В послеаварийных режимах, вызванных отключением одного или нескольких элементов электрической сети, показатели режимов могут выйти за допустимые пределы. В частности напряжения в узлах могут оказаться ниже допустимых по условиям отклонения напряжения у потребителей и сохранения статической и динамической устойчивости, а токи – выше допустимых по условиям нагрева в длительном режиме. Если предусмотренных в энергосистеме регулировочных мероприятий недостаточно для сохранения параметров режима в допустимых пределах при аварийных возмущениях, то вводятся аварийные ограничения режима потребления электроэнергии (мощности) ГАО и временное отключение потребителей ГВО. При этом должны быть решены следующие задачи:

- выбор узлов для ограничения нагрузки;
- возможность выбора различных вариантов глубины ограничения для обеспечения аварийной и технологической брони, что невозможно без представления напряжений комплексными величинами [1];
- учёт влияния напряжений ограничиваемых узлов на остальные узловые токи и токов разгружаемых ветвей на узловые напряжения;
- порядок, в котором следует выполнять расчёты – сначала для разгрузки ветвей, затем для поддержания напряжений узлов или наоборот.

Некоторые из них решаются в [2, 4, 5]. В [4] предлагается эффективная модель расчёта напряжений и введения их в допустимые пределы по статической устойчивости изменением генерации реактивной мощности генераторов и синхронных компенсаторов. Для сохранения тока ветви в допустимых пределах ограничивается узел, ток в котором связан с током разгружаемой ветви наибольшим коэффициентом токораспределения. Разгрузка выполняется в несколько этапов, на каждом из которых проверяется, достигнут ли допустимый ток ветви. Таким образом, всё ограничение нагрузки производится в одном узле, что представляется не вполне целесообразным. Кроме того, по алгоритму трудно судить о возможности разгрузки узлов по условиям допустимого отклонения напряжения у потребителей, а напряжения представляются модулями, а не комплексными числами. Автор [4] не обосновывает предлагаемый порядок расчета – сначала для поддержания напряжения, потом для разгрузки узлов.

В [5] разработан алгоритм, в котором при перегрузке ветви по току моделируется срабатывание максимальной токовой защиты, отключающей перегруженную ветвь. Непонятно, что будет с оставшимися параллельными связями. При недостаточном уровне напряжения узла отключается фидер, по которому питается нагрузка. Остаётся неясным, как выбрать соответствующий фидер, т.е. на какую величину должна быть ограничена нагрузка. Таким образом, решение усложняется необходимостью последовательных приближений.

Сложность задачи ограничения потребителей заключается в необходимости анализа большого количества послеаварийных состояний. Автором [2] предлагается эффективно осуществлять выбор необходимых состояний на основе анализа обобщённых параметров схемы замещения – узловых сопротивлений и коэффициентов токораспределения, которые в примере представ-

лены действительными, а не комплексными числами. Но в [2] не приводится дальнейший алгоритм расчёта величины ограничения мощности потребителей для сохранения показателей режима в допустимых пределах. Решение двух последних задач – цель данной работы.

Таким образом, один из способов сохранения показателей режима в допустимых пределах – ограничение электропотребления в узле  $k$  с максимальным снижением напряжения в аварийном режиме. Этот узел выбирается по одному из максимальных значений:

$$H_{\max} = U_{\text{норм}} - U_{\text{ав}}, \quad (1)$$

$$H_{\max} = U_{\text{норм}} / U_{\text{ав}}, \quad (2)$$

где  $U_{\text{норм}}$  – напряжение в нормальном режиме;  $U_{\text{ав}}$  – напряжение в аварийном режиме.

Ограничение мощности только одного узла  $k$  обеспечивает минимум недоотпуска электроэнергии потребителям. Это обусловлено тем, что диагональные элементы матрицы  $\dot{Z}_{\text{узел}}$  – наибольшие в строке и произведение  $\dot{Z}_{kk} \cdot \dot{J}_k$  составляет большую часть падения напряжения до узла  $k$  относительно балансного. Значение ограничения рассчитывается из условия, что при ограниченной мощности узла  $k$  напряжение  $U_k$  в послеаварийном режиме поднимется до  $U_{k\text{доп}}$ . Напряжения рассчитываются методом узловых напряжений:

$$\dot{U}_{\Delta k\text{ав}} = \dot{Z}_{k1\text{ав}} \cdot \dot{J}_{1\text{ав}} + \dot{Z}_{k2\text{ав}} \cdot \dot{J}_{2\text{ав}} + \dots + \dot{Z}_{kk\text{ав}} \cdot \dot{J}_{k\text{ав}} + \dots + \dot{Z}_{kN\text{ав}} \cdot \dot{J}_{N\text{ав}} = \sum_{q=1}^N \dot{Z}_{kq\text{ав}} \cdot \dot{J}_{q\text{ав}}, \quad (3)$$

$$\dot{U}_{\Delta k\text{п/ав}} = \dot{Z}_{k1\text{ав}} \cdot \dot{J}_{1\text{п/ав}} + \dot{Z}_{k2\text{ав}} \cdot \dot{J}_{2\text{п/ав}} + \dots + \dot{Z}_{kk\text{ав}} \cdot \dot{J}_{k\text{п/ав}} + \dots + \dot{Z}_{kN\text{ав}} \cdot \dot{J}_{N\text{п/ав}} = \sum_{q=1}^N \dot{Z}_{kq\text{ав}} \cdot \dot{J}_{q\text{п/ав}}, \quad (4)$$

где  $N$  – количество узлов в схеме без балансного;  $\dot{Z}_{kq}$  – элементы матрицы узловых сопротивлений в аварийном и послеаварийном режимах;  $\dot{J}_q$  – элементы матриц – столбцов узловых токов в аварийном и послеаварийном режимах;  $\dot{U}_{\Delta k}$  – падение напряжения в узле  $k$  относительно балансного узла;  $\dot{U}_{\Delta k\text{доп}}$  – заданное допустимое падение напряжения  $k$ -го узла.

Ток  $J_{k\text{п/ав}}$  должен быть ограничен до  $J_{k\text{п/ав доп}} = J_{k\text{ доп}}$  так, чтобы

$$U_{\Delta k\text{п/ав}} \leq U_{\Delta k\text{п/ав доп}} = U_{\Delta k\text{ доп}}.$$

Задача расчёта  $J_{k\text{ доп}}$  требует решения уравнения (4), в котором  $q$  неизвестных узловых токов послеаварийного режима. Для решения уравнения (4) необходимо принять эти токи равными каким-либо известным (или легко определяемым) и обоснованным значениям. В этом состоит первая задача, решаемая в данной работе, и предлагается следующий алгоритм решения: в результате ограничения мощности узла  $k$  падение напряжения до него должно уменьшиться на:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\Delta k\text{ав}} - \dot{U}_{\Delta k\text{ доп}} &= \dot{Z}_{k1\text{ав}} (\dot{J}_{1\text{ав}} - \dot{J}_{1\text{п/ав}}) + \dots + \dot{Z}_{kk\text{ав}} (\dot{J}_{k\text{ав}} - \dot{J}_{k\text{ доп}}) + \dots \\ &+ \dot{Z}_{kN\text{ав}} (\dot{J}_{N\text{ав}} - \dot{J}_{N\text{п/ав}}) = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^N \dot{Z}_{kq} (\dot{J}_{q\text{ав}} - \dot{J}_{q\text{п/ав}}) + \dot{Z}_{kk} (\dot{J}_{k\text{ав}} - \dot{J}_{k\text{ доп}}) \end{aligned} \quad (5)$$

что возможно при:

$$\dot{J}_{k \text{ доп}} = \dot{J}_{k \text{ ав}} - \frac{(\dot{U}_{\Delta k \text{ ав}} - \dot{U}_{\Delta k \text{ доп}}) - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq k}}^N \dot{Z}_{kq} (\dot{J}_{q \text{ ав}} - \dot{J}_{q \text{ п/ав}})}{\dot{Z}_{kk}}. \quad (6)$$

Известными токами в узлах  $q$  являются токи нормального и аварийного режимов. Поэтому следует обосновать один из двух вариантов решения (6):

1. В послеаварийном режиме допустимыми будут известные токи нормального режима (кроме ограничиваемого узла).

2. В послеаварийном режиме допустимыми будут известные токи аварийного режима (кроме ограничиваемого узла).

Первый вариант может быть обоснован тем, что в допустимом послеаварийном режиме напряжения (по модулю) будут приближены к напряжениям нормального режима (для чего и решается задача). Второй вариант может быть обоснован тем, что в послеаварийном режиме те же значения узловых сопротивлений, что в аварийном, и этим обуславливается близость соотношений действительных и мнимых частей напряжений и токов аварийного и послеаварийного режимов. Так  $J''/J'$  в послеаварийном режиме отличается не более чем на 10% от аварийного (в среднем по восьми режимам). Аналогичное отличие для послеаварийного и нормального режимов составляет 19,4–72,0%. Для решения поставленной задачи проанализированы показатели нормального, аварийного (вызванного отключением ветви 12) и послеаварийных (при 8 вариантах ограничения мощности узла 6) режимов в схеме, приведённой на рис. 1.

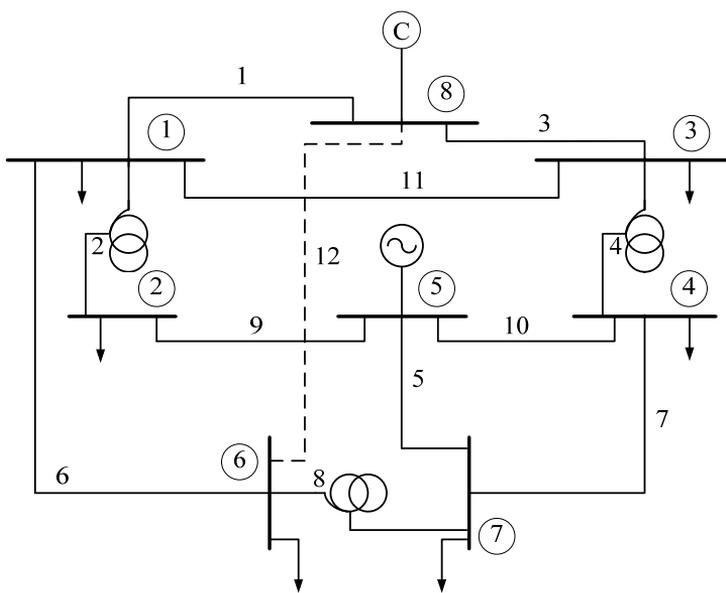


Рис. 1. Схема исследуемой сети

В результате анализа выяснились отличия между токами послеаварийного и нормального режимов, а также послеаварийного и аварийного режимов. Сравнивались активные и реактивные составляющие и полные токи. Средние результаты по 8 режимам представлены в табл. 1, где отличия  $\Delta J$  выражены в процентах по отношению к току послеаварийного режима.

Таблица 1

Отличия токов нормального, аварийного и послеаварийного режимов

№ узла	Отличия токов послеаварийного и нормального режимов			Отличия токов послеаварийного и аварийного режимов		
	$\Delta J'_1$	$\Delta J''_1$	$\Delta J_1$	$\Delta J'_2$	$\Delta J''_2$	$\Delta J_2$
1	2,24	-19,53	0,16	-0,83	2,17	-0,62
2	1,10	-34,28	-0,33	-0,68	4,50	-0,52
3	0,50	-34,58	-0,17	-0,43	3,08	-0,36
7	2,83	-68,10	0,52	-1,21	8,08	-1,00

Как видно из табл. 1, по токам  $J'$  послеаварийный режим ближе к аварийному (отличия в  $-1,21 \div 0,43\%$ ), чем к нормальному (отличия в  $-0,50 \div 2,83\%$ ). По токам  $J''$  послеаварийный режим также ближе к аварийному (отличия в  $2,17 \div 8,08\%$ ), чем к нормальному (отличия в  $19,53 \div 68,10\%$ ). И по полным токам  $J$  послеаварийный режим ближе к аварийному, но не так определён, как по  $J'$  и  $J''$ . Чтобы окончательно решить, какой выбрать вариант замены послеаварийных токов (1-й или 2-й), надо сравнить отношения  $\Delta J'_1/\Delta J'_2$ ,  $\Delta J''_1/\Delta J''_2$  и  $\Delta J_1/\Delta J_2$ . Результаты сравнения следующие:

$$\Delta J'_1/\Delta J'_2 = (-0,8) \div (-2,7),$$

$$\Delta J''_1/\Delta J''_2 = (-11,2) \div (9,7),$$

$$\Delta J_1/\Delta J_2 = (-0,3) \div (1,3).$$

Как видно, по действительной части  $\Delta J'_1 > \Delta J'_2$  в разы, по мнимой части  $\Delta J''_1 > \Delta J''_2$  в разы, а полные токи  $\Delta J_1$  и  $\Delta J_2$  отличаются в  $(-0,3 \div 1,3)$  раза, т.е. для них 1-й и 2-й варианты практически равноценны. Как по действительным, так и по мнимым составляющим наибольшими оказались отличия послеаварийных токов от токов нормального режима. На основании этого неизвестные заранее токи послеаварийного режима при расчёте ограничения узла  $k$  могут быть приняты равными известным токам аварийного режима. В результате уравнение (6) превращается в (7)

$$(\dot{U}_{\Delta k \text{ ав}} - \dot{U}_{\Delta k \text{ доп}}) = \dot{Z}_{kk} (\dot{J}_{k \text{ ав}} - \dot{J}_{k \text{ доп}}) = \dot{Z}_{kk} \Delta \dot{J}_k \quad (7)$$

и легко решается:

$$\Delta \dot{J}_k = \frac{\dot{U}_{\Delta k \text{ ав}} - \dot{U}_{\Delta k \text{ доп}}}{\dot{Z}_{kk}}. \quad (8)$$

Следует оценить погрешность замены послеаварийных токов аварийными при расчёте необходимого ограничения нагрузки  $k$ -го узла. Погрешность проявляется в том, что показатели истинного послеаварийного режима при ограниченной мощности  $k$ -го узла несколько отличаются в меньшую сторону от рассчитанных по предложенному алгоритму (см. пример на рис. 2).

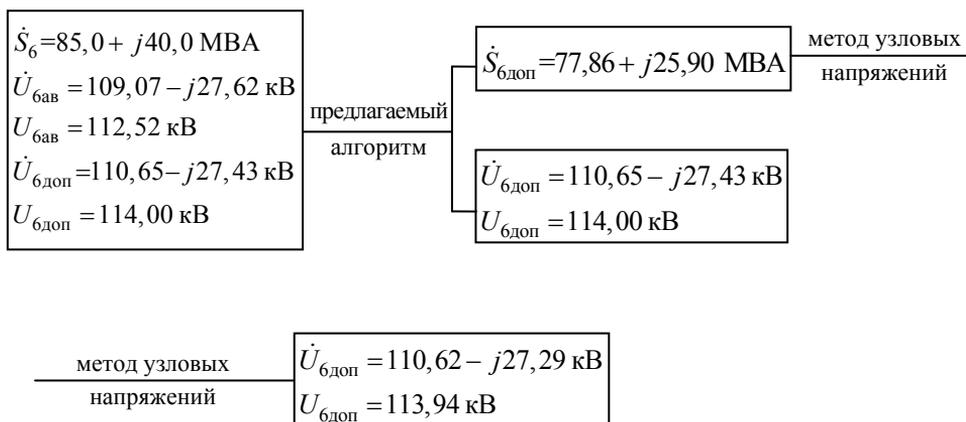


Рис. 2. Погрешность замены послеаварийных токов аварийными при расчёте необходимого ограничения нагрузки 6-го узла

Как видно из (5), изменение падения напряжения  $\Delta U_{\Delta 6}$  до 6-го узла складывается из двух составляющих: первая обусловлена ограничением тока 6-го узла до  $J_{6\text{доп}}$ ; вторая – изменением токов остальных узлов из-за изменения напряжений вследствие ограничения нагрузки 6-го узла.

При разработке предлагаемого алгоритма вторая составляющая не учитывалась без подтверждения конкретными результатами. В рассматриваемом примере первая составляющая равна (в среднем по нескольким режимам)  $\approx 40\%$ , вторая –  $\approx 60\%$  от  $\Delta U_{\Delta 6}$ . Вероятно, что это – проблема не только данного, но и других алгоритмов. В научной литературе не нашло отражения решение этого вопроса. В данной работе на основании серии расчетов (табл. 3) обосновывается возможность не учитывать вторую составляющую падения напряжения до ограничиваемого узла.

Как показано выше (7), (8), это позволяет существенно упростить расчёты. Как это отразится на результатах расчёта главной величины – уровне напряжения того узла, где в первую очередь требуется его поддержать в послеаварийном режиме, видно из табл. 2. В табл. 2 приведены результаты серии расчётов при различных отключениях в схеме и различных вариантах ограничения нагрузок узлов.

Таблица 2

**Отличия (%)  $U$  (кВ) ограничиваемых узлов при расчёте от величины ограничения по предлагаемому алгоритму**

При отключении ветви 12 (7 вариантов)	При отключении ветви 8 (3 варианта)	При отключении ветви 6 (4 варианта)
$U_{6\text{доп}} = 114,07 \div 113,61$	$U_{7\text{доп}} = 113,97 \div 113,96$	$U_{6\text{доп}} = 113,98 \div 113,87$
Отличие: $0,061 \div 0,342$	Отличие: $0,026 \div 0,032$	Отличие: $0,014 \div 0,112$

Как видно из табл. 2, при всех вариантах расчёта величины ограничения нагрузок узлов по предлагаемому алгоритму погрешности незначительные.

Очевидно, что в реальных условиях в аварийных режимах, вызванных отключением ветвей, снижение напряжений узлов происходит по причине по-

вышенных перетоков мощности по оставшимся ветвям. При недостаточной пропускной способности электрической сети оставшиеся ветви перегружаются и могут быть отключены противоаварийной автоматикой (например САОН), что может привести к каскадному развитию аварии. Для предотвращения этого также применяются ограничения электропотребления в соответствии с ГАО и ГВО. В связи с этим возникает вторая научная задача, решаемая в данной работе, – обоснование того порядка, в котором следует выполнять расчёты: 1 – сначала для разгрузки ветвей, затем для поддержания напряжений узлов или 2 – наоборот.

Первый вариант обосновывается тем, что токо- и потокораспределение рассчитывается с помощью коэффициентов токораспределения  $C$ , некоторые из них отрицательны. Поэтому снижение нагрузки узла может привести к росту нагрузок отдельных ветвей, предотвращение этого должно быть обеспечено в первую очередь. А элементы матрицы узловых сопротивлений для районной сети всегда положительны, поэтому любое уменьшение задающих токов однозначно ведёт к повышению напряжений. Исключением являются редкие случаи, когда изменение перетоков мощности приводит к небольшому росту напряжений в отдельных узлах. Второй вариант обосновывается тем, что при нём поддержание показателей режима в допустимых пределах обеспечивается при меньшем ограничении электропотребления, чем в первом. Чтобы решить, какой путь выбрать, были проделаны расчёты для заданной схемы при двух вариантах нагрузок. Результаты представлены в табл. 3 и 4, из которых видно, что преимущества имеет второй вариант, т.е. рекомендуется сначала ограничить нагрузку узла, в котором требуется поддержание напряжения, а затем ограничить нагрузки других узлов для разгрузки ветвей.

Таблица 3

**Результаты расчета ограничений нагрузок для разгрузки ветвей и поддержания напряжений узлов**

Варианты нагрузки	ПС в1	$S_{в1}$	Ограничения для разгрузки в1	$U_6$	Ограничения для поддержания 1 – $U_6 = 114$ кВ 2 – $U_6 = 113,5$ кВ	Суммарные ограничения	
	МВА	МВА	МВА	кВ	МВА	МВА	%
1	155	202,6	$74,9 + j28,8$	112,517	$4,7 + j12,2$	$79,6 + j41,0$	23,6
2	155	211,2	$84,8 + j33,7$	111,82	$0,3 + j12,6$	$85,1 + j46,3$	24,8

Таблица 4

**Результаты расчета ограничений нагрузок для поддержания напряжений узлов и разгрузки ветвей**

Варианты нагрузки	$U_{бдоп}$	$U_{бав}$	Ограничения для поддержания 1 – $U_6 = 114$ кВ 2 – $U_6 = 113,5$ кВ	$S_{в1}$	Ограничения для разгрузки в1	Суммарные ограничения	
	кВ	кВ	МВА	МВА	МВА	МВА	%
1	114,0	112,514	$7,1 + j14,1$	195,0	$62,3 + j24,2$	$69,4 + j38,3$	20,9
2	113,5	111,92	$7,3 + j15,4$	203,0	$75,7 + j28,5$	$83,0 + j43,9$	24,0

**Выводы.** 1. При расчёте допустимых нагрузок электрической сети для сохранения функциональной надёжности возможно учитывать изменение тока только ограничиваемого узла, а токи остальных узлов считать равными аварийным. Это существенно упрощает алгоритм и практически не влияет на точность результатов.

2. Расчёт допустимых нагрузок узлов для сохранения функциональной надёжности должен основываться на минимуме отключаемой мощности в послеаварийном режиме. Для этого выгодно сначала выполнить расчёт по поддержанию допустимых напряжений узлов, а затем – допустимых перетоков мощности по ветвям.

#### Литература

1. Александрова Л.Э. Расчёт необходимых ограничений потребителей для повышения функциональной надёжности электроэнергетической системы при аварийных возмущениях // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 5–11.
2. Ванин А.С. Определение расчётных состояний системы электроснабжения для анализа показателей надёжности // Электричество. 2014. № 3. С. 11–18.
3. Волков Е.П., Кучеров Ю.Н. О развитии системы обеспечения надёжности в электроэнергетике России // Изв. РАН. Энергетика. 2010. № 6. С. 47–60.
4. Непомнящий В.А. Экономико-математическая модель надёжности энергосистем и электрических сетей // Электричество. 2011. № 2. С. 5–16.
5. Фам Чунг Шон, Воронай Н.И. Исследование режимной надёжности систем электроснабжения с распределённой генерацией и учётом каскадных отказов // Электричество. 2013. № 12. С. 14–21.
6. Фокин Ю. А., Осипов Я.Н. Структурно-функциональные характеристики в расчётах надёжности сложных ЭЭС // Электричество. 2010. № 5. С. 7–14.
7. Faranda R., Piegatolo A., Turon E. Load shedding a new proposal. *IEEE Trans Power Systems*, 2007, vol. 22, no. 4, pp. 2086–2093.
8. Li W. Risk assessment of power systems: Models, methods and applications. N.Y., John Wiley and Sons, 2005.
9. Moshari A., Ebrahimi A. Advanced load management effects on Smart grid reliability: The need for new reliability indices. Proc. of Int. Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Istanbul (Turkey), 2012.
10. Roman H., Hollmach D., Zeidler J. Dynamisches Netzstabilitätsmanagement. *Ew. Elektrizitätswirt*, 2010, vol. 109, no. 13, pp. 62–66.
11. Xiu-Yuan Hua, Qiu-Lan Wan, Lei Wang. Security Assessment of power systems based on entropy weight-based gray relational method. IEEE PES General Meeting, Pittsburgh (USA), 2008.

---

АЛЕКСАНДРОВА ЛЮДМИЛА ЭММАНУИЛОВНА – старший преподаватель кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Фёдорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (S\_Samarina@list.ru).

ДМИТРЕНКО АЛЕКСАНДР МИХАЙЛОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Фёдорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (dmitrenko\_am@mail.ru).

---

L. ALEKSANDROVA, A. DMITRENKO  
PROCEDURE FOR CALCULATING LIMIT LOADS OF NODES  
AND POST-FAULT CURRENTS TO PRESERVE  
FUNCTIONAL RELIABILITY OF EPS

*Key words:* operating reliability, post-accident mode, consumer restriction, mode indicators, generalized parameters.

*In case of emergency shutdown of one or more elements of an electrical network, limitation of power consumption is one of the ways to save a performance regime within acceptable limits. The calculation of its value is carried out on the basis of generalized parameters of the equivalent circuit. For calculation of allowable node current in the limits of voltage variation, replacement of currents of the remaining nodes with their emergency values is substantiated. When calculating node loads that provide voltage and power flow in post-accident regimes within acceptable limits, it is necessary to minimize the power being toured off. For this, one must first perform the calculation to maintain permissible nodal voltage and then the allowable power flows in the branches. All the findings are confirmed by multivariate calculations.*

#### References

1. Aleksandrova L.E. *Raschet neobkhodimykh ogranichenii potrebitelei dlya povysheniya funktsional'noi nadezhnosti elektroenergeticheskoi sistemy pri avariinykh vozmushcheniyakh* [Calculation of required restrictions of consumers for enhancing functional reliability of the electric power system in case of accidental perturbations]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 5–11.
2. Vanin A.S. *Opredelenie raschyotnykh sostoyanii sistemy elektrosnabzheniya dlya analiza pokazateley nadyozhnosti* [Determining the Design States for Analyzing the Power Supply System Reliability Indicators]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2014, no. 3, pp. 11–18.
3. Volkov E.P., Kucherov YU.N. *O razvitiy sistemy obespecheniya nadezhnosti v elektroenergetike Rossii* [On the development of security in electro-energy Russia]. *Izvestiya RAN. Energetika* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering], 2010, no. 6, pp. 47–60.
4. Nepomnyashchii V.A. *Ekonomiko-matematicheskaya model' nadyozhnosti energosistem i elektricheskikh setei* [Economic-mathematical model of reliability of power systems and electric networks]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2011, no. 2, pp. 5–16.
5. Fam CHung SHon, Voropai N.I. *Issledovanie rezhimnoi nadyozhnosti sistem elektrosnabzheniya s raspredelyonnoy generatsiej i uchyotom kaskadnykh otkazov* [Investigation of operational reliability of systems of power supply with distributed generation and taking into account cascading failures]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2013, no. 12, pp. 14–21.
6. Fokin Yu.A., Osipov Ya.N. *Strukturno-funktsional'nye harakteristiki v raschyotah nadyozhnosti slozhnykh EES* [Structural and functional characteristics in the calculation of reliability of complex power system]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2010, no. 5, pp. 7–14.
7. Faranda R., Pievato A., Turon E. Load shedding a new proposal. *IEEE Trans Power Systems*, 2007, vol. 22, no. 4, pp. 2086–2093.
8. Li W. Risk assessment of power systems: Models, methods and applications. N.Y., John Wiley and Sons, 2005.
9. Moshari A., Ebrahimi A. Advanced load management effects on Smart grid reliability: The need for new reliability indices. Proc. of Int. Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Istanbul (Turkey), 2012.
10. Roman H., Hollmach D., Zeidler J. Dynamisches Netzzeichenheits management. *Ev. Electrizaritätswirt*, 2010, vol. 109, no. 13, pp. 62–66.
11. Xiu-Yuan Hua, Qiu-Lan Wan, Lei Wang. Security Assessment of power systems based on entropy weight-based gray relational method. IEEE PES General Meeting, Pittsburgh (USA), 2008.

---

**ALEKSANDROVA LYUDMILA – Senior Lecturer, Department of Power Supply of Industrial Enterprises named after A.A. Fedorov, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (S\_Samarina@list.ru).**

**DMITRENKO ALEKSANDR – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Power Supply of Industrial Enterprises named after A.A. Fedorov, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (dmitrenko\_am@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Александрова Л.Э., Дмитренко А.М. Порядок расчета ограничения нагрузок узлов и послеаварийных токов для сохранения функциональной надежности ЭЭС // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 5–13.

УДК 621.313  
ББК 31.261

А.А. АФАНАСЬЕВ, И.И. ИСЛОМОВ,  
В.А. ЧИХНЯЕВ, А.М. ДМИТРЕНКО

## СТАБИЛИЗАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЯ И ЧАСТОТЫ ЭЛЕКТРОГЕНЕРАТОРА ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ С ПОМОЩЬЮ МАГНИТНОГО РЕДУКТОРА

**Ключевые слова:** синхронная машина с постоянными магнитами, модулятор, преобразователь частоты, ветроколесо, электрогенератор, обратная связь, регулятор, переходные процессы, моделирование.

Рассматривается математическое описание совмещённого электромеханического устройства, обладающего свойствами синхронной машины, подключённой к преобразователю частоты, и магнитного редуктора с переменным коэффициентом редукции. Предлагаются два подхода к математическому описанию устройства: первый базируется на основе баланса мощностей двух механических и одного электрического каналов движения энергии, второй – на основе представления рассматриваемого устройства в виде двух элементарных электрических машин, обладающих по одному воздушному зазору. Получена система дифференциальных уравнений для описания переходных процессов в трех вышеназванных каналах ветроэлектрической установки (ВЭУ). Предлагается аппаратная реализация замкнутой системы, стабилизирующей напряжение и частоту ВЭУ при переменной скорости ветра. На численной математической модели анализируются переходные процессы ВЭУ.

**Постановка задачи.** Ветроэлектростанции (ВЭС) вносят всё более заметный вклад в производство электроэнергии в нашей стране и за рубежом.

Из-за непостоянства скорости ветра и сравнительно низкой скорости вращения ветроколёс возникают проблемы с обеспечением качества электроэнергии этих станций. Названные проблемы решаются с помощью адаптационного поворота лопастей ветроколёс, применения механических мультипликаторов.

Существенное улучшение технико-экономических показателей ВЭС может достигаться путем применения магнитных редукторов с регулируемой редукцией [3–5].

**Магнитный редуктор с регулируемой редукцией.** На рис. 1. показана упрощенная конструктивная схема устройства. Редуктор имеет два коаксиально расположенных ротора.

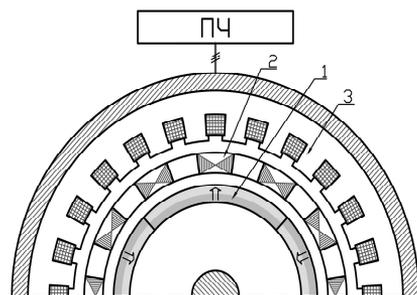


Рис. 1. Поперечный разрез редуктора

Первый (наружный, тихоходный) ротор 2, называемый часто модулятором, жёстко связан с входным валом. Он имеет угловую скорость вращения  $\Omega_1$  и содержит шихтованные ферромагнитные призматические стержни с числом  $z$ .

Магнитное поле статора с числом пар полюсов  $p_1$ , поступающее на одну сторону модулятора, на другой его стороне будет иметь основную гармонику с небольшим числом пар полюсов, равным разности  $(z - p_1)$ . Это малополосное магнитное поле взаимодействует с магнитами внутреннего ротора, имеющего то же самое число пар полюсов.

Второй (внутренний, быстроходный) магнитоэлектрический ротор 1 с числом  $2(z - p_1)$  разнополярных магнитов вращается с угловой скоростью  $\Omega_2$ .

Трёхфазная обмотка статора в общем случае может подключаться к сети переменного тока через статический преобразователь регулируемой частоты  $\omega$ . В результате магнитное поле статора будет перемещаться в пространстве с угловой скоростью  $\Omega = \pm \frac{\omega}{p_1}$  (знак минус реализуется преобразователем при смене следования фаз).

Скорости вращения роторов и выходная частота статического преобразователя удовлетворяют базовому уравнению редуктора

$$\Omega_2 = \frac{z}{z - p_1} \Omega_1 + \frac{\omega}{z - p_1}. \quad (1)$$

Для электромагнитных моментов  $M_1$  тихоходного и  $M_2$  быстроходного валов справедливы выражения

$$M_1 = 3\delta_1 k_{\delta 1} p_1 \frac{E_\delta E_0}{\omega x_a} \Lambda'_0 \sin \theta_1, \quad (2)$$

$$M_2 = 3 \frac{D_2}{D_1} p_2 k_{\delta 2} \delta_2 \frac{E_\delta E_0}{\omega x_a} \Lambda'_0 \sin \theta_2, \quad (3)$$

где  $E_0, E_\delta$  – ЭДС холостого хода и результирующая трёхфазной обмотки статора, соответственно;  $\delta_1, k_{\delta 1}, p_1, p_2, k_{\delta 2}, \delta_2, D_1, D_2, \theta_1, \theta_2$  – размеры и коэффициенты воздушных зазоров, числа пар полюсов, наружные диаметры, углы нагрузки, соответственно, тихоходного и быстроходного валов;  $\Lambda'_0$  – постоянная составляющая сквозной удельной магнитной проводимости двух воздушных зазоров;  $x_a$  – индуктивное сопротивление взаимоиндукции обмотки статора.

Для ЭДС обмотки статора, наведенной магнитным потоком воздушного зазора, будем иметь

$$\dot{E}_\delta = \dot{E}_0 + \dot{E}_{ad} + \dot{E}_{aq} = -jx_{af} \dot{F}_{m1}^M - jx_a \dot{I}_d - jx_a \dot{I}_q, \quad (4)$$

где  $\dot{E}_0 = -jx_{af} \dot{F}_{m1}^M$  – ЭДС холостого хода обмотки статора;  $x_{af} = \omega \frac{\mu_0}{\pi \sqrt{2}} l \tau_1 \Lambda'_{1m} w_1 k_{w1}$  – индуктивное сопротивление взаимоиндукции магнитов ротора с обмоткой статора;  $\Lambda'_{1m}$  – постоянная составляющая сквозной удельной магнитной проводимости двух воздушных зазоров;  $\dot{F}_{m1}^M = -\frac{4}{\pi} h_m H_{cB}$  – основная гармоника

МДС магнитов ротора;  $x_a = \omega \frac{6\mu_0}{\pi^2} l \tau_1 \Lambda'_0 \frac{(wk_{w1})^2}{p_1}$  – индуктивное сопротивление взаимоиндукции обмотки статора.

Равновесие напряжения обмотки статора будет выражаться равенством

$$\dot{U} - \dot{I}Z = -\dot{E}_\delta, \quad (5)$$

где  $Z = r + jx_\sigma$ ;  $r, x_\sigma$  – активное и индуктивное сопротивление рассеяния обмотки статора, соответственно.

Электромагнитная мощность обмотки статора составит

$$P_3 = 3E_\delta I \cos \psi_1. \quad (6)$$

На рис. 2 показана векторная диаграмма цепи статора магнитного редуктора (МР) с током угловой частоты  $\omega$ , которая содержит рассмотренные ЭДС  $\dot{E}_\delta, \dot{E}_{ad}, \dot{E}_{aq}$  и угол нагрузки  $\theta_1$ .

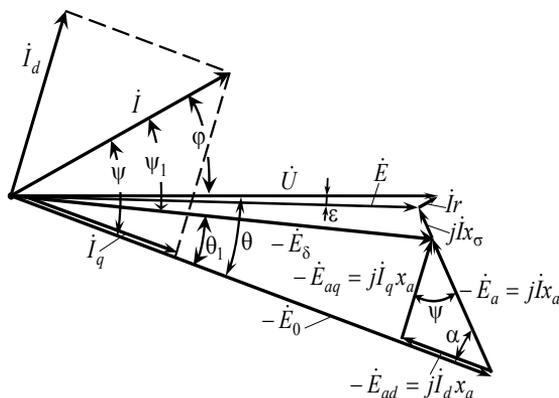


Рис. 2. Векторная диаграмма совмещенной электрической машины и магнитного редуктора

Возможны два подхода к расчёту рабочего режима магнитного редуктора на переменном токе. Первый подход основан на балансе мощностей, потребляемых каждым энергетическим каналом МР. В основе второго подхода лежит представление о МР как о совокупности двух элементарных электрических машин.

Рассмотрим последовательно эти варианты.

**Баланс мощностей в магнитном редукторе.** Рассматриваемое электро-механическое совмещенное устройство обладает функциями регулируемого магнитного редуктора и регулируемой электрической машины, работающей двигателем или генератором.

Совмещённая электрическая машина-редуктор (СЭМР) имеет три канала управления: два механических (входной и выходной валы) и электрический (обмотку статора, питаемую через регулируемый статический преобразователь частоты (ПЧ) от сети переменного или постоянного тока).

При работе магнитного редуктора в режиме мультипликатора наружный ротор является входным, а внутренний ротор – выходным.

В режиме, когда СЭМР работает только как редуктор, мощности входного и выходного валов одинаковы:

$$M_1 \Omega_1 = M_2 \Omega_2, \quad \frac{M_2}{M_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2}, \quad (7)$$

где  $M_1, M_2$  – моменты, соответственно, на входном и выходном валах.

В этом режиме ПЧ обеспечивает питание катушек обмотки статора (они расположены на каждом зубце статора) постоянным током ( $\omega = 0$ ).

Физические основы формирования электромагнитных моментов  $M_1$  и  $M_2$  базируются на взаимодействии независимых магнитных потоков статора и внутреннего ротора. А природа источников этих магнитных потоков (магниты, постоянный или переменный ток) в рассматриваемом процессе несущественна. Поэтому у магнитного редуктора на переменном токе, как и у редукторов с использованием постоянного тока или только постоянных магнитов, соотношение электромагнитных моментов  $M_1$  и  $M_2$  с учетом различия их в знаках определяется формулой

$$\frac{M_1}{M_2} = -\frac{z}{z - p_1}. \quad (8)$$

Следовательно, если известен момент одного из валов, то можно считать известным и момент другого вала. Скорости вращения валов  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  должны удовлетворять формуле (1)

$$\Omega_2 = \frac{z}{z - p_1} \Omega_1 + \frac{\omega}{z - p_1}, \quad (9)$$

где  $\omega$  – угловая частота источника питания обмотки статора.

Умножим левую и правую части равенства (9) на момент  $M_2$  и, учитывая соотношение моментов (8), получим

$$M_2 \Omega_2 = -M_1 \Omega_1 + M_2 \frac{\omega}{z - p_1}. \quad (10)$$

Разница между мощностями  $M_2 \Omega_2$  и  $M_1 \Omega_1$  в формуле (10), очевидно, представляет собой электромагнитную мощность синхронной машины  $P_3$ , которой обмотка статора обменивается с питающей сетью

$$P_3 = M_3 \frac{\omega}{p_1}, \quad (11)$$

где  $M_3$  – электромагнитный момент синхронной машины.

Следовательно, для второго слагаемого в правой части формулы (10) справедливо равенство

$$M_2 \frac{\omega}{z - p_1} = M_3 \frac{\omega}{p_1}. \quad (12)$$

Полученное выражение (12) с учётом соотношения моментов (8) позволяет установить связь моментов  $M_1$  и  $M_2$  с электромагнитным моментом  $M_3$

$$M_1 = -M_3 \frac{z}{p_1}, \quad M_2 = M_3 \frac{z - p_1}{p_1}. \quad (13)$$

Из полученных выражений (13) следует принципиально важное равенство

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0, \quad (14)$$

подтверждающее известный постулат механики, что для равновесия твёрдого тела необходимо, чтобы сумма всех сил, действующих на тело, и сумма моментов этих сил равнялись нулю.

Учитывая, что моменты  $M_1$  и  $M_2$  на валах редуктора действуют встречно друг к другу, из равенства (14) можно также утверждать, что модуль момента тихоходного вала  $|M_1|$  равен модулю суммы моментов  $|M_1 + M_3|$

$$|M_1| = |M_2 + M_3|. \quad (15)$$

Поэтому главные размеры магнитного редуктора на переменном токе, формирующие габариты синхронной машины, будут определяться величиной момента  $M_1$  на тихоходном валу, поскольку он будет больше электромагнитного момента  $M_3$ .

**Электромагнитный редуктор как совокупность двух элементарных электрических машин.** В соответствии с равенством (1) при  $z > p_1$  и  $\omega > 0$  (имеем прямое следование фаз обмотки статора при включении ПЧ) направления вращения тихоходного и скоростного валов и магнитного поля статора одинаковы, а направления действия электромагнитных моментов  $M_1$ ,  $M_2$  противоположны. Каждый из этих электромагнитных моментов формируется магнитным полем соответствующего воздушного зазора.

По физической сути мы имеем две элементарные синхронные электрические машины с одной общей обмоткой статора<sup>1</sup>.

Применительно к мультипликаторному режиму первая элементарная машина с воздушным зазором  $\delta_1$  и электромагнитным моментом  $M_1$  всегда работает в генераторном режиме с током статора  $\dot{I}_1$ , передавая ПЧ мощность  $M_1\Omega_1$ .

Вторая элементарная машина с воздушным зазором  $\delta_2$  и электромагнитным моментом  $M_2$  всегда работает в двигательном режиме с током статора  $\dot{I}_2$ , потребляя от ПЧ мощность  $M_2\Omega_2$ .

В зависимости от реализации того или иного неравенства

$$M_1\Omega_1 < M_2\Omega_2, \quad M_1\Omega_1 > M_2\Omega_2 \quad (16)$$

результатирующий ток статора

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad (17)$$

будет двигательным или генераторным. В первом случае имеем

$$M_1\Omega_1 + P_3 = M_2\Omega_2, \quad (18)$$

во втором –

$$M_1\Omega_1 = P_3 + M_2\Omega_2, \quad (19)$$

где

$$P_3 = 3E_\delta I \cos \psi_1 = M_3 \omega / p_1. \quad (20)$$

Рассмотрим вариант работы СЭМР, при котором внешний момент и скорость вращения входного вала фиксированы ( $M_1\Omega_1 = \text{const}$ ).

<sup>1</sup> Элементарная машина характеризуется наличием своего воздушного зазора. Если, например, размер первого воздушного зазора будет уменьшен до нуля, то МР становится быстроходной синхронной машиной с числом пар полюсов  $p_2 = z - p_1$ , хотя обмотка статора будет по-прежнему иметь число пар полюсов  $p_1$ . При отсутствии второго воздушного зазора будем иметь тихоходную синхронную машину с числом пар полюсов  $p_1$ . В обоих названных вариантах внутренний ротор с магнитами имеет  $p_2 = z - p_1$  пар полюсов. Эти метаморфозы становятся возможными благодаря модулятору с  $z$  ферромагнитными стержнями.

Магнитное поле магнитов внутреннего ротора присутствует одновременно в первом (у статора) и во втором (у внутреннего ротора) воздушных зазорах, причём в первом зазоре оно имеет  $p_1$ , а во втором  $-p_2 = z - p_1$  пар полюсов.

Электромагнитные мощности  $M_1\Omega_1$  и  $M_2\Omega_2$  формируются магнитным полем в воздушных зазорах, соответственно, первой и второй элементарных машин и передаются через первый воздушный зазор статору и через второй воздушный зазор – внутреннему ротору. Поскольку скорость вращения магнитного поля статора ( $\omega/p_1$ ) отличается от скоростей роторов ( $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ ), электромагнитные моменты статора ( $M_{s1}$  и  $M_{s2}$ ) будут отличаться от электромагнитных моментов роторов  $M_1$  и  $M_2$ .

Электромагнитные моменты и мощности связаны с соответствующими токами обмотки статора  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ . Имеем

$$M_1\Omega_1 = M_{s1}\omega/p_1 = 3E_{\delta 1}I_1 \cos \psi_1, \quad M_2\Omega_2 = M_{s2}\omega/p_1 = 3E_{\delta 2}I_2 \cos \psi_2, \quad (21)$$

где  $\psi_i = \angle(\dot{E}_{\delta i}, \dot{I}_i)$ ,  $i=1,2$  – фазовый сдвиг тока и результирующей ЭДС обмотки статора элементарной машины.

Будем полагать, что внешний момент  $M_{1\text{вн}} = -M_1$ , действуя в направлении вращения поля статора, вызывает опережение в зазоре  $\delta_1$  (относительно поля статора) магнитного поля магнитов ротора. В этом случае первая элементарная машина, работая в генераторном режиме, создаёт электромагнитный момент  $M_1$ , приложенный к стержням модулятора в направлении против его вращения. Обмотка статора будет отдавать ПЧ электромагнитную мощность

$$P_{s1} = 3E_{\delta 1}I_1 \cos \psi_1 = M_{s1}\omega/p_1.$$

Во втором воздушном зазоре будет формироваться электромагнитный момент  $M_2$ , воздействующий на внутренний ротор в направлении его вращения, а обмотка статора второй элементарной машины, работая в двигательном режиме, будет потреблять от ПЧ мощность

$$P_{s2} = 3E_{\delta 2}I_2 \cos \psi_2 = M_{s2}\omega/p_1.$$

Справедливо равенство, выражающее баланс мощностей:

$$M_{1\text{вн}}\Omega_1 + M_3\omega/p_1 = M_2\Omega_2, \quad (22)$$

где  $M_3 = M_{s1} + M_{s2}$ .

**Уравнения динамического равновесия механических и электрических каналов магнитного редуктора.** В соответствии с равенством (14), выражающим баланс электромагнитных моментов, действующих на валы редуктора, можем записать уравнения механического движения для тихоходного и скоростного валов:

$$J_1 \frac{d\Omega_1}{dt} = M_{\text{вк}} - M_1; \quad J_2 \frac{d\Omega_2}{dt} = M_2 + M_3 - M_{\text{сг}}, \quad (23)$$

где  $J_1, J_2$  – суммарные моменты инерции, соответственно, ветроколеса с тихоходным валом и ротора электрогенератора с быстроходным валом;  $M_{\text{вк}}$  – внешний момент, передаваемый тихоходному валу ветроколесом; электромагнитные моменты валов  $M_1, M_2$  представлены формулами (2) и (3);  $M_{\text{сг}}$  – внешний момент, прикладываемый к быстроходному валу со стороны электрогенератора.

Для электромагнитного момента совмещённой редукторной синхронной машины в соответствии с формулой (12) справедливо

$$M_3 = M_2 \frac{p_1}{z - p_1}. \quad (24)$$

Тогда второе уравнение в формуле (23) запишется в таком виде:

$$J_2 \frac{d\Omega_2}{dt} = M_2 \frac{z}{z - p_1} - M_{\text{эГ}}. \quad (25)$$

Углы нагрузки  $\theta_1$  тихоходного и  $\theta_2$  быстроходного роторов найдём из уравнений

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{1}{p_1} [\omega - (z - p_1)\Omega_2 + z\Omega_1], \quad (26)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \left[ \Omega_2 - \frac{z}{z - p_1} \Omega_1 - \frac{\omega}{z - p_1} \right], \quad (27)$$

в которых значения правых частей уравнений равны разнице скоростей магнитных полей, созданных обмоткой статора и магнитами быстроходного ротора в соответствующих воздушных зазорах.

Уравнения равновесия электрического канала – обмотки статора – могут быть представлены в следующей форме

$$\frac{d\Psi_q}{dt} = -U_{m1} \cos \theta_1 - \Psi_d \omega - rI_{m1}, \quad (28)$$

$$U_{m1} \sin \theta_1 = -\Psi_q \omega, \quad (29)$$

где  $\Psi_d \omega = -E_{0m} = -x_{af} F_{m1}^M = -x_{af} \frac{4}{\pi} h_m H_{cB}$  – амплитудное значение ЭДС холостого хода;  $\Psi_q = -L_q I_{m1}$ ;  $\Psi_q \omega = -x_q I_{m1}$ ;  $I_{m1}$  – амплитуда основной гармоники тока статора;  $U_{m1} = \frac{2}{\pi} E_n$  – амплитуда первой гармоники напряжения синхронной машины (это напряжение противоположно по знаку выходному напряжению первой гармоники преобразователя частоты);  $E_n$  – выходное напряжение звена постоянного тока статического преобразователя частоты.

В формулах (28), (29) поперечный ток представлен амплитудой первой гармоники тока статора  $I_g = I_{m1}$ , так как система управления преобразователем частоты формирует названную гармонику тока совпадающей по фазе с ЭДС холостого обмотки статора. В этом случае продольный ток статора  $I_d$  будет равен нулю.

Уравнения (2)–(4), (23)–(29) позволяют описать переходные процессы в рассматриваемой ВЭУ с регулируемым магнитным редуктором при отсутствии обратных связей по скорости и току электрогенератора.

Следует обратить внимание, что формула (5) определяет результирующую ЭДС обмотки статора  $E_\delta$ , наведенную магнитным полем воздушного зазора, в установившемся режиме. Для переходных процессов эту ЭДС следует находить по формуле, вытекающей из выражений (28), (29):

$$E_\delta = \sqrt{(E_{0m} - I_{m1} r)^2 + \left( L_{aq} \frac{dI_{m1}}{dt} \right)^2}, \quad (30)$$

где  $L_{\sigma q} = L_q - L_{\sigma}$  – индуктивность взаимоиндукции обмотки статора по поперечной оси.

Необходимые параметры этой электромеханической системы представлены в Приложении.

**Режим автоматической стабилизации скорости вращения быстроходного вала редуктора.** Устройство стабилизации напряжения и частоты ветроэнергетической установки (рис. 3) содержит ветроколесо 1, соединенное с мультипликатором – электромагнитным редуктором 2 (патент RU № 2529422 Н02К16/00, Н02К51/00) с регулируемым коэффициентом редукции, выходной вал 3 которого соединен с валом синхронного генератора 4 с возбуждением от постоянных магнитов, второй конец вала генератора соединён с датчиком скорости 5.

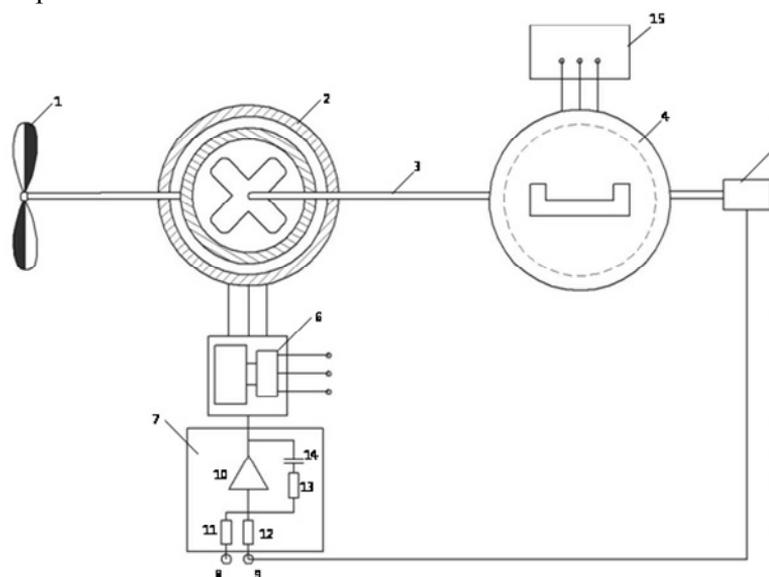


Рис. 3. Принципиальная конструктивная схема устройства стабилизации напряжения и частоты

Обмотка статора электромагнитного редуктора подключена к выходу преобразователя частоты 6, управляющий вход которого соединён с выходом регулятора 7. Регулятор имеет два входа, первый из которых 9 соединён с выходом датчика скорости, второй вход 8 – с устройством задания скорости вращения вала генератора.

Регулятор состоит из операционного усилителя 10, входных резисторов 11 и 12, резистора 13 и конденсатора 14 в цепи обратной связи усилителя.

Коэффициенты усиления регулятора – отношение резисторов 13 и 11 по первому входу и отношение сопротивлений резисторов 13 и 12 по второму входу.

Интегральная постоянная времени регулятора – произведение сопротивления входного резистора 12 и ёмкости конденсатора 14, а периодическая постоянная времени – произведение сопротивления резистора 13 и ёмкости конденсатора 14.

Выходные параметры стабилизированных значений частоты и напряжения ветроэнергетической установки фиксируются устройством 15, подключённым к выходным зажимам генератора.

Устройство стабилизации напряжения и частоты работает следующим образом. В квазиустановившемся режиме скорость вращения  $\Omega_1$  ветроколеса меняется в определённых пределах и зависит от скорости ветра. Требуемая скорость вращения  $\Omega_2$  вала синхронного генератора задается сигналом задания. Выходные параметры генератора поддерживаются на определённом, заданном сигналом задания уровне. Поддержание осуществляется согласно зависимости (1).

Если скорость ветра достигает предельного уровня (скорость вращения ветроколеса максимальна, согласно конструкции установки), выходная частота преобразователя  $\omega$  становится равной нулю.

При уменьшении скорости ветра (и ветроколеса) скорость вращения вала генератора уменьшается, следовательно, уменьшаются сигнал с выхода датчика скорости и входной сигнал регулятора. Сумма входных сигналов регулятора увеличивается, следовательно, возрастает выходной сигнал регулятора, который, в свою очередь, увеличивает выходную частоту  $\omega$  преобразователя. Выходная скорость редуктора устанавливается на прежнем заданном уровне.

Восстановлению скорости способствует регулятор с его пропорционально-интегральной функцией. Время регулирования будет зависеть от коэффициента усиления по второму входу и постоянных времени регулятора.

Согласно формуле (1): уменьшается (изменяется) первая составляющая правой части уравнения, увеличивается (изменяется) вторая составляющая, а скорость вращения генератора  $\Omega_2$  остается на заданном уровне.

На рис. 4 показаны графики неизменной скорости  $\Omega_2$ , выходной частоты преобразователя  $\omega$  в функции скорости вращения ветроколеса  $\Omega_1$ , иллюстрирующие описанный выше процесс стабилизации выходных параметров напряжения генератора.

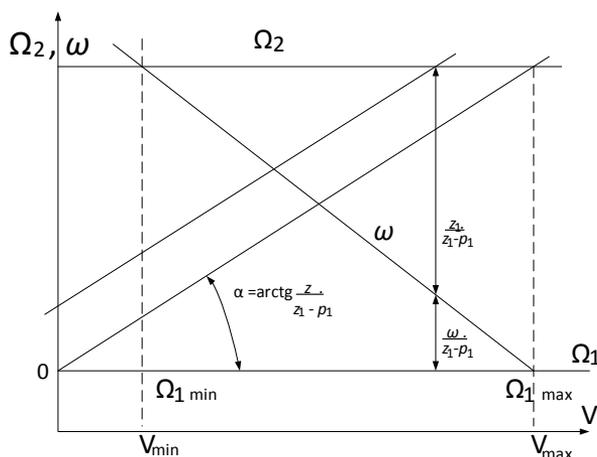


Рис. 4. График требуемого изменения выходной частоты преобразователя  $\omega$  в функции скорости ветра  $V$  при постоянстве скорости вращения генератора  $\Omega_2$

На рис. 5 приведен результат моделирования устройства стабилизации напряжения и частоты ветроэнергетической установки при изменении скорости ветра.

Установившаяся скорость вращения генератора имеет незначительные колебания, которые зависят от настройки регулятора.

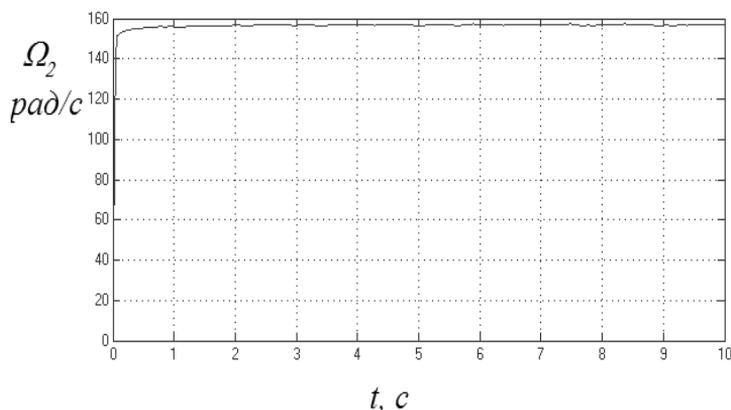


Рис. 5. Переходный процесс стабилизации скорости вращения генератора стабилизирующим устройством

Приложение

**Геометрические размеры и параметры магнитной системы редуктора**

1. Быстроходный (внутренний) ротор с неодим-железо-боровыми магнитами выполняется на базе ротора вентильного двигателя Чебоксарского электроаппаратного завода 6ДВМ 300, имеющего следующие данные:

$D_2 = 122$  мм – наружный диаметр;  $l_2 = 150$  мм – активная длина;  $h_{\text{маг}} = 5$  мм – высота магнитов.

2. Статорный сердечник магнитного редуктора (МР) взят от асинхронного электродвигателя 4А132 М 6 мощностью 5,5 кВт ( $U_{\text{фн}} = 220$  В;  $I_{\text{н}} = 12,25$  А;  $2p = 6$ ;  $P_{\Sigma 1} = 526$  Вт – электрические потери в обмотке статора;  $M_{\text{н}} = 54,3$  Нм,  $M_{\text{макс}} = 135,8$  Нм – номинальный и максимальный моменты), который имеет [2]:

$D_{\text{н}} = 225$  мм – наружный диаметр;  $D_i = 158$  мм – диаметр расточки;  $l_1 = 160$  – активная длина;  $z_1 = 54$  – число пазов.

3. Модулятор (тихоходный ротор МР):

$D_{\text{мнар}} = 157$  мм – наружный диаметр;  $D_{\text{мвн}} = 125$  мм – внутренний диаметр;  $z = 23$  – число стержней модулятора;  $t_{\text{мнар}} = \pi D_{\text{мнар}} / z = 21,4$  мм,  $t_{\text{мвн}} = \pi D_{\text{мвн}} / z = 17,1$  мм – зубцовые шаги модулятора, соответственно, по наружному и внутреннему диаметрам;  $\delta_1 = 0,5$  мм – наружный воздушный зазор модулятора (между модулятором и статором);  $\delta_2 = 6,5$  мм – внутренний немагнитный зазор модулятора (между модулятором и ярмом быстроходного ротора при высоте магнитов  $h_{\text{м}} = 5$  мм);  $b_{\text{зм}} = t_{\text{мвн}} / 2 \approx 8,5$  мм – ширина зубца модулятора;  $h_{\text{зм}} = (D_{\text{мнар}} - D_{\text{мвн}}) / 2 = 16$  мм – высота зубца модулятора;  $b_{\text{пнар}} = t_{\text{мнар}} - b_{\text{зм}} = 21,4 - 8,5 = 12,9$  мм,  $b_{\text{пвн}} = t_{\text{мвн}} - b_{\text{зм}} = 17,1 - 8,5 = 8,6$  мм – соответственно, ширина пазов модулятора по его наружному и внутреннему диаметрам.

$\Lambda'_0 = 71,3$  м<sup>-1</sup>,  $\Lambda'_m = 104$  м<sup>-1</sup> – соответственно, постоянная составляющая и амплитуда переменной удельной магнитной проводимости.

**Обмотка статора.** Трехфазная зубцовая обмотка статора, имеющая число пар полюсов  $p_1 = 21$ , состоит из 54 катушек, число которых равно числу зубцов  $z_1 = 54$  статорного сердечника. Обмотка имеет число пазов на полюс и фазу  $q = 3/7$ .

$w = Nk_p w_k / a = 6 \cdot 3 \cdot 90 / 1 = 1620$  – число витков в фазе;  $N = 6$  – число катушек в симметричной группе;  $k_p = 3$  – число симметричных групп в фазе;  $w_k = 90$  – число витков в катушке;  $a = 1$  – число параллельных ветвей в фазе;  $k_{w1} = k_{y1} k_{p1} = 0,9397 \cdot 0,8312 = 0,7811$  – обмоточный коэффициент [1];  $k_{y1} = 0,9397$ ,  $k_{p1} = 0,8312$  – коэффициенты укорочения и распределения.

$R = 0,43$  Ом – активное сопротивление;  $x_\sigma = 7,4$  Ом – индуктивное сопротивление рассеяния на частоте  $f = 50$  Гц (в пазу находятся катушечные стороны, принадлежащие разным фазам).  $E_0 = 98,3$  В;  $x_\alpha = 1,77$  Ом – ЭДС холостого хода и индуктивное сопротивление взаимоиндукции обмотки статора на частоте 50 Гц.

#### Литература

1. Алексеева М.М. Машинные генераторы повышенной частоты. Л.: Энергия, 1967. 344 с.
2. Асинхронные двигатели серии 4А: справочник / сост.: А.Э. Кравчик, М.М. Шлаф, В.И. Афонин, Е.А. Соболенская. М.: Энергоиздат, 1982. 504 с.
3. Афанасьев А.А. Функциональные режимы совмещенного исполнения электрической машины и магнитного редуктора с короткозамкнутым ротором // Электричество. 2015. № 12. С. 51–58.
4. Афанасьев А.А., Ефимов В.В. Электрическая машина с реактивным редуктором // Электричество. 2015. № 8. С. 27–33.
5. Пат. 2590929 (РФ), МПК F03D 7/00. Устройство стабилизации напряжения и частоты ветроэнергетической установки / Афанасьев А.А., Чихняев В.А.; патентообладатель Чуваш. гос. ун-т; № 2015127387/06, заявл. 07.07.2015 г.; опубл. 10.07.2016 г., Бюл. № 19, 10 с.

---

**АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры автоматки и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

**ИСЛОМОВ ИЛЬЁСХОДЖА ИКРОМХОДЖАЕВИЧ** – аспирант кафедры автоматки и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ilyos-friend@mail.ru).

**ЧИХНЯЕВ ВИКТОР АЛЕКСАНДРОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры систем автоматического управления электроприводом, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (chih4242@mail.ru).

**ДМИТРЕНКО АЛЕКСАНДР МИХАЙЛОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Фёдорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (dmitrenko\_am@mail.ru).

---

#### A. AFANASYEV, I. ISLOMOV, V. CHIHNYAEV, A. DMITRENKO STABILIZATION OF VOLTAGE AND FREQUENCY OF WIND POWER PLANT GENERATOR BY THE USE OF MAGNETIC REDUCER

**Key words:** synchronous machine with permanent magnets, modulator, frequency converter, wind wheel, generator, feedback, controller, transients, modeling.

*The article considers mathematical description of combined electromechanical device having the properties of a synchronous machine connected to the frequency converter and a magnetic gearbox with a variable reduction coefficient. Two approaches to the mathematical description of the device are proposed: the first one is based on the power balance of two mechanical and one electrical channels of energies flow, the second approach is on the basis of the performance of the considered device in the form of two basic electric machines having one air gap. There is a resulting system of differential equations to describe the transient processes in the*

above three channels of a wind power unit (WPU). Hardware implementation of the closed-loop system is proposed, the latter stabilizes the voltage and frequency of the wind turbine at variable wind speed. Transients of wind turbines are analyzed according to the numerical mathematical model.

#### References

1. Alekseeva M.M. *Mashinnye generatory povyshennoi chastoty* [Engine generators high frequency]. Leningrad, Energiya Publ., 1967, 344 p.
2. *Asinkhronnye dvigateli serii 4A: spravochnik* [Asynchronous motors series 4A: Reference book]. Moscow, Energoizdat Publ., 1982, 504 p.
3. Afanasyev A.A. *Funktsional'nye rezhimy sovmeshchennogo ispolneniya elektricheskoi mashiny i magnitnogo reduktora s korotkozamknutym rotorom* [Functional modes of execution combined electrical machine and magnetic gear with squirrel cage rotor]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2015, no. 12, pp. 51–58.
4. Afanasyev A.A., Efimov V.V. *Elektricheskaya mashina s reaktivnym reduktorom* [Electric machine with reactive reducer]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2015, no. 8, pp. 27–33.
5. Afanasyev A.A., Chikhnyaev V.A. *Ustroistvo stabilizatsii napryazheniya i chastoty vetroenergeticheskoi ustanovki* [The device voltage and frequency of the wind turbine]. Patent RF, no. 2590929, 2016.

---

**AFANASYEV ALEXANDER – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Management and Computer Science in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (afan39@mail.ru).**

**ISLOMOV ILYOSKHOJA – Post-Graduate Student, Department of Automatics and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ilyos-friend@mail.ru).**

**CHINAEV VIKTOR – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Automatic Control Systems for Electric Drive, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (chih4242@mail.ru).**

**DMITRENKO ALEKSANDR – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Power Supply of Industrial Enterprises named after A.A. Fedorov, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (dmitrenko\_am@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** *Афанасьев А.А., Исломов И.И., Чихняев В.А., Дмитренко А.М.* Стабилизация напряжения и частоты электрогенератора ветроэнергетической установки с помощью магнитного редуктора // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 14–25.

УДК 621.313.8

ББК 31.261

А.А. АФАНАСЬЕВ, ТАМ НГУЕН КОНГ, В.А. НЕСТЕРИН

### ПОЛЕВАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БЕСПАЗОВОГО МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ

**Ключевые слова:** немагнитный зазор, периодические комплексные потенциальные функции.

Основные и добавочные явления магнитоэлектрического беспазового вентильного двигателя могут рассматриваться в немагнитном зазоре, к которому следует отнести и слой высокоэнергетического магнита. Комплексные периодические потенциальные функции являются математической основой для аналитического решения задачи Дирихле в немагнитном зазоре в виде бесконечной горизонтальной полосы с границами из двух параллельных прямых. Мнимые составляющие комплексных потенциальных функций на границах указанной полосы, представленные тригонометрическими рядами Фурье, являются известными скалярными магнитными потенциалами источников магнитного поля – обмотки статора и постоянных магнитов ротора. Сравнительно большая ширина рассматриваемой полосы из-за наличия в ней постоянных магнитов вызывает двухмерный характер магнитного поля в полосе.

Все основные физические явления в электрических машинах (взаимное преобразование электромагнитных и механических энергий, формирование электромагнитного момента) происходят в воздушном зазоре между статором и ротором. Массив современного высокоэнергетического магнита, имеющего относительную магнитную проницаемость, близкую к единице, также может считаться немагнитным зазором.

Ниже будет показано, что с помощью периодических комплексных потенциальных функций можно описать магнитное поле в воздушном зазоре с гладкими границами беспазового магнитоэлектрического вентильного двигателя.

**Магнитное поле бесконечной полосы с гладкими границами.** Известно общее решение граничной задачи Дирихле для бесконечной полосы при периодическом изменении магнитного потенциала

$$u(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\alpha x$$

на нижней граничной стороне (для которой  $y = 0$ ), полученное методом разделения переменных [3]:

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \sin n\alpha x \operatorname{sh}[n\alpha(\delta - y)]}{\operatorname{sh} n\alpha\delta}, \quad (1)$$

где  $\alpha = \pi/\tau$ ;  $\tau$  – полюсное деление;  $\delta$  – ширина полосы.

Если считать эту зависимость (1) (после умножения её на мнимую единицу  $j$ ) скалярным магнитным потенциалом и вычислить сопряженную ей гармоническую функцию магнитного потока  $v(x, y)$ , то получим комплексный скалярный магнитный потенциал для бесконечной полосы плоскости  $z$

$$w(z) = v(x, y) + ju(x, y).$$

Источником плоскопараллельного магнитного поля призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением являются встречные токи  $I_M = 2H_{св}h_M$  двух параллельных шин, имеющих высоту  $2b = h_M$  ( $h_M$  – высота магнита в направлении его намагниченности), толщину  $a$  и находящихся на расстоянии ширины магнита  $b_M$  [2].

В общем случае с учетом характера расположения магнитов на ярме ротора распределение потенциала на нижней стороне полосы можно представить тригонометрическими рядами с наличием косинусных и синусных слагаемых:

$$u(x) = \frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\alpha x + b_n \sin n\alpha x). \quad (2)$$

Комплексный скалярный магнитный потенциал в бесконечной горизонтальной полосе плоскости  $z = x + jy$ , вызванный током  $I_M$  магнитных шин ротора применительно к основной косинусной гармонике выражения (2), будет иметь вид [1]

$$\begin{aligned} w_{\cos}(z) &= v(x, y) + ju(x, y) = \frac{-a_1 I_M}{2 \operatorname{sh} \alpha \delta} \{ \sin \alpha x \operatorname{ch} [\alpha(y - \delta)] + j \cos \alpha x \operatorname{sh} [\alpha(y - \delta)] \} = \\ &= -\frac{a_1 I_M}{2 \operatorname{sh} \alpha \delta} \sin [\alpha(z - j\delta)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда для комплексного скалярного магнитного потенциала, учитывающего весь спектр косинусных гармоник, получим

$$\begin{aligned} w_{\cos}(z) &= -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \sin [n\alpha(z - j\delta)]}{\operatorname{sh} n\alpha \delta} = \\ &= -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n [\sin n\alpha x \operatorname{ch} n\alpha(y - \delta) + j \cos n\alpha x \operatorname{sh} n\alpha(y - \delta)]}{\operatorname{sh} n\alpha \delta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Аналогично может быть сформирован комплексный скалярный магнитный потенциал, обусловленный синусными гармониками выражения (2):

$$\begin{aligned} w_{\sin}(z) &= -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \{ \cos n\alpha x \operatorname{ch} [n\alpha(\delta - y)] - j \sin n\alpha x \operatorname{sh} [n\alpha(\delta - y)] \}}{\operatorname{sh} n\alpha \delta} = \\ &= -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \cos n\alpha(z^* + j\delta)}{\operatorname{sh} n\alpha \delta}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $z^* = x - jy$  – комплексно-сопряжённый вектор.

Выражение (5) можно записать в комплексно-сопряжённой форме для вектора  $w^*_{\sin}(z)$

$$\begin{aligned} w^*_{\sin}(z) &= -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \{ \cos n\alpha x \operatorname{ch} [n\alpha(\delta - y)] + j \sin n\alpha x \operatorname{sh} [n\alpha(\delta - y)] \}}{\operatorname{sh} n\alpha \delta} = \\ &= -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \cos n\alpha(z - j\delta)}{\operatorname{sh} n\alpha \delta}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для комплексно-сопряжённого вектора магнитной индукции справедливо [4]

$$B^*(z) = j\mu_0 \frac{dw(z)}{dz}. \quad (7)$$

Из этого выражения, используя формулу (4), можем получить формулу для магнитной индукции, созданной косинусными гармониками скалярного магнитного потенциала магнитов ротора:

$$\begin{aligned} B_{\cos}^*(z) &= -\frac{j\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n a_n \cos[n\alpha(z - j\delta)]}{\operatorname{sh} n\alpha\delta} = \\ &= -\frac{\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n a_n \{\sin n\alpha x \operatorname{sh} n\alpha(y - \delta) + j \cos n\alpha x \operatorname{ch} n\alpha(y - \delta)\}}{\operatorname{sh} n\alpha\delta}. \end{aligned} \quad (8)$$

Поскольку [5]

$$B(z) = -j\mu_0 \frac{dw^*(z)}{dz}, \quad (9)$$

с помощью формулы (6) можем получить выражение для магнитной индукции, созданной синусными гармониками скалярного магнитного потенциала магнитов ротора:

$$\begin{aligned} B_{\sin}(z) &= -\frac{j\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n b_n \sin[n\alpha(z - j\delta)]}{\operatorname{sh} n\alpha\delta} = \\ &= -\frac{\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n b_n \{-\cos n\alpha x \operatorname{sh} n\alpha(y - \delta) + j \sin n\alpha x \operatorname{ch} n\alpha(y - \delta)\}}{\operatorname{sh} n\alpha\delta}. \end{aligned} \quad (10)$$

Представляя скалярный магнитный потенциал магнитов на поверхности ярма ротора синусным рядом

$$u(x, \vartheta) = \frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\alpha x = \frac{4 I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{2n-1} \sin[\alpha(2n-1)(x - \vartheta)], \quad (11)$$

получим в соответствии с формулой (10) составляющие магнитной индукции по осям  $x$  и  $y$ , вызванной магнитами ротора:

$$B_{px}(x, y, \vartheta) = \frac{2\mu_0 \alpha I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{\operatorname{sh} \alpha(2n-1)\delta} \cos[\alpha(2n-1)(x - \vartheta)] \operatorname{sh}[\alpha(2n-1)(y - \delta)], \quad (12)$$

$$B_{py}(x, y, \vartheta) = -\frac{2\mu_0 \alpha I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{\operatorname{sh} \alpha(2n-1)\delta} \sin[\alpha(2n-1)(x - \vartheta)] \operatorname{ch}[\alpha(2n-1)(y - \delta)], \quad (13)$$

где  $\vartheta$  – сдвиг продольной оси ротора относительно аналогичной оси магнитного поля статора.

На рис. 1 показаны кривые магнитной индукции макетного образца беспазового вентильного двигателя с номинальным моментом 7 Нм, имеющего неодим-железо-боровые магниты высотой 7,3 мм<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Некоторые параметры рассматриваемого беспазового вентильного двигателя следующие: диаметр расточки статора  $D_i = 75,5$  мм; длина ротора  $l = 140$  мм; число полюсов  $2p = 6$ ; число виртуальных пазов  $z = 36$ ; число виртуальных пазов на полюс и фазу  $q = 2$ ; частота тока  $f = 50$  Гц; немагнитный зазор  $\delta = 12,05$  мм; число витков в катушке  $w_k = 8$ ; число витков в фазе  $w = 96$ ; шаг обмотки  $y = 5/6\tau$ ; коэффциентная сила магнитов  $H_{CB} = 915$  кА/м;  $I_H = 4,4$  А.

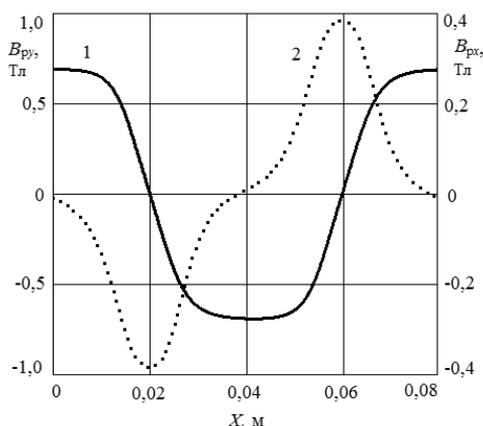


Рис. 1. Составляющие магнитной индукции по осям  $x$  (кривая 2) и  $y$  (кривая 1) на поверхности магнитов ( $y = h_m$ ), вызванные МДС магнитов

Для магнитодвижущей силы (МДС)  $\tilde{m}$  фазной обмотки статора справедливо выражения бегущих волн основной и высших гармоник [6]:

$$\begin{aligned}
 F_{txv} &= F_{Atxv} + F_{Btxv} + F_{Ctxv} + \dots = \\
 &= \frac{\tilde{m}}{2} \left[ F_{m1} \sin\left(\omega t - \frac{x\pi}{\tau}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k+1)} \sin\left(\omega t - \frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau}\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k-1)} \sin\left(\omega t + \frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau}\right) \right], \quad (14)
 \end{aligned}$$

где  $F_{m1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{wk_{w1}}{p}$ ;  $F_{mv} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{wk_{wv}}{vp}$  – амплитуды МДС, соответственно, основной и высших (обмоточных) гармоник одной фазы обмотки статора;  $k = 1, 2, \dots$

Для основной бегущей волны координаты  $x$  и  $t$  связаны между собой равенством, вытекающим из формулы (14):

$$x(t) = \frac{\omega\tau}{\pi} t + C = \frac{\omega}{\alpha} t + C, \quad (15)$$

где  $C$  – некоторая константа, связанная с фиксацией фазы бегущей волны.

Эта временная зависимость подразумевается для всех предыдущих и последующих формул, содержащих координату  $x$ .

Выражение (14) можно записать и в таком виде:

$$\begin{aligned}
 F_{txv} &= \frac{\tilde{m}}{2} F_{m1} \left( \sin \omega t \cos \frac{x\pi}{\tau} - \cos \omega t \sin \frac{x\pi}{\tau} \right) + \\
 &+ \frac{\tilde{m}}{2} \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k+1)} \left( \sin \omega t \cos \frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau} - \cos \omega t \sin \frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau} \right) + \\
 &+ \frac{\tilde{m}}{2} \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k-1)} \left( \sin \omega t \cos \frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau} + \cos \omega t \sin \frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau} \right). \quad (16)
 \end{aligned}$$

Для комплексного скалярного магнитного потенциала в немагнитном зазоре, вызванного всем спектром пространственных косинусных гармоник выражения (16), получим, учитывая формулу (4):

$$\begin{aligned}
 w_{\cos}(z) = & -\frac{\sqrt{2\tilde{m}}}{\pi} \frac{w}{p} I \sin(\omega t) \left[ \frac{k_{w1} \sin[\alpha(z)]}{\text{sh } \alpha\delta} + \right. \\
 & \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} \sin[(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1) \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} \sin[(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1) \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right) \right] = \\
 = & -\frac{\sqrt{2\tilde{m}}}{\pi} \frac{w}{p} I \sin(\omega t) \left[ \frac{k_{w1} [\sin(\alpha x) \text{ch}(\alpha y) + j \cos(\alpha x) \text{sh}(\alpha y)]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
 & \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k_{w_{w(2\tilde{m}k+1)}} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1) \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{k_{w_{w(2\tilde{m}k-1)}} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1) \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right) \right]. \quad (17)
 \end{aligned}$$

где  $I$  – действующее значение тока обмотки фазы статора.

Аналогично для комплексного скалярного магнитного потенциала в немагнитном зазоре, вызванного всем спектром пространственных синусных гармоник выражения (16), будем иметь

$$\begin{aligned}
 w_{\sin}(z) = & -\frac{\sqrt{2\tilde{m}}}{\pi} \frac{w}{p} I \cos(\omega t) \left[ \frac{k_{w1} \cos[\alpha(z)]}{\text{sh } \alpha\delta} + \right. \\
 & \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} \cos[(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1) \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} \cos[(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1) \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right) \right] = \\
 = & -\frac{\sqrt{2\tilde{m}}}{\pi} \frac{w}{p} I \cos(\omega t) \left[ \frac{k_{w1} [\cos(\alpha x) \text{ch}(\alpha y) - j \sin(\alpha x) \text{sh}(\alpha y)]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
 & \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k_{w_{w(2\tilde{m}k+1)}} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1) \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{k_{w_{w(2\tilde{m}k-1)}} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1) \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right) \right]. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Тогда в соответствии с формулой (16) комплексный скалярный магнитный потенциал всей обмотки статора будет равен

$$\begin{aligned}
 w_{\text{статор}}(x, y) = & [w_{\cos}(x, y) + w_{\sin}(x, y)] = \\
 = & -\frac{\sqrt{2\tilde{m}}}{\pi} \frac{w}{p} I \left( \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin \alpha x \text{ch}(\alpha y) + j \cos \alpha x \text{sh}(\alpha y)]}{\text{sh}(\alpha\delta)} - \right. \\
 & \left. - \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos \alpha x \text{ch}(\alpha y) - j \sin \alpha x \text{sh}(\alpha y)]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
 & \left. + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1) \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \right. \\
 & \left. - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1) \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \right). \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha \delta} + \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha \delta} + \\
 & - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha \delta} \Big).
 \end{aligned}$$

Этой формуле можно придать более компактный вид:

$$\begin{aligned}
 w_{\text{статор}}(z) &= [w_{\cos}(z) + w_{\sin}(z)] = \\
 &= -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}}{\pi} \frac{w}{p} I \left( \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin \alpha z]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} - \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos \alpha z]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} + \right. \\
 &+ \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1) \operatorname{sh}((2\tilde{m}k-1)\alpha \delta)} + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha \delta} + \\
 &+ \left. \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha \delta} - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha \delta} \right). \quad (20)
 \end{aligned}$$

На рис. 2 показаны составляющие скалярного магнитного потенциала обмотки статора на наружной поверхности магнитов рассматриваемого макета беспазового вентильного двигателя, рассчитанные по формуле (20) для момента времени  $t = 0$ . Кривые 1 и 3 соответствуют поверхности статора ( $y = \delta$ ), кривые 2 и 4 – поверхности магнитов ( $y = h_m$ ).

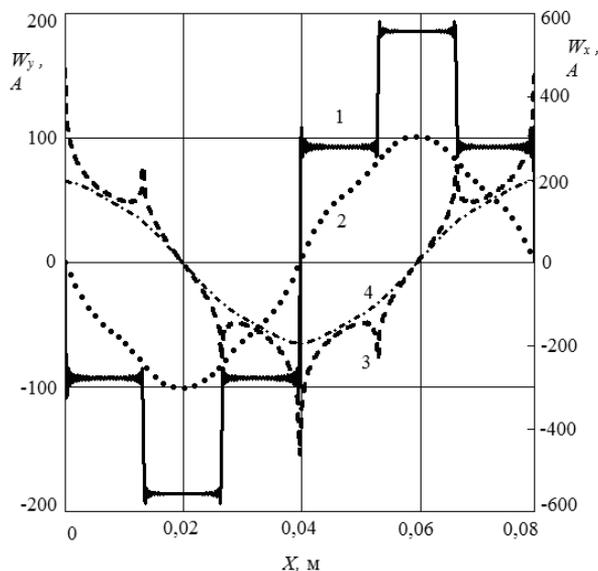


Рис. 2. Составляющие скалярного магнитного потенциала по осям  $x$  (кривые 3 и 4) и  $y$  (кривые 1 и 2), вызванные МДС обмотки статора

Видим, что кривая 1 является классической МДС трёхфазной обмотки статора, имеющей  $q = 2$ .

Для комплексно-сопряжённого вектора магнитной индукции, вызванной током обмотки статора, в соответствии с формулой (20) будет справедливо

$$\begin{aligned}
 B^*(z) = j\mu_0 \frac{d w_{\text{статор}}(z)}{dz} = -j \frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha}{\pi} \frac{w}{p} I \times \\
 \times \left( \sin(\omega t) \frac{k_{w1}[\cos\alpha z]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \cos(\omega t) \frac{k_{w1}[\sin\alpha z]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
 \left. + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \right. \\
 \left. + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}[\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}[\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \right). \quad (21)
 \end{aligned}$$

Выделяя в этой формуле вещественные и мнимые части, получим выражения для составляющих магнитной индукции по осям  $x$  и  $y$ , вызванной током обмотки статора

$$\begin{aligned}
 B_{cx}(x, y, t) = -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha}{\pi} \frac{w}{p} I \left( \sin(\omega t) \frac{k_{w1}[\sin\alpha x \text{sh}\alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} - \cos(\omega t) \frac{k_{w1}[\cos\alpha x \text{sh}\alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
 \left. + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \right. \\
 \left. + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \right. \\
 \left. + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}[\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} - \right. \\
 \left. - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}[\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \right), \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{cy}(x, y, t) = \frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha}{\pi} \frac{w}{p} I \left( \sin(\omega t) \frac{k_{w1}[\cos\alpha x \text{ch}\alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \cos(\omega t) \frac{k_{w1}[\sin\alpha x \text{ch}\alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
 \left. + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} - \right. \\
 \left. - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \right. \\
 \left. + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}[\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \right. \\
 \left. + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}[\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \right). \quad (23)
 \end{aligned}$$

На рис. 3 показаны составляющие магнитной индукции на поверхности магнитов рассматриваемого беспазового вентильного двигателя, вычисленные по формулам (22), (23) для момента времени  $t = 0$ .

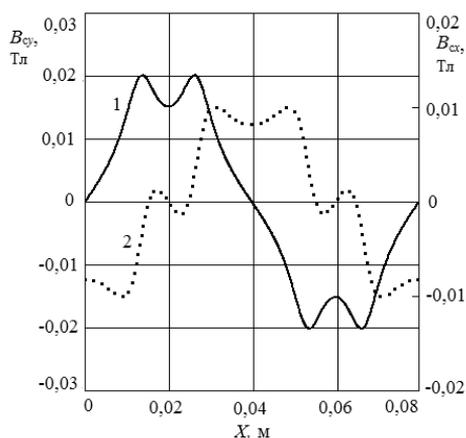


Рис. 3. Составляющие магнитной индукции по осям  $x$  (кривая 2) и  $y$  (кривая 1) на поверхности магнитов ( $y = h_m$ ), вызванные током обмотки статора

**Электромагнитный момент.** Определим результирующие составляющие магнитной индукции на поверхности магнитов при сдвиге полей статора и ротора на половину полюсного деления ( $\vartheta = \tau/2$ )

$$B_x(x, h_m, t, \tau/2) = B_{px}(x, h_m, \tau/2) + B_{cx}(x, h_m, t), \quad (24)$$

$$B_y(x, h_m, t, \tau/2) = B_{py}(x, h_m, \tau/2) + B_{cy}(x, h_m, t). \quad (25)$$

На рис. 4 по этим формулам построены составляющие по осям  $x$  (кривая 2) и  $y$  (кривая 1) результирующей магнитной индукции на поверхности магнитов беспазового вентильного двигателя для времени  $t = 0$ .

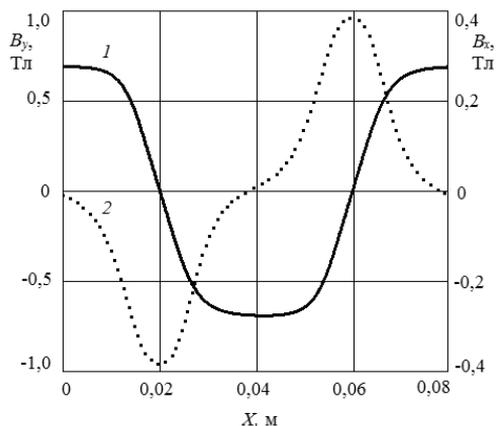


Рис. 4. Составляющие по осям  $x$  (кривая 2) и  $y$  (кривая 1) результирующей магнитной индукции в воздушном зазоре на поверхности магнитов

Тогда электромагнитный момент найдётся по формуле метода натяжений [5]

$$M(t) = \frac{pID}{2\mu_0} \int_0^{2\tau} B_y(x, h_m, t, \tau/2) B_x(x, h_m, t, \tau/2) dx, \quad (26)$$

где  $p$  – число пар полюсов;  $l, D$  – активная длина статора и диаметр наружной поверхности магнитов ротора, соответственно.

Это будет значение момента, соответствующее сдвигу основных гармоник МДС статора и ротора на половину полюсного деления.

Возможен другой способ нахождения электромагнитного момента через среднее значение за период изменения электромагнитной мощности.

Мгновенные значения ЭДС фазы обмотки статора с  $q = 2$ , наведенной результирующим потоком магнитной индукции в воздушном зазоре по оси  $y$ , и электромагнитного момента с учётом формулы (15) будут равны

$$e(t) = -\frac{d\Psi(t)}{dt} = -2plw_k \frac{d}{dt} \left( \int_{x(t)}^{x(t)+y} B_y[x(t), h_m, \tau/2] dx + \int_{x(t)+t_z}^{x(t)+y+t_z} B_y[x(t), h_m, \tau/2] dx \right) =$$

$$= -2plw_k \left( \int_{x(t)}^{x(t)+y} \frac{\partial B_y[x(t), h_m, \tau/2]}{\partial t} dx + \int_{x(t)+y}^{x(t)+y+t_z} \frac{\partial B_y[x(t), h_m, \tau/2]}{\partial t} dx \right) - \quad (27)$$

$$- 2pw_k l \frac{\omega}{\alpha} (B_y[(x(t)+y), h_m, \tau/2] - B_y[x(t), h_m, \tau/2] +$$

$$+ B_y[(x(t)+y+t_z), h_m, \tau/2] - B_y[(x(t)+y), h_m, \tau/2]),$$

$$M(t) = \frac{1}{\Omega} \sum_{j=1}^{\tilde{m}} e \left[ t - \frac{(j-1)T}{\tilde{m}} \right] i \left[ t - \frac{(j-1)T}{\tilde{m}} \right], \quad (28)$$

где  $y \leq \tau$  – шаг катушек обмотки статора;  $t_z$  – зубцовый шаг;  $w_k$  – число витков в катушке;  $T$  – период переменного тока.

Тогда для средних значений электромагнитной мощности и момента будет справедливо

$$P_{cp} = \frac{\tilde{m}}{T} \int_0^T e(t)i(t)dt; \quad M_{cp} = P_{cp}/\Omega, \quad (29)$$

где  $i(t) = \sqrt{2}I \cos \omega t$  – ток статора, мгновенное значение которого является основной гармоникой благодаря ШИМ-модуляции преобразователя частоты, а его фаза с помощью резольвера будет совпадать с фазой основной гармоники ЭДС холостого хода  $e_0(t)$ .

Для рассматриваемого беспазового вентильного двигателя значения электромагнитного момента для номинального тока  $I = 4,4$  А, подсчитанные с помощью математической программы Mathcad 15 по формуле (26) для времени  $t = 0$  и формуле (29), оказались, соответственно, равными 6,5 и 6,95 Нм.

На рис. 5 показаны мгновенные значения электромагнитного момента и результирующей ЭДС вентильного двигателя, построенные по формулам (28), (27).

Видим, что амплитуда переменной составляющей электромагнитного момента равна

$$\Delta M = \frac{6,99 - 6,91}{2 \cdot 6,95} 100 = 0,58\%.$$

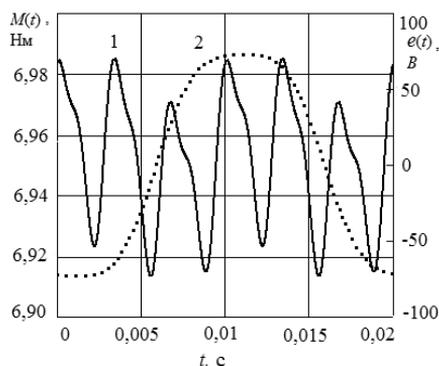


Рис. 5. Электромагнитный момент (кривая 1) и результирующая ЭДС обмотки статора (кривая 2)

**Выводы.** 1. Комплексные периодические потенциальные функции являются математической основой для аналитического решения задачи Дирихле в немагнитном зазоре в виде бесконечной горизонтальной полосы с границами из двух параллельных прямых.

2. Мнимые составляющие комплексных потенциальных функций на границах указанной полосы, представленные тригонометрическими рядами Фурье, являются известными скалярными магнитными потенциалами источников магнитного поля – обмотки статора и постоянных магнитов ротора.

3. Сравнительно большая ширина рассматриваемой полосы из-за наличия в ней постоянных магнитов вызывает двухмерный характер магнитного поля в полосе.

4. При беспазовом исполнении обмотки статора амплитуда переменной составляющей электромагнитного момента составляет менее одного процента.

#### Литература

1. Афанасьев А.А. Расчёт магнитного поля магнитоэлектрических машин на основе комплексной потенциальной функции // Электричество. 2014. № 1. С. 41–47.
2. Афанасьев А.А. Математическая модель постоянного магнита в воздушном зазоре электрической машины // Электричество. 2013. № 10. С. 42–47.
3. Домбровский В.В. Справочное пособие по расчёту электромагнитного поля в электрических машинах. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1983. 256 с.
4. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В. Применение конформного преобразования в электромагнитных расчётах электрических машин. Аналитические методы. М.: Типография МЭИ, 1980. 85 с.
5. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. М.: Высш. шк., 1989. 312 с.
6. Сергеев П.С. Электрические машины. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962. 280 с.

---

**АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

**НГУЕН КОНГ ТАМ** – аспирант кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (nguyencong tam06@gmail.com).

**НЕСТЕРИН ВАЛЕРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики и технологии электротехнического производства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (v.nstrn@mail.ru).

---

**A. AFANASYEV, NGUYEN CONG TAM, V. NESTERIN**  
**FIELD ANALYTICAL MODEL**  
**OF SLOTTLESS MAGNETOELECTRIC VALVE ENGINE**

**Key words:** *non-magnetic gap, periodic complex, potential functions.*

*Basic and additional phenomena of the magnetolectric valve engine can be seen in the non-magnetic gap, which should also include a layer of high-energy magnet. Complex periodic potential functions are mathematical basis for the analytical solutions of the Dirichlet problem in a non-magnetic gap in the form of infinite horizontal stripes with a border of two parallel lines. Imaginary components of complex potential functions at the boundaries of a specified band, represented by the trigonometric Fourier series, are known scalar magnetic potential of the magnetic field of the stator winding and permanent magnets of the rotor. Due to constant magnets, comparatively large width of the band causes two dimensional character of the magnetic field in it.*

References

1. Afanasyev A.A. *Raschet magnitnogo polya magnitoelektricheskikh mashin na osnove kompleksnoi potentsial'noi funktsii* [Calculation of magnetic field of magnetolectric machines on the basis of the complex potential function]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2014, no. 1, pp. 41–47.
2. Afanasyev A.A. *Matematicheskaya model' postoyannogo magnita v vozdushnom zazore elektricheskoi mashiny* [Mathematical model of permanent magnet in the air gap of electrical machines]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2013, no. 10, pp. 42–47.
3. Dombrovskii V.V. *Spravochnoe posobie po raschetu elektromagnitnogo polya v elektricheskikh mashinakh* [Handbook on the calculation of the electromagnetic field in electric machines]. Leningrad. Energoatomizdat Publ., 1983, 256 p.
4. Ivanov-Smolenskii A.V., Abramkin Yu.V. *Primenenie konformnogo preobrazovaniya v elektromagnitnykh raschetakh elektricheskikh mashin. Analiticheskie metody* [Application of conformal conversion in the electromagnetic calculations of electric machines. Analytical methods]. Moscow, MEI Publ., 1980, 85 p.
5. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovanie energii v elektricheskikh mashinakh* [Electromagnetic forces and energy conversion in electric machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1989, 312 p.
6. Sergeev P.S. *Elektricheskie mashiny* [Electric machine]. Moscow, Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1962, 280 p.

---

**AFANASYEV ALEXANDER – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Management and Computer Science in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.**

**NGUYEN CONG TAM – Post-Graduate Student, Department of Management and Computer Science in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.**

**NESTERIN VALERI – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electromechanic and Electrotechnology Production Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.**

---

**Ссылка на статью:** *Афанасьев А.А., Нгуен Конг Там, Нестерин В.А. Полевая аналитическая модель беспазового магнитоэлектрического вентильного двигателя // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 26–36.*

УДК 537.52:534.86

ББК В333:387

В.В. АФАНАСЬЕВ, А.И. КИТАЕВ,  
В.Н. ОРЛОВ, В.А. ТАРАСОВ**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
МОДУЛИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЯДОВ**

*Ключевые слова:* модулированные разряды, мощность дуги, излучение звуковых колебаний, диаграмма направленности, электроакустические характеристики разрядов, модель излучателя звука, внутрикамерное возмущающее устройство.

*Исследованы электроакустические характеристики модулированных в звуковом диапазоне дуговых электрических разрядов в открытом пространстве. Получены диаграммы направленности и амплитудно-частотные характеристики излучения звуковых колебаний. Установлена нелинейная зависимость уровня звуковых колебаний от мощности рассеиваемой электрической энергии. Показана возможность использования модулированных электрических разрядов в качестве внутрикамерного возмущающего устройства.*

Рабочий процесс в высокофорсированных камерах сгорания летательных аппаратов и различных энергоустановок, предназначенных для сжигания твердых, жидких и газообразных топлив, часто сопровождается самопроизвольным возникновением автоколебательных режимов горения, которые, как правило, вызывают большие колебания скорости термохимических реакций, тепловыделения, давления и вибрации самой камеры сгорания. Неустойчивый режим горения в камерах сгорания может привести к нарушению нормального режима ее функционирования, а иногда и к разрушению. Однако контролируемые в определенных интервалах колебания давления могут повысить эффективность работы камеры сгорания за счет активного перемешивания горючего и окислителя с активными радикалами продуктов реакции, что позволяет создавать высокоэффективные компактные установки. Поэтому разработка, изготовление, доводка и совершенствование рабочего процесса любой высокоэффективной камеры сгорания современных энергетических установок во многом определяются состоянием исследований механизмов возникновения неустойчивого режима горения, его диагностики и управления.

Исследованию механизмов возникновения автоколебательного режима горения посвящено много работ. Они, например, рассмотрены в работах [2, 4–7]. В настоящее время установлено, что самопроизвольное возникновение и поддержание автоколебательного режима горения обусловлены взаимодействием периодических колебаний давления в камере сгорания с процессом горения. При этом в соответствии с критерием Рэлея для возникновения и развития неустойчивого режима горения на одной из резонансных частот камеры сгорания работа, совершаемая зоной горения, должна быть положительной, т.е. должен выполняться определенный фазовый сдвиг между колебаниями давления и скорости тепловыделения. Согласованное изменение скорости тепловыделения с колебаниями давления в камере сгорания может осуществляться самыми разными способами. Например, за счет чувствительности к колебаниям давления изменения скорости распыливания и смесеобразования, расхода подачи горю-

чего и окислителя, скорости горения, интенсивности турбулентного вихреобразования в сдвиговых слоях и т.д.

Из-за многообразия механизмов обратной связи в появлении автоколебательного процесса горения до сих пор нет единого представления о причинах возникновения и усиления колебаний давления вплоть до разрушения самой камеры сгорания, несмотря на то, что вопросы устойчивости процессов горения постоянно находятся в центре внимания исследователей при разработке и доводке любой высокофорсированной камеры сгорания. Поэтому при разработке и доводке высокофорсированных энергетических установок важную роль имеет диагностика устойчивости и надежности процесса горения, начиная с подачи горючего и окислителя в камеру сгорания и вплоть до истечения выхлопных газов.

В настоящее время широко распространенным способом диагностики устойчивости режима горения является способ искусственного инициирования колебаний давления в работающей камере сгорания и наблюдения за дальнейшим развитием колебаний давления. Если они затухают до исходного состояния, то считается, что камера сгорания динамически устойчива к данным возмущениям. Методы диагностики устойчивости горения можно условно разделить по типу возмущений на импульсные и гармонические. Наибольшее распространение нашли импульсные возмущающие устройства на основе направленного взрыва навески взрывчатого вещества внутри камеры сгорания или вне камеры сгорания через связывающий канал с камерой сгорания, а также с направленным вдувом инертного газа [6]. Навеска взрывчатого вещества создает возмущение скорости и давления, а поток газа – возмущения скорости.

В работе [6] отмечается, что для наилучшей оценки надежности и устойчивости процесса горения желательно, чтобы все резонансные частоты камеры сгорания могли быть возбуждены последовательно для получения колебаний давления конечной амплитуды, например, за счет гармонических возмущений. Это дает возможность определять способность системы возвращаться в исходное состояние за счет последовательного устранения отдельных возмущающих факторов, что не позволяют сделать импульсные возмущающие устройства со сложным спектром колебаний давления.

Однако способ оценки устойчивости горения за счет синусоидальных возмущений практически не нашел применения из-за их отсутствия. Предпринимались попытки использования сирен и электропневматических излучателей [6], которые имеют ограничения по частоте и сильно влияют на акустические свойства газа и газодинамику горения в камере сгорания за счет разбавления рабочим газом сирены или электропневматического излучателя. Электродинамики могут быть использованы только лишь для диагностики акустических свойств холодных камер сгорания, т.е. без горения [6, 11].

С учетом того, что пламена углеводородных топлив служат источником заряженных частиц ионов и электронов, одним из перспективных методов воздействия на зону горения являются генераторы акустических колебаний на основе модулированных электрических разрядов. Воздействуя модулированным разрядом, можно интенсифицировать турбулентное перемешивание в

пламени [2], вызывать генерацию звуковых волн [9], диагностировать и управлять устойчивостью горения в камерах сгорания [1, 6, 10].

Настоящая статья посвящена исследованию электроакустических характеристик модулированных в звуковом диапазоне электрических разрядов в плазме пламени, предназначенных для диагностики устойчивости горения в модельных камерах сгорания энергетических установок.

Амплитудно-модулированный по напряжению электрический разряд происходил между двумя электродами, помещенными в продукты сгорания пропано-кислородной смеси. С целью улучшения условий пробы при больших глубинах модуляции на низких частотах в зону горения вводили легкоионизируемую присадку КОН. В сосуде между поверхностью водного раствора КОН и электродом над ней происходил искровой разряд с образованием мелкодисперсных частичек раствора, которые затем переносились окислителем в зону горения с последующей дополнительной ионизацией.

Проводились также исследования электроакустических характеристик дуги переменного тока от низкочастотного усилителя проводного вещания мощностью 15 кВт на фоне постоянно горящей дежурной дуги от источника постоянного тока.

В качестве источника питания для создания модулированных высокочастотных разрядов (ВЧД-разряд) применялись высокочастотные усилители, собранные на базе высокочастотных генераторов с несущими частотами 440 кГц и 2,67 МГц с мощностями 25 и 0,3 кВт, соответственно. Сигнал задающего генератора модулировался с помощью звукового генератора, а затем через промежуточный усилитель поступал на входной каскад усилителя, собранного на базе промышленной индукционной печи ВЧГ-1-25 с несущей частотой 440 кГц и колебательной мощностью до 25 кВт. Глубина модуляции задающего генератора и его частота контролировались с помощью осциллографа и частотомера. Мощность электрического разряда определялась измерением тока, напряжения и разности фаз между ними. Проводился также визуальный контроль формы тока, напряжения и разности фаз между ними с помощью электронного осциллографа.

Измерения основных параметров звуковых колебаний проводились в звукопоглощающей камере кубической формы ( $5,3 \times 5,3 \times 5,3 \text{ м}^3$ ) с помощью акустического стенда фирмы «Роботрон», позволяющего синхронизировать частоту задающего генератора с анализатором спектра и самописцем. Микрофон шумомера располагался на расстоянии 1 м от излучателя.

На рис. 1 представлены типичные амплитудно-частотные характеристики излучения звуковых колебаний модулированным ВЧД-разрядом при различных мощностях разряда. Видно, что на участке до 3 кГц зависимость линейно возрастает, а затем в диапазоне до 20 кГц она практически не изменяется. Это можно объяснить размерами излучателя и изменением активной и реактивной составляющих сопротивления излучения. С учетом того, что в экспериментах расстояние между электродами не превышало 6 см, в качестве модели излучателя в нашем случае можно принять пульсирующий шар с центром между электродами (рис. 2).

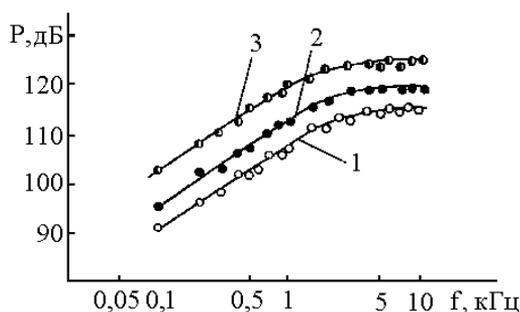


Рис. 1. Амплитудно-частотная характеристика излучателя звука при различной мощности ВЧД-разряда, кВт: 1 – 0,5; 2 – 1,5; 3 – 5

Излучение звуковых колебаний в этом случае определяется изменением активного сопротивления [3]:

$$R_{\text{акт}} = \rho c s \frac{(2\pi r / \lambda)^2}{1 + (2\pi r / \lambda)^2},$$

где  $\rho c$  – акустическое сопротивление среды;  $r = l/2$  – радиус шара;  $l$  – расстояние между электродами;  $s$  – площадь шара;  $\lambda$  – длина волны звуковых колебаний.

Реактивное сопротивление имеет следующий вид:

$$R_{\text{реакт}} = \rho c s \frac{2\pi r / \lambda}{1 + (2\pi r / \lambda)^2}.$$

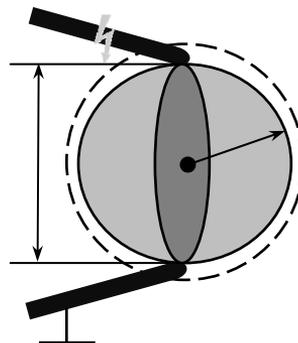
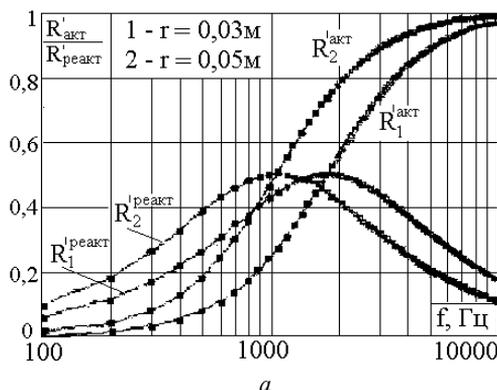


Рис. 2. Модель пульсирующего шарового излучателя звука (а) и изменение его активной и реактивной составляющих сопротивления излучения в зависимости от частоты модуляции при различных расстояниях между электродами (б)

При этом согласно [3], условия излучения звуковых колебаний наиболее оптимальны в случае, когда  $R_{\text{акт}} > R_{\text{реакт}}$ . Из приведенных соотношений для активного и реактивного сопротивлений можно увидеть, что это выполняется при  $2\pi r / \lambda > 1$ .

Поскольку эксперименты проводились в открытом пространстве, можно принять  $\rho c = \text{const}$ . Тогда, если полагать в первом приближении  $s = \text{const}$ , с учетом  $\lambda = c/f$  можно построить графики изменения

$$R'_{\text{акт}} = \frac{R_{\text{акт}}}{\rho c s} = \frac{(2\pi r f / c)^2}{1 + (2\pi r f / c)^2} \quad \text{и} \quad R'_{\text{реакт}} = \frac{R_{\text{реакт}}}{\rho c s} = \frac{2\pi r f / c}{1 + (2\pi r f / c)^2}$$

в зависимости от частоты модуляции  $f$  электрического разряда (рис. 2, б). Из рис. 2 видно, что изменение активного сопротивления в зависимости от частоты модуляции хорошо согласуется с амплитудно-частотной характеристикой разряда, приведенной на рис. 1. Отсюда следует, что пульсирующий шар

может быть принят в качестве модели излучателя звуковых колебаний модулированным электрическим разрядом. Ниспадающий характер изменения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) на низких частотах также хорошо объясняется тем, что до частот порядка 1-1,2 кГц  $R'_{реакт} > R'_{акт}$ .

Диаграмма направленности излучения звука на различных частотах модуляции приведена на рис. 3. Она построена с учетом цилиндрической симметрии разряда в пределах 180°. Видно, что на низких частотах порядка 0,2-0,3 кГц она имеет сферическую форму, которая объясняется тем, что в этом случае характерные размеры излучателя (межэлектродное расстояние) намного меньше длины волны звука и источник излучения можно представить в виде точки. С повышением частоты модуляции сферическая симметрия акустического поля разряда нарушается и начинает деформироваться с минимумом излучения звуковых колебаний по оси разряда.

Электроакустические характеристики дуги переменного тока от низкочастотного усилителя на фоне постоянно горящей дуги приведены на рис. 4. На рис. 4 приведены зависимости уровня звукового давления  $P$ , тока  $I$  и напряжения  $U$  на электродах, мощности дуги  $W$  и сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением от частоты на входе усилителя. Видно, что в диапазоне частот 0,1-2 кГц напряжение между электродами остается на уровне 55 В, а затем из-за трансформаторного выхода усилителя постепенно уменьшается и составляет порядка 35 В на предельной частоте усилителя 10 кГц. Амплитудно-частотная характеристика излучения звуковых колебаний, как и в случае ВЧД-разряда (рис. 1), возрастает до частот порядка 4 кГц, а затем практически не изменяется. Ток в дуге возрастает с 40 до 60 А при увеличении частоты от 0,1 до 10 кГц, а сдвиг фаз между  $I$  и  $U$  до 3 кГц остается на уровне 15 из-за 20° и далее постепенно возрастает до 45° на предельной частоте усилителя 10 кГц. Последнее наглядно подтверждается динамическими вольт-амперными характеристиками переменной дуги на разных частотах (рис. 4). Видно, что на низких частотах сдвиг фаз незначителен, а на высоких частотах  $\varphi$  увеличивается.

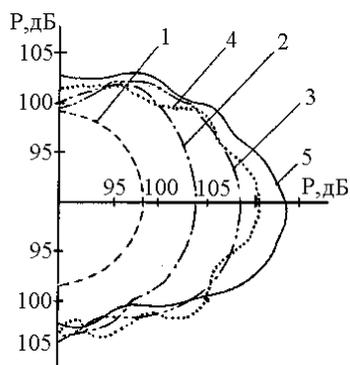


Рис. 3. Диаграмма направленности излучателя звука при различных частотах модуляции: 1 – 0,25 кГц; 2 – 0,5 кГц; 3 – 1 кГц; 4 – 4 кГц; 5 – 8 кГц

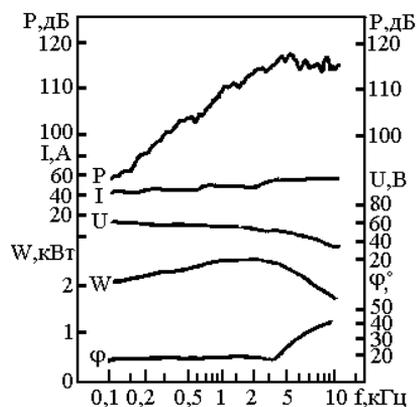


Рис. 4. Зависимость электроакустических характеристик дуги переменного тока от частоты модуляции

Сдвиг фаз между  $I$  и  $U$  можно оценить согласно уравнению [8]

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L I_M}{I_M (r + R_a) + 4U_0},$$

где  $L$  – индуктивность цепи;  $R$  – активное сопротивление дуги;  $r$  – активное сопротивление в цепи (балластное сопротивление);  $U_0$  – напряжение между электродами;  $I_M$  – максимальное значение тока в дуге.

Оценка  $\varphi$  при частоте переменного тока 1 кГц дает  $9^\circ$  и около  $50^\circ$  на частоте 10 кГц, что удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными (рис. 4 и 5).

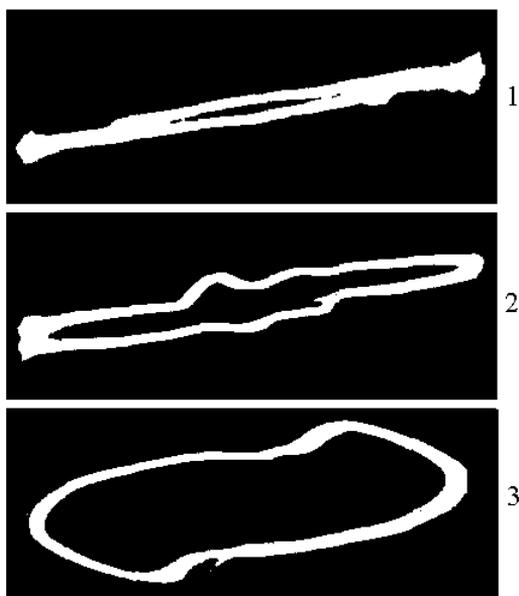


Рис. 5. Динамические вольт-амперные характеристики электрической дуги переменного тока при различных частотах  $f$ , кГц:  
1 – 1; 2 – 2,5; 3 – 10

Эксперименты по измерению уровня звукового давления при фиксированной частоте модуляции от мощности электрической энергии, рассеиваемой в межэлектродном промежутке, показали, что до 1 кВт уровень звукового давления растет линейно, а затем рост замедляется и практически выходит на насыщение при мощностях свыше 7 кВт. Это можно объяснить тепловой инерционностью открытой дуги, т.е. при увеличении мощности электрической энергии межэлектродный промежуток сильно разогревается и не успевает охладиться при минимуме тока. Последнее сопровождается уменьшением роста переменной составляющей тепловыделения и температуры дугового разряда за период изменения тока и, как следствие, уменьшением роста интенсивности звуковых колебаний, что подтверждается фрагментом скоростной съемки модулированного ВЧД – разряда между электродами 1 и 2

(рис. 6). Видно, что при мощностях порядка 1,5 кВт (рис. 6, *a*) разряд характеризуется цилиндрической симметрией и при минимуме тока его свечение прекращается, что свидетельствует о значительном охлаждении и деионизации межэлектродного промежутка за период модуляции.

При мощностях порядка 5 кВт из-за взаимодействия тока дуги с собственным магнитным полем симметрия разряда нарушается, и свечение межэлектродного промежутка при прочих равных условиях сохраняется также при минимуме тока.

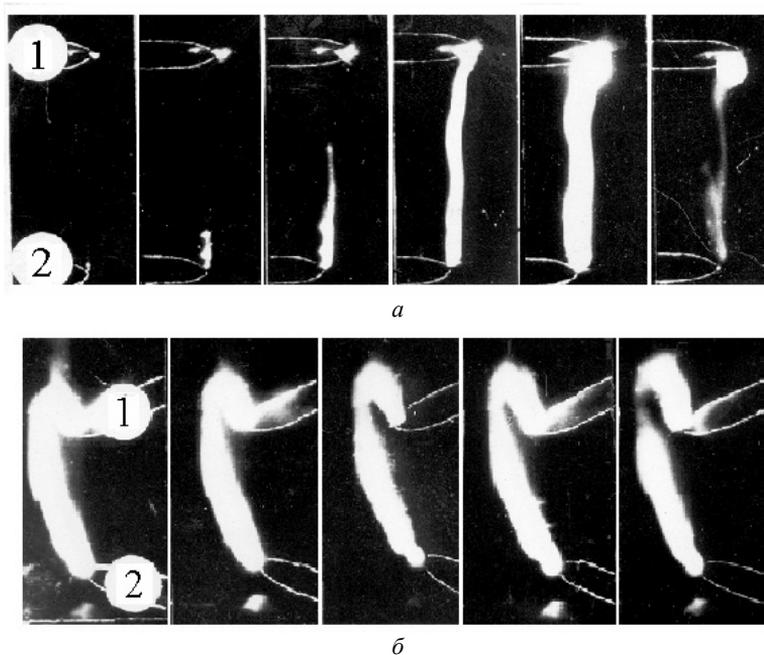


Рис. 6. Фрагменты скоростной съемки модулированного разряда при  $f = 260$  Гц и мощности электрической энергии  $P$ , кВт: *a* – 1,5; *б* – 5

Приведенные фрагменты съемок свидетельствуют о том, что с увеличением мощности разряда начинает сказываться тепловая инерционность и, как следствие, уменьшается эффективность излучения звуковых колебаний.

Специальные эксперименты по уменьшению тепловой инерционности за счет обдува межэлектродного промежутка модулированного ВЧД-разряда мощностью 300 Вт дополнительным потоком воздуха показали, что за счет турбулизации (рис. 7) и улучшения условий теплообмена с окружающей средой происходит повышение эффективности излучения звуковых колебаний. Причем уровень звукового давления до скоростей обдува потоком воздуха 15-20 м/с в зависимости от частоты модуляции возрастает до 10 дБ и при дальнейшем увеличении скорости не изменяется. При этом повышение скорости обдува свыше 30 м/с приводило к погасанию дуги из-за ее срыва с электродов. Данный прием широко используется для восстановления диэлектрической прочности в высоковольтных выключателях.

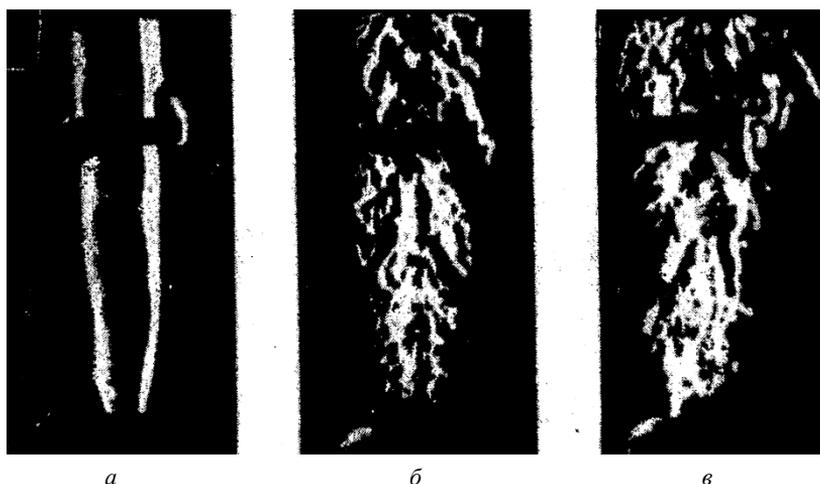


Рис. 7. Фрагменты теневой съемки модулированного разряда при различных скоростях обдува продольным потоком воздуха: а – 0 м/с; б – 2 м/с; в – 3 м/с

Таким образом, результаты исследований показывают, что излучение звука модулированными дуговыми разрядами в открытом пространстве, как, впрочем, любого колеблющегося тела, происходит за счет пульсации поверхности высоконагретой плазмы вследствие переменного джоулева тепловыделения, которая, в свою очередь, адиабатически расширяясь и охлаждаясь, создает периодические возмущения окружающей среды (воздуха). При этом из-за наличия сопротивления среды возмущения распространяются не мгновенно, а со скоростью звука. С учетом превышения температурой разряда электрической дуги температуры горения в современных камерах сгорания энергетических установок более чем на  $2000^{\circ}\text{C}$  излучатели звука на основе модулированных дуговых электрических разрядов могут быть использованы в качестве внутрикамерного возмущающего устройства для диагностики устойчивости горения.

#### Литература

1. Афанасьев В.В. Активное управление устойчивостью горения электрическим разрядом // Физика горения и взрыва. 1999. № 3. С. 43–51.
2. Афанасьев В.В., Кидин Н.И. Диагностика и управление устойчивостью горения в камерах сгорания энергетических установок. М.: Физматлит, 2008. 176 с.
3. Красильников В.А. Звуковые и ультразвуковые волны. М.: Физматгиз, 1960. 575 с.
4. Крокко Л., Чжен Синь-и. Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях: пер. с англ. М.: ИЛЛ, 1958. 351 с.
5. Нестационарное распространение пламени: пер. с англ. / под ред. Дж. Маркштейна. М.: Мир, 1968. 437 с.
6. Неустойчивость горения в ЖРД / под ред. Д.Г. Хоррье, Д.Г. Рирдона. М.: Мир, 1975. 869 с.
7. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: ГИФМЛ, 1961. 500 с.
8. Теория термической электродуговой плазмы / под ред. М.Р. Жукова, А.С. Коротеева. Новосибирск: Наука, 1987. С. 45–48.

9. Экспериментальное исследование измерения акустических волн модулированным ВЧ-плазмотроном / В.В. Афанасьев, Р.А. Гафуров, А.И. Китаев и др. // Физика горения и методы ее исследования. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1983. С. 72–76.

10. Afanas'ev V.V. Active control of Combustion stability by Means of an Electrical Discharge. *Combustion Explosion, and Shock Waves*, 1999, vol. 35, no. 3, pp. 252–260.

11. Lepicovsky J., Ahuja K.K., Brown W.H., Norris P.J. Acoustic Control of Free Jet Mixing. *Journal of Propulsion and Power*, 1986, vol. 2, no. 4, pp. 323–330.

---

**АФАНАСЬЕВ ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (avvteo@mail.ru).

**КИТАЕВ АЛЕКСАНДР ИВАНОВИЧ** – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой общей и теоретической физики, Чувашский государственный педагогический университет, Россия, Чебоксары (fiz.chgru@yandex.ru).

**ОРЛОВ ВИКТОР НИКОЛАЕВИЧ** – кандидат физико-математических наук, профессор кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (orlov.vick@yandex.ru).

**ТАРАСОВ ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (tarwol@yandex.ru).

---

#### V. AFANASYEV, A. KITAEV, V. ORLOV, V. TARASOV ELECTROACOUSTIC CHARACTERISTICS OF MODULATED ELECTRIC DISCHARGES

**Key words:** modulated discharges, arc power, sound vibrations radiation, acoustic pattern, electroacoustic characteristics of charges, sound radiator model, intrachamber disturbing unit.

*Electroacoustic characteristics modulated over the sound range of arc electric discharges in open space are studied. Acoustic pattern and amplitude-frequency characteristics of sound vibrations radiation are obtained. Nonlinear dependence of sound vibrations level on power of scattering electric energy is found. Possibility to use modulated electric discharges as an intrachamber disturbing unit is demonstrated.*

#### References

1. Afanasyev V.V. *Aktivnoe upravlenie ustoichivost'yu gorenija elektricheskim razryadom* [Active control of combustion stability of the electric discharge]. *Fizika gorenija i vzryva* [Physics of combustion and explosion], 1999, no. 3, pp. 43–51.

2. Afanasyev V.V., Kidin N.I. *Diagnostika i upravlenie ustoichivost'yu gorenija v kamerakh sgoranija energeticheskikh ustanovok* [Diagnostics and control of combustion stability in the combustion chambers of power plants]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008, 176 p.

3. Krasilnikov V.A. *Zvukovye i ul'trazvukovye volny* [Acoustic and Ultrasonic Waves]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960, 575 p.

4. Crocco L., Cheng Sin-I. *Theory of Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Motors*. London, Butterworths Scientific Publications; New York, Interscience Publishers Inc., 1956, 200 p. (Russ. ed.: *Teoriya neustoichivosti gorenija v zhidkostnykh raketnykh dvigatelyakh*. Moscow, 1958, 351 p.).

5. Markstein G.H., ed. *Nonsteady flame propagation*. Oxford, Pergamon Press, 1964 (Russ. ed.: *Nestatsionarnoe rasprostranenie plameni*. Moscow, Mir Publ., 1968, 437 c.).

6. Harje D.T., Reardon F.H., eds. *Liquid propellant rocket combustion instability*. Washington, 1972 (Russ. ed.: *Neustoichivost' gorenija v ZhRD*. Moscow, Mir Publ., 1975, 869 p.).

7. Rauschenbach B. V. *Vibratsionnoe gorenje* [Vibrating combustion]. Moscow, 1961, 500 p.

8. Zhukov M.R., Koroteeva A.S., eds. *Teoriya termicheskoi elektrodugovoi plazmy* [Theory of thermal electric arc plasma]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1987, pp. 45–48.

9. Afanasyev V.V., Gafurov R.A., Kitaev A.I. et al. *Eksperimental'noe issledovanie izmereniya akusticheskikh voln modulirovannym VCh-plazmotronom* [Experimental study the measurement of acoustic waves modulated RF plasma system]. *Fizika goreniya i metody ee issledovaniya* [Physics of combustion and methods of its study]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1983, pp. 72–76.

10. Afanas'ev V.V. Active control of Combustion stability by Means of an Electrical Discharge. *Combustion Explosion, and Shock Waves*, 1999, vol. 35, no. 3, pp. 252–260.

11. Lepicovsky J., Ahuja K.K., Brown W.H., Norris P.J. Acoustic Control of Free Jet Mixing. *Journal of Propulsion and Power*, 1986, vol. 2, no. 4, pp. 323–330.

---

**AFANASYEV VLADIMIR – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Heat and Power Plants Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (avvteo@mail.ru).**

**KITAEV ALEKSANDR – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of General and Theoretical Physics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (fiz.chgpu@yandex.ru).**

**ORLOV VICTOR – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor of Thermal Power Plants Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (orlov.vick@yandex.ru).**

**TARASOV VLADIMIR – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Heat and Power Plants Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (tarwol@yandex.ru).**

---

**Ссылка на статью:** *Афанасьев В.В., Китаев А.И., Орлов В.Н., Тарасов В.А.* Исследование электроакустических характеристик модулированных электрических разрядов // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 37–46.

УДК 621.314.5

ББК 31.15

Г.А. БЕЛОВ, А.В. СЕРЕБРЯННИКОВ, Ю.М. СЕМЕНОВ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ  
ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ  
С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ РЕЗОНАНСНЫМ ИНВЕРТОРОМ  
С НЕСИММЕТРИЧНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ  
СИЛОВЫМИ ТРАНЗИСТОРАМИ\***

*Ключевые слова:* преобразователь постоянного напряжения, последовательный резонансный инвертор, режимы работы, управление транзисторами, несимметричное управление, виртуальное моделирование, переходный процесс, установившийся режим, внешние характеристики, КПД.

*В статье описан принцип работы силовой части преобразователя постоянного напряжения (ППН) с последовательным резонансным инвертором в режиме прерывистого тока (РПТ), когда частота переключений меньше резонансной частоты LC-контура. Описаны особенности симметричного и несимметричного управления силовыми транзисторами инвертора, когда формируются двухполярные импульсы тока на половине периода переключений. Предложен алгоритм несимметричного управления транзисторами, представлена схема реализации этого алгоритма на дискретных компонентах в виде виртуальной модели в среде MatLab-Simulink. Приведены результаты моделирования (переходный процесс и установившийся режим, внешние характеристики и другие зависимости), а также результаты сравнения снятых характеристик с теоретическими, построенными по аналитическим соотношениям.*

Интерес к преобразователям постоянного напряжения (ППН) с последовательным резонансным инвертором обусловлен, в частности, тем, что в них легко реализуются переключения полупроводниковых приборов при нулевом значении тока (ПНТ) и нулевом значении напряжения на приборе (ПНН). Это позволяет существенно уменьшить потери мощности на переключения полупроводниковых приборов, реализовать работу ППН на более высоких частотах при высоком КПД. Недостатком таких ППН являются ограниченные возможности регулирования выходного напряжения, что может осуществляться частотным [2, 8], широтным [2] и фазовым [4] методами. Наиболее высокий КПД в подобных преобразователях достигается при работе на границе режимов прерывистого и непрерывного токов в резонансном контуре, в связи с чем предлагается система регулирования со слежением за резонансной частотой контура [7].

По сравнению с ППН с управлением на основе широтно-импульсной модуляции (ШИМ) [5, 6] резонансные ППН имеют низкие электромагнитные помехи, но проектирование таких преобразователей с оптимальными параметрами требует больших усилий и поэтому является сложной задачей.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 15-48-02189-р\_поволжье\_a

В статье предлагается схема реализации алгоритма несимметричного управления силовыми транзисторами инвертора, когда формируются двухполярные импульсы тока на половине периода переключений, в виде виртуальной модели в среде Matlab-Simulink. Приведены результаты моделирования ППН с последовательным резонансным инвертором при прерывистом токе в контуре, когда частота переключений  $f_{п}$  меньше резонансной частоты контура  $f_{к}$ , а также результаты сравнения снятых характеристик с теоретическими, построенными по аналитическим соотношениям.

На рис. 1, *а* представлена силовая часть исследуемой схемы ППН, а на рис. 1, *б* – её вариант, предназначенный для работы на сеть переменного тока. Временные диаграммы, иллюстрирующие работу ППН, представлены на рис. 2.

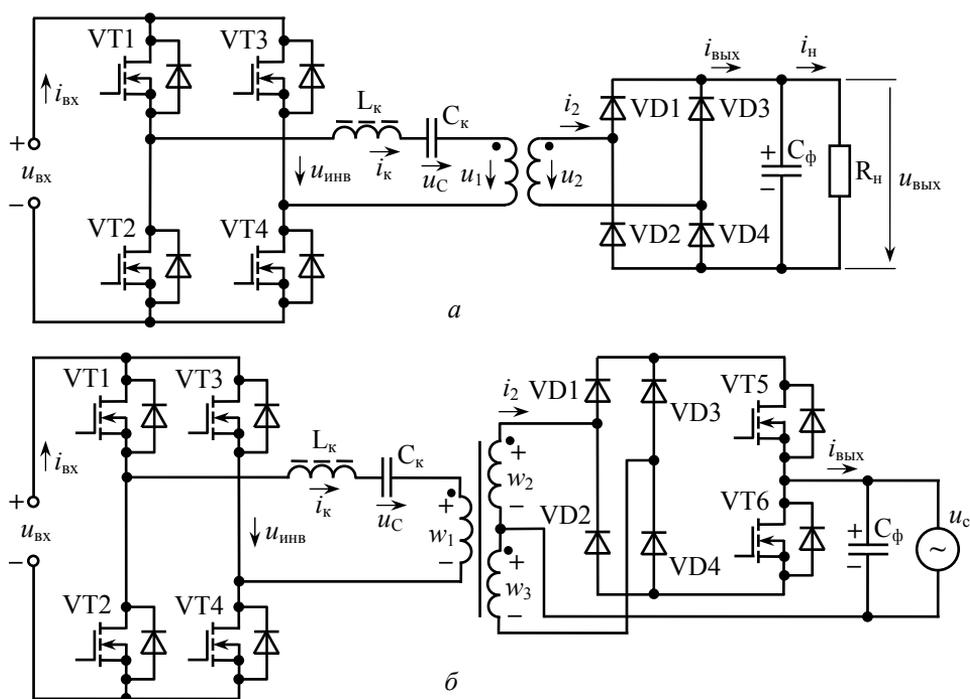


Рис. 1. Схема силовой части исследуемого ППН (*а*); вариант ППН, предназначенный для работы на сеть переменного тока (*б*);  $u_c$  – напряжение сети переменного тока

**Работа преобразователя в режиме прерывистого тока.** Известны следующие режимы работы ППН с последовательным резонансным инвертором при прерывистом токе резонансного контура: 1) режим с однополярными импульсами тока в резонансном контуре на половине периода переключений, который обычно реализуется в схеме без обратных диодов [2]; 2) режим с двухполярными импульсами тока в резонансном контуре на половине периода переключений, который реализуется в схеме с обратными диодами в инверторе при симметричном управлении силовыми транзисторами (рис. 2, *а*)

[2]; 3) режим с двухполярными импульсами тока в резонансном контуре на половине периода переключений, который реализуется в схеме с обратными диодами в инверторе при несимметричном управлении силовыми транзисторами (рис. 2, б) [8].

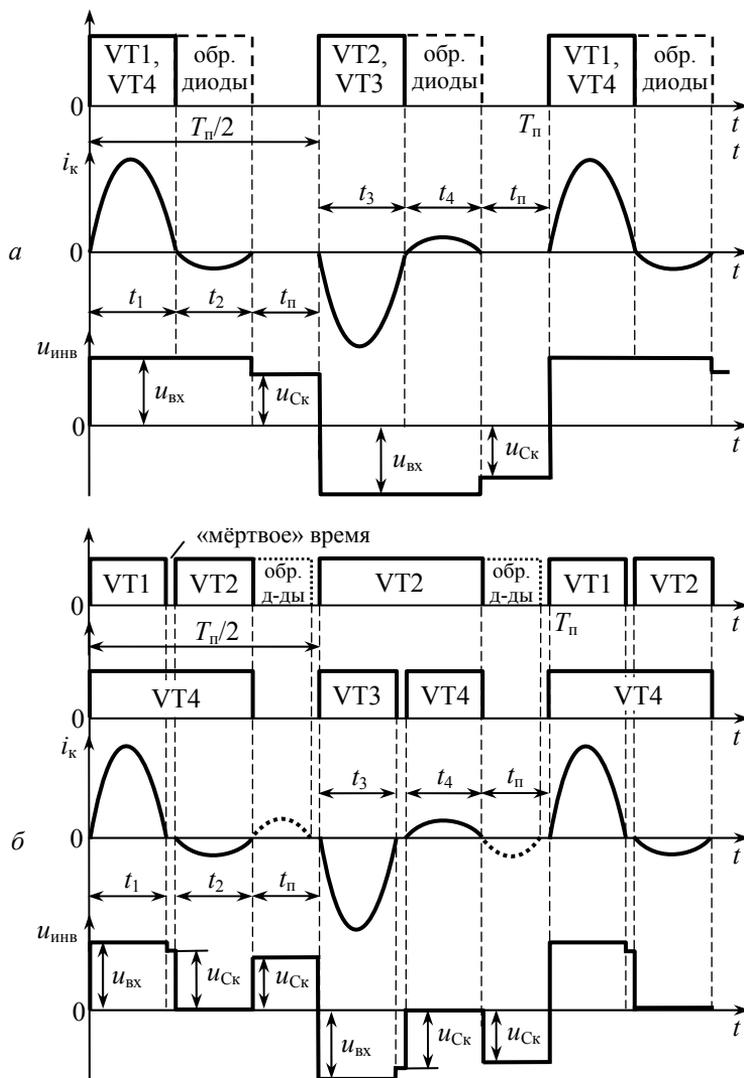


Рис. 2. Временные диаграммы, иллюстрирующие работу преобразователя в установившемся режиме прерывистого тока при симметричном (а) и несимметричном (б) управлении

Кратко рассмотрим работу ППН на рис. 1, а в третьем режиме (при несимметричном управлении). На рис. 3 представлены упрощенные эквивалентные схемы для всех интервалов работы преобразователя в этом режиме. На

схемах введены следующие обозначения:  $C_k$  – ёмкость конденсатора контура;  $L = L_k + L_{s1} + L'_{s2}$  и  $r = r_k + r_1 + r'_2$  – суммарная индуктивность и активное сопротивление последовательного резонансного контура,  $L_k$  и  $r_k$  – индуктивность и активное сопротивление дросселя резонансного контура;  $L_{s1}$  и  $L'_{s2}$  – индуктивность рассеяния первичной обмотки и приведённая к первичной обмотке индуктивность рассеяния вторичной обмотки;  $r_1$  и  $r'_2$  – активное сопротивление первичной обмотки и приведённое к первичной обмотке активное сопротивление вторичной обмотки;  $u'_{\text{ВЫХ}} = u_{\text{ВЫХ}}/n_{\text{ТР}}$  – выходное напряжение ППН, приведённое к первичной обмотке,  $n_{\text{ТР}} = w_2/w_1$  – коэффициент трансформации трансформатора,  $w_1, w_2$  – число витков первичной и вторичной обмоток.

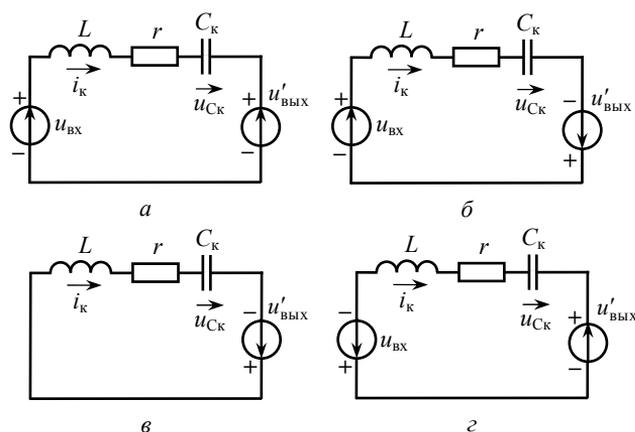


Рис. 3. Упрощенные эквивалентные схемы преобразователя при несимметричном управлении для интервала  $t_1$  (а), мёртвого времени (если открыты обратные диоды) (б), интервала  $t_2$  (в) и паузы (если открыты обратные диоды) (з)

На интервале  $t_1$  (рис. 2) открыты транзисторы VT1, VT4 и диоды выходного выпрямителя VD1, VD4, образуется эквивалентная схема, показанная на рис. 3, а. В конце интервала  $t_1$  транзистор VT1 запирается, транзистор VT4 остаётся открытым. Далее следует «мёртвое время», на котором могут открыться обратные диоды транзисторов VT1, VT4, если в конце интервала  $t_1$  будет выполняться условие  $u_{Ck} > u_{\text{ВХ}} + u'_{\text{ВЫХ}}$ . В этом случае, поскольку ток  $i_k$  в резонансном контуре в конце интервала  $t_1$  меняет направление, пара диодов выходного выпрямителя VD1, VD4 запирается, но отпирается другая пара VD2, VD3, изменяется полярность подключения конденсатора выходного фильтра  $C_\phi$  ко вторичной обмотке трансформатора, поэтому при отпирании обратных диодов становится справедливой эквивалентная схема на рис. 3, б.

В начале интервала  $t_2$  отпирается транзистор VT2, и ток контура замыкается через транзисторы VT2, VT4, минуя источник входного напряжения  $u_{\text{ВХ}}$  (при этом  $i_{\text{ВХ}} = 0$ ). Образуется эквивалентная схема, показанная на рис. 3, в.

После интервала  $t_2$  следует бестоковая пауза, в начале которой могут открыться обратные диоды транзисторов VT2, VT3, если в конце интервала  $t_2$  будет выполняться условие  $|u_{\text{СК}}| > u_{\text{ВХ}} + u'_{\text{ВЫХ}}$  (в этот момент  $u_{\text{СК}} < 0$ ). Тогда при отпирании обратных диодов становится справедливой эквивалентная схема на рис. 3, з.

Во втором полупериоде формирование импульсов тока  $i_{\text{к}}$  на всех интервалах происходит аналогично с тем отличием, что эквивалентные схемы для второго полупериода будут отличаться от приведённых на рис. 3 противоположным направлением источников ЭДС  $u_{\text{ВХ}}$  и  $u'_{\text{ВЫХ}}$ . На интервале  $t_3$  открыты транзисторы VT2, VT3, а на интервале  $t_4$  – VT2, VT4, при этом ток контура снова замыкается минуя источник входного напряжения.

Следует отметить, что при протекании тока контура через открытые обратные диоды транзисторов входной ток  $i_{\text{ВХ}}$  будет отрицательным, что соответствует режиму рекуперации энергии в источник.

На рис. 1, б представлена схема ППН, работающая на сеть переменного тока с напряжением  $u_{\text{с}} = \sqrt{2} U_{\text{с}} \sin \omega_{\text{с}} t$ , где  $U_{\text{с}}$  – действующее значение напряжения сети;  $\omega_{\text{с}}$  – круговая частота сети. В положительный полупериод напряжения сети поддерживается открытым транзистор VT5, а в отрицательный полупериод – транзистор VT6. При отпирании транзисторов VT1, VT4 на интервале  $t_1$  ток в контуре  $i_{\text{к}}$  трансформируется во вторичную обмотку  $w_2$  и замыкается через диод VD1, транзистор VT5 и выходную цепь ППН (конденсатор  $C_{\text{ф}}$  и сеть переменного тока). На интервале  $t_2$  изменивший направление ток контура  $i_{\text{к}}$  трансформируется в обмотку  $w_3$  и замыкается через диод VD3, транзистор VT5 и выходную цепь ППН в прежнем направлении. На интервале  $t_3$  открыты транзисторы VT2, VT3, меняется полярность подключения входного напряжения  $u_{\text{ВХ}}$  к контуру. Выходной ток  $i_{\text{ВЫХ}}$  создаётся напряжением на обмотке  $w_3$ , полярность которого противоположна показанной на рис. 1, б, и замыкается через диод VD3 и транзистор VT5. На интервале  $t_4$  открыты транзисторы VT2, VT4, ток в обмотке  $w_1$  течёт в противоположном направлении, а ток обмотки  $w_2$  замыкается через диод VD1 и транзистор VT5.

Во втором полупериоде напряжения сети напряжение на конденсаторе фильтра  $C_{\text{ф}}$  меняет знак (снизу будет «плюс»), поддерживается открытым транзистор VT6. Выходной ток меняет своё направление. Тогда на интервале  $t_1$ , когда открыты транзисторы VT1, VT4, ток контура  $i_{\text{к}}$  передаётся в обмотку  $w_3$ , протекая в ней снизу вверх, и замыкается через выходную цепь ППН, заряжая конденсатор  $C_{\text{ф}}$  плюсом снизу, и через транзистор VT6 и диод VD4. На интервалах  $t_2$  и  $t_3$  выходной ток замыкается через обмотку  $w_2$ , транзистор VT6 и диод VD2, а на интервале  $t_4$  – через обмотку  $w_3$ , транзистор VT6 и диод VD4.

**Основные аналитические соотношения для установившегося режима прерывистого тока.** Тогда на интервале  $t_1$ , на котором открыты транзисторы VT1, VT4, справедливы дифференциальные уравнения

$$L \frac{di_k}{dt} + ri_k + u_C = u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}}, \quad C_k \frac{du_C}{dt} = i_k,$$

которые представим в векторно-матричной форме

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}v_1, \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}$  – вектор состояния,  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  – матрицы, определяемые выражениями

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} i_k \\ u_C \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_k} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_1 = u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}}. \quad (2)$$

Тогда решение уравнения (1) при  $v_1 = \text{const}$  имеет вид

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} [\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}^t(\infty)] + \mathbf{x}^t(\infty), \quad (3)$$

где  $\mathbf{x}^t(\infty)$  – асимптотическое значение вектора  $\mathbf{x}(t)$  на интервале  $t_1$ .

Фундаментальная матрица  $e^{\mathbf{A}t}$  для системы (1) может быть представлена в виде

$$e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(t) & \Phi_{12}(t) \\ \Phi_{21}(t) & \Phi_{22}(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{11}(t) &= e^{-\alpha_k t} \left( \cos \omega_k t - \frac{\alpha_k}{\omega_k} \sin \omega_k t \right), & \Phi_{12}(t) &= -\frac{1}{\omega_k L} e^{-\alpha_k t} \sin \omega_k t, \\ \Phi_{21}(t) &= \frac{1}{\omega_k C_k} e^{-\alpha_k t} \sin \omega_k t, & \Phi_{22}(t) &= e^{-\alpha_k t} \left( \cos \omega_k t + \frac{\alpha_k}{\omega_k} \sin \omega_k t \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$\alpha_k$  и  $\omega_k$  – коэффициент затухания и собственная частота резонансного контура, определяемые выражениями

$$\alpha_k = \frac{r}{2L}; \quad \omega_k = \sqrt{\frac{1}{T_k^2} - \alpha_k^2} = \frac{1}{T_k} \sqrt{1 - \zeta_k^2}; \quad (6)$$

$T_k = \sqrt{LC_k}$  – постоянная времени LC-контура;  $\zeta_k = \alpha_k T_k$  – коэффициент демпфирования, изменяющийся у колебательного звена от 0 до 1.

Согласно (1) имеем

$$\mathbf{x}^t(\infty) = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}v_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & C_k \\ -L & -rC_k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} i_k(0) \\ u_C(0) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Из векторного решения (3) уравнения (1) с учётом (7) следуют выражения для первого этапа процесса на интервале  $t_1$

$$i_k(t) = \Phi_{11}(t)i_k(0) + \Phi_{12}(t)[u_C(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})], \quad (8)$$

$$u_C(t) = \Phi_{21}(t)i_k(0) + \Phi_{22}(t)[u_C(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}})] + u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}}, \quad (9)$$

где  $\Phi_{ij}(t)$ ;  $i=1, 2, j=1, 2$  – элементы матрицы  $e^{\mathbf{A}t}$ , рассчитываемые по формулам (5).

На втором этапе процесса (на интервале  $t_2$ ), начинающемся с момента запираания транзистора VT4 и отпираания транзистора VT2, согласно эквивалентной схеме на рис. 1, справедливо уравнение, отличающееся от (1) значением внешнего воздействия, которое  $v_2 = u'_{\text{ВЫХ}}$ . Решение уравнения

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{Ax} + \mathbf{B}v_2$$

для второго этапа процесса при  $v_2 = u'_{\text{ВЫХ}} = \text{const}$  имеет вид

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_1)} \left[ \mathbf{x}(t_1) - \mathbf{x}^{t_2}(\infty) \right] + \mathbf{x}^{t_2}(\infty), \quad (10)$$

где значение  $\mathbf{x}(t_1)$  определяется подстановкой  $t = t_1$  в выражение (3),

$$\mathbf{x}(t_1) = e^{\mathbf{A}t_1} \left[ \mathbf{x}(0) - \mathbf{x}^{t_1}(\infty) \right] + \mathbf{x}^{t_1}(\infty), \quad (11)$$

$$\mathbf{x}^{t_2}(\infty) = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}v_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ u'_{\text{ВЫХ}} \end{Bmatrix}. \quad (12)$$

Подставив выражение (11) в решение (10), получим

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} \left[ \mathbf{x}(0) - \mathbf{x}^{t_1}(\infty) \right] + e^{\mathbf{A}(t-t_1)} \left[ \mathbf{x}^{t_1}(\infty) - \mathbf{x}^{t_2}(\infty) \right] + \mathbf{x}^{t_2}(\infty), \quad (13)$$

где учтено тождество

$$e^{\mathbf{A}(t-t_1)} e^{\mathbf{A}t_1} = e^{\mathbf{A}t}.$$

Учитывая значения (7) и (12), из решения (13) получаем скалярные выражения для второго этапа процесса:

$$\begin{aligned} i_k(t) &= \Phi_{11}(t)i_k(0) + \Phi_{12}(t) \left[ u_C(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}}) \right] + \Phi_{12}(t-t_1)(u_{\text{ВХ}} - 2u'_{\text{ВЫХ}}), \\ u_C(t) &= \Phi_{21}(t)i_k(0) + \Phi_{22}(t) \left[ u_C(0) - (u_{\text{ВХ}} - u'_{\text{ВЫХ}}) \right] + \Phi_{22}(t-t_1)(u_{\text{ВХ}} - 2u'_{\text{ВЫХ}}) + u'_{\text{ВЫХ}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Пользуясь соотношениями, полученными в [1, 3], для режима с двухполярными импульсами тока получаем следующие расчётные формулы для средних значений величин в установившемся режиме:

$$u_{\text{ВЫХ.ср.уст}} = \left( \frac{u_{\text{ВХ}}}{1-\varkappa} - \frac{1+\varkappa^2}{1-\varkappa^2} \frac{i_{\text{ВЫХ}} n_{\text{ТР}}}{4f_{\text{П}} C_{\text{К}}} \right) n_{\text{ТР}}, \quad (15)$$

$$i_{\text{ВХ.ср.уст}} = \frac{2f_{\text{П}} C_{\text{К}} (1+\varkappa)}{1-\varkappa} u_{\text{ВХ}} - \frac{\varkappa}{1-\varkappa} i_{\text{ВЫХ}} n_{\text{ТР}}, \quad (16)$$

$$i_{\text{ВХ.ср.уст}} = \frac{2f_{\text{П}} C_{\text{К}} (1+\varkappa)}{1+\varkappa^2} \left[ (1-\varkappa)u_{\text{ВХ}} + 2\varkappa \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{n_{\text{ТР}}} \right], \quad (17)$$

где  $f_{\text{П}} = 1/T_{\text{П}}$  – частота переключений;

$$\varkappa = e^{-\alpha_{\text{К}} \pi / \omega_{\text{К}}} = e^{-\pi / \sqrt{4Q^2 - 1}},$$

где  $Q$  – добротность резонансного контура, определяемая по формуле

$$Q = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L_{\text{К}}}{C_{\text{К}}}}.$$

Для построения характеристик в режиме с однополярными импульсами тока воспользуемся известными из [2] соотношениями

$$i_{\text{вх.ср.уст}}^{\circ} = i_{\text{ввых}} n_{\text{тр}} \tag{18}$$

$$u_{\text{ввых.ср.уст}}^{\circ} = \left( u_{\text{вх}} - \frac{1 - \kappa}{1 + \kappa} \frac{i_{\text{ввых}} n_{\text{тр}}}{4 f_{\text{п}} C_{\text{к}}} \right) n_{\text{тр}} \tag{19}$$

и зависимостью, определяющей минимально возможные значения входного тока, достигаемые при  $u_{\text{ввых.уст}} = 0$ :

$$i_{\text{вх.ср.уст. min}} = \frac{1 - \kappa}{2} i_{\text{ввых}} n_{\text{тр}} \tag{20}$$

**Реализация алгоритма несимметричного управления.** Модель ППН с последовательным резонансным инвертором и системой управления, реализующей алгоритм несимметричного управления силовыми транзисторами, собрана в среде *MatLab-Simulink* (рис. 4). На рис. 4, а указаны параметры всех элементов силовой части.

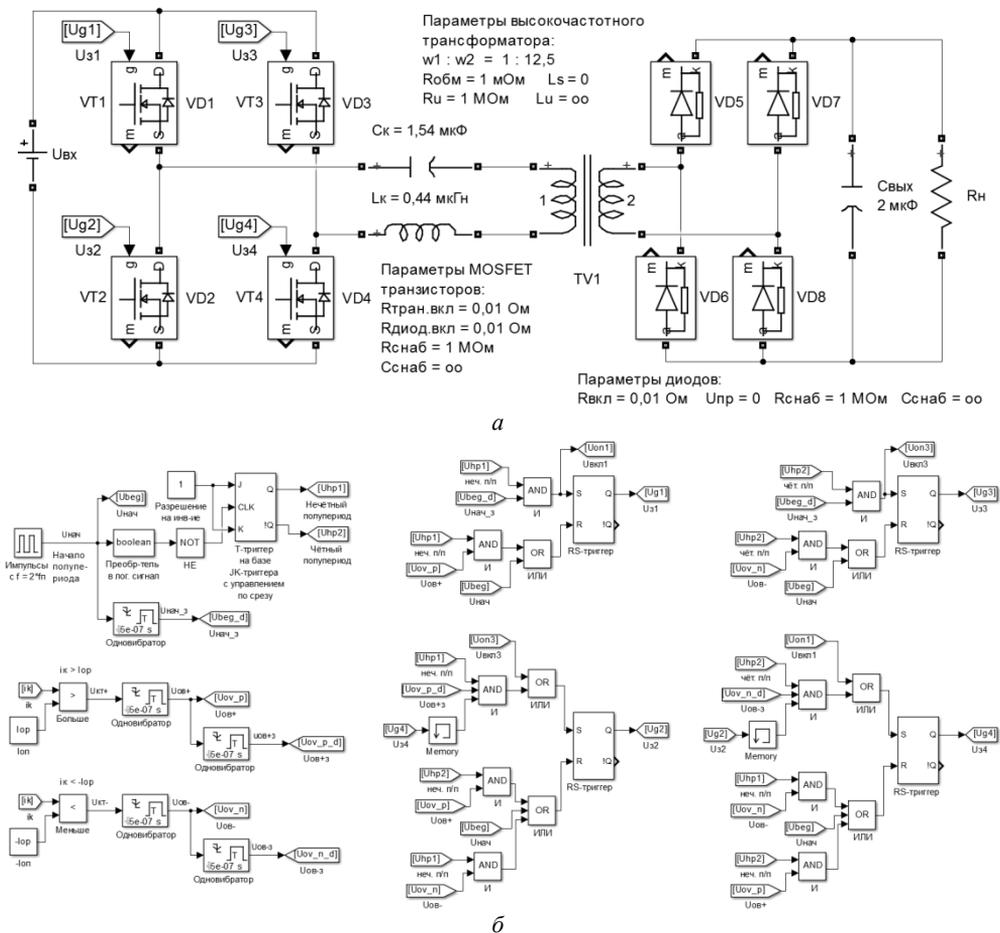


Рис. 4. Модель силовой части (а) и системы управления (б) преобразователя с несимметричным управлением транзисторами, собранная в среде Simulink

Сигналы управления транзисторами U<sub>з1</sub>-U<sub>з4</sub>, подаваемые на их затворы, формируются системой управления, которая анализирует переход через нуль тока резонансного контура с помощью одного датчика тока ДТ и двух компараторов на блоках «*Relational Operator*», один из которых формирует логический сигнал по условию  $i_k > I_{оп}$ , а другой – по условию  $i_k < -I_{оп}$ . Одновибраторы (ждущие мультивибраторы) на блоках «*Monostable*» по срезам этих логических сигналов формируют импульсы U<sub>ов+</sub> и U<sub>ов-</sub> длительностью ДТ (параметр, задающий для системы управления «мёртвое» время), которые используются для закрытия соответствующих транзисторов в конце 1-го интервала полупериода. С помощью другой пары одновибраторов по срезу сигналов U<sub>ов+</sub> и U<sub>ов-</sub> формируются задержанные на время ДТ сигналы U<sub>ов+з</sub> и U<sub>ов-з</sub>, которые используются для открытия соответствующих транзисторов в начале 2-го интервала полупериода. Компараторы используют в качестве опорного сигнала не нулевое значение тока, а близкое к нему значение  $I_{оп}$ , чтобы успеть среагировать и выключить транзисторы до реального перехода тока через нуль.

Генератор импульсов U<sub>нач</sub> формирует сигнал начала следующего полупериода с частотой  $2f_n$  и длительностью ДТ. По фронту этого сигнала закрываются все транзисторы инвертора, а по фронту задержанного сигнала U<sub>нач\_з</sub> открываются соответствующие транзисторы в начале 1-го интервала полупериода. Т-триггер, который переключается в противоположное состояние по фронту импульсов U<sub>нач</sub>, необходим для генерации логических сигналов U<sub>неч</sub> и U<sub>чёт</sub>, которые показывают, на каком полупериоде (нечётном или чётном) работает в данный момент инвертор. Для формирования сигналов управления U<sub>з1</sub>-U<sub>з4</sub> используются RS-триггеры, которые сбрасываются и устанавливаются несложными логическими схемами на элементах И (AND), ИЛИ (OR), использующими указанные выше логические сигналы управления. Блоки «*Memory*» необходимы для предотвращения образования алгебраической петли при моделировании, которая возникает при перекрёстном использовании сигналов U<sub>з2</sub> и U<sub>з4</sub> для формирования друг друга.

**Результаты моделирования преобразователя.** Осциллограммы, снятые при пуске модели преобразователя в среде Simulink при нулевых начальных условиях в LC-контуре, представлены на рис. 5. Значения параметров модели следующие:  $f_n = 55$  кГц ( $T_n = 18,18$  мкс), «мёртвое время» равно  $T_n/75 = 0,24$  мкс;  $U_{вх} = 35$  В;  $L_k = 0,44$  мкГн;  $C_k = 1,54$  мкФ;  $C_{вых} = 1$  мкФ;  $R_n = 800$  Ом.

На рис. 6 представлены характеристики преобразователя, снятые в установившемся режиме.

На рис. 7 представлено сравнение экспериментальных и теоретических характеристик, построенных по формулам (15)-(20) с учётом значений параметров  $r = 21$  мОм;  $L = L_k = 0,44$  мкГн;  $Q = 25,45$ ;  $\varkappa = 0,94$ . Как видно, результаты моделирования практически совпадают с результатами теоретических расчётов, представленных в работе [3].

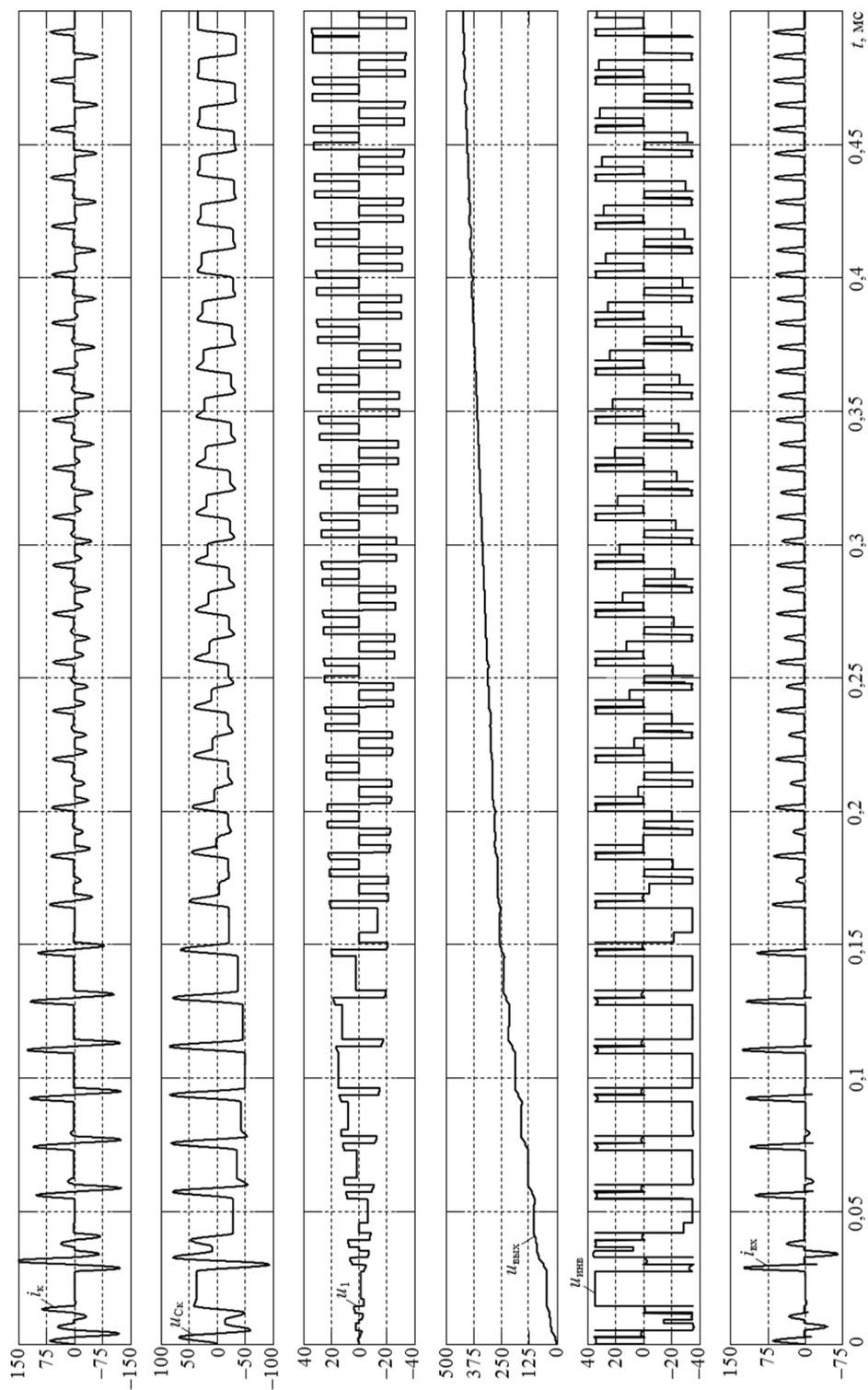


Рис. 5. Осциллограммы, полученные при моделировании преобразователя в Simulink

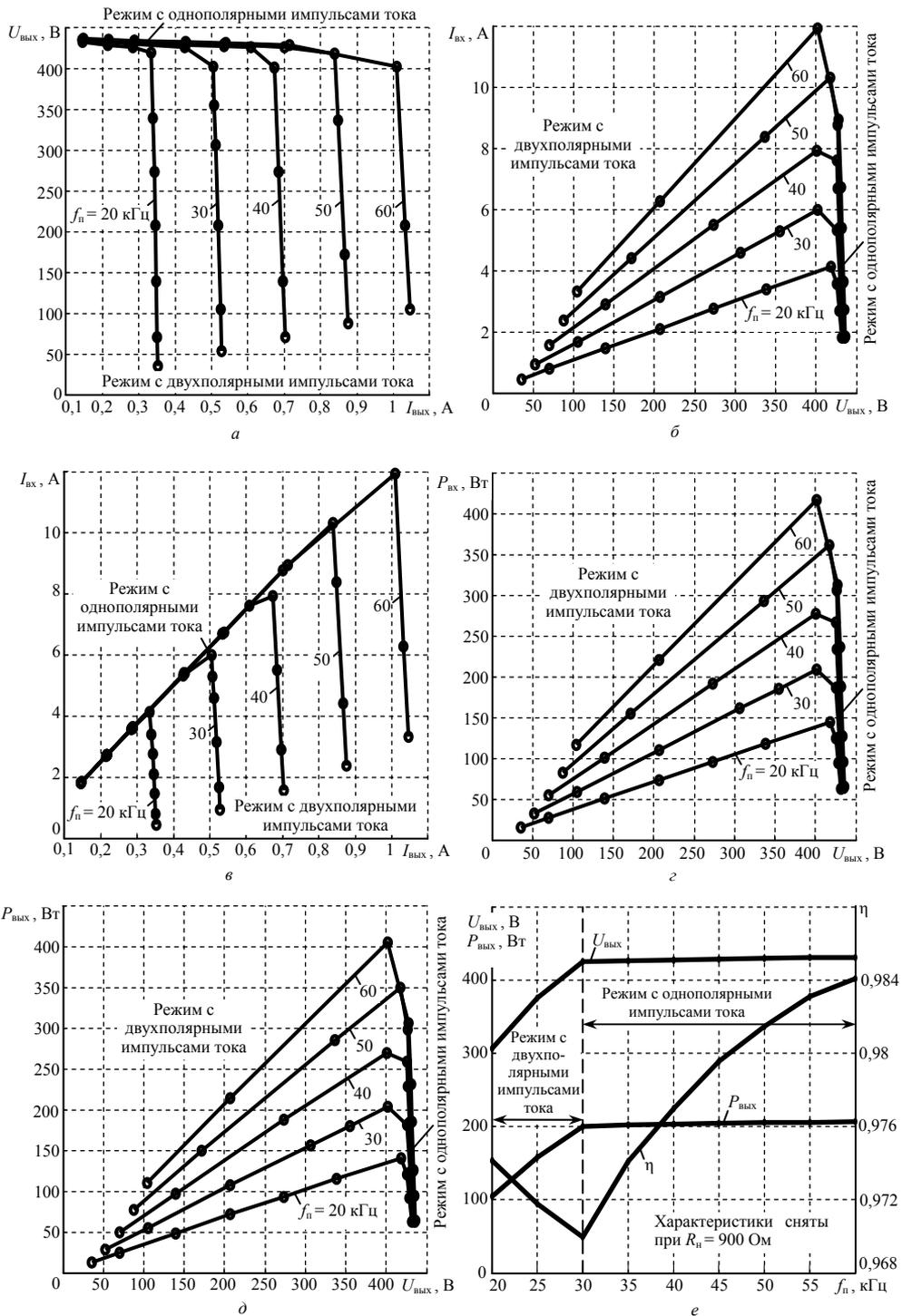


Рис. 6. Характеристики преобразователя, снятые в установившемся режиме

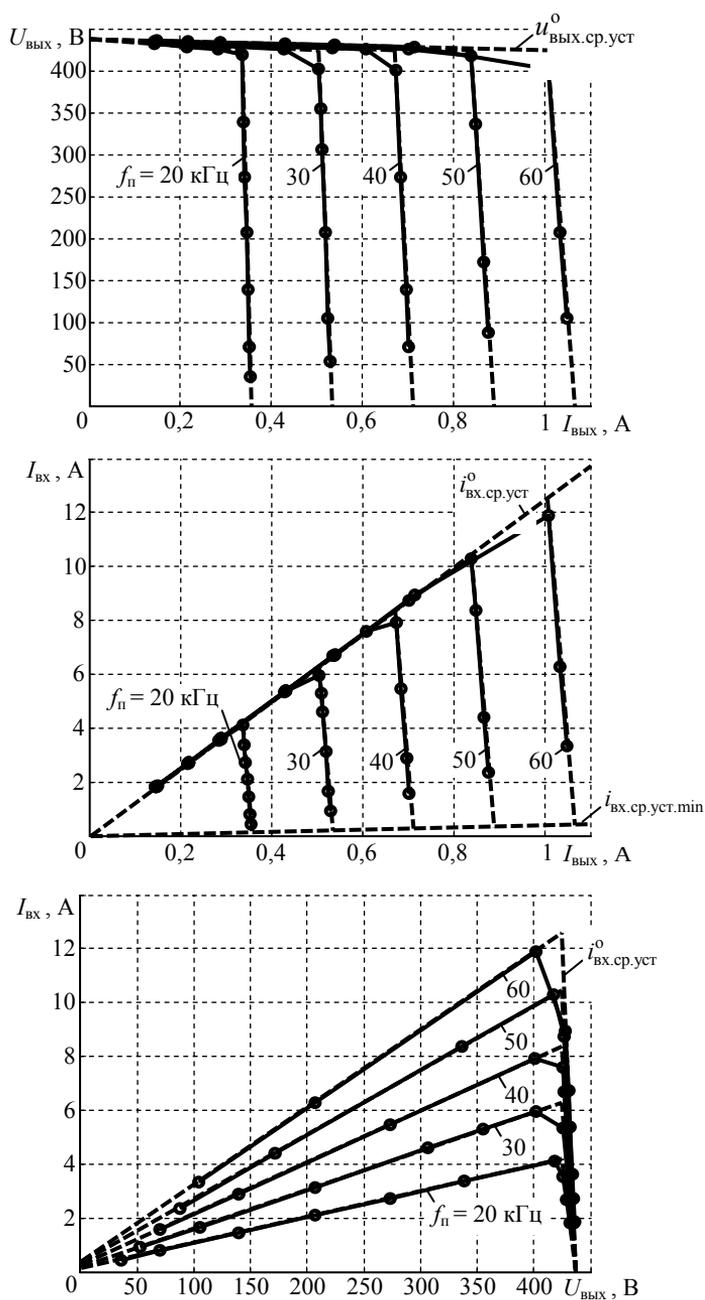


Рис. 7. Сравнение экспериментальных (—○—) и теоретических (---) характеристик

Таким образом, моделирование подтвердило правильность анализа режимов и аналитических соотношений, выведенных в [1, 3].

## Литература

1. Белов Г.А. Анализ режимов преобразователя постоянного напряжения с последовательным резонансным инвертором при прерывистом токе в контуре // Практическая силовая электроника. 2016. № 1(61). С. 29–38.
2. Белов Г.А. Высокочастотные тиристорно-транзисторные преобразователи постоянного напряжения. М.: Энергоатомиздат, 1987. 120 с.
3. Белов Г.А. Расчет и анализ внешних характеристик и КПД преобразователя постоянного напряжения с последовательным резонансным инвертором при двухполярных импульсах тока на половине периода // Практическая силовая электроника. 2016. № 2(62). С. 26–32.
4. Глебов Б.А., Жигачев В.А. Мостовой резонансный DC/DC-преобразователь с фазовым управлением силовыми транзисторами // Практическая силовая электроника. 2015. № 1(57). С. 29–35.
5. Малинин Г.В., Белов Г.А. Системы управления преобразователями для солнечных модулей на базе инверторов с ШИМ // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 68–80.
6. Малинин Г.В., Пряников В.С. Исследование гармонического состава напряжения однофазного мостового инвертора с синусоидальной ШИМ // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 120–129.
7. Feng Weiyi, Mattavelli Paolo, Lee Fred C. Pulsewidth Locked Loop (PWLL) for Automatic Resonant Frequency Tracking in LLC DC-DC Transformer (LLC-DCX). *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, vol. 28, issue 4, pp. 1862–1869.
8. Yung-Fu Huang, Yoshihiro Konishi, Wan-Ju Ho. Series resonant type soft-switching grid-connected single-phase inverter employing discontinuous-resonant control applied to photovoltaic AC module. *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), Twenty-Sixth Annual IEEE*, 2011, pp. 989–994.

---

**БЕЛОВ ГЕННАДИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ** – доктор технических наук, заведующий кафедрой промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (belovga\_chuvsu@rambler.ru).

**СЕРЕБРЯННИКОВ АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (alex-silver@mail.ru).

**СЕМЕНОВ ЮРИЙ МАТВЕЕВИЧ** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (yums@rambler.ru).

---

G. BELOV, A. SEREBRYANNIKOV, Yu. SEMENOV

**MODELLING OF DC-DC CONVERTER  
WITH SERIES RESONANT INVERTER  
WITH ASYMMETRICAL CONTROL OF POWER TRANSISTORS**

**Key words:** DC-DC converter, series resonant inverter, operating modes, control of transistors, asymmetrical control, virtual simulation, transient, steady state, external characteristics, efficiency.

*The article describes the working principle of the power circuit of the DC-DC converter with a series resonant inverter in the discontinuous current mode, when the switching frequency is less than the resonant frequency of the LC-circuit. It describes the features of symmetric and asymmetric control of the inverter's power transistors, when the bipolar current pulses at half the switching period are generated. The asymmetric control algorithm of transistors is proposed, an implementation scheme of the algorithm on discrete components in the form of a virtual model in MatLab-Simulink environment is presented. Simulation results (transient and steady state, the external characteristics and other dependencies) as well as the results of a comparison of obtained characteristics with the theoretical ones built according to analytical relations are presented.*

## References

1. Belov G.A. *Analiz rezhimov preobrazatelya postoyannogo napryazheniya s posledovatelnyim rezonansnym invertorom pri preryvistom toke v konture* [Analysis of the DC-DC converter with a series resonant inverter with discontinuous current in the circuit]. *Prakticheskaya silovaya elektronika*, 2016, no. 1(61), pp. 29–38.
2. Belov G.A. *Vysokochastotnye tiristorno-tranzistornye preobrazovateli postoyannogo napryazheniya* [High-frequency transistor-thyristor DC-DC converters]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1987, 120 p.
3. Belov G.A. *Raschet i analiz vneshnikh harakteristik i KPD preobrazatelya postoyannogo napryazheniya s posledovatelnyim rezonansnym invertorom pri dvukhpoliarnykh impulsakh toka na polovine perioda* [The calculation and analysis of external characteristics and efficiency of the DC-DC converter with series resonant inverter with bipolar current pulses at half-period]. *Prakticheskaya silovaya elektronika*, 2016, no. 2(62), pp. 26–32.
4. Glebov B.A., Zhigachev V.A. *Mostovoi rezonansnyi DC/DC-preobrazovatel s fazovym upravleniem silovymi tranzistorami* [Bridged resonant DC-DC converter with the phase-controlled of power transistors]. *Prakticheskaya silovaya elektronika*, 2015, no. 1(57), pp. 29–35.
5. Malinin G.V., Belov G.A. *Sistemy upravleniya preobrazovatelyami dlya solnechnykh modulei na baze invertorov s SHIM* [Control systems of converters for solar modules on the basis of the inverters with PWM]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 68–80.
6. Malinin G.V., Prianikov V.S. *Issledovanie garmonicheskogo sostava napryazheniya odnofaznogo mostovogo invertora s sinusoidalnoi SHIM* [Research of voltage harmonic composition in the single-phase bridge inverter with sinusoidal PWM]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 1, pp. 120–129.
7. Feng Weiyi, Mattavelli Paolo, Lee Fred C. *Pulsewidth Locked Loop (PWLL) for Automatic Resonant Frequency Tracking in LLC DC-DC Transformer (LLC-DCX)*. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, vol. 28, issue 4, pp. 1862–1869.
8. Yung-Fu Huang, Yoshihiro Konishi, Wan-Ju Ho. *Series resonant type soft-switching grid-connected single-phase inverter employing discontinuous-resonant control applied to photovoltaic AC module*. *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), Twenty-Sixth Annual IEEE*, 2011, pp. 989–994.

---

**BELOV GENNADY – Doctor of Technical Sciences, Head of Industrial Electronics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (belovga\_chuvsu@rambler.ru).**

**SEREBRYANNIKOV ALEKSANDR – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor of Industrial Electronics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (alex-silver@mail.ru).**

**SEMYONOV YURY – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Discrete Mathematics and Informatics, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (yums@rambler.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Белов Г.А., Серебрянников А.В., Семенов Ю.М. Моделирование преобразователя постоянного напряжения с последовательным резонансным инвертором с несимметричным управлением силовыми транзисторами // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 47–60.

УДК 621.316.925

ББК 31.27-05

А.В. БУЛЫЧЕВ

## ИНЖЕНЕРНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИЙ В НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ РАБОТЫ ПО РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЕ И АВТОМАТИКЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Ключевые слова:* релейная защита, противоаварийное управление, электроэнергетические системы, цифровая подстанция, инвестиции.

*Предложены результаты исследования инженерно-экономической эффективности инвестиционных проектов по релейной защите электроэнергетических систем. Показаны особенности управления электроэнергетическими системами в нормальных режимах, при сильных возмущениях и повреждениях отдельных элементов. Обоснована целесообразность выполнения релейной защиты как отдельной системы, на основе отдельных устройств, не связанных функционально с другими системами управления ЭЭС (средствами оперативно-диспетчерского управления, противоаварийной автоматики, измерения и учета электрической энергии и др.). В основу анализа инвестиций в релейную защиту предложено положить предотвращение возможного колоссального ущерба от возможных аварий в ЭЭС. Анализ эффективности инвестиционных проектов в области релейной защиты целесообразно выполнять на основе исследования денежных потоков (доходов и расходов) при условии сохранения или улучшения основных технических функций.*

**Место релейной защиты в управлении электроэнергетическими системами.** Электроэнергетические системы (ЭЭС) созданы и действуют ради того, чтобы обеспечивать потребителей электрической энергией определенного (высокого) качества. Поэтому большую часть времени ЭЭС работают в нормальных стационарных установившихся режимах. Параметры этих режимов сохраняются неизменными или изменяются относительно медленно на значительном интервале времени.

По тем или иным причинам могут возникать утяжеленные (вынужденные) установившиеся режимы, при которых возможно (допустимо) некоторое снижение надежности и качества электроснабжения потребителей. Длительное существование утяжеленного режима нежелательно, так как при этом отдельные элементы ЭЭС перегружены и существует повышенная опасность возникновения аварийной ситуации.

Возможны сильные возмущения в ЭЭС. Непреднамеренные отключения и подключения оборудования или непрогнозируемые изменения нагрузки представляют собой возмущения для ЭЭС. Они сопровождаются переходными процессами, которые, как правило, относятся к ненормальным режимам ЭЭС. Интенсивность и продолжительность этих переходных процессов определяются параметрами возмущающего воздействия и электромеханическими свойствами ЭЭС.

Даже в самых совершенных ЭЭС неизбежно возникают повреждения. Они вызывают в ЭЭС электромагнитные переходные процессы и характерные для этих процессов сверхтоки.

Длительное существование незамеченных повреждений и ненормальных (аварийных) режимов (например, качаний в ЭЭС) и повреждений (например, коротких замыканий) недопустимо, так как при этом существует опасность дальнейшего развития аварии и не обеспечивается нормальное качество электроснабжения потребителей.

Очевидно, что всеми режимами ЭЭС надо управлять, причем для разных режимов нужно реализовывать особые целенаправленные управляющие воздействия. Так, в нормальных режимах ЭЭС надо управлять так, чтобы обеспечивалось экономичное и надежное электроснабжение потребителей; в утяжеленных режимах – надежное электроснабжение в условиях длительно допустимых перегрузок основных элементов ЭЭС; в переходных режимах – быстрое затухание электромеханических колебаний; при повреждениях – максимально быстрая локализация поврежденных элементов ЭЭС и переконфигурирование электрической сети.

Управление ЭЭС, по сути, сводится к непрерывному контролю параметров, определяющих режимы, и целенаправленному воздействию на отдельные элементы ЭЭС с помощью специальных методов и технических средств. В процессе управления достигается состояние ЭЭС, при котором управляющие воздействия, осуществляемые целенаправленно в определенной зависимости от внешних условий, обеспечивают достижение поставленной цели.

Различная скорость протекания процессов в ЭЭС позволяет в большинстве случаев рассматривать их по отдельности, упрощая тем самым математическое описание ЭЭС за счет приемлемых корректных допущений и ограничений. Методы и технические средства управления ЭЭС, в первую очередь, из-за динамики решаемых задач, условно подразделяются на три класса: оперативно-диспетчерское управление, противоаварийное управление и релейная защита.

*Оперативно-диспетчерское управление* является основным (определяющим) в нормальных установившихся режимах. Для установившихся режимов характерно медленное или незначительное изменение параметров. Контроль параметров ЭЭС и управление ими в этих режимах осуществляются персоналом оперативно-диспетчерских служб разных уровней. Основные управляющие воздействия в нормальных режимах ЭЭС, как правило, имеют плановый характер и реализуются с использованием технических средств оперативного управления. Однако все управляющие воздействия осуществляются через человека-диспетчера. При этом время формирования и исполнения команд измеряется минутами и часами.

Система оперативно-диспетчерского управления, как правило, является иерархической и содержит несколько уровней.

В России принята трехуровневая схема диспетчерского управления ЭЭС. Верхний уровень занимает Системный оператор (СО) или Центральное диспетчерское управление (ЦДУ). Второй уровень – объединенные диспетчерские управления (ОДУ). В ЭЭС России их 7. Третий уровень – региональные диспетчерские управления (РДУ). В настоящее время имеется 53 РДУ.

*Противоаварийное управление* имеет целью скорейший перевод ЭЭС в другой установившийся режим, приемлемый после сильного возмущения. Управление осуществляется, как правило, путем воздействия автоматики на отдельные элементы ЭЭС и регуляторы. В условиях электромеханических переходных процессов время формирования и реализации управляющего воздействия обычно измеряется секундами и исполняется автоматикой без участия человека.

*Релейная защита (РЗ)* управляет ЭЭС (без непосредственного участия человека) при повреждении отдельных элементов (линий электропередачи, трансформаторов и др.) путем быстрого отключения поврежденных элементов от действующей части ЭЭС. В этих условиях электромагнитных переходных процессов время реакции релейной защиты измеряется долями секунды.

При возникновении повреждения или нежелательного режима управление ЭЭС осуществляется по особым быстрым алгоритмам. Это необходимо, чтобы и в экстремальных условиях все же обеспечить нормальное электроснабжение хотя бы части потребителей, предотвратить развитие аварии и снизить возможные объемы разрушения оборудования. Для реализации этих особых алгоритмов управления электрическими системами используются средства релейной защиты и автоматики. Учитывая высокие требования по динамике, ответственности и надежности релейной защиты, ее функции должны выполняться отдельными устройствами, не связанными функционально с другими системами управления ЭЭС (средствами оперативно-диспетчерского управления, противоаварийной автоматики, измерения и учета электрической энергии и др.).

**Особенности организации релейной защиты.** Общие принципы построения релейной защиты были сформированы в начале XX в. в период создания первых электроэнергетических систем и имеют почти столетнюю историю. Четыре свойства, определяющие функциональные возможности релейной защиты, были сформулированы позже: селективность, быстрдействие, чувствительность и надежность. Три первых объединяются общим понятием «техническое совершенство».

Организационно релейная защита представляет собой распределенную систему, отдельные элементы которой установлены на отдельных элементах контролируемой электроэнергетической системы. Устройства релейной защиты функционально связаны между собой практически только общей логикой действий.

Согласованность действий устройств, расположенных на значительных расстояниях друг от друга, как правило, достигается за счет определенных параметров срабатывания (без применения физических каналов связи). Эти параметры, в основном, определяют точность и эффективность действия всей системы релейной защиты. В свою очередь, это определяет живучесть электроэнергетических систем и степень риска развития аварийных ситуаций при возникновении повреждений.

Логические связи действуют в любых условиях и не подвержены воздействию внешних электрических и электромагнитных помех. Во многом благодаря этому свойству релейная защита имеет высочайшую степень надежности.

Задачи релейной защиты в общем сводятся к обнаружению поврежденных электрооборудования, их идентификации и реорганизации защищаемой электроэнергетической системы с целью сохранения функционирования ее исправной части на требуемом уровне.

Действующие тенденции развития методов и технических средств защиты электрооборудования связаны с направлениями технического прогресса в нескольких областях техники [1].

Развивающийся процесс массовой замены устройств автоматики и релейной защиты, выполненных на электромеханической базе, на цифровые устройства, к сожалению, сопровождается снижением надежности релейной защиты. Отчасти это эффект так называемой «приработки», характерный для периода освоения нового оборудования. Его влияние на надежность постепенно, по мере приобретения опыта производства и эксплуатации, уменьшается, и надежность повышается.

Однако основная причина связана с особенностями цифровой техники, а точнее – с несогласованностью особенностей цифровой техники и функций релейной защиты.

Противоречивость заключается в следующем.

Во-первых, наиболее уязвимыми элементами систем РЗ справедливо считаются физические каналы связи между отдельными устройствами РЗ. А в цифровых системах многочисленные коммуникационные связи считаются нормой. Риски нарушения нормальной работы этих физических каналов связи особенно повышаются в экстремальных условиях при повреждениях в ЭЭС, когда ответственность РЗ особенно велика. Например, возникающие при коротких замыканиях электромагнитные помехи способны нарушить работу практически всех используемых каналов связи. По статистическим данным, периодичность отказов и неправильных действий защит, построенных с применением высокочастотных и других каналов связи в десятки раз выше, чем защит, сосредоточенных на локальном объекте без дополнительных связей. В качестве наглядного примера из статистического отчета можно отметить, что средняя периодичность отказов защит генераторов составляла в 1979 г. 702 года, а защита линии с высокочастотным каналом связи – лишь 22 года, т.е. отказывала в 30 раз чаще [5]. Логические связи действуют в любых условиях и не подвержены воздействию внешних электрических и электромагнитных помех. Во многом благодаря этому свойству релейная защита имеет высочайшую степень надежности.

Следовательно, этот хорошо зарекомендовавший себя на протяжении столетней истории подход выгодно использовать при построении и новых цифровых систем РЗ.

Во-вторых, цифровые управляющие системы, как правило, строят с применением магистральной структуры, при которой цифровые сигналы от одного устройства к другому передаются через общую цифровую шину (коммуникационный канал). В системе с такой структурой стремятся иметь один общий для всех элементов датчик входных величин (например, трансформатор тока).

Выход из строя датчика входных величин или общей цифровой шины полностью нарушает работу всей системы защиты. В системах РЗ традиционно с явным эффектом применяется радиальная структура, при которой в каждой защите (или в группе защит) используется отдельный трансформатор тока. Общим, по сути, для всех защит является только один элемент – выключатель. Благодаря этой структуре выход из строя отдельного элемента приводит лишь к утрате отдельных функций и не нарушает работу системы защиты в целом.

В-третьих, цифровым системам свойственно глобальное обобщение и совмещение функций, обусловленное исходной идеей построения микропроцессорных устройств: один набор унифицированных узлов позволяет выполнять разные функции за счет программного способа управления ими. Каждая управляющая программа однозначно устанавливает последовательность выполнения операций, что обеспечивает возможность задавать один из возможных алгоритмов работы микропроцессорного устройства. Отсюда стремление осуществлять функции всех защит, а иногда еще и функции управления подстанцией с помощью одной цифровой системы. Системам РЗ, в отличие от цифровых систем, свойственно стремление к персонализации. Отдельное устройство, выполняющее отдельную функцию, контролирует отдельный объект. Это, безусловно, дает существенные преимущества в обеспечении высокой надежности РЗ.

В-четвертых, РЗ – это огромная управляющая система, представляющая собой совокупность согласованно и целенаправленно действующих взаимосвязанных разнообразных по природе элементов и автоматических устройств. Каждый ее элемент обеспечивает выявление и отделение от ЭЭС поврежденного объекта, а РЗ в целом обеспечивает сохранение работоспособности ЭЭС при повреждениях. Это системный эффект, ради которого, собственно, система РЗ построена. С системой, безусловно, надо считаться. Можно попробовать создать новую операционную систему для компьютеров. Пусть она будет во много раз лучше Windows. Но ее не будут покупать и устанавливать на свои компьютеры, потому что для неё нет программ. Производители программ не будут создавать под нее новые программы, потому что нет пользователей с этой операционной системой, которые бы покупали эти программы. Такая разработка обречена на забвение.

В-пятых, в аппаратной и программной части цифровых систем задействовано огромное количество компонентов и команд, соответственно. Вероятность возникновения аппаратных повреждений и программных сбоев при этом оказывается очень высокой. Редкий компьютер может работать без подобного рода нарушений хотя бы несколько лет, и не лучшие показатели периодичности отказов электромеханических комплектов РЗ (22 года) для цифровой техники представляются пока фантастическими.

Таким образом, стремление преодолеть противоречивые порой особенности РЗ и цифровой техники вызывает необходимость решения широкого круга задач научно-исследовательского характера.

Вместе с этим неизбежно повышается роль научной составляющей любых проектов в РЗ: более точные и более сложные модели защищаемых объектов; более развитые логические связи между устройствами РЗ, которые

действуют в любых условиях и не подвержены воздействию внешних электрических и электромагнитных помех; упреждающие функции в релейной защите; новые более рациональные структуры построения систем РЗ.

Особый интерес представляют комплексные решения, в которых не только решаются отдельные задачи по улучшению свойств отдельных защит, но и достигается дополнительный системный эффект за счет единства (эффект появления новых свойств системы, отдельные компоненты которой этими свойствами не обладают).

**Факторы технической эффективности разработки.** Вновь создаваемая система релейной защиты должна обеспечить:

- повышение надежности электроснабжения потребителей за счет улучшения основных свойств (селективности, быстродействия, чувствительности и надежности) и выполнения всех своих основных функций по выявлению и локализации повреждений при работе как в составе централизованной системы управления подстанцией, так и при автономной работе устройств защиты, установленных на отдельных элементах подстанции;

- снижение ремонтно-эксплуатационных расходов за счет автоматического диагностирования и резервирования отдельных устройств защиты, временно выведенных из работы;

- повышение степени защиты от несанкционированного доступа по цифровым сетям к параметрам срабатывания релейной защиты и автоматики, а также к элементам управления подстанцией за счет четкого разграничения функций релейной защиты на базовые и сервисные.

**Задача инженерно-экономического обоснования разработки новых систем РЗ.** Наиболее значимые инженерно-экономические аспекты новых разработок можно наглядно выделить на примере полной системы управления с выделенной системой защиты, предназначенной для установки на подстанциях класса 110/35/10 кВ, организованной по новым принципам.

В основу системы защиты положен принцип четкого отделения основных функций релейной защиты от сервисных. Этот подход позволяет получить все перечисленные составляющие технического эффекта.

Пусть основной задачей научно-исследовательской и опытно-конструкторской работы (НИОКР) является создание новой высокоэффективной и надежной цифровой системы релейной защиты и автоматики (ЦСРЗА) и управления в нормальных режимах с опытным образцом для подстанций класса 110/35/10 кВ.

Управление подстанцией должно быть четко разделено по функциям:

- управление в нормальных режимах (на основе принципов оперативно-диспетчерского управления с развитой информационно-аналитической базой, автоматики управления нормальными режимами и других средств);

- управление в аварийных режимах (на основе принципов противоаварийной автоматики);

- управление при повреждениях (на основе принципов релейной защиты).

Для управления подстанцией в нормальных режимах должна быть разработана централизованная автоматизированная система управления технологическими процессами (АСУТП) подстанции.

Для управления подстанцией в аварийных режимах должна быть разработана цифровая система релейной защиты, которая должна действовать независимо (автономно) от других систем управления подстанцией с минимальным количеством каналов связи и отделять поврежденные элементы электроэнергетической системы от исправной ее части с минимальным временем по заранее определенным алгоритмам.

**Общие технические требования к работе.** Разрабатываемая ЦСРЗА, безусловно, должна выполнять основные функции релейной защиты применительно к двухтрансформаторной подстанции класса напряжений 110/35/10 кВ с главной схемой типов 5Н, 5АН и других, близких по структуре типов схем с трансформаторами мощностью 6,3 МВА и более.

В этой связи разрабатываемая ЦСРЗА должна обеспечивать селективное отключение коротких замыканий в соответствующих зонах действия защит с наименьшим возможным временем с целью сохранения бесперебойной работы неповрежденной части электроэнергетической системы (ЭЭС), а также сохранения устойчивой работы ЭЭС, восстановления нормальной работы с помощью средств противоаварийной автоматики (автоматической частотной разгрузки, автоматического повторного включения, автоматического включения резервного питания и др.) и ограничения степени разрушения поврежденных элементов.

Разрабатываемая ЦСРЗА должна выполнять все свои основные функции по выявлению и локализации повреждений в контролируемой электроэнергетической системе при работе как в составе централизованной автоматизированной системы управления технологическими процессами подстанции, так и при автономной работе устройств защиты, установленных на отдельных элементах подстанции.

Разработка должна быть завершена созданием и всесторонним исследованием опытного образца ЦСРЗА в составе АСУТП подстанции, который должен быть установлен и введен в эксплуатацию на действующей подстанции.

Принятые при разработке решения должны удовлетворять требованиям действующих в электроэнергетике нормативно-технических документов.

Программно-технический комплекс АСУТП, представляющий собой интегрированную систему управления подстанцией, должен обеспечивать:

- обмен информацией с верхними уровнями контроля и управления;
- дистанционное управление оборудованием подстанции (функции устройств телемеханики);
- мониторинг основного силового оборудования подстанции и микропроцессорных терминалов релейной защиты (МП РЗА);
- контроль состояния силового коммутационного оборудования (включено, отключено, положение заземляющих ножей и выкатных тележек) и состояния устройств защит и автоматики (факт срабатывания);
- управление коммутационными аппаратами (выключателями 110 кВ, разъединителями 110 кВ, выключателями 10 кВ);
- передачу телемеханической информации по имеющимся и перспективным каналам связи;

- регистрацию аварийных событий;
- мониторинг счетчиков коммерческого и технического учета электроэнергии.

На каждом из элементов контролируемой ЦСРЗА части ЭЭС должна быть предусмотрена основная защита, предназначенная для ее действия при повреждениях в пределах всего защищаемого элемента с временем, меньше чем у других, установленных на этом элементе защит. Кроме этого, на каждом из элементов контролируемой ЦСРЗА части ЭЭС должна быть предусмотрена резервная защита, обеспечивающая дальнейшее резервное действие. Если в качестве основной защиты используется защита с абсолютной селективностью, то резервная защита должна выполнять функции не только дальнего, но и ближнего резервирования.

Измерение токов и напряжений, контролируемых устройствами ЦСРЗА, должно осуществляться с помощью традиционных электромагнитных трансформаторов тока и напряжения. При этом основные и соответствующие резервные защиты должны, как правило, получать входные сигналы от разных вторичных обмоток трансформаторов тока.

Питание устройств ЦСРЗА должно осуществляться от источника оперативного постоянного тока.

Для линий электропередачи (ЛЭП) 110 кВ должна быть предусмотрена основная и резервная защиты. В качестве основных защит может быть применена продольная дифференциальная защита линий (ДЗЛ) или направленная высокочастотная защита (НВЧЗ). При использовании защит ДЗЛ или НВЧЗ необходимо предусмотреть установку второго полукомплекта на противоположном конце ЛЭП 110 кВ и канал связи между полукомплектами.

В качестве резервных защит должны использоваться ступенчатые дистанционные защиты (ДЗ) от всех видов замыканий и токовые направленные защиты нулевой последовательности (ТНЗНП) от замыканий на землю.

На стороне 110 кВ должна быть предусмотрена автоматика управления выключателями (АУВ) с функцией автоматического повторного включения (АПВ) и устройством резервирования отказа выключателя (УРОВ).

Должна быть предусмотрена защита ошиновки 110 кВ по дифференциальному принципу.

Должна быть предусмотрена отдельная защита, устанавливаемая на шинно-соединительный выключатель 110 кВ, содержащая токовые защиты от междуфазных и однофазных КЗ.

Для трансформаторов должны быть предусмотрены защиты от следующих видов повреждений:

- междуфазных замыканий в обмотках и на выводах;
- однофазных коротких замыканий на землю в обмотках и на выводах, присоединенных к сети с глухозаземленной нейтралью;
- витковых замыканий в обмотках;
- токов в обмотках, обусловленных внешними короткими замыканиями;
- токов в обмотках, обусловленных перегрузками;

- понижением уровня масла в баке масляного трансформатора;
- однофазных замыканий на землю в сетях 10 кВ и 35 кВ.

Должны быть предусмотрены все защиты, устанавливаемые на трансформаторах данного класса, в соответствии с нормативными документами:

- газовая защита;
- продольная дифференциальная защита;
- защита от токов внешних КЗ;
- защита от однофазных замыканий на землю (в соответствии с п. 6.13);
- защита от перегрузки;
- другие защиты, улучшающие основные свойства системы РЗА.

Для отходящих линий 10 кВ и 35 кВ должны быть установлены защиты от междуфазных замыканий и однофазных замыканий на землю. В качестве основных защит от междуфазных коротких замыканий должны использоваться токовые защиты с зависимыми и независимыми от тока выдержками времени срабатывания.

Резервная защита должна осуществлять дальнейшее резервирование всех защит смежных присоединений, в том числе защит трансформаторов, подключенных к ответвлениям на защищаемых ЛЭП.

Защита от однофазных замыканий на землю должна обеспечивать выявление поврежденного присоединения при изолированной и компенсированной (заземленной через индуктивное или активно-индуктивное сопротивление) нейтрали и иметь возможность действовать на отключение и на сигнал.

На вводных выключателях 10 кВ и 35 кВ должны быть установлены специальные защиты, выполняющие функции комплекта основных токовых защит, и дополнительные функции управления.

На секционных выключателях 10 кВ и 35 кВ должны быть установлены специальные защиты, выполняющие функции комплекта основных токовых защит, и дополнительные функции, а также автоматическое включение резервного питания (АВР).

На всех секциях шин 10 кВ и 35 кВ должна быть предусмотрена компенсация емкостных токов замыкания на землю, реализованная с помощью дугогасящих агрегатов (ДГА) на 10 кВ и дугогасящих катушек (ДГК) на 35 кВ. Автоматика управления ДГА и ДГК должна обеспечивать их настройку в резонанс по собственной частоте контура нулевой последовательности при заземлении нейтрали как через индуктивное, так и через активно-индуктивное сопротивление.

В закрытом распределительном устройстве подстанции должна быть установлена дуговая защита.

Для секционированных шин 10 кВ и 35 кВ должна быть предусмотрена логическая защита шин (ЛЗШ), построенная на цепях пуска от третьих ступеней токовых защит.

Для распределительного устройства 10 кВ должна быть предусмотрена автоматическая частотная разгрузка.

**Оценка финансовых параметров НИОКР.** В сложившихся условиях новые плодотворные решения в релейной защите электроэнергетических систем могут возникать лишь на хорошей экономической (финансовой) основе.

Это высокоинтеллектуальная работа. Она может быть выполнена только высококвалифицированными специалистами на хорошей материальной базе, которая предполагает оснащенные добротным исследовательским оборудованием лаборатории, современные производственные возможности, опытные образцы и другие атрибуты НИОКР.

По сути, это инвестиции, или долгосрочное вложение экономических ресурсов, с целью создания или совершенствования объектов электроэнергетики, которые будут приносить выгоду в будущем.

Наиболее наглядный анализ эффективности инвестиционных проектов делается на основе исследования денежных потоков (доходов и расходов). Но цель функционирования релейной защиты ЭЭС заключается не в создании прямых доходов, а в предотвращении развития аварийных ситуаций при повреждении отдельных элементов ЭЭС. Поэтому в основу анализа инвестиций в релейную защиту целесообразно положить предотвращение возможного ущерба от возможных аварий в ЭЭС.

**Основные финансовые параметры инвестиционного проекта.** Маркетинговый прогноз можно построить на известных статистических материалах, опубликованных в официальных изданиях, на примере близких по технической сущности систем защиты [3].

Используя технические показатели вновь создаваемой цифровой системы релейной защиты и автоматики (ЦСРЗА) и управления (ЦСУПС) в сравнении с базовой системой, можно оценить ожидаемый годовой экономический эффект:

$$\Theta = A (L_B - L_H) + D (P_B - P_H) + E_H (C_B - C_H),$$

где  $A$  – среднее значение ущерба от одного отключения линии 6-10 кВ;  $L_B$  и  $L_H$  – количество аварийных отключений линий при использовании базовой и новой ЦСРЗА и ЦСУПС в год, соответственно;  $P_B$  и  $P_H$  – количество аварийных отключений секции шин подстанции при использовании базовой и новой ЦСРЗА и ЦСУПС в год, соответственно;  $E_H$  – принятый нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений (можно принять  $E_H = 0,15$ );  $C_B$  и  $C_H$  – оптовые цены базовой и новой систем ЦСРЗА и ЦСУПС, соответственно.

В соответствии с целевой установкой эффективность вновь разработанной защиты обусловлена повышением основных показателей технического совершенства – селективности, чувствительности и быстродействия.

Технические факторы, обеспечивающие экономическую эффективность вновь разрабатываемой ЦСРЗА и ЦСУПС:

- более совершенная защита от ОЗЗ с функцией определения поврежденного присоединения;
- уменьшение времени и материальных затрат на выполнение ремонтно-эксплуатационных работ в связи с более точным определением места повреждения;
- снижение общего количества повреждений линий (переход однофазных замыканий на землю в междуфазные и местные однофазные замыкания) в связи с компенсацией емкостных токов замыкания на землю с автоматической настройкой;

– защита от несанкционированного вмешательства в работу релейной защиты и автоматики;

– снижение общего количества отказов и неправильных действий релейной защиты в связи с применением новой структуры релейной защиты на подстанции.

Релейную защиту на подстанциях класса 110 кВ, оснащенных АСУ ТП, предлагают строить по централизованному принципу, по аналогии с так называемыми «цифровыми подстанциями» классов напряжения 220 кВ и выше.

Этот подход не годится для наиболее массовых двухтрансформаторных подстанций с высшим напряжением 110 кВ. На этих подстанциях необходима высокая степень автономности защит, устанавливаемых на отдельных объектах, чтобы каждая из них могла работать при нарушении связей с АСУ ТП, со смежными защитами и общими датчиками сигналов.

**Количественные финансовые показатели инвестиционного проекта.** Разработка новой ЦСРЗА и ЦСУПС связана с решением ряда задач научно-технического, опытно-конструкторского и организационного характера. Для выполнения этих работ необходимо привлечение финансовых, кадровых, производственных и других материальных ресурсов. Требуемый объем финансирования разработки определен в калькуляции и заявке на НИОКР.

Стартовые показатели: стоимость проекта 99,21 млн руб., период реализации, примерно, 6 лет (из них 1,5 года НИОКР), инвестиции в первый год 63,0 млн руб., инвестиции во второй год 36,21 млн руб., стоимость базовой системы защиты (базовый вариант для сравнения) 90,74 млн руб.

Общая стоимость предлагаемой новой децентрализованной системы релейной защиты и управления несколько выше ( $C_H = 99,21$  млн руб.,  $C_B = 90,74$  млн руб.), чем централизованной (базовой), но незначительное превышение капитальных затрат компенсируется значительным техническим и финансовым эффектом при эксплуатации.

**Оценка объема продаж.** Вновь разрабатываемая система защиты предназначена для использования на двухтрансформаторных подстанциях с высшим напряжением 110 кВ.

Пусть в Сетевой компании имеется 200 подстанций этого класса. Примерно 75% из них необходимо оснастить новыми цифровыми системами релейной защиты в ближайшие годы. Следовательно, требуется установить, примерно, 150 комплектов ЦСРЗА и ЦСУПС. В перспективе для полного оснащения подстанций этими защитами необходимо, примерно, 200 комплектов новых систем защиты. Этот процесс будет длиться несколько лет и будет связан с модернизацией, реконструкцией, ремонтами и строительством новых подстанций.

**Исходные данные.** Средний недоотпуск электрической энергии при аварийном отключении одной линии 6-10 кВ с учетом действия АВР и АПВ при средней продолжительности отключения 3 ч составляет, примерно, 400 кВт·ч. [4]. Средний удельный ущерб (с учетом отечественных и зарубежных экспертных оценок) составляет 4 \$/кВт·ч [2], или 228 руб./кВт·ч (при курсе доллара 57 руб.). Тогда среднее значение ущерба от одного отключения, примерно, 91,2 тыс. руб. ( $A = 91,2$  тыс. руб.).

Можно принять общую протяженность линий 6-10 кВ в электроэнергетической системе Сетевой компании равной 24 000 км, а среднюю длину – 12 км. По статистическим данным в среднем происходит 1,5 отключения в год [4]. Тогда общее количество отключений линий составляет примерно 3000 в год.

В соответствии со статистическими данными, в среднем на подстанции происходит 0,15 отключения секции шин в год. Тогда общее количество отключений секции шин (если в Сетевой компании примерно 200 подстанций) может составить примерно 60 в год.

При аварийном отключении секции шин подстанции теряют питание, в среднем 12 линий 6-10 кВ. Ущерб от недоотпуска электрической энергии при этом составляет примерно 1094,4 тыс. руб. на 1 отключение.

Пусть при использовании новой системы защиты количество аварийных отключений линий и секций шин уменьшится на 25%, и не все, а только 50% отключений линий и секций шин сопровождаются ущербом. Тогда:

$$Л_{\text{Б}} = 3000 \cdot 0,5 = 1500; Л_{\text{Н}} = 3000 \cdot (1 - 0,25) \cdot 0,5 = 1125;$$

$$П_{\text{Б}} = 60 \cdot 0,5 = 30; П_{\text{Н}} = 60 \cdot (1 - 0,25) \cdot 0,5 = 22,5.$$

Таким образом, ожидаемый экономический эффект от использования новой ЦСРЗА в Сетевой компании составляет:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= 91,2 \cdot (1500 - 1125) + 1094,4 \cdot (30 - 22,5) + 0,15 \cdot (90\,740 - 99\,210) = \\ &= 41\,137,5 \text{ тыс. руб.} \approx 41,1 \text{ млн руб.} \end{aligned}$$

**Внутренняя норма доходности (international rate of return – IRR).** Показатель внутренней нормы доходности характеризует максимально допустимый относительный уровень расходов, которые могут быть произведены при реализации данного проекта. Иными словами, инвестор получает возможность сравнить полученное для инвестиционного проекта значение IRR с ценой привлеченных финансовых ресурсов (cost of capital – CC). Значение IRR показывает верхнюю границу допустимого уровня банковской процентной ставки, превышение которой делает проект убыточным. Если IRR больше CC (в процентах), то проект прибыльный и его можно принять.

Значение IRR для проекта, рассчитанного на 6 лет, требующего инвестиций в размере IC = 99,21 млн руб. Предполагаемый финансовый эффект в виде экономии в первый год реализации проекта отсутствует, так как средства инвестируются в реализацию НИОКР и эффект  $P_1 = 0$ . В последующие годы (в качестве прогноза) можно принять:  $P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = \mathcal{E} = 41,1$  млн руб.

Ориентируясь на заведомо высокие процентные ставки на ссудный капитал, выбирают два значения коэффициента дисконтирования  $V_1$  меньше  $V_2$  так, чтобы на интервале от  $V_1$  до  $V_2$  функция  $NPV(V)$  меняла знак. Значение IRR определяется по формуле:

$$IRR = i_1 + \left( \frac{NPV(i_1)}{NPV(i_1) - NPV(i_2)} \right) (i_2 - i_1),$$

где  $i_1$  и  $i_2$  – соответственно, значения процентной ставки в интервале между которыми функция  $NPV(V)$  меняет знак.

Для определения IRR можно принять произвольно значения нижней и верхней процентной ставки, соответственно, 20% и 25%. Расчеты удобно выполнить в табличном виде. Первая итерация представлена в табл. 1.

Таблица 1

Расчет IRR (первая итерация)

Год, $t$	Поток, $P$ , млн руб.	Значения при $i = 20\%$		Значения при $i = 25\%$	
		$V(t)=1/(1+0,2)^t$	$NPV(t)=\frac{1}{(1+0,2)^t}P-IC$	$V(t)=1/(1+0,25)^t$	$NPV(t)=\frac{1}{(1+0,25)^t}P-IC$
0	-99,21	1	-99,21	1	-99,21
1	0	0,8333	0	0,8	0
2	41,1	0,6944	28,5	0,64	26,3
3	41,1	0,5787	23,8	0,512	21,04
4	41,1	0,48	19,7	0,4	16,44
5	41,1	0,4	16,4	0,33	13,56
6	41,1	0,34	13,9	0,26	10,69
<b>Общий</b>			<b>3,09</b>		<b>-11,18</b>

Значение IRR в результате первой итерации:

$$IRR_1 = 20 + \left( \frac{3,09}{3,09 - (-11,18)} \right) (25 - 20) = 21,08\%.$$

Вторая итерация при ставках 21% и 22% позволит уточнить значение IRR (табл. 2).

Таблица 2

Расчет IRR (вторая итерация)

Год, $t$	Поток, $P$ , млн руб.	Значения при $i = 21\%$		Значения при $i = 22\%$	
		$V(t)=1/(1+0,21)^t$	$NPV(t)=\frac{1}{(1+0,21)^t}P-IC$	$V(t)=1/(1+0,22)^t$	$NPV(t)=\frac{1}{(1+0,22)^t}P-IC$
0	-99,21	1	-99,21	1	-99,21
1	0	0,83	0	0,82	0
2	41,1	0,68	27,9	0,67	27,5
3	41,1	0,56	23	0,55	22,6
4	41,1	0,47	19,3	0,45	18,5
5	41,1	0,39	16	0,37	15,2
6	41,1	0,32	13,2	0,3	12,3
<b>Общий</b>			<b>0,19</b>		<b>-3,11</b>

Значение IRR в результате второй итерации:

$$IRR_2 = 21 + \left( \frac{0,19}{0,19 - (-3,11)} \right) (22 - 21) = 21,05\%.$$

Таким образом, верхнее предельное значение процентной ставки, при которой обеспечивается окупаемость кредита для финансирования проекта, составляет 21,05%. Процентная ставка по кредитам ведущих банков (например, 14,74% в Сбербанке) меньше значения IRR, поэтому предлагаемый проект можно признать, по крайней мере, окупаемым.

**Чистый дисконтированный доход (net present value – NPV):**

$$NPV = 205,5 \text{ млн руб.}$$

**Дисконтированный срок окупаемости (discount payback period method – DPP).** Это продолжительность периода, в течение которого сумма чистых доходов, дисконтированных на момент завершения инвестиций, равна сумме инвестиций.

Сумма чистых доходов за первый, второй и третий год составляет 82,2 млн руб. Следовательно, на четвертом году реализации проекта наступит баланс:

$$DPP = 3 + 17,01 / 41,1 = 3,4 \text{ года,}$$

где 17,01 млн руб. – это возмещенный после первых двух лет реализации проекта остаток инвестиций (99,21 – 82,2); 41,1 млн руб. – доходы, поступающие в третьем году реализации проекта.

**Выводы.** 1. Цель функционирования релейной защиты ЭЭС заключается не в создании прямых доходов, а в предотвращении развития аварийных ситуаций при повреждении отдельных элементов ЭЭС. Поэтому в основу анализа инвестиций в релейную защиту целесообразно положить предотвращение возможного колоссального ущерба от возможных аварий в ЭЭС.

2. Анализ эффективности инвестиционных проектов в области релейной защиты целесообразно выполнять на основе исследования денежных потоков (доходов и расходов) при условии сохранения или улучшения основных технических функций. Наиболее общим показателем эффективности может служить дисконтированный срок окупаемости, который представляет собой продолжительность периода, в течение которого сумма чистых доходов, дисконтированных на момент завершения инвестиций, становится равной сумме инвестиций. Учитывая специфику ЭЭС и РЗ, проект можно считать эффективным, если срок его окупаемости не превышает 5 лет.

3. Проект НИОКР «Разработка и исследование высокоэффективной цифровой системы релейной защиты и автоматики и управления с опытным образцом для подстанций класса 110/35/10 кВ», рассмотренный в качестве примера, является окупаемым и может быть реализован как за счет собственных средств, так и за счет привлечения авансируемого капитала. Это подтверждается достаточно высоким значением показателя  $IRR = 21,05\%$ , которое превышает процентные ставки кредитования в ведущих отечественных банках. Расчетный срок окупаемости составляет 3,4 года, и начиная с четвертого года проект будет давать финансовый эффект в виде экономии.

#### Литература

1. Булычев А.В., Гуляев В.А. Инновационные технико-экономические решения в релейной защите электрических систем. Вологда: ВоГТУ, 2005. 92 с.
2. Лесных А.В., Лесных В.В. Оценка ущерба и регулирование ответственности за перерывы в электроснабжении: зарубежный опыт // Проблемы анализа риска. 2005. Т. 2, № 1. С. 33–49.
3. Мелкумов Я.С. Финансовые вычисления. Теория и практика: учеб.-справ. пособие. М.: ИНФРА-М, 2002. 383 с.
4. Перова М.Б. Качество сельского электроснабжения: комплексный подход. Вологда: ВоГТУ, 1999. 73 с.
5. Статистические данные о работе релейной защиты и электроавтоматики в энергосистемах СССР за 1979 год. М.: Служба передового опыта и информации Союзтехэнерго, 1980. 40 с.

---

**БУЛЫЧЕВ АЛЕКСАНДР ВИТАЛЬЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор, технический директор, ООО «НПП Бреслер»; профессор кафедры теоретических основ электротехники и релейной защиты и автоматики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (bav@bresler.ru).

---

A. BULYCHEV

**FEASIBILITY STUDY OF INVESTMENTS IN RESEARCH  
AND DEVELOPMENT IN POWER SYSTEM PROTECTION FIELD**

**Key words:** relay protection, emergency control, power system, digital substation, investments.

The article is devoted to investment project's efficiency in power system protection field. The author stressed the control features of power system in normal operating condition, in case of high level perturbation and damages of individual elements. Also, the expediency of construction of relay protection as a separate system based on the individual appliances, isolated functionally from other control systems, is substantiated (centralized traffic control and automation emergency system facilities, meters, etc.). The analysis of investments to relay protection is based on preventing colossal damage caused by possible faults in power systems. Expediency of basing the analysis of the investment project's efficiency on research of cash flow upon condition of saving or improvement basic functions is demonstrated.

References

1. Bulychev A.V., Gulyaev V.A. *Innovatsionnye tekhniko-ekonomicheskie resheniya v releinoi zashchite elektricheskikh sistem* [Innovative techno-economic solutions in the field of relay protection of electrical systems]. Vologda, Vologda State Technical University Publ., 2005, 92 p.
2. Lesnykh A.V., Lesnykh V.V. *Otsenka ushcherba i regulirovanie otvetstvennosti za pereryyy v elektrosnabzhenii: zarubezhnyi opyt* [Damage assessment and the regulation of liability for interruptions in the power supply: international experience]. *Problemy analiza riska* [Problems of risk analysis], 2005, vol. 2, no. 1, pp. 33–49.
3. Melkumov Ya.S. *Finansovye vychisleniya. Teoriya i praktika: ucheb.-sprav. posobie* [Financial calculations. Theory and practice: training and reference manual]. Moscow, INFRA-M Publ., 2002, 383 p.
4. Perova M.B. *Kachestvo sel'skogo elektrosnabzheniya: kompleksnyi podkhod* [The quality of rural power supply: an integrated approach]. Vologda, Vologda State Technical University Publ., 1999, 73 p.
5. *Statisticheskie dannye o rabote releinoi zashchity i elektroavtomatiki v energosis-temakh SSSR za 1979 god* [Statistics on the work of relay protection and automatics in power systems of the USSR for 1979]. Moscow, 1980, 40 p.

---

**BULYCHEV ALEXANDER – Doctor of Technical Sciences, Professor, Technical Director, LLC «NPP Bresler»; Professor, Department of Theoretical Fundamentals of Electrical Engineering and Relay Protection and Automation, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (bav@bresler.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Булычев А.В. Инженерно-экономическое обоснование инвестиций в научно-исследовательские работы по релейной защите и автоматике электроэнергетических систем // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 61–75.

УДК 621.311.1

ББК 3211

П.Л. ВОРОНОВ

## РАСЧЕТ ПО ЧАСТЯМ ТРЕХФАЗНЫХ СЕТЕЙ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ И СЛОЖНЫХ ВИДАХ ПОВРЕЖДЕНИЙ

**Ключевые слова:** короткие замыкания (КЗ), системы координат, матрицы преобразования, схемы последовательностей, расчет по частям, сложные виды повреждений.

*Метод расчета сложных повреждений, основанный на применении тензорной методологии анализа сетей, разработанной Г. Кроном, включает в себя два преобразования: соединение схем последовательностей и учет следствий из граничных условий для конкретных повреждений. В данной статье предлагается одна из модификаций этого метода для расчета несимметричных режимов трехфазных систем по частям, ключевым пунктом которого является использование совокупности матриц преобразования, позволяющих осуществить переход от найденных решений для отдельных последовательностей к общему решению системы в целом.*

Общая теория расчета трехфазных систем при одновременных несимметричных повреждениях представлена в [5]. Она базируется на применении метода симметричных составляющих и построении комплексных схем замещения с промежуточными трансформаторами. В [1, 4, 6 и др.] представлены различные модификации методов анализа нескольких несимметричных КЗ и неполнофазных режимов в базе симметричных составляющих и в фазных координатах.

Метод расчета электрических систем по частям, называемый часто диакопикой, вытекает из теории ортогональных сетей [8]. Он предусматривает расчленение топологических моделей, или схем замещения сложных разветвленных электроэнергетических систем, на подсистемы с последующим решением уравнений каждой из них и формированием из полученных частных решений подсистем общего решения всей системы без составления ее полных уравнений и их решения.

Среди множества топологических моделей, применяемых для расчета систем по частям, различают модели диффузионного и пуассоновского типов в зависимости от вида возбуждения и наличия заземляющих точек модели. Применительно к электрическим сетям к диффузионным моделям относят системы с узловым возбуждением, когда задаются узловые токи и на первом этапе рассчитываются напряжения или разности потенциалов между парами узлов, а затем токи ветвей и другие параметры режима сети. Если возбуждение осуществляется посредством ЭДС генераторов, двигателей и обобщенных нагрузок, то на первом этапе определяются токи замкнутых контуров, а затем остальные параметры. В этом случае используемые модели относятся к пуассоновскому типу. Не затрагивая здесь особенностей названных и более общих моделей, заметим лишь, что если подсистемы имеют узловое возбуждение, то цепь, объединяющая частные решения подсистем в общее решение системы в целом, автоматически приобретает вид сети с контурным возбуждением, и наоборот. Эти дополнительные сети принято называть цепями пересечения.

Метод анализа ортогональных сетей основывается на двух соображениях: число переменных (координат) и уравнений любой сети всегда равно числу

ветвей вне зависимости от способа их соединения и вида возбуждения; входная и выходная мощности остаются неизменными (инвариантными) при всех способах соединения этих ветвей. Заметим, что под ветвью можно понимать и сложное устройство, или совокупность элементов, которые называются в данном представлении компаунд-ветвями. В ортогональной 1-сети различают два типа переменных: токи, образующие замкнутые пути (контур), и токи открытых (разомкнутых) путей, обусловленные напряжениями узловых пар (разностью потенциалов между узлами открытых контуров). Когда ветвь замкнутого контура раскрывается, старая контравариантная переменная (ток) обращается в нуль, а на ее месте возникает новая ковариантная переменная (разность потенциалов между полюсами разомкнутой ветви). И наоборот, когда в любой динамической системе ковариантная переменная редуцируется в нуль при введении каких-либо связей, вместо нее немедленно возникает контравариантная переменная. Напомним, что ковариантные и контравариантные переменные в теории тензоров и в топологии подчиняются разным законам преобразования координат. Они ортогональны друг другу.

Следовательно, в зависимости от того, какие компоненты будут приняты в качестве исходных переменных, любую сеть можно рассматривать первоначально либо как контурную, либо как узловую. Кажущиеся или воображаемые ветви, обладающие нулевым сопротивлением (импедансом) или бесконечной проводимостью (адмитансом), во внимание не принимаются.

Практикой доказано, что установившиеся и переходные процессы, обусловленные несимметриями, возникающими в системах электроснабжения в нормальных и аварийных режимах, наиболее просто и эффективно анализируются методом преобразования координат. В зависимости от целей анализа при расчетах на ЭВМ применяются различные схемы замещения и системы координат:  $A, B, C; d, q, 0; 1, 2, 0; \alpha, \beta, 0; f, b, 0$  и т.д. Однако первоначальная информация о параметрах каждого из элементов системы электроснабжения может быть задана в какой-либо определенной координатной системе. Чаще всего она бывает известна для элементов сети в фазных переменных  $A, B, C$ ; для электрических синхронных машин в координатных осях  $d, q, 0$ , жестко связанных с ротором, для других машин и трансформаторов – в симметричных составляющих  $1, 2, 0$ . Поэтому при конкретных расчетах нередко приходится проводить преобразования переменных для того, чтобы параметры всех элементов были выражены в одной той же системе координат. Между тем даже простой переход от фазных координат к симметричным составляющим в случае трехфазных систем будет справедлив только тогда, когда такое преобразование выполнено для каждого элемента сети или системы в отдельности. В [2] подробно рассмотрены и представлены матрицы и формулы преобразования уравнений трехфазной синхронной машины к различным системам действительных и комплексных координат с соблюдением инвариантности мощности. Во многих случаях аналитического и числового решения на ЭВМ, например, когда нецелесообразно прибегать к построению комплексных схем замещения с промежуточными трансформаторами, приходится сталкиваться с рядом специфических особенностей и приемов при замене систем координат и переменных. Известно [3,7], что расчет сложных разветвленных сетей методом преоб-

разования координат удобнее всего начинать с введения «элементарной цепи», которая представляет собой набор отдельных ветвей исходной системы, замкнутых на себя. Из таких ветвей путем размыканий и соединений можно получить множество сетей, состоящих из одного и того же числа ветвей, но связанных друг с другом различным образом. Любая из получаемых таким путем сетей является «ортогональной цепью», и для каждой из них всегда выполняется условие инвариантности мощности и существует несингулярная матрица преобразования. В частности, «элементарной цепью» может служить и совокупность отдельных подсистем или схем замещения различных последовательностей. Напомним формулы преобразования матриц (тензоров) тока, напряжения, импеданса «элементарной цепи» к любой другой:

$$\mathbf{i}^{\circ} = \mathbf{C}_k^{\circ} \mathbf{i}^k; \mathbf{u}_k = \mathbf{C}_k^{\circ} \mathbf{u}_{\circ}; \mathbf{z}_{kk} = \mathbf{C}_k^{\circ} \mathbf{z}_{\circ\circ} \mathbf{C}_k^{\circ}$$

где индекс « $\circ$ » относится к «элементарной», а « $k$ » к некоторой другой цепи. Вместе с этим подчеркнем, что функции совокупностей матриц преобразования в общем случае гораздо шире, нежели только соединение ветвей в конкретные схемы. Они могут обеспечивать преобразование к новым переменным, например, трехфазных систем к симметричным составляющим посредством матрицы

$$\mathbf{C}_s^{A,B,C} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline A & 1 & 1 & 1 \\ B & 1 & a^2 & a \\ C & 1 & a & a^2 \end{array},$$

где коэффициент  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  введен для того, чтобы мощность в фазных переменных и в симметричных составляющих была инвариантной. Если матрица  $\mathbf{C}_k^{\circ}$  выполняет функцию соединения ветвей в некоторую сеть или наложения связей, изменяя степень свободы системы, то матрица  $\mathbf{C}_s^{A,B,C}$  изменяет систему координат. Приведенных замечаний вполне достаточно для дальнейшего понимания групповых процедур преобразований и алгоритма расчета предлагаемым методом. Его полезно непосредственно проиллюстрировать на конкретном примере расчета реальной системы электроснабжения.

Пусть задана простейшая трехфазная энергосистема (рис. 1), характеризующаяся следующими исходными параметрами: ГЭС (4 генератора с единичной мощностью 75 МВт,  $\cos \varphi_G = 0,8$ ;  $X_d'' = 0,2$ ;  $X_2 = 1,45 X_d''$ ;  $U_G = 10,5$  кВ); ТЭЦ (4 турбогенератора мощностью по 25 МВт каждый,  $\cos \varphi_G = 0,8$ ;  $X_d'' = 0,17$ ;  $X_2 = 1,45 X_d''$ ;  $U_G = 10,5$  кВ); трансформаторы ( $S_{T-1} = 360$  МВА;  $u_k\% = 12\%$ ;  $k_T = 10,5/242$ ;  $S_{T-2} = 360$  МВА;  $u_k\% = 12\%$ ;  $k_T = 220/10,5$ ); ЛЭП (две линии с  $l = 250$  км,  $X_{1л} = 0,4$  Ом/км;  $X_{0л} = 1,88$  Ом/км); нагрузка ( $P_{нг} = 400$  МВт,  $\cos \varphi_{нг} = 0,9$ ;  $U_{нг} = 10,5$  кВ). Требуется рассчитать напряжения и токи в схеме замещения системы при одновременных однофазном (фаза А) и двухфазном (фазы В и С) КЗ, соответственно, в точках  $K_1$  и  $K_2$  для начального момента времени.

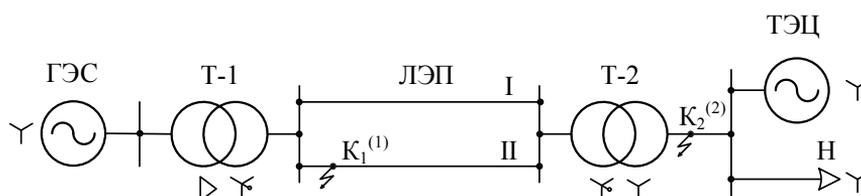


Рис. 1. Исходная схема системы электроснабжения

Расчет выполняется в системе относительных единиц при следующих базисных условиях:

$$S_6 = 50 \text{ МВА}, U_{61} = 10,5 \text{ кВ}; U_{62} = 242 \text{ кВ}; U_{63} = 242 \frac{10,5}{220} = 11,55 \text{ кВ}.$$

Вычисленные значения сопротивлений всех элементов сети, ЭДС генераторов и нагрузки указаны на схемах замещения прямой, обратной и нулевой последовательностей (рис. 2).

Активными сопротивлениями элементов пренебрегаем ввиду их малости и с целью упрощения вычислений при ручном счете. Данное допущение является общепринятым и не имеет принципиального значения. Предполагается, что генераторы электростанций и нагрузка до КЗ работали в номинальном режиме. Параметры всех элементов исходной сети выражены в координатах симметричных составляющих.

Задача решается сначала при представлении исходной системы как контурной, а затем при узловом возбуждении. В обоих вариантах расчета используются одни и те же схемы замещения последовательностей (рис. 2, а, б, в). Нумерация узлов, ветвей, токов ветвей, замкнутых и открытых контуров при всех матричных преобразованиях должна оставаться неизменной. Чтобы избежать ошибок при преобразованиях, желательно при составлении матриц обозначать оси координат, особенно, если решение находится вручную. Естественно, что при расчетах на ЭВМ все матричные преобразования выполняются автоматически и ошибки практически исключены.

Процедура расчета по частям при контурном виде возбуждения включает следующие этапы:

1. Строятся схемы замещения последовательностей. На место любого КЗ в этих схемах ставятся закоротки (если имеет место разрыв фазы, то место повреждения обозначается разрывом). Закоротки в схемах для рассматриваемого примера показаны (рис. 2, а, б, в) в виде дуг. (Пунктирные линии с разрывами вместо дуг в точках КЗ будут использованы ниже в расчете при узловом возбуждении).

2. Для каждой подсистемы (схемы замещения отдельной последовательности) произвольно выбираются положительные направления токов ветвей (их индексы обозначены латинскими буквами и цифрами, соответствующими номерам последовательностей) и замкнутых контуров. Для облегчения расчетов, сокращения памяти ЭВМ и времени счета целесообразно выбирать их по возможности так, чтобы матрица контурных сопротивлений была диагональной или максимально разреженной (это в принципе необязательное условие удовлетворено в рассматриваемом примере).

3. Составляются матрицы контурных сопротивлений и контурных ЭДС для каждой последовательности (для простых схем, например, по правилу Стиганга, а для сложных разветвленных с помощью «элементарной цепи»). Обозначим их, соответственно, через  $Z_{\alpha\beta}$ ,  $Z_{\gamma\mu}$ ,  $Z_{\omega\varphi}$ ,  $e_{\beta}$ ,  $e_{\mu}$ ,  $e_{\varphi}$ , используя для индексов этих величин греческие буквы.

4. Рассчитываются контурные токи в каждой подсистеме посредством обращения матриц контурных сопротивлений. Поскольку в схемах обратной и нулевой последовательностей ЭДС отсутствуют (они могут появиться только при несимметрии фазных ЭДС источников, подпитывающих место КЗ), для этих схем определяются лишь матрицы узловых проводимостей.

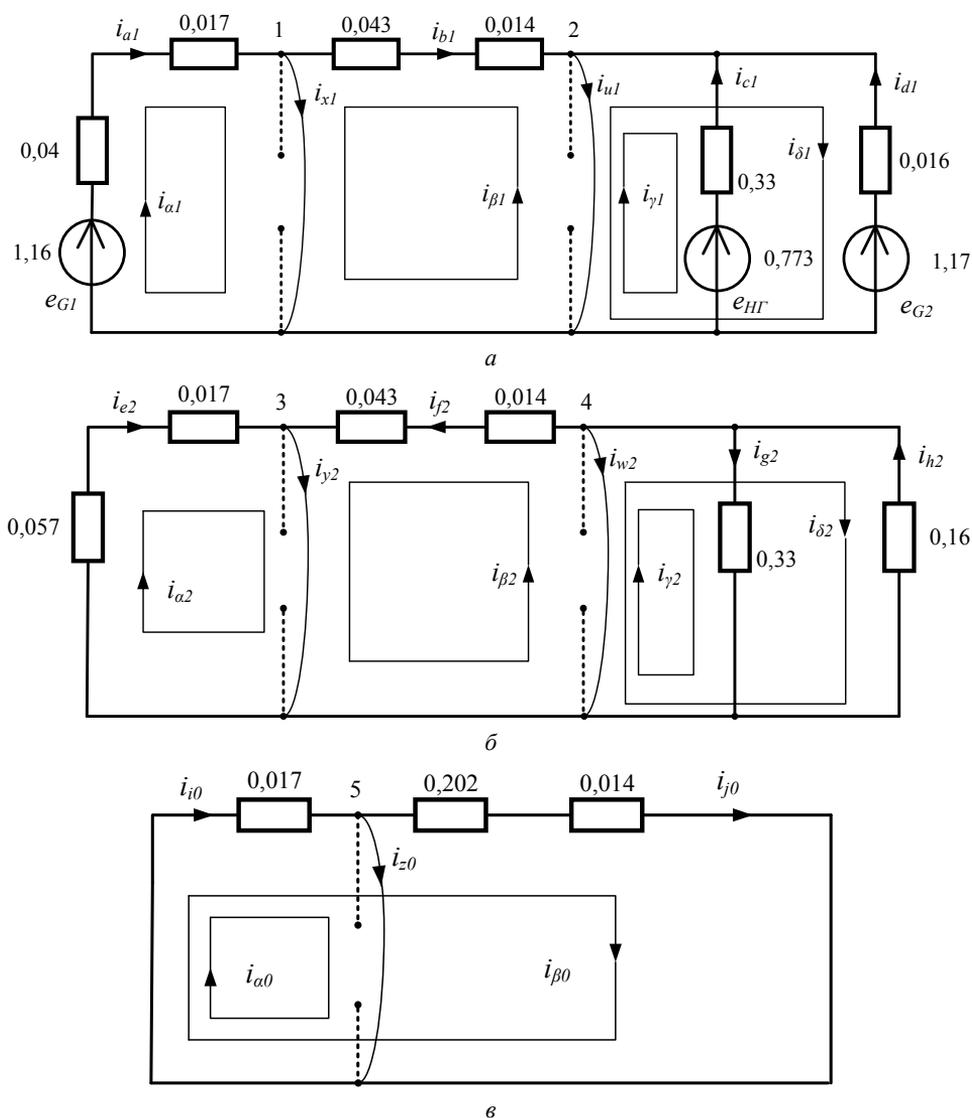


Рис. 2 Схемы последовательностей: *a* – прямая; *б* – обратная; *в* – нулевая

Для рассматриваемого примера имеем

$$z_{\alpha\beta} = \begin{array}{c|c|c|c|c} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 \\ \hline \alpha 1 & 0,057 & & & \\ \hline \beta 1 & & 0,057 & & \\ \hline \gamma 1 & & & 0,033 & \\ \hline \delta 1 & & & & 0,116 \\ \hline \end{array}; z_{\gamma\mu} = \begin{array}{c|c|c|c|c} & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 \\ \hline \alpha 2 & 0,074 & & & \\ \hline \beta 2 & & 0,057 & & \\ \hline \gamma 2 & & & 0,033 & \\ \hline \delta 2 & & & & 0,168 \\ \hline \end{array};$$

$$(z_{\alpha\beta})^{-1} = Y^{\beta\alpha} = \begin{array}{c|c|c|c|c} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 \\ \hline \alpha 1 & 17,544 & & & \\ \hline \beta 1 & & 17,544 & & \\ \hline \gamma 1 & & & 30,303 & \\ \hline \delta 1 & & & & 8,621 \\ \hline \end{array};$$

$$(z_{\gamma\mu})^{-1} = Y^{\mu\gamma} = \begin{array}{c|c|c|c|c} & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 \\ \hline \alpha 2 & 13,514 & & & \\ \hline \beta 2 & & 17,544 & & \\ \hline \gamma 2 & & & 30,303 & \\ \hline \delta 2 & & & & 5,952 \\ \hline \end{array};$$

$$z_{\omega\varphi} = \begin{array}{c|c|c} & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline \alpha 0 & 0,017 & \\ \hline \beta 0 & & 0,216 \\ \hline \end{array}; (z_{\omega\varphi})^{-1} = Y^{\varphi\omega} = \begin{array}{c|c|c} & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline \alpha 0 & 58,82 & \\ \hline \beta 0 & & 4,629 \\ \hline \end{array};$$

$$e_{\alpha} = \begin{array}{c|c|c|c} \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 \\ \hline 1,16 & 0 & -0,773 & -1,17 \\ \hline \end{array}; i^{\beta} = Y^{\beta\alpha} e_{\alpha} = \begin{array}{c|c|c|c} \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 \\ \hline 1,16 & 0 & -0,773 & -1,17 \\ \hline \end{array};$$

5. Составляются необходимые для решения матрицы преобразования **C** на основе следствий из граничных условий для узлов, к которым примыкают ветви замыканий. Этот этап является *ключевым пунктом* расчета. Сначала определяется матрица, показывающая, какие контурные токи протекают через ветви замыкания. Получаем

$$C'_{\chi''} = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & & & & & & & & \\ \hline 2 & & 1 & 1 & 1 & & & & & & \\ \hline 3 & & & & & 1 & 1 & & & & \\ \hline 4 & & & & & & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline 5 & & & & & & & & & 1 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Затем составляется матрица, содержащая информацию о следствиях из граничных условий для напряжений:

$$C_{\chi}^{\chi''} = \frac{1}{2} \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 1 & & & & -1 \\ \hline 2 & & 1 & & 1 & \\ \hline 3 & & & 1 & & -1 \end{array}.$$

Произведение этих двух матриц дает результирующую матрицу преобразования соединения подсистем или в данном случае – решений схем последовательностей

$$C_{\chi}^{\chi'} = C_{\chi}^{\chi''} C_{\chi}^{\chi'} = \frac{1}{2} \begin{array}{c|cccccc|cccc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & & & & & & & -1 & -1 \\ \hline 2 & & 1 & 1 & 1 & & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline 3 & & & & & 1 & 1 & & & -1 & -1 \end{array}.$$

6. Осуществляется переход к новой системе координат по формулам преобразования с помощью матрицы  $C_{\chi}^{\chi'}$ . Для этого предварительно формируется матрица-столбец решения токов из вычисленных токов подсистем (она представлена здесь из-за экономии места в виде строки)

$$i^{\chi} = \begin{array}{c|cccc|cccc|cc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 20,351 & & 23,423 & -10,086 & & & & & & & \end{array},$$

а также матрица проводимостей решения подсистем, представляющая собой диагональную матрицу  $10 \times 10$  (записана здесь тоже в виде строки):

$$Y^{\chi} = \text{diag} \begin{array}{c|cccc|cccc|cc} & \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 17,544 & 17,544 & 30,303 & 8,621 & 13,514 & 17,544 & 30,303 & 5,952 & 58,824 & 4,63 \end{array}$$

В результате находим

$$i^{\chi'} = C_{\chi}^{\chi'} i^{\chi} = \frac{1}{2} \begin{array}{c|c} 1 & 20,351 \\ \hline 2 & -33,503 \\ \hline 3 & 0 \end{array};$$

$$Y^{\chi'\xi'} = C_{\chi}^{\chi'} Y^{\chi\xi} C_{\xi}^{\xi'} = \frac{1}{2} \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 98,542 & 17,544 & 63,454 \\ \hline 2 & 17,544 & 110,267 & 17,544 \\ \hline 3 & 63,454 & 17,544 & 94,512 \end{array}.$$

7. Находится обратная матрица матрицы проводимостей  $(Y^{\chi'\xi'})^{-1} = z_{\xi'/\chi'}$ , и с ее помощью вычисляются напряжения в узлах новой системы координат

$$U_{\xi'} = z_{\xi'/\chi'} i^{\chi'} = \frac{1}{2} \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0,01798 & -0,0097 & -0,01189 \\ \hline 2 & -0,0097 & 0,0094 & -0,00109 \\ \hline 3 & -0,01189 & -0,00109 & 0,01877 \end{array} \cdot \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 20,35 \\ -33,51 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0,3984 \\ -0,335 \\ -0,2054 \end{array} \end{array}.$$

8. Определяются дополнительные ЭДС  $\Delta e_{\xi} = C_{\xi}^{\xi'} U_{\xi'}$ , появляющиеся при соединении схем последовательностей в контурах, и дополнительные контурные токи, обусловленные этими ЭДС  $\Delta i^{\chi} = Y^{\chi \xi} \Delta e_{\xi}$ :

$$\Delta e_{\xi} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 0,3984 & 0,0634 & -0,335 & -0,335 & -0,205 & -0,544 & -0,335 & -0,335 & -0,193 & -0,193 \\ \hline \end{array}$$

$$\Delta i^{\chi} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 6,99 & 1,112 & -10,152 & -2,888 & -2,77 & -9,474 & -10,152 & -1,994 & -11,353 & -0,895 \\ \hline \end{array}$$

9. Определяются действительные контурные токи по формуле  $\partial i^{\chi} = (i^{\chi} - \Delta i^{\chi})$ . Получаем

$$\partial i^{\chi} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \alpha 1 & \beta 1 & \gamma 1 & \delta 1 & \alpha 2 & \beta 2 & \gamma 2 & \delta 2 & \alpha 0 & \beta 0 \\ \hline 13,361 & -1,112 & -13,271 & -7,198 & 2,77 & 9,474 & 10,152 & 1,994 & 11,3053 & 0,895 \\ \hline \end{array}$$

Токи в ветвях вычисляются с помощью преобразования  $i^{\chi''} = C_{\chi}^{\chi''} i^{\chi}$ , где матрица  $C_{\chi}^{\chi''}$  определяется таблицей:

	a	b	c	d	u	x	e	f	g	h	w	y	i	j	z
$\alpha 1$	1					1									
$\beta 1$		-1			-1	1									
$\gamma 1$			-1		-1										
$\delta 1$				-1	-1										
$\alpha 2$							1					1			
$\beta 2$								1			1	1			
$\gamma 2$									1		1				
$\delta 2$										1	1				
$\alpha 0$													1		1
$\beta 0$														1	1

Решение рассматриваемой задачи по частям при узловом возбуждении гораздо проще, поскольку в этом конкретном примере обращаются лишь матрицы второго порядка. Все операции решения трехфазной энергосистемы в целом и решение ее при расчленении на отдельные подсистемы связаны с матрицами узловых проводимостей. Процедура и алгоритм расчета аналогичны предыдущему, но имеют ряд особенностей. Этапы расчета следующие:

1. Составляются схемы замещения отдельных последовательностей. Закоротки, отображавшие в первом методе расчета места КЗ, на тех же самых схемах последовательностей заменяются разрывами, как это показано пунктирными линиями на рис. 2 (дуговые линии убираются). Если повреждение представляет собой разрыв фазы, то оно замещается на схемах последовательностей тоже разрывами.

2. В каждой подсистеме выбирается узел с нулевым потенциалом, и для каждой из них записываются матрицы узловых проводимостей. Для обозначения этих матриц мы используем новые индексы, чтобы не путать их с величинами, введенными ранее при решении примера первым методом, поскольку это разные матрицы. Получаем

$$Y^{\lambda\eta} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 35,088 & -17,544 \\ \hline 2 & -17,544 & 56,468 \end{array}; Y^{\nu\mu} = \begin{array}{c|cc} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 31,057 & -17,544 \\ \hline 4 & -17,544 & 53,8 \end{array}; Y^{\tau\sigma} = \begin{array}{c|c} & 5 \\ \hline & 63,453 \end{array}.$$

Матрица-столбец токов записывается только для подсистемы прямой последовательности, поскольку ЭДС в схемах обратной и нулевой последовательностей отсутствуют. Для рассматриваемого примера матрица токов состоит всего из двух элементов, относящихся к узлам 1 и 2. Они определяются путем преобразования соответствующих ЭДС в источники тока и равны для рассматриваемого примера 20,351 и 33,51.

3. Находятся обратные матрицы матриц узловых проводимостей подсистем, и определяются соответствующие им матрицы сопротивлений:

$$z_{\eta\lambda} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0,034 & 0,01 \\ \hline 2 & 0,01 & 0,021 \end{array}; z_{\mu\nu} = \begin{array}{c|cc} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0,039 & 0,013 \\ \hline 4 & 0,013 & 0,023 \end{array}; z_{\sigma\tau} = \begin{array}{c|c} & 5 \\ \hline & 0,0158 \end{array}.$$

4. Вычисляются напряжения узлов в подсистеме прямой последовательности

$$U_{\eta} = z_{\eta\lambda} I^{\lambda} = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0,034 & 0,01 \\ \hline 2 & 0,01 & 0,021 \end{array} \cdot \begin{array}{c|c} 1 & 20,351 \\ \hline 2 & 33,51 \end{array} = \begin{array}{c|c} 1 & 1,027 \\ \hline 2 & 0,907 \end{array}.$$

5. Составляются диагональная матрица подсистем и строчная матрица напряжений узлов

$$z_{\eta\lambda} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0,034 & 0,01 & & & \\ \hline 2 & 0,01 & 0,021 & & & \\ \hline 3 & & & 0,039 & 0,013 & \\ \hline 4 & & & 0,013 & 0,023 & \\ \hline 5 & & & & & 0,016 \end{array};$$

$$U_{\eta} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline & 1,027 & 0,907 & & & \end{array}.$$

6. Записывается матрица преобразования для соединения подсистем с учетом следствий из граничных условий для токов (ветвей замыканий, которым принадлежат узлы). Эти следствия хорошо известны: для однофазного КЗ токи всех трех последовательностей в месте повреждения равны, а при

двухфазном КЗ токи прямой и обратной последовательностей равны и противоположно направлены. Матрица имеет вид

$$C_{\eta'}^{\eta} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline x & 1 & & 1 & & 1 \\ \hline u & & 1 & & -1 & \end{array} .$$

7. С помощью формул преобразования осуществляется переход к новой системе координат  $(x, u)$ . Матрица узловых напряжений  $U_{\eta'} = C_{\eta'}^{\eta} U_{\eta}$  в новой системе координат представлена в форме столбца, а матрица сопротивлений найдена по формуле  $z_{\eta'\lambda'} = C_{\eta'}^{\eta} z_{\eta\lambda} C_{\lambda'}^{\lambda}$ :

$$U_{\eta'} = \begin{array}{c|cc} & x & u \\ \hline x & 1,027 & \\ \hline u & 0,907 & \end{array} , \quad z_{\eta'\lambda'} = \begin{array}{c|cc} & x & u \\ \hline x & 0,089 & -0,003 \\ \hline u & -0,003 & 0,044 \end{array} .$$

8. Вычисляются узловые токи в новой системе переменных по выражению

$$I^{\lambda'} = (z_{\eta'\lambda'})^{-1} U_{\eta'} = \begin{array}{c|cc} & x & u \\ \hline x & 11,262 & 0,768 \\ \hline u & 0,768 & 22,78 \end{array} \cdot \begin{array}{c|cc} & x & u \\ \hline x & 1,027 & \\ \hline u & 0,907 & \end{array} = \begin{array}{c|cc} & x & u \\ \hline x & 12,262 & \\ \hline u & 21,45 & \end{array} .$$

9. Рассчитываются дополнительные токи и дополнительные напряжения, появляющиеся в результате соединения подсистем, по формулам

$$\Delta I^{\lambda'} = C_{\lambda'}^{\lambda} I^{\lambda} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline & 12,262 & 21,45 & 12,262 & -21,45 & 12,262 \end{array} ,$$

$$\Delta U_{\eta} = z_{\eta\lambda} I^{\lambda} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline & 12,262 & 21,45 & 12,262 & -21,45 & 12,262 \end{array} .$$

10. Определяются искомые (действительные) напряжения в узлах

$$\partial U_{\eta} = U_{\eta} - \Delta U_{\eta} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline & 0,398 & 0,334 & 0,205 & 0,334 & -0,196 \end{array} .$$

**Выводы.** 1. Разработаны алгоритмы расчета по частям несимметричных и сложных видов повреждений в электроэнергетических системах на основе метода симметричных составляющих.

2. Алгоритмы основаны на методе анализа ортогональных сетей и составлены для контурного и узлового возбуждения исходных схем замещения.

3. В качестве «элементарной цепи» решений принимается совокупность трех подсистем, представляющих собой схемы отдельных последовательностей, рассматриваемых в пространстве симметрических составляющих.

4. В результате анализа и решения конкретных примеров предпочтение отдано применению алгоритма с узловым возбуждением.

## Литература

1. Авербух А.М. Примеры расчетов неполнофазных режимов и коротких замыканий. Л.: Энергия, 1979. 184 с.
2. Воронов П.Л., Щедрин В.А. Применение метода преобразования координат к анализу электрических сетей с распределенными источниками энергии // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. 2015. Вып. XI. С. 42–65.
3. Крон Г. Тензорный анализ сетей. М.: Сов. радио, 1978. 720 с.
4. Лямец Ю.Я., Еремеев Д.Г., Нудельман Г.С. Эквивалентирование многопроводных систем при замыканиях и обрывах части проводов // Электричество. 2003. № 11. С. 17–27.
5. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. М.: Энергия, 1964. 704 с.
6. Чернин А.Б., Лосев С.Б. Основы вычислений электрических величин для релейной защиты при сложных повреждениях в электрических системах. – М.: Энергия, 1971. 440 с.
7. Щедрин В.А. Метод преобразования координат в исследовании электрических систем. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1982. 120 с.
8. Kron G. Diakoptics: The Piecewise Solution of Large-Scale Systems. London, MacDonald, 1965, p. 166.

---

**ВОРОНОВ ПАВЕЛ ЛЕОНИДОВИЧ – аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (plv911@mail.ru).**

---

## P. VORONOV

**BY- PARTS CALCULATION OF THREE- PHASE SYSTEMS WITH ASYMMETRIC AND COMPLEX DAMAGES**

*Key words:* short circuit, coordinate systems, transformation matrix, sequence diagrams, calculation by parts, complex types of damage.

*The general theory of calculation of three-phase systems with simultaneous asymmetric damages is based on the application of the method of symmetrical components and construction of integrated circuits with intermediate transformers. Method of calculating complex damages based on the use of tensor methodology of network analysis, developed by G. Kron, includes two transformations: the connection of sequence diagrams and consideration of the effects of the boundary conditions for the particular damage. The paper proposes a modification of this method to calculate asymmetrical modes of three-phase systems by parts, the key point of which is the use of a set of transformation matrices allowing the transition from the solutions for each individual sequence to the consensus of the system as a whole.*

## References

1. Averbukh A.M. *Primery raschetov nepolnofaznykh rezhimov i korotkikh zamykaniy* [Examples of calculations unbalance and short circuits]. Leningrad, Energiya Publ., 1979, 184 p.
2. Voronov P.L., Shchedrin V.A. *Primenenie metoda preobrazovaniya koordinat k analizu elektricheskikh setei s raspredeleennyimi istochnikami energii* [Application of the method of coordinate transformation to the analysis of electrical networks with distributed energy sources]. *Regional'naya ener-getika i elektrotehnika: problemy i resheniya: sb. nauch. tr.* [Regional energy and electrical engineering: problems and solutions]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2015, iss. XI, pp. 42–65.
3. Kron G. *Tenzornyy analiz setei* [Tensor analysis of networks]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1978, 720 p.

4. Lyamets Yu.Ya., Ereemeev D.G., Nudel'man G.S. *Ekvivalentirovanie mnogoprovodnykh sistem pri замыkaniyakh i obryvakh chasti provodov* [Equivalententing multi-wire systems when circuits and breakages of the parts of wires]. *Elektrichestvo*, 2003, no. 11, pp. 17–27.

5. Ul'yanov S.A. *Elektromagnitnye perekhodnye protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Electromagnetic transients in power systems]. Moscow, Energiya Publ., 1964, 704 p.

6. Chernin A.B., Losev S.B. *Osnovy vychislenii elektricheskikh velichin dlya releinoi zashchity pri slozhnykh povrezhdeniyakh v elektricheskikh sistemakh* [Fundamentals of computing electrical values for relay protection in complex damages in electrical systems]. Moscow, Energiya Publ., 1971, 440 p.

7. Shchedrin V.A. *Metod preobrazovaniya koordinat v issledovanii elektricheskikh sistem* [The method of coordinate transformation in the study of electrical systems]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 1982, 120 p.

8. Kron G. *Diakoptics: The Piecewise Solution of Large-Scale Systems*. London, MacDonald, 1965, p. 166.

---

**VORONOV PAVEL – Post-Graduate Student of Industrial Enterprises Power Supply Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (plv911@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Воронов П.Л. Расчет по частям трехфазных сетей при несимметричных и сложных видах повреждений // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 76–87.

УДК 621.316.717-573.2-048.24

ББК 3264.344-013

Е.Г. ЕГОРОВ, Г.Е. ЕГОРОВ, Н.Ю. ЛУИЯ, В.С. ПРЯНИКОВ

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДУГОГАШЕНИЯ В КОНТАКТОРАХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

*Ключевые слова:* контактор, электрическая дуга, коммутационные испытания, восстанавливающаяся электрическая прочность, восстанавливающееся электрическое напряжение.

*Приведены результаты анализа дуговых процессов при коммутации асинхронных электрических двигателей. Рассмотрены переходные процессы отключения активно-индуктивной нагрузки, механизмы пробоя межконтактных промежутков, отмечено влияние скорости подъема восстановления напряжения на величину пробивного напряжения, которое объясняется временами формирования и запаздывания разряда в процессе пробоя. Это явление было положено в основу метода коммутационных испытаний путем измерения волновых характеристик испытательной цепи: восстанавливающегося напряжения и восстанавливающейся прочности. Сущность предлагаемого метода заключается в обеспечении равенства скорости подъема испытательного напряжения и восстанавливающегося напряжения в номинальном режиме. Этим обеспечивается достоверность измерения восстанавливающейся прочности и оценки коммутационной способности испытуемого контактора. Приведены результаты экспериментальных исследований контакторов с различными вариантами дугогасительных камер. Показана возможность применения рассмотренного энергосберегающего и неразрушающего метода для контроля коммутационной способности контакторов.*

Для управления асинхронными двигателями наиболее часто применяют магнитные пускатели, в составе которых основным устройством является контактор переменного тока. Такое применение обусловлено простотой схемы коммутации, малой стоимостью и доступностью при эксплуатации и обслуживании.

Основными показателями надежности контактора является его коммутационная износостойкость, на определения которой требуются большие затраты времени. В соответствии с требованиями нормативно-технической документации износостойкость устанавливается в диапазоне 1–3 млн циклов коммутации включения-отключения в режиме соответствующей категории применения АС-3, а для категории применения АС-4 – до 0,4 млн.

Показатели коммутационной износостойкости должны подтверждаться прямыми длительными (от нескольких месяцев до года) энергоёмкими испытаниями.

В связи с этим проблема энерго- и ресурсосбережения является значимой и весьма актуальной, решение которой в последнее время уделяется серьезное внимание, что подтверждается рядом отечественных и зарубежных публикаций [4–6, 8–10, 13–17].

Например, в работе [14] на основании результатов экспериментальных исследований и их статистической обработки вычислены параметры дуговой модели Майра, которые позволяют рассчитать напряжение на дуге, переходное восстанавливающееся напряжение, которые использованы для прогнозирования подобных или оптимизации существующих выключателей.

Влияние электрического поля на разбиение электрической дуги на ряд частичных дуг исследовано в статье [17]. Исследовалось распределение температуры и напряженности электрического поля для оптимизации процесса гашения дуги и повышения коммутационной способности аппаратов. Была разработана и рассчитана имитационная модель дуги, корректность которой была подтверждена экспериментально.

В работе [15] исследована имитационная модель с использованием ANSYS CFX с учетом излучения и тепловых свойств плазмы при оптимизации автоматических выключателей на токи 50–200 А с разным числом дугогасительных пластин и разной конструкцией дугогасительных камер. Результаты эксперимента были использованы для уточнения размеров расчетной сетки, также была показана достоверность имитационной модели.

Актуальность выбора аппаратуры для обеспечения надежной работы энергетического оборудования и ЛЭП обоснована в работе [14] с учетом основных характеристик и показателей надежности контакторов переменного тока.

Для высоковольтных выключателей [13] предложены расчетная методика определения разрядных напряжений и метод определения разности потенциалов между контактами по известной напряженности электрического поля. Моделирование характеристик электрической прочности выполнено в средах ANSYS, ELCUT, также было произведено сравнение с результатами коммутационных высоковольтных испытаний. Это позволило рассмотреть возможность повышения коммутационной способности выключателя. В работе [10] предложено определять отключающую способность контакторов методом неразрушающего испытания на основе учёта дуговых и плазменных процессов [11].

Известно, что отечественные производители контакторов (например, ОАО «Кашинский завод электроаппаратуры»), а также ряд зарубежных фирм, например Schneider Electric, непрерывно проводят испытания на коммутационную износостойкость, заменяя выработавший ресурс или отказавшие изделия для получения дополнительных статистических данных о надежности выпускаемой продукции.

Для создания энергоэффективных методов испытаний необходимо проанализировать дуговые процессы при отключении тока нагрузки, а также механизмы пробоя межконтактного промежутка и провести соответствующие экспериментальные исследования.

Процессы, определяющие формирование пробоя межконтактного промежутка, были исследованы в работах [1, 2, 7], где доказано, что в вакуумных камерах происходит микровзрыв с испусканием электронных капель (эффект эктонов). Развитие пробоя при высоких давлениях, так же как и в вакууме, возникает при примерно одинаковых значениях околоскатодных процессов [2]. Например, работа выхода электронов для медных контактов составляет 4,4 эВ, вольфрамовых – 4,5 эВ, а для серебряных – 4,74 эВ [2, 4, 11].

Результаты ранее опубликованных работ [1, 4] показали, что методика исследований процессов отключения нагрузок переменного тока должна учитывать влияние околоскатодных явлений на результат измерений, в частности скорости нарастания напряжения около нуля тока цепи нагрузки.

Для выработки предложения по неразрушающему контролю и разработке энергосберегающего метода был проведен ряд экспериментальных исследований процессов отключения магнитными пускателями нагрузок переменного тока. Для повышения достоверности результатов исследования были проведены испытания разных вариантов дугогасительных камер.

Схема коммутаций асинхронного электродвигателя ( $M$ ) изображена на рис. 1.

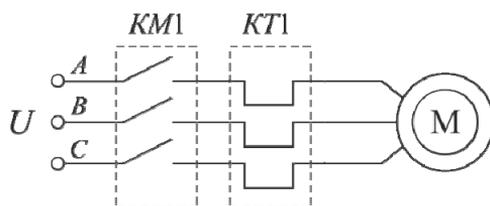


Рис. 1. Схема коммутаций асинхронного электродвигателя:  
 $KM1$  – контактор магнитного пускателя;  $KT1$  – тепловое реле

Циклограмма коммутации испытаний в режимах, соответствующая категории применения АС-4, изображена на рис. 2.

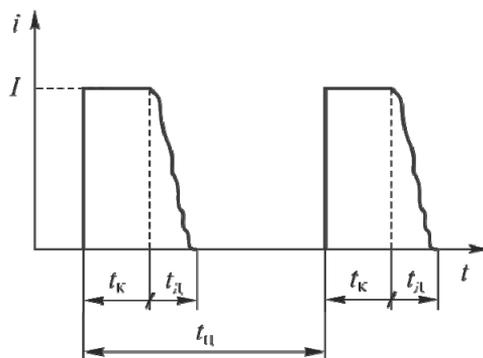


Рис. 2. Циклограмма коммутации испытаний:  
 $t_k$  – время коммутации;  $t_d$  – время дуги;  
 $t_{ц}$  – продолжительность цикла;  $I$  – ток коммутации

Схема прямых испытаний трехполюсного контактора магнитного пускателя на коммутационную способность в режиме соответствующей категории применения АС-4 регламентирована ГОСТ 11206<sup>1</sup> и приведена на рис. 3.

Переходные процессы при отключении тока нагрузки и гашении электрической дуги изображены на рис. 4 (показан вариант успешного отключения тока дуги в одной из фаз цепи переменного тока).

Реальные переходные процессы (осциллограммы) при отключении нагрузки  $I_{ком} = 300$  А,  $U = 660$  В,  $f = 50$  Гц приведены на рис. 5.

<sup>1</sup> ГОСТ 11206-77. Контакторы электромагнитные низковольтные. Общие технические условия. М.: ИПК издательство стандартов, 2007. 10 с.

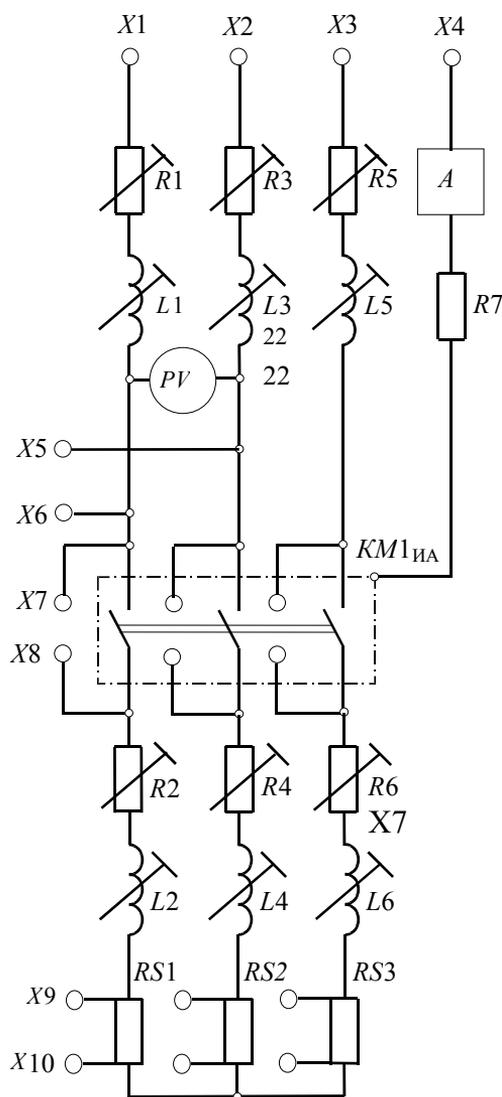


Рис. 3. Схема испытания для проверки на коммутационную способность трехполюсного аппарата в трехфазной испытательной схеме переменного тока:  
*A* – устройство для обнаружения перекрытий дуги;  
*KM1<sub>ИА</sub>* – контакты испытуемого аппарата;  
*L1...L6* – регулируемые катушки индуктивности; *PV* – вольтметр;  
*R1...R6* – регулируемые резисторы;  
*R7* – резистор для ограничения тока в устройстве *A*;  
*RS1...RS3* – шунты; *X1, X2, X3* – клеммы источника питания;  
*X4* – нейтральная точка источника питания;  
*X5, ..., X10* – клеммы для подключения осциллографа для записи тока и напряжения

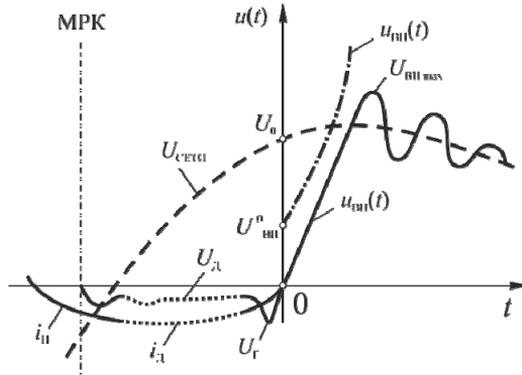


Рис. 4. Околонулевые процессы при гашении электрической дуги переменного тока:  
 МПК – момент размыкания контактов;  $i_d$  – ток дуги при гашении;  $i_n$  – ток нагрузки;  
 $U_d$  – напряжение на дуге;  $U_r$  – пик напряжения на дуге в момент нуля тока;  
 $U_{\text{сети}}$  – напряжение сети;  $U_0$  – напряжение сети в момент нуля тока;  
 $U_{\text{вн}}^0$  – мгновенная восстанавливающаяся электрическая прочность;  
 $u_{\text{вн}}(t)$  – характеристика восстанавливающейся электрической прочности;  
 $u_{\text{вн}}(t_0, k_a)$  – характеристика восстанавливающегося электрического напряжения  
 после гашения дуги;  $f_0 = 1/t$ ;  $k_a = u_{\text{вн}} \text{ max} / u_0$

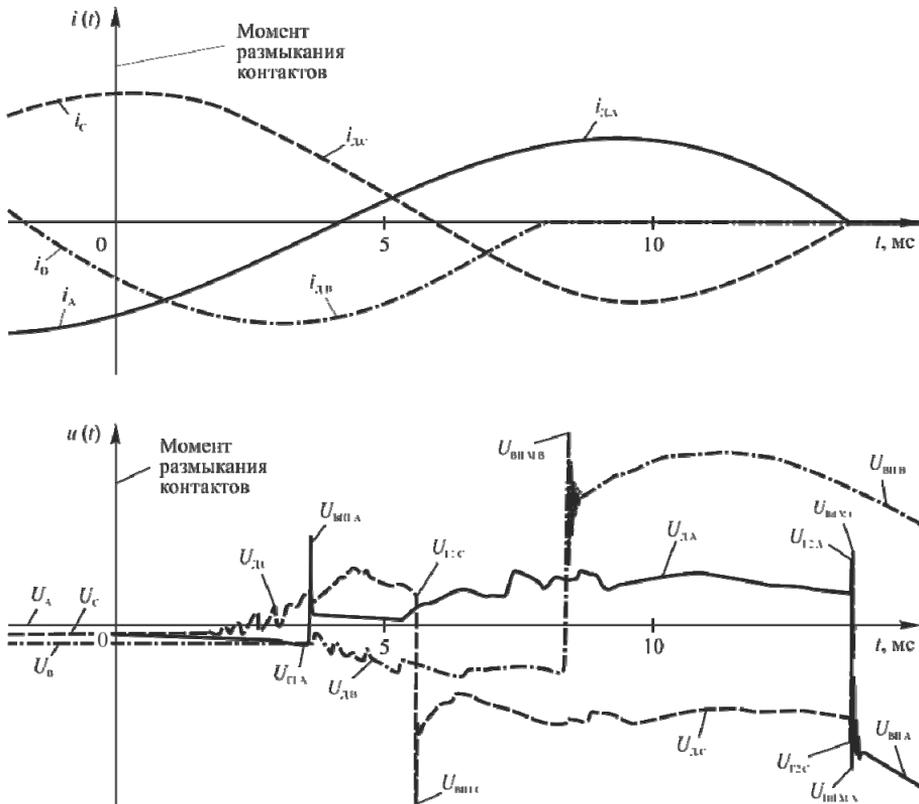


Рис. 5. Осциллограмма гашения электрической дуги магнитным пускателем трехфазной нагрузки в режиме, соответствующем категории применения АС-4

В процессе испытаний определялись характеристики переходных процессов: время горения электрической дуги, восстанавливающейся электрической прочности (ВП), восстанавливающегося электрического напряжения (ВН).

Статистическая обработка экспериментальных данных измеренных  $u_{ВН}(t)$  и  $u_{ВП}(t)$  позволяет оценить вероятность зажигания электрической дуги и длительность горения электрической дуги после перехода тока через нуль, в процессе которого контакты подвергаются эрозии. При статистической обработке полученных экспериментальных значений  $u_{ВНi}$ ,  $u_{ВПi}$  рассчитываются среднее значение  $u_{ВП\text{ ср}}$  и среднеквадратичное отклонение  $S$  [3].

Повторное зажигание в момент нуля тока определяется сравнением значений  $ВП_{\min}$  и  $ВН_{\max}$ .

Минимальная ВП определяется средним квадратичным отклонением и принятым квантилем вероятности  $k$ . Например, для вероятности 90% определяется табличное значение [3]:  $k = 1,282$ , для вероятности 95% –  $k = 1,645$ .

Максимальное значение ВН рассчитывается тоже с учетом среднего квадратичного отклонения и принятым квантилем вероятности  $k$ .

Гашение электрической дуги определяется сравнением характеристик  $U_{ВП\text{ min}}(t)$  и  $U_{ВН\text{ max}}(t)$ .

Предложения по созданию и разработке энергосберегающих методов коммутационных испытаний разрабатывались с учётом результатов анализа известных методов испытаний. Для снижения энергозатрат коммутационных испытаний были разработаны следующие методы: ускоренные, сокращенные, синтетические, на основе планирования эксперимента, расчетно-экспериментальные и математические методы расчетов дугогашения на основе решения фундаментальных уравнений тепловых и электрофизических процессов и др. [4, 5, 9, 10]. В работе [4] рассматривается инженерная методика измерения восстанавливающейся прочности по синтетической схеме, которая обеспечивает высокую точность измерения восстанавливающейся прочности. Однако этот метод требует синхронизации воздействующих импульсов испытательных напряжений, восстанавливающегося напряжения относительно нуля тока электрической дуги. Поэтому появилась необходимость упростить процедуру измерения восстанавливающейся прочности с учетом результатов ранее выполненных исследований.

В данной работе экспериментально определялись значения восстанавливающейся электрической прочности и восстанавливающегося электрического напряжения, также длительность горения дуги для конкретных параметров нагрузки. Волновые характеристики коммутируемой цепи: колебательная частота цепи нагрузки  $f_0$  и коэффициент амплитуды  $k_a$  рассчитывались с учетом тока и напряжения цепи нагрузки<sup>1</sup>.

Восстанавливающая прочность  $U_{ВП}$  измерялась по методу повторных пробоев [4, 8].

<sup>1</sup> ГОСТ Р 50030.1-2007 (МЭК 60947-1:2004). Аппаратура распределения и управления низковольтная. М.: Стандартинформ, 2008. 142 с.

Основные положения предлагаемого энергосберегающего неразрушающегося метода контроля коммутационной способности можно рассмотреть на примере характеристик переходных процессов  $u_{ВП}(t)$  и  $u_{ВН}(t)$ , изображенных на рис. 6, при гашении дуги переменного тока.

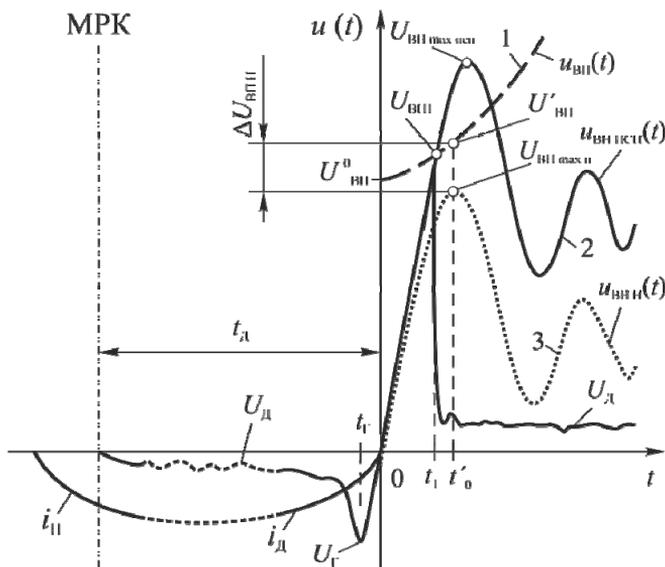


Рис. 6. Переходные процессы при гашении электрической дуги переменного тока: МРК – момент размыкания контактов;  $i_{д}$  – ток дуги при гашении;  $i_{н}$  – ток нагрузки;  $U_{д}$  – напряжение на дуге;  $U_{r}$  – пик напряжения на дуге в момент нуля тока;  $t_{д}$  – время горения дуги;  $t_{r}$  – время пика гашения;  $U_{сети}$  – напряжение сети;  $U_{ВН}^0$  – мгновенная восстанавливающаяся электрическая прочность;  $u_{ВП}(t)$  – характеристика восстанавливающейся электрической прочности;  $u_{ВН}(t)$  – характеристика восстанавливающегося электрического напряжения после гашения дуги

Если переходный процесс  $u_{ВП}(t)$  определяется характеристикой 1, а восстанавливающееся напряжение  $u_{ВН}(t)$  – характеристикой 3, то после нуля тока  $u_{ВП}(t) > u_{ВН}(t)$  пробоя промежутка не происходит и электрическая дуга гаснет.

Если восстанавливающееся напряжение изменяется по кривой 2, то в момент времени  $t_1$   $u_{ВН исп}(t) = u_{ВП 1}(t)$  происходит пробой межконтактного промежутка, а электрическая дуга горит до следующего нуля тока нагрузки.

Для получения достоверных результатов эксперимента необходимо учесть следующие положения.

В связи с тем, что при изменении восстанавливающейся прочности необходимо обеспечить гарантированный пробой межконтактного промежутка, следует увеличивать восстанавливающееся испытательное напряжение, кроме того, необходимо обеспечить равенство скорости изменения напряжения в номинальном режиме и в режиме увеличенного испытательного восстанавливающегося напряжения. Влияние скорости подъема  $\frac{dU_{В}}{dt}$  на измеряемые значения ВП и время разряда установлены для условий комму-

тации цепей как высокого, так и цепей низкого напряжения переменного тока [1, 2, 7].

Предлагаемая процедура позволит уменьшить погрешность измерения величины восстанавливающейся электрической прочности и повысить достоверность оценки результатов коммутации.

Регулирование (изменение) скоростей подъема номинального напряжения  $U_{0Н}$  и напряжения испытательного  $U_{0ИСП}$  обеспечивается шунтирующими активным  $R_{Ш}$  и емкостным  $C_{Ш}$  сопротивлениями, которые подключаются к клеммам X7–X8 или X8–X9 (см. рис. 3).

Равенство скоростей восстановления напряжения при номинальном (660 В) и испытательном повышенном напряжении (принимаем, например, равным 800 В) обеспечивается за счет изменения частоты  $f_{0ИСП}$ . Равенство изменения скорости подъема испытательного и номинального напряжения регулируется изменением частоты испытательного восстанавливающегося напряжения.

Скорость подъема восстановления напряжения рассчитывается по формуле [4, 11]

$$\left(\frac{dU_{ВН}}{dt}\right)_{\text{ср}} = 2 f_0 k_a U_0; \quad U_0 = U_m \sin \varphi = \sqrt{2} U_H \sin \varphi.$$

Скорость изменения восстанавливающегося напряжения при номинальном напряжении  $U_H = 660$  В, коммутируемом токе 300 А и волновых параметрах испытательной цепи ( $f_{0Н} = 45$  кГц,  $k_a = 1,38$ ) равна  $82 \frac{\text{В}}{\text{мкс}}$ .

Исходя из соотношения для определения скорости изменения восстанавливающейся прочности равенство изменения восстанавливающегося напряжения при испытательном напряжении  $U_{ИСП} = 800$  В будет достигнуто при  $f_{ИСП} = 37$  кГц. Если при испытательном напряжении 800 В не достигаются условия пробы, то испытательное напряжение необходимо увеличить, например, до 1000 В, тогда требуемое условие будет обеспечено при  $f_{ИСП} = 30$  кГц.

Предлагаемая методика проиллюстрирована на рис. 7.

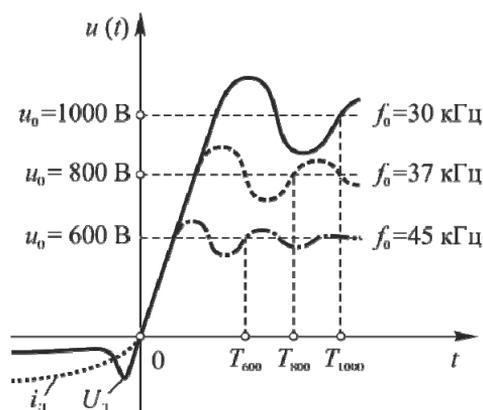


Рис. 7. Обеспечение равенства скоростей роста восстановления прочности при разных испытательных напряжениях

Для апробации предлагаемой методики были приведены исследования коммутационной способности в режиме соответствующей категории применения АС-4 трёх вариантов дугогасительных камер трёхполосных магнитных пускателей с номинальным током 63 А, напряжением 660 В, частотой 50 Гц (табл. 1) при коммутации тока 300 А,  $\cos\varphi = 0,35$ .

Таблица 1

Варианты параметров дугогасительных камер

Параметры ДК	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Раствор контактов	5	5	5
Объём дугогасительной камеры, см <sup>3</sup>	9	9	15
Длина пластин, мм	16	23	29
Толщина пластин, мм	1	1	1
Расстояние между пластинами, мм	5	5,5	2,3
Число пластин на каждый разрыв мостикового контакта	5	5	7

Варианты испытуемых образцов отличаются объемом дугогасительных камер, расстоянием между пластинами, длиной и числом пластин. По результатам экспериментальных данных оценивалась вероятностная характеристика успешности гашения.

Результаты испытаний приведены в табл. 2–4.

Таблица 2

Результаты испытаний контактора с дугогасительной камерой для варианта 1

Опыт	Фаза	1-й полупериод					2-й полупериод				
		$t_d$ , мс	$t_1$ , мкс	$U_{ВП1}$ , В	$U_{ВНН}$ , В	$I_{ОТКЛ\ max}$ , А	$t_d$ , мс	$t_1$ , мкс	$U_{ВП1}$ , В	$U_{ВНН}$ , В	$I_{ОТКЛ\ max}$ , А
1	A	4,9	7,9	457	—	412	7,4	5,2	>456**	456	296
	B	6,9	13	> 1035*	1035	370	—	—	—	1035	—
	C	1,7	7,9	344	—	372	10	11	>610**	610	320
2	A	4,9	11	855	—	405	6,9	7,9	>520**	520	282
	B	6,8	13	> 1100*	1100	370	—	—	—	—	—
	C	2	7,9	342	—	372	9,7	7,9	>512**	512	292
3	A	4,7	11	366	—	405	6,9	15	>730**	730	260
	B	6,8	13	> 1150*	1150	356	—	—	—	—	—
	C	1,4	7,9	375	—	373	9,8	13	>470**	470	292
4	A	4,9	11	570	—	405	9,4	20	>565**	565	240
	B	6,8	20	> 1030*	1030	364	—	—	—	—	—
	C	1,9	7,9	407	—	372	9,6	7,9	>500**	500	276
5	A	4,7	7,9	730	—	405	7	13	>490**	490	240
	B	7,1	15	> 1060*	1060	348	—	—	—	—	—
	C	1,8	13	375	—	370	9,5	13	>626**	626	280
6	A	5	7,9	670	—	405	7,2	13	>506**	506	244
	B	7,1	26	>925	925	356	—	—	—	—	—
	C	1,9	7,9	375	—	380	10	7,9	>520**	520	280
7	A	4,8	11	730	—	412	7	18	>670**	670	240
	B	7	18	>1025	1025	356	—	—	—	—	—
	C	1,6	7,9	440	—	372	7,3	7,9	>460**	460	292
8	A	4,9	15	850	—	412	11	13	>426**	426	240
	B	7,2	7,9	480	—	380	7,5	11	>506**	506	245
	C	1,6	7,9	344	—	388	8,5	11	>940**	940	280

Окончание табл. 2

Опыт	Фаза	1-й полупериод					2-й полупериод				
		$t_{д, мс}$	$t_1, мкс$	$U_{вп1}, В$	$U_{внн}, В$	$I_{откл max}, А$	$t_{д, мс}$	$t_1, мкс$	$U_{вп1}, В$	$U_{внн}, В$	$I_{откл max}, А$
9	A	4,6	18	1100	—	412	9,8	20	>640**	640	0
	B	6,8	11	>1230	1230	385	—	—	—	—	—
	C	2	5,2	375	—	390	10	7,9	>530**	530	0
10	A	5,1	7,9	550	—	412	11	13	>460**	460	260
	B	7,2	5,2	230	—	356	7,7	18	>565**	565	245
	C	1,7	11	344	—	384	8,7	11	>470**	470	292

Примечание. \* – успешное гашение дуги в фазе в течение первого полупериода; \*\* – успешное гашение дуги в течение второго полупериода.

Из десяти коммутационных циклов в 8 опытах гашение дуги происходит при первом переходе тока через нуль, а в двух случаях окончательное гашение происходит во втором полупериоде. Полученные результаты объясняются хорошими условиями для перемещения дуги, вхождением ее в решётку за счёт оптимального соотношения числа пластин, расстояния между пластинами и объемом дугогасительной камеры.

Восстанавливающаяся прочность в первой гасящей фазе составляет 925-1230 В. Восстанавливающееся напряжение в этих опытах менее этих величин. Полученные результаты в опытах 8 и 10 – гашение происходит во втором полупериоде – можно объяснить вероятностными процессами дугогашения, например, уменьшением скорости движения дуги на пластинах из-за изменения условий электро-, термо- и аэродинамических явлений внутри камеры, которые, в свою очередь, вызывают повышенный нагрев дугогасительной камеры.

Результаты испытания дугогасительной камеры для варианта 2 приведены в табл. 3.

Таблица 3

**Результаты измерения характеристик восстанавливающейся прочности, восстанавливающегося напряжения и времени горения электрической дуги для варианта 2 дугогасительной камеры**

Опыт	Фаза	1-й полупериод					2-й полупериод				
		$t_{д, мс}$	$t_1, мкс$	$U_{вп1}, В$	$U_{внн}, В$	$I_{откл max}, А$	$t_{д, мс}$	$t_1, мкс$	$U_{вп1}, В$	$U_{внн}, В$	$I_{откл max}, А$
1	A	7,9	7,9	375	—	368	9,7	13	660	—	292
	B	9,2	10,5	317	—	410	9,36	7,9	357	—	330
	C	0,1	7,9	457	—	418	9,36	7,9	335	—	360
2	A	10,4	7,9	376	—	372	9,62	7,9	825	—	320
	B	3,56	7,9	300	—	400	9,4	7,9	605	—	330
	C	0,66	7,9	855	—	425	9,23	10,5	396	—	370
3	A	7,15	7,9	426	—	372	9,45	23	970	—	300
	B	3,32	7,9	276	—	388	9,62	7,9	260	—	324
	C	0,18	7,9	1350	—	413	9,45	7,9	457	—	360
4	A	7,7	5,2	440	—	372	9,75	5,2	440	—	296
	B	3,6	5,2	260	—	390	9,1	7,9	346	—	326
	C	0,34	5,2	855	—	405	9,15	7,9	396	—	370
5	A	8,1	5,2	218	—	372	10,8	18	>626**	626	320
	B	4,4	18	350	—	420	9,27	23	>1070**	1070	312
	C	1,44	5,2	365	—	425	8,96	5,2	>490*	490	392

Окончание табл. 3

Опыт	Фаза	1-й полупериод					2-й полупериод				
		$t_{д}$ , мс	$t_1$ , мкс	$U_{ВП 1}$ , В	$U_{ВН II}$ , В	$I_{ОТКЛ max}$ , А	$t_{д}$ , мс	$t_1$ , мкс	$U_{ВП 1}$ , В	$U_{ВН II}$ , В	$I_{ОТКЛ max}$ , А
6	A	7,85	5,2	282	–	372	7,2	15	>470**	470	240
	B	3,88	5,2	318	–	410	10,4	7,9	>430**	430	280
	C	0,61	7,9	700	–	400	8,85	23	>975**	975	356
7	A	5,5	5,2	250	–	328	9	7,9	>514**	514	200
	B	4,9	7,9	350	–	328	9	7,9	>435**	435	200
	C	0,36	10,5	>1400*	1400	414	–	–	–	–	–
8	A	7,35	5,2	280	–	365	9,6	20	>344**	344	248
	B	3,22	5,2	230	–	400	10,3	10,5	>690**	690	285
	C	9,1	20	>975*	975	357	–	–	–	–	–
9	A	7,74	7,9	344	–	380	7,6	31,2	>800**	800	220
	B	3,68	2,6	260	–	410	10,6	5,2	>375**	375	290
	C	0,445	7,9	975	–	412	9	23	>975**	975	350
10	A	8	5,2	560	–	360	10,7	15	>520**	520	270
	B	3,94	7,9	317	–	380	8,89	7,9	>920**	920	280
	C	10,78	7,9	457	–	410	9,3	18	>790	790	260

Примечание. \* – успешное гашение дуги в одной фазе в течение первого полупериода; \*\* – успешное гашение дуги в течение второго полупериода. В опытах 1–4 время дуги более трёх полупериодов.

В опытах 7 и 8 дуга горит в течение первого и второго полупериодов, в опытах 5, 6, 9, 10 – в течение второго полупериода, а остальных четырёх опытах – более трёх полупериодов переменного тока.

Результаты измерения характеристик восстанавливающейся прочности, восстанавливающегося напряжения и времени горения электрической дуги для дугогасительной камеры по варианту 3 приведены в табл. 4.

Таблица 4

**Результаты измерения характеристик восстанавливающейся прочности, восстанавливающегося напряжения и времени горения электрической дуги для варианта 3 дугогасительной камеры**

Опыт	Фаза	1-й полупериод					2-й полупериод				
		$t_{д}$ , мс	$t_1$ , мкс	$U_{ВП 1}$ , В	$U_{ВН II}$ , В	$I_{ОТКЛ max}$ , А	$t_{д}$ , мс	$t_1$ , мкс	$U_{ВП 1}$ , В	$U_{ВН II}$ , В	$I_{ОТКЛ max}$ , А
1	A	0,98	15,7	658	–	388	9,1	10,5	976	–	360
	B	6,9	21	810	–	387	8,25	15,7	577	–	302
	C	4,65	7,8	457	–	435	11,2	15,7	640	–	313
2	A	1,05	10,5	525	–	400	9,62	7,68	445	–	348
	B	6,75	5,2	460	–	400	10,3	7,86	>808**	808	330
	C	4,7	5,2	384	–	435	9,55	10,5	640	–	326
3	A	0,945	26	690	–	400	9,15	7,9	507	–	331
	B	5,83	13	460	–	396	10,1	7,9	432	–	325
	C	4,65	11	427	–	435	9,25	7,9	488	–	318
4	A	1,05	39	>1380*	1380	400	–	–	–	–	–
	B	5,36	13	>363*	363	333	–	–	–	–	–
	C	6,04	7,9	>760*	760	435	–	–	–	–	–
5	A	1,05	16	520	–	400	9,5	8	470	–	330
	B	6,75	65	550	–	400	10,1	8	290	–	334
	C	4,8	7,9	460	–	435	9,8	8	308	–	326

Окончание табл. 4

Опыт	Фаза	1-й полупериод				2-й полупериод					
		$t_{д, мс}$	$t_1, мкс$	$U_{ВП 1, В}$	$U_{ВН 1, В}$	$I_{откл max, А}$	$t_{д, мс}$	$t_1, мкс$	$U_{ВП 1, В}$	$U_{ВН 1, В}$	$I_{откл max, А}$
6	A	1,02	10,5	520	–	400	9,55	2,6	356	–	340
	B	6,94	7,9	375	–	378	10,3	7,9	318	–	334
	C	4,78	2,6	366	–	435	9,6	23,6	1010	–	318
7	A	1,36	15,7	425	–	400	9,1	7,9	655	–	355
	B	7,45	10,6	303	–	386	10,4	10,5	670	–	356
	C	5,04	7,9	366	–	435	9,65	15,7	760	–	318
8	A	1,1	23,6	720	–	400	9,45	5,2	312	–	340
	B	7,2	15,7	520	–	378	10,4	5,2	577	–	356
	C	4,77	5,2	610	–	435	9,9	5,2	366	–	318
9	A	1,15	15,7	690	–	400	9,5	5,2	438	–	348
	B	7,5	13	460	–	388	10,7	7,9	577	–	356
	C	4,54	7,9	400	–	435	9,8	7,9	366	–	312
10	A	1,18	10,5	532	–	400	9,6	5,1	532	–	340
	B	7,4	5,2	547	–	388	10,5	2,6	278	–	356
	C	4,84	5,2	427	–	435	10,1	5,2	305	–	350

Примечание. \* – успешное гашение дуги в фазе в течение первого полупериода; \*\* – успешное гашение дуги в течение второго полупериода.

Результаты испытаний образца для варианта 3 (см. табл. 4) показали, что увеличение числа пластин и их длины, а также увеличение объема дугогасительной камеры ухудшает динамику вхождения дуги в решетку и условия перемещения дуги по пластинам. Это подтверждается результатами в восьми опытах: электрическая дуга переменного тока горит более трех полупериодов, а во втором и четвертом опытах дуга гасится в течение первого и второго полупериодов переменного тока.

В результате испытаний было установлено, что на процесс дугогашения влияют конструктивные особенности дугогасительной камеры. В варианте 1 созданы более благоприятные условия для гашения электрической дуги.

По результатам этих испытаний определена оптимальная конструкция дугогасительной камеры – это вариант 1 со следующими параметрами: объем – 9 см<sup>3</sup>, длина пластины – 16 мм, расстояние между пластинами – 5 мм и число разрывов дуги на каждый полюс мостикового контакта – 5.

Предлагаемый метод испытаний по измеренным значениям ВП и ВН позволяет определить с минимальными энергозатратами коммутационную способность контактора, а также выбрать оптимальную конструкцию дугогасительных камер.

Рассмотренный энергосберегающий метод коммутационных испытаний контакторов переменного тока предполагает экспериментальное измерение характеристик восстанавливающейся электрической прочности и восстанавливающегося электрического напряжения. При этом необходимо обязательное соблюдение равенства скоростей восстановления испытательного и номинального напряжения сети, что обеспечивает достоверность измеренных значений ВП. Этот метод исключает возможность разрушения испытуемого образца и позволяет принять решение о сокращении (уменьшения) числа испытательных коммутационных циклов и обеспечивает снижение энергозатрат на проведение коммутационных испытаний.

По мере накопления статистических данных по каждому типу исполнения аппаратов может быть рекомендовано оптимальное значение контролируемых коммутационных циклов для установления в нормативно-технической документации дополнительных показателей надежности контакторов переменного тока.

#### Литература

1. Бычкова Л.Г., Бычков Ю.И., Месяц Г.А. Эффект сильного роста времени запаздывания пробоя газовых промежутков при высоких электрических полях // Известия вузов. Сер. Физика. 1969. № 2. С. 36–39.
2. Баренгольц С.А., Месяц Г.А., Цвентух М.М. Иницирование эктонных процессов при взаимодействии плазмы с микровыступом на металлической поверхности // ЖЭТФ. 2008. Т. 134. Вып. 6 (12). С. 1213–1224.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. 6-е изд. стер. М.: Высш. шк., 1999. 576 с.
4. Егоров Е.Г. Испытания и исследования низковольтных коммутационных аппаратов: учебное электронное издание. Часть 1. Исследования низковольтных коммутационных аппаратов [Электронный ресурс]. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
5. Егоров Е.Г., Иванова С.П., Рыжкова Н.Ю., Егоров Е.Г. Некоторые направления энергосбережения при испытаниях магнитных пускателей на надежность // Электротехника. 2012. № 5. С. 16–19.
6. Егоров Е.Г., Иванова С.П., Луя Н.Ю. Энергосберегающий метод коммутационных испытаний магнитных пускателей // Вестник Чувашского университета. 2016. № 1. С. 47–55.
7. Месяц Г.А., Кремнёв В.В., Коришунов Г.С., Янкевич Ю.Б. Ток и напряжение искры при импульсном пробое газового промежутка в наносекундном диапазоне времени // Журнал технической физики. 1969. Т. 39, вып. 1. С. 75–81.
8. Основы теории электрических аппаратов / под ред. П.А. Курбатова. 5-е изд., перераб., и доп. СПб.: Лань, 2015. 592 с.
9. Розанов Ю.К., Егоров Е.Г., Егоров Г.Е. Неразрушающие испытания контактной коммутационной аппаратуры методом контроля восстанавливающейся электрической прочности // Электротехника. 2007. № 4. С. 47–53.
10. Рылская Л. А. Определение отключающей способности вакуумных дугогасительных камер по критерию отказа при использовании метода неразрушающих испытаний // Электротехника. 2016. № 6. С. 2–9.
11. Таев И. С. Электрические контакты и дугогасительные устройства аппаратов низкого напряжения. М.: Энергия, 1973. 424 с.
12. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М.: Изд-во иностр. лит., 1969. 370 с.
13. Чернокутов Д.В., Черных И.В., Хомяков Р.А. Математический метод расчета электрической прочности и анализ отключающей способности высоковольтного элегазового выключателя // ЭЛЕКТРО. Электротехника, электроэнергетика, электротехническая промышленность. 2016. № 5. С. 33–39.
14. Bao-ying Wang. The Study on the Design of Low voltage AC Contactor in the Electrical System and the Control Applications. Proc. of 4<sup>th</sup> Int. Conf. on Mechatronics, Materials, Chemistry and Computer Engineering (ICMMCE) 2015. Published by Atlantis Press, 2015, pp. 140–143. doi: 10.2991/icmmce-15.2015.27.
15. Iturregi A., Barbu B., Torres E., Berger F., Zamora I. Electric Arc in Low-Voltage Circuit Breakers: Experiments and Simulation. *IEEE Transactions on Plasma Sciences*, 2016, pp. 1–8. doi: 10.1109/TPS.2016.2633400.
16. Nitu S., Nitu C., Anghelita P. Electric Arc Model, for High Power Interrupters. IEEE EUROCON 2005 – The International Conference on «Computer as a Tool», 2005, vol. 2, pp. 1442–1445. doi: 10.1109/EUROCON.2005.1630234.
17. Tiansheng Z., Nairui Y., Shenli J., Hongwu L., Ruiliang G. Research on the effect of electric field in arc separating process. *IEEE Electric Power Equipment – Switching Technology (ICEPE-ST)*, 2015 3<sup>rd</sup> Int. Conf., 2015, pp. 18–21. doi: 10.1109/ICEPE-ST.2015.7368328.

---

**ЕГОРОВ ЕВГЕНИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ** – кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ea@chuvsu.ru).

**ЕГОРОВ ГРИГОРИЙ ЕВГЕНЬЕВИЧ** – инженер-программист, ОАО ВНИИР, Россия, Чебоксары (yegreg@mail.ru).

**ЛУИЯ НАТАЛИЯ ЮРЬЕВНА** – аспирантка кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (nataliluiya@mail.ru).

**ПРЯНИКОВ ВИССАРИОН СЕМЕНОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры радиотехники и радиотехнических систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (pryanikoff@list.ru).

---

**E. EGOROV, G. EGOROV, N. LUIYA, V. PRYANIKOV**  
**EXPERIMENTAL INVESTIGATION**  
**OF ARC SUPPRESSION IN AC CONTACTORS**

**Key words:** contactor, arc, switching tests, restored electric strength, restored electric voltage.

*Analysis results of arc processes under switching asynchronous electric motors are given. Transient processes of switching off the active and inductive loading, mechanisms of breakdown of intervals between contacts are considered, the influence of a hoisting speed of voltage recovery on value of puncture voltage is marked, and time of both formation and delay of discharge in the course of breakdown explains this. The marked phenomenon was put into the basis of a method of switching tests by measuring wave characteristics of a test circuit: tension and durability under recovery. The offered method is to support the equality of a hoisting speed of test voltage and voltage under recovery in the rated mode. This provides reliability of measurement of the recovered durability and assessment of switching ability of the contactor being examined. Results of the pilot studies of contactors with different versions of cameras of arc extinction are given. The possibility to apply considered energy saving and nondestructive method to monitor switching ability of contactors is shown.*

References

1. Bychkova L.G., Bychkov Yu.I., Mesyats G.A. *Effekt sil'nogo rosta vremeni zapazdyvaniya proboya gazovykh promezhutkov pri vysokikh elektricheskikh polyakh* [The effect of strong growth breakdown delay time of gases in strong electric fields. Proceedings of the universities]. *Izvestiya. Vuzov. Ser. Fizika* [News of higher education institutions. Ser. Physics], 1969, no. 2, pp. 36–38.
2. Barengol'ts P.A., Mesyats G.A., Tsvetukh M.M. *Iniitsirovanie ektonnykh protsessov pri vzaimodeistvii plazmy s mikrovystupom na metalliche-skoi poverkhnosti* [Initiation ectonic processes in the plasma interaction with microscopic projections on the metalsurface]. *ZhETF* [Journal of Physics elektrotehnicheskoy], 2008, vol. 134, iss. 6(12), pp. 1213–1224.
3. Venttsel' E.S. *Teoriya veroyatnostei* [Probability theory]. Moscow, Nauka Fizmatgiz Publ., 1969, 576 c.
4. Egorov E.G. *Ispytaniya I issledovaniya nizkovol'tnykh kommutatsionnykh apparatov: uchebnoe elektronnoe izdanie. Chast' 2. Issledovaniya nizkovol'tnykh kommutatsionnykh apparatov* [Tests and studies of low-voltage switching devices: educational electronic edition. Part 2: Studies of low-voltage switching devices]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2014, 1 electronic optical disc (CD-ROM).
5. Egorov E.G., Ivanova S.P., Ryzhkova N.Yu., Egorov G.E. *Nekotorye napravleniya energosberezheniya pri ispytaniyakh magnitnykh puskatelei na nadezhnost'* [Some areas of energy savings in testing the reliability of magnetic starters]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 2012, no. 5, pp. 16–19.
6. Egorov E.G., Ivanova S.P., Luiya N.Yu. *Energosberegayushchii metod kommutatsionnykh ispytanii magnitnykh puskatelei* [Energy-saving method of testing switching magnetic contactors]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 1, pp. 47–55.

7. Mesyats G. A., Kremnev V.V., Korshunov G.S., Yankelevich Yu.B. *Tok i napryazhenie iskry pri impul'snom proboe gazovogo promezhutka v nanosekundnom diapazone vremeni* [Current and voltage sparks during pulsed breakdown of the gas gap in the nanosecond range time]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Journal of Technical Physics], 1969, vol. 39, iss. 1, pp. 75–81.

8. Kurbatov P.A., ed. *Osnovy teorii elektricheskikh apparatov. 5-e izd., pererab., i dop.* [Fundamentals of the theory of electrical apparatus. Ed. PA Kurbatov. 5<sup>th</sup> ed.]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2015, 592 p.

9. Rozanov Yu.K., Egorov E.G., Egorov G.E. *Nerazrushayushchie ispytaniya kontaktnoi komutatsionnoi apparatury metodom kontrolya vosstanavlivayushcheiya elektricheskoi prochnosti* [Non-destructive testing of the contact switchgear control method recovering electric strength]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 2007, no. 4, pp. 47–53.

10. Ryl'skaya L.A. *Opreделение otklyuchayushchei sposobnosti vakuumnykh dugogasil'nykh kamer po kriteriyu otkaza pri ispol'zovanii metoda nerazrushayushchikh ispytaniy* [Determinatuion of the breaking capacity of the vacuum interrupters on the criterion of failure using method the non-destructive testing]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 2016, no 6, pp. 2–9.

11. Taev I.S. *Elektricheskije kontakty i dugogasil'nye ustroystva apparatov nizkogo napryazheniya* [Electrical contacts and arc suppression of apparatuses low-voltage]. Moscow, Energiya Publ., 1973, 424 p.

12. Finkel'burg V., Mekker G. *Elektricheskije dushi i termicheskaya plazma* [Electric arc and thermal plasma], Moscow, Inostrannaya literature Publ., 1969, 370 p.

13. Chernskutov D.V., Chernykh I.V., Khomyakov R.A. *Matematicheskii metod rascheta elektricheskoi prochnosti i analiz otklyuchayushchei sposobnosti vysokovol'tnogo elegazovogo vyklyuchatelya* [Mathematical method of calculation of electric durability and the analysis of the disconnecting ability of the high-voltage gas-insulated switch]. *ELEKTRO. Elektrotehnika, elektroenergetika, elektrotekhnicheskaya promyshlennost'*, 2016, no 5, pp. 33–39.

14. Bao-ying Wang. The Study on the Design of Low voltage AC Contactor in the Electrical System and the Control Applications. Proc. of 4<sup>th</sup> Int. Conf. on Mechatronics, Materials, Chemistry and Computer Engineering (ICMMCE) 2015. Published by Atlantis Press, 2015, pp. 140–143. doi: 10.2991/icmmce-15.2015.27.

15. Iturregi A., Barbu B., Torres E., Berger F., Zamora I. Electric Arc in Low-Voltage Circuit Breakers: Experiments and Simulation. *IEEE Transactions on Plasma Sciences*, 2016, pp. 1–8. doi: 10.1109/TPS.2016.2633400.

16. Nitu S., Nitu C., Anghelita P. Electric Arc Model, for High Power Interrupters. IEEE EUROCON 2005 – The International Conference on «Computer as a Tool», 2005, vol. 2, pp. 1442–1445. doi: 10.1109/EUROCON.2005.1630234.

17. Tiansheng Z., Nairui Y., Shenli J. Hongwu L., Ruiliang G. Research on the effect of electric field in arc separating process. IEEE Electric Power Equipment – Switching Technology (ICEPE-ST), 2015 3<sup>rd</sup> Int. Conf., 2015, pp. 18–21. doi: 10.1109/ICEPE-ST.2015.7368328.

---

**EGOROV EVGENIY – Candidate of Technical Sciences, Professor, Head of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ea@chuvsu.ru).**

**EGOROV GREGORY – Software Engineer, OAO VNIIR, Russia, Cheboksary (yegreg@mail.ru).**

**LUIYA NATALIA – Post-Graduate Student of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (nataliluiya@mail.ru).**

**PRYANIKOV VISSARION – Doctor of Technical Sciences, Professor of Radio and Radio Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.**

---

**Ссылка на статью:** *Егоров Е.Г., Егоров Г.Е., Луия Н.Ю., Пряников В.С.* Экспериментальные исследования дугогашения в контакторах переменного тока // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 88–102.

УДК 621.318.3  
ББК 3264.36-052

Ю.М. ЗАЙЦЕВ, В.Н. ПЕТРОВ, Н.В. РУССОВА, Г.П. СВИНЦОВ

### МЕТОДИКА СИНТЕЗА ФОРСИРОВАННОГО КЛАПАННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ В СХЕМЕ С БАЛЛАСТНЫМ РЕЗИСТОРОМ\*

**Ключевые слова:** клапанный электромагнит, форсированное управление, методика проектного расчета, срабатывание, возврат, нагрев, нагрузочная характеристика, критический зазор, диаметр сердечника, активный эксперимент.

*Предложена методика синтеза форсированного клапанного электромагнита постоянного напряжения, который управляется по схеме с балластным резистором. Она основана на уравнениях проектирования, представляющих собой условия срабатывания, возврата и нагрева, а также на базе экспериментально полученной нагрузочной характеристики в безразмерной обобщенной форме. Эти уравнения справедливы для разновидностей клапанных магнитных систем с Г-образной скобой магнитопровода, используемых в приводах коммутационных электрических аппаратов. Они сведены к одному нелинейному уравнению относительно диаметра сердечника.*

*Проведены расчеты с целью оценки степени влияния исходных данных проектирования на величину диаметра сердечника электромагнита, значения индукций в основании сердечника при срабатывании и возврате и соответствующих им МДС.*

*Установлено наиболее существенное влияние на величину диаметра сердечника критического рабочего воздушного зазора в магнитной системе.*

Ранее разработанные методики синтеза форсированных электромагнитов построены [5, 6] на базе уравнений электромагнитной силы и нагрева, полученных методами теории цепей, и предварительном выборе кратностей основных размеров электромагнита в долях базисного линейного размера (чаще диаметра сердечника). В известной методике [6] дополнительно оговариваются значение магнитной индукции в воздушном зазоре, стали магнитной системы, а также коэффициент форсировки по магнитодвижущей силе. Уравнения проектирования получены при допущениях, существенно искажающих реальные картины магнитных и тепловых полей [7, 10]. С целью повышения точности проектных расчетов целесообразно электромагнитные и тепловые параметры определять методами теории полей [11, 12]. Программные продукты для расчета трехмерных тепловых и магнитных полей указанным методом по-прежнему недоступны из-за своей дороговизны.

Традиционно во всех методиках оговариваются допустимая температура нагрева обмотки ( $\Theta_{\max}$ ), температура окружающей среды ( $T_0$ ), ожидаемый коэффициент заполнения обмоточного окна катушки ( $K_3$ ) и параметры механической характеристики исполнительного органа электромагнитного механизма.

В предлагаемой методике синтеза используются экспериментально полученные электромагнитные характеристики [3, 4], представленные в соответствии с теорией подобия [1] в безразмерном обобщенном виде и не тре-

---

\* Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания № 2014/256 от 19.03.2014 г. «Синтез оптимальных ресурсо- и энергосберегающих приводов электрических аппаратов».

бующие введения допущений, упрощающих характер электромагнитных и тепловых явлений. Расчетным путем описаны тепловые параметры с учетом неравномерности распределения температурного поля в толще обмотки [9] и раздельным учетом [7] передачи тепла конвекцией и излучением. Такой подход позволяет улучшить качество проектных работ, повышает достоверность проектных результатов.

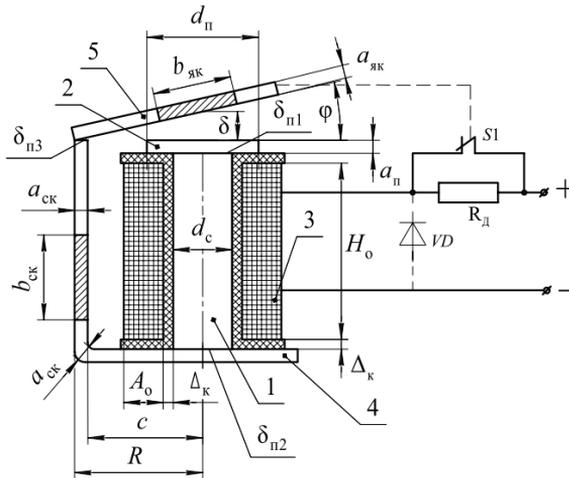


Рис. 1. Форсированная клапанная магнитная система в схеме управления с балластным резистором: 1 – сердечник; 2 – полюсный наконечник; 3 – обмотка; 4 – Г-образная скоба; 5 – яркорь;  $R_d$  – балластный резистор; S1 – форсировочный контакт; VD – шунтирующий диод

В современных методиках [2, 8] кроме кратностей основных размеров (рис. 1) дополнительно задаются относительные величины: максимального напряжения на обмотке ( $K_{U_{\max}} = U_{\max} / U_H$ ), минимального напряжения на обмотке ( $K_{U_{\min}} = U_{\min} / U_H$ ), напряжения возврата ( $K_{U_{\text{отп}}}$ ); коэффициентов запаса по напряжению срабатывания ( $K_{U_{\text{ср}}}$ ) и возврата ( $K_{U_{\text{отп}}}$ ).

Система уравнений проектирования составлена, как и в известных [2, 8] методиках, в виде условий срабатывания (1), возврата (2) подвижной системы, нагрева (3) обмотки электромагнита.

$$F_{\text{ср}} = \frac{U_{\text{ср}}}{R_r} N = \frac{K_{U_{\min}} U_H N}{K_{U_{\text{ср}}} R_r}; \quad (1)$$

$$F_{\text{отп}} = \frac{U_{\text{отп}}}{R_x + R_d} N = \frac{K_{U_{\text{отп}}} K_{\text{отп}} U_H N}{R_x + R_d}; \quad (2)$$

$$\tau_{\text{доп}} \cdot K_T \cdot S_{\text{охл}} = \frac{U_{\max}^2}{R_r (1 + R_d / R_r)^2} = \frac{(K_{U_{\max}} U_H)^2}{R_r (1 + R_d / R_r)^2}. \quad (3)$$

Уравнения (1)–(3) в результате преобразований сводятся к следующему выражению, представляющему собой зависимость для определения диаметра сердечника:

$$f(d_c) = \left( a + b \cdot \frac{F_{\text{ср}}}{F_{\text{отп}}} \right)^2 - \frac{F_{\text{ср}}^2 \cdot m}{d_c^3} = 0, \quad (4)$$

где

$$a = 1 - \frac{\rho_x}{\rho_r} = 1 - \frac{\rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T_0)}{\rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Theta_V)} = 1 - \frac{(1 + \alpha \cdot T_0)}{(1 + \alpha \cdot \Theta_V)};$$

$$b = \frac{K_{Ucp} K_{Uотп} K_{отп}}{K_{Umin}} = \frac{K_{Ucp} K_{Umax}}{K_{Umin}} \cdot \frac{K_{отп} K_{Uотп}}{K_{Umax}} = K_{max} \cdot K;$$

$$m = \frac{4 \cdot \rho_r (1 + 2\Delta^* + A^*) \cdot K_{max}^2}{T_0 (\Theta_{s^*} - 1) \cdot K^* \cdot K_{т.баз} \cdot A^* H^* K_3};$$

$$\Theta_{s^*} = \Theta_s / T_0 = (1,37 - 0,018a_{22} + 0,130a_{55} - 0,161a_{66} + 0,039a_{66}^2 - 0,021a_{55}a_{66})^2;$$

$$K^* = (8,57 - 1,02a_{11} + 0,399a_{22} + 0,345a_{55} + 0,459a_{66} - 0,129a_{66}^2)^2;$$

$$K_{т.баз} = 5,67(2,73 + 0,01 \cdot T_0)^4 / T_0.$$

Для определения магнитодвижущей силы (МДС) срабатывания  $F_{cp}$  используется нагрузочная характеристика, записанная [3] в параметрической форме:

$$\begin{cases} M_{эм} = M^* M_{баз} = 10^{-6} \cdot C^6 \cdot M_{баз}, \\ F_{cp} = F^* F_{баз} = 10^{-4} B^4 F_{баз}, \end{cases}$$

где  $F_{баз} = B_0 \cdot d_c / \mu_0$ ;  $M_{баз} = B_0^2 \cdot \pi d_c^3 / (8\mu_0)$ ;

$M^* = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, c_0, c_1, c_2, c_{33}, \varphi)$ ,  $F^* = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, b_0, b_1, b_2, b_5, b_{55}, \varphi)$  – безразмерные функции, установленные [3, 4] на основе экспериментальных исследований с использованием методов теории активного эксперимента и теории подобия;

$x_1 = 1,007 \cdot H^* - 2,769$ ,  $x_2 = 3,195 \cdot d^* - 5,591$ ,  $x_3 = 4,405 \cdot c^* - 7,753$ ,  $x_4 = 6,667 \cdot A^* - 4$ ,  $x_5 = 3,546 \cdot B_0 - 4,61$  – кодированные значения, соответственно, факторов  $H^* = H_0 / d_c$ ;  $d^* = d_n / d_c$ ;  $c^* = R_0 / d_c$ ;  $A^* = A_0 / d_c$  (рис. 1);

$B_0$  – индукция в основании сердечника;

$$c_0 = 8,48 - 9,54\varphi$$
;  $c_1 = 0,342 - 6,48\varphi + 63,4\varphi^2 - 239\varphi^3 + 322\varphi^4$ ;

$$c_2 = 0,516 - 6,74\varphi + 54,5\varphi^2 - 221\varphi^3 + 338\varphi^4$$
;

$$c_{33} = -0,015 + 3,00\varphi - 25,2\varphi^2 + 121\varphi^3 - 226\varphi^4$$
;

$$b_0 = 4,15 + 7,04\varphi - 13,9\varphi^2$$
;  $b_1 = 0,15 - 1,55\varphi + 4,39\varphi^2$ ;  $b_2 = 0,096 + 0,783\varphi - 2,25\varphi^2$ ;

$$b_5 = 0,204 - 0,953\varphi + 2,34\varphi^2$$
;  $b_{55} = 0,149 - 0,691\varphi + 1,59\varphi^2$ ;  $\varphi$  – угол, определяющий положение якоря, рад.;

$$1,77 \leq H^* \leq 4,34$$
;  $1,25 \leq d^* \leq 2,25$ ;  $1,40 \leq c^* \leq 2,12$ ;  $0,36 \leq A^* \leq 0,84$ ;  $1,11 \leq B_0 \leq 1,65$

Тл – пределы изменения факторов.

Определяем по известному конечному механическому усилию  $P_{мх.к}$  индукцию  $B_8$  в сердечнике, магнитный поток в рабочем воздушном зазоре, индукцию  $B_0$  в основании сердечника.

По известным индукциям в ферромагнитных элементах, паразитных зазорах, размерам магнитной системы на основании закона полного тока определяется МДС возврата:

$$F_{\text{отп}} = \frac{B_{0,\text{отп}}}{\mu_0} \left( \delta_{\text{п1}} + \delta_{\text{п2}} + \delta_{\text{п3}} + \frac{\delta_{\text{к}}}{d_*^2} \right) + H_1 d_c \times \\ \times [2(H_* + 2\Delta_*) + a_{\text{п}*} + 2(c_* + 1,5a_{\text{ск}*})] + H_2 d_c a_{\text{п}*},$$

где  $H_1, H_2$  – магнитные напряженности в сердечнике, скобе магнитопровода и полюсном наконечнике, соответственно.

В результате решения нелинейного уравнения (4) численным методом находится диаметр сердечника и по принятым кратностям основных размеров определяются их абсолютные значения, что и является задачей проектного расчета.

С целью оценки влияния исходных данных проектирования рассмотрим результаты проектных расчетов с использованием разработанной программы, реализующей предлагаемую методику синтеза.

В нижеприведенных расчетах постоянными поддерживались величины:  $A_* = 0,6$ ;  $a_{\text{п}*} = 0,2$ ;  $a_{\text{ск}*} = 0,25$ ;  $b_{\text{ск}*} = 3,14$ ;  $b_* = 3,14$ ;  $c_* = 1,8$ ;  $d_* = 1,5$ ;  $H_* = 2$ ;  $\Delta_* = 0,1$ . Изменялись значения: критического зазора  $\delta_{\text{кр}}$ ; усилия  $P_{\text{мх.кр}}$ , соответствующего ему на механической характеристике; конечного зазора  $\delta_{\text{к}}$ ; усилия  $P_{\text{мх.к}}$ , соответствующего ему; коэффициента заполнения  $K_3$ ; кратностей  $K_{U\text{min}}$ ,  $K_{U\text{max}}$ ,  $K_{U\text{ср}}$ ,  $K_{\text{отп}}$ ,  $K_{U\text{отп}}$ , температур  $\Theta_{\text{доп}}$  и  $T_0$ .

Влияние критического зазора на диаметр сердечника, индукции в основании сердечника при срабатывании ( $B_{0,\text{ср}}$ ), отпадании ( $B_{0,\text{отп}}$ ) и на соответствующие им МДС иллюстрируют данные табл. 1.

С ростом критического зазора от 4 до 10 мм диаметр сердечника увеличивается незначительно. Существенно увеличиваются значение индукции  $B_{0,\text{ср}}$  от 0,874 до 1,372 Тл и МДС  $F_{\text{ср}}$  от 731 до 1734 А. Это свидетельствует, что форсированная магнитная система клапанного электромагнита может быть как линейной ( $B_{0,\text{ср}} \leq 1,11$  Тл), так и нелинейной ( $B_{0,\text{ср}} > 1,11$  Тл). При этом индукция  $B_{0,\text{отп}}$  и МДС  $F_{\text{отп}}$  при возврате уменьшаются незначительно, а магнитная система оказывается линейной.

Таблица 1

**Зависимости диаметра сердечника, индукций  $B_{0,\text{ср}}$ ,  $B_{0,\text{отп}}$  и соответствующих им МДС при принятых  $\delta_{\text{к}} = 0,25 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{\text{мх.кр}} = 10$  Н,  $P_{\text{мх.к}} = 30$  Н,  $K_3 = 0,5$ ,  $K_{U\text{min}} = 0,8$ ,  $K_{U\text{max}} = 1,15$ ,  $K_{U\text{ср}} = 1,1$ ,  $K_{\text{отп}} = 0,2$ ,  $K_{U\text{отп}} = 1,1$ ,  $\Theta_{\text{доп}} = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  при увеличении  $\delta_{\text{кр}}$  от 4 до 10 мм**

Показатели	$\delta_{\text{кр}}, \text{ м}$						
	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010
$d_c \cdot 10^{-3}, \text{ м}$	21,3	21,5	21,7	21,9	22	22,2	22,3
$B_{0,\text{ср}}, \text{ Тл}$	0,874	0,941	1,014	1,095	1,171	1,259	1,372
$B_{0,\text{отп}}, \text{ Тл}$	0,691	0,683	0,676	0,671	0,667	0,663	0,660
$F_{\text{ср}}, \text{ А}$	731	873	1023	1180	1330	1502	1734
$F_{\text{отп}}, \text{ А}$	253	250	248	247	246	244	243

Влияние критического механического усилия на диаметр сердечника, индукции в основании сердечника при срабатывании и отпадании, на соответствующие им МДС иллюстрируют данные табл. 2.

Таблица 2

Зависимости диаметра сердечника, индукций  $B_{o,ср}$ ,  $B_{o,отп}$  и соответствующих им МДС при принятых  $\delta_{кр} = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\delta_k = 0,25 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кп} = 30$  Н,  $K_3 = 0,5$ ,  $K_{Umin} = 0,8$ ,  $K_{Umax} = 1,15$ ,  $K_{Ucp} = 1,1$ ,  $K_{отп} = 0,2$ ,  $K_{Uотп} = 1,1$ ,  $\Theta_{доп} = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  при увеличении  $P_{мх.кп}$  от 6 до 20 Н

Показатели	$P_{мх.кп}$ , Н							
	6	8	10	12	14	16	18	20
$d_c \cdot 10^{-3}$ , м	21,1	21,4	21,5	21,7	21,7	21,8	21,9	22,0
$B_{o,ср}$ , Тл	0,748	0,851	0,941	1,022	1,097	1,156	1,211	1,266
$B_{o,отп}$ , Тл	0,695	0,688	0,683	0,679	0,676	0,674	0,672	0,670
$F_{ср}$ , А	688	786	873	952	1024	1084	1147	1218
$F_{отп}$ , А	255	252	250	249	248	248	247	246

Увеличение  $P_{мх.кп}$  от 6 до 20 Н приводит к незначительному увеличению диаметра сердечника и заметному увеличению индукции  $B_{o,ср}$  и МДС  $F_{ср}$ , а индукция  $B_{o,отп}$  и МДС  $F_{отп}$  незначительно уменьшаются.

Влияние механического усилия при конечном значении зазора на диаметр сердечника, индукции в основании сердечника при срабатывании и отпадании и на соответствующие им МДС иллюстрируют данные табл. 3.

Таблица 3

Зависимости диаметра сердечника, индукций  $B_{o,ср}$ ,  $B_{o,отп}$  и соответствующих им МДС при принятых  $\delta_{кр} = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\delta_k = 0,25 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кп} = 10$  Н,  $K_3 = 0,5$ ,  $K_{Umin} = 0,8$ ,  $K_{Umax} = 1,15$ ,  $K_{Ucp} = 1,1$ ,  $K_{отп} = 0,2$ ,  $K_{Uотп} = 1,1$ ,  $\Theta_{доп} = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  при увеличении  $P_{мх.к}$  от 20 до 100 Н

Показатели	$P_{мх.к}$ , Н								
	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$d_c \cdot 10^{-3}$ , м	20,0	21,5	22,7	23,5	24,3	24,9	25,5	26,0	26,4
$B_{o,ср}$ , Тл	1,047	0,941	0,875	0,828	0,793	0,765	0,742	0,722	0,705
$B_{o,отп}$ , Тл	0,599	0,683	0,749	0,806	0,856	0,901	0,942	0,981	1,016
$F_{ср}$ , А	932	873	836	808	788	771	757	745	735
$F_{отп}$ , А	218	250	276	299	318	336	353	368	382

Как видно из табл. 3, изменение конечного механического усилия от 20 до 100 Н приводит к заметному увеличению диаметра сердечника от 20 до 26,4 мм, уменьшению индукции и МДС срабатывания. При этом значения индукции  $B_{o,отп}$  и МДС  $F_{отп}$ , наоборот, увеличиваются.

Зависимость диаметра сердечника, индукций в основании сердечника при срабатывании, отпадании и соответствующих им МДС от коэффициента заполнения обмоточного окна приведена в табл. 4.

Таблица 4

Зависимости диаметра сердечника, индукций  $B_{o,ср}$ ,  $B_{o,отп}$  и соответствующих им МДС при принятых  $\delta_{кр} = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\delta_k = 0,25 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кп} = 10$  Н,  $P_{мх.к} = 30$  Н,  $K_{Umin} = 0,8$ ,  $K_{Umax} = 1,15$ ,  $K_{Ucp} = 1,1$ ,  $K_{отп} = 0,2$ ,  $K_{Uотп} = 1,1$ ,  $\Theta_{доп} = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  при увеличении  $K_3$  от 0,3 до 0,7 Н

Показатели	$K_3$ , Н								
	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70
$d_c \cdot 10^{-3}$ , м	24,0	23,2	22,6	22,0	21,5	21,1	20,7	20,4	20,1
$B_{o,ср}$ , Тл	0,807	0,8745	0,880	0,911	0,941	0,969	0,995	1,019	1,043
$B_{o,отп}$ , Тл	0,613	0,633	0,651	0,668	0,683	0,696	0,709	0,721	0,732
$F_{ср}$ , А	796	818	838	857	873	889	904	917	930
$F_{отп}$ , А	228	234	240	246	250	255	259	263	267

Увеличение коэффициента заполнения обмоточного окна от 0,3 до 0,7 приводит к заметному уменьшению диаметра сердечника при незначительном увеличении индукций  $B_{0,ср}$  и  $B_{0,отп}$ .

Согласно табл. 5, незначительное влияние на  $d_c$ ,  $B_{0,ср}$ ,  $F_{ср}$ ,  $B_{0,отп}$ ,  $F_{отп}$  оказывает коэффициент кратности минимального напряжения на обмотке  $K_{Umin}$ .

Таблица 5

**Зависимости диаметра сердечника, индукций  $B_{0,ср}$ ,  $B_{0,отп}$  и соответствующих им МДС при принятых  $\delta_{кр} = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\delta_k = 0,25 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кр} = 10$  Н,  $P_{мх.к} = 30$  Н,  $K_3 = 0,5$ ,  $K_{Umax} = 1,15$ ,  $K_{Uср} = 1,1$ ,  $K_{отп} = 0,2$ ,  $K_{Uотп} = 1,1$ ,  $\Theta_{доп} = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  при увеличении  $K_{Umin}$  от 0,7 до 1,0 Н**

Показатели	$K_{Umin}$					
	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	1,00
$d_c \cdot 10^{-3}$ , м	21,7	21,6	21,5	21,4	21,4	21,2
$B_{0,ср}$ , Тл	0,930	0,935	0,941	0,946	0,952	0,963
$B_{0,отп}$ , Тл	0,677	0,680	0,683	0,685	0,688	0,693
$F_{ср}$ , А	867	870	873	876	880	886
$F_{отп}$ , А	249	250	250	251	252	254

Более существенно на результаты проектирования оказывает влияние коэффициент кратности напряжения возврата  $K_{отп}$  при изменении от 0,1 до 0,3 (табл. 6).

Таблица 6

**Зависимости диаметра сердечника, индукций  $B_{0,ср}$ ,  $B_{0,отп}$  и соответствующих им МДС при принятых  $\delta_{кр} = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\delta_k = 0,25 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кр} = 10$  Н,  $P_{мх.к} = 30$  Н,  $K_3 = 0,5$ ,  $K_{Umin} = 0,8$ ,  $K_{Umax} = 1,15$ ,  $K_{Uср} = 1,1$ ,  $K_{Uотп} = 1,1$ ,  $\Theta_{доп} = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  при увеличении  $K_{отп}$  от 0,1 до 0,3**

Показатели	$K_{отп}$				
	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
$d_c \cdot 10^{-3}$ , м	27,2	23,8	21,5	19,9	18,6
$B_{0,ср}$ , Тл	0,678	0,815	0,941	1,059	1,159
$B_{0,отп}$ , Тл	0,541	0,618	0,683	0,740	0,791
$F_{ср}$ , А	718	801	873	939	991
$F_{отп}$ , А	204	229	250	269	286

Рост коэффициента кратности напряжения отпадания от 0,1 до 0,3 приводит к уменьшению необходимого диаметра сердечника на 32%, увеличению  $B_{0,ср}$  и  $B_{0,отп}$  на 71 и 46%, соответственно, и увеличению соответствующих МДС на 38 и 40%.

Влияние температуры окружающей среды и допустимой температуры нагрева на результаты проектирования указывают, соответственно, данные табл. 7 и 8.

Изменение температуры окружающей среды от 30 до 75°C приводит к увеличению на 17% диаметра сердечника и, как следствие, уменьшению индукций при срабатывании и отпадании.

Увеличение допустимой температуры нагрева от 105 до 180°C, напротив, приводит к уменьшению диаметра сердечника и увеличению МДС срабатывания и отпадания на 20 и 21%, соответственно.

Таблица 7

Зависимости диаметра сердечника, индукций  $B_{0,ср}$ ,  $B_{0,отп}$  и соответствующих им МДС при принятых  $\delta_{кр} = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\delta_{к} = 0,25 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кр} = 10$  Н,  $P_{мх.к} = 30$  Н,  $K_3 = 0,5$ ,  $K_{Umin} = 0,8$ ,  $K_{Umax} = 1,15$ ,  $K_{Uср} = 1,1$ ,  $K_{отп} = 0,2$ ,  $K_{Uотп} = 1,1$ ,  $\Theta_{дон} = 120^\circ\text{C}$  при увеличении  $T_0$  от 30 до 75 $^\circ\text{C}$

Показатели	$T_0, ^\circ\text{C}$									
	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
$d_c \cdot 10^{-3}$ , м	21,0	21,2	21,5	21,9	22,3	22,8	23,4	23,9	24,4	24,7
$B_{0,ср}$ , Тл	0,974	0,960	0,941	0,918	0,892	0,864	0,836	0,810	0,788	0,772
$B_{0,отп}$ , Тл	0,699	0,692	0,683	0,671	0,658	0,643	0,629	0,615	0,603	0,594
$F_{ср}$ , А	892	884	873	860	845	830	813	798	785	775
$F_{отп}$ , А	256	254	250	247	242	238	233	228	224	221

Таблица 8

Зависимости диаметра сердечника, индукций  $B_{0,ср}$ ,  $B_{0,отп}$  и соответствующих им МДС при принятых  $\delta_{кр} = 5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\delta_{к} = 0,25 \cdot 10^{-3}$  м,  $P_{мх.кр} = 10$  Н,  $P_{мх.к} = 30$  Н,  $K_3 = 0,5$ ,  $K_{Umin} = 0,8$ ,  $K_{Umax} = 1,15$ ,  $K_{Uср} = 1,1$ ,  $K_{отп} = 0,2$ ,  $K_{Uотп} = 1,1$ ,  $T_0 = 40^\circ\text{C}$  при увеличении  $\Theta_{дон}$  от 105 до 180 $^\circ\text{C}$

Показатели	$\Theta_{дон}, ^\circ\text{C}$									
	105	110	115	120	130	140	150	160	170	180
$d_c \cdot 10^{-3}$ , м	22,6	22,3	21,9	21,5	20,9	20,3	19,8	19,3	18,8	18,4
$B_{0,ср}$ , Тл	0,875	0,897	0,919	0,941	0,984	1,026	1,068	1,109	1,143	1,176
$B_{0,отп}$ , Тл	0,649	0,660	0,672	0,683	0,704	0,724	0,744	0,763	0,782	0,800
$F_{ср}$ , А	836	848	861	873	898	921	944	966	983	1001
$F_{отп}$ , А	239	243	247	250	257	264	271	277	283	289

С ростом  $P_{мх.к}$  (от 12 до 144 Н) и  $P_{мх.кр}$  (от 2 до 24 Н), соответственно, при постоянном их отношении, например, равном 6, наблюдается существенный рост диаметра сердечника (примерно на 68%), индукции срабатывания (на 66%), отпадания (на 106%), а МДС срабатывания и отпадания на 123 и 118%, соответственно.

**Выводы.** 1. Уравнения проектирования, представляющие собой условия срабатывания, возврата и нагрева управляемого форсированно электромагнитом постоянного напряжения по схеме с балластным резистором, сведены к одному нелинейному уравнению относительно диаметра сердечника, справедливому для любой магнитной системы, наружная поверхность обмотки которой непосредственно «омывается» окружающей средой.

2. В разработанной методике синтеза форсированного клапанного электромагнита использована экспериментально полученная нагрузочная характеристика в безразмерной обобщенной форме, обеспечивающая достоверность результатов расчета и проведение исследований влияния исходных данных проектирования на величину базисного линейного размера электромагнита, в качестве которого выбран диаметр сердечника, величины индукций в основании сердечника при срабатывании и возврате его якоря в исходное положение и соответствующих им МДС.

3. Установлено наиболее существенное влияние критического зазора на диаметр сердечника, индукции в его основании при срабатывании и возврате, а также на МДС срабатывания.

Рост коэффициента кратности напряжения отпадания от 0,1 до 0,3 приводит к уменьшению необходимого диаметра сердечника на 32%, увеличению  $B_{o,ср}$  и  $B_{o,отп}$  на 71 и 46%, соответственно, и увеличению соответствующих МДС на 38 и 40%.

Изменение температуры окружающей среды от 30 до 75°C приводит к увеличению на 17% диаметра сердечника и, как следствие, уменьшению индукций при срабатывании и отпадании.

Увеличение допустимой температуры нагрева от 105 до 180°C, напротив, приводит к уменьшению диаметра сердечника и увеличению МДС срабатывания и отпадания на 20 и 21%, соответственно.

С ростом  $P_{мх.к}$  (от 12 до 144 Н) и  $P_{мх.кр}$  (от 2 до 24 Н) при постоянном их отношении наблюдается существенный рост диаметра сердечника, индукций в основании сердечника при срабатывании и отпадании, а также МДС срабатывания и отпадания более чем в 2 раза.

#### Литература

1. *Веников В.А., Веников Г.В.* Теория подбора и моделирования. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1984. 439 с.
2. *Зайцев Ю.М., Иванов И.П., Никитина О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П.* Методика синтеза форсированного броневоего электромагнита постоянного напряжения с внедряющимся якорем в схеме с балластным резистором // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 52–61.
3. *Кадыков В.К., Кузьмин А.В., Руссова Н.В., Свинцов Г.П.* К выбору диаметра полюсного наконечника клапанной магнитной системы постоянного тока // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2009. № 3. С. 63–68.
4. *Кадыков В.К., Руссова Н.В., Свинцов Г.П., Сизов А.В.* Обобщенные экспериментальные зависимости потокораспределения, потокосцепления и магнитодвижущей силы в клапанных электромагнитных системах постоянного тока с круглыми полюсными наконечниками // Электротехника. 2007. № 4. С. 41–47.
5. *Клименко Б.В.* Форсированные электромагнитные системы. М.: Энергоатомиздат, 1989. 160 с.
6. *Коц Б.Э.* Электромагниты постоянного тока с форсировкой. М.: Энергия, 1973. 80 с.
7. *Основы теории электрических аппаратов / Б.К. Буль, Г.В. Буткевич, А.Г. Годжело и др.; под ред. Г.В. Буткевича.* М.: Высш. шк., 1970. 600 с.
8. *Приказициков А.В., Руссова Н.В., Сагарадзе Е.В., Свинцов Г.П., Шоглев Д.Г.* Усовершенствованная методика проектного расчета форсированного клапанного электромагнита в схеме с балластным резистором // Электротехника. 2011. № 1. С. 57–62.
9. *Смирнов Ю.В.* Критерии неравномерности температурного поля в катушках электромагнитных устройств // Электротехника. 1975. № 11. С. 41–45.
10. *Софронов Ю.В., Свинцов Г.П., Николаев Н.Н.* Проектирование электромеханических аппаратов автоматики. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1986. 88 с.
11. *Georgiev V., Alexandrov A., Yatchev I.* Optimization of the Force Characteristic of a Solenoid Electromagnet with Ferromagnetic Disc in the Coil. In: Rudnicki M., Wiak S., eds. Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism. Springer-Science+Business Media, B.V., 2003, pp. 261–268.
12. *Neiman V.Yu., Neiman L.A., Petrova A.A. et al.* On the Question of Taking into Account the Main Dimensions When Selecting Type of Electromagnet According to Value of Constructive Facto. *Russian Electrical Engineering*, 2011, vol. 82, no. 6, pp. 328–331.

---

**ЗАЙЦЕВ ЮРИЙ МИХАЙЛОВИЧ** – доцент кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (yuriy.zaytsev.46@mail.ru).

**ПЕТРОВ ВИКТОР НИКОЛАЕВИЧ** – аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (viktor912012@yandex.ru).

**РУССОВА НАТАЛИЯ ВАЛЕРЬЕВНА** – кандидат технических наук, начальник научно-исследовательской части, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

**СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea\_chuvsu@mail.ru).

**Yu. ZAYTSEV, V. PETROV, N. RUSSOVA, G. SVINTSOV**  
**METHODS OF SYNTHESIS OF FORCED VALVED DC ELECTROMAGNETS**  
**IN CIRCUIT WITH BALLAST RESISTOR**

**Key words:** valved electromagnet, forced control, design calculation method, operation, return, heating, load characteristic, critical clearance, core size, active experiment.

*The method of synthesis of the forced valved DC electromagnet which is controlled according to the circuit with ballast resistor is proposed. The method is based on the design equations representing the conditions of operation, return and heating as well as on the experimentally received loading characteristic in the dimensionless generalized form. The equations are reduced to single nonlinear equation concerning the core size, they are suitable for the valvate magnetic systems with the L-shaped bracket of a magnetic circuit used in actuators of switching electric apparatuses.*

*Calculations are carried out to assess the influence of basic data of the design on the core size of an electromagnet, induction values in the core basis at operation and return and magnetomotive force. The most significant influence on the core size of a critical working air clearance in magnetic system is established.*

#### References

1. Venikov V.A. *Teoriya podobiya i modelirovaniya. 3-e izd., pererab. i dop.* [Theory of similarity and modeling. 3<sup>rd</sup> ed.]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1984, 439 p.
2. Zaitsev Yu.M., Ivanov I.P., Nikitina O.A., Russova N.V., Svintsov G.P. *Metodika sinteza forsirovannogo bronevogo elektromagnita postoyannogo napryazheniya s vnedryayushchimsya yakorem v skheme s ballastnym rezistorom* [Method of synthesis of forced armored dc electromagnet with plunging armature in scheme with ballast resistor]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 52–63.
3. Kadykov V.K., Kuzmin A.V., Russova N.V., Svintsov G.P. *K vyboru diametra polyusnogo nakonechnika klapannoy magnitnoy sistemy postoyannogo toka* [The choice of the diameter of the pole piece of the magnetic valve system DC]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Elektromekhanika* [Russian Electromechanics], 2009, no. 3, pp. 63–68.
4. Kadykov V.K., Russova N.V., Svintsov G.P., Sizov A.V. *Obobshchennye eksperimental'nye zavisimosti potokoraspredeleeniya, potokostsepleniya i magnitodvizhushchey sily v klapannykh elektromagnitnykh sistemakh postoyannogo toka s kruglymi polyusnymi nakonechnikami* [Generalized experimental dependence of flow distribution, flux and magnetomotive force of the electromagnetic valve in systems with DC round pole pieces]. *Elektrotekhnika* [Electrical Engineering], 2007, no. 4, pp. 41–47.
5. Klimenko B.V. *Forsirovannye elektromagnitnye sistemy* [Forced electromagnetic system]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989, 160 p.
6. Kots B.E. *Elektromagnitny postoyannogo toka s forsirovkoy* [DC electromagnets with forced management]. Moscow, Energiya Publ., 1973, 80 p.
7. Bul' B.K., Butkevich G.V., Godzhelo A.G. et al. *Osnovy teorii elektricheskikh apparatov* [Fundamentals of the theory of electrical apparatuses]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1970, 600 p.

8. Prikazhchikov A.V., Russova N.V., Sagaradze E.V., Svintsov G.P., Shoglev D.G. *Usovershenstvovannaya metodika proektnogo rascheta forsirovannogo klapannogo elektromagnita v skheme s ballastnym rezistorom* [Improved method of project calculation of the forced valvate electromagnet in scheme with the ballast resistor]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 2011, no. 1, pp. 57–62.

9. Smirnov Yu.V. *Kriterii neravnomernosti temperaturnogo polya v katushkakh elektromagnitnykh ustroystv* [Criteria for non-uniformity of the temperature field in the coils of the electromagnetic devices]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 1975, no. 11, pp. 41–45.

10. Sofronov Yu.V. *Proektirovanie elektromekhanicheskikh apparatov avtomatiki* [Design of electromechanical apparatuses of automatics]. Cheboksary, 1986, 88 p.

11. Gueorgiev V., Alexandrov A., Yatchev I. Optimization of the Force Characteristic of a Sole-noid Electromagnet with Ferromagnetic Disc in the Coil. In: Rudnicki M., Wiak S., eds. *Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism*. Springer-Science+Business Media, B.V., 2003, pp. 261–268.

12. Neiman V. Yu., Neiman L. A., Petrova A. A. et al. On the Question of Taking into Account the Main Dimensions When Selecting Type of Electromagnet According to Value of Constructive Facto. *Russian Electrical Engineering*, 2011, vol. 82, no. 6, pp. 328–331.

---

**ZAITSEV YURII** – Associate Professor, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (yuriy.zaytsev.46@mail.ru).

**PETROV VIKTOR** – Post-Graduate Student of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (viktor912012@yandex.ru).

**RUSSOVA NATALIYA** – Candidate of Technical Sciences, Head of Research and Development Division, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**SVINTSOV GENNADII** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (eea\_chuvsu@mail.ru).

---

**Ссылка на статью:** *Зайцев Ю.М., Петров В.Н., Руссова Н.В., Свинцов Г.П.* Методика синтеза форсированного клапанного электромагнита постоянного напряжения в схеме с балластным резистором // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 103–112.

УДК 621.311.1

ББК 31.279

А.А. КУЗЬМИН, М.И. ПЕТРОВ, А. БАЗАРРАГЧА, Д. ДЖАМАГИДЗЕ

## К ВОПРОСУ РАСЧЕТА ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПЕРЕХОДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В СЕТИ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

*Ключевые слова:* переходные процессы, дугогасящие реакторы, система автоматической настройки катушки, однофазное замыкание на землю, гармоники в токе однофазного замыкания на землю, ANSYS.

*В статье приведен обзор расчетных возможностей программного комплекса ANSYS, показаны основные преимущества расчетной среды по отношению к современным аналогам – EMTP. Представлен практический опыт проведения расчетов и моделирования работы энергетического узла, обладающего рядом специфических особенностей, в частности наличием значительного частотного ряда, требующего особого учета передаточных характеристик элементов модели. Получены данные о погрешности применяемых расчетных методов модели.*

**Постановка задачи.** Электрическая сеть представляет собой сложную совокупность электротехнических аппаратов, образующих совместно динамическую систему, требующую синхронной работы всех узлов. Каждый узел обладает своими свойствами, которые в целом могут влиять на работоспособность сети в целом. В связи с чем вопрос обеспечения надежности электроснабжения является весьма многокритериальным и требует расчета множества аспектов. В связи со значительным расширением объема электротехнического хозяйства, а также многократным усложнением аппаратной части остро стоит вопрос автоматизации процесса анализа, проектирования и эксплуатации электрических сетей.

На надежность электроснабжения в целом значительно влияет режим эксплуатации распределительных сетей 6-35 кВ. К основным элементам данной сети можно отнести: воздушные и кабельные линии, трансформаторы, коммутационные аппараты, шины, компенсирующие устройства и т.д. [1]. Каждый элемент сети в любой момент времени характеризуется не только исходными параметрами, определяемыми паспортными данными и текущим состоянием, но и параметрами режима (токами, напряжением, потоками и потерями мощности и т.д.). Под режимом сети в целом понимают совокупность параметров режима отдельных элементов сети, а также обобщенных параметров (суммарная мощность нагрузки сети, частота, суммарные потери активной и реактивной мощностей). Протяженность линий электропередач достигает миллионов километров. Согласно данным статистики, более 80% всех аварийных ситуаций в сети среднего класса напряжения начинается с появления однофазного замыкания на землю [8]. Следует отметить, что на долю распределительных сетей приходится до 60% всех затрат на технологический транспорт электрической энергии через электрические сети [2]. Данное обстоятельство делает разработку устройств повышения надежности электроснабжения приоритетной.

Для эффективного построения электрических сетей необходимо рассчитывать основные параметры электрических устройств в установившихся ре-

жимах, а также иметь возможность расчета аварийных, переходных режимов и уметь определять оптимальные параметры для всех возможных ситуаций [3, 4]. С этой целью наибольшее распространение получило математическое и компьютерное моделирование электрических сетей [5].

Основы общей теории моделирования режимов электрических сетей были заложены в 1940–1960-х гг. в трудах Н.А. Мельникова, А.А. Глазунова, В.А. Веникова, В.М. Горнштейна, Л.А. Жукова и развивались по мере совершенствования вычислительной техники в последующие годы отечественными и зарубежными учеными (Д.А. Арзамасцевым, П.И. Бартоломеем, А.З. Гаммом, В.И. Идельчиком, Л.А. Круммом, В.А. Строевым, O. Alsac, B. Stott, W.F. Timiey и др.).

В связи с ограниченностью ресурсов и значительной трудоемкостью учета абсолютно всех параметров сети при решении любой задачи путем моделирования и упрощения схемы. При этом необходимо выдерживать требуемую степень детализации, тем самым обеспечивая точность расчета. В [6] приводятся данные об основных видах погрешностей, возникающих при сборе данных и проведении расчетов.

**Краткий обзор используемых систем.** Значительный интерес представляет развитие современных комплексов компьютерного моделирования. Наибольшую известность получили системы расчётов электромагнитных переходных процессов, построенные на базе ЕМТР-алгоритмы (ElectroMagnetic Transients Program), описанные в работах профессора Г. Доммеля (Herman W. Dommel), а также методы переменных состояния (пространства состояний – Space-State).

В соответствии с подходом, реализованным в ЕМТР-алгоритмах [7], исходные дифференциальные уравнения, описывающие статические элементы электрической сети с сосредоточенными параметрами, преобразуются и решаются в форме разностных:

$$[G(\Delta t)] \cdot U(t) = I(t) - I(t - \Delta t), \quad (1)$$

где  $[G(\Delta t)]$  – матрица узловых проводимостей;  $U(t)$  – вектор напряжений в узлах электрической сети в момент времени  $t$ ;  $I(t)$  – вектор токов источников тока в момент времени  $t$ ;  $I(t - \Delta t)$  – вектор токов источников тока в момент времени  $t - \Delta t$ .

На использовании ЕМТР-алгоритмов основана работа моделирующих комплексов реального времени RTDS (производитель – компания RTDS Technologies Inc., Канада) и HYPERSIM (OPAL-RT Technologies Inc. – также канадский производитель).

Наиболее широко распространенной альтернативной программой моделирования является MathLab-Simulink. Особенностью данной программы является возможность распараллеливания вычислений между несколькими процессорами или их вычислительными ядрами [10]. В качестве алгоритма при осуществлении вычислений используется модификация метода переменных состояния – State – Space Nodal [8, 9].

Метод пространства состояний использует описание исследуемой системы  $n$ -го порядка в виде одного дифференциального уравнения того же порядка либо в виде системы из  $n$  дифференциальных уравнений 1-го порядка [10, 11]:

$$\dot{X}(t) = [A(t)] \cdot X(t) + [B(t)] \cdot V(t);$$

$$W(t) = [C(t)] \cdot X(t) + [D(t)] \cdot V(t).$$

Здесь  $X(t)$  – вектор переменных состояния (обычно – токов в индуктивностях и напряжений на ёмкостях);  $V(t)$  – вектор источников внешних воздействий (ЭДС и токов источников);  $W(t)$  – вектор выходных (искомых) величин;  $[A(t)]$  – основная матрица системы (матрица параметров);  $[B(t)]$  – матрица связи между источниками (входом системы) и переменными состояния;  $[C(t)]$  – матрица связи переменных состояния с искомыми величинами (выходом);  $[D(t)]$  – матрица связи входа и выхода системы.

Важным вопросом обеспечения качества моделирования является правильный выбор шага расчета. Уменьшение шага позволяет улучшить точность, при этом требуются дополнительные вычислительные мощности, что скажется на времени расчета. В реализации решения ЕМТР матрица узловых проводимостей в уравнении (1) является функцией шага интегрирования  $\Delta t$ , он принимается постоянным. Для определения шага моделирования необходимо знать частоту исследуемого процесса. При задании шага в интервале от 20 до 80 мкс учитываются с достаточной степенью детализации переходные процессы с частотой до 2-5 кГц [8].

Существенный практический интерес вызывает разработка комбинированных методов моделирования, при которых исследуемый фрагмент энергосистемы моделируется с максимальной степенью детализации, а прилегающая сеть – с рядом упрощений [12]. Такой подход позволяет получить достаточно гибкую модель, адаптируемую под конкретные задачи исследования, и избежать при этом необходимости упрощения схемы исследуемого объекта и значительного эквивалентирования прилегающей сети.

**Обзор междисциплинарного программного комплекса.** Рассмотренные выше программы являются программами расчета электромагнитных переходных процессов, в то время как всё большую область применения приобретают мультидисциплинарные программные комплексы. В настоящее время наиболее широко применяется ANSYS.

В программной оболочке Workbench собирается комплекс расчетных модулей, осуществляющий взаимное дополнение производимых расчетов, которые могут одновременно включать расчеты: тепловых, механических, электромагнитных и других полей. При этом явным преимуществом является возможность учета большинства значимых факторов.

Для решения задач переходных процессов ключевой частью является пакет ANSYS Simploter. В отличие от рассмотренных программ ANSYS Simploter имеет встроенную библиотеку компонентов для реализации управления, а также позволяет использовать сторонние инструменты для интеграции существующих систем управления в междисциплинарное моделирова-

ние, которое может включать различные электрические, цифровые, электро-механические, механические, тепловые или гидравлические компоненты.

ANSYS Simplorer является мощным многодоменным инструментом моделирования систем. Комбинирует консервативный узел схемотехнического моделирования с сохранением закона Кирхгофа для токов и напряжений и такие неконсервативные компоненты, как сигнальные блоки, элементы диаграмм состояний (State Machines), цифровые компоненты.

Существенным преимуществом ANSYS Simplorer является обмен результатами моделирования между различными физическими доменами, например, мгновенная мощность в электрической цепи используется в качестве входной мощности в блочную сигнальную цепь, диаграмму состояний (State Machines) или тепловой компонент. Это обеспечивает бесперебойный обмен информацией между различными физическими доменами и компонентами детализированных моделей, посредством co-simulation или моделей пониженного порядка (ROM) в рамках продуктов ANSYS.

Блоки управления и диаграммы состояний (State Machines) являются основной частью базовых элементов в библиотеке ANSYS Simplorer. Блоки источников, непрерывные, дискретные, математические, блоки обработки сигналов открывают широкий спектр возможностей для реализации управления. Существующие модели управления реализованы на языках программирования C/C++. Комплекс ANSYS SCADE Suite обеспечивает соединение с C-кодом и возможность совместного моделирования с ANSYS Simplorer. Возможность интеграции SCADE Suite кода гарантирует связь между C-model интерфейсом Simplorer и SCADE Suite. Эта технология обеспечивает полную автоматизацию рабочего процесса для реализации реалистичной системы моделирования с междисциплинарным симулятором ANSYS Simplorer.

В рамках проведения научно-исследовательской работы произведено создание модели электроснабжения промышленного назначения. Целью моделирования являлись разработка и отладка силовых и электронных компонентов системы компенсации тока замыкания на землю.

На рис. 1 продемонстрирован фрагмент схемы управления системой плавной компенсации тока замыкания на землю, включающей в себя: аналого-цифровые преобразователи, логические компоненты контроллера, преобразователи Фурье, блоки электронного управления, цифро-аналоговый преобразователь и другие элементы.

В результате проведенного моделирования произведена доработка алгоритма работы системы компенсации и получена осциллограмма установившегося тока замыкания на землю (рис. 2).

За 20 мс значение тока замыкания на землю снижается до 0,7% от полного тока замыкания на землю. Остаточный полный ток всего частотного спектра после работы системы компенсации с учетом компенсации гармоник составляет 1,828 А. Скорости выхода системы компенсации и точность удовлетворяют техническим требованиям.

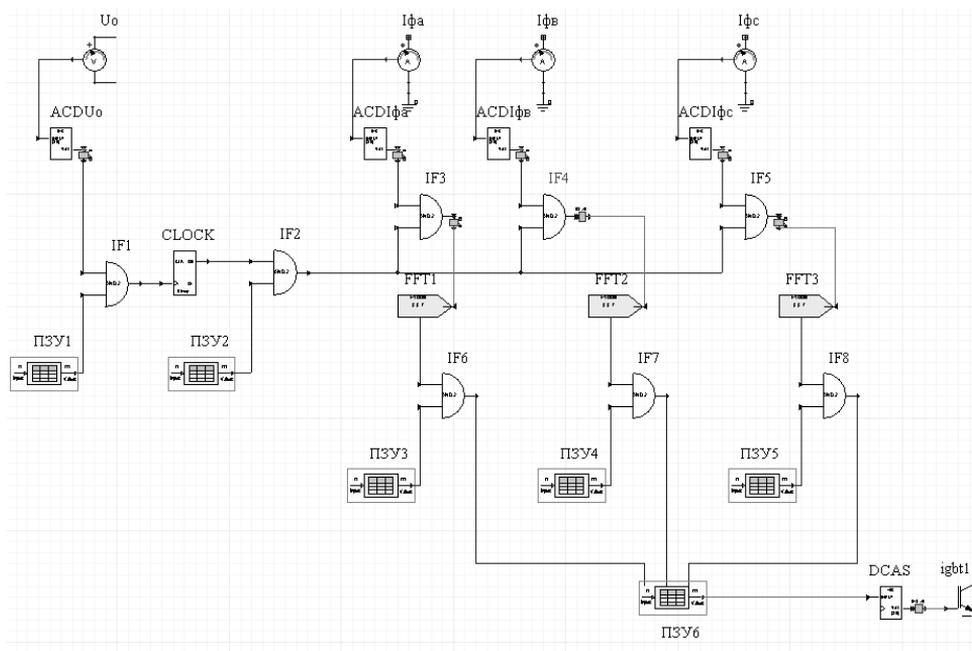


Рис. 1. Фрагмент логической схемы работы системы компенсации тока ОЗЗ

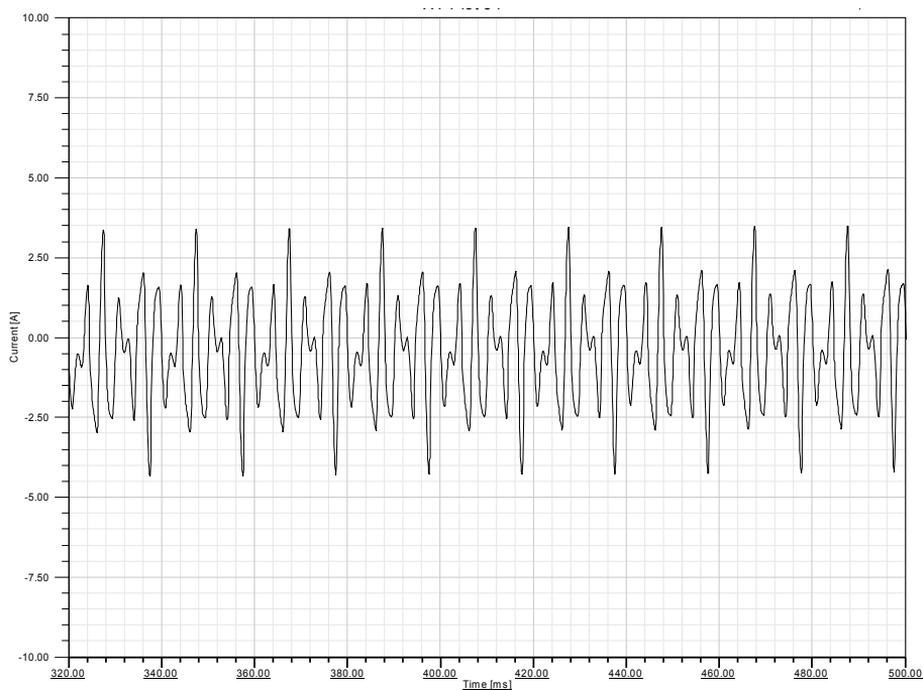


Рис. 2. Расчетная осциллограмма остаточного тока ОЗЗ в сети 6 кВ промышленного предприятия при замыкании фазы на землю

**Выводы.** 1. В настоящее время высокий уровень организации энергосистем предъявляет особые требования к системам моделирования. Используемые в настоящее время системы должны обеспечивать гибкие возможности проведения различных типов расчетов: электрических, тепловых и др.

2. Применяемый в настоящее время программный комплекс ANSYS позволяет проводить междисциплинарное многодоменное моделирование, обеспечивающее учет наибольшего количества влияющих факторов.

3. Разрабатываемые в ANSYS модели позволяют проводить гибридные расчеты с учетом гармонических составляющих.

#### Литература

1. *Веников В.А.* Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики). М.: Высш. шк., 1976. 479 с.
2. *Дьяков А.Ф.* Электроэнергетика России на рубеже XXI века и перспективы ее развития // Известия РАН. Сер. Энергетика. 2000. № 1. С. 69–83.
3. *Жежеленко И.В.* Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. М.: Энергоатомиздат, 1988.
4. Защита сетей 6–35 кВ от перенапряжений / *Ф.Х. Халилов, Г.А. Евдокунин, В.С. Поляков и др.*; под ред. Ф.Х. Халилова, Г.А. Евдокунина, А.И. Таджикибаева. СПб.: Энергоатомиздат, 2002. 272 с.
5. *Кононов Ю.Г.* Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей 6-10 кВ в АСДУ ПЭС: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Баку, 1986. 22 с.
6. Основные научно-технические требования к созданию и развитию автоматизированных систем управления районов электрических сетей (РЭС): отраслевые методические материалы / *В.Э. Воронницкий, И.Г. Горлов, М.А. Кагаловский.* М.: РАО «ЕЭС России», 1996. 67 с.
7. Электрические системы. Электрические сети / под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева. М.: Высш. шк., 1998. 511 с.
8. *Dommel H.W.* EMTP Theory Book, Bonneville? Power Administration publication first printed, 1992.
9. *Dufour C., Mahseredjian J., Belanger J.* A Combined State-Space Nodal Method for the Simulation of Power System Transients. *IEEE Trans. on Power Delivery*, 2011, vol. 26, no. 2, pp. 928–935.
10. *Jalili-Marandi V., Ayres F.J., Dufour C., Belanger J.* Real-time Electromagnetic and Transient Stability Simulations for Active Distribution Networks. Proc. of Int. Conf. on Power Systems Transients (IPST2013). Vancouver, Canada, 2013.
11. *Saad H., Dufour C., Mahseredjian J., Denetiere S, Nguéfeu S.* Real Time simulation of MMCs using the State-Space Nodal Approach. Proc. of Int. Conf. on Power Systems Transients (IPST2013). Vancouver, Canada, 2013.
12. *Watson N.R., Arrillaga J.* Power Systems Electromagnetic Transients Simulation. The Institution of Engineering and Technology, London, UK, 2007.

---

**КУЗЬМИН АЛЕКСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ** – ассистент кафедры безопасности труда, Новосибирский государственный технический университет; начальник отдела перспективных разработок, ООО «Болид», Россия, Новосибирск (kuzmin\_a\_a@211.ru).

**ПЕТРОВ МИХАИЛ ИВАНОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет; директор, ООО «НИР Энерго», Россия, Чебоксары (g374mi@yandex.ru).

**БАЗАРРАГЧА АЛТАНДУУЛГА** – начальник Департамента технической инспекции и инновационного развития, Улан-Баторская электросетевая компания, Монголия, Улан-Батор.

**ДЖАМАГИДЗЕ ДЖАБА** – начальник отдела высоковольтной сети службы распределительной сети, АО «Теласи», Грузия, Тбилиси (jaba.jamagidze@telasi.ge).

---

A. KUZMIN, M. PETROV, A. BAZARRAGCHA, J. DZHAMAGIDZE  
ON CALCULATION OF HIGH FREQUENCY  
ELECTROMAGNETIC TRANSIENTS IN POWER NETWORK

**Key words:** transients, arc suppression reactors, the system of auto-configuration coil, single-phase ground short-circuit, harmonic current of single-phase earth fault, Ansys.

The article provides an overview of the design capabilities of the software Ansys-Simplorer, and shows the main advantages of the design environment over the contemporary analogs – EMTP. The experience of carrying out calculations and modeling of energy hub with a number of specific features, in particular sizeable frequency range, requiring due consideration of transmission characteristics in model elements is given. The data on errors in applied calculation methods of the model are provided.

References

1. Venikov V.A. *Teoriya podobiya i modelirovaniya (primenitelno k zadacham elektro-energetiki)* [Similarity Theory and modeling (applied to the problems of electro-energy)]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1976, 479 p.
2. Dyakov A.F. *Elektroenergetika Rossii na rubeje XXI veka i perspektivy ee razvitiya* [Electric power industry of Russia at the turn of XXI century and prospect of its development]. *Izvestiya RAN. Ser. Energetika* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering], 2000, no. 1, pp. 69–83.
3. Zhezhelentko I.V. *Vyisshie garmoniki v sistemah elektrosnabjeniya prompredpriyatii* [Higher harmonics in power supply systems of industrial enterprises]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988.
4. Khalilov F.H., Evdokunin G.A., Polyakov V.S. et al. *Zaschita setey 6–35 kV ot perenapryazheniy* [Protection of networks 6-35 kV overvoltage]. St. Petersburg, Energoatomizdat Publ., 2002. 272 p.
5. Kononov Yu.G. *Raschety i optimizatsiya rejimov elektricheskikh setey 6110 kV v ASDU PES: avtoref. ... dis. kand. tehn. nauk.* [Calculation and optimization of modes of electric networks 6-10 sq in ASDU PES. Abstract Diss.]. Baku, 1986, 22 p.
6. Vorotnitsky V.E., Gorlov I.G., Kagalovsky M.A. *Osnovnyie nauchno-tehnicheskie trebovaniya k sozdaniyu i razvitiyu avtomatizirovannykh sistem upravleniya rayonov elektricheskikh setey (RES): otraslevyie metodicheskie materialy* [The basic scientific and technical requirements for the creation and development of automated control systems of the districts of electrical networks (RES): sectoral methodological materials]. Moscow, 1996, 67 p.
7. Venikova V.A., Stroyev V.A., eds. *Elektricheskie sistemy. Elektricheskie seti* [Electrical systems: Electric networks]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1998, 511 p.
8. Dommel H.W. *EMTP Theory Book*, Bonneville? Power Administration publication first printed, 1992.
9. Dufour C., Mahseredjian J., Belanger J. A Combined State-Space Nodal Method for the Simulation of Power System Transients. *IEEE Trans. on Power Delivery*, 2011, vol. 26, no. 2, pp. 928–935.
10. Jalili-Marandi V., Ayres F.J., Dufour C., Belanger J. Real-time Electromagnetic and Transient Stability Simulations for Active Distribution Networks. Proc. of Int. Conf. on Power Systems Transients (IPST2013). Vancouver, Canada, 2013.
11. Saad H., Dufour C., Mahseredjian J., Denetiere S, Nguefeu S. Real Time simulation of MMCs using the State-Space Nodal Approach. Proc. of Int. Conf. on Power Systems Transients (IPST2013). Vancouver, Canada, 2013.
12. Watson N.R., Arrillaga J. *Power Systems Electromagnetic Transients Simulation*. The Institution of Engineering and Technology, London, UK, 2007.

---

**KUZMIN ALEXEY** – Assistant Lecturer, Department of Safety, Novosibirsk State Technical University, Leading Researcher of «Bolid» LTD, Russia, Novosibirsk (kuzmin\_a\_a@211.ru).

**PETROV MIKHAIL** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Industrial Enterprises Power Supply Department, Chuvash State University; Director, «NIR-Energy», Russia, Cheboksary (g374mi@yandex.ru).

**BAZARRAGCHA ALTANDUULGA** – Head of Technical Policy & Innovation Department, Ulaanbaatar Electricity Distribution Network Company, Mongolia, Ulaanbaatar.

**DZHAMAGIDZE JABA** – Head of the High-Voltage Network Service Distribution Networks, JSC «Telasi», Georgia, Tbilisi (jaba.jamagidze@telasi.ge).

---

**Ссылка на статью:** Кузьмин А.А., Петров М.И., Базаррагча А., Джамагидзе Д. К вопросу расчета высокочастотных переходных электромагнитных процессов в сети электроснабжения // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 113–119.

УДК 621.314.58

ББК 31.15

Г.В. МАЛИНИН, В.С. ПРЯНИКОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА НАПРЯЖЕНИЯ ОДНОФАЗНОГО МОСТОВОГО ИНВЕРТОРА С СИНУСОИДАЛЬНОЙ ШИМ\*

*Ключевые слова:* однофазный мостовой инвертор, синусоидальная широтно-импульсная модуляция (ШИМ), анализ, гармонический состав, численный метод.

*Рассмотрен метод численного расчета гармонического состава выходного напряжения однофазного мостового инвертора с синусоидальной ШИМ. Метод основан на вычислении точек пересечения модулирующего (синусоидального) и несущего (треугольного) сигналов с дальнейшим вычислением гармонического состава выходного напряжения инвертора с использованием ряда Фурье. Представлены результаты исследования гармонического состава напряжения в функции частоты и амплитуды несущего колебания, отнесенных к частоте и амплитуде модулирующего колебания.*

В литературе описаны различные методы управления устройствами силовой электроники посредством широтно-импульсной модуляции (ШИМ) [2]:

- одноимпульсная модуляция (один регулируемый по длительности импульс за полпериода модулирующего сигнала);
- многоимпульсная модуляция (несколько равноотстоящих импульсов одинаковой ширины за полпериода модулирующего сигнала);
- синусоидальная ШИМ (несколько импульсов разной ширины за полпериода ШИМ, полученные в результате сравнения модулирующего синусоидального сигнала, определяющего период ШИМ, с несущим треугольным сигналом высокой частоты).

Существуют и другие методы ШИМ. При построении фотовольтаических систем, преобразующих энергию солнца в энергию переменного тока, широкое распространение находят однофазные инверторы напряжения с синусоидальной ШИМ [3]. Гармонический состав выходного напряжения инвертора становится наиболее актуальным при работе фотовольтаической системы на промышленную сеть. При этом выходной фильтр инвертора напряжения может быть минимизирован, если располагать знаниями о гармоническом составе выходного напряжения инвертора в функции параметров широтно-импульсного модулятора.

**Обоснование ряда Фурье для выходного сигнала синусоидального широтно-импульсного модулятора.** На рис. 1 представлена форма выходного напряжения однофазного мостового инвертора, описываемая функцией  $f(v)$  с единичной амплитудой. Пусть  $N$  – число импульсов выходного напря-

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 15-48-02189-р\_поволжье\_а.

жения на полупериоде модулирующего наала. Поскольку функция  $f(v)$  нечетная и обладает симметрией третьего рода [1, 4], т.е.

$$f(-v) = -f(v), f(v+\pi) = -f(v),$$

то ряд Фурье функции  $f(v)$  преобразуется к виду:

$$f(v) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nv, \quad (1)$$

где для нечетных  $n$

$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(v) \sin nv dv, \quad (2)$$

а для четных  $n$   $b_n = 0$ .

Для случая нечетного  $N$  из формулы (2) и рис. 1 следует:

$$b_n = \frac{4}{\pi} \left\{ \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(v) \sin nv dv + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} f(v) \sin nv dv + \dots + \int_{\alpha_N}^{\pi/2} f(v) \sin nv dv \right\} = \frac{4}{n\pi} \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \cos n\alpha_k,$$

где  $\alpha_k$  – моменты начала и конца импульсов функции  $f(v)$ .

Для случая четного  $N$  получаем:

$$b_n = \frac{4}{\pi} \left\{ \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(v) \sin nv dv + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} f(v) \sin nv dv + \dots + \int_{\alpha_{N-1}}^{\alpha_N} f(v) \sin nv dv \right\} = \frac{4}{n\pi} \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \cos n\alpha_k.$$

Таким образом, для любых  $N$  и нечетных  $n$  коэффициенты ряда Фурье при синусной составляющей даются формулой

$$b_n = \frac{4}{n\pi} \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \cos n\alpha_k, \quad (3)$$

где  $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_N < \frac{\pi}{2}$ .

**Синусоидальная ШИМ для однофазного мостового инвертора.** Для мостовой схемы однофазного инвертора напряжения (рис. 2) выходной сигнал инвертора с управлением по закону синусоидальной ШИМ (СШИМ) получается как результат сравнения высокочастотного треугольного несущего колебания  $u_c$  частоты  $\omega_c$  с двумя сдвинутыми на  $180^\circ$  синусоидальными модулирующими сигналами  $u_s$  частоты  $\omega_s$ . Коэффициенты ряда Фурье (1) вычисляются в такой последовательности:

1) определяются точки пересечения несущего и моделирующих колебаний  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ ;

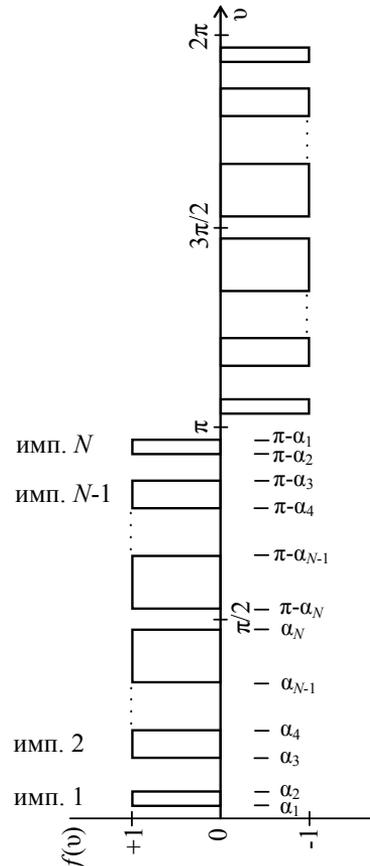


Рис. 1. Выходной сигнал широтно-импульсного модулятора

2) с использованием формулы (3) вычисляются коэффициенты ряда Фурье при синусной составляющей:

$$b_n = \frac{4E}{n\pi} \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \cos n\alpha_k,$$

где  $E$  – напряжение питания инвертора (на рис. 2 источник ЭДС условно разделен на два источника с одинаковыми напряжениями  $E/2$ ),  $N$  – число периодов треугольного сигнала на периоде синусоидального сигнала,  $N = \omega_c / \omega_s$ . Введем в рассмотрение коэффициент модуляции  $M = A_s / A_c$ , где  $A_c$  – амплитуда несущего колебания;  $A_s$  – амплитуда модулирующих колебаний.

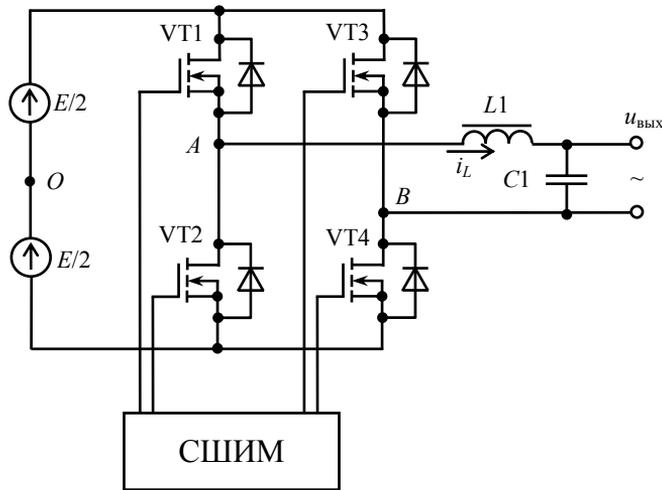


Рис. 2. Однофазный мостовой инвертор

Далее рассмотрим два случая взаимного расположения несущего и модулирующих колебаний.

*Случай 1.* Момент нуля синусоидальных сигналов совпадает с моментом минимума (максимума) треугольного сигнала.

На рис. 3 рассмотрен случай, когда момент нуля модулирующих колебаний совпадает с моментом минимума несущего колебания. Для этого случая несущее колебание на отдельных интервалах линейности записывается в виде следующих функций:

$$\begin{cases} Z_1(\omega_s t) = A_c \left( -1 + \frac{2N}{\pi} \omega_s t \right), & 0 \leq \omega_s t \leq \frac{\pi}{N}; \\ Z_2(\omega_s t) = A_c \left( 3 - \frac{2N}{\pi} \omega_s t \right), & \frac{\pi}{N} \leq \omega_s t \leq \frac{2\pi}{N}; \\ \vdots \\ Z_k(\omega_s t) = A_c \left[ (2k-1)(-1)^k - \frac{2N}{\pi} (-1)^k \omega_s t \right], & \frac{(k-1)\pi}{N} \leq \omega_s t \leq \frac{k\pi}{N}. \end{cases} \quad (4)$$

В точках пересечения  $\alpha_j$

$$Z_k(\alpha_j) = \pm A_s \sin \alpha_j. \quad (5)$$

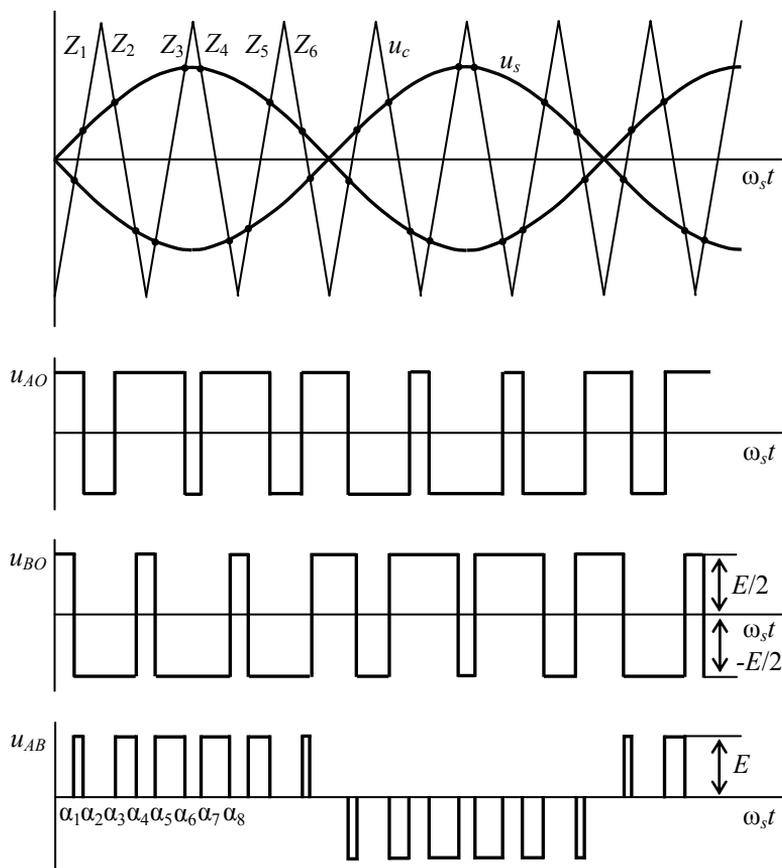


Рис. 3. Формирование импульсов на выходе инвертора (иллюстрация случая 1)

Комбинируя равенства (4) и (5), можно записать уравнение

$$A_c \left[ (2k-1)(-1)^k - \frac{2N}{\pi} (-1)^k \omega_s t \right] \mp A_s \sin \alpha_j = 0,$$

где  $k$  – номер интервала линейности несущего колебания;  $j$  – порядковый номер точки пересечения несущего и модулирующих колебаний.

Заметим, что на каждом  $k$  интервале линейности имеются две точки пересечения (рис. 3). Полученное уравнение подстановкой  $\omega_s t = \alpha_j$  может быть преобразовано в уравнение для определения точек пересечения  $\alpha_j$

$$F_k(\alpha_j) = 0, \tag{6}$$

где нелинейная функция  $F_k(\alpha_j)$  записывается в виде

$$F_k(\alpha_j) = (-1)^k \left( 2k-1 - \frac{2N}{\pi} \alpha_j \right) + (-1)^{k+j} M \sin \alpha_j.$$

Процедура расчета спектра выходного напряжения инвертора  $u_{AB}$  для рассматриваемого случая может быть выполнена в такой последовательности:

1. Задаем число периодов  $N$  несущего колебания на периоде модулирующего колебания и соотношение  $M$  амплитуд модулирующего и несущего колебаний;

2. В силу симметрии третьего рода выходного напряжения инвертора и в соответствии с рис. 1 определяем точки пересечения  $\alpha_j, j = 1, 2, \dots, N$ .

Для этого:

а) для каждого  $j$  определяем номер интервала  $k$  по формулам

$$k = \frac{j+1}{2} \text{ для нечетного } j, \quad k = \frac{j}{2} \text{ для четного } j;$$

б) подставляем заданные и найденные величины  $N, M, k$  и  $j$  в уравнение (6).

В силу нелинейности уравнения (6) оно решается численными методами (например, с использованием метода Ньютона – Рафсона) или с использованием средств компьютерной математики.

3. В соответствии с формулой (3) определяем процентное содержание  $n$ -й гармоники как отношение амплитуды  $n$ -й гармоники к амплитуде импульса напряжения на входе инвертора

$$\frac{A(n)}{E} = \frac{4}{n\pi} \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} \cos n\alpha_j \cdot 100\%. \quad (7)$$

*Замечание.* Такой же результат по гармоническому составу будет и для случая, когда момент нуля синусоидальных сигналов совпадает с моментом максимума треугольного сигнала.

*Случай 2.* Момент нуля синусоидальных сигналов совпадает с моментом нуля треугольного сигнала.

В этом случае (рис. 4) каждый интервал линейности несущего колебания, начиная с  $k = 2$ , может быть описан функцией

$$Z_k(\omega_s t) = A_c (-1)^k \left[ 2k - 2 - \frac{2N}{\pi} \omega_s t \right], \quad \frac{(2k-3)\pi}{2N} \leq \omega_s t \leq \frac{(2k-1)\pi}{2N}.$$

В точках пересечения несущего и модулирующих колебаний выполняется равенство (5), которое можно представить уравнением (6) для определения точек  $\alpha_j$ . В этом случае функция  $F_k(\alpha_j)$  записывается в виде

$$F_k(\alpha_j) = (-1)^k \left( 2k - 2 - \frac{2N}{\pi} \alpha_j \right) + (-1)^{k+j} M \sin \alpha_j, \quad (8)$$

где  $k$  – номер интервала линейности несущего колебания,  $k \geq 2$ ;  $j$  – порядковый номер точки пересечения несущего и модулирующих колебаний (рис. 4).

Процедура расчета спектра выходного напряжения инвертора для рассматриваемого случая выполняется в такой последовательности:

1. Задаем число периодов  $N$  несущего колебания на периоде модулирующего колебания и коэффициент модуляции  $M$ .

2. Определяем точки пересечения  $\alpha_j$  для  $j = 1, 2, \dots, N-1$ . Для этого:

а) для каждого  $j$  определяем номер интервала  $k$  по формулам

$$k = \frac{j+3}{2} \text{ для нечетного } j, \quad k = \frac{j+2}{2} \text{ для четного } j;$$

б) найденные величины подставляем в уравнение (6), в котором функция  $F_k(\alpha_j)$  вычисляется по формуле (8).

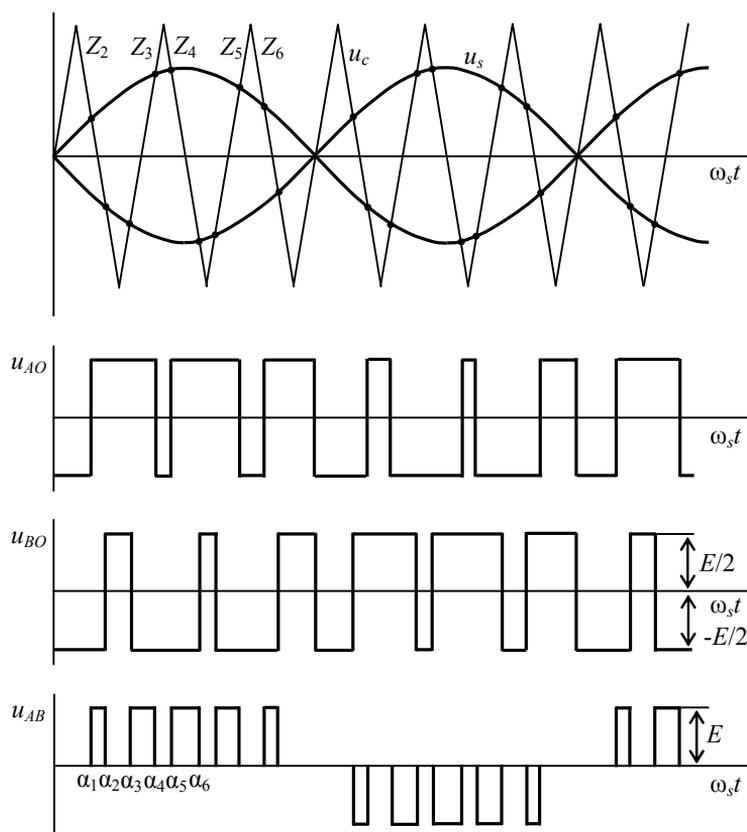


Рис. 4. Формирование импульсов на выходе инвертора (иллюстрация случая 2)

Используя один из методов решения нелинейного уравнения (6), определяем искомые точки  $\alpha_j$ .

3. В соответствии с формулой (3) определяем процентное содержание  $n$ -й гармоники как отношение ее амплитуды к входному напряжению инвертора (рис. 2)

$$\frac{A(n)}{E} = \frac{4}{n\pi} \sum_{j=1}^{N-1} (-1)^{j+1} \cos n\alpha_j \cdot 100\%. \quad (9)$$

*Замечание:* полученная формула справедлива и для случая, когда несущее колебание сдвинуто на  $180^\circ$ .

**Обсуждение результатов.** В табл. 1, 2 и 3, 4 приведены результаты расчета спектрального состава выходного напряжения однофазного инвертора (до фильтра) с синусоидальной ШИМ по формулам (7) и (9) для 1 и 2 случаев соответственно. Таблицы содержат только существенные по амплитуде гармоники: например, гармоники с номерами 3, 5, 7, 17 и т.д. в табл. 1 и 3, а также гармоники с номерами 3, 5, 7, 9 и т.д. в табл. 2 и 4 практически равны нулю. Результаты получены с применением пакета математического моделирования MatLab. Решение нелинейного уравнения (6) осуществлялось с использованием MatLab-функции *fzero*.

Таблица 1

Гармонический состав для  $N = 6$  (случай 1)

$M$	$n = f(N)$	$2N-3$	$2N-1$	$2N+1$	$2N+3$	$4N-3$	$4N-1$	$4N+1$	$4N+3$	$5N-1$	$5N+1$	$6N-1$	$6N+1$
	1	9	11	13	15	21	23	25	27	29	31	35	37
0,1	10	0,041	9,877	9,877	0,041	0,160	9,515	9,515	0,160	0,001	0,004	8,930	8,930
0,3	30	1,050	26,790	26,790	1,050	3,538	18,509	18,509	3,540	0,207	0,713	8,500	8,500
0,5	50	4,395	36,085	36,085	4,399	10,614	9,059	9,064	10,688	2,483	4,841	5,980	5,927
0,7	70	10,324	35,402	35,405	10,389	13,694	6,446	6,334	14,550	9,815	8,724	2,803	1,828
0,9	90	17,684	25,496	25,536	18,125	6,828	10,603	9,620	10,399	17,858	4,624	4,564	9,370

Таблица 2

Гармонический состав для  $N = 9$  (случай 1)

$M$	$n = f(N)$	$2N-3$	$2N-1$	$2N+1$	$2N+3$	$4N-5$	$4N-3$	$4N-1$	$4N+1$	$4N+3$	$4N+5$	$6N-1$	$6N+1$
	1	15	17	19	21	31	33	35	37	39	41	53	55
0,1	10	0,041	9,877	9,877	0,041	0,001	0,160	9,515	9,515	0,160	0,001	8,930	8,930
0,3	30	1,050	26,790	26,790	1,050	0,170	3,538	18,509	18,509	3,538	0,170	8,500	8,500
0,5	50	4,395	36,085	36,085	4,395	1,660	10,614	9,060	9,060	10,614	1,660	5,977	5,977
0,7	70	10,324	35,402	35,402	10,324	5,773	13,694	6,438	6,438	13,694	5,782	2,669	2,667
0,9	90	17,684	25,499	25,499	17,684	10,702	6,838	10,476	10,475	6,851	10,830	5,786	5,834

Таблица 3

Гармонический состав для  $N = 6$  (случай 2)

$M$	$n = f(N)$	$2N-3$	$2N-1$	$2N+1$	$2N+3$	$4N-3$	$4N-1$	$4N+1$	$4N+3$	$5N-1$	$5N+1$	$6N-1$	$6N+1$
	1	9	11	13	15	21	23	25	27	29	31	35	37
0,1	10	0,041	9,877	9,877	0,041	0,160	9,515	9,515	0,160	0,001	0,004	8,930	8,930
0,3	30	1,050	26,790	26,790	1,050	3,538	18,509	18,509	3,537	0,133	0,706	8,500	8,499
0,5	50	4,395	36,085	36,085	4,391	10,614	9,060	9,055	10,540	0,836	4,624	5,973	6,027
0,7	70	10,324	35,402	35,399	10,260	13,694	6,429	6,542	12,837	1,731	7,048	2,534	3,510
0,9	90	17,684	25,501	25,461	17,243	6,848	10,349	11,333	3,276	3,537	1,589	7,019	2,209

Таблица 4

Гармонический состав для  $N = 9$  (случай 2)

$M$	$n = f(N)$	$2N-3$	$2N-1$	$2N+1$	$2N+3$	$4N-5$	$4N-3$	$4N-1$	$4N+1$	$4N+3$	$4N+5$	$6N-1$	$6N+1$
	1	15	17	19	21	31	33	35	37	39	41	53	55
0,1	10	0,041	9,877	9,877	0,041	0,001	0,160	9,515	9,515	0,160	0,001	8,930	8,930
0,3	30	1,050	26,790	26,790	1,050	0,170	3,538	18,509	18,509	3,538	0,170	8,500	8,500
0,5	50	4,395	36,085	36,085	4,395	1,660	10,614	9,060	9,060	10,614	1,660	5,977	5,977
0,7	70	10,324	35,402	35,402	10,324	5,773	13,694	6,438	6,438	13,693	5,765	2,669	2,670
0,9	90	17,684	25,499	25,499	17,684	10,702	6,838	10,476	10,477	6,825	10,575	5,796	5,749

Полученные результаты позволяют сделать следующие **выводы**:

1. В первом случае, когда момент нуля модулирующего колебания совпадает с моментом пика несущего колебания, число импульсов за полпериода модулирующего колебания составляет  $N$ , а во втором случае, когда моменты нуля модулирующего и несущего колебаний совпадают,  $N - 1$ , где  $N$  – число периодов несущего колебания за один период модулирующего.

2. Гармонический состав выходного напряжения для заданного  $N$  остается практически неизменным независимо от фазового сдвига несущего колебания относительно модулирующего.

3. Среди гармоник можно выделить симметричные по амплитуде гармоники (табл. 1–4). Анализ показывает, что амплитуды  $kN - 1$  и  $kN + 1$  гармоник для четного  $k$  симметричны относительно  $kN$ , причем точность этого утверждения возрастает с увеличением  $N$  и уменьшением  $M$ .

4. Содержание гармоник в процентном отношении к первой гармонике выше при более низких значениях коэффициента модуляции  $M$  за исключением компонент  $2N - 3$  и  $2N + 3$ . В табл. 5 и 6 приведены сравнительные результаты расчета отношения амплитуд некоторых гармоник (их усредненных значений) к амплитуде первой гармоники, а на рис. 5 для  $N = 9$  и более мелкого шага изменения  $M$  – количественная картина отношения амплитуд для  $n = 2N \pm 1$  ( $n = 17, 19$ ),  $4N \pm 1$  ( $n = 35, 37$ ),  $2N \pm 3$  ( $n = 15, 21$ ),  $4N \pm 3$  ( $n = 33, 39$ ),  $6N \pm 1$  ( $n = 53, 55$ ). Видно, что преобладают гармоники с номерами  $2N \pm 1$ . Далее следуют гармоники с номерами  $4N \pm 1$ ,  $6N \pm 1$ .

Таблица 5

Отношение амплитуд гармоник для  $N = 6$  (случай 2)

$M$	Номер гармоники, $n$				
	9(15) $2N \pm 3$	11(13) $2N \pm 1$	21(27) $4N \pm 3$	23(25) $4N \pm 1$	35(37) $6N \pm 1$
0,1	0,410	98,770	1,600	95,150	89,300
0,3	3,500	89,300	11,793	61,697	28,333
0,5	8,786	72,170	21,154	18,115	12,000
0,7	14,703	50,572	18,951	9,265	4,317
0,9	19,404	28,312	5,624	12,046	5,127

Таблица 6

Отношение амплитуд гармоник для  $N = 9$  (случай 2)

$M$	Номер гармоники, $n$				
	15(21) $2N \pm 3$	17(19) $2N \pm 1$	33(39) $4N \pm 3$	35(37) $4N \pm 1$	53(55) $6N \pm 1$
0,1	0,410	98,770	1,600	95,150	89,300
0,3	3,500	89,300	11,793	61,697	28,333
0,5	8,790	72,170	21,228	18,120	11,954
0,7	14,749	50,574	19,563	9,197	3,814
0,9	19,649	28,332	7,591	11,641	6,414

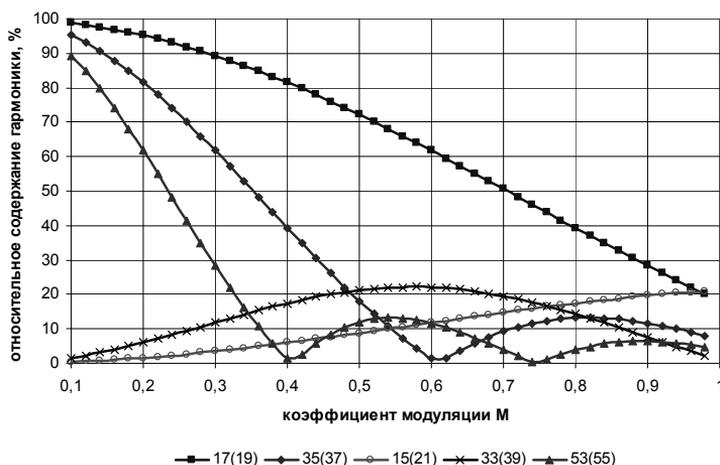


Рис. 5. Отношение амплитуд отдельных гармоник к амплитуде первой гармоники

5. Увеличение коэффициента  $N$  смещает гармоники с большой амплитудой из области низких частот в область более высоких частот, но без изменения их амплитуды. Это хорошо видно из приведенных табл. 5 и 6. Например, для  $N = 6$  и  $M = 0,9$  наименьшая значащая девятая гармоника имеет амплитуду, составляющую 17,684% от амплитуды первой гармоники. Если  $N$  увеличить до 9, то наименьшая значащая гармоника с номером 15 по-прежнему имеет амплитуду, составляющую 17,684% от амплитуды первой гармоники.

Заметим, что подобные результаты, но только относительно действующих значений гармонических составляющих, а не амплитудных, как в данной работе, получены в [5].

#### Литература

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1964. 608 с.
2. Зиновьев Г.С. Основы силовой электроники. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. 664 с.
3. Малинин Г.В., Белов Г.А. Системы управления преобразователями для солнечных модулей на базе инверторов с ШИМ // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 68–80.
4. Hasmukh S.P., Richard G.H. Generalized Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thyristor Inverters: Part I – Harmonic Elimination. *IEEE Transaction on Industry Applications*, vol. IA-9, no. 3, 1973, pp. 310–317. doi: 10.1109/TIA.1973.349908.
5. Rajashekara K.S., Vithayathil J. Harmonics in voltage-source PWM inverters. *Int. J. Electronics*, vol. 50, no. 5, 1981, pp. 325–337.

---

**МАЛИНИН ГРИГОРИЙ ВЯЧЕСЛАВОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (malgrig6@mail.ru).

**ПРЯНИКОВ ВИССАРИОН СЕМЕНОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры радиотехники и радиотехнических систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (pryanikoff@list.ru).

---

G. MALININ, V. PRYANIKOV

#### STUDY OF HARMONIC COMPOSITION IN VOLTAGE SINGLE-PHASE BRIDGE INVERTER WITH SINUSOIDAL PWM

**Key words:** single-phase full-bridge inverter, sinusoidal pulse width modulation (PWM), analysis, harmonic composition, numerical method.

*This article considers a numerical method for calculation of harmonics in output voltage in a single-phase bridge inverter with sinusoidal PWM. The method is based on calculation of crossing points of modulating (sine) and carrier (triangle) waves with further calculation of harmonic composition by using Fourier series. The article presents the results of the study in harmonics of voltage in the function of frequency and carrier wave amplitude, related to frequency and amplitude of modulating oscillation.*

#### References

1. Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov* [Handbook of mathematics for engineers and university students]. Moscow, Nauka Publ., 1964, 608 p.
2. Zinov'ev G.S. *Osnovy silovoi elektroniki: uchebnoe posobie* [Fundamentals of Power Electronics: Textbook]. Novosibirsk, 2003, 664 p.
3. Malinin G.V., Belov G.A. *Sistemy upravleniya preobrazovatelyami dlya solnechnykh modulei na baze inverterov s ShIM* [Converters control system for solar modules based on PWM inverter]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 68–80.

4. Hasmukh S. Patel, Richard G. Hort. Generalized Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thyristor Inverters: Part I – Harmonic Elimination. *IEEE Transaction on Industry Applications*, vol. IA-9, no. 3, 1973, pp. 310–317. doi: 10.1109/TIA.1973.349908.

5. Rajashekara K.S., Vithayathil J. Harmonics in voltage-source PWM inverters. *Int. J. Electronics*, vol. 50, no. 5, 1981, pp. 325–337.

---

**MALININ GRIGORIY – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor of Industrial Electronics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (malgrig6@mail.ru).**

**PRYANIKOV VISSARION – Doctor of Technical Sciences, Professor of Radio and Radio Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (pryanikoff@list.ru).**

---

**Ссылка на статью:** *Малинин Г.В., Пряников В.С.* Исследование гармонического состава напряжения однофазного мостового инвертора с синусоидальной ШИМ // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 120–129.

УДК 621.384.52.035.221.4

ББК 324:В233.3

А.Н. МАТЮНИН, В.А. НЕСТЕРИН, Ю.П. ПИЧУГИН

## ПРИМЕНЕНИЕ УПРОЩЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ БАРЬЕРНОГО РАЗРЯДА

*Ключевые слова:* озонатор, барьерный разряд, микроразряд, математическая модель, переходный процесс.

*Целью работы является математическое моделирование барьерного разряда в системах генерации озона. Предложенная модель позволяет исследовать влияние сопротивления электрода на ток микроразряда в озонаторах с электродами различных конструкций. Осциллографические исследования микроразрядов, имеющих различное сопротивление цепи разряда, подтверждают физическую закономерность результатов математического моделирования.*

Барьерный разряд имеет широкое применение, а тенденции расширения его использования обусловлены тем, что в основе барьерного разряда лежит низкотемпературная плазма. Низкотемпературная плазма барьерного разряда является перспективным средством модификации полимеров [2], работа плазменных дисплейных панелей основана на барьерном разряде [6]. До конца прошлого века барьерный разряд находил самое большое применение в озонаторах, главным образом в области очистки воды; по этой причине барьерный разряд иногда даже называют «разряд в озонаторе» [10].

Существует несколько подходов к созданию математического описания барьерного разряда, одним из которых является построение электрической модели на основе схемы замещения барьерного разряда. В работе [11] авторы предлагают упрощенную математическую модель диэлектрического барьерного разряда. Достоинство этой модели состоит в возможности проведения анализа основных параметров барьерного разряда в функции частоты входного напряжения. Предложенная математическая модель, по мнению авторов, учитывает также нелинейность параметров, однако исследование влияния этой нелинейности на процессы разряда не приводится. Из других зарубежных авторов, на наш взгляд, заслуживают внимание модели, представленные в работах [4, 8, 9], основанные на численных методах решения уравнений Пуассона и Больцмана. Эти модели хорошо себя зарекомендовали при проведении фундаментальных исследований, учитывающих влияние большого числа факторов и требующих повышенной точности. Однако недостатками численных моделей являются их громоздкость и высокие требования к вычислительным ресурсам по объему памяти и быстродействию.

В данной статье решается задача разработки упрощенной математической модели барьерного разряда в системах генерации озона. Эта модель эффективна при выполнении ориентировочных инженерных расчетов амплитуды и длительности импульсов тока микроразрядов, а также позволяет оценить влияние сопротивления электродов на указанные параметры и характер протекания процесса разряда. Результаты регулирования параметров барьерного разряда

были получены сравнительно недавно [1, 5], и представленная в данной статье работа является продолжением ранее начатых исследований.

Системы генерации озона в барьерном разряде можно разделить на два конструктивно отличающихся вида: с трубчатыми и плоскопараллельными электродами. Принципиально разрядные процессы в них имеют одинаковую физическую природу, однако в данной работе авторы уделяют внимание моделированию барьерного разряда в системах генерации озона с плоскопараллельными электродами.

В свою очередь, генераторы озона с плоскопараллельными электродами можно подразделить на три основных вида, отличающихся друг от друга конструкцией электродов (рис. 1):

- со сплошными плоскопараллельными электродами (рис. 1, а);
- с секционированным электродом (рис. 1, б);
- с поверхностным разрядом (рис. 1, в).

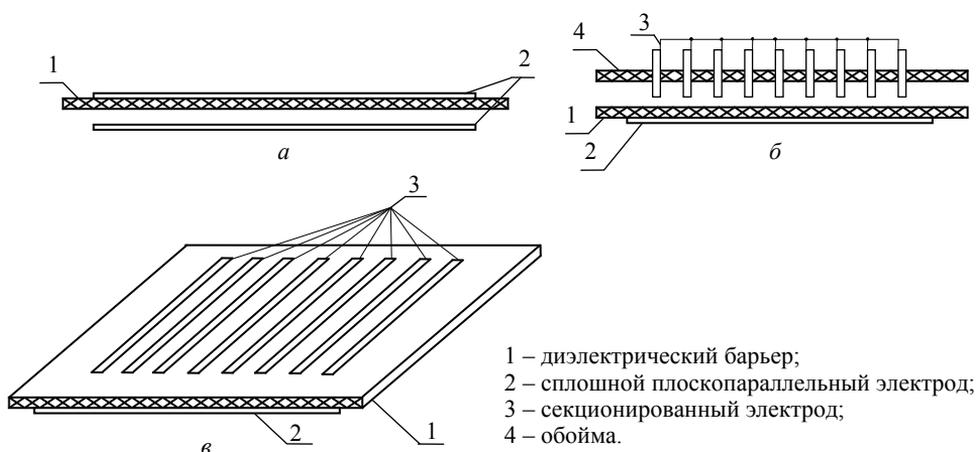


Рис. 1. Конструкции генераторов озона барьерного типа с плоскопараллельными электродами:

- а – со сплошными плоскопараллельными электродами;
- б – с секционированным электродом; в – с поверхностным разрядом

Различие процессов развития разрядов в этих типах конструкций заключается в отличии значений межэлектродной ёмкости  $C_e$ . Наибольшей межэлектродной ёмкостью обладает первый тип – генераторы озона со сплошными электродами. Наименьшая  $C_e$  характерна для генераторов озона с секционированным электродом.

Элементарной физической основой для создания математических моделей, описывающих процесс электросинтеза озона, являются отдельные микро-разряды, состоящие из двух стадий развития (рис. 2).

Из рис. 2 видно, что первая стадия характеризуется ростом тока микро-разряда. Вторая (завершающая) стадия характеризуется достаточно медленным спадом тока микро-разряда и имеет затухающий экспоненциальный характер.

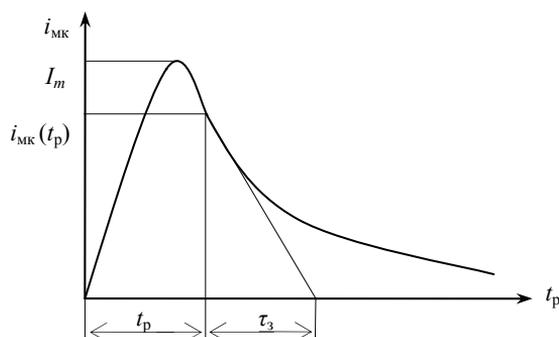


Рис. 2. Характерный вид тока микрозаряда:  
 $t_p$  – время формирования «прибарьерной» части микрозаряда;  
 $I_m$  – максимальный ток микрозаряда;  $i_{MK}(t_p)$  – ток микрозаряда  
 в момент начала второй стадии;  $\tau_3$  – постоянная времени завершения  
 второй стадии микрозарядного процесса

Вторую стадию микрозаряда можно проанализировать с помощью математической модели на основе электрической схемы замещения с сосредоточенными параметрами (рис. 3).

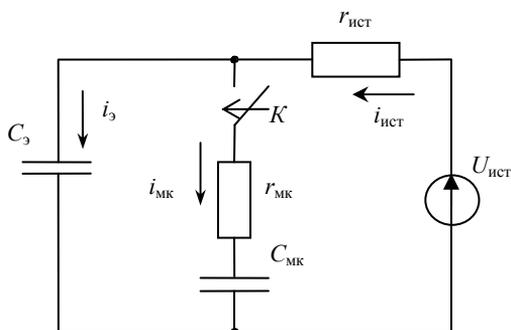


Рис. 3. Электрическая схема замещения завершающей стадии микрозаряда:  
 $C_3$  – межэлектродная ёмкость;  $U_{ист}$  – источник постоянного напряжения;  
 $r_{ист}$  – сопротивление источника;  $r_{MK}$  – активное сопротивление микрозаряда;  
 $C_{MK}$  – ёмкость микрозаряда

Ключ  $K$  на рис. 3 отражает переход к основной завершающей стадии микрозаряда. Значение напряжения постоянного источника питания равно значению напряжения реального переменного источника, при котором возникает микрозаряд. Такое напряжение можно принять постоянным, так как оно практически не изменяется за время существования микрозаряда.

В этой математической модели наряду с общей ёмкостью разрядной озоновой камеры  $C_3$  принимается во внимание ёмкость микрозаряда  $C_{MK}$  с площадью, равной сечению микрозаряда, а также учитывается активное сопротивление микрозаряда  $r_{MK}$ .

Расчет тока  $i_{MK}$  в схеме замещения рис. 3, выполненный по законам Кирхгофа, известен [3], и его результат может быть записан в виде

$$i_{MK} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

где  $p_1$  и  $p_2$  – корни характеристического уравнения цепи рис. 3;  $A_1$  и  $A_2$  – постоянные, которые находятся из начальных условий и определяются по формулам

$$A_1 = \frac{i_{\text{МК}}(0)}{p_2 - p_1} \cdot \left[ p_2 + \frac{1}{r_{\text{МК}}} \left( \frac{1}{C_{\text{МК}}} + \frac{1}{C_3} \right) \right], \quad (1)$$

$$A_2 = A_1 + i_{\text{МК}}(0) = \frac{i_{\text{МК}}(0)}{p_1 - p_2} \cdot \left[ p_1 + \frac{1}{r_{\text{МК}}} \left( \frac{1}{C_{\text{МК}}} + \frac{1}{C_3} \right) \right]. \quad (2)$$

Значения корней в выражениях (1) и (2) зависят от электрических параметров цепи рис. 3, которые, в свою очередь, связаны с конструктивными параметрами разрядных озонаторных камер.

Для конструкций со сплошными плоскопараллельными электродами (см. рис. 1, а) справедливо соотношение  $C_3 \gg C_{\text{МК}}$ , тогда выражения для корней характеристического уравнения могут быть найдены в виде

$$p_{1,2} \approx \frac{-(C_{\text{МК}} + C_3)r_{\text{ИСТ}} - r_{\text{МК}}C_{\text{МК}} \pm [(C_{\text{МК}} + C_3)r_{\text{ИСТ}} - r_{\text{МК}}C_{\text{МК}}]}{2r_{\text{МК}}r_{\text{ИСТ}}C_3C_{\text{МК}}},$$

$$p_1 = -1/r_{\text{МК}}C_{\text{МК}}, \quad p_2 = -1/r_{\text{ИСТ}}C_3.$$

Вычисляя постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  с помощью формул (1) и (2), получим

$$A_1 \approx -\frac{u_{\text{ИСТ}} - u_3}{r_{\text{МК}}} \cdot \frac{C_{\text{МК}}}{C_3}, \quad A_2 \approx \frac{u_{\text{ИСТ}} - u_3}{r_{\text{МК}}}.$$

В итоге выражение для тока микроразряда примет вид

$$i_{\text{МК}} \approx \frac{u_{\text{ИСТ}} - u_3}{r_{\text{МК}}} e^{-\frac{t}{r_{\text{МК}}C_{\text{МК}}}} - \frac{u_{\text{ИСТ}} - u_3}{r_{\text{МК}}} \cdot \frac{C_{\text{МК}}}{C_3} e^{r_{\text{ИСТ}}C_3 \cdot t}.$$

Учитывая, что  $C_3 \gg C_{\text{МК}}$ , можно пренебречь вторым слагаемым, окончательно получим

$$i_{\text{МК}} \approx \frac{u_{\text{ИСТ}} - u_3}{r_{\text{МК}}} e^{-\frac{t}{r_{\text{МК}}C_{\text{МК}}}}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что на ток микроразряда можно воздействовать изменением активного сопротивления ( $r_{\text{МК}}$ ) микроразряда. Если использовать в качестве электродов разрядной озонаторной камеры высокоомные электроды, можно уменьшить величину микроразрядного тока и, соответственно, увеличить постоянную времени микроразряда  $\tau_{\text{МК}} = r_{\text{МК}}C_{\text{МК}}$ .

Для конструкций с секционированными электродами (см. рис. 1, б) справедливо соотношение  $C_3 < C_{\text{МК}}$ . Анализ влияния параметров схемы на постоянные интегрирования показал, что при этом условии одним из корней можно пренебречь. В этом случае оставшийся корень будет иметь вид

$$p = -\frac{1}{(C_{\text{МК}} + C_3)r_{\text{ИСТ}} + r_{\text{МК}}C_{\text{МК}}} \approx -\frac{1}{C_{\text{МК}}(r_{\text{ИСТ}} + r_{\text{МК}})}.$$

Ток микроразряда будет определяться формулой:

$$i_{\text{МК}} = Ae^{pt},$$

где  $A = i_{\text{МК}}(0) = (u_{\text{ИСТ}} - u_3) / (r_{\text{МК}} + r_{\text{ИСТ}})$ .

Окончательно получим:

$$i_{\text{МК}} \approx \frac{u_{\text{ист}} - u_3}{r_{\text{МК}} + r_{\text{ист}}} e^{\frac{-t}{(C_{\text{МК}} + C_3)r_{\text{ист}} + r_{\text{МК}}C_{\text{МК}}}}. \quad (4)$$

Учитывая  $C_3 < C_{\text{МК}}$ , выражение (4) упрощается и принимает вид (5)

$$i_{\text{МК}} \approx \frac{u_{\text{ист}} - u_3}{r_{\text{МК}} + r_{\text{ист}}} e^{\frac{-t}{C_{\text{МК}}(r_{\text{ист}} + r_{\text{МК}})}}. \quad (5)$$

В данном случае снижение микроразрядного тока можно получить за счёт искусственного увеличения сопротивления источника питания  $r_{\text{ист}}$  путём включения последовательно с ним добавочного резистора. В конструкциях с секционированным электродом, в том числе и в озонаторах с поверхностным разрядом, резисторы можно располагать на значительном расстоянии от озонаторной камеры. Таким образом, можно избежать передачи тепла в разрядный промежуток, за счёт чего синтез озона станет более эффективным.

Микроразрядные процессы, а именно зависимость тока микроразряда от времени в разрядных озонаторных камерах с секционированным электродом (см. рис. 1, б), можно исследовать с помощью осциллографа. Для этого была создана разрядная ячейка, один из электродов которой представляет собой предельно секционированный элемент [1]. На электроды разрядной ячейки в ходе осциллографического исследования подавалось переменное напряжение с действующим значением  $U = 9$  кВ. Были получены осциллограммы токов микроразряда с параметрами цепи разряда, соответствующими обычному режиму, а также с измененными параметрами цепи разряда (рис. 4).

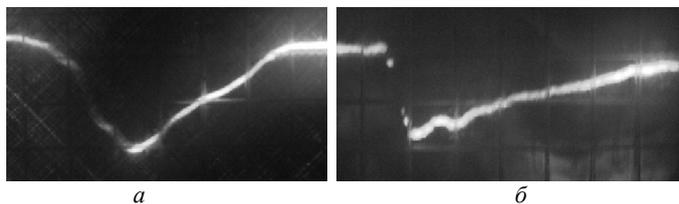


Рис. 4. Осциллограммы токов микроразряда:

а – с обычными параметрами; б – с добавленным активным сопротивлением 1,2 кОм

Ток микроразряда с обычными параметрами (рис. 4, а) имеет амплитуду  $I_m \approx 250$  мА и длительность импульса разряда  $T_p \approx 50$  нс. Ток микроразряда с увеличенным активным сопротивлением (рис. 4, б) имеет амплитуду  $I_m \approx 13$  мА и длительность импульса разряда  $T_p \approx 300$  нс. Таким образом, результаты экспериментальных осциллографических исследований микроразряда имеют примерно ту же закономерность, что и результаты, полученные для тока микроразряда с помощью математических формул. Отличие реальных осциллограмм микроразряда от его математической модели заключается в непропорциональном увеличении длительности разряда по сравнению с уменьшением амплитуды тока. Такое различие можно объяснить разбросом параметров отдельных микроразрядов.

**Выводы.** 1. Предложена упрощенная математическая модель барьерного разряда, эффективная в инженерных расчетах для двух конструктивных исполнений разрядной камеры: со сплошным и секционированным электродами.

2. Исследование процессов разряда на этой модели показало, что увеличение сопротивления цепи микроразряда приводит к существенному уменьшению амплитуды при одновременном возрастании длительности импульса микроразряда. Так, например, увеличение сопротивления цепи отдельного микроразряда на 1,2 кОм приводит к уменьшению амплитуды на порядок при одновременном примерно десятикратном возрастании длительности микроразряда.

3. Справедливость полученных на основании математической модели формул для тока микроразряда подтверждается снятыми экспериментально осциллограммами и удовлетворительными результатами, полученными другими авторами [7].

#### Литература

1. Андреев В.В., Матюнин А.Н., Пичугин Ю.П. Плазмохимический генератор озона с повышенной однородностью микроразрядных процессов в барьерном разряде // Прикладная физика. 2014. № 3. С. 39–42.

2. Виноградов В.В., Лелевкин В.М., Смирнова Ю.Г., Токарев А.В. Имплантация УФ-фильтров на полимерную подложку в плазме барьерного разряда // Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета. 2016. Т. 16, № 1. С. 54–56.

3. Гинзбург С.Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. М.: Высш. шк., 1967.

4. Кенжебекова А.И., Коданова С.К., Бастыкова Н. Разработка математической модели диэлектрического барьерного разряда // Вестник КазНУ. Сер. физическая. 2013. № 3(46). С. 21–26.

5. Пат. 2427528 РФ, МПК С01В 13/11. Озонатор / Пичугин Ю.П., Матюнин А.Н.; патентообладатель Чуваш. гос. ун-т. № 2009144348/05; заявл. 30.11.2009 г.; 27.08.2011, 6 с.

6. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. Долгопрудный: Интеллект, 2009.

7. Ткаченко И.С. Моделирование синтеза озона в поверхностном барьерном разряде в кислороде: автореф. ... дис. канд. физ.-мат. наук. М., 2010. 20 с.

8. Ghazanchaei M.R., Adamiak K., Castle G.S.P. Quasi-stationary numerical model of the dielectric barrier discharge. *Proc. ESA Annual Meeting on Electrostatics*, 2013, pp. 1–14. URL: [http://www.electrostatics.org/images/ESA2013\\_J1\\_Ghazanchaei\\_et\\_al.pdf](http://www.electrostatics.org/images/ESA2013_J1_Ghazanchaei_et_al.pdf).

9. Guerra-Garcia C., Martinez-Sanchez M. Gas-confined barrier discharges: a simplified model for plasma dynamics in flame environments. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2013, vol. 46, no. 34, pp. 1–9.

10. Kogelschatz U. Dielectric-barrier Discharges: Their History, Discharge Physics, and Industrial Applications. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 2003, vol. 23, no. 1, pp. 1–46.

11. Valdivia-Barrientos R., Pacheco-Sotelo J., Pacheco-Pacheco M., Benitez-Read S., Lopez-Callejas R. Analysis and Electrical Modeling of a cylindrical DBD at different ionization frequencies. *Plasma Sources Sci. Technol.*, 2006, vol. 15, pp. 237–245. URL: <http://www.alphagalileo.org/AssetViewer.aspx?AssetId=63992&CultureCode=es>.

---

**МАТЮНИН АЛЕКСЕЙ НИКОЛАЕВИЧ** – ассистент кафедры электромеханики и технологии электротехнического производства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([matyunin86@mail.ru](mailto:matyunin86@mail.ru)).

**НЕСТЕРИН ВАЛЕРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики и технологии электротехнического производства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([v.nstrn@mail.ru](mailto:v.nstrn@mail.ru)).

**ПИЧУГИН ЮРИЙ ПЕТРОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики и технологии электротехнического производства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([pichugin1945@km.ru](mailto:pichugin1945@km.ru)).

---

**A. MATYUNIN, V. NESTERIN, Yu. PICHUGIN**  
**APPLICATION OF SIMPLIFIED MATHEMATICAL MODEL FOR RESEARCH**  
**OF BARRIER DISCHARGE**

**Key words:** *ozonizer, barrier discharge, microdischarge, mathematical model, transients.*

*The purpose of the work is mathematical modeling of the barrier discharge in ozone generation systems. The proposed model allows investigating the effect of electrode resistance to microdischarge current in ozonizers with electrodes of various designs. Oscilloscope researches of microdischarges with different resistance of discharge loop prove the physical law in the mathematical modeling results.*

References

1. Andreev V.V., Matunin A.N., and Pichugin Yu.P. Plazmokhimičeskii generator ozona s povyšennoi odnorodnost'yu mikrorazryadnykh protsessov v bar'ernom razryade [Plasma-chemical ozone generator with the increased uniformity of microdischarge processes in the barrier discharge]. *Prikladnaya fizika* [Applied Physics], 2014, no. 3, pp. 39–42.
2. Vinogradov V.V., Lelevkin V.M., Smirnova Yu.G., Tokarev A.V. *Implantatsiya UF-fil'trov na polimernuyu podlozhu v plazme bar'ernogo razryada* [Implantation UV-filteres to a polymer substrate in the barrier discharge]. *Vestnik Kyrgyzsko-Rossiiskogo Slavyanskogo universiteta*, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 54–56.
3. Ginzburg S.G. *Metody reshenija zadach po perehodnym processam v jelektricheskikh cepjah* [Methods of solving problems on transients in electrical circuits]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1967.
4. Kenzhebekova A.I., Kodanova S.K., Bastykova N. Razrabotka matematicheskoj modeli dijelektricheskogo bar'ernogo razryada [Development of a mathematical model of a dielectric barrier discharge]. *Vestnik KazNU. Serija fizicheskaja* [KazNU Bulletin. Physics series], 2013, no. 3(46), pp. 21–26.
5. Pichugin Ju.P., Matjunin A.N. Ozonator [Ozonizer]. Patent RF, no. 2427528, 2011.
6. Raizer Yu.P. *Fizika gazovogo razryada* [Physics of gas discharge]. Dolgoprudnyi, Intellect Publ., 2009.
7. Tkachenko I.S. *Modelirovanie sinteza ozona v poverhnostnom bar'ernom razryade v kislorode: avtoref. ... dis. kand. fiz-mat. nauk* [Modeling synthesis of ozone in surface barrier discharge in oxygen. Abstract Diss.]. Moscow, 2010, p. 20.
8. Ghazanchaei M.R., Adamiak K., Castle G.S.P. Quasi-stationary numerical model of the dielectric barrier discharge. *Proc. ESA Annual Meeting on Electrostatics*, 2013, pp. 1–14. URL: [http://www.electrostatics.org/images/ESA2013\\_J1\\_Ghazanchaei\\_et\\_al.pdf](http://www.electrostatics.org/images/ESA2013_J1_Ghazanchaei_et_al.pdf).
9. Guerra-Garcia C., Martinez-Sanchez M. Gas-confined barrier discharges: a simplified model for plasma dynamics in flame environments. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2013, vol. 46, no. 34, pp. 1–9.
10. Kogelschatz U. Dielectric-barrier Discharges: Their History, Discharge Physics, and Industrial Applications. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 2003, vol. 23, no. 1, pp. 1–46.
11. Valdivia-Barrientos R., Pacheco-Sotelo J., Pacheco-Pacheco M., Benitez-Read S., Lopez-Callejas R. Analysis and Electrical Modeling of a cylindrical DBD at different ionization frequencies. *Plasma Sources Sci. Technol.*, 2006, vol. 15, pp. 237–245. URL: <http://www.alphagalileo.org/AssetViewer.aspx?AssetId=63992&CultureCode=es>.

---

**MATYUNIN ALEXEY** – Assistant Lecturer, Electromechanic and Electrotechnology Production Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (matyunin86@mail.ru).

**NESTERIN VALERI** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electromechanic and Electrotechnology Production Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (v.nstrn@mail.ru).

**PICHUGIN YURI** – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Electromechanic and Electrotechnology Production Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (pichugin1945@km.ru).

---

**Ссылка на статью:** Матюнин А.Н., Нестерин В.А., Пичугин Ю.П. Применение упрощенной математической модели при исследовании барьерного разряда // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 130–136.

УДК 621.365.22:621.315.3

ББК 3292.2-5:3232.332

А. Н. МИРОНОВА

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ ТОКОПОДВОДОВ ДУГОВЫХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ

**Ключевые слова:** дуговая печь, вторичный токоподвод, сопротивление, эксперимент, физическое моделирование.

*Для выбора и анализа электрического режима дуговых печей большое значение имеет знание сопротивлений токоподводов, особенно индуктивных. Существует значительное количество методов определения сопротивлений, основные из которых расчетные методы, физическое моделирование и опыт короткого замыкания. Дается краткое описание этих методов. В качестве примера применение основных методов проанализировано для печей вместимостью 25 и 200 т. Показано, что расчетные методы имеют наибольшую погрешность. Поэтому они применяются в процессе проектирования печей, а при эксплуатации необходимо проводить опыт короткого замыкания.*

Мощности дуговых сталеплавильных печей (ДСП) достигают значительных величин, более 100-300 МВ·А в единице, что требует особого внимания, которое предьявляется к конструированию токоподводов. Сопротивления токоподводов оказывают значительное влияние на эффективность работы ДСП: они влияют на характер горения дуги, на передачу энергии от трансформатора к металлу и взаимодействие печи с энергосистемой. В связи с этим определение этих сопротивлений имеет большое значение как на этапе проектирования печей, обеспечивая выбор электрооборудования для получения заданной производительности, монтажа и пусковых испытаний, так и для дальнейшей эксплуатации печей. Значения сопротивлений печной установки наряду с другими параметрами являются основой при построении электрических и рабочих характеристик, по которым определяется электрический режим плавки.

Токоподводы дуговой печи представляют собой сложное сооружение, являющееся частью дуговой печи. Обычно они выполняются из медных проводников и состоят из неподвижной части (шинный пакет от выводов трансформатора и токоподводы над сводом печи) и кабельных гирлянд, которые компенсируют перемещение электродов. Токоподвод – это сложная система, в которой при протекании значительных токов (до 100 кА) возникают сильные электромагнитные поля, которые, активно взаимодействуя с окружающими конструкциями, увеличивают потери мощности. Главным критерием при конструировании токоподвода является обеспечение оптимальных индуктивных и максимально низких активных сопротивлений, а также высокой степени симметричности по фазам [1].

Все вышесказанное определяет высокую актуальность работ по определению сопротивлений токоподвода как на стадии проектирования, так и на стадии эксплуатации.

К настоящему времени в литературе имеется достаточно много сведений о различных методах определения сопротивлений короткой сети. К ним относятся методы аналитического расчета индуктивных и активных сопротив-

лений с использованием законов электромагнитных полей, методы физического моделирования и экспериментальные методы на действующих печах.

При использовании любой методики основное внимание уделяется определению реактивных сопротивлений. Определение активных сопротивлений не требует больших усилий в силу особенностей токоподвода.

На любой ДСП токоподвод (короткая сеть) представляет собой пакет стандартных медных шин или трубошин толщиной 10-15 мм, кабелей стандартных сечений и конструкций, позволяющих соединять между собой отдельные элементы. При расчете короткая сеть разбивается на ряд укрупненных последовательных участков. Как правило, это: выводы источника питания, шинный пакет или трубошины (в зависимости от величины протекающего тока), кабельная гирлянда, трубошины и электрод. Дополнительно нужно иметь в виду, что все перечисленные методы позволяют определить значения сопротивлений на отдельных участках токоподвода, а сведение данных к эквивалентным сопротивлениям схем замещения ДСП, используемых для анализа и оптимизации режимов печей, представляет определенную сложность.

Рассмотрим коротко сущность вышеперечисленных методик определения параметров токоподводов с анализом их достоинств и недостатков и конкретных результатов их применения.

**Расчетные методы.** Обычно при расчете сопротивлений токоподвода принимаются следующие допущения:

- расчет производится для номинального синусоидального тока;
- при расчете индуктивного сопротивления принимается, что ток равномерно распределен по сечению проводника;
- при расчете трехфазных токоподводов принимается, что токи в фазах равны по абсолютному значению;
- влияние ферромагнитных конструкций на реактивное сопротивление учитывается введением дополнительного коэффициента;
- абсолютная магнитная проницаемость проводника равна магнитной проницаемости вакуума.

Общий порядок расчета:

- короткая сеть разбивается на ряд элементов и участков, подлежащих расчету;
- составляется расчетная схема, на которой указываются все геометрические размеры и количество проводников в пакете;
- составляется электрическая схема замещения, приведенная ко вторичному напряжению трансформатора;
- рассчитываются все активные и индуктивные сопротивления схемы замещения, включая контактные;
- путем преобразования схемы замещения определяются фазные активные и индуктивные сопротивления;
- определяются (как среднее арифметическое) сопротивления всех трех фаз и степень асимметрии.

Расчет индуктивных сопротивлений токоподвода проводится с использованием элементов теории переменного электромагнитного поля. Сопротивление каждого проводника, входящего в некоторую систему проводников, рассчитывается как сумма индуктивного сопротивления, вызванного собственным магнитным полем проводника и сопротивлений, обусловленных магнитными потоками соседних проводников.

Расчет сопротивлений затруднен из-за сложного пространственного расположения проводников и большого количества близко расположенных параллельных проводников с токами с разными сдвигами фаз. Получить аналитические выражения для индуктивностей с учетом конкретной формы поперечного сечения проводников удастся только в простейших случаях. На практике форма поперечного сечения учитывается лишь при расчете собственных индуктивностей, а также при определении взаимных индуктивностей параллельных проводников одинаковой длины. В остальных случаях при использовании данных выражений реальные проводники заменяются линиями тока, проведенными через центры их сечений.

Из теории электромагнитного поля известно, что взаимная индуктивность двух линейных контуров  $l_1$  и  $l_2$ , обтекаемых токами  $i_1$  и  $i_2$ , определяется следующим образом:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{l_1} \int_{l_2} \frac{dl_1 dl_2}{r},$$

где  $dl_1$  и  $dl_2$  – элементы длины контуров  $l_1$  и  $l_2$ ;  $r$  – расстояние между ними;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума.

Аналогично определяется и собственная индуктивность контура, только в этом случае под  $r$  понимается расстояние между трубками тока в контуре.

Расчет активного сопротивления производится с учетом увеличения сопротивлений из-за поверхностного эффекта, эффекта близости и неравномерного распределения токов по параллельным проводникам в пакете. Влияние близко расположенных металлических конструкций учитывается введением поправочного коэффициента, усредненного для всего токоподвода. Для любого одиночного проводника активное сопротивление рассчитывается по формуле

$$R_i = K_d R_0,$$

где  $K_d = K_n \cdot K_{\delta ik}$  – коэффициент добавочных потерь;  $K_n$  – коэффициент поверхностного эффекта;  $K_{\delta ik}$  – коэффициент близости;  $R_0$  – сопротивление проводника постоянному току, Ом.

Все коэффициенты находятся по соответствующим графикам и таблицам в зависимости от формы поперечного сечения проводников и их количества в пакете [1]. Правомерность такого подхода доказана многолетним опытом расчета активных сопротивлений.

Точный расчет параметров короткой сети чрезвычайно сложен и громоздок или совсем невозможен. Поэтому обычно применяются упрощенные приближенные методы. При этом ошибка составляет порядка 10-15%, что считается допустимым при инженерном методе расчета.

Имеется значительное количество программ, позволяющих посчитать сопротивление отдельных участков короткой сети. Получив эти значения, можно определить полное индуктивное и активное сопротивление, учитывая направления токов в элементах короткой сети и сведя значения, как это принято, к схеме замещения «звезда». На кафедре АЭТУС ЧГУ по программе, разработанной доцентом А.И. Козловым, были рассчитаны индуктивные сопротивления токоподводов (см. табл. 2). Расчетные методы имеют ряд достоинств, позволяющих определить на этапе проектирования сопротивление короткой сети и использовать их для оптимизации параметров электрооборудования и режимов ДСП. В то же время расчетные методы характеризуются рядом серьезных недостатков, к которым относятся, в первую очередь, серьезные допущения о синусоидальности протекающих токов, что не соответствует действительности. Вторым недостатком является ряд вынужденных погрешностей при решении полевой задачи на стадии определения индуктивностей, связанных с ограниченностью методов и сложностью конструкции токоподводов. Поэтому наряду с расчетными методами широко применяются и экспериментальные методы определения параметров коротких сетей.

**Экспериментальные методы.** Такие методы используют при прямых экспериментах на работающих печах либо при физическом моделировании токоподводов.

Опыт эксплуатации дуговых электропечей показал, что электрические параметры и эксплуатационные показатели носят индивидуальный характер для каждой конкретной печи. Это исключает возможность расчета электрических и рабочих характеристик печей и прогнозирования показателей плавки по проектным параметрам агрегата с необходимой степенью точности. С целью решения данной задачи принято производить измерения на каждой печи в период пуска наладочных испытаний и периодически в процессе эксплуатации.

В основе данного метода лежат опыты (рис. 1) эксплуатационных коротких замыканий (КЗ), выполняемые на действующей печи с соблюдением ряда специфических требований по проведению измерений и организации работы [2].

Эксперимент заключается в осуществлении короткого замыкания на работающей печи, что связано со значительными производственными трудностями. Точность такого рода метода недостаточно велика.

В соответствии с упрощенной схемой замещения (рис. 2) было проведено определение сопротивлений печного контура при синусоидальном токе на печи ДСП-25Н2, которые применяются на ряде заводов качественной металлургии.

Измерения проводились после расплавления металла и открытия дуг [5].

Измерялись:

$I_A, I_B, I_C$  – линейные токи звезды на первичной стороне трансформатора;

$U_{ab}, U_{bc}, U_{ca}$  – напряжения треугольника на шинном пакете;

$U_A, U_B, U_C$  – напряжения звезды на шинном пакете;

$P_1, P_2$  – активная мощность по методу двух ваттметров.

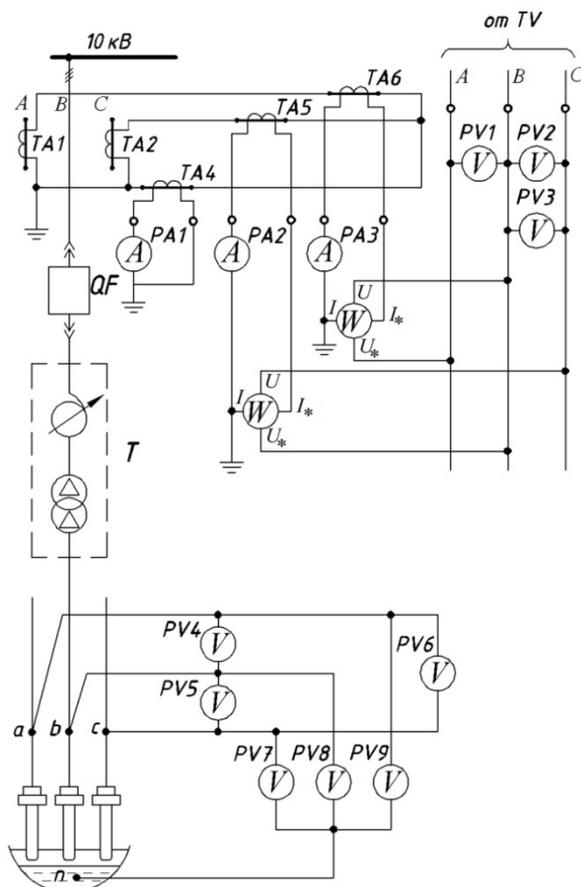


Рис 1. Схема проведения опыта КЗ в дуговой сталеплавильной печи

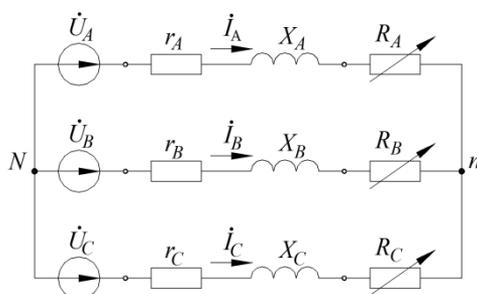


Рис. 2. Схема замещения трехфазной дуговой печи

В табл. 1 даны результаты некоторых проведенных измерений.

Таблица 1

Опыт трехфазного КЗ на 19 ступени трансформатора

Токи, кА			Напряжение на шинном пакете, В						Мощность, кВт	
$I_A$	$I_B$	$I_C$	$U_{ab}$	$U_{bc}$	$U_{ca}$	$U_A$	$U_B$	$U_C$	$P_1$	$P_2$
22,3	21,6	23,9	104	102	102	62	62	58	-850	+2900

На основе данных измерений были определены активные и индуктивные сопротивления всех фаз печной установки при трехфазном КЗ (табл. 2).

Необходимо отметить, что при несимметрии короткой сети точность полученных результатов будет снижена. Существенный вклад в ошибку определения вносит нелинейность сопротивлений дуг при работающей печи. На начальном этапе плавки при длинных дугах резко проявляется нелинейность электрической цепи и значения сопротивлений выше.

**Метод физического моделирования.** Следующим методом определения электрических параметров вновь разрабатываемых печных установок является метод физического моделирования коротких сетей. При его использовании из аналогичных материалов создается геометрическая модель короткой сети, на которой экспериментально методом КЗ определяются активные и реактивные сопротивления ее участков. Такой метод выполнения работы на модели короткой сети позволяет значительно сократить объем и продолжительность работ по оптимизации геометрических размеров и схемы построения токоподвода. Однако создание такого рода моделей связано со значительными материальными затратами, поэтому он обычно используется при разработке уникальных дуговых печей, точность определения сопротивлений которых особенно актуальна.

При моделировании короткой сети [1] соблюдается подобие электромагнитных полей, обеспечивающее подобие электрических явлений в сходственных точках пространства и времени. При выполнении модели из тех же материалов, что и оригинал, линейные размеры определяются из соотношения частот источника питания модели и печной установки. Соотношение между параметрами модели и оригинала определяется критерием подобия

$$P_1 = \omega j \mu l^2 = \text{idem},$$

где  $\omega$  – частота,  $j$  – удельная проводимость материала;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды;  $l^2$  – характерный геометрический размер.

На кафедре АЭГУС ЧГУ была создана модель токоподвода уникальной печи ДСП-200 [6]. Использование линейного масштаба модели, равного 7, позволило использовать для питания модели стандартный источник питания с частотой тока 2500 Гц. При экспериментах были опробованы 2 метода обработки результатов: по методу амперметра-вольтметра-ваттметра (A-V-W) и методом построения векторных диаграмм с использованием прибора АКПП 4113/2.

Через масштабный коэффициент данные были пересчитаны для оригинала (табл. 2), и результаты проверены путем сравнения с параметрами, полученными расчетным путем.

В табл. 2 приведены параметры схем короткой сети различных установок, полученные описанными ранее методами.

Таким образом, анализируя приведенные данные, можно сделать вывод, что расчетные методы являются менее точными, особенно при анализе индуктивных сопротивлений. В то же время результаты, полученные разными методами, укладываются в точность, допустимую для инженерных расчетов (10-15%).

Таблица 2

## Результаты исследований сопротивлений различными методами

Тип печи	Схема короткой сети	Метод определения параметров	Сопротивление, мОм		
			R	X	отличие, %
ДСП-25	Треугольник на шинном пакете	КЗ	0,959	2,438	по R 0,7
		Расчет	0,952	2,690	по X 9,8
ДСП-200	Несимметричный треугольник на электродах	Моделирование A-V-W	-	1,233	по X 16
		Моделирование АКПП	-	1,2	
		Расчет	-	1,035	

Примечание. Для ДСП-200 данные приведены для кабельной гирлянды.

В настоящее время при проектировании печи производится предварительный расчет сопротивлений токоподвода, а при пуске печей в эксплуатацию обязательно для их уточнения проводят опыты КЗ.

Необходимо иметь в виду еще одно обстоятельство. Все эти методы позволяют определить сопротивления при допущении о протекании по токоподводу синусоидального тока промышленной частоты. Нагрузкой же в схеме дуговой печи является электрическая дуга с нелинейной вольт-амперной характеристикой. Спектр высших гармоник тока, протекающего по короткой сети, чрезвычайно широк и многообразен, что вносит значительное расхождение между реальными электрическими характеристиками и построенными с использованием параметров, полученных по любому из этих методов [4]. Поэтому при оптимизации электрических режимов дуговых печей в различные периоды плавки обязательно учитывают воздействие несинусоидальности тока и степени колебательности режима как на сопротивление токоподвода, так и на электрические характеристики печей [3].

## Литература

1. Данцис Я.Б. Короткие сети и электрические параметры дуговых электропечей: справочник / под ред. Я.Б. Данциса и Г.М. Жилова. М.: Металлургия, 1987. 320 с.
2. Марков Н.А., Баранник О.В. Эксплуатационный контроль электрических параметров дуговых электропечей. М.: Энергия, 1973. 105 с.
3. Миронов Ю.М. Электрическая дуга в электротехнологических установках. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. 160 с.
4. Миронов Ю.М., Миронова А.Н., Зиновьева Е.Ю. Анализ и оптимизация режимов дуговых печей литейного производства // Электрометаллургия. 2007. № 3. С. 34–39.
5. Петелин Ю.Ю., Миронова А.Н., Запьянцев А.Н. Исследование электрических параметров дуговой печи ДСП-25 // Исследование устройств электротермии / Чуваш. ун-т. Чебоксары, 1985. С. 13–19.
6. Федоров А.А., Миронова А.Н. Применение моделирования в исследовании короткой сети дуговой печи // Труды Академии электротехнических наук Чувашской Республики. 2014. № 1. С. 42–50.

---

**МИРОНОВА АЛЬВИНА НИКОЛАЕВНА** – доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированных электротехнологических установок и систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (anmir37@mail.ru).

---

A. MIRONOVA

**ANALYSIS OF METHODS FOR DETERMINATION OF  
CURRENT LEAD RESISTANCE IN ARC STEELMAKING FURNACES**

**Key words:** arc furnace, secondary current lead, resistance, experiment, physical modeling.

For selection and analysis of an electrical arc furnace regime it is vital to consider resistance in current leads, inductive resistance being of particular importance. There are numerous methods for determination of resistance, the major ones being calculation methods, physical modeling and a short-circuit test. The article gives a brief description of the above-mentioned methods, providing an example of their application for furnaces with a capacity of 25 and 200 tons. The calculation methods prove to have the greatest accuracy. Therefore, they are used in designing furnaces, a short-circuit test being needed in operation.

References

1. Dantsis Ya.B. *Korotkie seti i elektricheskie parametry dugovykh elektropechei: spravochnik* [Short network and electrical parameters of electric arc furnaces]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1987, 320 p.
2. Markov N.A., Barannik O.V. *Ekspluatatsionnyi kontrol' elektricheskikh parametrov dugovykh elektropechei* [Operational control of electric parameters of electric arc furnaces]. Moscow, Energiya Publ., 1973, 105 p.
3. Mironov Yu.M. *Elektricheskaya duga v elektrotehnologicheskikh ustanovkakh* [Electric arc in Electrotechnical installations]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2014, 160 p.
4. Mironov Yu.M., Mironova A.N., Zinov'eva E.Yu. *Analiz i optimizatsiya rezhimov dugovykh pechei liteinogo proizvodstva* [Analysis and optimization of modes of arc furnaces for Foundry]. *Elektrometallurgiya* [Electrometallurgy], 2007, no. 3, pp. 34–39.
5. Petelin Yu.Yu., Mironova A.N., Zap'yantsev A.N. *Issledovanie elektricheskikh parametrov dugovoi pechi DSP-25* [Study of electrical parameters of arc furnace DSP-25]. In: *Issledovanie ustroystv elektrotermii* [Study of electrothermics devices]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 1985, pp. 13–19.
6. Fedorov A.A., Mironova A.N. *Primenenie modelirovaniya v issledovanii korotkoi seti dugovoi pechi* [Use of simulation in the study of short network of submerged arc furnace]. *Trudy Akademii elektrotehnicheskikh nauk Chuvashskoi Respubliki* [Works of the Academy for Electrotechnical Sciences of Chuvash Republic], 2014, no. 1, pp. 42–50.

---

**MIRONOVA ALVINA – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automated Electrotechnological Installations and Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (anmir37@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Миронова А.Н. Анализ методов определения сопротивлений токоподводов дуговых сталеплавильных печей // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 137–144.

УДК 621.314.015.32

ББК 3261.8

Г.М. МИХЕЕВ, М.Н. АТАМАНОВ, О.В. АФАНАСЬЕВА, Н.М. ДРЕЙ

## РАСЧЁТ ТОКА КОНДЕНСАТОРНЫХ БАТАРЕЙ С УЧЕТОМ ИСТОЧНИКОВ ВЫСШИХ ГАРМОНИК

*Ключевые слова:* конденсаторная батарея, компенсация реактивной мощности, высшие гармоники, источник высших гармоник, гармонический состав, коэффициент мощности, промышленное предприятие, алгоритм.

*В статье рассмотрены оптимальные условия для обеспечения необходимого значения коэффициента мощности в режиме компенсации реактивной мощности в системах электроснабжения промышленных предприятий. Получены аналитические зависимости мощности компенсирующего устройства, необходимой для обеспечения желаемого значения коэффициента мощности. Разработан алгоритм и реализована компьютерная программа расчёта гармонических составляющих тока батарей конденсаторов при наличии в сети источников высших гармоник. В программе предусмотрен расчёт гармоник тока в зависимости от параметров нагрузки 0,4 кВ, эквивалентного электродвигателя 6(10) кВ и расчётной мощности источника высших гармоник. Приведён анализ возможных резонансных явлений в сети 6(10) кВ. Выполнен расчёт тока батарей конденсаторов для схемы, когда источник высших гармоник находится в питающей сети, и для схемы, когда источник гармоник входит в состав нагрузки 0,4 кВ.*

Практически каждое промышленное предприятие потребляет из сети не только активную  $P$ , но и реактивную мощность  $Q$ . Ниже перечислим основных потребителей реактивной мощности. Ими являются силовые и сварочные трансформаторы, реакторы, асинхронные двигатели, индукционные печи, вентильные преобразователи, дроссели, осветительные приборы, воздушные линии электропередач и другие установки. Потребление реактивной мощности характеризуется коэффициентом мощности  $\cos\varphi$ , который определяется как отношение активной мощности к полной [4]. Довольно часто в электроэнергетике применяется коэффициент реактивной мощности  $\operatorname{tg}\varphi$  – отношение реактивной мощности к активной. На наш взгляд, он более наглядно отражает соотношение потребляемых мощностей.

В системах электроснабжения (СЭС) применяются компенсирующие устройства. Использование установок компенсации реактивной мощности позволяет [1]:

- снизить потери активной мощности и электроэнергии;
- увеличить напряжение на выводах электроприемников;
- разгрузить элементы СЭС (силовые трансформаторы, линии электропередачи, распределительные устройства и т.д.);
- улучшить качество электроэнергии;
- появляется возможность подключения дополнительной активной нагрузки без увеличения мощности силовых трансформаторов и сечений питающих линий;
- существенно увеличить срок службы электрооборудования и т.д. [2, 3].

В настоящее время потребление реактивной мощности регламентируется Приказом Министерства энергетики Российской Федерации от 23 июня

2015 г. № 380 «О порядке расчета значений соотношения потребления активной и реактивной мощности для отдельных энергопринимающих устройств (групп энергопринимающих устройств) потребителей электрической энергии». В соответствии с данным приказом нормируются максимальные значения коэффициента реактивной мощности, потребляемой в часы больших суточных нагрузок электрической сети (табл. 1).

Таблица 1

**Максимальные значения коэффициента реактивной мощности, потребляемой в часы больших суточных нагрузок электрической сети**

Уровень напряжения в точке поставки электрической энергии потребителю	cosφ	tgφ
110 кВ (154 кВ)	0,894	0,50
1 ÷ 20 кВ, 35 кВ (60 кВ)	0,928	0,40
ниже 1 кВ	0,944	0,35

Следует отметить, что в других странах также существуют аналогичные нормативы по потреблению реактивной мощности. Например, в Республике Казахстан нормируется коэффициент мощности cosφ. В соответствии с Приказом Правительства Республики Казахстан от 29 декабря 2012 г. № 1765 «Об утверждении нормативных значений коэффициента мощности в электрических сетях индивидуальных предпринимателей и юридических лиц» установлены нормы согласно табл. 2 (для сравнения в табл. 1 и 2 приведены значения cosφ и tgφ, соответственно).

Таблица 2

**Нормативные значения коэффициента мощности в электрических сетях индивидуальных предпринимателей и юридических лиц**

Класс напряжения электрической сети	cosφ	tgφ
110÷220 кВ	≥ 0,89	≤ 0,512
6÷35 кВ	≥ 0,92	≤ 0,426
0,4 кВ	≥ 0,93	≤ 0,395

Необходимо констатировать, что в России предъявляются более жесткие требования по потреблению реактивной мощности, чем в Республике Казахстан.

Естественный коэффициент мощности (коэффициент мощности без применения компенсирующих устройств) промышленных предприятий, как правило, составляет 0,85-0,90 и ниже [5]. Один из методов увеличения cosφ – компенсация реактивной мощности: применение синхронных двигателей и синхронных конденсаторов, а также конденсаторных батарей.

Коэффициент мощности в узле нагрузки рассчитывается по формуле

$$\cos \varphi_{\text{нг}} = \frac{P_{\text{нг}}}{\sqrt{P_{\text{нг}}^2 + Q_{\text{нг}}^2}},$$

где  $P_{\text{нг}}$  и  $Q_{\text{нг}}$  – активная и реактивная мощности, потребляемые нагрузкой.

Желаемое значение коэффициента мощности cosφ<sub>ж</sub>, как отмечено выше, может быть достигнуто применением компенсирующих устройств:

$$\cos \varphi_{\text{Ж}} = \frac{P_{\text{нр}}}{\sqrt{P_{\text{нр}}^2 + (Q_{\text{нр}} - Q_{\text{КУ}})^2}},$$

где  $Q_{\text{КУ}}$  – мощность, генерируемая компенсирующими устройствами.

Полученное выражение можно записать в следующем виде:

$$\sqrt{P_{\text{нр}}^2 + (Q_{\text{нр}} - Q_{\text{КУ}})^2} = \frac{P_{\text{нр}}}{\cos \varphi_{\text{Ж}}},$$

или

$$P_{\text{нр}}^2 + (Q_{\text{нр}} - Q_{\text{КУ}})^2 = \frac{P_{\text{нр}}^2}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}},$$

$$P_{\text{нр}}^2 + Q_{\text{нр}}^2 - 2Q_{\text{нр}}Q_{\text{КУ}} + Q_{\text{КУ}}^2 - \frac{P_{\text{нр}}^2}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}} = 0.$$

С учетом равенства  $Q_{\text{нр}} = P_{\text{нр}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{нр}}$

$$P_{\text{нр}}^2 + P_{\text{нр}}^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} - 2P_{\text{нр}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{нр}} Q_{\text{КУ}} + Q_{\text{КУ}}^2 - \frac{P_{\text{нр}}^2}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}} = 0.$$

Сгруппировав члены полученного выражения последовательно по мере снижения показателя степени при  $Q_{\text{КУ}}$ , можно записать:

$$Q_{\text{КУ}}^2 - 2P_{\text{нр}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{нр}} Q_{\text{КУ}} + P_{\text{нр}}^2 + P_{\text{нр}}^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} - \frac{P_{\text{нр}}^2}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}} = 0. \quad (1)$$

Рассмотрим отдельно выражение  $P_{\text{нр}}^2 + P_{\text{нр}}^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} - \frac{P_{\text{нр}}^2}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}}$ :

$$P_{\text{нр}}^2 + P_{\text{нр}}^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} - \frac{P_{\text{нр}}^2}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}} = P_{\text{нр}}^2 \left( 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} - \frac{1}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}} \right) =$$

$$= P_{\text{нр}}^2 \left( \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} + \frac{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}} - 1}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}} \right) = P_{\text{нр}}^2 \left( \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} + \frac{-\sin^2 \varphi_{\text{Ж}}}{\cos^2 \varphi_{\text{Ж}}} \right) = P_{\text{нр}}^2 (\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} - \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{Ж}}).$$

Таким образом, выражение (1) можно переписать в следующем виде:

$$Q_{\text{КУ}}^2 - 2P_{\text{нр}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{нр}} Q_{\text{КУ}} + P_{\text{нр}}^2 (\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} - \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{Ж}}) = 0. \quad (2)$$

Полученное выражение является квадратным уравнением относительно  $Q_{\text{КУ}}$ .

Коэффициенты данного квадратного уравнения следующие:

$$a = 1;$$

$$b = -2P_{\text{нр}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{нр}};$$

$$c = P_{\text{нр}}^2 (\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{нр}} - \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{Ж}}).$$

Уравнение имеет два корня. При  $a=1$  и  $b$ , кратном двум, корни данного уравнения целесообразно рассчитать по формулам

$$Q_{\text{КУ}1} = -\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

и  $Q_{\text{КУ}2} = -\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}.$

Значение  $Q_{\text{КУ1}}$  соответствует режиму компенсации, необходимому для достижения желаемого значения  $\cos\varphi_{\text{Ж}}$  в индуктивном режиме,  $Q_{\text{КУ2}}$  – для достижения  $\cos\varphi_{\text{Ж}}$ , обеспечивающего активно-ёмкостной режим работы сети, т.е.  $Q_{\text{КУ2}} > Q_{\text{нг}}$ . В случае поддержания активно-ёмкостного режима работа сети будет неэффективной. Причиной тому является значительное увеличение затрат на компенсирующие устройства [6].

В настоящее время в состав нагрузки промышленных предприятий, как правило, входят частотно-регулируемые электроприводы (ЧРП). Их суммарная установленная мощность в зависимости от доли двигательной нагрузки может достигать 20–25% от суммарной мощности предприятия [7]. Известно, что установка ЧРП является характерным источником высших гармоник (ИВГ). Выпрямление напряжения электроприводов мощностью до 100 кВт, как правило, выполняется по шестифазной полупериодной схеме. Данные электроустановки генерируют гармоники номерами 5, 7, 11, 13 и т.п. [2]. Эти же гармоники генерируются сварочными выпрямителями. Заметим, что в питающей сети (в системе) наиболее распространёнными типами ИВГ также являются шестифазные преобразователи и сварочные выпрямители.

На рис. 1, а приведена упрощённая расчётная схема сети промышленного предприятия в нормальном рабочем режиме. Схема состоит из четырёх характерных ветвей:

- системы (источника питания и понижающего трансформатора) с кабельной линией (КЛ) к РУ-6(10) кВ;
- асинхронного электродвигателя 6(10) кВ;
- понижающего трансформатора 6(10)/0,4 кВ с подключённой к нему нагрузкой;
- косинусной батареи конденсаторов (БК) для компенсации реактивной мощности.

Как правило, все сопротивления схемы носят активно-индуктивный характер. Исключение составляет сопротивление БК, которое имеет ёмкостной характер. В такой схеме в определённых режимах работы сети возможны резонансные явления. Известно, что резонанс токов возникает на более высоких частотах, чем частота промышленной сети (50 Гц) [2, 9].

Резонансные явления на высших гармониках являются причиной больших искажений токов и напряжений в распределительной сети. Они вызывают повышенные токи БК, в результате чего происходят их перегрузка и выход из строя. Значение тока на выводах ИВГ не зависит от сопротивления сети и определяется расчётной мощностью ИВГ [2]. В соответствии с этим в схеме замещения ИВГ представляется в виде источника тока (рис. 1, б). ИВГ может находиться в питающей сети или входить в состав нагрузки 0,4 кВ.

На рис. 1, в приведена схема замещения сети для  $n$ -й гармоники в режиме, когда ИВГ находится в питающей сети. В данной схеме ветвь асинхронного двигателя (АД) и нагрузки (Н) 0,4 кВ соединены параллельно и образуют эквивалентную R-L цепь. В свою очередь, эти две параллельные ветви относительно выводов ИВГ соединены параллельно с ветвью БК, имеющей ёмкостной характер. В этом случае данная схема при определённых условиях может обуславливать резонанс токов.

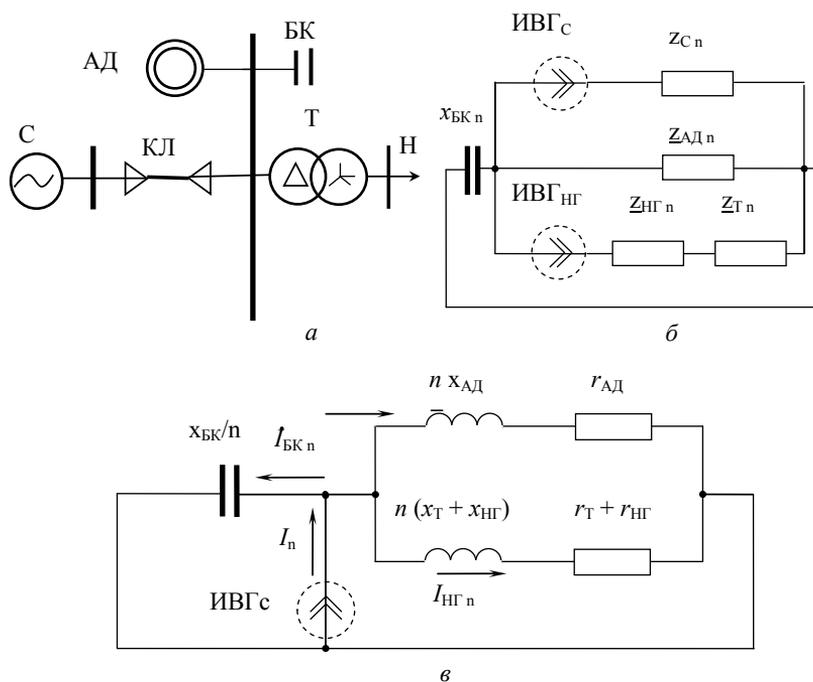


Рис. 1. Упрощенная расчетная схема сети в нормальном рабочем режиме (а); схема замещения сети для возможных вариантов расположения источника высших гармоник (б); схема замещения для расчета высших гармоник (источник высших гармоник находится в системе) (в)

Для выявления возможных резонансных процессов нами разработан алгоритм расчёта гармонических составляющих тока БК на разных ступенях компенсации реактивной мощности. В нём предусмотрен расчёт гармоник в зависимости от параметров нагрузки 0,4 кВ, эквивалентного электродвигателя 6(10) кВ и расчётной мощности ИВГ. На основе разработанного алгоритма реализована компьютерная программа. Она позволяет выполнить следующие виды расчётов:

- определить резонансную частоту сети и сопротивление схемы относительно выводов ИВГ;
- рассчитать ток ИВГ и БК с учётом высших гармоник при заданных параметрах нагрузки, БК и ИВГ;
- построить гистограммы токов ИВГ и БК для рассматриваемых гармоник;
- определить максимально допустимую мощность ИВГ, при которой обеспечивается ток БК, не превышающий заданного уровня.

В качестве ИВГ могут быть заданы дуговая сталеплавильная печь, сварочный выпрямитель, газоразрядные лампы, шестифазный или двенадцати-фазный выпрямитель. В программе предусмотрен расчёт гармоник с учётом любого другого ИВГ, не входящего в перечень перечисленных.

В данной работе выполнены расчёты гармонического состава тока БК для следующих режимов:

- ИВГ находится в питающей сети;
- ИВГ входит в состав нагрузки 0,4 кВ.

Расчёты гармонического состава тока БК выполнены с учётом следующих значений параметров элементов СЭС на одном из промышленных предприятий Казахстана:

- система –  $U_{\text{ном}} = 6 \text{ кВ}$ ,  $I_{\text{КЗ}} = 23,0 \text{ кА}$ ;
- кабельная линия –  $F_{\text{ном}} = 150 \text{ мм}^2$ ,  $L = 0,150 \text{ км}$  ( $R_{\text{уд}} = 0,206 \text{ Ом/км}$ ,  $X_{\text{уд}} = 0,074 \text{ Ом/км}$ );
- АД –  $6 \text{ кВ}$  –  $P_{\text{ном}} = 750 \text{ кВт}$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 95,0\%$ ,  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,90$ ;
- трансформатор –  $S_{\text{ном}} = 3000 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ ,  $U_{\text{к}}\% = 5,8\%$ ,  $\Delta P_{\text{к}} = 28,5 \text{ кВт}$ ;
- нагрузка  $0,4 \text{ кВ}$  –  $P_{\text{НГ}} = 150\text{-}2600 \text{ кВт}$ ,  $\cos(\varphi)_{\text{НГ}} = 0,8\text{-}0,9$ .

БК состоит из четырёх секций:  $3\times 25$ ,  $3\times 50$ ,  $3\times 100$  и  $3\times 200 \text{ кВАр}$ , имеющих допустимый коэффициент перегрузки по току  $30\%$  [8]. В качестве расчётных приняты семь ступеней:  $3\times 25$ ,  $3\times 50$ ,  $3\times 75$ ,  $3\times 100$ ,  $3\times 150$ ,  $3\times 225$  и  $3\times 375 \text{ кВАр}$ . В этом случае на данном промышленном предприятии обеспечивается коэффициент мощности не менее  $0,993$  и  $0,953$  индуктивного характера, соответственно, в минимальном ( $P_{\text{НГ}} = 150 \text{ кВт}$ ) и максимальном режимах ( $P_{\text{НГ}} = 2600 \text{ кВт}$ ) потребления электроэнергии.

В дальнейших расчётах рассматриваемой сети с ИВГ, расположенного в системе, принята мощность  $S_{\text{ИВГ}} = 75 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ . Для режима с ИВГ, входящего в состав нагрузки  $0,4 \text{ кВ}$ , его мощность принята равной  $125 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ . В последнем случае ветвь нагрузки с понижающим трансформатором, изображённая на рис. 1, в, заменяется ветвью, содержащей источник питания (система).

На рис. 2 приведены графики изменения сопротивления сети  $z_{\text{сети}}$  относительно выводов ИВГ в зависимости от частоты. Они выполнены на разных ступенях компенсации реактивной мощности. Расчётная мощность нагрузки принята равной  $800 \text{ кВт}$  при  $\cos\varphi = 0,8$ .

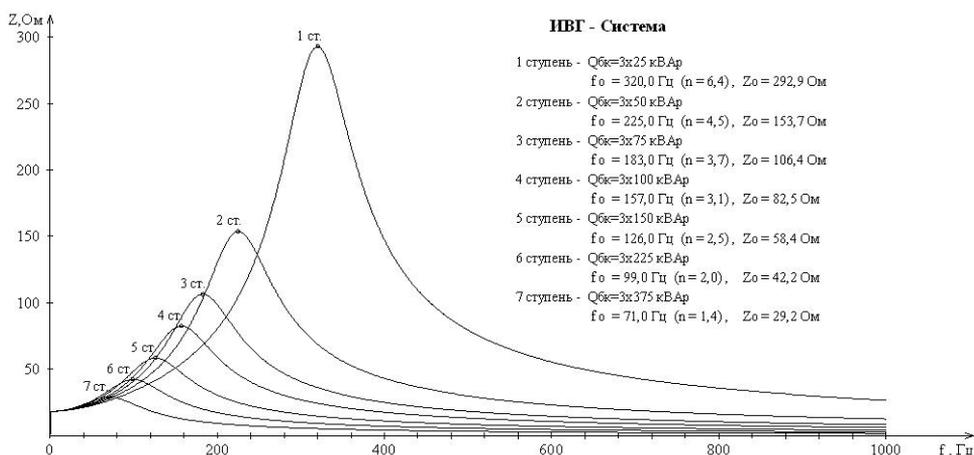


Рис. 2. Зависимость сопротивления сети относительно выводов ИВГ от частоты (генерация гармоник из системы)

Расчёты показывают, что резонансная частота соответствует максимальному значению  $z_{\text{сети}}$ . В соответствии с рис. 2 резонансная частота сети при компенсации первой ступенью БК ( $Q_{\text{БК}} = 3\times 25 \text{ кВАр}$ ) составляет  $320 \text{ Гц}$

( $z_0 = 292,9 \text{ Ом}$ ). Это обуславливает резкое увеличение гармоник тока через БК, близких к шестой (6,4). Для шестифазного выпрямителя в данном случае таковым является седьмая гармоника, что подтверждается результатами расчёта гармонического состава тока (см. табл. 3). В табл. 3 приведены значения гармоник токов в относительных единицах ( $I_{\text{ИВГ}}^*$  и  $I_{\text{БК}}^*$ ) на всех ступенях компенсации реактивной мощности для схемы, когда ИВГ находится в питающей сети (за базу принят номинальный ток БК).

Действующее значение тока через БК с учётом высших гармоник определяется по выражению

$$I_{\text{БК}} = \sqrt{\sum_{n=1}^{40} I_n^2}, \tag{3}$$

где  $n$  – номер гармоники тока;  $I_n$  – ток  $n$ -й гармоники тока; первая гармоника тока принимается равной номинальному значению.

Таблица 3

Результаты расчета высших гармоник для режима, когда ИВГ находится в питающей сети ( $S_{\text{ИВГ}} = 75 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ )

Ступень БК	$Q_{\text{БК}}$ , кВАр	Токи высших гармоник ИВГ и БК, о.е.									
		$n = 5$		$n = 7$		$n = 11$		$n = 13$		$I_{\text{ИВГ}}^*$ , о.е.	$I_{\text{БК}}^*$ , о.е.
		ИВГ	БК	ИВГ	БК	ИВГ	БК	ИВГ	БК		
1	3×25	0,20	0,29	0,14	0,50	0,09	0,14	0,08	0,10	1,04	1,18
2	3×50	0,01	0,27	0,07	0,12	0,04	0,05	0,03	0,04	0,52	1,05
3	3×75	0,06	0,12	0,05	0,06	0,03	0,03	0,03	0,03	0,35	1,01
4	3×100	0,05	0,07	0,04	0,04	0,02	0,02	0,02	0,02	0,26	1,01
5	3×150	0,03	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,17	1,00
6	3×225	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,12	1,00
7	3×375	0,01	0,06	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,07	1,00

При выполнении расчётов по выражению (3) учитываются только те гармоники, которые генерируются рассматриваемым типом ИВГ. В нашем случае – 5, 7, 11, 13 и т.п. В результате рассчитано действующее значение тока через БК с учётом высших гармоник – 1,18 о.е. Как видно, полученное значение не превышает предельно допустимое значение тока для данной конденсаторной батареи – 1,3 о.е.

На рис. 3 отображены гистограммы гармоник токов на первых двух ступенях компенсации реактивной мощности для схемы, когда ИВГ находится в питающей сети.

В табл. 4 приведены сводные данные по расчету гармоник тока БК. В таблице указаны:

- резонансная частота  $f_0$ ;
- сопротивление сети относительно выводов ИВГ на данной частоте –  $z_0$ ;
- расчетное значение  $n = f_0/50$ ;
- действующее значение тока через БК ( $I_{\text{БК}}^*$ ) во всех режимах компенсации реактивной мощности.

Как видно из табл. 3, наихудшие условия работы БК возникают при компенсации на первой ступени. По условиям перегрузки батарей токами высших гармоник данный режим также является допустимым.

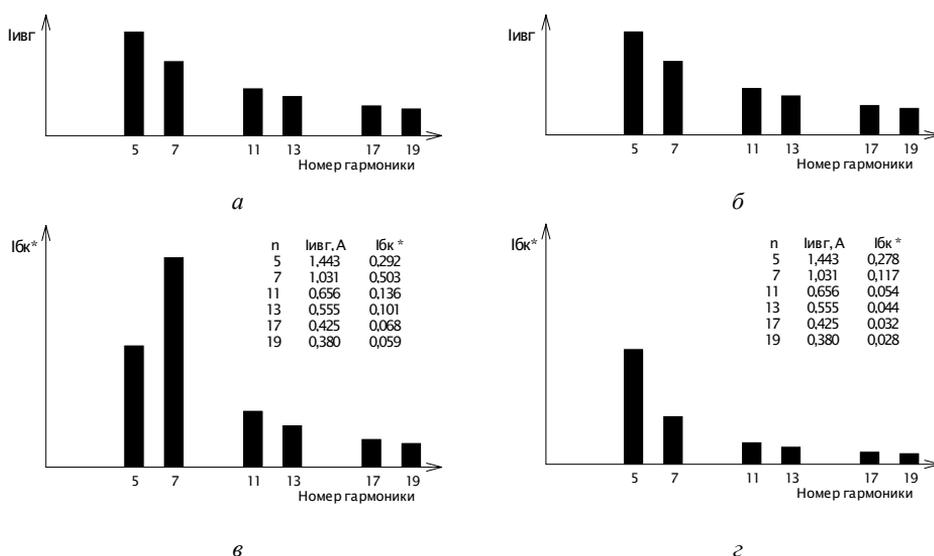


Рис. 3. Гармонический состав тока БК на 1-й степени компенсации (а, б) –  $Q_{ок} = 3 \times 25$  кВАр и на 2-й степени (в, г) –  $Q_{ок} = 3 \times 50$  кВАр: а, в – ток ИВГ, б, г – ток БК

Таблица 4

Сводные данные по расчету гармонического состава тока конденсаторной батарей (источник высших гармоник находится в питающей сети,  $S_p = 75$  кВ·А)

Степень компенсации	$Q_{БК}$ (кВАр)	$f_0$ , Гц	$z_0$ , Ом	$n$	$I_{БК}$ , о.е.
1	$3 \times 25$	320,0	300,1	6,4	1,086
2	$3 \times 50$	225,0	155,6	4,5	1,053
3	$3 \times 75$	183,0	107,2	3,7	1,051
4	$3 \times 100$	157,0	83,0	3,1	1,012
5	$3 \times 150$	126,0	58,7	2,5	1,003
6	$3 \times 225$	99,0	42,3	2,0	1,001
7	$3 \times 375$	71,0	29,2	1,45	1,000

На рис. 4 изображены графики изменения сопротивления  $z_{сети}$  в зависимости от частоты для схемы с ИВГ, входящим в состав нагрузки 0,4 кВ. Полученные результаты расчета гармоник существенно отличаются от показателей предыдущего режима. Резонансная частота при компенсации на первых пяти ступенях значительно превышает 1000 Гц, что соответствует гармоникам выше 20-й. На таких частотах ток БК близок к нулю. По этой причине резонансного режима на данных ступенях практически не наблюдается.

Незначительные токи гармоник через БК возникают на шестой ( $f_0 = 911$  Гц,  $I_{БК19} = 0,113$  о.е) и седьмой ( $f_0 = 706$  Гц,  $I_{БК13} = 0,047$  о.е) ступенях компенсации. Их значения составляют 1,01 о.е. и 1,002 о.е., соответственно (табл. 5). Следовательно, данный режим по условиям перегрузки батарей токами высших гармоник также является допустимым.

Таким образом, можно констатировать, что в данной сети для вышеприведённых условий работы промышленного предприятия перегрузки батарей токами высших гармоник не возникает.

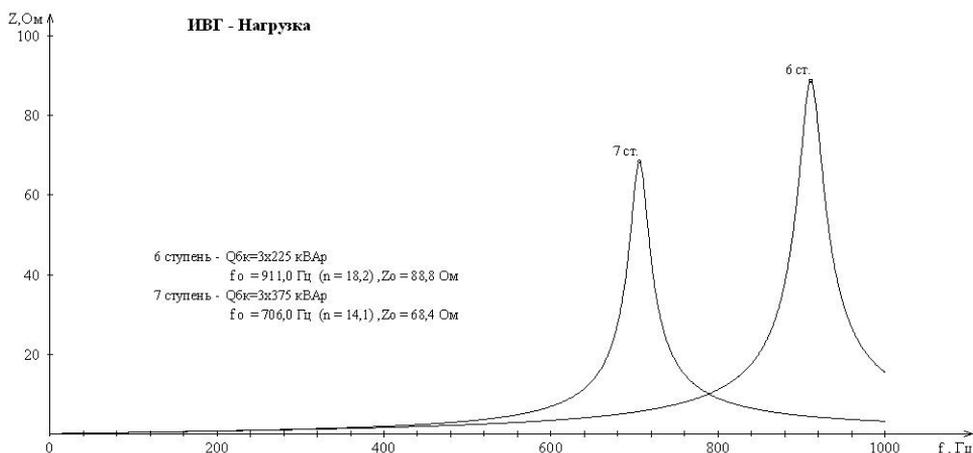


Рис. 4. Зависимость сопротивления сети относительно выводов ИВГ от частоты (генерация гармоник нагрузкой 0,4 кВ)

Таблица 5

**Сводные данные по расчету гармонического состава тока БК (ИВГ в составе нагрузки 0,4 кВ,  $S_p = 125$  кВ·А)**

Ступень компенсации	$f_0$ , Гц	$z_0$ , Ом	$n$	$I_{БК}$ , о.е.
1	2733,0	3,7	54,7	1,000
2	1933,0	4,4	38,7	1,000
3	1578,0	5,4	31,6	1,000
4	1367,0	6,9	27,3	1,000
5	1116,0	16,1	22,3	1,000
6	911,0	88,8	18,2	1,010
7	706,0	68,4	14,1	1,002

**Выводы.** 1. Разработан алгоритм и на его основе реализована компьютерная программа для расчёта гармонических составляющих тока батарей конденсаторов в электрической сети промышленного предприятия с устройством компенсации реактивной мощности, содержащей источник высших гармоник. Ток батарей конденсаторов рассчитан в зависимости от параметров нагрузки 0,4 кВ и эквивалентного электродвигателя 6(10) кВ.

2. Показано, что с уменьшением мощности конденсаторной батареи увеличивается вероятность возникновения резонанса токов.

3. Найдена зависимость изменения тока конденсаторной батареи от величины мощности источника высших гармоник.

Литература

1. Анчарова Т.В., Рашевская М.А., Стебунова Е.Д. Электроснабжение и электрооборудование зданий и сооружений. М.: ФОРУМ; НИЦ ИНФРА-М, 2012. 416 с.
2. Жежеленко И.В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 2000. 331 с.
3. Кудрин Б.И., Жилин Б.В., Матюнина Ю.В. Электроснабжение потребителей и режимы. М.: ИД МЭИ, 2013. 412 с.

4. Справочник по проектированию электроснабжения / под ред. Ю.Г. Барыбина и др. М.: Энергоатомиздат, 1990. 576 с.
5. Справочник по электроснабжению и электрооборудованию промышленных предприятий и общественных зданий / под общ. ред. С.И. Гамазина, Б.И. Кудрина, С.А. Цырука. М.: ИД МЭИ, 2010. 45 с.
6. Справочник по электроснабжению промышленных предприятий. Промышленные электрические сети / под общ. ред. А.А. Федорова, Г.В. Сербиновского. М.: Энергия, 1980. 624 с.
7. Федоров А.А., Каменева В.В. Основы электроснабжения промышленных предприятий. 4-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1984. 472 с.
8. High voltage three phase capacitors CIRCUTOR S. A. series CHV T, [Электронный ресурс]. URL: <http://www.3ymf.ru/capacitors/3faznie/chv-t> (дата обращения: 01.12.2016).
9. Why is power factor correction necessary? URL: [http://www.enerdis.com/sites/default/files/documents/guide\\_compensation\\_906211239\\_bd.pdf](http://www.enerdis.com/sites/default/files/documents/guide_compensation_906211239_bd.pdf) (дата обращения: 01.12.2016).

---

**МИХЕЕВ ГЕОРГИЙ МИХАЙЛОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([mikheevg@ Rambler.ru](mailto:mikheevg@ Rambler.ru)).

**АТАМАНОВ МИХАИЛ НИКОЛАЕВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([atamanov\\_m@mail.ru](mailto:atamanov_m@mail.ru)).

**АФАНАСЬЕВА ОЛЬГА ВЛАДИМИРОВНА** – старший преподаватель кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([olga\\_afanaseva@mail.ru](mailto:olga_afanaseva@mail.ru)).

**ДРЕЙ НАДЕЖДА МИХАЙЛОВНА** – аспирантка кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([drey\\_nadezhda@mail.ru](mailto:drey_nadezhda@mail.ru)).

---

**G. MIKHEEV, M. ATAMANOV, O. AFANASYEVA, N. DREY**  
**CALCULATION OF CURRENT RATING**  
**IN CAPACITOR BANKS IN CONSIDERATION OF SOURCES**  
**OF HIGHER HARMONICS**

**Key words:** capacitor bank, reactive-power compensation, higher-order harmonics, source of higher-order harmonics, harmonic composition, power factor, industrial enterprise, algorithm.

*In this work the optimal conditions to provide the required power factor in the reactive power compensation mode in the power supply system of industrial enterprises are considered. The analytical dependence of power in the compensating device required for providing the desired value of the power factor is measured. An algorithm is developed, and a computer program for calculating harmonic components of the capacitors batteries current in the presence of sources of higher harmonics in a network is realized. The current harmonics calculation as a function of the 0.4 kW load parameters, 6 (10) kV equivalent electric motor and calculated power of higher harmonics source is provided in the program. The analysis of possible resonance phenomena in the network 6(10) kV is given. Calculations of higher-order harmonics current are carried out for two regimes: with a higher-order harmonics source being located in a power line, and with that being a part of the 0,4 kV load.*

References

1. Ancharova T.V., Rashevskaya M.A., Stebunova E.D. *Elektrosnabzhenie i elektrooborudovaniye zdaniy i sooruzheniy: uchebnik* [Power supply and electrical equipment of buildings and structures: textbook]. Moscow, FORUM Publ.; NITs INFRA-M Publ., 2012, 416 p.

2. Zhezhelenko, I.V. *Vysshie garmoniki v sistemakh elektrosnabzheniya prompredpriyatii. 4-e izd., pererab. i dop.* [Higher harmonics in power supply systems of industrial enterprises. 4<sup>th</sup> ed.]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 2000, 331 p.

3. Kudrin B.I., Zhilin B.V., Matyunina Yu.V. *Elektrosnabzhenie potrebiteli i rezhimy: uchebnoe posobie* [Electricity supply and modes: a training manual]. Moscow, MEI Publ., 2013, 412 p.

4. Barybin Yu.G. et al., eds. *Spravochnik po proektirovaniyu elektrosnabzheniya* [Reference design of power supply]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1990, 576 p.

5. Gamazin S.I., Kudrin B.I., Tsyruk S.A., eds. *Spravochnik po elektrosnabzheniyu i elektrooborudovaniyu promyshlennykh predpriyatii i obshchestvennykh zdanii* [Reference for power supply and electrical equipment of industrial enterprises and public buildings]. Moscow, MEI Publ., 2010, 745 p.

6. Fedorov A.A., Serbinovskogo G.V., eds. *Spravochnik po elektrosnabzheniyu promyshlennykh predpriyatii. Promyshlennye elektricheskie seti* [Reference supply of industrial enterprises. Industrial electrical network]. Moscow, Energiya Publ., 1980, 624 p.

7. Fedorov A.A., Kameneva V.V. *Osnovy elektrosnabzheniya promyshlennykh predpriyatii. 4-e izd.* [The basics of power supply of industrial enterprises. 4<sup>th</sup> ed.]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984, 472 p.

8. High voltage three phase capacitors CIRCUTOR S. A. series CHV T, Available at: <http://www.3ymf.ru/capacitors/3faznie/chv-t/> (Accessed 1 December 2016).

9. Why is power factor correction necessary?, Available at: [http://www.enerdis.com/sites/default/files/documents/guide\\_compensation\\_906211239\\_bd.pdf](http://www.enerdis.com/sites/default/files/documents/guide_compensation_906211239_bd.pdf) (Accessed 1 December 2016).

---

**MIKHEEV GEORGI – Doctor of Technical Sciences, Professor of Electric Power Industry Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (mikheevg@rambler.ru).**

**ATAMANOV MIKHAIL – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Electric Power Industry Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (atamanov\_m@mail.ru).**

**AFANASYEVA OLGA – Senior Teacher of Electric Power Industry Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (olga\_afanaseva@mail.ru).**

**DREY NADEZHDA – Post-Graduate Student of Electric Power Industry Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (drey\_nadezhda@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Михеев Г.М., Атаманов М.Н., Афанасьева О.В., Дрей Н.М. Расчёт тока конденсаторных батарей с учетом источников высших гармоник // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 145–155.

УДК 621.318.3  
ББК 3264.36-052

О.А. НИКИТИНА, Н.В. РУССОВА, Г.П. СВИНЦОВ, В.А. НЕСТЕРИН

**РАСЧЕТ РАЗМЕРОВ,  
МИНИМИЗИРУЮЩИХ СТОИМОСТЬ АКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ,  
ФОРСИРОВАННОГО БРОНЕВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА,  
УПРАВЛЯЕМОГО ПО СХЕМЕ С БАЛЛАСТНЫМ РЕЗИСТОРОМ\***

*Ключевые слова:* методика, минимизация, форсированное управление, геометрические соизмерности, стоимость.

*Предложена методика расчета основных размеров форсированного управляемого по схеме с балластным резистором броневое электромагнита с тяжным якорем, минимизирующую суммарную стоимость обмоточной меди и электротехнической стали. Выбор варианта размеров электромагнита, обеспечивающего его работоспособность при оговоренных в техническом задании требованиях и минимальной стоимости активных материалов, осуществляется двукратным сканированием области геометрических соизмерностей электромагнита. Второе сканирование выполняется расширением «точки» предварительно установленного минимума на «шаг влево» и «шаг вправо».*

Форсированное управление электромагнитами наряду с ресурсо- и энергобережением при простой и дешевой схеме форсировки позволяет получить выигрыш в стоимости за счет экономии активных материалов.

Наиболее простыми и дешевыми являются контактные схемы форсировки с использованием балластного резистора или двух обмоток. Одна из них, как правило, выполняется низкоомной, другая – относительно высокоомной. Они подключаются друг к другу параллельно либо последовательно согласно.

Широко используемой разновидностью электромагнитов является броневый с внедряющимся якорем. Эскиз магнитной системы такого электромагнита, с обозначением его основных частей и размеров приведен на рисунке (а). Схема форсированного управления его обмоткой с использованием балластного резистора изображена на рисунке (б).

Основой методики решения оптимизационной задачи является методика проектного расчета [1], которая сводится к определению диаметра якоря при заданных геометрических кратностях в магнитной системе:  $H^* = H_0 / d_{\text{як}}$ ;  $A^* = A_0 / d_{\text{як}}$ ;  $H_{\text{ст}^*} = H_{\text{ст}} / H_0$ ;  $H_{\text{в}^*} = H_{\text{в}} / d_{\text{як}}$ .

Для выполнения оптимизационных расчетов были расширены возможности методики проектного расчета. Они позволили автоматически многократно выполнять проектный расчет при различных сочетаниях геометрических соизмерностей и вычисление суммарной стоимости ( $C_a$ ) ферромагнитной стали и обмоточной меди (активных материалов):

$$C_a = 150m_c \left( 1 + z \frac{m_m}{m_c} \right), \quad (1)$$

\* Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания № 2014/256 от 19.03.2014 г. «Синтез оптимальных ресурсо-энергосберегающих приводов электрических аппаратов».

где 150 – цена 1 кг стали, руб.;  $z$  – кратность цены 1 кг обмоточной меди в долях стали ( $4 \leq z \leq 6$ );  $m_c$  – масса элементов магнитопровода;  $m_m$  – масса обмоточной меди;  $m_c = 7800V_c$ ;  $m_m = 8900V_0 \cdot K_3$ ;  $V_c = V_{як} + V_{ст} + V_{оф} + V_{пф} + V_k$  – объем стали;

$$V_{як} = \frac{\pi d_{як}^3}{4} (H_* + 2\Delta_* + H_{в*} + 0,25 - H_{ст*} H_*) - \text{объем якоря};$$

$$V_{ст} = \frac{\pi d_{як}^3}{4} (H_{ст*} H_* + \Delta_*) - \text{объем стопа};$$

$$V_{оф} = \frac{\pi \cdot 0,25^2 d_{як}^3}{3} [1 + (1 + 4\Delta_* + 2A_*)^2 + (1 + 4\Delta_* + 2A_*)] - \text{объем опорного фланца};$$

$$V_{пф} = \frac{0,2\pi d_{як}^3}{12} [(1 + 2v_* + 0,4)^2 + (1 + 4\Delta_* + 2A_*)^2 + (1 + 2v_* + 0,4)(1 + 4\Delta_* + 2A_*)] + \frac{\pi d_{як}^3}{4} [(H_{в*} - 0,2)(1,4 + 2v_*)^2 - (1 - 2v_*)^2] - \text{объем проходного фланца};$$

$$V_k = \frac{\pi d_{як}^3}{4} (2a_{к*} + H_* + 2\Delta_*) - \text{объем корпуса};$$

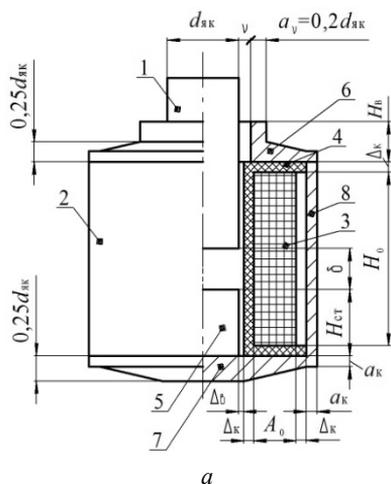
$$a_{к*} = \frac{a_k}{d_{як}} = 0,5(1 + 4\Delta_* + 2A_*) \left( \sqrt{1 + \left( \frac{1}{1 + 4\Delta_* + 2A_*} \right)^2} - 1 \right) - \text{относительная толщина}$$

на корпуса;  $V_0 = \pi d_{як}^3 (1 + 2\Delta_* + A_*) A_* H_*$  – объем обмотки;

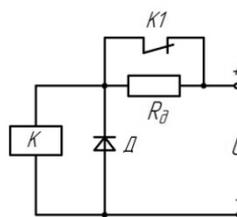
$K_3$  – коэффициент заполнения медью обмоточного окна.

При этом запоминается вариант, соответствующий минимальной стоимости:

$$C_a = C_{a \min}.$$



а



б

Эскиз магнитной системы броневых электромагнита (а) и схема управления им (б):

1 – якорь; 2 – магнитопровод (с внешним воротничком); 3 – обмотка;

4 – каркас катушки; 5 – стоп; 6 – проходной фланец;

7 – опорный фланец; 8 – корпус

Область пространства геометрических соразмерностей в магнитной системе сканируется дважды. Второй раз границы геометрических соразмерностей определяются расширением «точки» предварительно найденного минимума функции (1): на «шаг влево» – «на шаг вправо».

Математическое описание результатов оптимизационных расчетов выполнено методами теории планирования эксперимента [2] (в данном случае вычислительного). Исходными данными являются:

$\delta_{кр}$  – критическое значение рабочего воздушного зазора [3];

$P_{мх кр}$  – значение усилия на механической характеристике, соответствующего  $\delta_{кр}$ ;

$P_{мх к} / P_{мх кр}$  – отношение значения усилия на механической характеристике, соответствующего конечному значению ( $\delta_k$ ) рабочего воздушного зазора к  $P_{мх кр}$ ;

$T_0$  – температура окружающей среды;

$\Theta_{доп}$  – допустимая температура нагрева обмотки;

$k_{max}$  – отношение максимального напряжения на клеммах источника питания ( $U_{max}$ ) к напряжению срабатывания электромагнита;

$k = k_{отп} k_{Uотп} / k_{Umax}$  – комплекс коэффициентов (здесь  $k_{отп} = U_v / U_n$  – отношение напряжения возврата ( $U_v$ ) к номинальному значению напряжения ( $U_n$ ) источника питания ( $k_{отп} \geq 0,1$ );  $k_{Uотп}$  – коэффициент запаса по напряжению возврата;  $k_{Umax} = U_{max} / U_n$ ).

Была составлена матрица вычислительного эксперимента в соответствии с ортогональным центрально-композиционным планом второго порядка для восьми факторов. Девятый фактор  $z$  фиксировался на трех уровнях. Для каждого из них проводился восьмифакторный эксперимент (273 опыта). Коэффициенты полиномов аппроксимировались квадратичными трехчленами.

Первые восемь факторов изменялись в пределах:

- 1)  $4 \text{ мм} \leq \delta_{кр} \leq 12 \text{ мм}$ ; 2)  $2 \text{ Н} \leq P_{кр} \leq 28 \text{ Н}$ ;
- 3)  $2,5 \leq P_{мх*} = P_{мх к} / P_{мх кр} \leq 4,5$ ; 4)  $25^\circ\text{C} \leq T_0 \leq 85^\circ\text{C}$ ;
- 5)  $115^\circ\text{C} \leq \Theta_{доп} \leq 155^\circ\text{C}$ ; 6)  $1,30 \leq k_{max} \leq 1,70$ ;
- 7)  $0,35 \leq k \leq 0,55$ ; 8)  $0,348 \leq K_3 \leq 0,552$ .

Девятый фактор фиксировался на уровнях: 4, 5, 6.

Неизменными поддерживались:  $\Delta^* = \Delta_k / d_{як} = 0,1$ ;  $v^* = v / d_{як} = 0,012$ ;  $\delta_k = 0,1 \text{ мм}$ ;  $\delta_{п1} = \delta_{п2} = \delta_{п3} = 0,1 \text{ мм}$  (паразитные зазоры в местах соединения проходного и опорного фланцев с корпусом, опорного фланца со стопом, соответственно).

В результате обработки [2] данных получены:

$$\begin{aligned} \delta_{отп}^* = \delta_{кр} / d_{як отп} = 10^{-4} & [(64,9 - 0,59z + 0,01z^2) + (7,77 - 0,04z)z_1 - \\ & - (3,92 - 0,03z)z_2 - (0,99 + 0,025z)z_3 - (1,81 - 0,195z + 0,015z^2)z_4 + \\ & + (1,05 + 0,05z - 0,01z^2)z_5 + (1,56 - 0,01z)z_7 - \\ & - (1,03 + 0,155z + 0,015z^2)z_1^2 + (1,7 - 0,165z + 0,015z^2)z_2^2]^2; \end{aligned} \quad (2)$$

$$H_{\text{опт}}^* = H_{\text{о.опт}} / d_{\text{як.опт}} = 10^{-4} [(211 - 4,56z + 0,36z^2) + (7,33 + 0,94z - 0,08z^2)z_4]^2; \quad (3)$$

$$A_{\text{опт}}^* = A_{\text{о.опт}} / d_{\text{як.опт}} = 10^{-2} [(64,1 - 3,57z + 0,15z^2) - (5,64 - 0,525z + 0,035z^2)z_4 + (0,75 + 0,2z - 0,03z^2)z_5 - (1,66 - 0,035z - 0,005z^2)z_8]; \quad (4)$$

$$H_{\text{ст.опт}}^* = H_{\text{ст.опт}} / H_{\text{о.опт}} = 0,478; \quad (5)$$

$$H_{\text{в.опт}}^* = H_{\text{в.опт}} / d_{\text{як.опт}} = 10^{-2} [(43,5 + 0,415z - 0,035z^2) - (6,44 - 2,53z + 0,23z^2)z_2]; \quad (6)$$

где

$$z_1 = 0,51\delta_{\text{кр}} - 4,08; z_2 = 0,157P_{\text{мх кр}} - 2,39; z_3 = 2,045P_{\text{мх}^*} - 7,157;$$

$$z_4 = 0,0682T_0 - 3,749; z_5 = 0,1\Theta_{\text{доп}} - 13,5; z_6 = 10,2k_{\text{max}} - 15,31;$$

$$z_7 = 20,45k - 9,20; z_8 = 20K_3 - 9.$$

Полученные полиномиальные зависимости (2)–(6) позволяют просто рассчитать оптимальные размеры магнитной системы приводного электромагнита, минимизирующие стоимость его активных материалов.

Для этого необходимо:

- 1) из области допустимых значений исходных данных проектирования выбрать:  $\delta_{\text{кр}}$ ,  $P_{\text{мх кр}}$ ,  $P_{\text{мх}^*}$ ,  $\delta_{\text{к}}$ ,  $\delta_{\text{п1}}$ ,  $\delta_{\text{п2}}$ ,  $\delta_{\text{п3}}$ ,  $T_0$ ,  $\Theta_{\text{доп}}$ ,  $k_{\text{max}}$ ,  $k$ ,  $K_3$ ,  $z$ ;
- 2) рассчитать кодированные значения  $z_i$  восьми факторов;
- 3) в полиномах (2)–(6) рассчитать выражения в круглых скобках;
- 4) вычислить  $\delta_{\text{опт}}^*$ ,  $H_{\text{опт}}^*$ ,  $A_{\text{опт}}^*$ ,  $H_{\text{в.опт}}^*$ ;
- 5) рассчитать размеры электромагнита:

$$d_{\text{як.опт}} = \delta_{\text{кр}} / \delta_{\text{опт}}^*; H_{\text{о.опт}} = H_{\text{опт}}^* \cdot d_{\text{як.опт}}; A_{\text{о.опт}} = A_{\text{опт}}^* \cdot d_{\text{як.опт}}; H_{\text{ст.опт}} = 0,478H_{\text{о.опт}};$$

$$H_{\text{в.опт}} = H_{\text{в.опт}}^* \cdot d_{\text{як.опт}}.$$

Для расчета минимальной стоимости ( $C_{\text{а min}}$ ) активных материалов электромагнитов наряду с выражением (1) может быть использовано и выражение (7).

$$C_{\text{а min}} = 10^{-8} [(339 + 24z - 0,755z^2) + (29,3 + 2,38z - 0,09z^2)z_2 + (8,13 + 0,73z - 0,03z^2)z_3 + (12,9 + 0,38z - 0,01z^2)z_4 - (8,44 + 0,4z - 0,01z^2)z_5 - (11,6 + 1,46z - 0,075z^2)z_7 - (9,2 - 0,355z + 0,065z^2)z_8^2]^4, \quad (7)$$

полученное аппроксимацией значений  $C_{\text{а min}}$  при оптимизации.

Ниже приведен пример расчета размеров и суммарной стоимости меди и стали.

Исходные данные:  $\delta_{\text{кр}} = 8$  мм;  $P_{\text{мх кр}} = 15$  Н;  $P_{\text{мх}^*} = 3,5$ ;  $T_0 = 55^\circ\text{C}$ ;  $\Theta_{\text{доп}} = 135^\circ\text{C}$ ;  $k_{\text{max}} = 1,5$ ;  $k = 0,45$ ;  $K_3 = 0,45$ .

Расчет:

$$1) z_1 = 0,51 \cdot 8 - 4,08 = 0; z_2 = 0,157 \cdot 15 - 2,36 = 0;$$

$$z_3 = 2,045 \cdot 3,5 - 7,157 = 0; z_4 = 0,0682 \cdot 55 - 3,749 = 0;$$

$$z_5 = 0,1 \cdot 135 - 13,5 = 0; z_6 = 10,2 \cdot 1,5 - 15,31 = 0;$$

$$z_7 = 20,45 \cdot 0,45 - 9,2 = 0; z_8 = 20 \cdot 0,45 - 9 = 0; z = 6.$$

- 1)  $\delta_{\text{опт}}^* = 10^{-4}(64,9 - 0,59 \cdot 6 + 0,01 \cdot 6^2) = 0,381$  ;  
 $H_{\text{опт}}^* = 10^{-4}(211 - 4,56 \cdot 6 + 0,36 \cdot 6^2) = 3,865$  ;  
 $A_{\text{опт}}^* = 10^{-2}(64,1 - 3,57 \cdot 6 + 0,15 \cdot 6^2) = 0,481$  ;  
 $H_{\text{в.опт}}^* = 10^{-2}(43,5 + 0,415 \cdot 6 - 0,035 \cdot 6^2) = 0,447$  .
- 2)  $d_{\text{як опт}} = \delta_{\text{кр}} / \delta_{\text{опт}}^* = 8 / 0,381 = 21$  мм;  
 $H_{\text{о опт}} = H_{\text{опт}}^* \cdot d_{\text{як опт}} = 3,865 \cdot 21 = 81,2$  мм;  
 $A_{\text{о опт}} = A_{\text{опт}}^* \cdot d_{\text{як опт}} = 0,481 \cdot 21 = 10,1$  мм;  
 $H_{\text{ст опт}} = 0,478 H_{\text{о опт}} = 0,478 \cdot 81,2 = 38,8$  мм;  
 $H_{\text{в опт}} = H_{\text{в.опт}}^* \cdot d_{\text{як опт}} = 0,447 \cdot 21 = 9,4$  мм.
- 3)  $C_{\text{а мин}} = 10^{-8}(339 + 24 \cdot 6 - 0,755 \cdot 6^2)^4 = 431,7$  руб.

**Выводы.** 1. На относительную величину рабочего воздушного зазора (оптимальную величину диаметра сердечника) оказывают влияние различные факторы.

2. В выбранной области исходных данных проектирования неизменной является оптимальная относительная длина стопа.

3. Отношение максимального напряжения на клеммах питания к напряжению его срабатывания не оказывает влияния на оптимальные соразмерности броневое электромагнита с втяжным якорем.

#### Литература

1. *Зайцев Ю.М., Иванов И.П., Никитина О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П.* Методика синтеза форсированного броневое электромагнита постоянного напряжения с внедряющимся якорем в схеме с балластным резистором // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 52–61.
2. *Руссова Н.В., Свинцов Г.П.* Моделирование и синтез П-образных электромагнитов постоянного тока и напряжения. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. 2003. 220 с.
3. *Софронов Ю.В., Свинцов Г.П., Николаев Н.Н.* Проектирование электромеханических аппаратов автоматики. Чебоксары: Изд. Чуваш. ун-та, 1988. 88 с.

---

**НИКИТИНА ОЛЕСЯ АЛЕКСЕЕВНА** – аспирантка кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

**РУССОВА НАТАЛИЯ ВАЛЕРЬЕВНА** – кандидат технических наук, начальник научно-исследовательской части, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

**СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea\_chuvsu@mail.ru).

**НЕСТЕРИН ВАЛЕРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики и технологии электротехнического производства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (v.nstrn@mail.ru).

---

O. NIKITINA, N. RUSSOVA, G. SVINCOV, V. NESTERIN  
CALCULATION OF SIZE OF FORCED ARMORED ELECTROMAGNET CONTROLLED BY SCHEME WITH BALLAST RESISTOR TO MINIMIZE THE COST OF ACTIVE MATERIALS

**Key words:** technique, minimization, forced control, geometrical harmonies, cost.

The method of calculating the basic dimensions of forced armored electromagnet with a retractable armature managed by the scheme with a ballast resistor minimizing the total cost of winding copper and electrical steel is proposed. Selection of the size for the electromagnet providing both its working capacity at the requirements stipulated in the specifications and minimum cost of active materials is carried out by scanning the area of electromagnet geometrical proportions done twice. The second scanning is performed by extending the "point" of pre-set minimum «a step to the left» and «a step to the right».

#### References

1. Zaitsev Yu.M., Ivanov I.P., Nikitina O.A., Russova N.V., Svintsov G.P. *Metodika sinteza forsirovannogo bronevogo elektromagnita postoyannogo napryazheniya s vnedryayushchimsya yakorem v skheme s ballastnym rezistorom* [A technique of synthesis of the forced armored electromagnet of constant tension with the taking root anchor in the scheme with the ballast resistor]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 52–61.
2. Russova N.V., Svintsov G.P. *Modelirovanie i sintez P-obraznykh elektromagnitov postoyannogo toka i napryazheniya* [Modeling and synthesis U-shaped electromagnets and DC voltage]. Cheboksary, Chuvash University Publ, 2003, 220 p.
3. Sofronov Yu.V., Svintsov G.P., Nikolaev N.N. *Proektirovanie elektromekhanicheskikh apparatov avtomatiki* [Design of Electromechanical apparatuses of automatics]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 1988, 88 p.

---

**NIKITINA OLESYA** – Post-Graduate Student of Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**RUSSOVA NATALIYA** – Candidate of Technical Sciences, Chief of a Research and Development Part, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**SVINZOV GENNADIY** – Doctor of Technical Sciences, Professor of Electric and Electronic Vehicles Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**NESTERIN VALERI** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electromechanic and Electrotechnology Production Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

---

**Ссылка на статью:** Никитина О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П., Нестерин В.А. Расчет размеров, минимизирующих стоимость активных материалов, форсированного броневое электромагнита, управляемого по схеме с балластным резистором // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 156–161.

УДК 621.3.06  
ББК 31.2

А.И. ОРЛОВ, С.В. ВОЛКОВ, А.А. САВЕЛЬЕВ

### АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРЕХФАЗНЫМ УСТРОЙСТВОМ ВЫРАВНИВАНИЯ НАГРУЗКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ\*

*Ключевые слова:* несимметрия напряжений, несимметричная нагрузка, коэффициент несимметрии, симметричные составляющие, качество электрической энергии, потери электрической энергии.

*Предложены алгоритмы управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки электрической сети, работающим по принципу выбора схемы подключения фаз нагрузки к фазам электрической сети с сохранением исходного порядка чередования фаз нагрузки. На основе результатов компьютерного моделирования разветвленной трехфазной электрической сети представлен анализ влияния алгоритмов управления устройством на коэффициенты несимметрии напряжения по нулевой и обратной последовательностям в точке общего присоединения нагрузок к электрической сети. Определены границы применения предложенных алгоритмов управления.*

Для трехфазных городских и сельских электрических сетей характерна проблема несимметрии напряжений, возникающая при неравенстве фазных нагрузок между собой. Анализ несимметрии принято выполнять методом симметричных составляющих [11]. Отклонения напряжений отдельных фаз, вызванные несимметрией электрических нагрузок, могут превышать допустимые в стандарте<sup>1</sup> значения. Несимметрия напряжений, характеризуемая коэффициентами по обратной  $K_{2U}$  и нулевой  $K_{0U}$  последовательностям, неблагоприятно влияет на работу однофазного и трехфазного электрооборудования. Так, для некоторых однофазных электроприемников отклонение напряжения в любую сторону приводит к существенному сокращению их срока службы или отказам. Трехфазные асинхронные электродвигатели, составляющие основу современного электропривода, при заданной нагрузке на валу и несимметричном питающем напряжении имеют пониженную перегрузочную способность, более высокое скольжение и, следовательно, потери. Составляющие обратной последовательности вызывают колебания электромагнитного момента и мгновенной мощности [12], дополнительные потери в магнитопроводах, ошибки в работе устройств релейной защиты и счетчиков электроэнергии.

Проблеме несимметрии напряжения, обоснованию ее актуальности с точки зрения дополнительных потерь в элементах системы электроснабжения посвящены множество работ. Так, А.В. Дед и соавт. отмечают актуальность расчета несимметричных режимов в системах электроснабжения и указыва-

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (договор № 02.G25.31.0204) в рамках реализации Постановления Правительства РФ № 218 «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских образовательных организаций высшего образования, государственных научных учреждений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства».

<sup>1</sup> ГОСТ 32144–2013. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. М.: Стандартинформ, 2014. 16 с.

ют, что среди суммарных дополнительных потерь наибольшее значение имеют потери от токов нулевой последовательности [3]. А.Д. Вохидов и Г.А. Немцев предлагают простое уравнение, определяющее дополнительные потери от несимметрии в распределительной сети 0,4 кВ в зависимости от величины коэффициента несимметрии токов по нулевой последовательности, а также методику и алгоритм расчета этих потерь [2]. Работа С.П. Курилина посвящена энергетическим режимам отдельных сельскохозяйственных установок при несимметрии напряжения [5]. Расчету системы электроснабжения в условиях несимметрии, в том числе сельскохозяйственного назначения, посвящена работа [4]. В качестве основного средства обеспечения нормативных отклонений напряжения авторы называют использование трансформаторов 35–110/10 кВ с автоматическим регулированием напряжения под нагрузкой, в качестве дополнительных – установку конденсаторов поперечного включения, увеличение сечений проводов ЛЭП, установку регулировочных автотрансформаторов на линиях 10 кВ.

Симметрирование электрической сети на этапе проектирования не позволяет в полной мере избавиться от обозначенной проблемы по причине развития сети с течением времени и вероятностного характера изменения фазных нагрузок.

Современные технические решения, направленные на решение проблемы несимметрии электрических сетей, по принципу работы и используемым техническим средствам можно разделить на три группы. К первой группе относятся статические устройства, бесступенчато перераспределяющие мгновенную мощность между фазами электрической сети. В качестве примера можно отметить симметрирующее устройство, приведенное в работе [9], силовая часть которого выполнена по схеме автономного инвертора тока. Принцип работы и технические возможности аналогичного оборудования, включая активные фильтры гармоник, статические компенсаторы реактивной мощности и другие устройства подробно раскрыты в работе [10]. Несмотря на огромный потенциал подобных технических средств, высокая стоимость сдерживает их широкое распространение. Ко второй группе относятся симметрирующие трансформаторы. К третьей – устройства равномерного распределения электрической нагрузки по фазам электрической сети за счет выполнения определенных присоединений фаз нагрузки к фазам электрической сети. Пример подобного устройства, позволяющего подключать однофазных потребителей к определенным фазам электрической сети в зависимости от ее фазных токов, приведен в описании патента [7]. В работе [1] предложена конструкция коммутатора фазной нагрузки, алгоритм работы которого заключается в измерении фазных токов и выборе на их основе схемы соединения фаз нагрузки с фазами электрической сети с целью минимизации тока в нейтральном проводе четырехпроводной системы электроснабжения. Однако приведенные схемы не оптимальны в отношении количества коммутационных элементов. Кроме того, авторы работы [1] не предлагают решения проблемы циклических коммутаций, возникающих в результате работы приведенного устройства. В работах [6, 8] даются структурные схемы и алгоритмы работы многофазного устройства выравнивания нагрузки.

Цель работы состоит в количественной оценке влияния алгоритмов управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки на коэффициенты несимметрии напряжения по нулевой и обратной последовательностям.

Научная новизна работы заключается в разработке алгоритмов управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки с неизменным порядком чередования фаз и определении их области применения.

Трехфазное устройство выравнивания нагрузки предназначено для выравнивания фазных нагрузок электрической сети между собой путем переключения потребителей с более нагруженной фазы на менее нагруженную без изменения исходного порядка чередования фаз. Необходимость соблюдения порядка чередования фаз связана с тем, что в составе нагрузки, подключенной к электрической сети через устройство, могут содержаться трехфазные электроприемники, такие как электрические двигатели. В этом случае для выравнивания нагрузки электрической сети в целом применима только круговая перестановка фаз нагрузки относительно фаз электрической сети. Количество вариантов перестановок равно количеству фаз электрической сети – трем.

Структурная схема рассматриваемого трехфазного устройства выравнивания нагрузки, его возможное конструктивное исполнение, а также алгоритмы управления для случая отсутствия в составе электроприемников трехфазной нагрузки представлены в работах [6, 8]. Блок-схема устройства, его расположение относительно узла электрической сети и основные конструктивные элементы показаны на рис. 1, а. Трехфазное устройство выравнивания нагрузки УВН содержит датчики напряжения ДН фаз электрической сети и нейтрального провода, датчики фазных токов электрической сети ДТэс и датчики фазных токов отходящей линии симметрирующего устройства ДТл, контроллер К, предназначенный для обработки исходных сигналов и выполнения вычислений, а также модуль коммутации МК, служащий для реализации выбранной схемы подключения фаз нагрузки к фазам электрической сети. Выбор схемы подключения фаз нагрузки к фазам электрической сети, обеспечивающей минимальный коэффициент несимметрии напряжения по обратной и нулевой последовательностям в точке общего присоединения нагрузок, выполняется контроллером К в соответствии с алгоритмом управления. Этот выбор осложняется наличием некоторой несимметрии фазных напряжений и токов, а также нелинейностью вольт-амперных характеристик потребителей, входящих в состав нагрузки.

Предлагаются два алгоритма управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки, отличающихся наличием и отсутствием контроля фазовых углов измеряемых токов и напряжений. Рассматриваемые алгоритмы помимо выравнивания фазных нагрузок электрической сети в случае линейной вольт-амперной характеристики снижают риск циклических коммутаций по сравнению с алгоритмами, представленными в работе [1].

1. Если устройство позволяет определять действующие значения фазных токов электрической сети, фазных токов нагрузки, фазных напряжений в точке общего присоединения потребителей, а также фазовые углы фазных токов электрической сети  $\varphi_s$  и токов нагрузки  $\varphi_l$  относительно фазных напряжений, то предлагается следующий алгоритм управления.

Измеренные величины определяются в комплексной форме:

$$\underline{U}_i = U_i, \underline{I}_{s,i} = I_{s,i} \cdot \exp(j\varphi_{s,i}) \text{ и } \underline{I}_{l,i} = I_{l,i} \cdot \exp(j\varphi_{l,i}),$$

где  $U_i, I_{s,i}, I_{l,i}$  – действующие значения, соответственно, напряжений  $i$ -й фазы электрической сети относительно нейтрального провода, токов электрической сети и отходящей линии трехфазного устройства выравнивания нагрузки;  $\varphi_{s,i}, \varphi_{l,i}$  – фазовые углы, соответственно,  $i$ -й фазы электрической сети и отходящей линии трехфазного устройства выравнивания нагрузки.

Вычисляются значения комплексных проводимостей каждой фазы электрической сети  $\underline{G}_{s,i}$ , отходящей линии устройства выравнивания нагрузки  $\underline{G}_{l,i}$  и отходящих линий, подключенных к электрической сети непосредственно  $\underline{G}_{L,i}$ :

$$\underline{G}_{s,i} = \underline{I}_{s,i} / \underline{U}_i, \underline{G}_{l,i} = \underline{I}_{l,i} / \underline{U}_i \text{ и } \underline{G}_{L,i} = \underline{G}_{s,i} - \underline{G}_{l,i},$$

где  $\underline{G}_{s,i}$  и  $\underline{G}_{l,i}$  – комплексные проводимости  $i$ -й фазы электрической сети и отходящей линии устройства выравнивания нагрузки.

Для каждого варианта  $v$  присоединения фаз отходящих линий трехфазного устройства выравнивания нагрузки к фазам электрической сети, получаемого круговой перестановкой, вычисляется критериальный коэффициент по формуле:

$$k_v = \frac{|\underline{G}_{s,A,v} + \alpha^2 \underline{G}_{s,B,v} + \alpha^4 \underline{G}_{s,C,v}|}{|\underline{G}_{s,A,v} + \alpha \underline{G}_{s,B,v} + \alpha^2 \underline{G}_{s,C,v}|},$$

где  $\underline{G}_{s,i,v} = \underline{G}_{L,i} + \underline{G}_{l,i,v}$  – проводимость  $i$ -й фазы электрической сети в варианте  $v$  присоединения фаз отходящих линий устройства выравнивания нагрузки к фазам электрической сети;  $\alpha = \exp(j2\pi/3)$ ,  $\alpha^2 = \alpha^4 = \exp(-j2\pi/3)$  – операторы фазового сдвига.

Из всех вариантов присоединения фаз отходящих линий устройства выравнивания нагрузки к фазам электрической сети выбирается вариант  $v$ , для которого критериальный коэффициент  $k_v$  минимален.

Минимизация указанного критериального коэффициента, вычисляемого как коэффициент несимметрии проводимостей электрической сети по обратной последовательности, способствует выравниванию по фазам нагрузки электрической сети в целом. Это приводит к снижению коэффициентов несимметрии напряжения по обратной и нулевой последовательностям, которые устанавливаются в точке общего присоединения после выполнения устройством необходимых коммутаций. Предложенный алгоритм управления может успешно применяться даже в случае существенного различия коэффициентов мощностей фазных нагрузок.

2. Если в устройстве выравнивания нагрузки реализована возможность определения только действующих значений фазных напряжений относительно нейтральной точки, а также действующих значений фазных токов отходящей линии трехфазного устройства выравнивания нагрузки и фазных токов электрической сети, то предлагается следующий алгоритм управления.

На основании сигналов от соответствующих датчиков вычисляются значения полных проводимостей каждой фазы электрической сети  $G_{s,i}$ , отходящей линии устройства выравнивания нагрузки  $G_{l,i}$  и отходящих линий, подключенных к электрической сети непосредственно  $G_{L,i}$ :

$$G_{s,i} = I_{s,i} / U_i, G_{l,i} = I_{l,i} / U_i \text{ и } G_{L,i} = G_{s,i} - G_{l,i},$$

где  $G_{s,i}$ ,  $G_{l,i}$  и  $G_{L,i}$  – полные проводимости  $i$ -й фазы электрической сети, отходящей линии трехфазного устройства выравнивания нагрузки и отходящих линий, подключенных к электрической сети непосредственно.

Для каждого варианта  $v$  присоединения фаз отходящих линий трехфазного устройства выравнивания нагрузки к фазам электрической сети, получаемых круговой перестановкой, вычисляется критериальный коэффициент по следующей формуле:

$$k_v = \sum_{i=1}^n |G_{s,i,v} - G_{s,i,v,shifted}|^2,$$

где  $G_{s,i,v} = G_{L,i} + G_{l,i,v}$  – проводимость  $i$ -й фазы электрической сети в варианте  $v$  присоединения фаз отходящих линий устройства выравнивания нагрузки к фазам электрической сети;  $G_{s,i,v,shifted}$  – проводимость  $i$ -й фазы электрической сети, из набора элементов, полученного круговой перестановкой на один элемент относительно набора проводимостей  $G_{s,v}$  варианта  $v$ . Так, если  $G_{s,v} = [G_{s,1,v}, G_{s,2,v}, G_{s,3,v}]$ , то  $G_{s,v,shifted} = [G_{s,2,v}, G_{s,3,v}, G_{s,1,v}]$ .

Среди всех вариантов присоединения фаз отходящих линий устройства выравнивания нагрузки к фазам электрической сети выбирается вариант  $v$ , для которого критериальный коэффициент  $k_v$  минимален.

Таким образом, минимизируется разница между модулями полных проводимостей фаз электрической сети без учета их фазового сдвига. В отличие от алгоритма управления устройством с контролем фазовых углов измеряемых величин представленный алгоритм направлен на снижение коэффициентов несимметрии напряжения по обратной и нулевой последовательностям в точке общего присоединения только в случае фазных нагрузок с близкими друг к другу коэффициентами мощности. Примером таких нагрузок могут быть потребители коммунально-бытового характера с  $\cos \varphi \approx 1,0$ .

**Методы исследования** основывались на численном компьютерном моделировании вероятностной несимметрии электрических нагрузок и реакции на эту несимметрию электрической сети и трехфазного устройства выравнивания нагрузки. Методологическую основу исследования составили теоретическая электротехника и методическое обеспечение обработки статистических данных.

Исследование эффективности предложенных алгоритмов управления выполнено на примере разветвленной трехфазной электрической цепи, изображенной на рис. 1, в, в которой электрическая сеть представлена источниками ЭДС  $\underline{E}_s$  и сопротивлениями  $\underline{Z}_s$ . Несимметричная трехфазная нагрузка 1 в виде сопротивлений  $\underline{Z}_1$  подключена к электрической сети непосредственно, нагрузка 2 в виде сопротивлений  $\underline{Z}_2$  – через трехфазное устройство выравнивания нагрузки, изображенное на схеме как модуль коммутации МК УВН. Сопротивления линий, через которую нагрузки 1 и 2 подключаются к сети, обозначены на схеме  $\underline{Z}_{l1}$ ,  $\underline{Z}_{l2}$ . Сопротивление нейтрального провода электрической сети обозначено  $\underline{Z}_{ns}$ , линий –  $\underline{Z}_{ln1}$  и  $\underline{Z}_{ln2}$ .

Для каждого алгоритма управления выполнена серия численных экспериментов, в которых значения сопротивлений фазных нагрузок 1 и 2 по модулю и фазовому углу изменялись случайно с равномерным распределением

плотности вероятности. Диапазоны сопротивлений  $Z_1$  и  $Z_2$  ограничены по модулю значениями  $Z_{\min}$  и  $Z_{\max}$ , по фазе – значениями  $-\varphi_{\lim}$  и  $+\varphi_{\lim}$  (рис. 1, б). В рассматриваемом примере приняты следующие значения комплексных фазных ЭДС источника:

$$\underline{E}_{s.A} = 220 \text{ В}, \underline{E}_{s.B} = 220 \cdot \exp(-j2\pi/3) \text{ В}, \underline{E}_{s.C} = 220 \cdot \exp(j2\pi/3) \text{ В}.$$

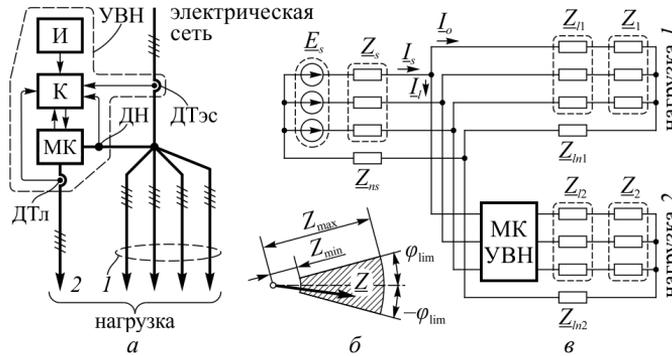


Рис. 1. а – блок-схема трехфазного устройства выравнивания нагрузки (УВН) электрической сети: МК – модуль коммутации; К – контроллер; И – интерфейс пользователя; ДТэс – датчик тока электрической сети; ДТл – датчик тока отходящей линии симметрирующего устройства; ДН – датчик напряжения; 1 – нагрузка, подключенная к электрической сети непосредственно; 2 – нагрузка, подключенная к электрической сети через устройство выравнивания нагрузки; б – обозначения на комплексной плоскости границ расчетного диапазона случайных изменений фазных сопротивлений электрических нагрузок; в – расчетная электрическая схема присоединения нагрузок 1 и 2 к электрической сети: МК УВН – модуль коммутации устройства выравнивания нагрузки

Сопротивление линии от источника ЭДС до точки общего присоединения потребителей соответствует 100 м кабеля ААБл 3×70; от точки общего присоединения до нагрузок 1 и 2 – 50 м кабеля ААБл 3×35:

$$\underline{Z}_s = 0,0443 + j0,0086 \text{ Ом}, \underline{Z}_{ns} = 0,0729 + j0,0086 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{l1} = \underline{Z}_{l2} = 0,0443 + j0,0086 \text{ Ом}, \underline{Z}_{ln1} = \underline{Z}_{ln2} = 0,0915 + j0,00475 \text{ Ом}.$$

Диапазоны изменений модулей сопротивлений ограничены значениями:

$$Z_{1,\min} = Z_{2,\min} = 2,5 \text{ Ом}, Z_{1,\max} = Z_{2,\max} = 10 \text{ Ом}.$$

Минимальные сопротивления нагрузки соответствуют суммарной потребляемой из сети мощности 17,5 кВА, максимальное – 4,7 кВА.

Рассматривались границы диапазонов фазовых углов от  $\varphi_{\lim} = 0$  до  $\varphi_{\lim} = \pi/2$  с шагом  $\pi/12$ .

В качестве критерия эффективности предложенных алгоритмов управления выбрано отношение коэффициента несимметрии напряжения по нулевой последовательности в узловой точке общего присоединения нагрузок  $K_{0U.УВН}$ , вычисленного после применения предложенных алгоритмов управления, к этому коэффициенту  $K_{0U}$ , вычисленному без применения обозначенных алгоритмов,  $K_{0U.УВН} / K_{0U}$ . Определялось также отношение коэффициентов несимметрии напряжения по обратной последовательности  $K_{2U.УВН} / K_{2U}$ . Многочисленные результаты моделирования показывают, что абсолютные значения

коэффициентов несимметрии напряжения по нулевой и обратной последовательностям могут изменяться в широких пределах в зависимости от границ диапазонов  $Z_{\min}$ ,  $Z_{\max}$  и  $\varphi_{\lim}$ , однако отношения указанных коэффициентов изменяются незначительно.

Расчеты выполнены в программе, созданной авторами, написанной на языке Python. Для каждой границы диапазона фазовых углов выполнено по 50 000 численных экспериментов и построены гистограммы распределений частот отношений коэффициентов несимметрии ( $K_{0U.УВН} / K_{0U}$ ) и ( $K_{2U.УВН} / K_{2U}$ ), изображенные на рис. 2, соответственно, для алгоритма управления с контролем фазовых углов (а) и основанного на действующих значениях (б). Необходимость в выполнении коммутаций определена в среднем в 67% случаев, им соответствуют представленные на рис. 2 гистограммы.

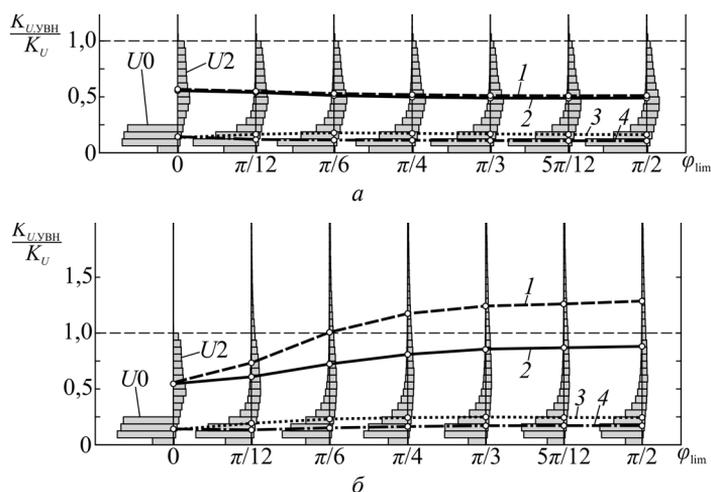


Рис. 2. Гистограммы отношений  $K_{0U.УВН} / K_{0U}$  (левая сторона  $U0$ ) и  $K_{2U.УВН} / K_{2U}$  (правая сторона  $U2$ ) для алгоритма управления с контролем действующих значений и фазовых углов измеряемых величин (а) и алгоритма управления с контролем только действующих значений (б) при различных значениях границ диапазонов фазовых сдвигов  $\varphi_{\lim}$ , а также медианы (линии 1 и 3) и средние арифметические соответствующих распределений (линии 2 и 4)

Оба рассматриваемых алгоритма управления при  $\varphi_{\lim} = 0$  дают наилучшие результаты в отношении коэффициентов несимметрии напряжений как по обратной, так и по нулевой последовательности. Средние значения и медианы распределений отношений ( $K_{0U.УВН} / K_{0U}$ ) равны 0,14, отношений ( $K_{2U.УВН} / K_{2U}$ ) – 0,55.

Рассматривая результаты вычислений по алгоритму управления с контролем действующих значений и фазовых углов измеряемых величин, можно отметить, что по мере увеличения угла  $\varphi_{\lim}$  до  $\pi/2$  медианы и средние арифметические распределений ( $K_{0U.УВН} / K_{0U}$ ) изменяются незначительно – до 0,11 и 0,16, соответственно (рис. 2, а). Распределения отношений ( $K_{2U.УВН} / K_{2U}$ ) снижаются до 0,51 и 0,49, что можно объяснить взаимной компенсацией отдельных фаз нагрузок 1 и 2. Во всех рассмотренных случаях для каждой гра-

ницы фазового угла реализация указанного алгоритма управления не приводила к ситуации  $K_{0U.УВН} > K_{0U}$ . Основная часть распределения отношений ( $K_{2U.УВН} / K_{2U}$ ) также ограничена значениями от 0 до 1, что свидетельствует о высокой эффективности предложенного алгоритма управления устройством даже при значительном разбросе фазовых углов отдельных фазных нагрузок 1 и 2 вплоть до  $\pm\pi/2$ . Следует отметить, что при  $\varphi_{\text{lim}} > 0$  в 0,5–1,3% случаев  $K_{2U.УВН} > K_{2U}$ , что связано с неучтенным влиянием сопротивлений нейтральных проводников  $Z_{ns}$ ,  $Z_{ln1}$ ,  $Z_{ln2}$  и фаз электрической сети  $Z_s$ . Недостатком предложенного алгоритма управления можно считать необходимость наличия в контроллере устройства выравнивания нагрузки системы фазовой автоподстройки частоты, что приводит к его усложнению.

Алгоритм управления, основанный на анализе действующих значений фазных напряжений и токов, не имеет указанного недостатка. Кроме того, нагрузка коммунально-бытового характера имеет, как правило, высокий коэффициент мощности, приблизительно одинаковый во всех фазах. При  $\varphi_{\text{lim}} = 0$  в 100% случаев  $K_{0U.УВН} < K_{0U}$  и в 99,9% случаев  $K_{2U.УВН} < K_{2U}$ , т.е. практически все переключения корректны (рис. 2, б). Если фазные сопротивления нагрузок 1 и 2 содержат реактивную составляющую,  $\varphi_{\text{lim}} > 0$ , то по мере ее увеличения появляется определенная доля срабатываний, приводящих к повышению коэффициента несимметрии напряжения по обратной последовательности относительно исходного уровня ( $K_{2U.УВН} > K_{2U}$ ). В случае наибольшего возможного разброса фазовых углов фазных нагрузок  $\varphi_{\text{lim}} = \pi/2$  средние значения отношений ( $K_{2U.УВН} / K_{2U}$ ) приближаются к значению 0,90, медиана распределения – к 1,3, корректные переключения выполняются только в 57% случаев. Для распределения отношений ( $K_{0U.УВН} / K_{0U}$ ) медиана и среднее арифметическое составляют 0,17 и 0,24, соответственно.

Таким образом, рассмотренный алгоритм управления, учитывающий только действующие значения измеряемых токов и напряжений, может применяться для управления трехфазным устройством выравнивания нагрузок электрической сети при близких друг к другу значениях углов фазных нагрузок, например, нагрузки коммунально-бытового характера. Аппаратная реализация алгоритма не требует наличия системы автоподстройки частоты в устройстве. Однако при наличии несимметрии, характеризующейся существенным различием углов нагрузки отдельных фаз, применение данного алгоритма в ряде случаев будет приводить к некорректным срабатываниям. Указанного недостатка практически лишен алгоритм управления, в котором помимо действующих значений контролируется значение фазового угла измеряемых величин, но его реализация усложняет устройство. Алгоритм управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки электрической сети должен выбираться индивидуально в результате технико-экономического обоснования.

Практическая значимость результатов исследования заключается в определении границ применения предложенных алгоритмов управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки.

К нерешенным вопросам, обозначающим перспективу дальнейших исследований, относятся организация совместной согласованной работы групп

пы устройств выравнивания нагрузок, оценка взаимного влияния этих устройств друг на друга и на показатели качества электрической энергии.

**Выводы.** 1. Устройства, направленные на решение проблемы несимметрии электрической сети, по принципу работы и используемым техническим средствам можно разделить на статические устройства, бесступенчато перераспределяющие мгновенную мощность между фазами электрической сети, симметрирующие трансформаторы и на устройства равномерного распределения электрической нагрузки по фазам электрической сети за счет выполнения определенных присоединений фаз нагрузки к фазам электрической сети.

2. Предложены алгоритмы управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки, отличающиеся наличием и отсутствием в устройстве возможности определения фазы измеряемых величин.

3. Путем моделирования вероятностной несимметрии фазных электрических нагрузок на примере расчетной электрической схемы определены границы применения алгоритмов управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки. Установлено, что при измерении действующих значений величин указанный алгоритм способен обеспечить корректность выполняемых коммутаций в 99,9% случаев при совпадении углов отдельных фазных нагрузок между собой. При различных углах фазных нагрузок указанный алгоритм не обеспечивает достаточного количества корректных коммутаций. Указанный недостаток преодолевается применением предложенного алгоритма управления устройством с контролем фазовых углов измеряемых величин.

4. Алгоритм управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки электрической сети должен выбираться индивидуально в результате анализа электрической сети и соответствующего технико-экономического обоснования.

#### Литература

1. *Венедиктов С.В., Державин А.С.* Модели, алгоритмы и функционал комбинированных переключателей // Наука и инновации – 2014: материалы IX Междунар. науч. шк. Йошкар-Ола: ПГТУ, 2014, С. 166–177.

2. *Вохидов А.Д., Немцев Г.А.* К определению потерь мощности при несимметричной нагрузке // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 56–58.

3. *Дед А.В., Волюнкин А.И., Денисенко М.Ю., Кириченко Н.В., Сухов Е.С.* Дополнительные потери мощности в электрических сетях при несимметричной нагрузке // Омский научный вестник. 2013. № 1(117). С. 157–158.

4. *Дулепов Д.Е., Тюндина Т.Е.* Расчет несимметрии напряжений СЭС // Вестник НГИЭИ. 2015. № 4(47). С. 35–42.

5. *Курилин С.П.* Развитие теории несимметричных режимов и энергетических процессов асинхронных двигателей сельскохозяйственных электроустановок: дис. ... д-ра техн. наук. М., 2005. 367 с.

6. *Орлов А.И., Волков С.В., Савельев А.А.* Анализ влияния устройства выравнивания нагрузки на показатели несимметрии электрической сети // Вестник Чувашского университета. 2016. № 3. С. 100–108.

7. Пат. 2200364 РФ, МПК H02J 1/10 (2000.01) Устройство равномерного распределения электрической нагрузки по n-фазной сети распределения электроэнергии / Яир Д., Лупу В.; заявитель и патентообладатель ТАРДЖЕТ-ХАЙ-ТЕК ЭЛЕКТРОНИКС ЛТД. Заявка: № 99115774/09, 05.12.1997; опубл. 10.03.2003 Бюл. № 7. 20 с.

8. Пат. 162639 РФ, МПК H02J 1/00 (2006.01) Устройство симметрирования нагрузки / Орлов А.И., Савельев А.А.; заявитель и патентообладатель Орлов А.И., Савельев А.А. Заявка: № 2015146070/07, 26.10.2015; опубл. 20.06.2016 Бюл. № 17. 2 с.

9. Сидоров С.А., Рогинская Л.Э. Регулируемое симметрирующее устройство с индуктивным накопителем энергии // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Энергетика. 2014. № 3, т. 14. С. 33–40.

10. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning. Wiley-IEEE Press, 2007, 379 p.

11. Fortescue, Charles. L. Method of Symmetrical Co-Ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks. *AIEE Transactions*, 1918, vol. 37, part II, pp. 1027–1140.

12. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. Analysis of Electric Machinery and drive systems. 3<sup>rd</sup> ed. Wiley-IEEE Press, 2013, 680 p.

---

**ОРЛОВ АЛЕКСАНДР ИГОРЕВИЧ** – кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (karlorlov@gmail.com).

**ВОЛКОВ СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ** – кандидат технических наук, заведующий кафедрой электромеханики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (eef@marsu.ru).

**САВЕЛЬЕВ АЛЕКСЕЙ АНДРЕЕВИЧ** – магистр направления подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (savelich94@gmail.com).

---

**A. ORLOV, S. VOLKOV, A. SAVELYEV**  
**CONTROL ALGORITHMS FOR THREE-PHASE BALANCING UNIT**  
**IN POWER SUPPLY NETWORK**

*Key words:* voltage unbalance, unbalanced load, unbalance ratio, symmetrical components, power quality, electric loss.

*The article presents control algorithms for three-phase balancing unit in power supply network operating on selection principle of connection schemes of load phases to phases of power supply network keeping the initial order of sequence in load phases. The analysis of the effect of the device control algorithms on voltage unbalance ratio at zero and reverse sequence in the point of common coupling load to power a supply network based on computer simulation of branched three-phase network is provided. The application boundaries of the given control algorithms are determined.*

References

1. Venediktov S.V., Derzhavin A.S. *Modeli, algoritmy i funkcional kombinirovannykh pereklyuchatelei* [Models, algorithms, and functionality of the combined switches]. *Nauka i innovatsii – 2014: materialy IX mezhdunar. nauch. shkoly* [Prof. of Int. School «Science and innovation – 2014»]. Yoshkar-Ola, 2014, pp. 166–177.

2. Vokhiodv A.D., Nemtsev G.A. *K opredeleniyu poter' moshchnosti pri nesimmetrichnoi nagruzke* [Determination of power losses at unbalanced load]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 56–58.

3. Ded A.V., Volynkin A.I., Denisenko M.Yu., Kirichenko N.V., Sukhov E.S. *Dopolnitel'nye poteri moshchnosti v elektricheskikh setyakh pri nesimmetrichnoi nagruzke* [Extra power losses in electrical networks with unbalanced load]. *Omskii nauchnyi vestnik* [Omsk Scientific Bulletin], 2013, no. 1 (117), pp. 157–158.

4. Dulepov D.E., Tyundina T.E. *Raschet nesimmetrii napryazhenii SES* [Calculation of voltage unbalance in power supply system]. *Vestnik NGIEI* [Bulletin of NGIEI], 2015, no. 4 (47), pp. 35–42.

5. Kurilin S.P. *Razvitiye teorii nesimmetrichnykh rezhimov i energeticheskikh protsessov asinkhronnykh dvigatelei sel'skokhozyaistvennykh elektroustanovok: dis. ... dokt. tekhn. nauk* [Development of the theory of asymmetric modes and energy processes asynchronous engines of agricultural electrical. Doct. Diss.]. Moscow, 2005, 367 p.

6. Orlov A.I., Volkov S.V., Savel'ev A.A. *Analiz vliyaniya ustroystva vyravnivaniya nagruzki na pokazateli nesimmetrii elektricheskoi seti* [Analysis of influence of load balancing unit on indicators of unbalance of power supply]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 3, pp. 100–108.

7. David Yair, Vittner Lupu. *Ustroystvo ravnomernogo raspredeleniya elektricheskoi nagruzki po n-faznoi seti raspredeleniya elektroenergii* [Device for uniform distribution of the electrical load to the n-phase power distribution network]. Patent PF, no. 2200364, 2003.

8. Orlov A.I., Savel'ev A.A. *Ustroystvo simmetrirovaniya nagruzki* [Load balancing unit]. Patent RF 162639, no. 162639, 2016.

9. Sidorov S.A., Roginskaya L.E. *Reguliruemoe simmetriuyushchee ustroystvo s induktivnym nakopitelem energii* [Controlled balancing unit with inductive energy storage]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Energetika* [Bulletin of South Ural State University. Series: Power engineering], 2014, no. 3, vol. 14, pp. 33–40.

10. Akagi H. Watanabe E.H., Aredes M. *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*. Wiley-IEEE Press, 2007, 379 p.

11. Fortescue, Charles. L. *Method of Symmetrical Co-Ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks* // *AIEE Transactions*, Vol. 37, part II, 1918, pp. 1027–1140.

12. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. *Analysis of Electric Machinery and drive systems*. 3<sup>rd</sup> ed. Wiley-IEEE Press, 2013, 680 p.

---

**ORLOV ALEKSANDR** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Electro-Mechanics Department, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (karlorlov@gmail.com).

**VOLKOV SERGEY** – Candidate of Technical Sciences, Head of Electro-Mechanics Department, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (eef@marsu.ru).

**SAVELYEV ALEKSEI** – Master's Program Student, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (savelich94@gmail.com).

---

**Ссылка на статью:** Орлов А.И., Волков С.В., Савельев А.А. Алгоритмы управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки электрической сети // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 162–172.

УДК 621.382.019.3

ББК 32.852

В.С. ПРЯНИКОВ

## ОРГАНИЗАЦИЯ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ ТРАНЗИСТОРОВ ПО УРОВНЮ НИЗКОЧАСТОТНОГО ШУМА

*Ключевые слова:* надежность, низкочастотные шумы, транзистор, входной контроль, автоматизированная система, малошумящий усилитель.

*Предложена автоматизированная система отбраковки потенциально ненадежных транзисторов по уровню низкочастотного шума. Реализация на входном контроле этой системы значительно повышает эксплуатационную надежность радиоэлектронных систем. Особое внимание уделено разработке избирательного малошумящего усилителя.*

Вопросы обеспечения надежности элементов и устройств вычислительной техники (ВТ) и систем управления имеют особое значение. Широкое внедрение ВТ в народное хозяйство и повышение ответственности выполняемых функций приводит к необходимости создавать все более сложные и в то же время все более надежные системы. Вопросы обеспечения надежности любых изделий и особенно бортовых информационно-управляющих систем космического назначения весьма актуальны.

Для информационно-управляющей системы спутников связи и других космических аппаратов, которая должна функционировать круглосуточно без обслуживающего персонала, «цена» отказа любого элемента неимоверно велика. Естественно, при разработке и производстве таких систем возникает задача отбора высоконадежных элементов. Поэтому разработчику бортовых информационно-управляющих систем космического назначения в целях обеспечения гарантированной надежности приходится использовать новые концепции и методы прогнозирования показателей надежности выбранных элементов [2].

Одним из важнейших направлений работ в этой области является создание методов и средств прогнозирования отказов элементов ВТ и систем управления. Прогнозирование отказов элементов основано на результатах анализа физики отказов и исследованиях кинетических процессов, приводящих полупроводниковые приборы и интегральные схемы (ИС) к отказу. Изучение физических процессов, предшествующих отказам и сопровождающих отказы элементов, в конечном счете должно давать наибольший эффект в повышении их эксплуатационной надежности. Если известен параметр элемента, чувствительный к возможным отказам при его работе или испытании, то представляется возможность оценить его потенциальную надежность.

В работе [3] рассмотрены взаимосвязь низкочастотных (НЧ) шумов и отказов полупроводниковых приборов. НЧ шумы обусловлены дефектами структуры полупроводника, которые ведут к развитию процессов, приводящих к отказам. В этой же работе разработана методика отбраковки потенциально ненадежных транзисторов по уровню НЧ шума, позволяющая повысить эксплуатационную надежность радиоэлектронной аппаратуры.

Результаты исследований в работе [2] показывают, что НЧ шум транзистора несет информацию о его потенциальной надежности. Следовательно,

по одноразовому измерению одного из параметров НЧ шума возможна индивидуальная отбраковка транзисторов, имеющих скрытые дефекты структуры.

Основные параметры транзистора – обратный ток коллекторного перехода и коэффициент усиления – находятся обычно в пределах, заданных техническими условиями. Поэтому обнаружить потенциально ненадежные транзисторы измерением только основных параметров не удастся. Потенциально ненадежные транзисторы, имеющие скрытые дефекты, приходится отбраковывать, применяя различные методы неразрушающего контроля и испытаний, в том числе методы по измерению уровня шума.

При организации входного контроля с целью отбраковки потенциально ненадежных транзисторов обычно достаточно измерить значение уровня шума на одной частоте в диапазоне от 20 Гц до 1 кГц. Сущность методики отбраковки транзисторов по уровню шумов состоит в следующем [1]:

- из данной партии транзисторов отбирается случайным образом  $n$  экземпляров. Измеряется значение спектральной плотности мощности НЧ шума  $G_f$  на выбранной частоте;

- производится статистическая обработка результатов измерения: определяются закон распределения, среднее значение шума  $\bar{G}_{cp}$  и его дисперсия  $D$ .

При нормальном законе распределения уровень отбраковки можно определить в соответствии со следующим выражением:

$$G_{отбр} = \bar{G}_{cp} + 3\sigma,$$

где  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение, равное  $\sqrt{D[G]}$ .

В настоящее время с помощью современного персонального компьютера (ПК) есть возможность автоматизировать процесс определения уровня отбраковки. С этой целью разработана автоматизированная система отбраковки потенциально-ненадежных транзисторов по следующей структурной схеме (рис. 1).

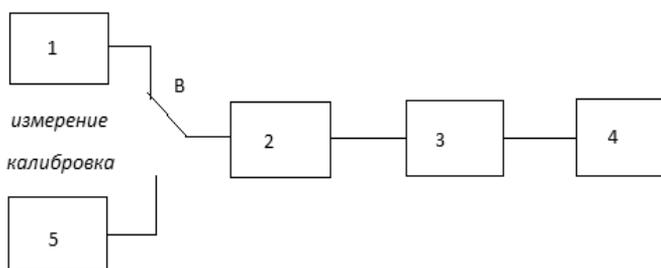


Рис. 1. Структурная схема автоматизированной системы отбраковки потенциально-ненадежных транзисторов:

- 1 – блок исследуемого транзистора; 2 – избирательный малошумящий усилитель;
- 3 – современный высокочувствительный осциллограф;
- 4 – ПК; 5 – калибровочный генератор

Путем изменения питающих напряжений в блоке исследуемого транзистора имеется возможность менять режим работы транзистора в широких пределах. Для маломощных транзисторов используют режим измерения коэффициента шума, указанный в технических условиях.

Одним из важных этапов работы является разработка избирательного малошумящего усилителя. Избирательный усилитель в области низких частот рекомендуется построить с использованием 2Т-фильтра, принципиальная схема которого и частотная характеристика приведены на рис. 2.

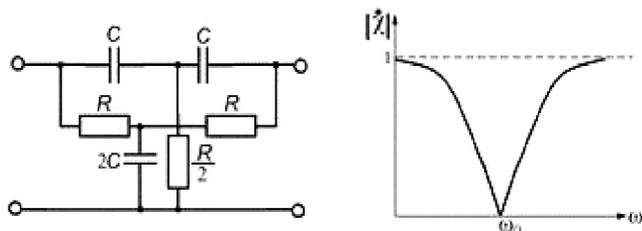


Рис. 2. Электрическая схема 2Т-фильтра и его АЧХ

Если включить 2Т-фильтр в цепь отрицательной обратной связи в RC-усилитель, то поскольку на частоте  $\omega = \omega_0$  коэффициент передачи моста равен нулю, отрицательная обратная связь будет отсутствовать и коэффициент усиления усилителя будет максимальным. На всех остальных частотах коэффициент усиления избирательно уменьшается из-за наличия отрицательной обратной связи. В результате амплитудно-частотная характеристика усилителя с 2Т-фильтр в цепи отрицательной обратной связи будет иметь ярко выраженный максимум на частоте  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ .

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

В качестве активного элемента для реализации малошумящего усилителя выбираем операционный усилитель AD797. Данный операционный усилитель имеет низкий уровень собственных шумов. Основным параметром усилителя является уровень шума на частоте 10 Гц – 1,7 нВ. Принципиальная схема малошумящего избирательного усилителя приведена на рис. 3.

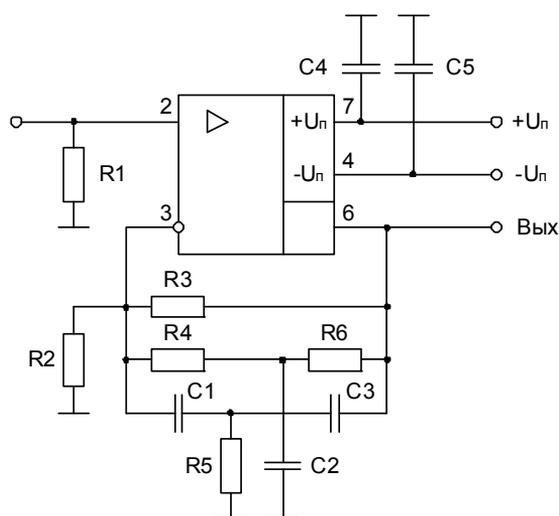


Рис. 3. Малошумящий избирательный усилитель



Рис. 4. Осциллограф PicoScope 4000

В цепь отрицательной обратной связи включен 2Т-фильтр, свойства которого рассмотрены выше.

В качестве высокочувствительного измерительного устройства использован осциллограф «PicoScopes», предназначенный для отображения, анализа, записи и измерения параметров сигналов. Осциллограф позволяет осуществить одновременную визуализацию, анализ и запись в реальном масштабе времени.

Осциллограф PicoScope 4000 имеет компактные размеры (всего 200×140×35 мм) и массу менее 500 г и является приставкой к выбранному ПК.

Специально разработанная программа обеспечивает статистическую обработку результатов измерения выборки и позволяет определить уровень отбраковки для данного типа транзисторов. В дальнейшем эта программа отмечает транзисторы, у которых спектральная плотность мощности шумов превышает уровень отбраковки.

#### Литература

1. Козловский Э.Ю., Осипов А.М., Селезнев Б.И. Особенности малошумящих усилителей // Вестник Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого. 2013. № 4. С. 52.
2. Мехоношин В.С. Надёжность технических систем и техногенный риск. Ульяновск: УВАУГА, 2004.
3. Пряников В.С. Прогнозирование отказов полупроводниковых приборов. М.: Энергия, 1978. 112 с.

---

**ПРЯНИКОВ ВИССАРИОН СЕМЕНОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры радиотехники и радиотехнических систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (pryanikoff@list.ru).

---

#### V. PRYANIKOV

#### INPUT CONTROL IN TRANSISTORS BY LEVEL OF LOW-FREQUENCY NOISE

**Key words:** reliability, low-frequency noise, transistor, input control, automated system, low-noise amplifier.

*In this article automated system of potentially-unreliable transistors rejection by level of low-frequency noise is offered. Implementation of this system at the input control phase considerably improves the operational reliability of radio electronic systems. Particular attention is paid to the development of a selective low-noise amplifier.*

#### References

1. Kozlovskii E.U., Osipov A.M., Seleznev B.I. *Osobennosti maloshumyashih usilitelei* [Features of low-noise amplifiers]. *Vestnik Novgorodskogo gosudarstvennogo universiteta im. Yaroslava Mudrogo* [Bulletin of the Novgorod State University named after Yaroslav Mydri], 2013, no. 4, p. 52.
2. Mechonshin V.S. *Nadezhnost technicheskikh system i technogennyi risk* [The reliability of industrial systems and technological risks]. Ulyanovsk, 2004.
3. Pryanikov V.S. *Prognozirovanie otkazov poluprovodnikovih priborov* [Predicting of semiconductor devices failure]. Moscow, Energia Publ., 1978, 112 p.

---

**PRYANIKOV VISSARION** – Doctor of Technical Sciences, Professor of Radio and Radio Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (pryanikoff@list.ru).

---

**Ссылка на статью:** Пряников В.С. Организация входного контроля транзисторов по уровню низкочастотного шума // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 173–176.

УДК 621.22 (621.313)

ББК 31.261.62 (31.56)

И.Ю. СЕМЫКИНА, М.В. КИПЕРВАССЕР,  
А.В. ГЕРАСИМУК, Ш.Р. ГУЛАМОВ**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОПАДАНИЯ  
ПОСТОРОННЕГО ПРЕДМЕТА В РАБОЧЕЕ КОЛЕСО НАСОСА  
НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ПРИВОДНОГО ДВИГАТЕЛЯ**

**Ключевые слова:** гидравлическая машина, насосная установка, двигатель, мощность, контроль электрических и механических параметров, функциональная схема.

*В статье рассмотрен аварийный случай попадания постороннего предмета в рабочее колесо насоса с целью анализа влияния этого события на ток статора приводного электродвигателя. Анализ необходим для оценки применимости метода косвенной диагностики аварийных режимов работы оборудования посредством контроля тока статора. Для решения поставленной задачи разработана математическая модель насосной установки и рассматриваемой аварийной ситуации. Для изучения поведения тока статора электродвигателя в ситуации попадания постороннего предмета в насос проведено математическое моделирование в среде MatLab Simulink. Получены величины отклонений тока в рассматриваемой аварийной ситуации. Сделан вывод о возможности применения косвенного метода диагностики аварийных режимов работы для высокооборотистых насосов. Метод может быть использован для создания системы защиты насоса от попадания посторонних предметов.*

Насосы – это гидравлические машины, предназначенные для перемещения жидкостей под напором. Они преобразуют механическую энергию, поступающую от приводного электродвигателя, в энергию движения жидкости, поднимая её на определённую высоту или перемещая на определённое расстояние по горизонтали [3]. Одними из наиболее часто используемых являются центробежные насосные установки. Такие насосные установки нашли широкое применение в разных отраслях промышленности – в системах водоотведения шахт и рудников, в городских насосных станциях (горячее и холодное водоснабжение, канализация), на ТЭЦ, ГРЭС, АЭС (циркуляционные, питательные, конденсатные и др. насосы), на заводах нефтехимической, металлургической, пищевой промышленности для перекачки различных жидкостей, в сельском хозяйстве (оросительные системы) и строительстве (для намыва земляных сооружений, подачи бетона и строительных смесей, откачка воды), при разработке полезных ископаемых [1].

В ряде случаев насосы являются особо ответственными агрегатами. От их надёжной и бесперебойной работы зависят функционирование сложных объектов и безопасность персонала. К таким случаям относятся насосы систем водоснабжения городов, циркуляционные насосы контуров охлаждения АЭС, водоотлив горнодобывающих предприятий, насосы систем охлаждения доменных печей. Указанные обстоятельства обуславливают необходимость разработки более совершенных систем защиты насосных установок от аварийных и ненормальных режимов работы.

В процессе эксплуатации насоса периодически встречаются ситуации, когда в силу стечения ряда обстоятельств в рабочее колесо попадает посторо-

ронный предмет. При достаточно большом размере этот предмет может застрять в рабочем колесе насоса. Такой режим является аварийным, так как приводит к разбалансировке колеса, возникновению вибраций, что, в свою очередь, ведёт к преждевременному износу подшипников, а в некоторых случаях и к выходу насоса из строя (когда предмет достаточно крупный и тяжёлый, а у насоса высокая частота вращения).

При работе насоса в нормальном режиме его колесо сбалансировано. Это означает следующее: на каждый  $i$ -й элемент колеса массой  $m_i$ , расположенный на одном радиусе, действует центробежная сила  $F_{Цi}$  (рис. 1).

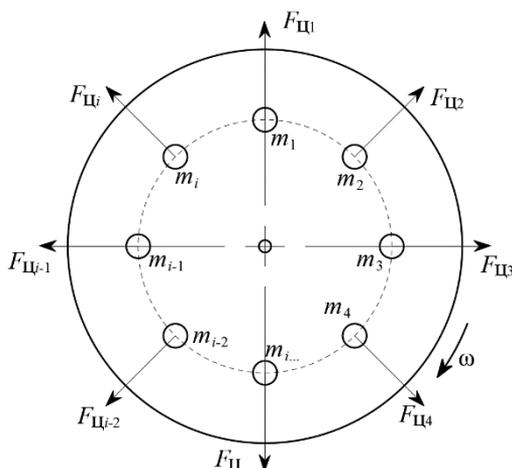


Рис. 1. Баланс сил, действующих на элементы колеса насоса

В таком случае, так как колесо однородное и обладает центральной симметрией, следует, что все силы относительно центра вращения скомпенсированы – их векторная сумма равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{Цi} = 0. \quad (1)$$

Колесо насоса испытывает нагрузки, связанные только с работой по перекачиванию жидкости: осевые нагрузки, вызванные реактивностью насоса; нагрузки на лопатки колеса вследствие сопротивления со стороны жидкости.

Когда предмет массой  $m$  попадает в колесо насоса и застревает в нём, в колесе появляется ещё один дополнительный элемент, вращающийся на некотором расстоянии  $R$  от центра вращения (рис. 2).

Это расстояние представляет собой произвольную величину и будет зависеть от геометрических параметров как предмета, попавшего в колесо, так и от геометрических параметров самого колеса. На предмет действует центробежная сила [7]

$$F_{Цm} = m\omega^2 R = m \left( \frac{\pi n}{30} \right)^2 R = 0,011n^2 mR, \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота вращения, рад./с;  $n$  – частота вращения, об./мин.

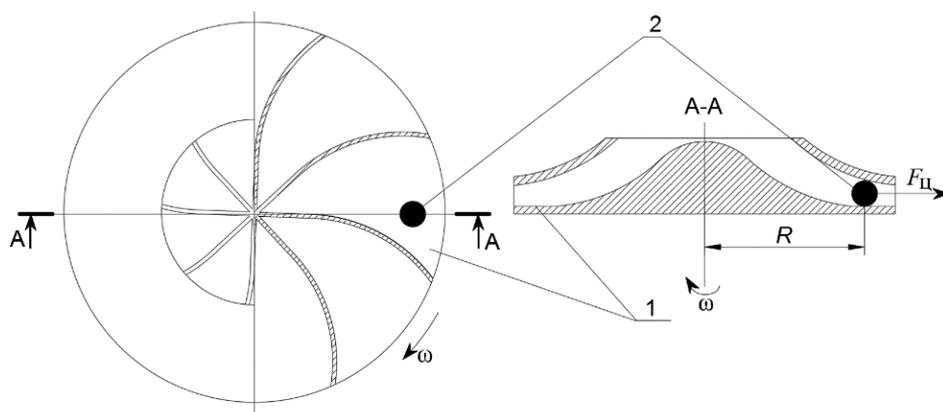


Рис. 2. Схематичное изображения постороннего предмета в рабочем колесе насоса с указанием действующих на него сил:  
1 – рабочее колесо насоса; 2 – посторонний предмет

Под действием центробежной силы предмет прижимается к колесу и оказывает на него силовое воздействие, тем самым нарушая его симметрию с точки зрения как распределения массы, так и, соответственно, баланса сил. В связи с этим выражение (1) примет следующий вид:

$$\vec{F}_{Ц\Sigma} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ЦГ_i} + \vec{F}_{Цп} = \vec{F}_{Цп}. \quad (3)$$

Таким образом, колесо насоса начинает испытывать воздействие некомпенсированной центробежной силы  $F_{ЦГ}$ , вектор которой вращается вместе с колесом. На практике это явление называется «биение».

Сила  $F_{Цп}$  создаёт дополнительную нагрузку на опорные подшипники насоса (или на направляющие подшипники, если насос вертикального исполнения). Как следствие – возрастает сила трения в подшипниках [6]:

$$F_{Тр} = \mu_{Тр} F_{Цп}, \quad (4)$$

где  $\mu_{Тр}$  – коэффициент трения скольжения подшипника (для баббита ориентировочно равняется 0,005).

Увеличение трения в подшипниках создаёт дополнительный момент сопротивления на валу двигателя

$$M_{доп} = \frac{1}{2} D_B \cdot F_{Тр}, \quad (5)$$

где  $D_B$  – диаметр вала насоса, м.

Исходя из вышеизложенного наличие постороннего предмета в насосе создаёт дополнительный наброс механической мощности на валу двигателя, определяемый по известной формуле [2]:

$$N_{доп} = 9,554 M_{доп} n. \quad (6)$$

С учётом формул (2), (4), (5) формула (6) примет вид

$$N_{доп} = 0,0524 \mu_{Тр} m n^3 R D_B. \quad (7)$$

На рис. 3, а приведены графики зависимости наброса механической мощности на валу двигателя от расстояния от постороннего предмета до центра вращения при попадании в насос предмета массой от 0,5 до 3 кг. В качестве насосной установки рассматривается агрегат в составе насоса АД-4000-95-2-С (подача 4000 м<sup>3</sup>/ч, напор 95 м) с двигателем СДН 2-16-59-6У3 мощностью 1600 кВт. Номинальная частота вращения насоса составляет 1000 об./мин, диаметр вала 200 мм, диаметр рабочего колеса 1200 мм. Согласно заводским рабочим характеристикам, потребляемая механическая мощность составляет приблизительно 900 кВт при номинальной подаче.

На рис. 3, б приведена зависимость наброса механической мощности от массы предмета и частоты вращения. Принято, что  $R = 0,5$  м.

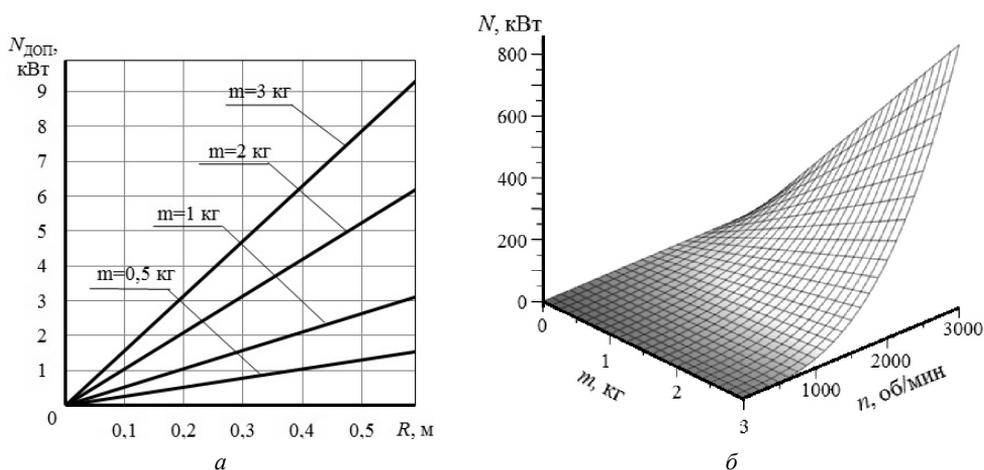


Рис. 3. Зависимость наброса мощности на валу двигателя:  
а – от  $R$  и  $m$  при 1000 об./мин; б – от  $m$  и  $n$  при  $R = 0,5$  м

Графики рис. 3 свидетельствуют о том, что при низких частотах вращения наброс мощности составляет незначительную часть от мощности, потребляемой насосом, и линейно зависит от массы попавшего в насос предмета. Однако, как следует из формулы (7), с ростом частоты наброс резко возрастает, пропорционально третьей степени частоты вращения. Прежде всего это говорит о недопустимости попадания посторонних предметов в высокооборотные насосы (высоконапорные насосы), так как наличие постороннего предмета будет создавать большие силовые воздействия на колесо и насос в целом, что в конечном счёте приведёт в его разрушению.

Для получения сведений о поведении электрических параметров приводного электродвигателя насоса в условиях попадания в насос постороннего предмета исследовалась математическая модель насосной установки. Математическое моделирование процесса работы установки проводилось в среде MatLab Simulink. Состав насосной установки указан ранее. Модель двигателя реализована на известной системе уравнений Парка–Горева [4]. При моделировании принималось, что в насос на четвёртой секунде попадает предмет массой 3 кг и застревает на расстоянии  $R = 0,5$  м. Частота вращения

1000 об./мин. Дополнительно проведено моделирование для частоты вращения 3000 об./мин. На рис. 4 представлена реализация блока имитации насоса стандартными блоками Simulink.

На рис. 5 представлена функциональная схема реализации блока моделирования попадания постороннего предмета.

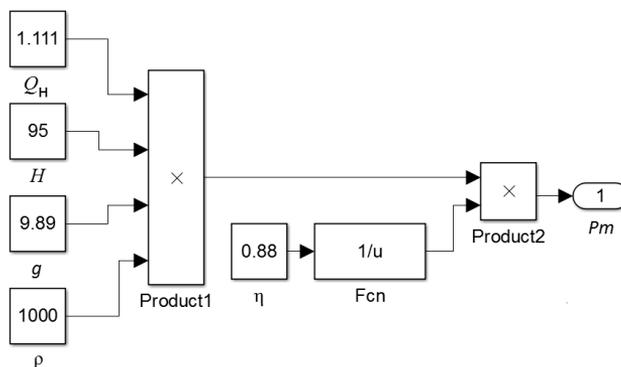


Рис. 4. Реализация связей блока насоса

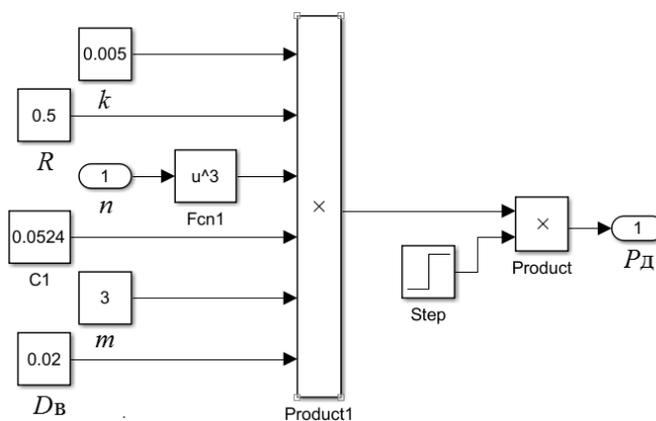


Рис. 5. Реализация связей блока имитации попадания в насос постороннего предмета

Функциональная схема модели насосной установки приведена на рис. 6.

На рис. 7 приведены диаграммы тока фазы статора приводного двигателя насоса при попадании постороннего предмета в насос с частотой вращения 1000 об./мин (а) и 3000 об./мин (б).

Согласно диаграмме нагрузки следует, что при невысоких частотах вращения бросок тока в фазе статора обладает незначительной, практически неразличимой на фоне эксплуатационных колебаний тока амплитудой. Получение броска тока, достаточного для его фиксации, в данном случае возможно только при попадании в насос более тяжелых предметов.

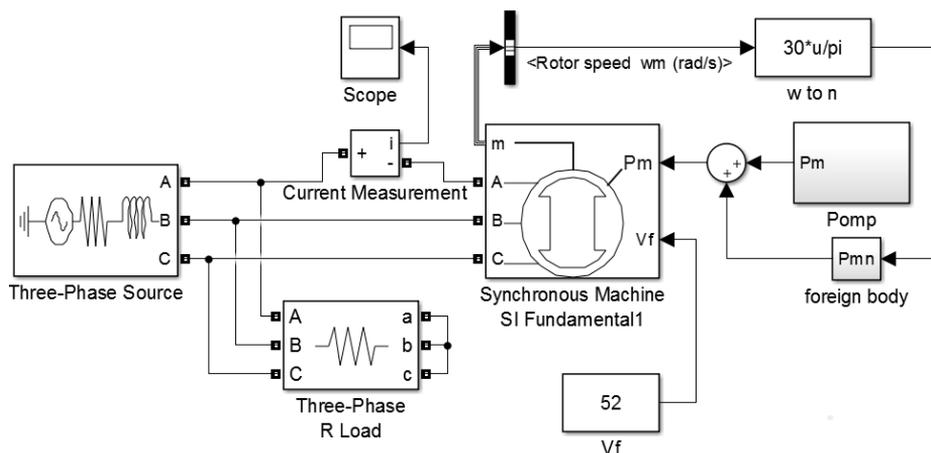


Рис. 6. Реализация связей блока насосной установки

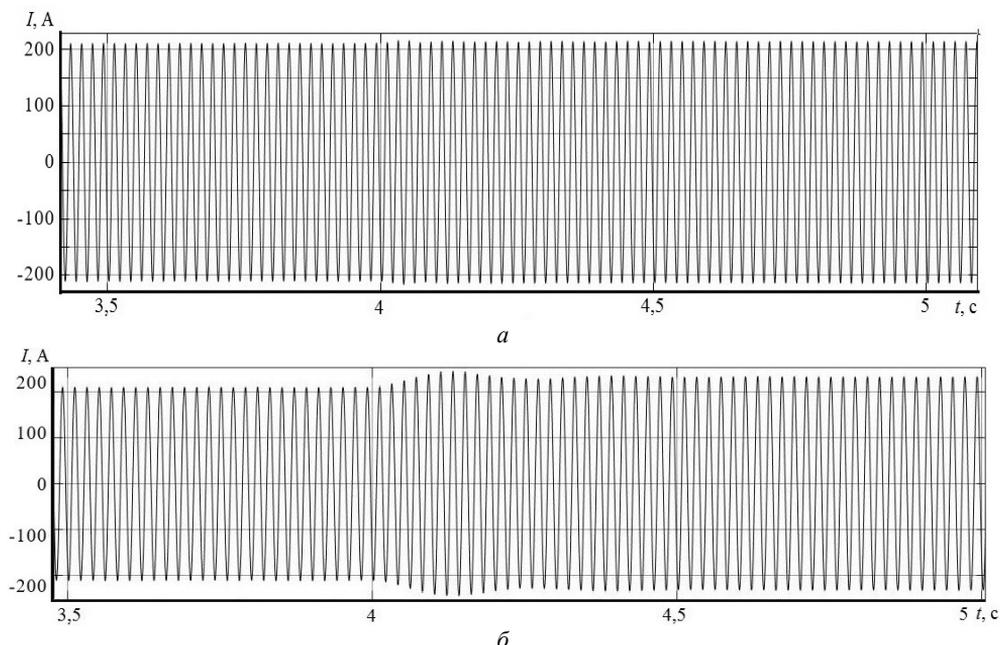


Рис. 7. Диаграммы токов фазы статора приводного двигателя насоса при попадании постороннего предмета:  
 а – при 1000 об./мин; б – при 3000 об./мин

При высоких частотах вращения бросок тока может достигать 125% номинального тока (при заданных условиях), так как мощность нагрузки зависит от третьей степени частоты вращения. Величина тока достаточна, чтобы её можно было зафиксировать стандартными методами измерения. Из этого следует, что для быстроходных насосов возможно применять косвенный метод распознавания аварийных ситуаций [5] и создать систему защиты насоса от попадания посторонних предметов на основе анализа бросков тока.

## Литература

1. Абдурашитов С.А., Тупиченков А.А. Насосы и компрессоры. М.: Недра, 1974. 296 с.
2. Вольдек А.И. Электрические машины. Л.: Энергия, 1974.
3. Карелин В.Я., Минаев А.В. Насосы и насосные станции. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1986. 320 с.
4. Пугачёв Е.В., Кипервассер М.В., Герасимук А.В. Исследование воздействия помпажа турбокомпрессора на энергетические характеристики приводного двигателя // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2016. № 2(114). С. 84–91.
5. Пугачёв Е.В., Кипервассер М.В., Инжелевская О.В. Методика автоматического распознавания аварийных ситуаций оборудования компрессорных станций // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2011. № 4. С. 51–54.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики: в 5 т. Т. I. Механика. 4-е изд., стереот. М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2005. 560 с.
7. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. М.: Высш. шк., 1966. Ч. 1. 429 с.

---

**СЕМЫКИНА ИРИНА ЮРЬЕВНА** – доктор технических наук, доцент, директор института энергетики, Кузбасский государственный технический университет, Россия, Кемерово (siyu.eav@kuzstu.ru).

**КИПЕРВАССЕР МИХАИЛ ВЕНИАМИНОВИЧ** – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электротехники и электрооборудования, Сибирский государственный индустриальный университет, Россия, Новокузнецк (kipervasser2012@yandex.ru).

**ГЕРАСИМУК АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ** – аспирант кафедры электротехники и электрооборудования, Сибирский государственный индустриальный университет, Россия, Новокузнецк (heavymetal7200@gmail.com).

**ГУЛАМОВ ШУХРАТ РАХМАТУЛЛОЕВИЧ** – аспирант кафедры электротехники и электрооборудования, Сибирский государственный индустриальный университет, Россия, Новокузнецк (Shuhrat\_83\_1@mail.ru).

---

**I. SEMYKINA, M. KIPERVASSER, A. GERASIMUK, Sh. GULAMOV**  
**STUDY OF THE EFFECT PRODUCED BY A FOREIGN OBJECT**  
**IN AN IMPELLER PUMP ON ENERGY PERFORMANCE CAPABILITIES**  
**IN DRIVE MOTOR**

**Key words:** *hydraulic machine, pumping unit, motor, power, electrical and mechanical parameter control, functional diagram.*

*The article deals with the case of emergency when a foreign object gets into an impeller pump for the purpose of analysing its effect on the current in a drive motor stator. Analysis is needed to assess the applicability of the indirect diagnostics method for emergency state operation of equipment by means of monitoring the current in the stator. To solve this problem, a mathematical model of a pump unit is developed. To study the operation of current in a motor stator in such condition, mathematical modeling in MatLab Simulink is conducted. Current variation values in the case of emergency under consideration are obtained. The conclusion is made that the indirect diagnostics method for emergency state operation can be applied for high-speed pumps and it can be used to develop a new protection system.*

## References

1. Abdurashitov S.A., Tupichenkov A.A. *Nasosy i kompressory* [Pumps and compressors]. Moscow, Nedra Publ., 1974, 296 p.
2. Vol'dek A.I. *Elektricheskie mashiny* [Electrical machines]. Leningrad, Energiya Publ., 1974.

3. Karelin V.Ya., Minaev A.V. *Nasosy i nasosnye stantsii* [Pumps and pumping stations]. Moscow, Stroizdat Publ., 1986, 320 p.
4. Pugachjov E.V., Kipervasser M.V., Gerasimuk A.V. *Issledovanie vozdejstviya pompazha turbo-kompressora na energeticheskie karakteristiki privodnogo dvigatelya* [Study on the impact of the surge of turbocharger on the energy characteristics of the drive motor]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2016, no. 2(114), pp. 84–90.
5. Pugachev E.V., Kipervasser M.V., Inzhelevskaja O.V. *Metodika avtomaticheskogo raspoznavaniya avariinyh situacii oborudovaniya kompressornyh stancii* [Method of automatic recognition of emergency compressor stations]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2011, no. 4, pp. 51–55.
6. Sivuhin D.V. *Obshhii kurs fiziki: v 5 t. T. I. Mehanika* [The general course of physics. Vol. I: Mechanics]. Moscow, FIZMATLIT Publ., MFTI Publ., 2005, 560 p.
7. Yablonskii A.A. *Kurs teoreticheskoi mehaniki* [Course of theoretical mechanics]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1966, part 1, 429 p.

---

**SEMYKINA IRINA – Doctor of Technical Sciences, Director of Institute of energy, Kuzbass State Technical University, Russia, Kemerovo.**

**KIPERVASSER MIKHAIL – Candidate of Technical Sciences, Head of Electrical Engineering and Electrical Equipment Department, Siberian State Industrial University, Russia, Novokuznetsk (kipervasser2012@yandex.ru).**

**GERASIMUK ALEKSANDR – Post-Graduate Student of Electrical Engineering and Electrical Equipment Department, Siberian State Industrial University, Russia, Novokuznetsk (heavymetal7200@gmail.com).**

**GULAMOV SHUHRAT – Post-Graduate Student of Electrical Engineering and Electrical Equipment Department, Siberian State Industrial University, Russia, Novokuznetsk (Shuhrat\_83\_1@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Семькина И.Ю., Кипервассер М.В., Герасимук А.В., Гуламов Ш.Р. Исследование влияния попадания постороннего предмета в рабочее колесо насоса на энергетические характеристики приводного двигателя // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 177–184.

УДК 621.316.53

ББК 31.264-04

Е.П. ШАЛУНОВ, В.М. СМИРНОВ

**ВЫСОКОРЕСУРСНЫЕ И ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИЕ  
КОММУТАЦИОННЫЕ КОНТАКТЫ  
ИЗ ОБЪЕМНЫХ НАНОСТРУКТУРНЫХ МАТЕРИАЛОВ  
НА ОСНОВЕ ПОРОШКОВОЙ МЕДИ  
ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ УСТАНОВОК**

***Ключевые слова:** коммутационные контакты, разрывные контакты, электроды контактной сварки, реакционное механическое легирование, объемные наноструктурные материалы, дугостойкость, залипание контактов, ресурс.*

*Приводятся коммутационные контакты из разработанных объемных наноструктурных материалов (ОНМ) на основе порошковой меди системы  $\text{Cu-Al-C-O}$  и результаты их сравнительных стендовых и натурных испытаний, которые показали, что разрывные контакты из ОНМ с условным обозначением МАГ 25-15К могут служить безусловной альтернативой серебряным контактам, обеспечивая помимо высокого технического также значительный экономический эффект. Электроды точечной контактной сварки из ОНМ МАГ 80-15КС являются эффективной заменой электродам из циркониевых, хромоциркониевых бронз и дисперсно-упрочненного композиционного материала на основе меди AL-60 GlidCop®.*

Анализ работы наиболее совершенных электрических аппаратов и электротехнологических установок показывает, что их работоспособность и надежность во многом зависят от используемых в них различных коммутационных контактов – соответственно разрывных контактов и электродов. Для высоконагруженных и даже средненагруженных коммутационных контактов возникновение электрической дуги при их сближении и расхождении является характерным явлением. Возникающая дуга вызывает значительный механический и электрический износ контактов. При замыкании контактов с достаточно большим усилием (например, при контактной точечной сварке) в зоне контактирования в результате нагрева поверхности контактов их материал подвергается пластической деформации, что сопровождается течением металла в какую-либо сторону и выходом его за первоначальные габариты контактов [1, 8]. Еще одним видом отказов, наблюдающихся в практике эксплуатации коммутационных контактов, является их «залипание», т.е. приваривание друг к другу. Этот вид отказа расценивается в соответствии с ГОСТ 27.002-89 «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и последствия» как сбой.

Исходя из изложенного выше наиболее востребуемыми электрическими контактами и электродами для современных и перспективных электрических аппаратов и электротехнологических установок являются те, в которых используются новые электроконтактные материалы, обладающие помимо хорошей электро- и теплопроводности, электроэрозионной стойкости также высокой жаропрочностью, благодаря которой удастся сохранять первоначальные геометрические параметры электрических контактов в более длительный пери-

од времени, в том числе при высоких плотностях токовой нагрузки, и тем самым повысить их ресурс [1, 8].

Также очевидно, что электрические контакты не должны быть дорогими и труднопроизводимыми в промышленных условиях. Поэтому в последние годы во всем мире предпринимаются усилия по замене электрических контактов из серебра и композиционных материалов на его основе (Ag-CdO, Ag-PbO, Ag-CuO, Ag-SnO<sub>2</sub>, Ag-Ni, Ag-C, Ag-W и др.) на более дешевые, но обладающие не худшими эксплуатационными свойствами. При этом в качестве материала для разрывных контактов во многих случаях используется техническая медь. Однако ее применение в разрывных контактах электрических аппаратов при повышенной плотности коммутируемого тока сопряжено со значительными проблемами, а в электродах электротехнологических установок, в частности машин для контактной сварки, медь вообще не может применяться [1, 5, 8].

Для указанных целей используются различные дисперсионно-твердеющие медные сплавы, в которых повышение прочностных свойств обеспечивается за счет легирования медной основы. При этом легирование меди ведется лишь такими элементами, которые значительно повышают прочность и в меньшей степени влияют на снижение ее электропроводности. К таким легирующим элементам относятся кадмий, хром, цирконий, магний. В частности, введение в медь 1% масс. Zr или Cr повышает ее твердость в 2,5 раза, а электропроводность уменьшается на 25-30%. [5]. Однако дисперсионно-твердеющие медные сплавы сохраняют свои прочностные свойства лишь до температур, составляющих 0,5-0,6 температуры плавления  $T_{пл}$  меди, а уже при  $0,7T_{пл}$  они приближаются к прочностным характеристикам чистой меди. Например, хромоциркониевая бронза БрХЦр, наиболее широко применяемая для изготовления электродов контактной сварки, имеет температуру рекристаллизации, не превышающую 550°C [5].

По сравнению с дисперсионно-твердеющими сплавами, в которых существование мелкодисперсной фазы-упрочнителя зависит от температуры нагрева сплава (в частности, при высоких температурах она растворяется в матрице), все более находящие применение дисперсно-упрочненные композиционные материалы (ДУКМ) на медной основе [3] содержат фазы-упрочнители, которые не растворяются в меди и не взаимодействуют с ней вплоть до температуры ее плавления. Эти фазы представляют собой мелкодисперсные равномерно распределенные в медной матрице частицы оксидов, карбидов, боридов, нитридов и других динамически термостабильных соединений, которые являются препятствием для дислокаций, в том числе при нагреве материала. Этим обуславливаются наилучшие прочностные характеристики материалов данного класса не только при нормальной, но и при высоких температурах. Следует отметить, если размеры указанных выше частиц в дисперсно-упрочненных материалах не превосходят 100 нм, их относят к объемным наноструктурным материалам (ОНМ) [2].

В работах [1, 8] отмечается, что объемные наноструктурные материалы на медной основе благодаря своим свойствам и структуре могут в наиболь-

шей степени отвечать требованиям, которые предъявляются к материалам коммутационных контактов современных и перспективных электрических аппаратов и электротехнологических установок.

Одной из наиболее прогрессивных технологий получения ОНМ для электрических контактов является технология, основанная на методе реакционного механического легирования в высокоэнергетических шаровых мельницах, например, атриторах [10, 15, 16]. В частности, авторами работы [17] данный метод был использован для получения ОНМ системы Cu-Al-O из элементарных порошков меди и алюминия. В результате осуществления механохимического синтеза во время обработки порошковой смеси в атриторе алюминий и кислород воздуха в рабочей камере атритора образовывали оксид алюминия, размер частиц которого составлял 28-90 нм. Но при этом также образовывались и достаточно крупные частицы оксидов меди, резко снижающих электропроводность получаемых материалов. Следует добавить, что поскольку кислорода воздуха в атриторе было недостаточно для получения требуемого для упрочнения материалов оксида алюминия, то для дополнительного окисления свободного алюминия проводилась термообработка полученной в атриторе гранульной композиции в окислительной среде водяного пара, к которому добавлялось строго определенное количество водорода для одновременного восстановления меди из ее оксидов. Термообработанные гранульные композиции далее подвергали холодному компактированию в брикеты, которые затем в горячем виде экструдировали в прутки. Рекристаллизация и связанное с ней разупрочнение данных материалов наблюдалось лишь при температурах свыше 800°C [17], что объясняется созданием в них действительно достаточно оптимальной с позиций теории дисперсного упрочнения [7] структуры, особенно, тонкой, характеризующейся как наличием в ней субзерен нанодисперсного уровня и упрочняющих наночастиц оксида алюминия, так и высокой плотностью дефектов кристаллического строения.

Однако необходимость использования в технологическом процессе термообработки в водородной среде со строго определенным соотношением восстановителя (водорода) и окислителя (водяного пара) делает получаемые материалы дорогостоящими, а процесс формирования их свойств – сложно контролируемым, в связи с чем данная технология не нашла промышленного применения.

**Цель настоящей работы** – получение на основе медных наноструктурных материалов высокоресурсных и энергосберегающих коммутационных контактов, в частности разрывных контактов и электродов для наиболее современных и перспективных электрических аппаратов и электротехнологических установок.

**Материалы для коммутационных контактов и их получение.** В настоящей работе для получения объемных наноструктурных материалов для коммутационных контактов так же, как и в [17], использовались элементарные порошки меди и алюминия, которые подвергались совместной обработке в атриторе. Однако в целях упрощения технологии и, соответственно, удешевления получаемых материалов, а также повышения их физико-механи-

ческих и эксплуатационных свойств, прежде всего электропроводности, жаропрочности, дугостойкости, сопротивления «залипанию», в исходный порошок состав из порошков меди и алюминия дополнительно вводился углерод в виде графита и порошок оксида меди [9, 12–14]. Углерод препятствует окислению меди при ее обработке в воздушной среде рабочей камеры атритора и является источником образования углекислого газа при дальнейшей термообработке полученных в атриторе гранул, обеспечивающего как восстановление меди из ее оксидов, так и предотвращение этих гранул от окисления во время термомеханических переделов. При этом часть углерода может быть оставлена в конечном материале в ультрадисперсной форме в виде его антиадгезионной добавки. Введенный в исходную порошковую смесь оксид меди, наряду с кислородом воздуха в рабочей камере атритора, обеспечивает более полное окисление порошкового алюминия, т.е. образование упрочняющих наночастиц оксида алюминия  $Al_2O_3$ . Термообработка гранул производилась не в смеси водорода и водяного пара, а в среде углекислого газа, образываемого при нагреве древесного карбюратора.

В качестве исходных порошков при получении ОНМ системы Cu-Al-C-O для электрических контактов использовались электролитический порошок меди ПМС-1 (ГОСТ 4960-75), порошок технического алюминия ПП-1 (ГОСТ 5592-71), углерод в виде порошка карандашного графита ГК-3 (ГОСТ 4404-78) и порошок оксида меди CuO ЧДА (ГОСТ 16539-79).

Обработка порошковых смесей различных составов производилась в атриторе с емкостью рабочей камеры 15 л в течение 60 мин с частотой вращения ротора атритора 600 об./мин в среде воздуха его рабочей камеры. При этом осуществлялось варьирование содержанием алюминия в пределах 0,25–1,00% масс., углерода – 0,15–0,30% масс., оксида меди – 1,32–3,50% масс. Что касается содержания кислорода (из воздуха рабочей камеры атритора) в порошковой смеси, то оно при указанных выше режимах ее обработки в атриторе может быть принято постоянным – 0,155% масс. [14].

Технологический передел полученных гранул в полуфабрикаты в виде прутков круглого и прямоугольного сечений, размеры которых определялись формой и размерами изготавливаемых из них конкретных разрывных контактов и электродов, в общем случае включал следующие операции:

- термообработка гранул в помещенном в электропечь технологическом контейнере, содержащем углекислый газ;
- холодное двустороннее прессование гранул в цилиндрические брикеты в контейнере гидропресса;
- нагрев брикетов в технологических капсулах, помещенных в электропечь и содержащих углекислый газ, и последующая их экструзия в полуфабрикаты с использованием подогретого контейнера гидропресса.

Конкретные режимы указанных выше операций технологического передела зависели как от химического состава получаемых материалов, так и от формы и размеров изготавливаемых из них полуфабрикатов [12–14].

Полученные материалы различных составов и, соответственно, с различными физико-механическими свойствами подробно исследованы авторами в

их работах [12–14]. Анализ этих материалов позволил выделить из них те, которые в наибольшей степени подходят для изготовления коммутационных контактов современных и перспективных электрических аппаратов и электротехнологических установок. В табл. 1 приведены основные физико-механические свойства этих материалов, имеющих такие условные обозначения, как МАГ 25-15К, МАГ 40-2К, МАГ 50-25К и МАГ 80-15КС, а также для сравнения – электротехнической хромоциркониевой бронзы БрХЦр и зарубежного (США) дисперсно-упрочненного композиционного материала (ДУКМ) системы Cu-Al-O марки AL-60 под торговым знаком GlidCop® [9].

Таблица 1

**Основные физико-механические свойства различных электроконтактных материалов на основе меди**

Электроконтактные материалы	Отн. электропроводность, % IACS	Теплопроводность, Вт/м×К	Температура рекристаллизации, °С	Твердость, НВ <sub>5/750/30</sub>	Предел прочности при растяжении, МПа	Отн. удлинение, %
<i>Разработанные электроконтактные материалы</i>						
МАГ 25-15К	92	339	830	128	400	21,0
МАГ-40-20К	87	325	840	140	420	15,0
МАГ 50-25К	85	315	870	140	492	15,0
МАГ 80-15КС	80	309	850	178	496	14,0
<i>Традиционные электроконтактные материалы</i>						
БрХЦр	75	320	550	155	490	15,0
AL-60 GlidCop®	78	287	860	138	513	20,5

Стереологический анализ дисперсных частиц, проведенный на угольных репликах полученных материалов, показал, что примерно 90% этих частиц имеют средний размер до 35 нм. Расшифровка микроэлектронограмм от фольг и рентгеноструктурный анализ анодного осадка материалов системы Cu-Al-S-O позволили установить, что основными дисперсными частицами являются частицы окиси алюминия  $\gamma$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Стереологический анализ субзерен, проведенный на тонких фольгах из исследуемых материалов, выявил, что их размеры не превышают 100-120 нм.

Сбалансированный химический состав и указанные параметры структурных составляющих разработанных материалов обеспечили им более высокую, чем у традиционных электроконтактных материалов на основе меди, электропроводность (80-92% от электропроводности чистой меди) при практически равных с ними прочностных и пластических свойствах. При этом разработанные материалы имеют такую же, как и дисперсно-упрочненный материал системы Cu-Al-O марки AL-60 GlidCop®, высокую температуру рекристаллизации – 830–870°С.

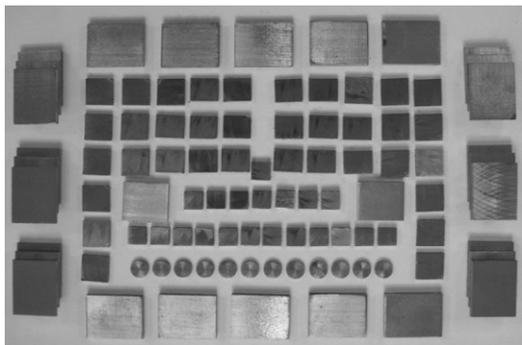


Рис. 1. Плоские разрывные контакты из объемных наноструктурных материалов системы Cu-Al-C-O



Рис. 2. Электроды точечной контактной сварки из объемных наноструктурных материалов системы Cu-Al-C-O

Благодаря приведенным выше параметрам структурных составляющих разработанные материалы относятся к объемным наноструктурным материалам.

Изготовление плоских разрывных контактов (напаяек) электрических аппаратов (рис. 1) осуществлялось путем резки горячеэкструдированных прутков прямоугольного и круглого сечений на мерные заготовки и их последующего шлифования.

Электроды колпачкового типа F16 по ISO 5821:2009 для контактной точечной сварки (рис. 2) изготавливались методом холодной объемной штамповки предварительно нарезанных от прутков мерных заготовок или методом их точения.

Указанные выше разрывные контакты электрических аппаратов и электроды для контактной

точечной сварки были подвергнуты стендовым и натурным испытаниям. При этом, для сравнения, таким же испытаниям подвергались аналогичные по форме и размерам коммутационные контакты, изготовленные из традиционных электроконтактных материалов.

#### **Стендовые испытания коммутационных контактов и их результаты.**

Стендовые испытания коммутационных контактов из полученных ОНМ системы Cu-Al-C-O проводились с целью выявления среди них наиболее подходящих материалов, которые могли бы быть в дальнейшем использованы для проведения натурных испытаний изготовленных из них разрывных контактов и электродов контактной точечной сварки.

Для определения стойкости коммутационных контактов из разработанных материалов к воздействию электрической дуги была использована приведенная в [8] методика испытаний электрических контактов, согласно которой их стойкость к такому воздействию оценивается по скорости изнашивания контакта. При этом скорость изнашивания определяется как отношение изменения объема материала контакта при дуговом воздействии ко времени действия дуги, а изменение объема – как отношение изменения массы к плотности данного материала. Контакт, у которого скорость изнашивания оказывается наименьшей, и является наиболее устойчивым к дуговому воздействию.

Для проведения сравнительных испытаний на стойкость к дуговому воздействию были использованы по три пары одинаковых контактов в форме

диска диаметром 10 мм, изготовленных как из приведенных в табл. 1 медных ОНМ, так и из технической меди М1. Контакты припаивались к медным электрододержателям, соединенным с силовым блоком испытательной установки посредством высоковольтных кабелей. Перед проведением испытаний рабочие поверхности контактов зачищались и затем пара контактов из одного и того же материала выставлялась таким образом, чтобы рабочие поверхности контактов имели между собой зазор, равный 10 мм. По завершении данной операции между этими поверхностями контактов устанавливался «запал» в виде тонкой витой проволоки диаметром не более 0,5 мм для возникновения короткого замыкания. Сгорание «запала» имитировало процесс размыкания электрических контактов, при котором происходит зажигание электрической дуги. Через таким образом закороченный воздушный промежуток между двумя электродами пропускаться импульс тока, параметры которого характерны для дугогасительных контактов быстродействующих выключателей, например, подстанций контактной сети железных дорог постоянного тока [1, 8]. В частности, регистрируемый осциллографом импульс тока состоял из трех основных ступеней. Первая ступень характеризовалась полусинусоидальной формой тока с длительностью по основанию 0,03-0,04 с и амплитудой 2,4-2,6 кА. На второй ступени электрический ток был практически постоянным с силой 2,5-2,6 кА при длительности 0,12-0,13 с. На третьей ступени, соответствующей процессу гашения электрической дуги, сила электрического тока за 0,01 с практически линейно падала до нуля.

В результате испытаний было установлено, что наименьшую скорость изнашивания контактов из разработанных материалов имели контакты, изготовленные из медного ОНМ системы Cu-Al-C-O МАГ 80-15КС. При этом средняя скорость изнашивания контакта, выполнявшего роль катода, составила 0,55 см<sup>3</sup>/с, а контакта, бывшего анодом, – 0,23 см<sup>3</sup>/с. Скорость же изнашивания таких же контактов из меди составила, соответственно, 1,64 см<sup>3</sup>/с и 0,76 см<sup>3</sup>/с.

На основании этих результатов и с учетом того, что стойкость коммутационных контактов к воздействию электрической дуги характеризует их дугостойкость [1, 8], можно заключить, что контакты из разработанного ОНМ системы Cu-Al-C-O МАГ 80-15КС обладают дугостойкостью, в 3,0-3,3 раза превышающей дугостойкость медных контактов.

Испытания электрических контактов на «залипание» проводились на стенде, обеспечивающем периодическое соприкосновение испытуемого контакта в виде диска с цилиндрическим вольфрамовым электродом диаметром 1 мм, подпружиненно установленными на расстоянии 5 мм друг от друга, со скоростью замыкания-размыкания примерно 50 мм/с, частотой коммутаций тока (числом циклов включений-выключений), равной 1 Гц (60 коммутаций в минуту), и продолжительностью включений – 80%. Использовался постоянный ток напряжением 380 В. Максимальный коммутируемый заряд составлял 0,1 Кл. Вероятность наступления данного вида отказа рассчитывалась как отношение числа испытаний, в которых наблюдалось «залипание», к общему числу испытаний.

Испытаниям были подвергнуты по пять контактов из разработанного медного наноструктурного материала МАГ 80-15КС и технической меди М1.

В результате испытаний было установлено, что вероятность «залипания» контактов из меди составила 0,7, тогда как этот параметр для контактов из медного материала МАГ 80-15КС был равен 0,1.

На основании данных результатов можно заключить, что вероятность «залипания» электрических контактов из разработанного ОНМ системы Cu-Al-C-O МАГ 80-15КС в 7 раз меньше, чем у медных контактов.

Для того, чтобы можно было максимально выявить преимущества разработанных материалов по сравнению с традиционными электроконтактными медными материалами, необходимо было их испытать в таких контактах, которые во время эксплуатации испытывают сильный нагрев и одновременное воздействие значительной силовой нагрузки. Безусловно, к таким контактам относятся электроды точечной контактной сварки, особенно осуществляемой в роботизированных сварочных комплексах, где темп сварки достигает 1 сварная точка в секунду и даже больше.

Испытания электродов точечной контактной сварки проводились по разработанной в Институте электросварки имени Е.О. Патона НАН Украины методике ускоренных испытаний [4], предусматривающей использование в качестве объекта сварки листовой низкоуглеродистой стали, покрытой цинком, толщина которого в 2-3 раза превышает толщину цинкового покрытия на стандартных листах горячеоцинкованной стали. Поскольку большая толщина цинкового покрытия приводит к снижению стойкости электродов [5, 15], обеспечивается возможность получения результата за достаточно короткий промежуток времени. Для еще большего ужесточения условий работы электродов сварка на первом этапе испытаний производится при отсутствии их охлаждения, что обеспечивает сильный нагрев электродов. На втором этапе испытания электроды охлаждаются.

Испытания электродов проводились в указанном выше институте на машине для контактной точечной сварки модели МТ-22. Испытаниям были подвергнуты электроды колпачкового типа F16 (диаметром 16 мм) по ISO 5821:2009 (см. рис. 2), изготовленные из разработанного ОНМ системы Cu-Al-C-O МАГ 80-15КС, а также такие же электроды из медного сплава системы Cu-Cr-Zr (хромоциркониевой бронзы) производства предприятий Германии, Кореи и России (ОАО «Красный выборжец») и из ДУКМ системы Cu-Al-O марки AL-60 GlidCop<sup>®</sup> производства США. Содержание циркония в хромоциркониевых бронзах, произведенных в Германии и Корею, составляло около 0,1% масс., а в произведенной в России бронзе БрХЦр – 0,06% масс.

Сварке подвергались пакеты, которые состояли из двух одинаковых пластин шириной 40 мм, нарезанных из горячеоцинкованных (с толщиной покрытия  $\delta$ ) листов малоуглеродистой стали толщиной  $S$  (табл. 2). Их сварка осуществлялась при сварочном токе силой  $I_{св}$ , времени сварки  $t_{св}$ , давлении сжатия электродов  $p$  и темпе сварки  $T$  (см. табл. 2).

Таблица 2

Геометрические параметры свариваемых образцов и режимы их точечной сварки

Этап испытаний	Геометрические параметры свариваемых образцов		Режимы контактной точечной сварки при испытаниях электродов			
	S, мм	δ, мкм	I <sub>св.</sub> , кА	t <sub>св.</sub> , цикл.	p, МПа	T, точек/мин
1	0,5	20...30	4,5...5,0	5...6	200	35
2	0,8	30...60	8,8...9,5	8...9	280...300	35

После выполнения каждых 20 сваренных точек этими же электродами выполнялась контрольная точка на таком же пакете, после чего одна пластина отрывалась от другой и производился замер диаметра литого ядра сваренной точки. Далее для электродов из всех указанных выше материалов строились графики зависимости диаметра литого ядра  $d_j$  от количества сваренных точек  $N$ . Исходя из того, что согласно стандарту [15] диаметр  $d_j$  при указанной толщине стальных полос должен быть не менее 3 мм, по этим графикам определялось количество сваренных точек, соответствующее указанному значению диаметра литого ядра, которое принималось за ресурс электродов  $R_s$ . Поскольку увеличение диаметра контактной поверхности электрода на 20% приводит к возникновению опасности «непровара» сварного соединения [5], электроды с увеличенным до такого значения диаметром подвергались переточке.

В табл. 3 приведены результаты проведенных испытаний электродов из указанных выше материалов до первой переточки.

Как следует из табл. 3, наибольшим ресурсом на каждом этапе проведенных испытаний обладали электроды из разработанного объемного наноструктурного материала системы Cu-Al-C-O МАГ 80-15КС. Их ресурс оказался в 1,5-1,7 раза выше ресурса электродов из лучшей среди испытанных хромоциркониевой бронзы, произведенной в Германии, и на 5% выше ресурса электродов, изготовленных из ДУКМ системы Cu-Al-O марки AL-60 GlidCop<sup>®</sup>, произведенного в США.

Таблица 3

Ресурс электродов колпачкового типа F16 при испытаниях до первой переточки

Материалы электродов	Хромоциркониевая бронза, произведенная			ДУКМ	ОНМ
	в Германии	в Корее	в России	AL-60 GlidCop <sup>®</sup> (США)	МАГ 80-15КС
1-й этап испытаний	280	275	150	-	425
2-й этап испытаний	600	-	600	950	1000

Натурные испытания коммутационных контактов и их результаты.

На железнодорожном транспорте в качестве материалов для изготовления электрических контактов часто используется такой дорогостоящий металл, как серебро [1, 8]. В частности, серебряные контакты, способные работать в условиях возникновения умеренной электрической дуги (до 1 кА), широко применяются в различных электрических аппаратах тягового подвижного состава.

Для выявления возможности замены серебра в электрических контактах на более экономичный и долговечный материал совместно с ОАО «Всероссийский научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта» на Воронежском тепловозоремонтном заводе были проведены сравнительные эксплуатационные испытания разрывных контактов с напайками (см. рис. 1) из разработанного ОНМ системы Cu-Al-C-O МАГ 25-15К (см. табл. 1) и аналогичных контактов с напайками из серебра Сr.999. Было испытано по 200 шт. контактов из каждого из указанных материалов, которые были установлены на контакторы МК1-10УЗ, МК1-20УЗ, МК3-10УЗ, ТКПД-114, КМ-2334, ТКПМ-111, ТКПМ-121 и ЧКГ-566 нескольких тепловозов 2ТЭ-116.

Результаты испытаний показали, что линейный износ контактов из разработанного материала МАГ 25-15К при номинальном токе 100 А составил 0,22-0,25 мм на 100 тыс. км пробега тепловоза, тогда как линейный износ таких же контактов из материала Сr.999 при тех же токовых нагрузках составил 1,75-3,75 мм на 100 тыс. км пробега. Таким образом, средняя интенсивность изнашивания контактов из нового материала оказалась почти в 6 раз меньшей по сравнению с той же характеристикой для серебряных контактов.

Из рис. 3, *а* видно, что электрические контакты из разработанного материала МАГ 25-15К при пробеге тепловоза 41 тыс. км претерпели лишь незначительные изменения, в то время как у серебряных контактов наблюдалось выдавливание расплавленного серебра из их рабочей области (рис. 3, *б*).

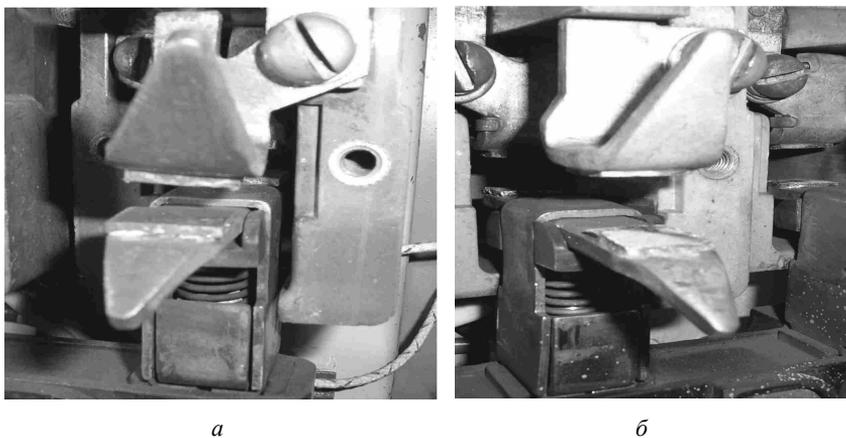


Рис. 3. Рабочая поверхность разрывных контактов из объемного наноструктурного материала МАГ 25-15К (*а*) и серебра Сr.999 (*б*) после 41 тыс. км пробега тепловоза

Изложенное выше позволяет заключить, что электрические контакты из разработанного ОНМ системы Cu-Al-C-O МАГ 25-15К могут служить безусловной альтернативой серебряным контактам, обеспечивая при этом помимо высокого технического эффекта также значительный экономический эффект.

Для проведения натуральных сравнительных испытаний электродов контактной точечной сварки была использована одна из роботизированных ли-

ний для точечной сварки кузовных элементов легковых автомобилей завода FORD в городе Детройте (США). Эти сварные элементы изготавливались из листов и полос оцинкованной малоуглеродистой стали марки G60 (аналога российской стали 08КП) толщиной 0,8 мм.

Испытаниям были подвергнуты электроды колпачкового типа F16 диаметром 16 мм, изготовленные из разработанных объемных наноструктурных материалов МАГ 40-2К, МАГ 50-25К и МАГ 80-15КС, а также для сравнения – из циркониевой бронзы марки CuZr328 и ДУКМ системы Cu-Al-O марки GlidCop® AL-60, применяемых на данном заводе.

Сварка производилась в штатных для этой сварочной линии режимах. Внутренняя полость электродов интенсивно охлаждавалась водой, но по мере увеличения их контактной поверхности на 20% они повергались автоматической заточке фрезерными головками.

На рис. 4 приведена циклограмма процесса сварки электродами из указанных материалов.

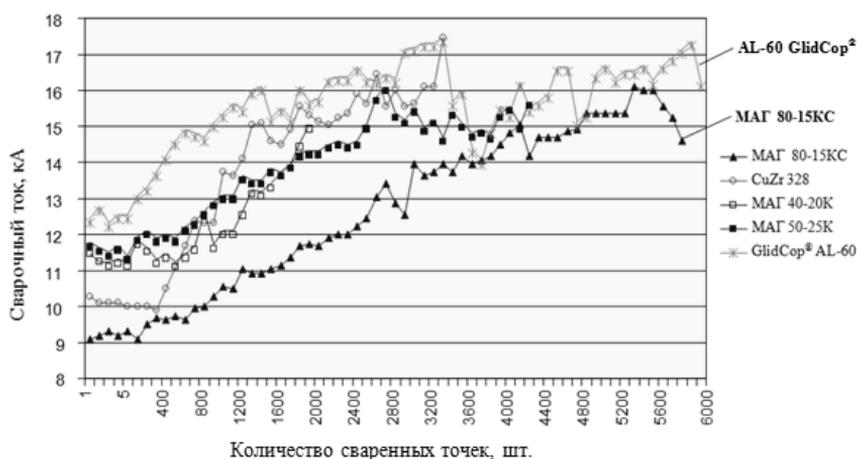


Рис. 4. Циклограмма сравнительных испытаний электродов из разных материалов на основе меди при точечной контактной сварке листовой оцинкованной стали

Из анализа циклограммы на рис. 4 следует, что применяемые на заводе электроды из бронзы CuZr 328 обеспечивают не более 3400 сваренных точек, а электродами из материала GlidCop® AL-60 можно обеспечить 5920 сваренных точек, однако сварка этими электродами ведется при бóльшей, чем другими электродами, силе сварочного тока – от 12,3 кА до 17,5 кА.

Электроды из разработанного материала МАГ 40-20К выполнили всего 1800 сваренных точек, из материала МАГ 40-20К – 4200 точек. Однако электродами из материала МАГ 80-15КС удалось обеспечить уже 5720 сваренных точек, что практически соответствует ресурсу электродов из материала GlidCop® AL-60. Вместе с тем необходимо отметить, что сварка электродами из материала МАГ 80-15КС велась при силе потребляемого ими тока от 9 кА до 16,0 кА, что по сравнению со сваркой электродами из материала GlidCop® AL-60 обеспечило сокращение почти на 30% потребления электроэнергии сварочной линии.

Причиной меньшего потребления электроэнергии является малое переходное сопротивление разработанных медных наноструктурных материалов. В приведенных в [8] исследованиях было обнаружено, что окисная пленка, образующаяся на поверхности медных порошковых ДУКМ (к которым также относится материал марки AL-60 GlidCop<sup>®</sup>), полученных с использованием метода внутреннего окисления, имеет непрочную связь с основным металлом и при воздействии на нее высоких температур и деформаций достаточно легко отслаивается от него. В разработанных ОНМ эта связь еще более слабая, что обуславливается более неоднородной макроструктурой этих материалов, состоящей из экструдированных в дискретные микроволокна гранул, наличием в них микропор и включений остаточного графита [11]. Это явление приводит к эффекту «самозаточки» электродов из материала МАГ 80-15КС [6], в связи с чем при сварке электродами из этого материала они подвергались значительно меньшему количеству заточек, чем электроды из ДУКМ марки AL-60 GlidCop<sup>®</sup>, что существенно повышало производительность сварочного процесса.

Благодаря наличию в материале МАГ 80-15КС также остаточного графита в ультрадисперсной форме случаев адгезии («залипания») электродов из этого материала к поверхности свариваемых изделий не наблюдалось.

Изложенное выше позволяет заключить, что электроды из разработанного ОНМ системы Cu-Al-C-O МАГ 80-15КС по сравнению с электродами из циркониевой бронзы CuZr328 обладают в 1,7 раза более высоким ресурсом при контактной точечной сварке оцинкованной стали, обеспечивают повышенную производительность сварочного процесса и по сравнению с электродами из ДУКМ марки AL-60 GlidCop<sup>®</sup> значительно экономят электроэнергию сварочного производства.

**Выводы.** Получены коммутационные контакты, в частности разрывные, и электроды для точечной контактной сварки для современных и перспективных, соответственно, электрических аппаратов и электротехнологических установок, отличающиеся от аналогичных контактов из традиционных электроконтактных материалов более высоким ресурсом и способностью к энергосбережению. Эти преимущества обусловлены применением в них разработанных объемных наноструктурных материалов на основе порошковой меди системы Cu-Al-C-O, обладающих благодаря сбалансированному химическому составу и использованию для их получения технологии реакционного механического легирования комплексом взаимоувязанных физико-механических и эксплуатационных свойств.

В частности, контакты из ОНМ с условным обозначением МАГ 25-15К могут служить безусловной альтернативой серебряным контактам, обеспечивая помимо высокого технического эффекта также значительный экономический эффект. Электроды точечной контактной сварки из ОНМ МАГ 80-15КС могут быть эффективной заменой электродам из циркониевых, хромоциркониевых бронз и дисперсно-упрочненного композиционного материала на основе меди AL-60 GlidCop<sup>®</sup>.

#### Литература

1. Берент В.Я. Материалы и свойства электрических контактов в устройствах железнодорожного транспорта. М.: Интекст, 2005. 408 с.

2. *Валиев Р.З., Александров И.В.* Объемные наноструктурные металлические материалы: получение, структура и свойства. М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. 398 с.
3. *Иванова И.И., Крылова Н.А., Евлаш С.И.* Дисперснотвердеющие порошковые бронзы для электродов контактной сварки // Электрические контакты и электроды: труды ИПМ им. И.Н. Францевича НАН Украины. 2014. Вып. 12. С. 90–96.
4. Исследования структуры, свойств и сравнительные испытания токоподводящих накопечников и электродов контактной сварки из жаропрочных наноструктурных материалов на медной основе / *А.Л. Матросов, Е.П. Шалунов, Д.В. Казаков и др.* // Современные технологии в машиностроении и литейном производстве: материалы 1-й междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 22–24 октября 2015 г.). Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2015. С. 366–373.
5. *Николаев А.К., Розенберг В.М.* Сплавы для электродов контактной сварки. М.: Металлургия, 1978. 96 с.
6. Пат. 2398656 РФ. Способ изготовления композиционного материала для электрических контактов на медной основе / *Е.П. Шалунов, И.С. Гершман*; патентообладатель ООО «Российские железные дороги». № 2009128500/02; заявл. 23.07.2009 г.; опубл. 10.09.2010 г., бюл. № 25.
7. *Портной К.И., Бабич Б.Н.* Дисперсно-упрочненные материалы. М.: Металлургия, 1974. 199 с.
8. *Харитонов Е.О.* Разработка материалов для силовых разрывных и дугостойких электрических контактов с повышенными эксплуатационными характеристиками, используемых на железнодорожном транспорте: дис. ... канд. техн. наук. М., 2007. 192 с.
9. *Шалунов Е.П.* Жаро- и износостойкие медные гранулированные композиционные материалы с механохимически синтезированными упрочняющими наночастицами ДИСКОМ® и высокоресурсная продукция из них // Нанотехника. 2007. № 1(9). С. 69–78.
10. *Шалунов Е.П.* Наноструктурные материалы на основе порошковой меди // Литейщик России. 2016. № 2. С. 37–40.
11. *Шалунов Е.П., Матросов А.Л., Казаков Д.В.* Влияние степени вытяжки при горячем прессовании прутков из дисперсно-упрочненного композиционного материала **Cu-Al-C-O** на их структуру и свойства // Материаловедение и металлургия: труды Нижегород. гос. техн. ун-та. 2006. Т. 57. С. 163–169.
12. *Шалунов Е.П., Смирнов В.М.* О механизмах формирования структуры и свойств композиционных материалов системы Cu-Al-C-O, получаемых на основе метода реакционного механического легирования // Вестник Чувашского университета. 2013. № 3. С. 314–322.
13. *Шалунов Е.П., Смирнов В.М.* Особенности формирования объемных наноструктурных материалов на основе меди методом реакционного механического легирования // Вестник Чувашского университета. 2009. № 2. С. 291–299.
14. *Шалунов Е.П., Смирнов В.М., Матросов А.Л.* Реакционное механическое легирование порошковой меди кислородом и углеродом // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 252–259.
15. *Shalunov E.P., Matrosov A.L., Chen L.* Development, production and application of DISCOM® copper nanocomposites as highly resource electrode and electric contact materials: Proc. of Int. Powder Metallurgy Congress «EURO PM2008» (Mannheim, 2008, sept. 29 – oct. 1). Shrewsbury, EPMA, 2008, vol. 1, pp. 113–119.
16. Österreich.-Patent 400.580. Kupferwerkstoff für elektrisch leitende Verschleissteile / *Schalunov E., Jangg G., Walther H. u.a.* ÖA 1341/93 von 08.07.1993.
17. *Slesar M., Jangg G., Besterci M.* Festigkeit und Bruch dispersionsgehärteter Cu-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Werkstoffe. *Z. für Metallkunde*, 1981, Band 72, Heft 6, S. 423–427.

---

**ШАЛУНОВ ЕВГЕНИЙ ПЕТРОВИЧ** – кандидат технических наук, профессор кафедры технологии машиностроения, научный руководитель Объединенной научно-исследовательской лаборатории качества, обрабатываемости и композиционных материалов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (shalunov2003@mail.ru).

**СМИРНОВ ВАЛЕНТИН МИХАЙЛОВИЧ** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры технологии машиностроения, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (vms53@inbox.ru).

---

E. SHALUNOV, V. SMIRNOV

**HIGH-RESOURCE AND ENERGY SAVING SWITCHING CONTACTS  
FROM VOLUMETRIC NANOSTRUCTURED MATERIALS ON THE BASIS  
OF POWDER COPPER FOR ELECTRIC DEVICES  
AND ELECTROTECHNOLOGICAL INSTALLATIONS**

**Key words:** switching contacts, explosive contacts, electrodes of resistance welding, reactionary mechanical alloying, volumetric nanostructured materials, arc resistance, stick-slip of contacts, resource.

Switching contacts from the developed volumetric nanostructured materials (VNSM) on the basis of powder copper of the Cu-Al-C-O system and the results of their comparative bench and field tests are given. These tests showed that the explosive contacts from the VNSM with the symbol MAG 25-15K can serve as an unconditional alternative to silver contacts, providing, besides high technical, also a considerable economic effect. Electrodes of resistance welding from the VNSM with the symbol MAG 80-15KC are the effective replacement of the zirconium bronze electrodes, chrom-zirconium bronze and dispersion-strengthened composite material based on Copper AL-60 GlidCop®.

#### References

1. Berent V.Ya. *Materialy i svoystva elektricheskikh kontaktov v ustroystvakh zheleznodorozhnogo transporta* [Materials and properties of electric contacts in devices of a rail transport]. Moscow, Intext Publ., 2005, 408 p.
2. Valiyev R.Z., Alexandrov I.V. *Ob"emnye nanostrukturnye metallicheskie materialy: poluchenie, struktura i svoystva* [Volumetric nanostructured metal materials: obtaining, structure and properties], Moscow, IKTs Akademkniga Publ., 2007, 398 p.
3. Ivanova I.I., Krylova N.A., Evlash S.I. *Dispersnotverdeyushchie poroshkovye bronzy dlya elektrodov kontaktnoi svarki* [Age-hardening powder bronze for electrodes of resistance welding]. *Elektricheskie kontakty i elektrody: trudy IPM im. I.N. Frantsevicha NAN Ukrainy* [Proc. of I.N. Frantsevich IPMS of NAS of Ukraine «Electric contacts and electrodes»], 2014, issue 12, pp. 90–96.
4. Matrosov A.L., Shalunov E.P., Kazakov D.V. et al. *Issledovaniya struktury, svoystv i sravnitel'nye ispytaniya tokopodvodyashchikh nakonechnikov i elektrodov kontaktnoi svarki iz zharoprochnykh nanostrukturnykh materialov na mednoi osnove* [Study of structure, properties, and comparative testing of the contact tips and electrodes of resistance welding from heat-resistant nanostructured materials on a copper basis]. *Sovremennye tekhnologii v mashinostroenii i liteinom proizvodstve: materialy 1-i mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (Cheboksary, 22–24 okt. 2015 g.)* [Proc. of the 1st Intern. Scientific and Practical Conf. «Modern technologies in mechanical engineering and foundry production», Cheboksary, 2015, Oct. 22–24]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2015, pp. 366–373.
5. Nikolaev A. K., Rosenberg V.M. *Splavy dlya elektrodov kontaktnoi svarki* [Alloys for electrodes of resistance welding]. Moscow, Metallurgy Publ., 1978, 96 p.
6. Shalunov E.P., Gershman I.S. *Sposob izgotovleniya kompozitsionnogo materiala dlja `elektricheskikh kontaktov na mednoj osnove* [The method of production of composite material for electric contacts on a copper basis]. Patent RF, no. 2398656, 2010.
7. Portnoi K.I., Babich B.N. *Dispersno-uprochnennye materialy* [The dispersion strengthened materials]. Moscow, Metallurgy Publ., 1974, 199 p.
8. Kharitonov E.O. *Razrabotka materialov dlya silovykh razryvnykh i dugostoikikh elektricheskikh kontaktov s povyshennymi ekspluatatsionnymi kharakteristikami, ispol'zuemykh na zheleznodorozhnom transporte: dis. ... kand. tehn. nauk.* [Development of materials for the power explosive and arc-resistant electric contacts with the raised operational characteristics used on a rail transport. Diss.]. Moscow, 2007, 192 p.
9. Shalunov E.P. *Nanostrukturnye materialy na osnove poroshkovoï medi* [Nanostructured materials on the basis of powder copper]. *Litejschik Rossii* [The Founder of Russia], 2016, no. 2, pp. 37–40.
10. Shalunov E.P. *Zharo- i iznosostoïkie mednye granulirovannye kompozitsionnye materialy s mekhanokhimiçeski sintezirovannymi uprochnyayushchimi nanochastiçami DISKOM® i vysokoresursnaya produkcija iz nikh* [Heat-and wear resistant copper granulated composite materials DISKOM® with hardening of mechanochemically synthesized particles and high-resource products from them]. *Nanotekhnika* [Nanoequipment], 2007, no. 1 (9), pp. 69–78.

11. Shalunov E.P., Matrosov A.L., Kazakov D.V. *Vliyanie stepeni vytyazhki pri goryachem pressovanii prutkov iz dispersno-uprochnennogo kompozitsionnogo materiala Cu-Al-C-O na ikh strukturu i svoystva* [Influence of degree of an extract in case of hot pressing of bars from the dispersion strengthened composite material Cu-Al-C-O on their structure and properties]. *Materialovedenie i metallurgiya: trudy Nizhegorod. gos. tekhn. un-ta* [Proc. of State Technological University Nizhny Novgorod «Materials Science and Metallurgy»], 2006, vol. 57, pp. 163–169.

12. Shalunov E.P., Smirnov V.M. *O mekhanizmax formirovaniya struktury i svoystv kompozitsionnykh materialov sistemy Cu-Al-C-O, poluchaemykh na osnove metoda reaktsionnogo mekhanicheskogo legirovaniya* [About mechanisms of forming of structure and properties of the composite materials of the Cu-Al-C-O system received on the basis of a method of a reactionary mechanical alloying]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, pp. 314–322.

13. Shalunov E.P., Smirnov V.M. *Osobennosti formirovaniya ob"emnykh nanostrukturnykh materialov na osnove medi metodom reaktsionnogo mekhanicheskogo legirovaniya* [Features of forming of volumetric nanostructured materials on the basis of copper by method of a reactionary mechanical alloying]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2009, no. 2, pp. 291–299.

14. Shalunov E.P., Smirnov V.M., Matrosov A.L. *Reaktsionnoe mekhanicheskoe legirovanie poroshkovoii medi kislorodom i uglerodom* [Reactionary mechanical alloying of powder copper by oxygen and carbon]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 252–259.

15. Shalunov E.P., Matrosov A.L., Chen L. Development, production and application of DIS-COM<sup>®</sup> copper nanocomposites as highly resource electrode and electric contact materials: Proc. of Int. Powder Metallurgy Congress (EURO PM2008, Mannheim, 2008, Sept. 29 – Oct. 1). Shrewsbury, EPMA, 2008, vol. 1, pp. 113–119.

16. Österreich.-Patent 400.580. Kupferwerkstoff für elektrisch leitende Verschleissteile / Shalunov E., Jangg G., Walther H., Matrosov A. ÖA 1341/93 von 08.07.1993 (in German).

17. Slesar M., Jangg G., Besterci M. Festigkeit und Bruch dispersionsgehärteter Cu-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Werkstoffe. *Z. für Metallkunde*, 1981, Band 72, Heft 6, S. 423–427 (in German).

---

**SHALUNOV EVGENY** – Candidate of Technical Sciences, Professor of Mechanical Engineering Technology Department; Scientific Leader of the Joint Research and Development Laboratories of Composite Materials, their Technology and Quality, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (shalunov2003@mail.ru).

**SMIRNOV VALENTIN** – Candidate of Physics and Mathematical Sciences, Associate Professor of Mechanical Engineering Technology Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (vms53@inbox.ru).

---

**Ссылка на статью:** Шалунов Е.П., Смирнов В.М. Выходящие и энергосберегающие коммутационные контакты из объемных наноструктурных материалов на основе порошковой меди для электрических аппаратов и электротехнологических установок // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 185–199.

УДК 62-233.21:620

ББК 30.4:31.4

Е.П. ШАЛУНОВ, В.М. СМИРНОВ, А.В. ВОРОНИН

**ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ  
ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ  
ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРНЫХ УСТАНОВОК  
ДЛЯ АВАРИЙНОГО ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ СИСТЕМ  
БЕЗОПАСНОСТИ АТОМНЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ**

*Ключевые слова:* атомная электростанция, аварийное энергоснабжение, дизель-генераторная установка, дизельный двигатель, подшипник скольжения, вкладыши подшипника, антифрикционный композиционный материал, интенсивность изнашивания.

*Приводятся конкретные технические решения материаловедческого и конструкторско-технологического характера, апробация которых показала их технологическую реализуемость и высокую техническую эффективность. Разработанные и изготовленные на их основе вкладыши подшипников коленчатого вала форсированного дизельного двигателя способны работать при удельных нагрузках на подшипники не менее 100 МПа и высоких температурах нагрева (до 200 °С), обладая при этом значительно меньшей, чем импортные аналоги, интенсивностью изнашивания.*

Автоматизированные дизель-генераторные установки (ДГУ) являются одной из важнейших частей системы безопасности реакторных установок атомных электростанций (АЭС). В случае возникновения режима полного обесточивания станции в результате аварии энергосистемы, в которую входит АЭС, эти независимые источники питания должны в течение не более 15 с подать переменный ток потребителям второй группы, к которой относятся все механизмы, обеспечивающие расхолаживание реактора после срабатывания его аварийной защиты<sup>1</sup>. Каждый канал на случай обесточивания АЭС имеет свою дизель-генераторную установку.

Дизель-генераторные установки для указанных целей комплектуются дизельными двигателями большой мощности – от 1000 кВт до 10000 кВт. В частности, для АЭС с реактором ВВЭР-440 мощность каждого дизеля ДГУ составляет 3500 кВт, а для АЭС с реактором ВВЭР-1000 дизель-генераторные установки комплектуются дизелями мощностью 5500 кВт каждый. Для отечественных автоматизированных ДГУ моделей АСД-5600 и АСД-6300 используются среднеоборотные (900...1000 об./мин) дизельные двигатели модели 78Г18ДПН23/2х30 полной мощностью 5880 кВт и модели 88Г18ДПН23/2х30 номинальной мощностью 6500 кВт. Эти дизели – тронковые, с противоположно движущимися поршнями, двумя рядами вертикально расположенных цилиндров, четырьмя коленчатыми валами. Они снабжены приводным газотурбонагнетателем, что позволяет без дополнительных энергозатрат обеспечить готовность дизеля к приему нагрузки в течение 15 с после получения команды на пуск.

Очевидно, что выход из строя дизельных двигателей и, соответственно, дизель-генераторных установок может привести к последствиям, аналогичным,

<sup>1</sup> Руководящий документ. РД ЭО 0052-00. Дизель-генераторные установки атомных станций. Общие технические требования. М.: РОСЭНЕРГОАТОМ, 2000. 5 с.

например, тем, которые произошли в 2011 г. на японской АЭС «Фукусима-1», где из-за выхода из строя дизелей ДГУ, питавших систему охлаждения реактора, эта система перешла на питание от аварийных аккумуляторов, емкости которых были недостаточны, чтобы обеспечить интенсивное охлаждение реактора. Реактор стал перегреваться, что привело к повреждению тепловыделяющих элементов, частичному расплавлению уранового топлива и последующему взрыву [5].

В связи с изложенным выше к дизельным двигателям, находящимся в составе ДГУ для аварийного энергоснабжения систем безопасности АЭС, предъявляются особые требования по их надежности, которые постоянно ужесточаются<sup>2</sup>. Для их обеспечения многие российские двигателестроительные предприятия постоянно проводят модернизацию выпускаемых ими дизелей, однако часто для комплектации резервных ДГУ атомных электростанций применяются дизельные двигатели зарубежного производства. Например, АО «ЗВЕЗДА-ЭНЕРГЕТИКА» для систем нормальной эксплуатации и системы аварийного энергоснабжения АЭС, относящихся к элементам 2-го и 3-го класса безопасности по НП-001-97, предлагает своим заказчикам решения на базе дизельных двигателей немецкой компании MTU Friedrichshafen GmbH единичной мощностью от 1500 кВт до 7800 кВт. Один из реализуемых в данный момент этим предприятием проектов – поставка шести резервных ДГУ «ЗВЕЗДА-6000BC-MTU» для Нововоронежской АЭС-2 [8]. Для аварийного энергоснабжения систем безопасности строящейся в Калининградской области Балтийской АЭС также приобретены импортные (французской компании MAN Diesel & Turbo France) дизель-генераторные установки, каждая из которых способна генерировать около 6000 кВт [6].

**Роль подшипников скольжения дизельных двигателей ДГУ в обеспечении безопасности АЭС.** Для обеспечения требуемой надежности дизельных двигателей в составе ДГУ необходимы высокие ресурс и надежность их механизмов, узлов и деталей. С учетом того, что ресурс и надёжность двигателей внутреннего сгорания определяются прежде всего работоспособностью подшипников скольжения верхней головки шатуна и коленчатого вала и деталей цилиндра-поршневой группы<sup>3</sup>, вопрос о повышении работоспособности и ресурса подшипников дизельных двигателей ДГУ имеет особо важное значение.

Подтверждением этому могут служить внештатные ситуации (аномалии), которые возникали в 2009–2011 гг. на различных атомных электростанциях Франции. Исследованиями, проведенными с участием французского надзорного органа по ядерной безопасности ASN, было установлено, что причиной этих происшествий является аномально быстрый износ подшипников скольжения дизельных двигателей резервных ДГУ компании **Wärtsilä**, установленных при реакторах мощностью 900 МВт [2]. Эти подшипники так называемого 2-го по-

<sup>2</sup> Руководящий документ. РД ЭО 0052-00. Дизель-генераторные установки атомных станций. Общие технические требования. М.: РОСЭНЕРГОАТОМ, 2000. 5 с.; Стандарт организации. СТО 1.1.1.01.001.0898-2012. Дизель-генераторное оборудование для атомных электростанций. Технические требования эксплуатирующей организации. М.: ОАО «Концерн Росэнергоатом», 2012. 31 с.

<sup>3</sup> Методические указания. РД-50-662-88. Методы экспериментальной оценки фрикционной совместимости материалов трущихся сопряжений. М.: Изд-во стандартов, 1988. 30 с.

колени были разработаны и изготовлены ведущей в мире производителей подшипников скольжения австрийской компанией MIBA. Аномалии были классифицированы на семи французских атомных электростанциях в городах Бюже, Блейе, Шинон, Дампьер, Крюа, Сен-Лоран и Гравлин в качестве происшествия 1-го уровня по Международной шкале ядерных событий (INES), а на АЭС Трикастен – 2-го уровня (были проблемы с несколькими дизелями ДГУ). В связи с высокой вероятностью возникновения аварийной ситуации в феврале 2011 г. на восьми атомных электростанциях Франции сотрудниками французского энергетического концерна Electricite de France была начата замена шатунных подшипников скольжения в дизельных двигателях 26 резервных ДГУ [2].

Аномально высокий износ подшипников дизельных двигателей резервных ДГУ, как полагают эксперты по ядерной безопасности, был не только в реакторах АЭС во Франции, но и на АЭС в Дайя-Бей (Китай) в 2008 г., на АЭС в Брунсбюттеле (Германия) в 2009 г. и ряде других атомных электростанций [2].

**Целью настоящей работы** является создание высокоресурсных подшипников скольжения дизель-генераторных установок для аварийного энергоснабжения систем безопасности атомных электростанций на основе разработанных путей повышения их работоспособности и надежности.

**Основные требования к разрабатываемым подшипникам скольжения для указанных целей** могут быть сформулированы исходя из условий их эксплуатации в мощных, большей частью турбированных дизелях для резервных ДГУ атомных электростанций. Прежде всего, следует установить предельную для таких подшипников действующую на них удельную нагрузку (давление)  $p_R$ , которая должна превышать, по крайней мере, в 3 раза реально действующую на них в дизеле максимальную удельную нагрузку  $p_{\max}$ , т.е. осуществить тройное резервирование по несущей способности подшипников. При этом предельный линейный износ  $\Delta h$  и интенсивность изнашивания  $I_h$  подшипников в условиях их работы при таком давлении  $p_R$  не должны превосходить значений этих параметров, заданных для работы подшипников при максимальном (штатном) давлении  $p_{\max}$ . Если при испытаниях подшипников под удельной нагрузкой  $p_R$  окажется, что значения  $\Delta h$  и  $I_h$  не выйдут за эти пределы, то появляется гарантия того, что при эксплуатации подшипников при штатных нагрузках не возникнет тех ситуаций с ними (аномально высокого износа), которые имели место на французских и других АЭС, причем, когда в большинстве случаев не происходило реальных аварийных ситуаций на АЭС вследствие их внешнего обесточивания.

Таким образом, новые подшипники скольжения должны обладать высокой прочностью и малой интенсивностью изнашивания при повышенной в 3 раза удельной нагрузке на них. Речь при этом может идти о давлении на подшипники  $p_R$  от 80 МПа до 100 МПа и более, которое необходимо обеспечить во время их испытаний. Это является трудновыполнимой задачей, если учесть, что все российские производители выпускают подшипники скольжения, рассчитанные на эксплуатацию при максимальном давлении до 50 МПа.

Возможны также реальные аварийные ситуации, в результате которых нарушается гидродинамический режим работы подшипников, т.е. в зазоре между подшипником и шейкой вала не образуется масляный «клин», благода-

ря которому отсутствует непосредственный механический контакт между этими элементами трибосопряжения. Так, из-за происшествия в декабре 1988 г. на блоке № 2 Ровенской АЭС (в бытность СССР) включились резервные дизель-генераторные установки, но автоматического включения масляной насосной станции, подающей под давлением масло в зазоры между подшипниками и шейками валов резервных ДГУ, сразу же не произошло, в результате чего был нарушен режим гидродинамической смазки подшипников генератора, резко поднялась их температура и баббитовая заливка подшипников разрушилась (оплавилась), что привело их к выходу из строя [4]. На основании температуры плавления баббитовой заливки подшипников можно предположить, что температура их нагрева достигала не менее 200°C. Поэтому материал антифрикционного слоя, воспринимающего в указанной ситуации всю нагрузку на подшипник, должен обладать высокой прочностью при температуре нагрева не менее 200°C, т.е. быть жаропрочным.

Поскольку материалы, применяемые в ДГУ и комплектующем оборудовании, не должны выделять ядовитых веществ, в подшипниках нельзя использовать также материалы, в частности, содержащие свинец баббиты и бронзы, которые до сих пор широко применяются в подшипниках скольжения отечественных ДВС, в том числе в дизелях<sup>4</sup>.

**Технические решения, использованные при разработке новых подшипников скольжения.** Для создания подшипников скольжения, способных работать при указанных выше удельной нагрузке и температуре нагрева, были использованы не только современные подходы к конструированию таких изделий, но и передовые технические решения как материаловедческого, так и технологического характера. Задачи материаловедческого характера были решены за счет использования для изготовления таких подшипников теплопрочных и антифрикционных материалов, в том числе композиционных материалов, в которых искусственно объединены пластичная металлическая матрица и высокопрочные, теплоустойчивые наполнители с низким коэффициентом трения. При таком сочетании фаз достигаются значительное повышение несущей способности материалов в трибосопряжениях, высокая износостойкость, задиристость и стойкость против абразивного изнашивания [7, 9–11].

Разработанные подшипники скольжения в виде двух вкладышей являются тонкостенной конструкцией и состоят из нескольких слоев (рис. 1).

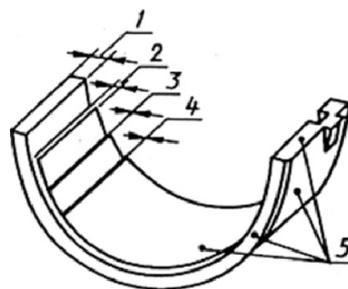


Рис. 1. Эскиз многослойного тонкостенного вкладыша подшипника скольжения: 1 – несущий слой (основа); 2 – подшипниковый (антифрикционный) слой; 3 – промежуточный (барьерный) слой; 4 – приработочный слой; 5 – защитный слой

<sup>4</sup> Стандарт организации. СТО 1.1.1.01.001.0898-2012. Дизель-генераторное оборудование для атомных электростанций. Технические требования эксплуатирующей организации. М.: ОАО «Концерн Росэнергоатом», 2012. 31 с.

В табл. 1 приведены материалы, из которых изготавливаются слои разработанных вкладышей подшипников, а также методы изготовления этих слоев.

Таблица 1

**Материалы слоев подшипников коленчатого вала  
и технологические методы их изготовления**

Наименование слоя	Материал слоя	Нормативно-технические документы	Метод получения слоя	
Несущий слой	Дисперсно-упрочненный композиционный материал системы Cu-Al-C-O марки C 0/97 ДИСКОМ®	ТУ 1479.002.13092819-2001	Горячая экструзия гранул	
Подшипниковый (антифрикционный) слой	Антифрикционный композиционный материал системы Cu-Sn-Al-Fe-MoS <sub>2</sub> -C	ТТ 1479.001.94085988-2013	Горячее прессование порошково-гранулярной смеси	
Промежуточный (барьерный) слой	Ni	ГОСТ 5905-2004	Вакуумное ионно-плазменное напыление	
Прирабочный слой	внутренний	Антифрикционный сплав системы Al-Sn-Cu		ГОСТ 14113-78
	наружный	Sn		ГОСТ 860-75
Защитный слой	Sn	ГОСТ 860-75		

В табл. 2 даны свойства материалов основных слоев вкладышей подшипников и прочность сцепления этих слоев между собой. В частности, с целью обеспечения несущей способности подшипников скольжения при удельных нагрузках на них, превосходящих 100 МПа, и температурах нагрева не менее 200°C основа (несущий слой) вкладышей изготавливается из разработанного в Чувашском госуниверситете и получаемого согласно ТУ 1479.002.13092819-2001 жаропрочного дисперсно-упрочненного композиционного материала (ДУКМ) системы Cu-Al-C-O марки C0/97 ДИСКОМ® [12], который имеет, как следует из табл. 1, высокие прочностные характеристики (особенно при сжатии) при хорошей пластичности. Высокая температура рекристаллизации (820°C) этого материала не позволяет ему разупрочняться при температуре нагрева подшипника 200°C, а также во время технологических переделов при изготовлении биметаллической развертки, во время которых ДУКМ подвергается неоднократному нагреву в диапазоне температур 450-600°C. По этому параметру данный материал значительно превосходит все имеющиеся отечественные и зарубежные бронзы, в том числе и наиболее жаропрочные из них – алюминиевые [12]. Обладая хорошей пластичностью, он также позволяет производить гибку биметаллической развертки вкладыша подшипника в холодном состоянии.

Кроме того, материал обладает высокой теплопроводностью (92% от теплопроводности меди), что обеспечивает хороший отвод тепла от подшипника при его работе. Имея в 1,5 раза более высокий, чем у материала постели, коэффициент температурного линейного расширения, данный материал обеспечивает более плотную посадку («самозапрессовку») вкладышей в постели, предотвращая их от проворачивания, а также снижает вероятности возникновения явления фреттинг-коррозии.

Таблица 2

Основные свойства материалов основных слоев вкладышей подшипников

Наименование слоя	Характеристика и ее размерность	Значения при температуре, °С	
		20	200
Несущий слой	Временное сопротивление при растяжении, МПа	420±11	290±13
	Условный предел текучести при растяжении, МПа	370±11	250±17
	Относительное удлинение, %	20±1	17±1
	Предел прочности при сжатии, МПа	1839±63	1441±53
	Условный предел текучести при сжатии, МПа	540±15	470±31
	Относительная осадка до появления трещин, %	61±12	56±7
	Твердость по Бринеллю, НВ	125±7	115±6
	Твердость по Бринеллю после нагрева при 600°С в течение 2 ч	125±6	123±5
	Модуль продольной (нормальной) упругости при растяжении, ГПа	109±8	100±4
	Коэффициент температурного линейного расширения, ×10 <sup>6</sup> 1/°С	16,5	17,5
	Предел выносливости на базе 10 <sup>7</sup> циклов (в масле SAE 10W-40), МПа	–	115±6
Подшипниковый слой	Временное сопротивление при растяжении, МПа	380±11	325±22
	Условный предел текучести при растяжении, МПа	355±10	305±6
	Относительное удлинение, %	6±1	7±2
	Предел прочности при сжатии, МПа	720±18	801±29
	Условный предел текучести при сжатии, МПа	379±11	329±35
	Относительная осадка до появления трещин, %	32±3	46±7
	Твердость по Бринеллю, НВ	125±7	120±6
	Модуль продольной (нормальной) упругости при растяжении, ГПа	103±7	96±5
	Коэффициент температурного линейного расширения, ×10 <sup>6</sup> 1/°С	17,5	18,1
Соединение слоев	Предел прочности при срезе, МПа	136±50	119±44
	Интенсивность изнашивания ( $p_{max}=100$ МПа, $U=5$ м/с, масло SAE 10W-40, сталь 40X с 45 HRC, $T \leq 60^\circ\text{C}$ ), 10 <sup>-11</sup> мм/мм	1,9	
	Прочность сцепления несущего слоя с подшипниковым слоем, МПа	110±8	90±10

Благодаря указанным выше свойствам медный ДУКМ марки С0/97 ДИСКОМ<sup>®</sup> используется в данном случае в качестве замены сталей, применяемых для изготовления несущего слоя вкладышей подшипников скольжения. Толщина этого слоя в зависимости от величины удельной нагрузки на подшипник и его диаметра составляет от 2,15 мм до 4,65 мм.

Для получения подшипникового (антифрикционного) слоя используется порошковая оловянная бронза, в которую добавлены в качестве наполнителя гранулы на основе меди, получаемые обработкой порошка меди с добавками легирующего элемента – порошкового алюминия, а также графита и дисульфида молибдена в высокоэнергетической шаровой мельнице атритторного типа в среде воздуха [7, 9–12]. Такие сильно нагартованные гранулы обладают высокой твердостью и благодаря наличию в них механосинтезированных в атритторе термодинамически стабильных частиц оксида алюминия  $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$  нанодисперсного (24–76 нм) уровня обеспечивают материалу повышенную температуру рекри-

сталлизации – 650°C. Введение твердой смазки в виде частиц графита и дисульфида молибдена  $\text{MoS}_2$  обеспечивает этим гранулам помимо высокой твердости также высокие триботехнические свойства, а именно низкий коэффициент трения и высокую износостойкость. Как следует из табл. 2, интенсивность изнашивания образцов из этого материала при ступенчато возрастающем по 10 МПа до 100 МПа давлении и выдержке постоянного на каждой ступени давления в течение 15 мин составляет  $1,9 \cdot 10^{-11}$ , при этом этот показатель для контртела из стали 40Х твердостью 42...45 HRC на два порядка меньше [10]. Разработанный антифрикционный композиционный материал системы  $\text{Cu-Sn-Al-MoS}_2\text{-C-O}$  [7] (ТТ 1479.001.94085988-2013) наносится на несущий слой вкладыша с использованием технологий порошковой металлургии и диффузионной сварки. Прочность сцепления несущего слоя с подшипниковым слоем составляет 110 МПа при нормальной температуре и 90 МПа при температуре 200°C. Толщина подшипникового слоя для коренных и шатунных вкладышей подшипников скольжения составляет 0,3-0,4 мм.

Для предотвращения диффузии олова из внутреннего прирабочного слоя в подшипниковый слой на него наносится вакуумным ионно-плазменным напылением барьерный слой из никеля ГОСТ 5905-2004. Толщина этого слоя для коренных и шатунных вкладышей является одинаковой и составляет 0,001-0,002 мм.

В целях обеспечения благоприятного для шейки вала режима работы в условиях гидродинамической смазки применен материал системы  $\text{Al-Sn-Cu}$  с 20% масс. олова и менее 1% масс. меди (ГОСТ 14113-78), который в качестве внутреннего прирабочного слоя наносится на барьерный никелевый слой с использованием вакуумного ионно-плазменного напыления. При этом технологически должно быть обеспечено постепенное увеличение содержания олова по высоте слоя от нулевого до его конечного значения в материале. При недостатке смазки этот материал создает на шейке коленчатого вала защитную пленку из олова, которая уменьшает износ и предохраняет от схватывания и задиrow. Толщина этого слоя для коренных и шатунных вкладышей является одинаковой и составляет 0,015-0,017 мм.

В целях гарантированного обеспечения наличия олова на поверхности внутреннего прирабочного слоя на него вакуумным ионно-плазменным напылением наносится слой олова (ГОСТ 860-75) толщиной 0,001-0,002 мм.

Применение для создания прирабочного слоя технологии вакуумного ионно-плазменного напыления обеспечивает получение на его поверхности не только увеличенного количества мягкой фазы (олова), но и легко изнашиваемого пористого микрорельефа, что ускоряет приработку трущейся пары. Для защиты от окисления и придания наиболее эстетичного вида весь вкладыш покрывается вакуумным ионно-плазменным напылением слоем олова (ГОСТ 860-75) толщиной 0,001-0,002 мм.

Как следует из изложенного выше, в разработанных вкладышах подшипников скольжения отсутствуют какие-либо экологически опасные химические элементы и соединения. На разработанные подшипники скольжения АО «Научно-исследовательский институт двигателей» выпустило ТУ 1479.001.11504778-2015 «Подшипники коленчатого вала».

**Проверка технологической реализуемости предложенных технических решений.** Для такой проверки был разработан комплект конструкторской документации на вкладыши шатунных и коренных подшипников коленчатого вала конкретного дизельного двигателя, в качестве которого был выбран мощный форсированный турбинированный дизель В92С2Ф. По разработанному технологическому процессу в производственных условиях трех российских предприятий в г. Тамбов и г. Йошкар-Ола, каждое из которых осуществляло выполнение определенных операций этого технологического процесса, были изготовлены партии комплектов опытных образцов указанных вкладышей подшипников коленчатого вала [11] (рис. 2).



Рис. 2. Представители комплекта верхних и нижних коренных (левый ряд) и шатунных (правый ряд) вкладышей подшипников коленчатого вала дизельного двигателя

При этом использовались отечественные технологическое оборудование, оснастка и приспособления, а также исходные, серийно выпускаемые материалы для изготовления самих вкладышей. Проведенный технический контроль показал, что все они изготовлены в полном соответствии с разработанной на них конструкторской документацией.

**Проверка технической эффективности предложенных решений.** В России пока отсутствуют дизельные двигатели, способные создать на подшипники скольжения удельную нагрузку (давление) от 80 МПа до 100 МПа и более, длительность действия которой в цикле поворота коленчатого вала (как правило, 720°) составляло бы значительную долю в этом цикле. В указанном выше дизеле В92С2Ф давление на шатунные подшипники достигает 103 МПа, но длительность его действия составляет совершенно малую долю в цикле.

В связи с этим для проверки технической эффективности предложенных решений были проведены испытания вкладышей подшипников не в составе дизельного двигателя, а на стенде. При этом были использованы рекомендации для проведения таких испытаний на модельных трибосопряжениях, изложенные в методических указаниях «РД-50-662-88. Методы экспериментальной оценки фрикционной совместимости материалов трущихся сопряжений» и «Программе и методике проведения приемочных испытаний опытных

образцов подшипников коленчатого вала. НИИД.304411.019 ПМ»<sup>5</sup>. Поскольку фактор износа подшипников скольжения является главенствующим и оказывающим решающее влияние на долговечность, работоспособность и возникновение аварийных ситуаций на двигателе (в частности, в 90% случаев причинами отказов вкладышей рамовых и мотылевых подшипников главных и вспомогательных среднеоборотных судовых дизелей является изнашивание антифрикционных слоев) [1], эти стендовые испытания представляли собой испытания элементов трибосопряжений на изнашиваемость.

Для проведения таких испытаний были также приобретены шатунные вкладыши ранее упомянутой австрийской компании MIBA (Miba Gleitlager Austria GmbH), используемые в 8-цилиндровых дизельных моторах моделей 3408 и 3408В судов, дизель-генераторных установок и прочей техники, преимущественно производства американской компании Caterpillar. Эти вкладыши имеют примерно одинаковые с разработанными вкладышами внутренний диаметр и ширину и также не содержат каких-либо экологически опасных химических элементов и соединений. Их несущий слой изготовлен из малоуглеродистой стали (типа стали 15), на которой находится подшипниковый слой из антифрикционного алюминиевого сплава системы Al-Sn-Cu-Mn. Далее находится барьерный слой из никеля и затем – приработочный слой тоже из антифрикционного алюминиевого сплава системы Al-Sn-Cu-Mn. Весь вкладыш покрыт тонким слоем олова. Из всех шатунных вкладышей были изготовлены модели подшипника (колодки), а в качестве контртела для них служили полированные ( $R_a = 0,2$  мкм) ролики (модели шейки коленчатого вала) из закаленной стали 40X с твердостью 51-54 HRC.

Для проведения триботехнических испытаний модельных трибосопряжений по схеме «колодка – ролик» использовалась усовершенствованная машина трения СМЦ-2, которая способна обеспечивать нагрузку на колодку до 20 кН при регулируемой частоте вращения вала [10].

В целях ускорения испытаний и создания более напряженных условий для элементов трибосопряжения частота вращения ролика составляла 2500 мин<sup>-1</sup>. Нагружение модельного трибосопряжения при данной частоте вращения ролика производили ступенчато, с плавно возрастающей со скоростью 0,03–0,09 МПа/с удельной нагрузкой на колодку, ведя наблюдение за показаниями момента трения и температуры колодки. Прирост нагрузки между ступенями нагружения составлял 20 МПа. Испытания на каждой ступени нагружения проводили до момента установившегося трения или прекращали, если температура подшипника превосходила 200°C и/или возникали признаки заедания трибосопряжения. По тем же причинам прекращали испытания во время подъема нагрузки. Смазывание и охлаждение трущихся поверхностей осуществлялись циркулирующим моторным маслом для турбированных

---

<sup>5</sup> Методические указания. РД-50-662-88. Методы экспериментальной оценки фрикционной совместимости материалов трущихся сопряжений. М.: Изд-во стандартов, 1988. 30 с.; Программа и методики проведения приемочных испытаний опытных образцов подшипников коленчатого вала. НИИД.304411.019 ПМ. М.: АО «НИИД», 2015. 49 с.

дизелей М8ДМ ГОСТ 8581-78, которое подавалось в зону трения из термостатируемой емкости при помощи электронасоса через масляный фильтр.

По построенной для каждого испытанного трибосопряжения диаграмме его нагружения определяли среднюю за цикл испытания удельную нагрузку на колодку  $p_{cp}$ . Исходя из частоты вращения ролика и его диаметра рассчитывали линейную скорость скольжения  $U$  колодки по ролику и, зная время испытания, находили пройденный путь скольжения  $S$ . По результатам замеров толщины колодки до и после испытания определяли ее линейный износ  $\Delta h$  и далее – интенсивность изнашивания колодки  $I_h$ , которая определялась как  $I_h = \Delta h/S$ .

Испытаниям были подвергнуты по 10 колодок из разработанных шатунных вкладышей и шатунных вкладышей фирмы МІВА. Полученные результаты испытаний были подвергнуты усреднению. В табл. 3 приведены усредненные результаты испытаний.

Таблица 3

Сводные данные сравнительных испытаний моделей вкладышей подшипников скольжения

Параметры	Модель вкладыша (колодка) шатунного подшипника	
	компании МІВА	разработанного
Средняя за цикл испытания удельная нагрузка на колодку $p_{cp}$ , МПа	62,79	61,12
Средняя максимально достигнутая при испытании удельная нагрузка на колодку $p_{max}$ (предельно допустимая удельная нагрузка $[p]$ ), МПа	119	113
Скорость скольжения $U$ , м/с	12,43	12,43
Средний линейный износ колодки $\Delta h$ , мм	0,568	0,025
Средняя интенсивность изнашивания колодки $I_h$	$54 \cdot 10^{-10}$	$3,84 \cdot 10^{-10}$
Средняя за цикл испытания температура нагрева колодки $T_{cp}$ , °С	165	133

При этом использовались отечественные технологическое оборудование, оснастка и приспособления, а также исходные, серийно выпускаемые материалы для изготовления самих вкладышей. Проведенный технический контроль показал, что все они изготовлены в полном соответствии с разработанной на них конструкторской документацией.

Однако при этом средняя интенсивность изнашивания колодок  $I_h$  из вкладышей указанной компании в 14 раз превышает интенсивность изнашивания колодок из разработанных вкладышей, что свидетельствует о недостаточной для указанных условий испытаний износостойкости импортных вкладышей.

**Выводы.** Предложенные пути повышения надежности подшипников скольжения дизель-генераторных установок для аварийного энергоснабжения систем безопасности атомных электростанций, изложенные в виде конкретных технических решений конструкционного, металловедческого и технологического характера, в результате проведенных их апробаций и испытаний моделей разработанных опытных образцов вкладышей подшипников скольжения подтвердили технологическую реализуемость и высокую техническую эффективность этих решений, что позволяет рекомендовать их к использованию при создании высоконадежных подшипников скольжения указанного назначения.

## Литература

1. Андрусенко О.Е. Повышение надежности работы судовых среднеоборотных двигателей с учетом доминирующих факторов износа подшипников скольжения коленчатого вала: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Н. Новгород, 2010. 32с.

2. Аномальный износ подшипников стал причиной нескольких происшествий на французских АЭС [Электронный ресурс]. URL: [http://www.snr.com.ru/news/industry\\_news\\_f\\_2011\\_1\\_25.htm](http://www.snr.com.ru/news/industry_news_f_2011_1_25.htm) (дата обращения: 16.01.2016).

3. Белоконь К.Г., Никишин В.Н. Некоторые аспекты обеспечения надёжности подшипников коленчатого вала // Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров: материалы 77-й междунар. науч.-техн. конф. ААИ. М.: МАМИ, 2012. С. 195–207.

4. Инцидент на блоке № 2 Ровенской АЭС (СССР), связанный с самопроизвольным открытием главного предохранительного клапана компенсатора давления [Электронный ресурс]. URL.: [http://rb.mchs.gov.ru/mchs/radiation\\_accidents/m\\_other\\_accidents/1988\\_god/Incident\\_na\\_bloke\\_2\\_Rovenskoj\\_AJES\\_SSSR](http://rb.mchs.gov.ru/mchs/radiation_accidents/m_other_accidents/1988_god/Incident_na_bloke_2_Rovenskoj_AJES_SSSR) (дата обращения: 12.01.2016).

5. Куликов И.П. Почему взорвалась «Фукусима-1». Японскую АЭС подвел дизель [Электронный ресурс]. URL.: [https://www.gazeta.ru/science/2011/03/12\\_a\\_3552917.shtml](https://www.gazeta.ru/science/2011/03/12_a_3552917.shtml) (дата обращения: 02.01.2016).

6. На строительную площадку Балтийской АЭС доставлена партия дизель-генераторов [Электронный ресурс]. URL.: <http://www.seogan.ru/na-stroitelnyuyu-ploshadku-baltiyskoiy-aes-dostavlena-partiya-dizel-generatorov.html> (дата обращения: 15.01.2016).

7. Пат. 2576740 РФ, МПК<sup>7</sup> C22C902. Антифрикционный композиционный материал на основе порошковой меди / Шалунов Е.П., Смирнов В.М., Урянский И.П.; заявитель и патентообладатель Минпромторг РФ. № 2014134122/02; заявл. 19.08.2014; опубл. 10.03.2016. Бюл. № 7.

8. Решения для атомной промышленности [Электронный ресурс]. URL.: [http://www.energostar.com/solutions/atomic\\_industry.php](http://www.energostar.com/solutions/atomic_industry.php) (дата обращения: 02.01.2016).

9. Смирнов В.М., Шалунов Е.П., Урянский И.П. Антифрикционный композиционный материал для тяжелонагруженных подшипников скольжения // Современные технологии в машиностроении и литейном производстве: материалы 1-й междунар. науч.-практ. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2015. С. 332–340.

10. Шалунов Е.П., Смирнов В.М., Урянский И.П. Износостойкие подшипники скольжения из наноструктурных материалов для мощных электродвигателей // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 131–139.

11. Шалунов Е.П., Смирнов В.М., Воронин А.В. Разработка композиционных материалов на основе порошковой меди для тяжелонагруженных подшипников скольжения // Современные технологии в машиностроении и литейном производстве: материалы 2-й Междунар. науч.-практ. конф. Чебоксары: Чуваш. ун-т, 2016. С. 305–316.

12. Шалунов Е.П. Жаро- и износостойкие медные гранулированные композиционные материалы с механохимически синтезированными упрочняющими наночастицами ДИСКОМ® и высокоресурсная продукция из них // Нанотехника. 2007. № 1(9). С. 69–78.

---

**ШАЛУНОВ ЕВГЕНИЙ ПЕТРОВИЧ** – кандидат технических наук, профессор кафедры технологии машиностроения, научный руководитель Объединенной научно-исследовательской лаборатории качества, обрабатываемости и композиционных материалов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([shalunov2003@mail.ru](mailto:shalunov2003@mail.ru)).

**СМИРНОВ ВАЛЕНТИН МИХАЙЛОВИЧ** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры технологии машиностроения, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([vms53@inbox.ru](mailto:vms53@inbox.ru)).

**ВОРОНИН АЛЕКСАНДР ВИКТОРОВИЧ** – начальник отдела проектов, АО «Научно-исследовательский институт двигателей», Россия, Москва ([avv050@mail.ru](mailto:avv050@mail.ru)).

---

E. SHALUNOV, V. SMIRNOV, A. VORONIN

WAYS TO IMPROVE THE RELIABILITY OF SLIDE BEARINGS  
DIESEL GENERATOR SETS FOR EMERGENCY POWER SUPPLY  
OF NUCLEAR POWER STATIONS SAFETY SYSTEMS

**Key words:** nuclear power station, emergency power supply, diesel generator set, diesel engine, sliding bearing, bearing liner, antifriction composite material, wear intensity.

The definite technical solutions of material science and design-technological nature which approbation showed their technological feasibility and high technical efficiency are given. The crankshaft bearings liners of the forced diesel engine developed and made on their basis are capable to work at specific loads of bearings not less than 100 MPas and high temperatures of heating (to 200°C), having at the same time considerably smaller wear intensity, than that of import analogs.

References

1. Andrusenko O.E. *Povyshenie nadezhnosti raboty sudovykh sredneoborotnykh dvigatelei s uchetom dominiruyushchikh faktorov iznosa podshipnikov skol'zheniya kolenchatogo vala: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk* [Improving the reliability of marine medium-speed diesel engines with consideration of the dominant factors of the wear of plain bearings crankshaft. Abstract of PhD thesis]. Nizhniy Novgorod, 2010, 32 p.

2. *Anomal'nyi iznos podshipnikov stal prichinoi neskol'kikh proisshestvii na frantsuzskikh AES* [Abnormal wear of bearings became the reason of several incidents on the French NPPs]. Available at: [http://www.snr.com.ru/news/industry\\_news\\_f\\_2011\\_1\\_25.htm](http://www.snr.com.ru/news/industry_news_f_2011_1_25.htm) (Accessed 16 January 2016).

3. Belokon' K.G., Nikishin V.N. *Nekotorye aspekty obespecheniya nadezhnosti podshipnikov kolenchatogo vala* [Some aspects of ensuring reliability of bearings of a bent shaft]. *Avtomobile- i traktorstroenie v Rossii: priority razvitiya i podgotovka kadrov: materialy 77-i mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. AAI* [Proc. of the 77<sup>th</sup> Int. Sci. and Tech. Conf. of the AAI «Car – and tractor construction in Russia: priorities of development and training]. Moscow, MAMI Publ., 2012, pp. 195–207.

4. *Intsident na bloke № 2 Rovenskoj AES (SSSR), svyazannyi s samoproizvol'nym otkrytiem glavnogo predokhranitel'nogo klapana kompensatora davleniya* [The incident on the block no. 2 of the Rivne NPP (USSR) connected with spontaneous opening of pressure-relief valve of the compensator bar of pressure]. Available at: [http://rb.mchs.gov.ru/mchs/radiation\\_accidents/m\\_other\\_accidents/1988\\_god/Incident\\_na\\_bloke\\_2\\_Rovenskoj\\_AJES\\_SSSR](http://rb.mchs.gov.ru/mchs/radiation_accidents/m_other_accidents/1988_god/Incident_na_bloke_2_Rovenskoj_AJES_SSSR) (Accessed 12 January 2016).

5. Kulikov I.P. *Pochemu vzorvalas' «Fukusima-1». Yaponskuyu AES podvel dizel'* [Why Fukushima-1 blew up. The Japanese NPP was brought by the diesel]. Available at: [https://www.gazeta.ru/science/2011/03/12\\_a\\_3552917.shtml](https://www.gazeta.ru/science/2011/03/12_a_3552917.shtml) (Accessed 02 January 2016).

6. *Na stroitel'nyyu ploshchadku Baltiiskoi AES dostavlena partiya dizel'-generatorov* [The batch of diesel generators is delivered to the building site of the Baltic NPP]. Available at: <http://www.seogan.ru/na-stroitelnyu-ploshadku-baltiyskoj-aes-dostavlena-partiya-dizel-generatorov.html> (Accessed 15 January 2016).

7. Shalunov E.P., Smirnov V.M., Uryanskii I.P. *Antifriktsionnyi kompozitsionnyi material na osnove poroshkovoj medi* [The anti-friction composite material on the basis of powder copper]. Patent RF, no. 2576740, 2014.

8. *Resheniya dlya atomnoi promyshlennosti* [Decisions for the atomic industry]. Available at: [http://www.energostar.com/solutions/atomic\\_industry.php](http://www.energostar.com/solutions/atomic_industry.php) (Accessed 02 January 2016).

9. Smirnov V.M., Shalunov E.P., Uryanskii I.P. *Antifriktsionnyi kompozitsionnyi material dlya tyazhelonagruzhennykh podshipnikov skol'zheniya* [The anti-friction composite material for heavy-duty sliding bearings]. *Sovremennye tekhnologii v mashinostroenii i liteinom proizvodstve: materialy 1-i mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Proc. of the 1<sup>st</sup> Int. Sci. and Tech. Conf. «The current technologies in mechanical engineering and foundry production»]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2015, pp. 332–340.

10. Shalunov E.P., Smirnov V.M., Uryanskii I.P. *Iznosostoikie podshipniki skol'zheniya iz nanostrukturnykh materialov dlya moschnykh elektrodvigatelei* [Wear-resistant bearings from nanostructured materials for high-power motors]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 131–139.

11. Shalunov E.P., Smirnov V.M., Voronin A.V. *Razrabotka kompozitsionnykh materialov na osnove poroshkovoї medi dlya tyazhelonagruzhennykh podshipnikov skol'zheniya* [The development of composite materials based on copper powder for heavy-duty sliding bearings]. *Sovremennye tekhnologii v mashinostroenii i liteinom proizvodstve: materialy 2-i mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Proc. of the 2<sup>nd</sup> Int. Sci. and Tech. Conf. «The current technologies in mechanical engineering and foundry production»]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2016, pp. 305–316.

12. Shalunov E.P. *Zharo- i iznosostoikie mednye granulirovannye kompozitsionnye materialy s mekhanokhimicheski sintezirovannymi uprochnyayushchimi nanochastitsami DISKOM® i vysokoresursnaya produktsiya iz nikh* [Heat – and wear-resistant copper granulated composite materials DISKOM® with reinforcing mechanochemically synthesized nanoparticles and high-life products from them]. *Nanotekhnika* [The Nanoequipment, 2007, no. 1 (9), pp. 69–78.

---

**SHALUNOV EVGENY** – Candidate of Technical Sciences, Professor of Mechanical Engineering Technology Department; Scientific Leader of the Joint Research and Development Laboratories of Composite Materials, their Technology and Quality, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (shalunov2003@mail.ru).

**SMIRNOV VALENTIN** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Mechanical Engineering Technology Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (vms53@inbox.ru).

**VORONIN ALEXANDER** – Head of Projects Department, JSC Research Institute of Engines, Russia, Moscow (avv050@mail.ru).

---

**Ссылка на статью:** Шалунов Е.П., Смирнов В.М., Воронин А.В. Пути повышения надежности подшипников скольжения дизель-генераторных установок для аварийного энергоснабжения систем безопасности атомных электростанций // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 200–212.

УДК 621.311.042.52-83-7

ББК 3277.1-082.051

В.С. ГЕНИН, Э.Н. МАРКАРОВА

## ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОСЕТЕВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

**Ключевые слова:** электрооборудование, диагностика техническая, мониторинг, эксплуатация, непрерывный контроль, прогнозирование.

*Дан краткий обзор задач эффективного использования автоматизированных систем для контроля параметров сетевого электрооборудования. Цель мониторинга заключается в своевременном определении ухудшения состояния оборудования и снижении риска возникновения аварии. В зависимости от типа контролируемого оборудования и его роли и значения в системе электроснабжения может быть применена соответствующая по своим функциональным возможностям система диагностики. Для получения количественной оценки результата мониторинга, например в виде расчетной оценки остаточного ресурса, необходимо кроме трека контроля функциональных параметров иметь сведения по таким условиям эксплуатации, как нагрузка, климатические и другие воздействия. Задачами дальнейшего развития автоматизированного контроля оборудования являются создание, внедрение и развитие экспертных систем, соответствующих современным требованиям, и компонентов, их составляющих.*

Известный опыт эксплуатации показывает, что в результате несвоевременного выявления развивающихся дефектов оборудования увеличивается вероятность тяжёлых последствий при авариях, возрастает объём ремонтных работ. В связи с этим важным условием эффективного обслуживания крупного парка электрооборудования является наличие необходимого информационного обеспечения системы обследования состояния трансформаторных подстанций (ПС).

Для диагностики оборудования в целом необходимы системы мониторинга, охватывающие всю ПС. В зависимости от типа контролируемого оборудования и его роли и значения в системе электроснабжения может быть применена соответствующая по своим функциональным возможностям система диагностики. Исходя из этого, можно конкретизировать структурную схему системы диагностики и состав её подсистем и произвести её технико-экономическое обоснование. Объёмы телемеханизации электроустановок определяются отраслевыми или ведомственными положениями и устанавливаются совместно с объёмами автоматизации.

Современные технические средства и информационные технологии позволяют осуществлять диагностику оборудования путём постоянного контроля и оценки состояния оборудования в режиме реального времени. При этом средства мониторинга и телемеханизации должны использоваться для сбора информации о режимах работы, состоянии основного коммутационного оборудования, изменениях при возникновении аварийных режимов или состояний, а также для контроля за выполнением распоряжений по производству переключений (плановых, ремонтных, оперативных) или ведению режимов [5].

Целью мониторинга оборудования является обнаружение повреждений на ранней стадии их развития и методов обоснованного прогноза работоспо-

способности, в конечном счёте – оценки состояния электрооборудования и его остаточного ресурса. Последнее особенно актуально для отечественной электроэнергетики, в которой до 70% оборудования выработало свой нормативный срок службы.

Прогнозирование состояния одного из базовых элементов подстанций – силовых трансформаторов – производится на основе контроля нескольких десятков параметров в соответствии с требованиями ГОСТов, документами МЭК, рекомендациями СИГРЭ и результатами авторитетных исследований. Для отечественной электроэнергетики приказом ОАО «ФСК ЕЭС» № 140 от 18 апреля 2008 г. утверждён стандарт «Системы мониторинга силовых трансформаторов и автотрансформаторов. Общие технические требования». Его назначение – совершенствование нормативно-технической базы электросетевого комплекса в области проектирования ПС, а также ускорение внедрения систем мониторинга маслонаполненного электрооборудования.

Данные непрерывного контроля являются оперативной базой для постановки диагноза, при этом треки ранее зарегистрированных значений результатов контроля позволяют полнее оценить и прогнозировать состояние оборудования. К настоящему моменту широкий охват контролируемых параметров, наибольшую глубину проработки и опыт эксплуатации имеют многие системы, например, такие как TPAS (США), система компании Siemens (ФРГ) или система ABB Secheron (Швейцария).

Например, по данным [2], в национальной энергокомпании Италии Enel автоматизированная система такого рода установлена на автотрансформаторе 420/130 кВ мощностью 250 МВА. В систему вводятся данные о напряжениях и токах, давлении масла, температуре окружающего воздуха, сердечника, верхних слоёв масла, охладителей на входе и выходе, концентрации горючих газов в масле, положении коммутационных аппаратов и устройства РПН, срабатываниях защиты и сигнализации. Система состоит из двух блоков – обработки данных (вблизи трансформатора) и сопоставления данных (в помещении управления подстанцией). Блоки соединены волоконно-оптическим каналом связи с возможностями передачи сигналов со скоростью 2,5 Мбит/с.

Датчиками системы MS 2000 компании Alstom Schorch Transformatoren служат трансформаторы тока на вводах, измерительные отпайки вводов, накопители максимальных воздействий, измерители температуры верхних слоёв масла и окружающего воздуха, индикаторы содержания газов (водорода) и влаги в масле. Система обеспечивает сбор, обработку, запоминание, визуализацию и дальнейшую передачу данных. Имеются модули: допустимой перегрузки, старения изоляции, управления вентиляторами. Регулирование режима охлаждения направлено на удлинение срока службы. Используется принцип стабилизации уровня масла в расширителе.

Развитием автоматизированного контроля электрооборудования являются экспертные системы для постановки диагноза и выдачи рекомендаций персоналу. Одной из первых такого рода систем для трансформаторов является диагностическая информационная система Insite™ компании Doble Engineering (США).

Примерами отечественных автоматизированных систем непрерывного контроля параметров силовых трансформаторов могут служить система СДИСТ (СКТБ Мосэнерго), система для Трипольской ГРЭС, система TDM, системы, разработанные Ивановским государственным энергетическим университетом и Санкт-Петербургским государственным политехническим университетом. Однако одной из наиболее глубоко проработанных представляется система АСУ ТП, разработанная ГНЦ РФ ФГУП «ВЭИ» [4]. Во всех системах имеется возможность объективной оценки состояния трансформаторов на основе непрерывного контроля температур, токов, напряжений, концентрации водорода и влаги в масле. Системы контроля рассчитаны как на новое оборудование, так и на оборудование, уже эксплуатирующееся длительное время.

Наиболее удобным инструментарием для анализа является лист событий (рисунок). Когда лист событий открывается на мониторе, файлы регистрации считываются с жесткого диска и их содержимое располагается в хронологическом порядке. Для того, чтобы воспроизвести выборочные события, например сгенерированные от определённого присоединения, пользователь может применить предопределённые фильтры или задать свои [1].

СПИСОК АВАРИЙНОЙ СИГНАЛИЗАЦИИ							
Дата	Время	Группа	Текст сообщения WinCC	Значение	Причина	Доп. инфо	
220	02.11.2008	18.33.36.266	РЧР-110кВ Т-1	Неисправность оперативного тока РЧР-110кВ Т-1	НЕИСПРАВН	спонтанно	безошибочно
221	02.11.2008	18.33.36.269	ВМ0664 Т-110кВ	Отключение выключателя блокировано	СРБАТЫВАНИЕ	спонтанно	безошибочно
222	02.11.2008	18.33.38.825	ВМ0664 Т-110кВ	Оперативный ток ЭМО2	СНЯТ	спонтанно	безошибочно
223	02.11.2008	18.33.46.257	ВМ0664 Т-110кВ	Цели управления	НЕИСПРАВН	спонтанно	безошибочно
224	02.11.2008	18.33.54.599	ВМ0664 Т-110кВ	Включение выключателя блокировано	СРБАТЫВАНИЕ	спонтанно	безошибочно
225	05.11.2008	09.49.11.562	АТ-3 Регулятор REG-DA	Потеря связи	ПРЧИШЛО	спонтанно	безошибочно
226	05.11.2008	09.49.14.703	АТ-1 Регулятор REG-DA	Потеря связи	ПРЧИШЛО	спонтанно	безошибочно
227	05.11.2008	09.49.18.156	АТ-2 Регулятор REG-DA	Потеря связи	ПРЧИШЛО	спонтанно	безошибочно
228	05.11.2008	09.50.17.503	АТ-3 Регулятор REG-DA	Блокирование авт. рег. при откл. вводе 110кВ	ПРЧИШЛО	причина неважна	безошибочно
229	05.11.2008	09.50.17.519	АТ-2 Регулятор REG-DA	Блокирование авт. рег. при откл. вводе 110кВ	ПРЧИШЛО	причина неважна	безошибочно
230	05.11.2008	09.50.17.519	АТ-1 Регулятор REG-DA	Блокирование авт. рег. при откл. вводе 110кВ	ПРЧИШЛО	причина неважна	безошибочно
231	05.11.2008	09.54.19.488	АСУ ЦШФ-57	51 Задняя дверь шкафа: Открыто	ПРЧИШЛО	спонтанно	безошибочно
232	05.11.2008	09.54.44.205	АТ-3 РРН ТД-П6 Регулятор REG-DA	Блокирование авт. рег. при откл. вводе 10 кВ	ПРЧИШЛО	общий опрос	безошибочно
233	05.11.2008	09.54.44.234	АТ-3 РРН ТД-П6 Регулятор REG-DA	Блокирование авт. рег. при откл. вводе 10 кВ	ПРЧИШЛО	общий опрос	безошибочно
234	05.11.2008	10.10.18.993	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Автом. ШП	ЭКЛОЧЕН	спонтанно	безошибочно
235	05.11.2008	10.14.00.037	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Поднят клапан дуговой защиты	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
236	05.11.2008	10.14.00.667	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Отключены от дуговой защиты	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
237	05.11.2008	10.14.00.616	Дисковая защита фс	Поднят клапан дуговой защиты в кабельном отсеке (E13)	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
238	05.11.2008	10.14.00.389	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Аварийное отключение	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
239	05.11.2008	10.14.03.270	Групповая сигнализация	Работа защит	ПРЧИШЛО	причина неважна	безошибочно
240	05.11.2008	10.15.43.805	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Неисправность цели управления	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
241	05.11.2008	10.17.37.213	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Отсутствие питания цепей управления	СРБАТЫВАНИЕ	спонтанно	безошибочно
242	05.11.2008	10.17.40.262	Групповая сигнализация	Защита неисправна	ПРЧИШЛО	причина неважна	безошибочно

СПИСОК СООБЩЕНИЙ							
Дата	Время	Группа сообщений	Текст сообщения	Значение	Причина	Комментарий	
974	05.11.2008	10.15.05.643	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ВКЛОЧИТЬ	команда	безошибочно
975	05.11.2008	10.16.06.176	Выключатель	Непр. полук	ВКЛОЧИТЬ	обратная связь	безошибочно
976	05.11.2008	10.16.05.777	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ВКЛОЧЕН	обратная связь	безошибочно
977	05.11.2008	10.16.05.795	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Аварийное отключение	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
978	05.11.2008	10.16.05.969	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ВКЛОЧЕН	команда +	безошибочно
979	05.11.2008	10.16.05.983	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ВКЛОЧИТЬ	аварийные команды +	безошибочно
980	05.11.2008	10.16.43.804	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Неисправность цели управления	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
981	05.11.2008	10.16.43.806	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Неисправность цели управления	СРБАТЫВАНИЕ	спонтанно	безошибочно
982	05.11.2008	10.15.40.263	Групповая сигнализация	Защита неисправна	УШЛО	причина неважна	безошибочно
983	05.11.2008	10.15.47.252	Групповая сигнализация	Защита неисправна	УШЛО	причина неважна	безошибочно
984	05.11.2008	10.15.47.253	Групповая сигнализация	Защита неисправна	УШЛО	причина неважна	безошибочно
985	05.11.2008	10.16.31.656	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Неисправность цепей управления	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
986	05.11.2008	10.16.36.893	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ОТКЛОЧИТЬ	команда	безошибочно
987	05.11.2008	10.16.36.991	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	Непр. полук	обратная связь	безошибочно
988	05.11.2008	10.16.36.997	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ОТКЛОЧЕН	обратная связь	безошибочно
989	05.11.2008	10.16.27.152	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ОТКЛОЧИТЬ	команда +	безошибочно
990	05.11.2008	10.16.27.170	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ОТКЛОЧИТЬ	аварийные команды +	безошибочно
991	05.11.2008	10.16.46.217	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ВКЛОЧЕН	спонтанно	безошибочно
992	05.11.2008	10.16.46.219	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Выключатель	ВКЛОЧЕН	спонтанно	безошибочно
993	05.11.2008	10.17.37.212	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Отсутствие питания цепей управления	ВОЗВРАТ	спонтанно	безошибочно
994	05.11.2008	10.17.37.213	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Отсутствие питания цепей управления	Непр. полук	спонтанно	безошибочно
995	05.11.2008	10.17.37.213	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Отсутствие питания цепей управления	Непр. полук	спонтанно	безошибочно
996	05.11.2008	10.17.37.213	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Отсутствие питания цепей управления	Непр. полук	спонтанно	безошибочно
997	05.11.2008	10.17.37.213	ЗРУ 10кВ ТОН ДТК-618	Отсутствие питания цепей управления	СРБАТЫВАНИЕ	спонтанно	безошибочно
998	05.11.2008	10.17.40.262	Групповая сигнализация	Защита неисправна	УШЛО	причина неважна	безошибочно
999	05.11.2008	10.17.40.261	Групповая сигнализация	Защита неисправна	УШЛО	причина неважна	безошибочно
1000	05.11.2008	10.17.40.262	Групповая сигнализация	Защита неисправна	ПРЧИШЛО	причина неважна	безошибочно

Лист событий

Эффективность мониторинга заключается в своевременном определении ухудшения состояния оборудования и снижении риска возникновения аварии. Для получения количественной оценки результата мониторинга, например в виде расчетной оценки остаточного ресурса, необходимо кроме трека контроля функциональных параметров иметь сведения по таким условиям эксплуатации, как нагрузка, климатические и другие воздействия.

Согласно [3], вероятность определения различных развивающихся дефектов при мониторинге силовых трансформаторов ориентировочно составляет от 70 до 95%. В упомянутом источнике приводится приблизительная оценка, основанная на опыте применения мониторинга в Германии: система диагностического мониторинга силового трансформатора 245 кВ в результате предотвращения большинства отказов в течение 10 лет должна позволить сэкономить ~4% от стоимости нового трансформатора. С учётом ущерба при отключении потребителей, а также экономии на ремонте по состоянию экономический эффект может оказаться и выше. В настоящее время в отличие от предыдущих лет предлагаются системы непрерывного контроля трансформаторов для мощностей, начиная уже от 10 МВА.

Для более полного использования получаемых в процессе мониторинга данных и получения обоснованных результатов должны использоваться: стандарты и нормативные документы; эксплуатационная документация; опыт эксплуатации как контролируемого, так и аналогичного оборудования.

Реализовать это возможно с использованием ресурсов экспертной системы. В связи с этим интерес представляют, например, такие комплексы, как экспертно-диагностическая информационная система «Альбатрос» ООО «Энерго-Диагностика и Аналитика», предназначенная для анализа состояния силовых и измерительных трансформаторов, вводов, кабелей и другого электрооборудования. Достаточно интенсивные работы по созданию и внедрению подобных систем ведутся и другими отечественными предприятиями, а также ведущими зарубежными компаниями.

Автоматизация контроля оборудования с широким применением вычислительной техники привела к разработке комплексов сбора, обработки, анализа и отображения данных контроля. Задачами дальнейшего развития автоматизированного контроля оборудования являются создание, внедрение и развитие соответствующих экспертных систем, отвечающих современным требованиям, и компонентов, их составляющих.

#### Литература

1. Автоматизированная система управления технологическими процессами подстанции 220/110/10/6 кВ. Руководство пользователя. М.: Восточные электрические сети филиал ОАО «МОЭСК», 2012.
2. *Алексеев Б.А.* Контроль состояния (диагностика) крупных силовых трансформаторов. М.: НЦ ЭНАС, 2002. 216 с.
3. *Бедрак Я.С., Богатырев Ю.Л.* Мониторинг состояния силовых трансформаторов напряжением 35 кВ и выше мощностью 25000 кВА и выше // Электропанорама. 2009. № 4. С. 58–59.
4. *Бушув В.М.* К вопросу непрерывного дистанционного контроля и управления оборудованием электроустановок предприятий связи // Технологии и средства связи. 2006. № 5.
5. Правила устройства электроустановок. 6-е изд., доп. с испр. М.: ЗАО «Энергосервис», 2008. 242 с.

---

**ГЕНИН ВАЛЕРИЙ СЕМЕНОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (v.s.g.auts.chgu@mail.ru).

**МАРКАРОВА ЭЛЕОНОРА НИКОЛАЕВНА** – магистр по направлению подготовки «Агоринженерия», дежурный диспетчер, МОЭСК, Россия, Москва (eleonora-mar@mail.ru).

---

V. GENIN, E. MARKAROVA

TECHNICAL DIAGNOSTICS OF POWER GRID EQUIPMENT

**Key words:** electrical equipment, technical diagnostics, monitoring, maintenance, continuous monitoring, forecasting.

The short review of the problems of automated systems efficient use for the control parameters of electrical network is given. The effectiveness of monitoring is to timely determine the equipment deterioration and reduce accident risks. Depending on the type of the equipment being monitored and of its role and value in the power system, some respective functionality diagnostic system can be applied. For quantitative evaluation of the monitoring result, such as the estimated residual life evaluation, it is necessary besides the track control function parameters to have information on the operating conditions such as load, climatic conditions and others. The tasks of further development of the automated monitoring of the equipment are creation, implementation and development of relevant expert systems, corresponding to modern requirements, and components and their constituents.

References

1. *Avtomatizirovannaya sistema upravleniya tehnologicheskimi processami podstancii 220/110/10/6 kV. Rukovodstvo pol'zovatelya* [Automated process control system for substation 220/110/10/6 kV. User guide]. Moscow, 2012.
2. Alekseev B.A. *Kontrol' sostoyaniya (diagnostika) krupnyh silovyh transformatorov* [Condition monitoring (diagnostics) of large power transformers]. Moscow, 2002, 216 p.
3. Bederak Ya.S., Bogatyrev Yu.L. *Monitoring sostoyaniya silovyh transformatorov napryazheniem 35 kV i vyshhe moshhnost'yu 25000 kVA i vyshhe* [Monitoring of power transformers of 35 kV and above power of 25,000 kVA and above]. *Elektropanorama*, 2009, no. 4, pp. 58–59.
4. Bushuev V.M. *K voprosu nepreryvnogo distancionnogo kontrolya i upravleniya oborudovaniem elektroustanovok predpriyatii svyazi* [On the issue of continuous remote monitoring and control of electrical communications equipment business]. *Tehnologii i sredstva svyazi*, 2006, no. 5.
5. *Pravila ustroystva elektroustanovok. Shestoe izdanie. Dopolnennoe s ispravleniyami* [Rules for Electrical Installation. The sixth edition. Enhanced with corrections]. Moscow, 2008. 242 p.

---

**GENIN VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Control and Automatic Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.**

**MARKAROVA ELEONORA – Master Degree, Manager on Duty, MOESK, Russia, Moscow.**

---

**Ссылка на статью:** Генин В.С., Маркарова Э.Н. Техническая диагностика электросетевого оборудования // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 213–217.

УДК 681.586.48

ББК 32.873

И.Ю. БЫЧКОВА, А.В. БЫЧКОВ, Л.А. СЛАВУТСКИЙ

## **АЛГОРИТМ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ПРИ ДВУХЛУЧЕВОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ УЛЬТРАЗВУКА**

***Ключевые слова:** ультразвук, импульсные измерения, фазово-модулированные сигналы, корреляционная обработка.*

*Предлагается алгоритм корреляционной обработки импульсных ультразвуковых сигналов. Используется цифровая фазовая модуляция сигналов для увеличения разрешающей способности ультразвуковых приборов. Алгоритм позволяет с высоким разрешением измерить малые задержки между импульсами, пришедшими в приемник по разным траекториям распространения в неоднородной среде. Лабораторные экспериментальные измерения проводились при рассеянии ультразвука в неоднородном потоке воздуха. Показана возможность измерить временные задержки, которые значительно меньше периода несущей волны.*

Диапазон и пространственное разрешение ультразвуковых (УЗ) пролетных и эхо-импульсных приборов [5] определяются несущей частотой и длительностью зондирующих импульсов. Временная задержка УЗ импульса, точность определения которой является ключевой характеристикой прибора, традиционно измеряется по переднему фронту, длительность которого зависит от многих факторов. В качестве передатчиков ультразвука в большинстве приборов используются резонансные преобразователи, которые не позволяют реализовать короткий широкополосный импульс с устойчивым передним фронтом, что приводит к значительным погрешностям при измерении задержки сигналов [8]. Форма УЗ импульса зависит не только от характеристик приемопередающих преобразователей, но и от условий распространения и отражения акустических волн в среде [6, 7]. Результирующий сигнал на входе приемника есть сумма сигналов, дошедших до приемника различными путями и с различной задержкой. Реальная погрешность измерений оказывается значительно больше, чем полупериод УЗ волны, традиционно указываемый производителями УЗ приборов. Это прежде всего относится к УЗ измерениям в неоднородных газовых средах, где при низком акустическом импедансе среды и значительном затухании ультразвука несущие частоты не превышают нескольких десятков килогерц, а пространственная длительность импульсов чаще всего составляет не менее десятков сантиметров.

Импульсные УЗ измерения временной задержки при многолучевом распространении позволяют оценить пространственную неоднородность среды [3, 6], однако при таких измерениях неизбежно происходят наложение и интерференция сигналов, пришедших от передающего преобразователя по разным траекториям, с разной задержкой. В настоящей работе предлагается алгоритм и оценивается возможность временного разрешения двух взаимно наложенных во времени УЗ сигналов (второй импульс поступает на преобразователь до окончания первого). Для этого предлагаются цифровое формирование сигналов с фазовой

модуляцией (ФМ) по коду Баркера [9], их последующая корреляционная обработка [3] и интегральная оценка формы корреляционной функции для повышения разрешающей способности прибора при измерении задержки УЗ импульсов. Использование модулированных сигналов в теории локации позволяет осуществлять их эффективный корреляционный прием [4], поскольку малая ширина автокорреляционной функции такого сигнала дает возможность увеличить точность определения временной задержки импульса.

**Алгоритм обработки сигналов.** Алгоритм цифрового формирования и обработки сигналов состоит из следующих этапов:

1. Формирование сигнала с ФМ по коду Баркера.
2. Запись сформированного сигнала  $S_3(t)$  в качестве эталонного с учетом его искажения в приемно-передающем тракте при прямом распространении между передатчиком и приемником ультразвука.
3. Расчет взаимной корреляционной функции  $R(t)$  сигналов в приемнике  $S_2(t)$  с эталонным сигналом  $S_3(t)$ .
4. Расчет временной зависимости мощности  $w(t) = R^2(t)$  и ее огибающей  $W'(t)$ .
5. Определение временного положения «центра тяжести» огибающей мощности корреляционной функции

$$t_C = \frac{\int t \cdot W'(t)}{\int W'(t)}.$$

Работа алгоритма на примере модельных расчетов продемонстрирована на рис. 1. Здесь показана форма взаимной корреляционной функции эталонного сигнала и сдвоенного сигнала на входе приемника при трех значениях задержки  $\Delta t$  между сигналами в приемнике в пределах длины УЗ импульса порядка 1 мс.

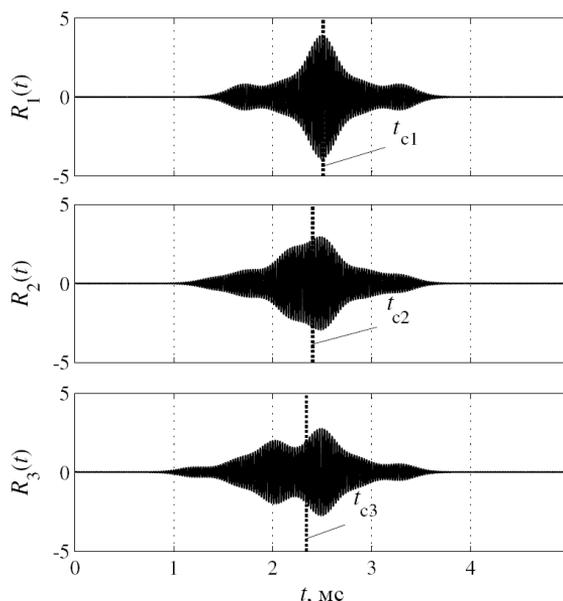


Рис. 1. Изменение формы взаимной корреляционной функции эталонного сигнала и сдвоенного сигнала в приемнике при изменении относительной задержки импульсов при двухлучевом распространении

Как видно из рис. 1, при  $\Delta t = 0$  (верхняя осциллограмма) корреляционная функция симметрична и теряет симметрию при увеличении задержки. Начиная с некоторого значения  $\Delta t$  (нижняя осциллограмма рис. 1), в корреляционной функции проявляется два пика с амплитудой, соответствующей амплитуде сигналов, пришедших в приемник по разным траекториям. Разница во временном положении пиков соответствует искомой задержке между импульсами. Однако если задержка мала, ее можно оценить только при анализе несимметрии корреляционной функции (средняя осциллограмма). Поэтому изменение  $\Delta t$  может быть определено по средневзвешенному положению «центра тяжести» огибающей корреляционной функции ( $t_{C1}$ ,  $t_{C2}$ ,  $t_{C3}$ ), показанному вертикальным пунктиром. Такой подход не накладывает ограничений на величину измеряемой задержки  $\Delta t$ .

На рис. 2 показаны две зависимости  $t_C$  от  $\Delta t$ , полученные в результате моделирования: для УЗ импульса с модуляцией по коду Баркера 5-го порядка (B5) и с модуляцией по коду Баркера 11-го порядка (B11). Зависимости носят линейный характер с наложением значительных квазирегулярных осцилляций. Такие осцилляции определяются интерференцией наложенных друг на друга сигналов с периодом, соответствующим несущей частоте ультразвука. Интерференция приводит к периодическому изменению амплитуды второго импульса с увеличением  $\Delta t$  и, соответственно, колебаниям  $t_C$ . При более высоком порядке кодировки ФМ по коду Баркера осцилляции  $t_C$  уменьшаются. Могут быть разработаны специальные алгоритмы линейной аппроксимации осциллирующих зависимостей  $t_C(\Delta t)$ , однако при реальных экспериментальных измерениях в газообразных средах осцилляции зависимостей рис. 2 сглаживаются при усреднении за счет фазовых флуктуаций сигналов.

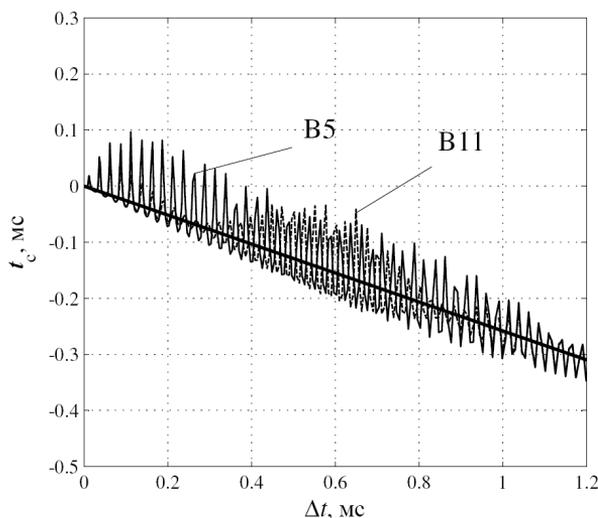


Рис. 2. Зависимость средневзвешенного временного положения центра мощности корреляционной функции от временной задержки между импульсами

Приведем пример использования предлагаемого алгоритма в лабораторных экспериментальных измерениях.

**Обработка экспериментальных данных.** В настоящей работе показана возможность использования двухлучевых импульсных УЗ измерений при контроле неоднородного воздушного потока. Схема лабораторной установки приведена на рис. 3.

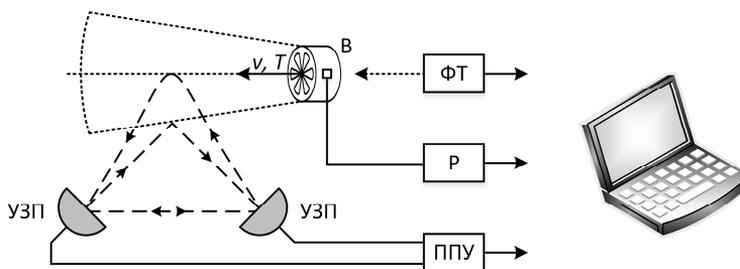


Рис. 3. Схема лабораторной установки и траектории распространения лучей по направлению и против направления потока

Приемо-передающее устройство ППУ схематически отражает в себе все функциональные блоки импульсного ультразвукового прибора [3]. Ультразвуковые преобразователи (УЗП) имеют резонансную частоту 40 кГц. Длительность одного импульса составляет 1 мс. Пакеты в зависимости от настроек блока ППУ могут быть простыми и фазомодулированными. Фазовая модуляция производится согласно коду Баркера. Преобразователи имеют широкую диаграмму направленности (порядка  $60^\circ$ ). Согласно диаграммам направленности преобразователей мощность излучения боковых лучей отличается от мощности прямого луча примерно на 5 дБ. Поэтому для увеличения чувствительности системы к отраженному от потока сигналу оба преобразователя были повернуты примерно на  $45^\circ$  (рис. 3). В общем случае сигнал на входе приемника представляет собой суперпозицию двух сигналов: прямого и отраженного. В установке использован промышленный вентилятор Dospel WK200 (В) с диаметром отверстия 0,15 м, который представляет собой канальный центробежный вентилятор с мощностью 170 Вт, производительностью  $1200 \text{ м}^3/\text{ч}$  и номинальной частотой вращения 2430 об./мин. Кроме того, для калибровки частоты вращения вентилятора используется цифровой фототахометр DT2234В (ФТ), который позволяет бесконтактно измерить частоту вращения вентилятора с разрешением 0,1 об./мин (менее 1000 оборотов), 1,0 об./мин (более 1000 оборотов) и погрешностью  $\pm 0,05\%$ . Частота может меняться симисторным регулятором (Р).

Для обеспечения разных условий распространения отраженного луча передатчик и приемник меняли местами. В силу достаточно больших углов рассеяния ультразвука можно считать, что разница в задержке сигналов при распространении по и против потока определяется сдвигом фазы УЗ импульса при отражении акустических волн [1, 2]. Такой сдвиг фаз зависит от профиля скорости  $V$  потока, его турбулентности, температуры  $T$  и т.д. Поскольку па-

раметры потока при прямом и обратном распространении не меняются, скорость потока оказывается ключевым фактором, влияющим на разницу в задержке сигнала.

На рис. 4 показаны расчетные и экспериментальные осциллограммы (сверху вниз):

- эталонный сигнал с ФМ по коду Баркера 5-го порядка;
- двоянный сигнал в приемнике;
- корреляционная функция;
- мощность корреляционной функции;
- огибающая корреляционной функции.

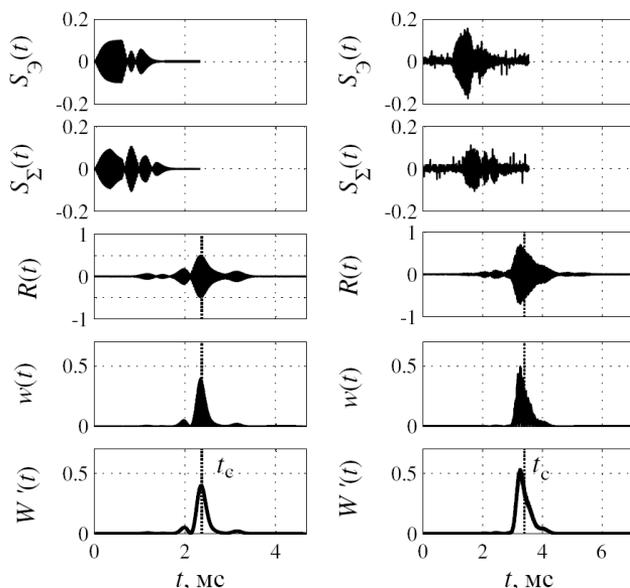


Рис. 4. Расчетные (слева) и экспериментальные (справа) осциллограммы сигналов на разных этапах обработки сигналов

Как видно из рис. 4, форма сигналов при моделировании и экспериментальных измерениях качественно согласуются. При измерениях по и против потока разница в задержке  $\Delta t$  по результатам обработки и усреднения по 45 импульсам составила порядка 5 мкс. По приближенным оценкам это соответствует скорости потока порядка единиц м/с и согласуется с параметрами производительности вентилятора. Измеренная задержка (5 мкс) составляет порядка 1/5 от периода УЗ волны.

Таким образом, при высокой турбулентности и пространственно-временной неоднородности потока предлагаемый алгоритм обработки сигналов позволяет обеспечить высокое временное разрешение.

**Выводы.** Предлагаемый в работе алгоритм предполагает цифровую фазовую модуляцию сигналов с последующей корреляционной обработкой и выделение средневзвешенного временного положения центра мощности кор-

реляционной функции при помощи микропроцессорных средств. Это дает возможность значительно повысить разрешающую способность УЗ измерений с учетом пространственно-временной неоднородности газовой среды.

#### Литература

1. *Блохинцев Д.И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981. 208 с.
2. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 320 с.
3. *Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Славутский Л.А.* Импульсный ультразвуковой контроль стратификации воздуха над нагретой поверхностью // Вестник Чувашского университета. 2016. № 1. С. 39–46.
4. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Сов. радио, 1977. 608 с.
5. *Колесников А.Е.* Ультразвуковые измерения. М.: Изд-во стандартов, 1970. 210 с.
6. *Костюков А.С., Славутский Л.А.* Статистическая погрешность ультразвуковых измерений уровня жидкости при изменении состояния ее поверхности // Вестник Чувашского университета. 2009. № 2. С. 272–275.
7. *Костюков А.С., Никандров М.В., Славутский Л.А.* Изменчивость случайной погрешности ультразвуковых импульсных и доплеровских измерений в неоднородной среде // Нелинейный мир. 2009. Т. 7, № 9. С. 700–705.
8. *Костюков А.С., Славутский Л.А.* Моделирование статистической погрешности ультразвуковых уровнемеров // Вестник Чувашского университета. 2007. № 2. С. 257–260.
9. *Barker R.H.* Group synchronizing of binary digital sequences. Communication theory. London, Butterworth, 1953, pp. 373–287.

---

**БЫЧКОВА ИРИНА ЮРЬЕВНА** – аспирантка кафедры автоматки и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (iboomest@gmail.com).

**БЫЧКОВ АНАТОЛИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ** – аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

**СЛАВУТСКИЙ ЛЕОНИД АНАТОЛЬЕВИЧ** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры автоматки и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (las\_co@mail.ru).

---

#### I. BYCHKOVA, A. BYCHKOV, L. SLAVUTSKIИ ALGORITHM OF SIGNALS CORRELATION PROCESSING ON DOUBLE-BEAM ULTRASONIC PROPAGATION

**Key words:** *ultrasound, pulse measurements, phase-modulated signals, correlation processing.*

*The algorithm for correlation processing of pulsed ultrasonic signals is proposed. It uses the digital phase modulation of signals to increase the resolution of ultrasonic devices. The algorithm allows high resolution measurements of the small delay between the pulses arriving at the receiver at different trajectories of propagation in an inhomogeneous medium. The laboratory experimental measurements were carried out at scattering of ultrasound in the non-uniform air flow. The possibility to measure time delays which are significantly shorter than the period of the carrier wave.*

#### References

1. Blokhintsev D.I. *Akustika neodnorodnoi dvizhushcheysya sredy* [Acoustics of inhomogeneous moving medium]. Moscow, Nauka Publ, 1981, 208 p.
2. Brekhovskikh L.M., Godin O.A. *Akustika sloistykh sred* [Acoustics of layered media]. Moscow, Nauka Publ, 1989, 320 p.

3. Bychkova I.Yu., Bychkov A.V., Slavutskii L.A. *Impul'snyj ultrazvukovoj control stratifikacii vozduha nad nagretoj poverkhnostyu* [Pulse ultrasonic control of the air stratification over the heated surface]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 1, pp. 39–46.

4. Gonorovskii I.S. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* [Radio circuits and signals]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1977, 608 p.

5. Kolesnikov A.E. *Ul'trazvukovye izmereniya* [Ultrasonic measurements]. Moscow, 1970, 210 p.

6. Kostyukov A.S., Slavutskii L.A. *Statisticheskaya pogreshnost' ul'trazvukovykh izmerenii urovnya zhidkosti pri izmenenii sostoyaniya ee poverkhnosti*. [Statistic error of ultrasonic level measurements for different surface conditions] *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2009, no. 2, pp. 272–275.

7. Kostyukov A.S., Nikandrov M.V., Slavutskii L.A. *Izmenchivost' sluchainoi pogreshnosti ul'trazvukovykh impul'snykh i doplerovskikh izmerenii v neodnorodnoi srede*. [The Statistical Error Variations of Pulsed and Doppler Ultrasonic Measurements in Inhomogeneous Medium]. *Nelineinyi mir* [Nonlinear world], 2009, vol. 7, no. 9, pp. 700–705.

8. Kostyukov A.S., Slavutskii L.A. *Modelirovanie statisticheskoi pogreshnosti ul'trazvukovykh urovnerov* [Simulation of statistical error of ultrasonic level meter]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2007, no. 2, pp. 257–260.

9. Barker R.H. *Group synchronizing of binary digital sequences. Communication theory*. London, Butterworth, 1953, pp. 373–287.

---

**BYCHKOVA IRINA** – Post-Graduate Student of Department of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (iboomest@gmail.com).

**BYCHKOV ANATOLY** – Post-Graduate Student of Electrical and Electronic Apparatuses Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

**SLAVUTSKII LEONID** – Doctor of Physics and Mathematical Sciences, Professor of Department of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (las\_co@mail.ru).

---

**Ссылка на статью:** Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Славутский Л.А. Алгоритм корреляционной обработки сигналов при двухлучевом распространении ультразвука // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 218–224.

УДК 004.9:[519.852:519.6

ББК В183.41: В193.1

А.Ю. ИВАНИЦКИЙ, А.О. КАЗАКОВА,  
Ж.К. КАРАСЕВА, Е.И. АНДРЕЕВА**МЕТОД ПОТОЧЕЧНОЙ НЕВЯЗКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ  
ГИБКОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ  
С ПРИБЛИЖЕННЫМИ ДАННЫМИ**

**Ключевые слова:** задача гибкого линейного программирования, неустойчивые задачи линейного программирования, неустойчивые электротехнические задачи, метод поточечной невязки, сходимость, оценка погрешности.

В статье предлагается метод поточечной невязки для решения задачи гибкого линейного программирования с приближенными данными. Метод приводит к вспомогательной задаче, которая является также задачей линейного программирования. Доказаны компактность и выпуклость нормальных решений множества приближенных решений, теорема сходимости, получены оптимальные по порядку оценки аппроксимации решений исходной задачи приближенными решениями. Предложенный метод может применяться для решения прикладных задач, в том числе электротехнических задач, которые могут быть сведены к системам линейных алгебраических уравнений и неравенств и задачам гибкого линейного программирования.

1. В задачах линейного программирования, к которым в некоторых случаях сводится ряд электротехнических задач, часто достаточно найти точку  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$ , гарантирующую, что значение целевой функции не превышает некоторого значения. В этом случае мы приходим к задаче линейного программирования: найти вектор  $\mathbf{u}$  из условия

$$\langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle \leq \alpha, \quad \mathbf{u} \in U_D, \quad (1)$$

где  $\langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle = c_1 u_1 + c_2 u_2 + \dots + c_n u_n$ ;  $\alpha \in \mathfrak{R}$ ,  $\mathfrak{R}$  – множество действительных чисел,

$$U_D = U \cap D \neq \emptyset, \quad U = \{\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^n : \mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \mathbf{B}\mathbf{u} \leq \mathbf{d}\},$$

$$D = \{\mathbf{u} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{A}^1 \mathbf{u} = \mathbf{f}^1, \mathbf{B}^1 \mathbf{u} = \mathbf{d}^1\}, \quad \mathfrak{R}_+^n = \{\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T \in \mathfrak{R}^n : u_j \geq 0, j = \overline{1, n}\},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m2} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{m \times n}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_m \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^m,$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{p2} & b_{p2} & \dots & b_{pn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{p \times n}, \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_p \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^p,$$

$$\mathbf{A}^1 = \begin{bmatrix} a^{111} & a^{112} & \dots & a^{11n} \\ a^{121} & a^{122} & \dots & a^{12n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a^{1s2} & a^{1s2} & \dots & a^{1sn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{s \times n}, \quad \mathbf{f}^1 = \begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \\ \dots \\ f_s^1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^s,$$

$$\mathbf{B}^1 = \begin{bmatrix} b^1_{11} & b^1_{12} & \dots & b^1_{1n} \\ b^1_{21} & b^1_{22} & \dots & b^1_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b^1_{l2} & b^1_{l2} & \dots & b^1_{ln} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{l \times n}, \quad \mathbf{d}^1 = \begin{bmatrix} d^1_1 \\ d^1_2 \\ \dots \\ d^1_s \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^l,$$

$\mathfrak{R}^{k \times n}$ ,  $\mathfrak{R}^k$ ,  $k = m, p, s, l$  – пространства вещественных матриц и векторов, соответственно. В дальнейшем считаем, что множество  $D$  известно точно, т.е. матрицы  $\mathbf{A}^1$  и  $\mathbf{B}^1$ , а также векторы  $\mathbf{f}^1$  и  $\mathbf{d}^1$  заданы точно. Например, в модельной задаче (1)  $D = \mathfrak{R}_+^n$ . Очевидно, что множество  $D$  замкнутое и выпуклое. Задача (1) относится к так называемым задачам гибкого линейного программирования.

Пусть  $\bar{U} = \{\mathbf{u} \in U_D : \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle \leq \alpha\}$ . Рассмотрим задачу нахождения нормально-го решения задачи (1):

$$\|\mathbf{u}\|_1 \rightarrow \inf, \quad \mathbf{u} \in \bar{U}, \quad (2)$$

где  $\|\mathbf{u}\|_1 = |u_1| + |u_2| + \dots + |u_n|$  – октаэдрическая норма вектора. В нашем случае  $U = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T \in U_D \subseteq \mathfrak{R}_+^n$ , тогда  $u_j \geq 0$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Следовательно, задача (2) эквивалентна следующей задаче:

$$\varphi(\mathbf{u}) = u_1 + u_2 + \dots + u_n, \quad \mathbf{u} \in \bar{U}. \quad (3)$$

В дальнейшем считаем, что множество решений задачи (1)  $\bar{U} \neq \emptyset$ .

**Теорема 1.** Множество решений задачи (3)

$$U_* = \{\mathbf{u} \in \bar{U} : \varphi(\mathbf{u}) = \varphi^*, \varphi^* = \inf_{\mathbf{u} \in \bar{U}} \varphi(\mathbf{u})\}$$

непусто, компактно, выпукло, и любая минимизирующая последовательность  $\{\mathbf{u}^k\} : \mathbf{u}^k \in \bar{U} (k = 1, 2, \dots, \lim_{k \rightarrow +\infty} \varphi(\mathbf{u}^k) = \varphi^*)$  сходится к  $U_*$ , т.е.  $\lim_{k \rightarrow +\infty} \rho(\mathbf{u}^k, U_*) = 0$ ,

где  $\rho(\mathbf{u}^k, U_*) = \inf_{\mathbf{v} \in U_*} \|\mathbf{u}^k - \mathbf{v}\|$ ,  $\|\cdot\|$  – произвольная норма в  $\mathfrak{R}^n$ .

*Доказательство.* Множество  $\bar{U}$  замкнуто и выпукло, как пересечение выпуклых и замкнутых множеств  $U, D$  и  $\{\mathbf{u} : \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle \leq \alpha\}$ , а функция  $\varphi(\mathbf{u})$  конечна, непрерывна, выпукла и ограничена снизу  $\varphi(\mathbf{u}) \geq 0$ , так как множество  $\bar{U} \subseteq \mathfrak{R}_+^n$ . Тогда по теореме 1 [1. С. 159] множество  $U_*$  выпукло. С другой стороны, все условия теоремы 3 [1. С. 50] выполнены, тогда множество решений задачи (1)  $U_* \neq \emptyset$  компактно и любая минимизирующая последовательность  $\{\mathbf{u}^k\} \in \bar{U}$  сходится к  $U_*$ , т.е.  $\lim_{k \rightarrow +\infty} \rho(\mathbf{u}^k, U_*) = 0$ , где  $\rho(\mathbf{u}^k, U_*) = \inf_{\mathbf{v} \in U_*} \|\mathbf{u}^k - \mathbf{v}\|_2$ ,

$\|\mathbf{w}\|_2 = \left( \sum_{j=1}^n |\mathbf{w}_j|^2 \right)^{1/2}$ . В конечномерном пространстве все нормы эквивалентны,

т.е. существует константы  $M_1$  и  $M_2$  такие, что  $M_1 \cdot \|\mathbf{w}\|_2 \leq \|\mathbf{w}\| \leq M_2 \cdot \|\mathbf{w}\|_2$ , где  $\|\mathbf{w}\|$  – произвольная норма вектора  $\mathbf{w}$ . Тогда

$$M_1 \cdot \|\mathbf{u}^k - \mathbf{w}\|_2 \leq \|\mathbf{u}^k - \mathbf{w}\| \leq M_2 \cdot \|\mathbf{u}^k - \mathbf{w}\|_2, \quad \forall \mathbf{u}^k \in \bar{U}$$

$$M_1 \inf_{\mathbf{w} \in U_*} \|\mathbf{u}^k - \mathbf{w}\|_2 \leq \inf_{\mathbf{w} \in U_*} \|\mathbf{u}^k - \mathbf{w}\| \leq M_2 \inf_{\mathbf{w} \in U_*} \|\mathbf{u}^k - \mathbf{w}\|_2, \quad \forall \mathbf{u}^k \in \bar{U}.$$

Переходя к пределу при  $k \rightarrow \infty$ , получим, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \rho(\mathbf{u}^k, U^*) = 0, \quad \rho(\mathbf{u}^k, U^*) = \inf_{\mathbf{u} \in U^*} \|\mathbf{u}^k - \mathbf{u}\|$$

где  $\|\cdot\|$  – произвольная норма. Теорема доказана.

2. Пусть множество  $D$  известно точно, а множество  $U$  – приближенно, т.е. вместо данных  $\{\mathbf{A}, \mathbf{f}, \mathbf{B}, \mathbf{d}, \mathbf{c}\}$  в задаче (1) известны их приближения,  $\{\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{f}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{d}}, \tilde{\mathbf{c}}\}$ ,

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \dots & \tilde{a}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{a}_{m2} & \tilde{a}_{m2} & \dots & \tilde{a}_{mn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{m \times n}, \quad \tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \dots \\ \tilde{f}_m \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^m,$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_{11} & \tilde{b}_{12} & \dots & \tilde{b}_{1n} \\ \tilde{b}_{21} & \tilde{b}_{22} & \dots & \tilde{b}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{b}_{p2} & \tilde{b}_{p2} & \dots & \tilde{b}_{pn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{p \times n}, \quad \tilde{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \tilde{d}_1 \\ \tilde{d}_2 \\ \dots \\ \tilde{d}_p \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^p, \quad \tilde{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_1 \\ \tilde{c}_2 \\ \dots \\ \tilde{c}_n \end{bmatrix},$$

такие, что выполнены соотношения

$$|\tilde{a}_{ij} - a_{ij}| \leq \Delta_{ij}, \quad |\tilde{f}_i - f_i| \leq \delta_i, \quad |\tilde{c}_j - c_j| \leq \eta_j, \quad (4)$$

$$|\tilde{b}_{kj} - b_{kj}| \leq \Lambda_{kj}, \quad |\tilde{d}_k - d_k| \leq \lambda_k, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, p},$$

где  $\Delta_{ij} \geq 0$ ,  $\delta_i \geq 0$ ,  $\Lambda_{kj} \geq 0$ ,  $\lambda_k \geq 0$ ,  $\eta_j$  – уровни погрешностей в заданных входных данных  $\{\mathbf{A}, \mathbf{f}, \mathbf{B}, \mathbf{d}, \mathbf{c}\}$ .

В общем случае, если в задаче (3) данные  $\{\mathbf{A}, \mathbf{f}, \mathbf{B}, \mathbf{d}, \mathbf{c}\}$  заменить на их приближения  $\{\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{f}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{d}}, \tilde{\mathbf{c}}\}$  и решать задачу

$$\varphi(\mathbf{u}) = u_1 + u_2 + \dots + u_n \rightarrow \inf, \quad \mathbf{u} \in \tilde{U} = \{\mathbf{u} \in D : \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{f}}, \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} \leq \tilde{\mathbf{d}}, \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle \leq \alpha\}, \quad (5)$$

то она может оказаться неразрешимой, а в случае разрешимости – неустойчивой [1–3, 6, 7]. Поэтому для ее решения необходимо использовать метод регуляризации [1–7]. Одним из таких методов является метод поточечной невязки, представленный ниже.

Пусть  $\sigma = [\Delta, \delta, \Lambda, \lambda, \eta]$  – набор погрешностей входных данных из (4)

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \dots & \Delta_{1n} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \dots & \Delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_{m2} & \Delta_{m2} & \dots & \Delta_{mn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}_+^{m \times n}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \dots \\ \delta_m \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}_+^m,$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} & \dots & \Lambda_{1n} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} & \dots & \Lambda_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Lambda_{p2} & \Lambda_{p2} & \dots & \Lambda_{pn} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}_+^{p \times n}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_p \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}_+^p, \quad \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \dots \\ \eta_n \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}_+^n,$$

Рассмотрим множество

$$U(\sigma) = \left[ \mathbf{u} \in D : \left| \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} u_j - \tilde{f}_i \right| \leq \sum_{j=1}^n \Delta_{ij} u_j + \tilde{\delta}_i, \sum_{k=1}^p \tilde{b}_{kj} u_j - \tilde{d}_k \leq \sum_{k=1}^p \Lambda_{kj} u_j + \tilde{\lambda}_k, \right. \\ \left. \langle \tilde{\mathbf{c}}, \mathbf{u} \rangle - \alpha \leq \langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u} \rangle, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, p} \right],$$

или в матрично-векторной записи

$$U(\sigma) = \{ \mathbf{u} \in D : \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{f}} \leq \Delta\mathbf{u} + \delta, \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{d}} \leq \Lambda\mathbf{u} + \lambda, \langle \tilde{\mathbf{c}}, \mathbf{u} \rangle - \alpha \leq \langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u} \rangle \},$$

или

$$U(\sigma) = \{ \mathbf{u} \in D : \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{f}} \leq \Delta\mathbf{u} + \delta, -(\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{f}}) \leq \Delta\mathbf{u} + \delta, \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{d}} \leq \Lambda\mathbf{u} + \lambda, \langle \tilde{\mathbf{c}}, \mathbf{u} \rangle - \alpha \leq \langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u} \rangle \}.$$

Нетрудно показать, что  $\bar{U} \subseteq \tilde{U}$  и, следовательно,  $\tilde{U} \neq \emptyset$ , так как, по нашему предположению,  $\bar{U} \neq \emptyset$ . Множество  $\tilde{U}$  является специальным расширением множества  $\bar{U}$ . В неравенствах, определяющих множество  $U(\sigma)$ , заложена идея согласования поточечных невязок  $\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{f}}, \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{d}}, \langle \tilde{\mathbf{c}}, \mathbf{u} \rangle - \alpha$  с погрешностями входных данных  $\Delta, \delta, \Lambda, \lambda, \boldsymbol{\eta}$ , соответственно.

Запишем множество  $U(\sigma)$  в виде

$$U(\sigma) = \{ \mathbf{u} \in D : (\tilde{\mathbf{A}} - \Delta)\mathbf{u} \leq \tilde{\mathbf{f}} + \delta, -(\tilde{\mathbf{A}} + \Delta)\mathbf{u} \leq -\tilde{\mathbf{f}} + \delta, \\ (\tilde{\mathbf{B}} - \Lambda)\mathbf{u} \leq \tilde{\mathbf{d}} + \lambda, \langle \tilde{\mathbf{c}} - \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u} \rangle \leq \alpha \} \tag{6}$$

и рассмотрим задачу

$$\varphi(\mathbf{u}) = u_1 + u_2 + \dots + u_n \rightarrow \inf, \quad \mathbf{u} \in U(\sigma). \tag{7}$$

Так как  $D$  – выпуклое и замкнутое множество, то, как видно из (6), множество  $U(\sigma)$  выпукло и замкнуто, а функция  $\varphi(\mathbf{u})$  непрерывна, конечна, выпукла и ограничена снизу на множестве  $U(\sigma) \subseteq \mathfrak{R}_+^n$ . Тогда, аналогично теореме 1, справедлива теорема 2.

**Теорема 2.** Множество решений задачи (7)

$$U_*(\sigma) = \{ \mathbf{u} \in U(\sigma) : \varphi(\mathbf{u}) = \varphi_*, \varphi_* = \inf_{\mathbf{u} \in U(\sigma)} \varphi(\mathbf{u}) \}$$

непусто, конечно, выпукло, и любая минимизирующая последовательность  $\{\mathbf{u}^k\}$  сходится к  $U_*(\sigma)$ , т.е.  $\lim_{k \rightarrow +\infty} \rho(x^k, U_*) = 0$ , где  $\rho(x^k, U_*) = \inf_{\mathbf{u} \in U_*} \|x^k - \mathbf{u}\|$ ,  $\|\cdot\|$  – произвольная норма в  $\mathfrak{R}^n$ .

При численном решении задачи (7) достаточно определить вектор  $\mathbf{u}(\sigma, \varepsilon)$  из условия

$$\mathbf{u}(\sigma, \varepsilon) : \varphi(\mathbf{u}(\sigma, \varepsilon)) \leq \varphi_*(\sigma) + \varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0. \tag{8}$$

Множество векторов, удовлетворяющих условию (8), обозначим  $U_*(\sigma, \varepsilon)$ . Покажем, что в качестве приближенных решений задачи (3) можем взять элементы множества  $U_*(\sigma, \varepsilon)$ .

Обозначим через  $(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{f})_k, (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{d})_k$   $k$ -е компоненты векторов  $\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{f}, \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{d}$ , соответственно,

$$\Delta_i = \max_{1 \leq j \leq n} \Delta_{ij}, \quad \Delta_j = \max_{1 \leq i \leq m} \Delta_{ij}, \quad \widehat{\Delta} = \max_{i,j} \Delta_{ij}, \quad \widehat{\delta} = \max_{1 \leq i \leq m} \delta_i, \\ \Lambda_s = \max_{1 \leq j \leq n} \Lambda_{sj}, \quad \Lambda_j = \max_{1 \leq s \leq p} \Lambda_{sj}, \quad \widehat{\Lambda} = \max_{s,j} \Lambda_{sj}, \quad \widehat{\lambda} = \max_{1 \leq s \leq p} \lambda_s, \quad \widehat{\eta} = \max_{1 \leq j \leq n} \eta_j.$$

Справедлива следующая теорема сходимости.

**Теорема 3.** Пусть  $\bar{U} \neq \emptyset$ , тогда

$$\beta(U_*(\sigma, \varepsilon), U_*) = \sup_{w \in U_*(\sigma, \varepsilon)} \inf_{u \in U_*} \|w - u\| \rightarrow 0$$

при  $\{\Delta, \delta, \Lambda, \lambda, \eta\} \rightarrow 0$ , где  $U_*(\sigma, \varepsilon)$  и  $U_*$  – множества решений задач (8) и (3), соответственно.

*Доказательство.* Возьмем произвольные последовательности

$$\{\sigma^k\} = \{\widehat{\Delta}^k, \widehat{\delta}^k, \widehat{\Lambda}^k, \widehat{\lambda}^k, \widehat{\varepsilon}^k\} \rightarrow 0, \varepsilon^k \rightarrow 0, \text{ при } k \rightarrow +\infty.$$

По определению верхней грани найдется последовательность  $\{u^k\} \in U_*(\sigma^k, \varepsilon^k)$  такая, что

$$\inf_{u \in U_*} \|u^k - u\| \geq \beta(U_*(\sigma, \varepsilon), U_*) - \frac{1}{k}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (9)$$

Так как  $\bar{U} \subseteq U_*(\sigma)$ , то  $\varphi_*(\sigma) \leq \varphi_*$ , тогда  $\forall \{u^k\} \in U_*(\sigma, \varepsilon) \subseteq U(\sigma) \subseteq \mathfrak{R}_+^n$  из (8) получим

$$\varphi(u^k) = u_1^k + u_2^k + \dots + u_n^k = \|u^k\|_1 \leq \varphi_*(\sigma) + \varepsilon^k \leq \varphi_* + \varepsilon^k. \quad (10)$$

Таким образом, последовательность  $\{u^k\}$  ограничена, и из нее можно выделить сходящуюся подпоследовательность. Не ограничивая общности, считаем, что сама последовательность сходится  $\{u^k\} \rightarrow u_*$  при  $k \rightarrow \infty$ .

Для  $\forall u^k \in U(\sigma) \subseteq \mathfrak{R}_+^n$  имеем

$$(Au^k - f)_i \leq 2[(\Delta u^k)_i + \delta_i] \leq 2[\Delta_i(u_1^k + u_2^k + \dots + u_n^k) + \delta_i] \leq 2(\Delta_i \|u^k\|_1 + \delta_i), \quad i = \overline{1, m}.$$

Отсюда и из (10) получим

$$(Au^k - f)_i \leq 2[\widehat{\Delta}^k(\varphi_* + \varepsilon^k) + \widehat{\delta}^k], \quad i = \overline{1, m}. \quad (11)$$

Аналогично для  $\forall u^k \in U(\sigma)$  имеем

$$-(Au^k - f)_i \leq 2[\widehat{\Delta}^k(\varphi_* + \varepsilon^k) + \widehat{\delta}^k], \quad i = \overline{1, m}; \quad (12)$$

$$(Bu^k - d)_s \leq 2[\widehat{\Lambda}^k(\varphi_* + \varepsilon^k) + \widehat{\delta}^k], \quad s = \overline{1, p}; \quad (13)$$

$$\langle c, u \rangle \leq 2\widehat{\eta}^k(\varphi_* + \varepsilon^k) + \alpha. \quad (14)$$

Переходя к пределу при  $k \rightarrow \infty$  в неравенствах (11)–(13), или, что то же самое, при  $\{\widehat{\sigma}^k\} \rightarrow 0, \varepsilon^k \rightarrow 0$ , получим

$$(Au - f)_i \leq 0, \quad -(Au - f)_i \leq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad (Bu - d)_i \leq 0, \quad s = \overline{1, p}, \quad \langle c, u \rangle \leq \alpha.$$

Или в матричной форме

$$Au_* = f, \quad Bu_* \leq d, \quad \langle c, u_* \rangle \leq \alpha. \quad (15)$$

Так как  $u_*$  – предельная точка последовательности  $\{u^k\} \in U(\sigma)$ , а множество  $U(\sigma) \subseteq D$  и  $U(\sigma)$  и  $D$  замкнуто, то  $u_* \in D$ . Тогда с учетом соотношений (15) имеем, что  $u_* \in \bar{U}$ . С другой стороны, из (10) при  $k \rightarrow \infty$  получим  $\varphi(u_*) \leq \varphi_*$ . Следовательно,  $u_*$  – решение задачи (2), т.е.  $u_* \in U_*$ . Переходя к пределу в (9) при  $k \rightarrow \infty$ , получим

$$\beta(U_*(\sigma, \varepsilon), U_*) \rightarrow 0$$

Теорема доказана.

3. Из теоремы 3 следует, что при достаточно малых  $\{\Delta, \delta, \Lambda, \lambda, \eta\}$  в качестве приближенных решений задачи (3) можно взять решения задачи (7) или (8). Но пока вопрос: насколько «близко» множество  $U_*(\sigma, \varepsilon)$  к множеству  $U_*$  остается открытым? Следующая теорема дает ответ на этот вопрос.

**Теорема 4.** Пусть  $\bar{U} = \{\mathbf{u} \in U_D : \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle \leq \alpha\} \neq \emptyset$ , тогда справедлива оценка

$$\beta(U_*(\sigma, \varepsilon), U_*) = O(\widehat{\Delta} + \widehat{\delta} + \widehat{\Lambda} + \widehat{\lambda} + \widehat{\eta} + \varepsilon). \quad (16)$$

*Доказательство.* Множество решений задачи (13) можно представить в виде полиэдра

$$U_* = \{\mathbf{u} \in D : \varphi(\mathbf{u}) \leq \varphi_*, \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle \leq \alpha, \mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \mathbf{B}\mathbf{u} \leq \mathbf{d}\},$$

где  $D = \{\mathbf{u} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{A}^1\mathbf{u} = \mathbf{f}^1, \mathbf{B}^1\mathbf{u} \leq \mathbf{d}^1\}$  тоже является полиэдром. Тогда к множеству  $U_*$  можно применить теорему 2.5.3 [2. С. 121]: существует такая постоянная  $M > 0$ , зависящая лишь от элементов матриц  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  и вектора  $\mathbf{c}$ , что

$$\rho(\mathbf{u}, U_*) \leq M \max\{\max\{0; \varphi(\mathbf{u}) - \varphi_*\}; \max\{0; \langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle\}; \max_{1 \leq i \leq m} \{ |(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{f})_i| \}; \max_{1 \leq s \leq m} \{0; (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{d})_s\} \}, \quad \forall \mathbf{u} \in D, \quad (17)$$

где  $\rho(\mathbf{u}, U_*) = \inf_{\mathbf{u}^* \in U_*} \|\mathbf{u} - \mathbf{u}^*\|_2 = \inf_{\mathbf{u}^* \in U_*} \left( \sum_{j=1}^n |\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_j^*|^2 \right)^{1/2}$ . Так как  $U_*(\sigma, \varepsilon) \subseteq D$ , неравенство (17) справедливо для  $\forall \mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon) \in U_*(\sigma, \varepsilon)$ . Оценим правую часть (17) при  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon)$ . Аналогично, как и при доказательстве теоремы 3, имеем  $\varphi(\mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon)) \leq \varphi_*(\sigma) + \varepsilon \leq \varphi_* + \varepsilon$ , так как  $\bar{U} \subseteq U(\sigma)$  и, следовательно,  $\varphi_*(\sigma) \leq \varphi_*$ . Тогда  $\varphi(\mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon)) - \varphi_* \leq \varepsilon$ , отсюда имеем

$$\max\{0; \varphi(\mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon)) - \varphi_*\} \leq \varepsilon. \quad (18)$$

Так как  $\langle \mathbf{c}, \mathbf{u} \rangle \leq \alpha$  для  $\forall \mathbf{u} \in D$ , в частности, для  $\forall \mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon) \in U(\sigma) \subseteq D$  имеем  $\langle \mathbf{c}, \mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon) \rangle \leq \alpha$ . Следовательно,

$$\max\{0; \langle \mathbf{c}, \mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon) \rangle - \alpha\} = 0. \quad (19)$$

Рассуждая аналогично, как при доказательстве неравенств (11)–(13), получим

$$\max_{1 \leq i \leq m} |(\mathbf{A}\mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon))_i| \leq 2[\widehat{\Delta}(\varphi_* + \varepsilon) + \widehat{\delta}]; \quad (20)$$

$$\max_{1 \leq s \leq m} \{0; (\mathbf{B}\mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon) - \mathbf{d})_s\} \leq 2[\widehat{\Lambda}(\varphi_* + \varepsilon) + \widehat{\lambda}]. \quad (21)$$

С учетом соотношений (18)–(21) получим:

$$\rho(\mathbf{u}_*(\delta, \varepsilon), U_*) \leq M \max\{\varepsilon; 0; 2[\widehat{\Delta}(\varphi_* + \varepsilon) + \widehat{\delta}]; 2[\widehat{\Lambda}(\varphi_* + \varepsilon) + \widehat{\lambda}]\}, \quad \forall \mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon) \in U_*(\sigma, \varepsilon).$$

Переходя к точной верхней грани по всем  $\forall \mathbf{u}_*(\sigma, \varepsilon) \in U_*(\sigma, \varepsilon)$ , получим утверждение теоремы. Теорема доказана.

4. Рассмотрим модельную задачу гибкого линейного программирования: найти вектор  $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2]^T \in \mathfrak{R}_+^2$ , удовлетворяющий условию

$$-\sqrt{2}\mathbf{u}_1 + \sqrt{18}\mathbf{u}_2 \leq \alpha \quad (22)$$

при выполнении следующих ограничений:

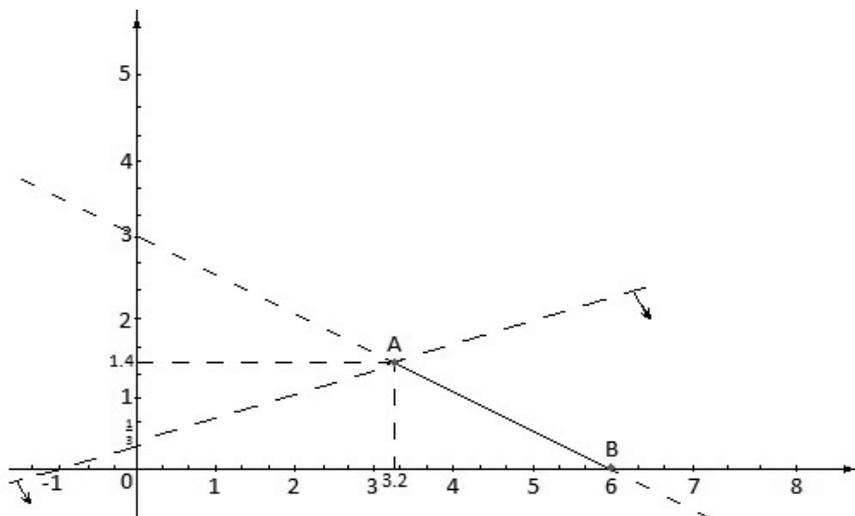
$$\begin{cases} \mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \leq 6; \\ -\sqrt{2}\mathbf{u}_1 - \sqrt{8}\mathbf{u}_2 \leq -\sqrt{72}; \\ \mathbf{u}_1 \geq 0, \mathbf{u}_2 \geq 0. \end{cases} \quad (23)$$

Рассмотрим модельную задачу (22), (23) при  $\alpha = \sqrt{2}$  и  $\alpha = \sqrt{162}$ .

Пусть  $\alpha = \sqrt{2}$ , тогда, разделив на  $\sqrt{2}$  неравенства (22) и разделив на  $-\sqrt{2}$  второе неравенство в (23), получим систему неравенств

$$\begin{cases} -\mathbf{u}_1 + 3\mathbf{u}_2 \leq 1; \\ \mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \leq 6; \\ \mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \geq 6; \\ \mathbf{u}_1 \geq 0, \mathbf{u}_2 \geq 0. \end{cases} \quad (24)$$

На рисунке представлено множество решений этой системы – отрезок  $AB$ .



Модельная задача

Аналогично (3), рассмотрим задачу нахождения нормальных решений

$$\varphi(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \rightarrow \inf, \quad \mathbf{u} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2]^T \in \bar{U} = [A, B]$$

или, что то же самое,

$$\begin{cases} \varphi(\mathbf{u}) = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \rightarrow \inf \\ -\sqrt{2}\mathbf{u}_1 + \sqrt{18}\mathbf{u}_2 \leq \sqrt{2}; \\ \mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2 \leq 6; \\ -\sqrt{2}\mathbf{u}_1 - \sqrt{18}\mathbf{u}_2 \leq -\sqrt{72}; \\ \mathbf{u}_1 \geq 0, \mathbf{u}_2 \geq 0, \end{cases} \quad (25)$$

решением которой при  $\alpha = \sqrt{2}$ , как видим из рисунка, будет точка  $\mathbf{u}^* = [3, 2; 1, 4]^T$  и  $\varphi^* = \varphi(\mathbf{u}^*) = 4, 6$ . При  $\alpha = \sqrt{162}$ , рассуждая аналогично, легко получить нормальное решение  $\mathbf{u}^* = [0; 3]^T$  и  $\varphi^* = 3$ . Округление чисел

$\sqrt{2} = 1,4142136\dots$ ,  $\sqrt{18} = 4,2426407\dots$ ,  $\sqrt{72} = 8,4852814\dots$  можно интерпретировать как внесение возмущений в ограничения задачи (25) или как задание приближенных данных  $\{\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{f}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{d}}, \tilde{\mathbf{c}}\}$  в соотношениях (4). Пусть  $k$  – число удерживаемых цифр после десятичной точки при значении  $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{72}$ . При этом ошибка округления не превышает величины  $0,5 \times 10^{-k}$ . Для различных  $k$ , отличающиеся друг от друга, возмущения порядка  $0,5 \times 10^{-k}$  приводят к задачам, которые не имеют решения, или же, в случае разрешимости, эти решения носят неустойчивый характер. Как видно из табл. 1, при  $\alpha = \sqrt{2}$  задача нахождения нормальных решений задачи гибкого линейного программирования (25) при любом  $k$  не имеет решения, что нетрудно показать, хотя точное решение этой задачи существует  $\mathbf{u}_* = [3, 2; 1, 4]^T$ . Таким образом, в этом случае ни при каком  $k$  мы не сможем получить это решение. При  $\alpha = \sqrt{162}$  имеем ситуацию: то решение есть (при  $k = 0, 2, 5, \dots$ ) и оно либо совпадает с точным нормальным решением  $\mathbf{u}_* = [0; 3]^T$  или близко к нему, то решения нет (при  $k = 1, 3, 4, 6, \dots$ ), т.е. процесс нахождения нормальных решений носит неустойчивый характер.

Таблица 1

Решения модельных задач при произвольных  $k$ 

$\alpha$	$\mathbf{u}$	Точное решение	$k$								
			0	1	2	3	4	5	6	...	
$\sqrt{2}$	$\mathbf{u}_{*1}$	3,2	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	$\mathbf{u}_{*2}$	1,4	–	–	–	–	–	–	–	–	–
$\sqrt{162}$	$\mathbf{u}_{*1}$	0	0	–	0	–	–	–	0	–	–
	$\mathbf{u}_{*2}$	3	2,666666666666667	–	3	–	–	–	2,999996464469688	–	–

Решим задачу (25) при  $\alpha = \sqrt{2}$  и  $\alpha = \sqrt{162}$  методом поточечной невязки (7) или (8) при различных  $k$  в среде MatLab R2014b, используя симплекс-метод. Результаты вычислений приведены в табл. 2, из которой видно, что приближенные решения  $\mathbf{u}_*(\sigma) = [\mathbf{u}_{*1}(\sigma), \mathbf{u}_{*2}(\sigma)]^T$ , полученные методом поточечной невязки, описанным и обоснованным выше, сходятся к точным решениям задачи (25)  $\mathbf{u}_* = [3, 2; 1, 4]^T$  при  $\alpha = \sqrt{2}$  и  $\mathbf{u}_* = [0; 3]^T$  при  $\alpha = \sqrt{162}$ . При этом погрешность  $\|\mathbf{u}_* - \mathbf{u}_*(\sigma)\|$  составляет порядка  $O(10^{-k})$ .

Таблица 2

Решение задач методом поточечной невязки

$\alpha$	Точное решение	$\mathbf{u}_*(\sigma)$	$k$			
			0	1	2	3
$\sqrt{2}$	$\mathbf{u}_{*1} = 3,2$	$\mathbf{u}_{*1}(\sigma)$	3,051690073649114	3,11689326515492	3,19857735290287	3,19960315307825
	$\mathbf{u}_{*2} = 1,4$	$\mathbf{u}_{*2}(\sigma)$	1,285719139835297	1,40914240306478	1,40012893927333	1,40008042535857
		$\ \mathbf{u}_* - \mathbf{u}_*(\sigma)\ _1$	0,14830992635089	0,08310673484508	0,00142264709713	0,00039684692175
$\sqrt{162}$	$\mathbf{u}_{*1} = 0$	$\mathbf{u}_{*1}(\sigma)$	0	0	0	0
	$\mathbf{u}_{*2} = 3$	$\mathbf{u}_{*2}(\sigma)$	2,51305787493998	2,981366158776386	2,998186678452162	2,999815760887402
		$\ \mathbf{u}_* - \mathbf{u}_*(\sigma)\ _1$	0,48694212506002	0,01863384122362	0,00181332154784	0,00018423911260

Окончание табл. 2

$\alpha$	Точное решение	$u_*(\sigma)$	$k$			
			4	5	6	...
$\sqrt{2}$	$u_{*1} = 3,2$	$u_{*1}(\sigma)$	3,19989557974757	3,19999436375989	3,19999832711111	
	$u_{*2} = 1,4$	$u_{*2}(\sigma)$	1,40001589514708	1,39999937968591	1,40000009575692	
		$\ u_* - u_*(\sigma)\ _1$	0,00010442025243	0,00000563624011	0,00000167288889	
$\sqrt{162}$	$u_{*1} = 0$	$u_{*1}(\sigma)$	0	0	0	
	$u_{*2} = 3$	$u_{*2}(\sigma)$	2,999985345108936	2,999992102682857	2,99999680802728	
		$\ u_* - u_*(\sigma)\ _1$	0,00001465489107	0,00000789731715	0,00000031919728	

Таким образом, метод поточечной невязки, во-первых, позволяет получить приближенные решения с точностью порядка задания входных данных, во-вторых, вспомогательная задача (7) или (8), к которой приводит этот метод, тоже является задачей линейного программирования, т.е. мы остаемся в классе задач, однотипных с исходной задачей (1).

## Литература

1. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002. 415 с.
2. Васильев Ф.П., Иванецкий А.Ю. Линейное программирование. М.: Факториал Пресс, 2008. 347 с.
3. Васильев Ф.П., Иванецкий А.Ю., Морозов В.А. Метод поточечной невязки для решения некоторых задач линейной алгебры и линейного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1998. Т. 38, № 7. С. 1140–1152.
4. Морозов В.А., Медведев Н.В., Иванецкий А.Ю. Регуляризация задач алгебры и анализа. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987. 80 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 284 с.
6. Федоров В.В. Численные методы максимина. М.: Наука, 1979. 278 с.
7. Vasilyev F.P., Ivanitskiy A.Yu. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. Boston, London, 2001, 312 p.

**ИВАНИЦКИЙ АЛЕКСАНДР ЮРЬЕВИЧ** – кандидат физико-математических наук, профессор, декан факультета прикладной математики, физики и информационных технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ivanitskiy@hotmail.com).

**КАЗАКОВА АНАСТАСИЯ ОЛЕГОВНА** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры актуарной и финансовой математики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (anastasiya@bk.ru).

**КАРАСЕВА ЖАННА КОНСТАНТИНОВНА** – магистрант кафедры прикладной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (zhanna\_sk@mail.ru).

**АНДРЕЕВА ЕВГЕНИЯ ИГОРЕВНА** – магистрант кафедры прикладной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (zarene@mail.ru).

A. IVANITSKIY, A. KAZAKOVA, Zh. KARASEVA, E. ANDREEVA  
POINTWISE RESIDUAL METHOD TO SOLVE THE PROBLEM  
OF FLEXIBLE LINEAR PROGRAMMING WITH APPROXIMATE DATA

*Key words:* problem of flexible linear programming, ill-posed problems of linear programming, ill-posed electrotechnical problems, pointwise residual method, convergence, inaccuracy estimate.

*The article proposes the pointwise residual method for solving the problem of flexible linear programming with approximate data. The method brings to an auxiliary problem, which is also a linear programming problem. Compactness and convexity of normal solutions of approximate solutions set as well as the theorem of convergence are proved, optimal estimates of initial problem solution approximation by approximate solutions are achieved. The offered method can be used to solve the applied problems including electrotechnical problems that can be reduced to linear algebraic equations and inequalities systems and to linear programming problems.*

#### References

1. Beklemishev D.N. *Dopolnitel'nye glavy lineinoi algebrы* [Additional Chapters of Linear Algebra]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 337 p.
2. Vasil'ev F.P., Ivanitskii A.Yu. *Lineinoe programmirovaniye* [Linear Programming]. Moscow, Faktorial Press Publ., 2008, 347 p.
3. Vasil'ev F.P., Ivanitskii A.Yu., Morozov V.A. *Metod potocheknoi nevyazki dlya nekotorykh zadach lineinoi algebrы i lineinogo programmirovaniya* [Pointwise Residual Method for Solving Some Problems of Linear Algebra and Linear Programming]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1998, vol. 38, no. 7, pp. 1140–1152.
4. Morozov V.A., Medvedev N.V., Ivanitskii A.Yu. *Regulyarizatsiya zadach algebrы i analiza* [Regularization of Algebra and Analysis Problems]. Moscow, Moscow University Publ., 1987, 80 p.
5. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for Solving Ill-Posed Problems]. Moscow, Nauka Publ., 1986, 284 p.
6. Fedorov V.V. *Chislennyye metody maksimina* [Numerical Maximin Methods]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 278 p.
7. *Vasilyev F.P., Ivanitskiy A. Yu.* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. Boston, London, 2001, 312 p.

---

**IVANITSKIY ALEXANDER** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Applied Mathematics, Physics and Information Technologies, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ivanitskiy@hotmail.com).

**KAZAKOVA ANASTASIYA** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor of Actuarial and Financial Mathematics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (anastasiya@bk.ru).

**KARASEVA ZHANNA** – Master's Program Student, Department of Applied Mathematics and Informatics, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (zhanna\_sk@mail.ru).

**ANDREEVA EVGENIYA** – Master's Program Student, Department of Applied Mathematics and Informatics, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (zarene@mail.ru).

---

**Ссылка на статью:** Иванцкий А.Ю., Казакова А.О., Карасева Ж.К., Андреева Е.И. Метод поточечной невязки для решения задач гибкого линейного программирования с приближенными данными // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 225–234.

УДК 004.8.032.26:159.922.7.016.2

ББК 397:Ю983.402

Г.Ф. ИВАНОВА, Е.В. СЛАВУТСКАЯ, Л.А. СЛАВУТСКИЙ

## ИЕРАРХИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ПСИХОДИАГНОСТИКИ ПОДРОСТКОВ НА ОСНОВЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВЯЗЕЙ

*Ключевые слова:* многомерные данные, факторный и кластерный анализ, классификация, психодиагностика, подростки.

*Приводятся результаты иерархической классификации как элемента системного анализа многомерных данных психодиагностики подростков, полученных при помощи тестов с разными числовыми шкалами. Предлагается совместное использование факторного и кластерного анализа. В кластерном анализе группировка данных производится на основе коэффициента корреляции Пирсона. Показано, что такой подход позволяет анализировать и классифицировать данные в том случае, когда выборка респондентов достаточно ограничена, а количество диагностируемых признаков велико и сопоставимо с размером выборки.*

Для оценки связей и группировки психодиагностических данных широко применяются корреляционный и факторный анализ. Основатель структурной теории личности Р.Б. Кеттелл считается родоначальником факторного анализа [6]. Факторный анализ как инструмент, основанный на матрице взаимных корреляционных коэффициентов, позволяет группировать признаки по их вкладу в отдельные факторы. Однако классификация и интерпретация значений факторов в психологии является отдельной, иногда очень сложной задачей [3, 5]. Иерархическая классификация психологических признаков в факторном анализе может строиться на вкладе каждого из факторов в общую дисперсию [2, 3].

В настоящей работе показана возможность совместного использования факторного и кластерного анализа для иерархической классификации данных. Иерархическая кластеризация является распространённым методом классификации данных [1, 7, 8]. В данном случае в качестве меры сходства или уровней связей между исходными признаками удобнее всего использовать коэффициент корреляции Пирсона. Это позволяет избежать предварительной нормировки результатов различных тестов и совместить результаты корреляционного, факторного и кластерного анализа.

**Методики психодиагностики.** Возможности комплексного подхода к иерархической классификации исследовались на данных психодиагностики подростков в возрасте 14 лет. Выборка респондентов составляла 40 человек. Максимальное значение коэффициента корреляции между взаимосвязанными признаками достигало 0,87, что соответствует уровню значимости коэффициента корреляции Пирсона менее 0,1%. Таким образом, выборка, с одной стороны, позволяет проводить факторный анализ, с другой – иерархическая кластеризация не накладывает жестких ограничений на ее размер. Для каждого респондента были получены 28 числовых показателей, состоящих из результатов трех стандартизированных тестовых методик:

– личностные черты подростков определялись при помощи 14-факторного личностного опросника Р.Б. Кеттелла [6], данные по замыслу автора теста, рассчитаны на обработку при помощи факторного анализа;

– методика диагностики социально-психологической адаптации (авторы К. Роджерс, Р. Даймонд) выявляет уровень адаптированности подростков в социальной группе;

– тест «Потребность в достижениях» Ю.М. Орлова позволяет оценить мотивационные характеристики.

Такой психодиагностический срез позволяет оценить в целом уровень психосоциального развития подростка [4, 5].

**Обработка и классификация данных.** В таблице приведены данные факторного анализа личностных черт подростков по результатам 14-факторного опросника Р.Б. Кеттелла. По критерию Кайзера [3] выделены 5 факторов, собственные значения которых  $\lambda$  оказываются больше единицы. Суммарный вклад этих факторов  $S$  в общую дисперсию составляет более 70%. Такой вклад пяти факторов из четырнадцати исходных признаков может считаться значительным и говорит об определенной структурированности личностных качеств. Вращение матрицы факторных нагрузок осуществлялась методом Varimax normalized. Полу жирным шрифтом выделены факторные нагрузки, соответствующие наиболее значимым для каждого фактора признакам. Такая группировка личностных черт по факторам является характерной для подростков этого возраста и допускает психологическую интерпретацию в прикладных целях [4, 5].

Результаты факторного анализа

Показатель	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3	Фактор 4	Фактор 5
<b>A</b>	0,031094	<b>0,818745</b>	0,005779	0,042272	-0,133145
<b>B</b>	-0,151718	0,014224	0,046977	-0,014738	<b>0,900779</b>
<b>C</b>	0,066115	0,131601	-0,014142	<b>0,856416</b>	0,094596
<b>D</b>	<b>0,675784</b>	0,022023	0,438054	0,299381	-0,204646
<b>E</b>	0,048273	<b>0,653652</b>	0,310507	0,230963	0,382934
<b>F</b>	0,142058	0,314086	<b>0,718016</b>	0,233530	0,012252
<b>G</b>	<b>-0,881432</b>	-0,108612	-0,063874	-0,040236	-0,061795
<b>H</b>	0,572364	<b>0,611227</b>	-0,236523	-0,115971	0,054891
<b>I</b>	-0,392986	-0,434233	-0,128042	<b>0,638057</b>	-0,228576
<b>J</b>	<b>0,835059</b>	-0,114588	0,140343	-0,267554	-0,287611
<b>O</b>	-0,179662	-0,253594	-0,509661	0,233255	0,325625
<b>O2</b>	-0,100513	-0,484000	0,467414	-0,045146	-0,325854
<b>Q3</b>	-0,095065	0,112148	<b>-0,773961</b>	0,190610	-0,255796
<b>Q4</b>	0,034564	<b>-0,745919</b>	-0,140338	0,066965	0,011529
$\lambda$	2,516458	2,668882	1,999347	1,523994	1,446322
$S, \%$	17,9747	19,0634	14,2810	10,8857	10,3309

Примечание. *Группа коммуникативных свойств:* А – общительность (аффектомия – шизофрения); Н – смелость – робость в контактах); Е – (стремление к доминированию – пассивность); О2 – самостоятельность (степень групповой зависимости). *Группа интеллектуальных свойств:* В – вербальный интеллект. *Группа эмоциональных свойств:* С – (степень эмоциональной устойчивости); D – (возбудимость – флегматичность); F – (легкомыслие – осторожность); I – эмоциональная чувствительность (сензитивность – реализм); J – (неврастения, фактор Гамлета – интерес к участию в общих делах); O – тревожность (склонность к чувству вины – самоуверенность); Q4 – (степень внутреннего напряжения). *Группа поведенческих регуляторных свойств:* Q3 – (степень самоконтроля); G – моральная нормативность (степень принятия моральных норм).

Однако если факторный анализ проводится сразу для всех диагностируемых 28 психологических признаков, то количество значимых по критерию Кайзера факторов оказывается равным 11. В этом случае факторы мало отличаются по вкладу в общую дисперсию и провести их иерархическую классификацию при помощи факторного анализа оказывается затруднительно. Это связано еще и с тем, что при большом числе приблизительно равнозначных факторов после вращения матрицы факторных нагрузок разными способами они меняются местами в иерархии по вкладу в общую дисперсию. Таблица факторных нагрузок, аналогичная представленной выше таблице, оказывается перенасыщенной численной информацией и теряет наглядность.

При большом числе исходных признаков удобно использовать иерархический кластерный анализ («дерево», дендрограмма), основанный, как и факторный анализ, на группировке исходных признаков по уровню корреляционных связей. В этом случае на дендрограмме графически отображается величина, обратная коэффициенту корреляции Пирсона [7, 8]. Примеры соответствующей обработки данных по результатам трех тестов показаны на рисунке.

На рисунке (а) приведены результаты кластерного анализа, соответствующие 14-факторному опроснику Р.Б. Кеттелла (см. данные таблицы). На рисунке (б) показана иерархическая кластеризация по всем 28 признакам. Использован невзвешенный центроидный метод группировки (unweighted pair-group centroid method).

При сопоставлении данных рисунку (а) с результатами факторного анализа 14 личностных черт, приведенными в таблице, можно обнаружить, что в целом структура и классификация связей сохраняются. В обоих случаях признаки группируются по уровню корреляции, наиболее тесно связанные признаки оказываются или в одном кластере, или в соответствующей группе иерархической цепочки кластеров.

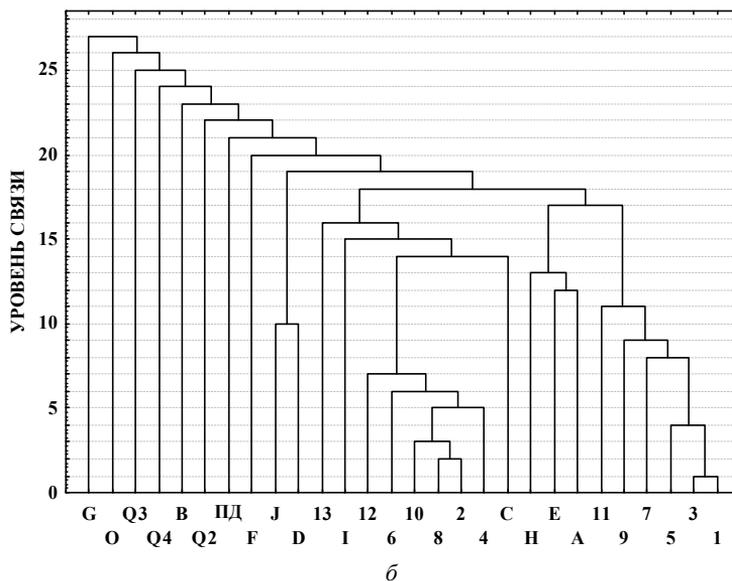
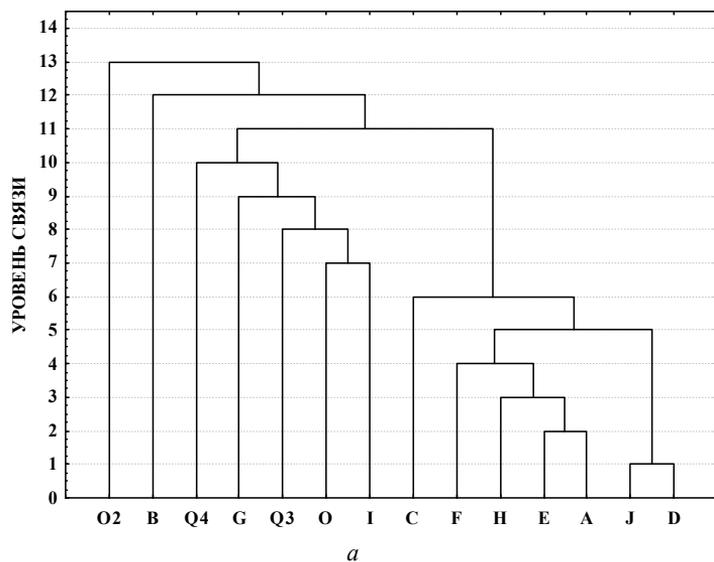
Построение по аналогичной методике иерархической кластеризации по данным разных тестов позволяет получить значительно более расширенную информацию.

Как видно из рисунка (б), личностные черты по Р.Б. Кеттеллу в дендрограмме оказываются «разбавленными» результатами других тестов. Это дает возможность оценить, какие из личностных черт подростков наиболее тесно связаны с адаптационными особенностями и мотивационными характеристиками. Детальная психологическая интерпретация полученных результатов является отдельной задачей, однако следует обратить внимание на следующие особенности комплексного подхода:

1. Оба метода классификации данных имеют свои особенности. Для факторного анализа необходимо выбирать метод вращения матрицы факторных нагрузок, а для кластерного анализа требуется определить метод кластеризации (группировки) данных (одиночные связи, полные групповые связи, взвешенный и невзвешенный центроидный метод и.д.).

2. В обоих случаях легко выделяются наиболее тесно связанные признаки, но если количество исходных признаков (или значимых факторов) велико, иерархическая модель в факторном анализе не может адекватно учесть влияние признаков, связи которых находятся на границе статистически значимых

величин. Особенно это проявляется после вращения матрицы факторных нагрузок, когда вклад менее значимых признаков несколько меняет иерархическую структуру основных факторов. Некоторые из выделенных факторов по вкладу в общую дисперсию могут поменяться в иерархии местами.



Иерархическая кластеризация («дерево»). Уровень связи – величина, обратная коэффициенту корреляции Пирсона. Невзвешенный центроидный метод группировки:

- ПД – потребность в достижении. Тест К. Роджерсаи Р. Даймонд: 1 – адаптация; 2 – дезадаптация; 3 – принятие себя; 4 – неприятие себя; 5 – принятие других; 6 – конфликт с другими; 7 – эмоциональный комфорт; 8 – эмоциональный дискомфорт; 9 – внутренний контроль; 10 – внешний контроль; 11 – доминирование; 12 – ведомость (зависимость от других); 13 – «уход» от проблем (эскапизм)

3. Кластерный анализ не накладывает ограничений на соотношение между объемом выборки и количеством признаков. Иерархическая модель, получаемая в результате кластерного анализа (дендрограмма), оказывается гораздо более наглядной, чем распределение признаков по вкладу в общую дисперсию.

4. Для оценки значимости отдельных признаков эффективно может использоваться сопоставление результатов факторного и кластерного анализа. Примером может служить вербальный интеллект (В), который не имеет тесной связи ни с одним из диагностируемых признаков, находится в верхней части дендрограммы (рисунок), но при этом составляет отдельный фактор с более чем 10%-ным вкладом в общую дисперсию (таблица).

**Выводы.** Результаты психодиагностики, полученные при помощи тестов с разными числовыми шкалами, представляют собой сложный прикладной объект. Классификация и системный анализ таких данных чаще всего предполагают их статистическое (вероятностное) описание. Полученные в настоящей работе результаты иерархического анализа многомерных данных психодиагностики позволяют их классифицировать в том случае, если выборка респондентов достаточно ограничена, количество диагностируемых признаков велико и сопоставимо с размером выборки (ситуация в психологии достаточно распространенная). В этом случае совместное использование факторного и кластерного анализа позволяет выявить некоторые особенности, провести более качественную интерпретацию результатов. Для психологов, не обладающих специальной подготовкой, такой подход может оказаться очень ценным.

#### Литература

1. Воробьев А.В. Обзор применения математических методов при проведении психологических исследований // Психологические исследования. 2010. № 2(10). URL: <http://psy-study.ru/index.php/num/2010n2-10/311-vorobiev10.html>.
2. Иберла К. Факторный анализ. М.: Статистика, 1980. 308 с.
3. Левандовский Н.Г. О скорректированном применении факторного анализа и критериях факторизации // Вопросы психологии. 1980. № 5. С. 138–142.
4. Славутская Е.В. Экспериментальное изучение гендерных различий в развитии эмоционально-волевых и интеллектуальных свойств младших подростков // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2009. Вып. 9(87). С. 127–129.
5. Славутская Е.В., Славутский Л.А. Предпоздковый возраст: формирование связей в структуре личности // Психологические исследования. 2014. Т. 7, № 37. URL: <http://psystudy.ru/index.php/num/2014v7n37/1040-slavutskaya37.html>.
6. Cattell R. B. Advanced in Cattelian Personality Theory. Handbook of Personality. Theory and Research. New York, The Guilford Press, 1990.
7. Glass J.V., Stanly Y.C. Statistical methods in education and psychology. New Jersey, 1970, 495 p.
8. Slonim N., Atwal G.S., Tkachic G., Bialek W. Information-based clustering. *Proc. of the National Academy of Sciences*, 2005, vol. 102, pp. 18297–18302.

---

**ИВАНОВА ГУЛЬНАРА ФАРХАДОВНА** – аспирантка кафедры психологии и социальной педагогики, Чувашский государственный педагогический университет, Чебоксары, Россия ([gulnara\\_biametov@mail.ru](mailto:gulnara_biametov@mail.ru)).

**СЛАВУТСКАЯ ЕЛЕНА ВЛАДИМИРОВНА** – доктор психологических наук, профессор кафедры психологии и социальной педагогики, Чувашский государственный педагогический университет, Чебоксары, Россия ([las\\_co@mail.ru](mailto:las_co@mail.ru)).

**СЛАВУТСКИЙ ЛЕОНИД АНАТОЛЬЕВИЧ** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары ([las\\_co@mail.ru](mailto:las_co@mail.ru)).

---

**G. IVANOVA, E. SLAVUTSKAYA, L. SLAVUTSKII**  
**HIERARCHICAL DATA ANALYSIS**  
**OF TEENAGER'S PSYCHODIAGNOSTICS BASED**  
**ON THE CORRELATION LINKS**

**Key words:** multidimensional data, factor and cluster analysis, classification, psychodiagnostics, teenagers.

*The results of hierarchical classification as the part of a system analysis of the multidimensional psycho-diagnostic data are presented. The tests with different numeric scales for the teenagers are used. The research suggests the combination of factor and cluster analysis. The cluster analysis of the data grouping is based on the Pearson correlation coefficient. It is shown that this approach allows us to analyze and classify the data in case where a respondents sample is rather limited, and the number of diagnosed signs is high and comparable to the size of the sample.*

References

1. Vorob'ev A.V. *Obzor primeneniya matematicheskikh metodov pri provedenii psikhologicheskikh issledovaniy* [The review of mathematical methods application in psychological researches]. *Psikhologicheskie issledovaniya* [Psychological Studies], 2010, no. 2(10). URL: <http://psystudy.ru/index.php/num/2010n2-10/311-vorobiev10.html>.
2. Iberla K. *Factorny analiz* [Factor analysis]. Moscow, Statistics Publ., 1980, 308 p.
3. Lewandowski N.G. *O korrektirovannom primeneni faktorного analiza I kriteriah faktorizatsii* [About the corrected application of factor analysis and factorization criteria]. *Voprosi psihologii* [Questions of psychology], 1980, no. 5, pp. 138–142.
4. Slavutskaya E.V. *Eksperimental'noe izuchenie gendernykh razlichii v razvitii emo-tSIONal'no-voleykh i intellektual'nykh svoystv mladshikh podrostkov* [Experimental researches of gender features development of younger teenagers emotionally-volitional and intellectual qualities]. *Vestnik Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta* [Tomsk State Pedagogical University Bulletin], 2009, iss. 9(87), pp. 127–129.
5. Slavutskaya E.V., Slavutskii L.A. *Predpodrostkovyi vozzrast: formirovanie svyazei v strukture lichnosti* [Preadolescent age: the formation of the interconnections in the personality structure]. *Psikhologicheskie issledovaniya* [Psychological Studies], 2014, vol. 7, no. 37. URL: <http://psystudy.ru/index.php/num/2014v7n37/1040-slavutskaya37.html>.
6. Cattell R. B. *Advanced in Cattelian Personality Theory*. Handbook of Personality. Theory and Research. New York, The Guilford Press, 1990.
7. Glass J.V., Stanly Y.C. *Statistical methods in education and psychology*. New Jersey, 1970, 495 p.
8. Slonim N., Atwal G.S., Tkachic G., Bialek W. *Information-based clustering*. *Proc. of the National Academy of Sciences*, 2005, vol. 102, pp. 18297–18302.

---

**IVANOVA GULNARA – Post-Graduated Student of Psychology and Social Pedagogic Department, Chuvash State Pedagogical University, Russia, Cheboksary (gulnara\_biametov@mail.ru).**

**SLAVUTSKAYA ELENA – Doctor of Psychological Sciences, Professor of Psychology and Social Pedagogic Department, Chuvash State Pedagogical University, Russia, Cheboksary (las\_co@mail.ru).**

**SLAVUTSKII LEONID – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Automatics and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (las\_co@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Иванова Г.Ф., Славутская Е.В., Славутский Л.А. Иерархический анализ данных психодиагностики подростков на основе корреляционных связей // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 235–240.

УДК 004.942:510.67:539.3.01]:519.6

ББК В12:В251.1]:В193

А.О. КАЗАКОВА, А.Ю. ИВАНИЦКИЙ

**ДИСКРЕТИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ОДНОЗНАЧНОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ  
В ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ**

**Ключевые слова:** математическое моделирование, плоская задача теории упругости, численный метод граничных элементов, многосвязная область, условия однозначности перемещений, свойства гармонической функции.

Рассмотрены математическая модель плоской задачи теории упругости в напряжениях и численный метод ее исследования. Показан переход от механической постановки задачи к граничным условиям для бигармонической функции напряжений. В случае многосвязной области эти граничные условия содержат по три неопределенные константы на каждом из ее внутренних контуров. Для нахождения этих констант предложено использовать условия однозначности перемещений, которые содержат интегралы по внутренним контурам области. Проведено преобразование указанных интегралов в суммы, линейные относительно дискретных значений лапласиана функции напряжений и его нормальной производной, что необходимо для возможности реализации численного решения исследуемой задачи. Проведено тестирование разработанного метода на примерах односвязной и двусвязной областей.

Среди элементов несущих конструкций, используемых в техническом строительстве, встречаются тела сложной формы, к которым относятся пластины, оболочки, массивы деформированного основания под сооружением и др. Часто в строительной и технической механике приходится иметь дело с обширным и важным с точки зрения приложений классом задач, в которых на форму тела и на приложенные к нему внешние силы можно наложить ограничения, приводящие к плоской задаче теории упругости [1].

Плоская задача теории упругости включает в себя задачи плоского деформированного и плоского напряженного состояния, которые объединяются схожей математической формулировкой. Определение упругого равновесия в плоской задаче теории упругости сводится к решению бигармонического уравнения. Первые основополагающие результаты в этом направлении были получены в фундаментальных исследованиях Г.В. Колосова и Н.И. Мусхелишвили. Затем различными авторами было рассмотрено значительное количество задач для областей частного вида. К сожалению, не всегда удается получить аналитические результаты, приемлемые для вычислений. Поэтому актуальным остается вопрос разработки численных методов, в частности, может быть применен метод граничных элементов [2].

В работах [6, 8] для решения плоской задачи теории упругости в напряжениях в произвольной многосвязной области был применен численный алгоритм решения краевых задач для полигармонического уравнения, основанный на методе граничных элементов [4]. Искомой является одна бигармоническая функция напряжений Эри, через которую выражаются напряжения и деформации. При переходе от механической задачи к математической модели, в граничных условиях для этой функции появляются дополнительные неопределенные константы интегрирования. Если область, в которой рассматривается задача, является односвязной, то эти константы можно положить

равными нулю, так как они входят в линейную часть функции Эри, не влияющую на распределение поля напряжений. В случае же многосвязной области граничные условия на каждом контуре содержат по три константы. На одном контуре (например, на наружном) их по-прежнему можно положить равными нулю, постоянные на других (внутренних) контурах не могут быть выбраны произвольно [3].

Уравнения для нахождения неизвестных констант можно получить из условий однозначности перемещений, которые содержат интегралы по контурам области. Для возможности реализации численного решения задачи эти интегралы необходимо преобразовать в суммы, линейные относительно дискретных значений лапласиана функции Эри и его нормальной производной. Настоящая статья посвящена построению такой дискретизации указанных условий.

**1. Математическая модель плоской задачи теории упругости в напряжениях.** Пусть задана произвольная (вообще говоря, многосвязная) плоская область  $T$  и пусть ее граница  $\partial T$  задана уравнениями  $x = x(s)$ ,  $y = y(s)$ , где  $s$  – дуговая координата ( $s \in \partial T$ ). Искомыми являются компоненты  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yy}$  тензора напряжений  $\sigma$  внутри области  $T$ . На границе заданы нормальное и касательное напряжения  $p_n(s)$  и  $p_\tau(s)$ , которые связаны с вектором  $\mathbf{p} = [p_x(s), p_y(s)]$  внешнего напряжения равенствами

$$p_x = p_n \tau_y + p_\tau \tau_x, \quad p_y = p_\tau \tau_y - p_n \tau_x,$$

где  $\tau_x = x'_s$ ,  $\tau_y = y'_s$  – компоненты касательного единичного вектора.

Вектор  $\mathbf{p}$  на границе выражается через компоненты тензора  $\sigma$ :

$$\sigma_{xx} \tau_y - \sigma_{xy} \tau_x = p_x, \quad \sigma_{xy} \tau_y - \sigma_{yy} \tau_x = p_y. \quad (1)$$

Равенства (1) – граничные условия для определения поля напряжений.

Если интенсивность объемных нагрузок, под действием которых находится тело, равна нулю, то существует функция  $\varphi$ , называемая функцией напряжений, такая что напряжения, возникающие внутри области  $T$ , выражаются через нее формулами

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}, \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}. \quad (2)$$

Известно (см., например, [7]), что эта функция является бигармонической, т.е. удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\Delta^2 \varphi = 0, \quad (3)$$

где  $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$  – оператор Лапласа.

Граничные условия (1) с учетом (2) преобразуются к виду

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \tau_y + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \tau_x = \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = p_x(s), \quad -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \tau_x - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \tau_y = -\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = p_y(s), \quad (4)$$

что позволяет выразить частные производные функции напряжений:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\int_0^s p_y(s) ds + C_1, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \int_0^s p_x(s) ds + C_2,$$

где  $C_1$ ,  $C_2$  – неопределенные константы интегрирования.

Тогда можно записать выражения для нормальной и касательной производных функции напряжений:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \tau_y - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \tau_x = -y'_s \int_0^s p_y(s) ds - x'_s \int_0^s p_x(s) ds + C_1 y'_s - C_2 x'_s, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \tau_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \tau_y = -x'_s \int_0^s p_y(s) ds + y'_s \int_0^s p_x(s) ds + C_1 x'_s + C_2 y'_s. \quad (6)$$

Из равенства (6) интегрированием по частям определяется функция напряжений на границе области  $T$

$$\begin{aligned} \varphi(s) = & \int_0^s (x(s)p_y(s) - y(s)p_x(s)) ds + \\ & + x(s) \left( C_1 - \int_0^s p_y(s) ds \right) + y(s) \left( C_2 + \int_0^s p_x(s) ds \right) + C_3. \end{aligned} \quad (7)$$

где  $C_3$  – третья неопределенная константа интегрирования.

Таким образом, математическая модель плоской задачи теории упругости описывается краевой задачей для бигармонического уравнения (3) с граничными условиями (5) и (7), т.е. на границе области  $T$  с точностью до трех констант, возникающих на каждом контуре, определены значения функции напряжений и ее нормальной производной. Такая постановка называется основной краевой задачей для бигармонического уравнения.

**2. Условия для нахождения неопределенных постоянных, входящих в граничные условия.** Как упоминалось ранее, если область  $T$  является односвязной, то константы  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  можно положить равными нулю, так как они входят в несущественную для распределения поля напряжений линейную часть функции  $\varphi$ . В случае  $(m+1)$ -связной области, когда  $\partial T = \bigcup_{k=0}^m (\partial T)_k$  на одном, например наружном, контуре  $(\partial T)_0$ , их по-прежнему можно положить равными нулю, на других контурах константы не могут быть выбраны произвольно. Уравнения для нахождения этих констант можно получить из условия однозначности перемещений.

Перемещение некоторого элемента области задается поступательным перемещением  $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$  и поворотом относительно оси  $z$  [5]. Перемещения  $u_x$  и  $u_y$  определяются равенствами (см., например, [7]):

$$u_x = \frac{1}{2G} \left( -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + Kp \right), \quad u_y = \frac{1}{2G} \left( -\frac{\partial \varphi}{\partial y} + Kq \right), \quad (8)$$

где  $G$  – константа, называемая модулем сдвига, зависящая от материала;  $K = (1 + \nu)^{-1}$  (в случае плосконапряженного состояния) и  $K = 1 - \nu$  (в случае плоской деформации);  $\nu$  – коэффициент Пуассона материала;  $p$  и  $q$  – сопряженные гармонические функции, такие, что

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial y} = \Delta \varphi, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial q}{\partial x}.$$

В силу однозначности функции  $u_x$  интеграл от ее полного дифференциала по замкнутому внутреннему контуру границы области  $T$  должен быть равен нулю, следовательно:

$$\oint_{(\partial T)_k} d\left(-\frac{\partial\varphi}{\partial x} + Kp\right) = -\oint_{(\partial T)_k} \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} dx + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} dy\right) + K \oint_{(\partial T)_k} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy\right) =$$

$$= \oint_{(\partial T)_k} p_y(s) ds - K \oint_{(\partial T)_k} \left(\frac{\partial q}{\partial x} dy - \frac{\partial q}{\partial y} dx\right) = \oint_{(\partial T)_k} p_y(s) ds - K \oint_{(\partial T)_k} \frac{\partial q}{\partial n} ds = 0, \quad k = \overline{1, m},$$

откуда

$$\oint_{(\partial T)_k} \frac{\partial q}{\partial n} ds = \frac{1}{K} \oint_{(\partial T)_k} p_y(s) ds, \quad k = \overline{1, m}. \quad (9)$$

Аналогично, из второго равенства (8) следует

$$\oint_{(\partial T)_k} \frac{\partial p}{\partial n} ds = -\frac{1}{K} \oint_{(\partial T)_k} p_x(s) ds, \quad k = \overline{1, m}. \quad (10)$$

Угол поворота относительно оси  $z$  выражается через частные производные компонент поступательного перемещения по формуле [5]

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = \frac{K}{4G} \left( \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{K}{2G} \frac{\partial q}{\partial x},$$

откуда следует, что функция  $Q = \frac{\partial q}{\partial x}$  должна быть однозначной. Кроме того, несложно заметить, что  $\Delta\varphi$  и  $Q$  являются сопряженными гармоническими функциями, поэтому

$$Q(s) = \int_0^s dQ = \int_0^s \left( \frac{\partial Q}{\partial x} dx + \frac{\partial Q}{\partial y} dy \right) = \int_0^s \left( \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial x} dy - \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial y} dx \right) = \int_0^s \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial n} ds. \quad (11)$$

Из (11) получается третье условие, которое должно выполняться для однозначности перемещений:

$$\oint_{(\partial T)_k} \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial n} ds = 0, \quad k = \overline{1, m}. \quad (12)$$

Итак, получены три уравнения (9), (10), (12) для нахождения трех неизвестных констант на каждом из внутренних контуров  $(\partial T)_k$ ,  $k = \overline{1, m}$  ( $m+1$ )-связной области  $T$ , которые вместе с уравнением (3) и граничными условиями (5), (7) в полной мере описывают математическую модель рассматриваемой задачи.

**3. Дискретизация условий однозначности перемещений.** Для возможности реализации численного решения плоской задачи теории упругости целесообразно привести полученные условия (9), (10), (12) к линейным уравнениям, содержащим только неизвестные значения функций  $u = \Delta\varphi$  и  $v = \frac{\partial u}{\partial n}$ .

С помощью метода граничных элементов каждый из внутренних контуров  $(\partial T)_k$ ,  $k = \overline{1, m}$  многосвязной области  $T$  аппроксимируется мно-

гоугольником, состоящим из  $N_k$  линейных граничных элементов  $L_j^{(k)}$ ,  $k = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, N_k}$ . Пусть  $h_j^{(k)}$  – длина граничного элемента  $L_j^{(k)}$  и пусть внутри каждого граничного элемента выбрана контрольная точка  $P_j^{(k)}$ .

Тогда значения вспомогательных функций в контрольных точках:

$$U_j^{(k)} = u(P_j^{(k)}), \quad V_j^{(k)} = v(P_j^{(k)}), \quad j = \overline{1, N_k}.$$

Пусть результирующая внешних сил, действующих на каждый внутренний контур, равна нулю. Это предположение соответствует большинству наиболее значимых с практической точки зрения постановок рассматриваемой задачи. Тогда условия (9), (10) примут вид

$$\oint_{(\partial T)_k} \frac{\partial p}{\partial n} ds = 0, \quad \oint_{(\partial T)_k} \frac{\partial q}{\partial n} ds = 0, \quad k = \overline{1, m}. \quad (13)$$

Первое из равенств (13) дает:

$$\oint_{(\partial T)_k} \frac{\partial p}{\partial n} ds = \oint_{(\partial T)_k} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dy - \frac{\partial p}{\partial y} dx \right) = \oint_{(\partial T)_k} \left( u dy - \frac{\partial p}{\partial y} dx \right) = 0, \quad k = \overline{1, m},$$

или, после дискретизации,

$$\sum_{j=1}^{N_k} U_j^{(k)} \int_{L_j^{(k)}} y'_s ds + \sum_{j=1}^{N_k} Q_j^{(k)} \int_{L_j^{(k)}} x'_s ds = 0, \quad k = \overline{1, m}, \quad (14)$$

где  $\mathbf{Q}^{(k)}$  – вектор-столбец значений функции  $Q = \frac{\partial q}{\partial x}$  в точках  $P_j^{(k)}$ ,  $j = \overline{1, N_k}$ .

С учетом (11) элементы вектора  $\mathbf{Q}^{(k)}$  можно представить в виде

$$Q_j^{(k)} = \sum_{t=1}^j V_t^{(k)} \int_{L_t^{(k)}} ds.$$

Тогда после преобразований (14) сводится к линейному относительно дискретных значений функций  $u$  и  $v$  уравнению

$$\sum_{j=1}^{N_k} \left( h_j^{(k)} (x_1^{(k)} - x_j^{(k)}) V_j^{(k)} + (y_{j+1}^{(k)} - y_j^{(k)}) U_j^{(k)} \right) = 0, \quad k = \overline{1, m}, \quad (15)$$

где  $(x_j^{(k)}, y_j^{(k)})$ ,  $(x_{j+1}^{(k)}, y_{j+1}^{(k)})$  – координаты соответственно начальной и конечной точек граничного элемента  $L_j^{(k)}$ .

Далее, рассуждая аналогично, из второго условия (13) можно получить

$$\sum_{j=1}^{N_k} \left( h_j^{(k)} (y_1^{(k)} - y_j^{(k)}) V_j^{(k)} + (x_{j+1}^{(k)} - x_j^{(k)}) U_j^{(k)} \right) = 0, \quad k = \overline{1, m}. \quad (16)$$

Наконец, условие (12) легко приводится к линейному относительно дискретных значений функции  $v$  уравнению

$$\sum_{j=1}^{N_k} V_j^{(k)} \int_{L_j^{(k)}} ds = 0 \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{N_k} h_j^{(k)} V_j^{(k)} = 0. \quad (17)$$

Таким образом, для каждого внутреннего контура многосвязной области  $T$  получены три линейных уравнения (15)–(17), которые могут быть использованы при реализации численного решения плоской задачи теории упругости методом граничных элементов.

**4. Пример решения задачи в односвязной области.** Для иллюстрации утверждения о том, что в случае односвязной области неопределенные константы интегрирования в граничных условиях (5), (7) можно положить равными нулю, рассмотрим следующий тестовый пример.

Плоская задача теории упругости в напряжениях решается в односвязной области, ограниченная эллипсом:

$$\partial T: \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi).$$

Для сравнения результатов численного расчета с аналитическими данными задается тестовая функция напряжений  $\varphi = (x^2 + y^2)(x + y)$ . По ней можно построить граничные условия плоской задачи теории упругости:

$$p_x = \frac{2ab \cos 2t + (3b^2 - a^2) \sin 2t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}}, \quad p_y = -\frac{2ab \cos 2t + (b^2 - 3a^2) \sin 2t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}}. \quad (18)$$

Интегрируя граничные условия (18), можно получить (функцию, получаемую интегрированием, обозначим  $\Phi$ )

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \int_0^t (2ab \cos 2t + (b^2 - 3a^2) \sin 2t) dt + C_1 = ab \sin 2t - \frac{b^2 - 3a^2}{2} (\cos 2t - 1) + C_1,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \int_0^t (2ab \cos 2t + (3b^2 - a^2) \sin 2t) dt + C_2 = ab \sin 2t - \frac{3b^2 - a^2}{2} (\cos 2t - 1) + C_2,$$

откуда

$$\frac{\partial \Phi}{\partial s} = - \left( ab \sin 2t - \frac{b^2 - 3a^2}{2} (\cos 2t - 1) + C_1 \right) \frac{a \sin t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}} +$$

$$+ \left( ab \sin 2t - \frac{3b^2 - a^2}{2} (\cos 2t - 1) + C_2 \right) \frac{b \cos t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}}.$$

После интегрирования последнего равенства получится:

$$\Phi = (a^2 - b^2) (a \cos^3 t - b \sin^3 t) +$$

$$+ (C_1 + b^2 - 3a^2) a \cos t + C_2 b \sin t + a(2a^2 - C_1) + C_3. \quad (19)$$

Нормальная производная:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \left( ab \sin 2t - \frac{b^2 - 3a^2}{2} (\cos 2t - 1) + C_1 \right) \frac{b \cos t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}} +$$

$$+ \left( ab \sin 2t - \frac{3b^2 - a^2}{2} (\cos 2t - 1) + C_2 \right) \frac{a \sin t}{\sqrt{b^2 \cos^2 t + a^2 \sin^2 t}}. \quad (20)$$

Если положить  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 0$ ,  $C_3 = 0$ , то можно получить следующие результаты для эллипса с полуосями  $a = 1$ ,  $b = 0,75$ . На рис. 1,  $a$  изображены

графики зависимости граничных значений функций  $\Phi$  (сплошная линия) и  $\varphi$  (штриховая линия) от нормированной дуговой координаты  $s$ , на рис. 1,  $\bar{b}$  – графики граничных значений их нормальных производных.

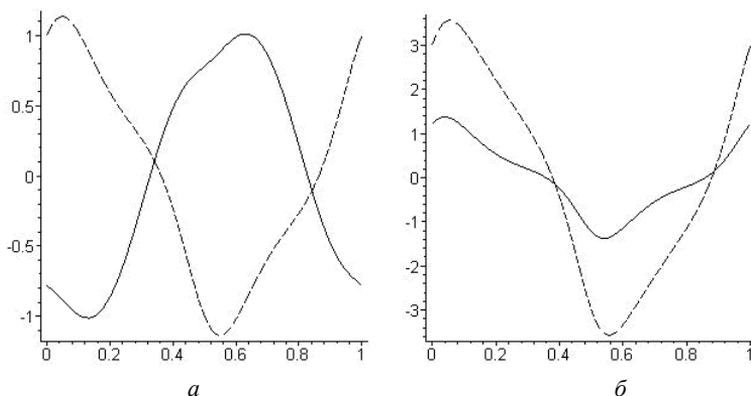


Рис. 1. Графики тестовой и расчетной функций и их производных по нормали

На рис. 2 показаны результаты численного решения задачи методом граничных элементов по граничным условиям (19), (20), а именно показана зависимость касательного напряжения  $\sigma_{\tau\tau} = \sigma_{xx}\tau_x^2 + 2\sigma_{xy}\tau_x\tau_y + \sigma_{yy}\tau_y^2$  от нормированной дуговой координаты на эллипсах, лежащих внутри области  $T$ : сплошные линии – точные графики, найденные по тестовой функции  $\varphi$ , точки – результат численного решения, полученного по граничным условиям для расчетной функции  $\Phi$ .

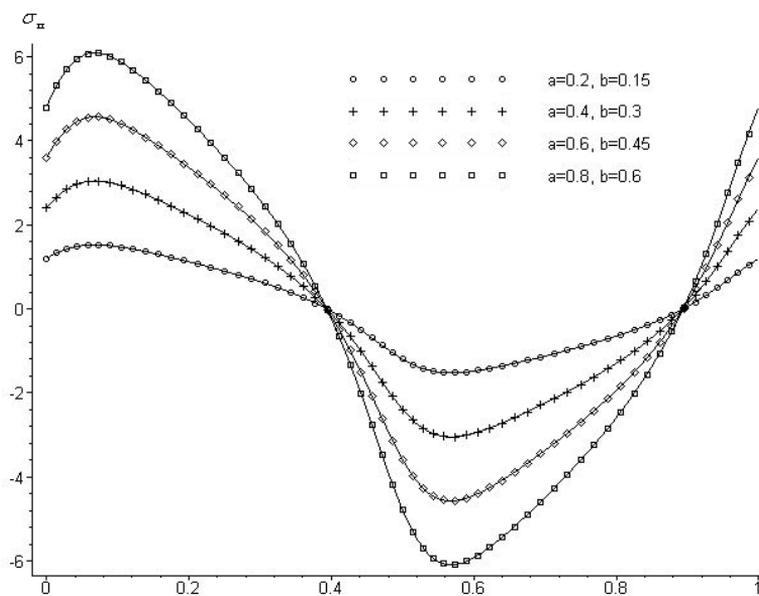


Рис. 2. Графики касательного напряжения внутри эллипса

Из представленных графиков видно, что граничные значения тестовой функции  $\varphi$  и расчетной функции  $\Phi$  не совпадают, однако в случае односвяз-

ной области это не влияет на окончательное решение плоской задачи теории упругости и на распределение поля напряжений в силу формул (2).

Можно показать, что графики граничных значений функций  $\varphi$  и  $\Phi$  и их нормальных производных совпадут, если положить

$$C_1 = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{s=0} = (3x^2 + 2xy + y^2) \Big|_{\substack{x=a \\ y=0}} = 3a^2, \quad C_2 = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_{s=0} = (x^2 + 2xy + 3y^2) \Big|_{\substack{x=a \\ y=0}} = a^2, \\ C_3 = \Phi \Big|_{s=0} = (x^2 + y^2)(x + y) \Big|_{\substack{x=a \\ y=0}} = a^3.$$

Очевидно, что при этом численное решение также даст совпадение поля напряжений, полученного по тестовой функции  $\varphi$  и по граничным условиям (19), (20) для расчетной функции  $\Phi$ .

По результатам примера можно сделать вывод о том, что функции  $\varphi$  и  $\Phi$  в случае односвязной области могут отличаться на линейную составляющую, т.е. константы  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  могут быть выбраны произвольно. При любых значениях этих констант будет получаться верное решение плоской задачи теории упругости.

**5. Пример решения задачи в двусвязной области.** Применение условий однозначности перемещений для численного решения в двусвязной области покажем на примере классической задачи Ламе.

Длинный полый цилиндр с радиусами  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ) находится под действием равномерного внутреннего  $p_a$  и наружного  $p_b$  давлений, т.е. выполнены граничные условия

$$p_n \Big|_{(\partial T)_1} = -p_a, \quad p_n \Big|_{(\partial T)_0} = -p_b, \quad p_\tau \Big|_{(\partial T)_1} = p_\tau \Big|_{(\partial T)_0} = 0, \quad (21)$$

где

$$(\partial T)_1 : \begin{cases} x_1 = a \cos \theta \\ y_1 = -a \sin \theta \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi); \quad (\partial T)_0 : \begin{cases} x_0 = b \cos \theta \\ y_0 = b \sin \theta \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi).$$

Необходимо определить функцию напряжений  $\varphi$ .

Точное аналитическое решение задачи описано, например, в [7] и задается функцией напряжений

$$\varphi(\rho) = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{2(b^2 - a^2)} \rho^2 + \frac{(p_b - p_a) a^2 b^2}{b^2 - a^2} \ln \rho + C,$$

где  $\rho$  – полярный радиус;  $C$  – произвольное число, не влияющее на распределение напряжений.

Для решения задачи методом граничных элементов следует перейти по формулам (4)–(7) от граничных условий механической задачи к граничным условиям основной краевой задачи для бигармонического уравнения (константы интегрирования на наружном контуре  $(\partial T)_0$  считаем равными нулю):

$$\varphi \Big|_{(\partial T)_1} = C_1 a \cos \theta + C_2 a \sin \theta + C_3, \quad \varphi \Big|_{(\partial T)_0} = 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{(\partial T)_1} = p_a a - C_1 \cos \theta - C_2 \sin \theta, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{(\partial T)_0} = -p_b b, \quad (22)$$

где  $\theta$  – полярный угол.

Решая задачу методом граничных элементов с использованием линейных уравнений (15)–(17), находим значения вспомогательных функций  $u$  и  $v$  на границе области, а также неопределенные константы  $C_1, C_2, C_3$ .

В силу осесимметричности задачи Ламе граничные условия (22) не должны зависеть от полярного угла, поэтому  $C_1 = C_2 = 0$ . Точное значение константы  $C_3$ , как видно из (22), вычисляется по формуле:  $C_3 = \varphi(b) - \varphi(a)$ . Значения констант  $C_1, C_2, C_3$ , найденные в ходе численного решения, соответствуют этим равенствам.

Далее, зная граничные значения функций  $u, v$  и значения  $C_1, C_2, C_3$ , можно определить напряжения в любой точке области  $T$ . В частности, на рис. 3 представлен график зависимости касательного напряжения  $\sigma_{\tau\tau}$  от полярного радиуса для случая  $a = 4, b = 5, p_a = 1, p_b = 2$ : сплошной линией изображен график, соответствующий точному аналитическому решению, точками – значения, найденные численно по методу граничных элементов.

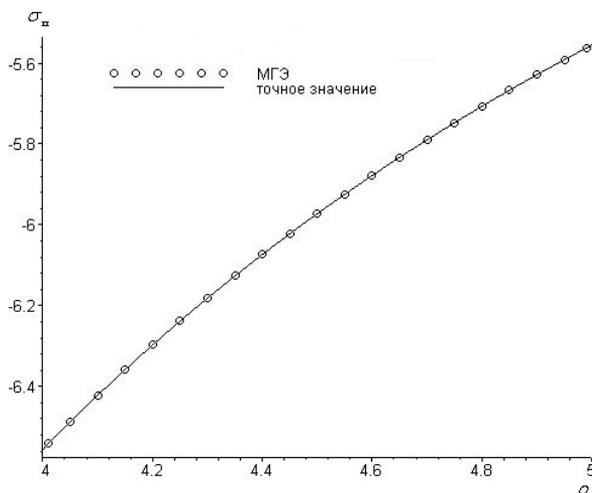


Рис. 3. График касательного напряжения внутри кругового кольца

**Выводы.** Математическая модель плоской задачи теории упругости описывается основной краевой задачей для бигармонического уравнения, причем граничные условия задаются с точностью до трех констант интегрирования на каждом контуре области. На одном из них эти константы могут быть выбраны произвольно. Для нахождения констант на остальных контурах области в статье получены три интегральных уравнения, которые необходимы для полного описания математической модели рассматриваемой задачи. Проведенная дискретизация указанных условий и сведение их к линейным алгебраическим уравнениям позволяют реализовать численное решение плоской задачи теории упругости методом граничных элементов. Рассмотренные примеры подтверждают возможность произвольного выбора констант в случае односвязной области и эффективность применения полученных линейных уравнений в случае многосвязной области.

## Литература

1. Аменадзе Ю.А. Теория упругости. М.: Высш. шк., 1976. 272 с.
2. Бреббиа К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 1982. 248 с.
3. Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высш. шк., 1979. 432 с.
4. Казакова А.О., Терентьев А.Г. Численное решение краевых задач для полигармонического уравнения // Журнал вычислительной математики и математической физики. Т. 52, № 11, 2012. С. 2050–2059.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
6. Терентьев А.Г., Казакова А.О. Численное решение плоской задачи теории упругости в многосвязной области // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. 2016. № 2(28). С. 34–47.
7. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 575 с.
8. Kazakova A.O., Terent'ev A.G. Numerical modelling of the plane problem of the stress state of a tube immersed in a liquid. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, vol. 78(5), pp. 518–523.

**КАЗАКОВА АНАСТАСИЯ ОЛЕГОВНА** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры актуарной и финансовой математики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (kazakova\_anastasia@bk.ru).

**ИВАНИЦКИЙ АЛЕКСАНДР ЮРЬЕВИЧ** – кандидат физико-математических наук, профессор, декан факультета прикладной математики, физики и информационных технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ivanitskiy@hotmail.com).

**A. KAZAKOVA, A. IVANITSKIY  
DISCRETIZATION OF CONDITIONS  
FOR DISPLACEMENTS TO BE UNIQUE IN PLANE PROBLEM  
OF THE ELASTICITY THEORY**

**Key words:** *mathematical modelling, plane problem of theory of elasticity, numerical boundary elements method, multiply-connected domain, conditions for displacements to be unique, properties of harmonic function.*

*The mathematical model of the plane problem of the elasticity theory on stresses and the numerical method of its investigation are considered. The change from the mechanical statement of the problem to the boundary conditions for a biharmonic stress function is shown. In the case of multiply-connected domain, boundary conditions contain three undetermined constants at each of its internal contours. To find these constants it is proposed to use the conditions for the displacements to be unique, which contain the integrals over the internal contours of the domain. The change of these integrals into sums, linear relative to the discrete values of the Laplacian of stress function and its normal derivative is carried out, that is necessary for the implementation of the numerical solution of the investigated problem. Testing of the developed method on the examples of simply-connected and doubly-connected domains is carried out.*

## References

1. Amenadze Yu.A. *Teoriya uprugosti* [The theory of elasticity]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1976, 272 p.
2. Brebbia K., Walker S. *Boundary Element Techniques in Engineering*, Newnes-Butterworths, London, 1980. 248 p. (Russ. ed.: *Primenenie metoda granichnykh elementov v tekhnike*. Moscow, Mir Publ., 1982, 248 p.).
3. Demidov S.P. *Teoriya uprugosti* [The theory of elasticity]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1979, 432 p.
4. Kazakova A.O., Terent'ev A.G. *Chislennoe reshenie kraevykh zadach dlya poligarmonicheskogo uravneniya* [Numerical solution of the boundary-value problems for polyharmonic equation]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki*, 2012, no. 11(52), pp. 2050–2059.

5. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoriya uprugosti* [The theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 248 p.
6. Terentiev A.G., Kazakova A.O. *Chislennoe reshenie ploskoi zadachi teorii uprugosti v mnogosvyaznoi oblasti* [Numerical solution of a plane problem of the theory of elasticity in multiply-connected domain]. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta imeni I.Ya. Yakovleva. Ser. Mehanika predel'nogo sostoyaniya*. 2016, no. 2(28), pp. 34–47.
7. Timoshenko S. P., Gudier G. *Teoriya uprugosti* [The theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 575 p.
8. Kazakova A.O., Terent'ev A.G. Numerical modelling of the plane problem of the stress state of a tube immersed in a liquid. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, vol. 78(5), pp. 518–523.

---

**KAZAKOVA ANASTASIYA** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor of Actuarial and Financial Mathematics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (kazakova\_anastasia@bk.ru).

**IVANITSKIY ALEXANDER** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Applied Mathematics, Physics and Information Technologies, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ivanitskiy@hotmail.com).

---

**Ссылка на статью:** Казакова А.О., Иванецкий А.Ю. Дискретизация условий однозначности перемещений в плоской задаче теории упругости // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 241–251.

УДК 62-83: 621.314.632

ББК 3291.074:3852.3

Г.П. ОХОТКИН, С.В. УГАРИН

## СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ РЕЛЕЙНОГО РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТОКА ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КОММУТАЦИИ ТРАНЗИСТОРОВ ВЕНТИЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

*Ключевые слова:* система автоматического регулирования, синтез систем автоматического регулирования, релейный регулятор тока.

*Разработана методика структурного синтеза релейных регуляторов систем автоматического регулирования тока при несимметричном законе коммутации транзисторов мостовой схемы вентильного преобразователя. Методика позволяет составить аналитические выражения статических характеристик релейных элементов, определяющих моменты включения и выключения транзисторов моста, и уменьшить число релейных элементов регулятора. Синтезированный регулятор тока содержит минимальное число релейных элементов, а система автоматического регулирования тока обеспечивает высокую точность обработки тока.*

Высокодинамичные регулируемые электроприводы (РЭП) строятся на полупроводниковых преобразователях электроэнергии, силовая схема которых выполнена на транзисторах, а схема управления – по системе подчиненного регулирования координат с внутренним контуром тока и внешним контуром скорости. Дискретность и нелинейность силовой схемы полупроводниковых преобразователей электроэнергии, называемых вентильным преобразователем (ВП), наиболее ярко проявляются в контуре тока, представляющего собой систему автоматического регулирования (САР) тока. Динамические свойства САР тока определяют динамические показатели электропривода в целом, поэтому синтез САР тока на предельное быстродействие является актуальной задачей при проектировании высокодинамичных РЭП.

Существуют различные структуры системы управления САР тока. На практике наибольшее распространение получили структуры с управлением по отклонению, с управлением по отклонению и положительной связью по падению напряжения на элементах нагрузки и комбинированные системы управления. Анализ точности вышеописанных структур выполнен в работе [1].

Регулирование среднего напряжения на выходе ВП осуществляется путем изменения длительностей открытого состояния транзисторных ключей. При этом наибольшее распространение получили методы регулирования с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ), частотно-широотно-импульсной модуляцией (ЧШИМ) и релейное регулирование. Благодаря простоте и надежности релейные способы регулирования получили широкое применение в САР тока.

Структурная схема релейной САР тока с принципом управления по отклонению представлена на рис. 1. Схема состоит из релейного регулятора тока (РРТ), логического устройства (ЛУ), вентильного преобразователя (ВП), якорной цепи двигателя постоянного тока (ДПТ), представленной инерционным звеном с противо-ЭДС, и датчика тока (ДТ) с коэффициентом передачи  $K_{от}$ .

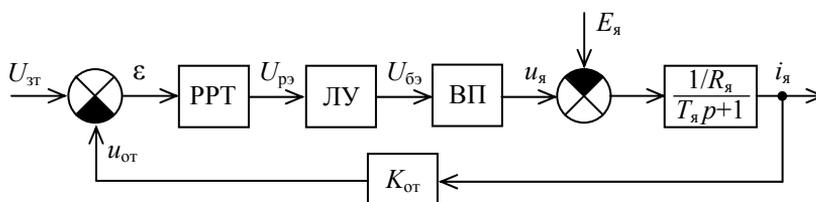


Рис. 1. Функциональная схема САР тока

В схеме приняты следующие обозначения:  $U_{зт}$  – сигнал задания тока;  $u_{от}$  – сигнал обратной связи, снимаемый с датчика тока;  $\varepsilon$  – ошибка регулирования (рассогласование);  $U_{рз}$  – выходной сигнал РРТ;  $U_{бз}$  – выходной сигнал ЛУ;  $u_я$  – напряжение якоря ДПТ;  $E_я$  – противо-ЭДС двигателя;  $i_я$  – ток якоря ДПТ.

В высокодинамичных РЭП находит широкое применение схема ВП, выполненная на четырех транзисторах  $VT1-VT4$  с обратными диодами  $VD1-VD4$  по так называемой мостовой схеме, изображенной на рис. 2.

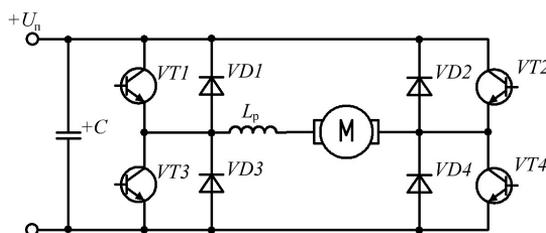


Рис. 2. Мостовая схема вентильного преобразователя

Известно множество различных законов коммутации транзисторных ключей мостовой схемы вентильного преобразователя. В работе [2] установлены наиболее эффективные законы коммутации ключей, применяемые на практике, а в [3, 4] разработаны математические модели наиболее распространенных законов коммутации ключей.

Релейный регулятор тока служит для определения моментов отпирания и запираания транзисторов моста [5]. Для этого он содержит релейные элементы (РЭ), переключающиеся при достижении ошибки регулирования пороговых значений. При равенстве рассогласования и пороговых значений переключающиеся релейные элементы фиксируют моменты отпирания и запираания транзисторов.

Логическое устройство предназначено для формирования и распределения импульсов управления транзисторами мостовой схемы ВП. Для управления транзисторами ЛУ формирует последовательность прямоугольных импульсов напряжения, передние и задние фронты которых фиксируются перепадами выходных сигналов РЭ. Это позволяет регулировать длительность формируемых импульсов управления транзисторами и, следовательно, значение выходного напряжения ВП. Для этого ЛУ содержит элементы памяти и комбинационные (логические) схемы.

Задача структурного синтеза релейных регуляторов тока заключается в минимизации числа релейных элементов и определении их статических характеристик, обеспечивающих высокую точность обработки тока якоря при несимметричной коммутации транзисторов вентильного преобразователя. В имеющейся литературе этот вопрос освещен недостаточно полно, поэтому структурный синтез релейных регуляторов САР тока является актуальной задачей.

Целью данной работы является разработка методики структурного синтеза релейного регулятора САР тока, обеспечивающего высокую точность воспроизведения тока якоря ДПТ во всех режимах работы электропривода при несимметричной коммутации транзисторов вентильного преобразователя.

Для определенности принимаем, что при положительной полярности задающего воздействия  $U_{зт}$  осуществляется вращение двигателя «Вперед» путем переключения диагональных ключей  $VT1$  и  $VT4$  моста ВП, а при отрицательной полярности  $U_{зт}$  – вращение двигателя «Назад» переключением ключей  $VT2$  и  $VT3$  (рис. 3). Транзисторные ключи моста принимаются идеальными и управляемыми от логических сигналов  $U_{б31} - U_{б34}$ , имеющих два состояния «1» и «0». В исходном состоянии все транзисторы моста выключены, электродвигатель находится в неподвижном состоянии,  $E_я = 0$ . Такое состояние мостовой схемы ВП обозначим как  $P0$  – режим ноль.

Несимметричный закон коммутации транзисторов моста ВП обеспечивает линейность статической характеристики системы «Вентильный преобразователь – двигатель постоянного тока», высокую точность регулирования тока якоря, небольшие пульсации тока якоря и равномерное распределение между транзисторами диагонали моста суммарных потерь мощности, возникающих при переключении транзисторов.

Имеется несколько вариантов несимметричных законов коммутации транзисторов моста, для определенности рассмотрим классический несимметричный закон коммутации. При классической несимметричной коммутации отпирающие импульсы подаются в противофазе на транзисторы  $VT1$  и  $VT3$ , расположенные в одной стойке моста, а транзистор  $VT4$  при этом постоянно открыт на интервале  $t_0 - t_{10}$  действия задающего воздействия  $U_{зт}$  положительной полярности (рис. 3). При этом вращение электродвигателя осуществляется направлением вращения «Вперед». Для направления вращения электродвигателя «Назад» в противофазе переключаются ключи  $VT2$  и  $VT4$ , а транзистор  $VT3$  замкнут на всем интервале  $t_{10} - t_{20}$  воздействия сигнала  $U_{зт}$  отрицательной полярности. При классической несимметричной коммутации силовая схема может работать в режимах постоянного и переменного токов якоря  $i_я$  ДПТ. Переключение транзистора  $VT1$  или  $VT2$  с длительностью открытого состояния больше половины периода дискретности формирует пульсирующий постоянный ток в якоре электродвигателя. Напряжение  $u_я$  на обмотке якоря ДПТ при этом имеет форму однополярных прямоугольных импульсов (рис. 3).

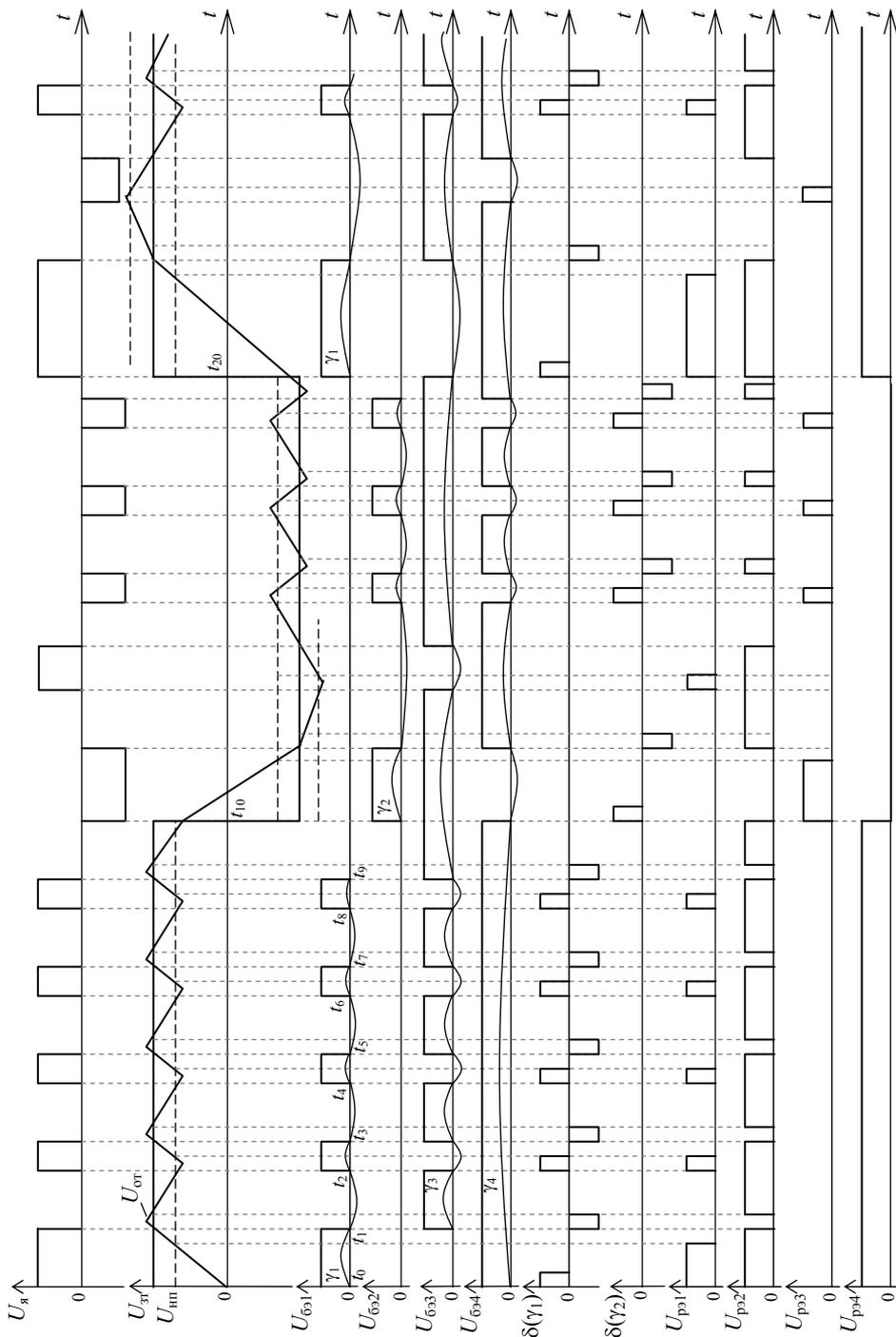


Рис. 3. Временные диаграммы работы САР тока

В релейных системах для управления транзисторными ключами моста используются периодические прямоугольные импульсы напряжения  $U_{\delta 31} - U_{\delta 34}$  единичной амплитуды с изменяемой длительностью и возможностью раздельного управления положениями передних и задних фронтов. Для решения этой задачи требуется сформировать информацию о моментах отпирания и запираания транзисторов и составить алгоритм управления.

Для формирования информации о моментах отпирания и запираания транзистора *VT1* представим последовательность импульсов управления транзисторами (рис. 3) в виде суммы скачкообразных единичных функций

$$U_{\delta 31} = \frac{1}{2} + \Psi(\gamma_1(t)) = \mathbf{1}(t - t_0) - \mathbf{1}(t - t_1) + \mathbf{1}(t - t_2) - \dots = \sum_k (-1)^k \mathbf{1}(t - t_k), \quad (1)$$

где  $\gamma_1(t)$  – знакопеременная гладкая функция, порождающая импульсы управления транзистором ВП;  $t_k$  – моменты переключения единичных функций  $\mathbf{1}(t - t_k)$ , являющихся корнями уравнения  $\gamma_1(t_k) = 0$ ;  $\Psi(\gamma_1(t))$  – разрывная функция вида скачка (функция Хевисайда) имеет вид

$$\Psi(\gamma_1(t)) = \frac{1}{2} \text{sign } \gamma_1(t) = \begin{cases} 1/2 & \text{при } \gamma_1(t) > 0, \\ 0 & \text{при } \gamma_1(t) = 0, \\ -1/2 & \text{при } \gamma_1(t) < 0. \end{cases}$$

Здесь значения существенно нелинейной функции  $\Psi(\gamma_1(t))$  однозначно определяются значениями порождающей функции  $\gamma_1(t)$ . При четных  $k = 2\nu$ ,  $\nu = 0, 1, 2, \dots$  формируются передние фронты импульсов управления транзисторами, а при нечетных  $k = 2\nu + 1$  – задние фронты  $U_{\delta 31}$ . Между моментами времени  $t_k$  при четных и нечетных  $k$  импульсы управления транзисторами ВП равны  $U_{\delta 31} = 1$ , а между моментами времени при нечетных и четных  $k - U_{\delta 31} = 0$ .

Для формирования моментов отпирания и запираания транзисторов дифференцируем (1) и представим в виде

$$\frac{dU_{\delta 31}}{dt} = \frac{d\Psi(\gamma_1(t))}{d\gamma_1(t)} \frac{d\gamma_1(t)}{dt} = \sum_k (-1)^k \frac{d\mathbf{1}(t - t_k)}{dt}.$$

В полученном выражении производная от единичной скачкообразной функции является  $\delta$ -функцией (дельта-функция) Дирака  $d\mathbf{1}(t - t_k)/dt = \delta(t - t_k)$ , а производная  $d\Psi(\gamma_1(t))/d\gamma_1(t) = \delta(\gamma_1(t))$  – последовательностью  $\delta$ -функцией, образованных порождающей функцией. Здесь  $\delta$ -функция представляет собой функцию, равную нулю во всех точках, за исключением точки  $t = t_k$ . Площадь  $\delta$ -функции равна единице, а амплитуда стремится к  $\infty$ .

Тогда последнее выражение представляется в виде

$$\delta(\gamma_1(t)) = \sum_k (-1)^k \frac{\delta(t - t_k)}{d\gamma_1(t_k)/dt}.$$

Поскольку функция  $\gamma_1(t)$  в точках  $t = t_k$  меняет знак, то

$$d\gamma_1(t_k)/dt = (-1)^k |d\gamma_1(t_k)/dt|.$$

Подставляя это значение в последнее выражение, окончательно получим

$$\delta(\gamma_1(t)) = \sum_k \frac{\delta(t - t_k)}{|d\gamma_1(t_k)/dt|}, \quad (2)$$

где суммирование ведется по всем корням  $t_k$  уравнения  $\gamma_1(t_k) = 0$ , которые предполагаются простыми.

Таким образом, продифференцировав последовательность импульсов управления транзисторами  $U_{\text{бэ1}}$ , получают последовательность  $\delta$ -функций с интенсивностью  $1/|d\gamma_1(t_k)/dt|$ , содержащих информацию о моментах отпира-ния и запира-ния транзисторов.

Рассматривая  $\delta$ -функцию как производную единичной скачкообразной функции, можно предложить принцип формирования последовательности  $\delta$ -функций, основанный на использовании релейного элемента с регулировочной характеристикой типа разрывная функция вида скачка  $\Phi(\alpha(t))$  и знакоперемен-ным гладким сигналом на входе  $\alpha(t)$ , меняющим знак в точках  $t_k$ .

Из-за конечного времени срабатывания электронных компонентов реализо-вать математическую  $\delta$ -функцию Дирака не представляется возможным. Поэто-му аппроксимируем последовательность  $\delta$ -функций последовательностью ко-ротких импульсов  $\delta(\gamma_1)$  конечной длительности  $\Delta t_k = t'_k - t_k = \Delta t$ , длительность которых намного короче импульсов управления транзисторами  $U_{\text{бэ1}}$  (рис. 3). Причем последовательность импульсов  $\delta(\gamma_1)$  состоит из двух последовательно-стей, отличающихся знаком импульсов. Положительные импульсы при четных  $k$  синхронизированы с передними фронтами импульсов управления транзистора-ми, а отрицательные при нечетных  $k$  – с задними фронтами  $U_{\text{бэ1}}$ .

Для формирования двух последовательностей импульсов  $\delta(\gamma_1)$  для чет-ных и нечетных  $k$  потребуются два релейных элемента РЭ1 и РЭ2, имеющих пороги переключений  $\mu_1(t)$  и  $-\mu_2(t)$  и переключающихся под воздействием гладкого знакопеременного сигнала  $\alpha(t)$ .

Моменты времени  $t_k$ , являющиеся корнями уравнений

$$\begin{aligned}\alpha(t_{2v}) - \mu_1(t_{2v}) &= 0, \\ \alpha(t_{2v+1}) + \mu_2(t_{2v+1}) &= 0,\end{aligned}\quad (3)$$

соответственно, для четных и нечетных  $k$ , назовем моментами переключений релейных элементов, а условия (3) – условиями надлежащих моментов переключе-ний РЭ. Кроме того, моменты переключения должны удовлетворять условию

$$(-1)^k d\alpha(t)/dt|_{t=t_k} > 0. \quad (4)$$

Условие (4) назовем условием надлежащего направления переключений РЭ. При четном  $k$  знак неравенства (4) сохраняется, а при нечетном – меняет-ся на обратный.

Обеспечить выполнения условий надлежащих моментов переключений (3) и надлежащих направлений переключений релейных элементов (4) воз-можно с помощью кусочно-гладкой знакопеременной функции времени  $\varepsilon(t)$ , являющейся сигналом ошибки регулирования САР тока, т.е.

$$\varepsilon(t) = u_{\text{эт}}(t) - u_{\text{от}}(t) = u_{\text{эт}}(t) - K_{\text{от}} i_{\text{я}}(t). \quad (5)$$

Теперь займемся определением статических характеристик РЭ. Для оп-ределенности примем, что первый релейный элемент РЭ1, переключаясь с нуля в единицу ( $U_{\text{рэ1}} = 0/1$ ), формирует передний фронт импульса управления

транзистором, а РЭ2, переключаясь с единицы в нуль ( $U_{pэ2} = 1/0$ ), – задний фронт  $U_{бэ1}$ . Тогда при увеличивающейся  $\varepsilon(t)$ , т.е. при  $d\varepsilon(t)/dt|_{t=t_{2v}} > 0$ , в моменты времени  $t = t_{2v}$ , определяющиеся из первого условия (3), РЭ1 переключается из нуля в единицу ( $U_{pэ1} = 0/1$ ), а при убывающей  $\varepsilon(t)$  ( $d\varepsilon(t)/dt|_{t=t_{2v}+\Delta t} < 0$ ) в моменты времени  $t = t_{2v} + \Delta t$  переключается из единицы в нуль, т.е.  $U_{pэ1} = 1/0$ . Это может быть реализовано существенно нелинейной и однозначно определяющейся от  $\varepsilon(t)$  функцией  $\Phi_1(\varepsilon(t))$  релейного элемента РЭ1:

$$U_{pэ1} = \Phi_1(\varepsilon(t)) = \begin{cases} 1, & \text{при } \varepsilon(t) > \mu_1(t), \\ 0, & \text{при } \varepsilon(t) < \mu_1(t). \end{cases} \quad (6)$$

При подаче на вход РЭ1 сигнала  $\varepsilon(t)$  на его выходе формируются импульсы  $U_{pэ1}$ , представленные на рис. 3.

При убывающей  $\varepsilon(t)$  ( $d\varepsilon(t)/dt|_{t=t_{2v+1}} < 0$ ) в моменты времени  $t = t_{2v+1}$ , определяющиеся из второго условия (3) при  $\mu_2(t) = 0$ , РЭ2 переключается из единицы в нуль ( $U_{pэ2} = 1/0$ ), а при увеличивающейся  $\varepsilon(t)$  ( $d\varepsilon(t)/dt|_{t=t_{2v+1}+\Delta t} > 0$ ) в моменты времени  $t = t_{2v+1} + \Delta t$  переключается из нуля в единицу ( $U_{pэ2} = 0/1$ ). Для этого переключающаяся функция  $\Phi_2(\varepsilon(t))$  второго релейного элемента должна быть представлена в виде

$$U_{pэ2} = \Phi_2(\varepsilon(t)) = \begin{cases} 1 & \text{при } \varepsilon(t) > 0, \\ 0 & \text{при } \varepsilon(t) < 0. \end{cases} \quad (7)$$

На рис. 3 представлены импульсы  $U_{pэ2}$ , формируемые РЭ2 при подаче на вход сигнала  $\varepsilon(t)$ .

Уравнения (6) и (7) описывают несимметричные относительно начала координат характеристики релейных элементов. Введя смещения вдоль осей ординат и абсцисс, можно получить релейные элементы с симметричными характеристиками:

$$U_{pэ1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{sign}[\varepsilon(t) - \mu_1(t)] = \frac{1}{2} + \Phi'_1[\varepsilon(t) - \mu_1(t)],$$

$$U_{pэ2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{sign}[\varepsilon(t)] = \frac{1}{2} + \Phi'_2[\varepsilon(t)],$$

где первое слагаемое, равное  $1/2$ , определяет смещение характеристики вдоль оси ординат, а  $\mu_1(t)$  – смещение вдоль оси абсцисс. Функции  $\alpha_1(t) = \varepsilon(t) - \mu_1(t)$  и  $\alpha_2(t) = \varepsilon(t)$  являются входными сигналами новых релейных элементов  $\Phi'_1(\alpha_1(t))$  и  $\Phi'_2(\alpha_2(t))$ , имеющих симметричные и одинаковые характеристики вида скачка. Такие характеристики, не имеющие гистерезиса и зоны нечувствительности, относятся к простейшим.

Импульсы управления транзистором  $U_{бэ1}$  могут быть сформированы из сигналов  $U_{pэ1}$  и  $U_{pэ2}$ , например, с помощью RS-триггера, находящегося в ЛУ (рис. 1), на основании выражения

$$U_{бэ1}^{n+1} = U_{бэ1}^n \overline{U_{pэ2}} \vee U_{pэ1},$$

где  $U_{бэ1}^{n+1}$ ,  $U_{бэ1}^n$  – текущее и предшествующее состояния импульса управления транзистором.

Импульсы  $U_{631}$  могут быть также сформированы с помощью одного двухпозиционного реле с гистерезисом, т.е. триггера Шмита:

$$U_{631}^{n+1} = \begin{cases} 1 & \text{для } \begin{cases} \varepsilon(t) > \mu_1(t), \\ \mu_1(t) \geq \varepsilon(t) > 0, \text{ если } U_{631}^n = 1, \\ \varepsilon(t) < 0, \end{cases} \\ 0 & \text{для } \begin{cases} \varepsilon(t) < 0, \\ 0 \leq \varepsilon(t) < \mu_1(t), \text{ если } U_{631}^n = 0 \end{cases} \end{cases}.$$

Использование триггера Шмита значительно упрощает и повышает надежность схемы управления ВП.

Таким образом, для формирования прямоугольного импульса управления транзистором  $U_{631}$  с изменяемой длительностью и отдельным управлением положениями передних и задних фронтов потребуются два релейных элемента РЭ1 и РЭ2, имеющих несимметричные характеристики вида скачка, смещенные вдоль оси абсцисс в разные стороны относительно начала координат.

Мостовая схема ВП выполнена на четырех транзисторах  $J = 4$ . Следовательно, для формирования четырех импульсов управления транзисторами моста потребуются восемь релейных элементов ( $N = 2J$ ), что приведет к значительным аппаратным затратам проектируемой релейной системы. Поэтому минимизация числа релейных элементов регулятора тока является актуальной задачей синтеза.

Так, в общем случае для формирования моментов отпирания и запираания транзистора  $VT2$  требуются два релейных элемента. С целью уменьшения числа релейных элементов моменты запираания верхних транзисторов моста  $VT1$  и  $VT2$  формируем на одном релейном элементе РЭ2, который при  $U_{3т} = u_{от}$ , переключаясь с единицы в нуль ( $U_{рэ2} = 1/0$ ), выключает транзистор  $VT1$ , а переключаясь с нуля в единицу ( $U_{рэ2} = 0/1$ ) –  $VT2$ . В этом случае для отпирания транзистора  $VT2$  в схему управления введем один релейный элемент РЭ3 с несимметричной характеристикой вида скачка, смещенной вдоль оси абсцисс влево относительно начала координат:

$$U_{рэ3} = \Phi_3(\varepsilon(t)) = \begin{cases} 1 & \text{при } \varepsilon(t) > -\mu_1(t), \\ 0 & \text{при } \varepsilon(t) < -\mu_1(t) \end{cases}. \quad (8)$$

Из анализа временных диаграмм, приведенных на рис. 3, устанавливаем, что импульсы управления работающими в противофазе нижних транзисторов стойки моста могут быть получены из импульсов управления верхними транзисторами моста путем их инвертирования. Так, например, на интервале времени  $t_0 - t_{10}$  импульсы управления  $U_{633}$  могут быть сформированы инвертированием импульсов управления  $U_{631}$ , а на интервале времени  $t_{10} - t_{20}$  импульсы управления  $U_{634}$  – инвертированием импульсов  $U_{632}$ . Это позволит сэкономить в мостовой схеме ВП до четырех РЭ.

Для управления постоянно открытым нижним транзистором моста  $VT4$  на интервале времени  $t_0 - t_{10}$  и  $VT3$  на интервале времени  $t_{10} - t_{20}$  в схему управления введем один релейный элемент РЭ4. При этом порождающая функция этого релейного элемента должна быть сформирована из сигнала  $U_{3т}(t)$ , а статическая характеристика вида скачка симметрична относительно начала координат

$$U_{p34} = \Phi_4(U_{3T}(t)) = \begin{cases} 1 & \text{при } U_{3T}(t) > 0, \\ 0 & \text{при } U_{3T}(t) < 0. \end{cases} \quad (9)$$

На основании вышеизложенного синтезирован релейный регулятор тока, состоящий из трех релейных элементов РЭ1-РЭ3 со статическими характеристиками (6)–(8). Для задания направления вращения ДПТ, т.е. направления тока якоря электродвигателя, в схему введен релейный элемент РЭ4 со статической характеристикой (9). На рис. 4 представлена полученная структурная схема САР тока, которая содержит сумматор, релейные элементы РЭ1-РЭ4, включенные в состав блока релейных элементов (БРЭ), логическое устройство (ЛУ), мостовую схему вентильного преобразователя ВП, выполненную на четырех транзисторах  $VT1-VT4$  с обратными диодами  $VD1 - VD4$ , электродвигатель постоянного тока  $M$ , датчик тока ДТ.

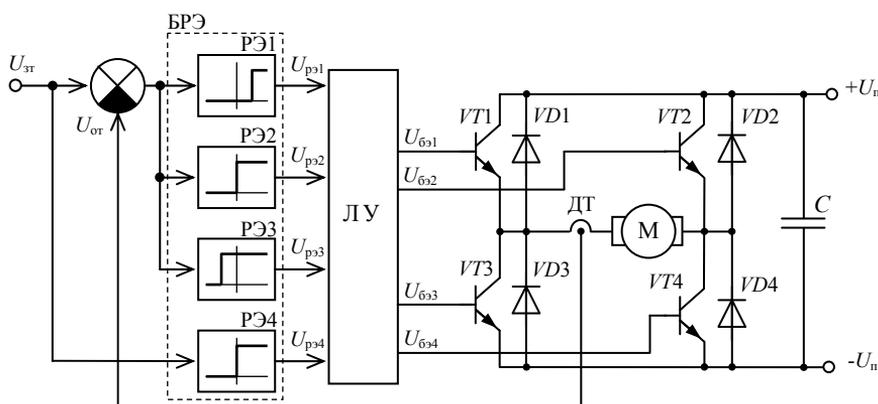


Рис. 4. Структурная схема САР тока

Первый релейный элемент РЭ1 при  $U_{p34} = 1$  служит для безусловного включения транзисторов  $VT1$  и  $VT4$  моста, т.е. для направления вращения «Вперед». В режиме торможения вращающегося вперед ДПТ при  $U_{p34} = 0$  РЭ1 безусловно выключает транзисторы  $VT2$  и  $VT3$  моста.

Второй релейный элемент РЭ2 безусловно выключает верхние транзисторы моста работающего комплекта, для направления вращения «Вперед» выключает транзистор  $VT1$ , а для направления вращения «Назад» –  $VT2$ .

Третий релейный элемент РЭ3 при  $U_{p34} = 0$  обеспечивает безусловное включение транзисторов  $VT2$  и  $VT3$  (вращения «Назад»). В режиме торможения вращающегося назад ДПТ при  $U_{p34} = 1$  РЭ3 безусловно выключает транзисторы  $VT1$  и  $VT4$  моста.

Так, разработанная система автоматического регулирования тока с релейным регулятором, выполненная на трех релейных элементах, обеспечивает высокую точность отработки тока при несимметричном законе коммутации транзисторов мостовой схемы вентильного преобразователя.

## Литература

1. Охоткин Г.П. Анализ систем регулирования тока // Электромеханика. 1992. № 3. С. 66–70.
2. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Анализ законов коммутации ключей мостовой схемы импульсного преобразователя // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 142–149.
3. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Разработка математической модели симметричного закона коммутации ключей мостовой схемы вентильного преобразователя // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы X Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 180–186.
4. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Разработка математической модели диагонального закона коммутации ключей с переключением верхнего транзистора мостовой схемы преобразователя // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: материалы IX Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. С. 77–86.
5. Охоткин Г.П. Разработка методики синтеза релейных регуляторов САР тока при симметричной и диагональной коммутациях транзисторов ВП // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 66–74.

---

**ОХОТКИН ГРИГОРИЙ ПЕТРОВИЧ** – доктор технических наук, профессор, декан факультета радиоэлектроники и автоматики, заведующий кафедрой автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elius@list.ru).

**УГАРИН СТАНИСЛАВ ВАЛЕНТИНОВИЧ** – аспирант кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (UgarinSV@mail.ru).

---

G. OKHOTKIN, S. UGARIN

**STRUCTURAL SYNTHESIS OF RELAY CONTROL OF SYSTEM  
OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL AT ASYMMETRICAL TRANSISTORS  
SWITCHING OF VALVE CONVERTER**

**Key words:** automatic control system, synthesis of automatic control systems, relay control current.

*The technique of structural synthesis of relay regulators of automatic control systems with the current Law asymmetric switching transistors of the bridge circuit of the converter is worked out. The technique allows to reach analytical expressions of the static characteristics of the relay elements that determine the moments of the bridge transistors switching on and off and to reduce the number of the regulator relay elements. The synthesized current controller contains the minimum number of relay elements, and the automatic current control system provides high accuracy of current mining.*

## References

1. Okhotkin G.P. Analiz system regulirovaniya toka [Analysis of current regulation]. *Elektromekhanika*, 1992, no. 3, pp. 66–70.
2. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Analiz zakonov kommutatsii klyuchei mostovoi skhemy impul'nogo preobrazovatelya* [Analysis of switching laws for pulse converter bridge keys]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 142–149.
3. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Razrabotka matematicheskoi modeli simmetrichnogo zakona kommutatsii klyuchei mostovoi skhemy ventil'nogo preobrazovatelya* [Developing a mathematical model of symmetric switching law for valve inverter bridge keys.]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy X Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 10<sup>th</sup>

Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2013, pp. 180–186.

4. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Razrabotka matematicheskoi modeli diagonal'nogo zakona kommutatsii klyuchej s pereklyucheniem verkhnego tranzistora mostovoi skhemy preobrazovatelya* [Developing a mathematical model of diagonal switching law for keys with the inverter bridge upper transistors switched]. *Informatsionnye tekhnologii v elektrotekhnike i elektroenergetike: materialy IX Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 9<sup>th</sup> Rus. Sci. Conf. «Information technology in electric and electric power engineering»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2014, pp. 77–86.

5. Okhotkin G.P. *Razrabotka metodiki sinteza releinykh regulyatorov SAR toka pri simmetrichnoi i diagonal'noi kommutatsiyakh tranzistorov VP* [Developing techniques for synthesizing relay regulators of automatic current control system with symmetric and diagonal switching of valve inverter transistors]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 66–74.

---

**OKHOTKIN GRIGORY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Radioelectronics and Automatics, Head of Department of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (elius@list.ru).**

**UGARIN STANISLAV – Post-Graduate Student, Department of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (UgarinSV@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** *Охоткин Г.П., Угарин С.В.* Структурный синтез релейного регулятора системы автоматического регулирования тока при несимметричной коммутации транзисторов вентиляционного преобразователя // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 252–262.

УДК 381.325

ББК 32.971

В.А. ПЕСОШИН, В.М. КУЗНЕЦОВ, А.И. ГУМИРОВ

## ГЕНЕРАТОРЫ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НЕМАКСИМАЛЬНОЙ ДЛИНЫ НА ОСНОВЕ РЕГИСТРА С ВНУТРЕННИМИ СУММАТОРАМИ ПО МОДУЛЮ ДВА (Часть 1)

**Ключевые слова:**  $(M - A)$ -последовательности, равновероятность, неоднородные генераторы, многообразии последовательностей, инверсно-сегментные последовательности.

*Рассматриваются неоднородные генераторы псевдослучайных сигналов, формирующие рекуррентные последовательности не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два. Демонстрируется многообразие одновременно формируемых последовательностей. На малоразмерных примерах представлены вероятностные и взаимно корреляционные характеристики. Обоснована необходимость постановки и решения задачи идентификации последовательностей.*

Традиционно теория линейных генераторов псевдослучайных последовательностей (ГПСП) представляет для практической реализации два схемотехнических варианта аппаратного построения: генераторы Фибоначчи и генераторы Галуа [4]. Автоматной основой первых являются классические регистры сдвига с обратной связью, реализуемой посредством единой комбинационной схемы на сумматорах по модулю два. Генераторы Галуа предполагают использование регистровой схемы, связи между триггерными разрядами которой осуществляются через отдельные сумматоры по модулю два. Иногда их называют ГПСП на регистре с внутренними сумматорами. Принимая во внимание эквивалентность их функционирования относительно двоичной линейной рекуррентной последовательности (ЛРП), образованной в характерных точках каждой схемы, идентичными оба генератора по формированию сигналов на всех разрядах регистров считать нельзя.

Структура соединений  $n$  элементов памяти (триггеров регистра) и конфигурация схемы обратной связи генератора Фибоначчи и генератора Галуа достаточно полно описывается квадратной матрицей  $C^*$   $(n + 1)$ -го порядка соответственно:

$$\left\| \begin{array}{cccccccc} C_1 & C_2 & C_3 & \dots & C_{n-2} & C_{n-1} & C_n & \alpha \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \text{ и } \left\| \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & C_n & \alpha \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & C_{n-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & C_{n-2} & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \quad (1.1)$$

Наряду с известным порядком заполнения матриц отметим особенность построения  $(n + 1)$ -го столбца. Наличие 1 на главной диагонали этого столбца (нижний элемент) обеспечивает управление режимом работы ГПСП. Для однородных режимов остальные  $n$  элементов этого столбца должны содержать

четное число единиц или все нули. Множество неоднородных режимов задается нечетным числом единиц. Матрицы (1.1) с помощью одной константы  $\alpha \in \{0, 1\}$  предусматривают простейшие варианты задания этих режимов.

Процесс функционирования обоих генераторов в дискретном времени  $t$  определяется рекуррентным выражением в матричной форме

$$\mathbf{Q}^*(t+1) = \mathbf{C}^* \mathbf{Q}^*(t), \quad (1.2)$$

где  $\mathbf{Q}^* = \|q_1 \ q_2 \ \dots \ q_{n-1} \ \alpha\|^T$  – вектор полного состояния генератора с учетом константы  $\alpha$ ;  $q_i \in \{0, 1\}$  – состояния триггеров, комбинации которых образуют состояние регистра (и ГПСП) в форме  $n$ -мерного вектора  $\mathbf{Q} = \|q_1 \ q_2 \ \dots \ q_{n-1} \ q_n\|$ . При этом относительно формируемого процесса следует отличать последовательность векторов состояний  $\langle \mathbf{Q}(t) \rangle$  и двоичные последовательности  $\langle q_i(t) \rangle$  на разрядных выходах  $i = \overline{1, n}$  регистра ГПСП.

Циклические свойства всей совокупности последовательностей  $\langle \mathbf{Q}(t) \rangle$  в форме периодической структуры [5] определяются характеристическим многочленом

$$\varphi(x) = x^n \oplus C_1 x^{n-1} \oplus C_2 x^{n-2} \oplus \dots \oplus C_{n-1} x \oplus 1 \quad (1.3)$$

как функцией абстрактной переменной  $x$  в конечном поле Галуа GF(2) с учетом  $\alpha \in \{0, 1\}$ .

Согласно обширным исследованиям однородных и неоднородных ГПСП по схеме Фибоначчи установлено, что все периодические структуры совокупности последовательностей  $\langle \mathbf{Q}(t) \rangle$  и  $\langle q_i(t) \rangle$  полностью совпадают. Сами ЛРП отличаются друг от друга только фазовыми сдвигами в пределах минимального периода. Принято полагать, что такие последовательности совпадают (не различаются) с точностью до циклического сдвига.

Генератор Галуа благодаря межразрядным сумматорам по модулю два способен формировать разные последовательности  $\langle q_i(t) \rangle$  по определенным разрядным выходам, что принципиально отличает эти устройства от генераторов Фибоначчи. Однако в случае задания однородного режима генератора в попарных сочетаниях формируемых сигналов неизбежно проявляются корреляционные связи, что делает вопрос практической применимости таких сигналов в составе ансамбля малоактуальным.

Предлагается обратить внимание на функционирование генератора Галуа в неоднородном режиме ( $\alpha = 1$ ) и с характеристическим многочленом составного вида

$$\varphi(x) = \varphi_0(x) \varphi_1(x), \quad (1.4)$$

где  $\varphi_0(x) = (x \oplus 1)^{m_0}$ .

Организованный таким образом ГПСП способен также одновременно формировать на разрядных выходах регистра с внутренними сумматорами по модулю два различных типа ЛРП. В отличие от однородного режима основой многообразия являются инверсно-сегментные последовательности (ИСП), обозначенные как (M-1)-, (M-3)-, ..., (M-A)-последовательности [3] в случае, когда многочлен  $\varphi_1(x)$  степени  $m_1$  примитивен,  $n = m_0 + m_1$  и  $A = 2m_0 - 1$ .

Особенность структурного построения ИСП состоит в том, что в ее минимальном периоде размещаются две взаимно инверсные половины. При опреде-

ленных условиях эта особенность способствует взаимной декорреляции с периодическими последовательностями (ПП) по другим выходам того же ГПСП.

Цель статьи – анализ многообразия двоичных последовательностей, формируемых ГПСП на регистре с внутренними сумматорами, их идентификация, выявление взаимно корреляционных свойств и формулировка условий комплектования ансамблей некоррелированных псевдослучайных сигналов.

**1. Моделирование работы ГПСП. Характерные циклы.** В иллюстративных целях модельное воспроизводство ЛРП, реально формируемых ГПСП на основе единого многочлена  $\varphi(x)$  в нормальной форме (1.3), можно осуществить разными способами. Наиболее простой из них – это нахождение искомым результирующей последовательности в форме суммы по модулю два известных ЛРП от отдельных генераторов на основе многочленов  $\varphi_0(x)$  и  $\varphi_1(x)$  (см. 1.4). При этом константа  $\alpha = 1$ , задающая свойство неоднородности всей системы, должна действовать на входе генератора на основе  $\varphi_0(x)$ . Результирующие последовательности с точностью до сдвига в пределах своего минимального периода (циклического сдвига) будут совпадать с характерными ЛРП, формируемыми разрядами регистра ГПСП на основе единого многочлена (1.3) [2].

Полную наглядную картину формирования разрядных последовательностей  $\langle q_i(t) \rangle$  можно получить по рекуррентному алгоритму (1.2). К исходным условиям моделирования относятся характеристический многочлен, начальное состояние регистра и конкретное значение  $\alpha$ . Искомым результатом является нахождение разверток векторов состояний  $\mathbf{Q}^*(t)$  или  $\mathbf{Q}(t)$  по всем компонентам  $q_1, q_2, \dots, q_{n-1}, q_n$  в форме  $\langle q_i(t) \rangle$  на длине периода.

Периодические структуры генераторов и многочленов вида (1.4) будут содержать элементы двух групп с существенно отличающимися значениями минимальных периодов. Векторы состояний образуют непересекающиеся множества  $Q_n$  и  $Q_p$ , для которых  $\mathbf{Q}(t) \in \{Q_n \cup Q_p\}$  и  $|\{Q_n \cup Q_p\}| = 2^n$ . Условно обозначим минимальные периоды  $\langle \mathbf{Q}(t) \rangle$  как  $T_n$  и  $T_p$ , для которых в большинстве практических случаев устанавливается  $T_p \gg T_n$  (кроме малоразмерных примеров иллюстрационного характера). Период  $T_p$  будем преимущественно относить к рабочим псевдослучайным последовательностям, а последовательности малого периода  $T_n$  определим как нерабочие (запрещенные для псевдослучайного режима). Обозначим их  $F_i^{(m)} = \langle f_i^{(m)}(t) \rangle$  для разрядных компонент  $\langle \mathbf{Q}(t) \rangle$ , где  $m$  – порядок. Под порядком будем понимать минимальное число элементов памяти некоторого линейного автомата, способного полностью сформировать данную двоичную последовательность.

Таким образом, последовательности состояний  $\langle \mathbf{Q}(t) \rangle$  разделяются на рабочие  $\langle \mathbf{Q}_p(t) \rangle$  и запрещенные, или нерабочие,  $\langle \mathbf{Q}_n(t) \rangle$ , для элементов которых справедливы следующие включения:  $\mathbf{Q}_p(t) \in Q_p$  и  $\mathbf{Q}_n(t) \in Q_n$ . Типичный для рассмотренных условий вид периодической структуры ГПСП [5] выражается двухэлементным множеством

$$\Omega = \{\mu(T_n), \mu(T_p)\}, \quad (1.5)$$

где  $\mu$  – количество соответствующих последовательностей.



Моделируя генератор аналогичным образом, получаем, что на его выходах одновременно формируются три разные рабочие последовательности:  $(M-3)^{(6)}$ ,  $(M-1)^{(5)}$  и  $\overline{M}^{(4)}$ .

Отдавая предпочтение свойству равновероятности формируемых ИСП и регулярности аналитических описаний, дальнейшее рассмотрение ГПСП на основе соотношения (1.4) целесообразно ограничить условием, когда  $m_0 = 2^k$  и  $k$  – целое положительное число [3]. Указанное условие соблюдено для степеней двучлена  $m_0 = 1$  и  $2$  (соответствующие  $k = 0$  и  $1$ ), рассмотренных выше. Таким образом, опустив вариант  $m_0 = 3$ , далее целесообразно ориентироваться на случаи  $k \geq 2$ , соответствующие  $m_0 = 4, 8, 16, \dots$

Для полноты рассмотрения полезен подобный анализ тривиального случая  $m_0 = 0$ , когда многочлен (1.4) вырождается в примитивный, т.е.  $\varphi(x) = (x \oplus 1)^0 \varphi_1(x) = \varphi_1(x)$ , так как  $(x \oplus 1)^0 = 1$ . Результирующей ЛРП будет являться известная  $M$ -последовательность. Однако наличие константы  $\alpha = 1$  через суммирование по модулю два приведет к одновременному формированию инверсной формы дополнительно к прямой. Полученную ЛРП обозначим как  $\overline{M}$ -последовательность. Обе последовательности кратко обозначим как  $M^{(m_1)}$  и  $\overline{M}^{(m_1)}$ .

Результатом рассмотрения неоднородных ГПСП по схеме Галуа являются сложные комбинации распределения разнообразных ЛРП по разрядным выходам. Основой разнообразия являются так называемые  $(M-A)$ -последовательности [3], где  $A = 2^{k'+1} - 1$  в отрезке целочисленного изменения  $k'$  от заданного наибольшего значения  $k$  до  $0$ . При этом степень двучлена  $\varphi_0$  в произведении (1.4) задается величиной  $m_0 = 2^k$ , где  $k = \text{const}$ .

Как показывают примеры, возможно также формирование в рабочем режиме на некоторых выходах регистра  $M$ - и  $\overline{M}$ -последовательностей порядка  $m_1 = n - m_0$  длиной  $M = 2^{m_1} - 1$ . Это соответствует виртуальному значению  $m_0' = 0$  (формально при  $k' \rightarrow -\infty$ ).

В табл. 1.1 приведены характерные типы ЛРП, способные появиться в определенных комбинациях на выходах ГПСП рассматриваемого типа в условиях реального задания  $m_0 = 2^k$ .

Таблица 1.1

Параметры и типы ЛРП, присущие работе неоднородного ГПСП на основе (1.4)

$k'$	$(-\infty)$	$0$	$1$	$2$	$\dots$	$k'$	$\dots$	$k-1$	$k$
$m_0'$	$0$	$1$	$2$	$4$	$\dots$	$2^{k'}$	$\dots$	$2^{k-1}$	$2^k$
$n'$	$m_1$	$m_1 + 1$	$m_1 + 2$	$m_1 + 4$	$\dots$	$n - 2^k + 2^{k'}$	$\dots$	$n - 2^k$	$n$
$\langle a \rangle$	$M^{(n')}$ , $\overline{M}^{(n')}$	$(M-1)^{(n')}$	$(M-3)^{(n')}$	$(M-7)^{(n')}$	$\dots$	$(M-2^{k'+1}+1)^{(n')}$	$\dots$	$(M-2^k+1)^{(n')}$	$(M-2^{k+1}+1)^{(n')}$
$T_{\langle a \rangle}$	$M$	$2M$	$4M$	$8M$	$\dots$	$2^{k'+1}M$	$\dots$	$2^k M$	$2^{k+1}M$

В табл. 1.1 обозначены  $k'$  – двоичный порядок виртуальной степени  $m_0'$  двучлена  $\varphi_0$  при условии  $k' \leq k$ , где  $k$  – двоичный порядок реальной степени  $\varphi_0$  для соотношения (1.4). Согласованно с  $k'$  и  $k$  воспринимается  $n'$  и  $n$  – как

виртуальная и реальная степени  $\varphi$  в форме (1.4) при условии  $n' \leq n$ . Минимальные периоды возможных рабочих последовательностей  $\langle a \rangle$  обозначены  $T_{(a)}$ . Из табл. 1.1. видно, что их величины кратны целой степени двух и  $M = 2^{m_1} - 1$  – длине  $M$ -последовательности, порождаемой многочленом  $\varphi_1$  степени, реально заданной  $m_1 = \text{const}$ .

Особенности образования автокорреляционных связей внутри отдельно взятой ИСП рассмотрены в [3]. Выявленный факт многообразия одновременно формируемых ЛРП с разрядных выходов ГПСП по схеме Галуа естественным образом требует исследования их взаимно корреляционных свойств.

**3. Формулы оценивания взаимно корреляционных функций типичных пар двоичных последовательностей на общем периоде.** Выражение взаимно корреляционной функции (ВКФ) через центральный момент второго порядка для двоичных последовательностей  $\langle x(t) \rangle$  и  $\langle y(t) \rangle$  представимо в вероятностной форме:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{xy}(\tau) &= \mathbf{M}\{[x(t) - m_{x(t)}][y(t+\tau) - m_{y(t+\tau)}]\} = \mathbf{M}\{x(t)y(t+\tau)\} - m_{x(t)}m_{y(t+\tau)} = \\ &= \mathbf{P}\{x(t) = y(t+\tau) = 1\} - \mathbf{P}\{x(t) = 1\}\mathbf{P}\{y(t+\tau) = 1\}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Пусть  $\langle x(t) \rangle$  и  $\langle y(t) \rangle$  – периодические последовательности (ПП) с минимальными периодами  $T_x$  и  $T_y$ , соответственно. Общий период выражается наименьшим общим кратным  $\text{НОК}\{T_x, T_y\} = T_{xy}$ . Периодический характер последовательностей по  $t$  определяет периодичность взаимно корреляционных связей по  $\tau$ , количественное выражение которых обеспечивает периодическая ВКФ (ПВКФ).

Вероятности, входящие в формулу (1.6), выражаются через числовые характеристики последовательностей в пределах их общих периодов, минимальное значение которых  $T_{xy}$ . Примем типичное для вероятностных описаний периодических, следовательно, неслучайных последовательностей условие стационарности. Это условие справедливо при гипотезе равномерно распределенной случайной начальной фазы обеих последовательностей на их общем периоде. Необходимые для вычисления вероятности, относящиеся к заданным символьным ПП, а также сами величины ПВКФ носят оценочный характер. Однако применение выборочных данных, взятых точно на общем периоде, позволяет считать статистические результаты вычислений точными значениями. Тогда для формулы (1.6) вероятность совместного появления в последовательностях  $\langle x(t) \rangle$  и  $\langle y(t+\tau) \rangle$  двух единиц на периоде  $T_{xy}$  может быть записана как

$$\mathbf{P}\{x(t) = y(t+\tau) = 1\} = \frac{n_{xy}(\tau)}{T_{xy}}, \quad (1.7)$$

где  $n_{xy}(\tau)$  – количество указанных пар на периоде  $T_{xy}$ ;  $\tau$  – параметр сдвига как аргумент ПВКФ.

Вероятности символов 1 в последовательностях выразятся следующими отношениями:

$$\mathbf{P}\{x(t) = 1\} = \frac{n_x}{T_{xy}} \quad \text{и} \quad \mathbf{P}\{y(t+\tau) = 1\} = \mathbf{P}\{y(t) = 1\} = \frac{n_y}{T_{xy}}, \quad (1.8)$$

где  $n_x$  и  $n_y$  – количества единиц, соответственно, в  $\langle x(t) \rangle$  и  $\langle y(t) \rangle$  на интервале  $T_{xy}$ .

Выражения (1.7) и (1.8) для двух произвольных ПП представляют формулу (1.6) в виде

$$\mathbf{k}_{xy}(\tau) = \frac{n_{xy}(\tau)}{T_{xy}} - \frac{n_x n_y}{T_{xy}^2} = \frac{T_{xy} n_{xy}(\tau) - n_x n_y}{T_{xy}^2}. \quad (1.9)$$

Вариант формулы ПВКФ для такой пары ПП, в которой хотя бы одна является ИСП, например  $\langle x(t) \rangle$ , требует учёта свойства равновероятности через очевидное равенство в виде  $n_x = 0,5T_{xy}$ . Тогда

$$\mathbf{k}_{xy}(\tau) = \frac{n_{xy}(\tau) - 0,5 n_y}{T_{xy}}. \quad (1.10)$$

Если исследуется пара ИСП, то с учетом второго условия равновероятности  $n_y = 0,5T_{xy}$

$$\mathbf{k}_{xy}(\tau) = \frac{n_{xy}(\tau)}{T_{xy}} - \frac{1}{4}. \quad (1.11)$$

Полный корреляционный анализ пар ПП требует расчет ПВКФ на своем минимальном периоде по оси аргумента  $\tau$ . В монографии [1] доказано, что в отличие от часто применяемого значения НОК  $\{T_x, T_y\} = T_{xy}$  в качестве периода функции  $\mathbf{k}_{xy}(\tau)$  достаточно использовать минимальный период в форме НОД  $\{T_x, T_y\} = \tau_{xy}$ . Это значительно сокращает объем расчетов ПВКФ из-за уменьшения области ее вычисления в форме  $\tau = 0, \tau_{xy} - 1$ .

**4. Взаимно корреляционные свойства одновременно формирующихся пар ЛРП.** Найдем численные оценки взаимных корреляционных связей на общих периодах характерных пар ЛРП, полученных в примерах раздела 2.

**Пример 1** для случая  $m_0 = 1$  представляет собой результат работы неоднородного ГПСР, одновременно формирующего (М-1)- и М-последовательности, соответственно, 4-го и 3-го порядков. Не учитывая начальные фазы, установим, например,  $x = q_1$  и  $y = q_2$ . Для них  $n_x = 7$ ,  $n_y = 8$ ,  $T_x = 14$ ,  $T_y = 7$ ,  $T_{xy} = 14$  и  $\tau_{xy} = 7$ . Тогда  $\tau = 0, 6$ . В указанных условиях анализируемые ЛРП с необходимыми сдвигами изобразятся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle x(t) \rangle &= 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0, \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 & \tau \\ \langle y(t) \rangle &= 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 & 0 \\ \langle y(t+\tau) \rangle &= \left\{ \begin{array}{l} 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 & 1 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 & 2 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 & 3 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 & 4 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 & 5 \\ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 & 6 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Обращая внимание на выделенные жирным шрифтом в каждой строке  $\langle y(t+\tau) \rangle$  единицы, совпавшие с единицами  $\langle x(t) \rangle$ , нетрудно заметить постоян-

ство их количества, а именно  $n_{xy}(\tau) = 4$  для всех  $\tau = \overline{0, 6}$ . Так как в этом примере ищутся корреляционные связи между двумя ПП, одна из которых, по крайней мере, ИСП, то для расчета удобнее использовать формулу (1.10). Результаты вычислений с использованием указанных числовых данных примера при  $\tau = \overline{0, 6}$  свидетельствуют о полном отсутствии корреляционных зависимостей между ЛРП типов  $(M-1)^{(4)}$  и  $M^{(3)}$ . Причем полученные значения ПВКФ, согласно свойствам периодичности, переносятся с отрезка  $[0, 6]$  на все целочисленные отсчеты оси временного сдвига.

Опуская аналогичные процедуры численных расчетов и графических иллюстраций для следующих примеров, ограничимся кратким описанием исходных условий и сводной формой таблицы с окончательными результатами.

Для случая  $m_0 = 2$  рассмотрена работа ГПСП на основе двух характеристических многочленов.

**Пример 2.** Неоднородный ГПСП 4-го порядка ( $m_0 = 2$ ) формирует два разных типа последовательности:  $(M-3)^{(4)}$  и  $(M-1)^{(3)}$ . Оба относятся к ИСП. Для этого случая при расчете ПВКФ целесообразно использовать формулу (1.11).

**Пример 3.** Неоднородному ГПСП 6-го порядка ( $m_0 = 2$ ) соответствуют ЛРП сразу трех типов:  $(M-3)^{(6)}$ ,  $(M-1)^{(5)}$  и  $\overline{M}^{(4)}$ . В полученном многообразии сигналов присутствует неисследованная на корреляционную зависимость пара из  $(M-3)$ - и  $\overline{M}$ -последовательностей, т.е. ИСП и ПП. Решению задачи в этих условиях способствует формула (1.10).

**Пример 4.** В тривиальном случае  $m_0 = 0$  неоднородный режим двухрядного ГПСП обеспечивает одновременное формирование  $M$ - и  $\overline{M}$ -последовательностей вида 110 и 010. Рассматривая их сочетание как ПП и ПП, применяем формулу (1.9), что после подстановки в нее найденных величин позволяет получить  $k_{xy}(0, 2) = 1/9$  и  $k_{xy}(1) = -2/9$ .

Соответствующие описанным примерам исходные, промежуточные и результирующие данные представлены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Исходные условия и числовые данные корреляционного анализа характерных пар ЛРП, описанных в примерах 1 – 4

Номер примера	$m_0$	$\langle x \rangle$	$\langle y \rangle$	$x$	$y$	$n_x$	$n_y$	$T_x$	$T_y$	$T_{xy}$	$\tau_{xy}$	$k_{xy}$
1	1	ИСП: $(M-1)^{(4)}$	ПП: $M^{(5)}$	$q_1$	$q_2$	7	8	14	7	14	7	0
2	2	ИСП: $(M-3)^{(4)}$	ИСП: $(M-1)^{(3)}$	$q_1$	$q_2$	6	6	12	6	12	6	0
3	2	ИСП: $(M-3)^{(6)}$	ПП: $\overline{M}^{(4)}$	$q_3$	$q_4$	30	28	60	15	60	15	0
4	0	ПП: $M^{(2)}$	ПП: $\overline{M}^{(2)}$	$q_1$	$q_2$	2	1	3	3	3	3	$1/9,$ $-2/9,$ $1/9$

Во всех примерах, кроме последнего, в анализируемой паре ЛРП содержится, по крайней мере, одна ИСП, что совпадает с фактом отсутствия взаимной корреляции, т.е.  $k_{xy}(\tau) = 0$ .

**Выводы.** 1. Обращено внимание на линейный неоднородный ГПСП по схеме Галуа, описываемый приводимым многочленом  $\varphi(x) = \varphi_0(x)\varphi_1(x)$   $n$ -й степени, для которого  $\varphi_0(x) = (x \oplus 1)^{m_0}$ , а многочлен  $\varphi_1(x)$  примитивен. Форми-

рующиеся сигналы на разрядных выходах регистра такого генератора в основном имеют инверсно-сегментную структуру, обеспечивающую равновероятностные свойства. Отличительной особенностью от генераторов по схеме Фибоначчи является способность одновременного формирования нескольких разных периодических сигналов в форме ЛРП одним генератором Галуа.

2. Предложены простые методы анализа работы малоразрядных ГПСЦ, позволяющие наглядно проиллюстрировать процесс нарастания многообразия одновременно формируемых выходных сигналов. Случай  $m_0 = 1$  демонстрирует многообразие из двух последовательностей через множество  $\{(M-1)^{(n)}, M^{(n-1)} \text{ или } \overline{M}^{(n-1)}\}$ . При  $m_0 = 2$  многообразие, выраженное множеством  $\{(M-3)^{(n)}, (M-1)^{(n-1)}, M^{(n-2)} \text{ или } \overline{M}^{(n-2)}\}$ , достигает трех ЛРП, две из которых ИСП. В общем, для  $m_0 = 2^k$  (где  $k$  – целое положительное число) представляет практический интерес последовательности типа:

$$(M - 2^{k+1} + 1)^{(n)}, \dots, (M - 3)^{(m_1+2)}, (M - 1)^{(m_1+1)}, \overline{M}^{(m_1)}, M^{(m_1)}$$

с соответствующими минимальными периодами  $2^{k+1}M, \dots, 4M, 2M, M, M$ . Такие ЛРП в качестве элементов входят во множество различных сигналов, формируемых ГПСЦ рассматриваемого типа при заданном  $k$ .

3. Выявленное многообразие сформированных последовательностей требует ответа на ряд вопросов. Какого типа ЛРП из множества потенциально возможных в реальности формируются одновременно? По каким номерам разрядных выходов регистра ГПСЦ каждый тип последовательности выдается? Таким образом, требуется формулировка задачи идентификации и разработка методов ее решения.

4. Большинство приведенных примеров численного определения корреляционных связей между одновременно сформированными сигналами свидетельствуют об уникальном свойстве предложенной структуры ГПСЦ. Это свойство выражается в способности полностью устранять корреляционные зависимости между сигналами, несмотря на то, что они функционально жестко связаны общим алгоритмом работы генератора. Тем не менее, встречаются и коррелированные пары ЛРП из реального множества сигналов с выходов ГПСЦ, что делает актуальным поиск теоретического обоснования некоррелированности типичных пар рабочих последовательностей. Тогда формальное определение признаков наличия и отсутствия взаимной корреляции приобретает конструктивный смысл для создания ансамбля попарно некоррелированных последовательностей.

(Продолжение следует)

#### Литература

1. Кузнецов В.М., Песошин В.А. Генераторы случайных и псевдослучайных последовательностей на цифровых элементах задержки. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2013.
2. Песошин В.А., Кузнецов В.М. Генераторы псевдослучайных и случайных чисел на регистрах сдвига. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2007.
3. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Ширшова Д.В. Генераторы равновероятностных псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра сдвига с линейной обратной связью // Автоматика и телемеханика. 2016. № 9. С. 136–149.
4. Шнайер Б. Прикладная криптография. М.: Триумф, 2002.
5. Элспас Б. Теория автономных линейных последовательных сетей // Кибернетический сборник. М.: ИЛ, 1963. № 7. С. 90–128.

---

**ПЕСОШИН ВАЛЕРИЙ АНДРЕЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (pesoshin-kai@mail.ru).

**КУЗНЕЦОВ ВАЛЕРИЙ МИХАЙЛОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (kuznet\_evm@mail.ru).

**ГУМИРОВ АРТЕМ ИЛЬДАРОВИЧ** – ассистент кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (neporebrik@mail.ru).

---

**V. PESOSHIN, V. KUZNETSOV, A. GUMIROV**  
**NONMAXIMAL LENGTH PSEUDORANDOM NUMBER GENERATORS**  
**BASED ON INTERNAL XORS SHIFT REGISTER**  
**(Part 1)**

*Key words:* (M – A)-sequences, equiprobability, heterogeneous generators, diversity of sequences, segment-reversal sequences.

*In this paper we consider heterogeneous pseudorandom signal generators based on internal XORs shift register forming nonmaximal length recurrent sequences. We demonstrate a diversity of sequences formed at the same time. We present probabilistic and cross correlation characteristics using low-sized examples. We justify the need for definition and solution of a sequence identification problem.*

References

1. Kuznetsov V.M., Pesoshin V.A. *Generatory sluchainykh i psevdosluchainykh posledovatel'nostei na tsifrovyykh elementakh zaderzhki* [Generators of Random and Pseudorandom Sequences Based on Digital Delay Elements]. Kazan, Kazan State Technical University Publ., 2013.
2. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M. *Generatory psevdosluchainykh i sluchainykh chisel na registrakh sdviga* [Generators of Pseudorandom and Random Numbers Based on Shift Registers]. Kazan, Kazan State Technical University Publ., 2007.
3. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Shirshova D.V. Generators of the equiprobable pseudorandom nonmaximal-length sequences based on linear-feedback shift registers. *Automation and Remote control*, 2016, vol. 77, no. 9, R. 1622-1631 (Original Russian Text published in *Avtomatika i Telemekhanika*, 2016, no. 9, pp. 136–149).
4. Schneier B. *Applied cryptography*. Ney York, John Wiley & Sons, Inc., 1996 (Russ. ed.: *Prikladnaya kriptografiya*. Moscow, Triumf Publ., 2002).
5. Ėlspas B. *Teoriya avtonomnykh lineinykh posledovatel'nykh setei* [The theory of Autonomous linear sequential networks]. *Kiberneticheskii sbornik*. Moscow, IL Publ., 1963, no. 7, pp. 90–128.

---

**PESOSHIN VALERY** – Doctor of Technical Sciences, Professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (pesoshin-kai@mail.ru).

**KUZNETSOV VALERY** – Doctor of Technical Sciences, Professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (kuznet\_evm@mail.ru).

**GUMEROV ARTEM** – Assistant Lecturer of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (neporebrik@mail.ru).

---

**Ссылка на статью:** *Песошин В.А., Кузнецов В.М., Гумиров А.И.* Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (часть 1) // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 263–272.

УДК 681.325

ББК 32.971

В.А. ПЕСОШИН, В.М. КУЗНЕЦОВ, А.И. ГУМИРОВ

## ГЕНЕРАТОРЫ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НЕМАКСИМАЛЬНОЙ ДЛИНЫ НА ОСНОВЕ РЕГИСТРА С ВНУТРЕННИМИ СУММАТОРАМИ ПО МОДУЛЮ ДВА (Часть 2)

*Ключевые слова:*  $M$ -,  $(M-1)$ -,  $(M-3)$ -,  $(M-7)$ - и  $(M-A)$ -последовательности, равновероятность, неоднородные генераторы, многообразие последовательностей, инверсно-сегментные последовательности.

*Рассматриваются неоднородные генераторы псевдослучайных сигналов, способные одновременно формировать разные взаимно некоррелированные рекуррентные последовательности. Решаются задачи идентификации последовательностей на разрядных выходах генератора. Формулируются признаки отсутствия взаимной корреляции. Предлагаются приемы комплектования ансамблей попарно некоррелированных сигналов.*

В первой части статьи было установлено, что генератор псевдослучайных последовательностей по схеме Галуа, построенный на основе характеристического многочлена вида  $\varphi(x) = (x \oplus 1)^{m_0} \varphi_1(x)$ , позволяет получить набор структурно разных, взаимно некоррелированных сигналов, если будет обеспечен неоднородный режим [2].

Основой многообразия являются инверсно-сегментные последовательности (ИСП), обозначенные в общей форме как  $(M-A)$ -последовательности, формируемые неоднородными ГПСП [3] в случае, когда многочлен  $\varphi_1(x)$  степени  $m_1$  примитивен.

Цель второй части статьи – идентификация формирующихся последовательностей на разрядных выходах ГПСП, нахождение теоретико-числовых условий, достаточных для объединения последовательностей в ансамбль некоррелированных псевдослучайных сигналов.

**1. Идентификация последовательностей на выходе регистра ГПСП.** Многообразие формируемых последовательностей в целом относится к разрядным выходам ГПСП  $q_1, q_2, \dots, q_{n-1}, q_n$ . Неравномерность или нерегулярность распределения последовательностей по выходам регистра выражается в том, что некоторые одинаковые ЛРП с точностью до циклического сдвига получаются сразу на нескольких выходах. Однако ряд последовательностей порядка ниже  $n$ , способные проявиться в данной структуре, реально ни в какой точке схемы могут не наблюдаться. Смысл идентификации заключается в сопоставлении множества реально формируемых ЛРП с номерами разрядов регистра ГПСП.

Полное воспроизводство работы генератора на максимальное значение минимального периода последовательности вектора состояния  $\langle \mathbf{Q}(t) \rangle$ , продемонстрированное в примерах первой части статьи, является решением сформулированной задачи. Однако это слишком громоздко при реальных размерностях всей структуры, прежде всего из-за  $|\mathbf{Q}_p| \approx 2^n$ . Актуален поиск «экономных» подходов к постановке и решению задачи идентификации.

Рассмотрим случаи, когда периодическая структура ГПСП имеет вид  $\Omega = \{1(T_n), 1(T_p)\}$ , что характерно при  $m_0 < 4$ . Тогда  $T_p = T_n M$ , где  $T_n = 2m_0 = 2^{k+1}$  и  $M = 2^{m_1} - 1$ .

В работе [4] показано, что процесс формирования результирующих последовательностей ГПСП на основе составного многочлена (1.4), развернутого в нормальной форме (1.3), выражается суммой двух последовательностей. Одно слагаемое  $M^{(m_1)} = \langle a_M(t) \rangle$  – это  $M$ -последовательность, порождаемая  $\varphi_1(x)$ . Другое – некоторая индикаторная последовательность  $E_i^{(m)} = \langle e_i^{(m)}(t) \rangle$ . Суммирование осуществляется по модулю два для каждого разряда регистра  $i = 1, n$  на временной длине, равной общему периоду  $T_p$ , согласно формуле

$$\langle q_i(t) \rangle = M^{(m_1)} \oplus E_i^{(m)} = \begin{cases} a_M(t) & \text{при } e_i^{(m)}(t) = 0, \\ \bar{a}_M(t) & \text{при } e_i^{(m)}(t) = 1, \end{cases} \quad (2.1)$$

где элементы  $e_i^{(m)}$  индикаторной последовательности являются операторами инверсии для  $a_M$ , предполагая очевидные тавтологии  $a_M(t) = \bar{\bar{a}}_M(t)$  и  $\bar{a}_M(t) = a_{\bar{M}}(t)$ .

Остается выяснить, как найти  $E_i^{(m)}$ .

В монографии [1] рассмотрен общий случай генератора Галуа, когда  $(n+1)$ -й столбец матрицы  $C^*$  вместо одной константы  $\alpha$  содержит полный набор констант в форме вектора-столбца  $\|\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{n-1} \alpha_n 1\|^T$ . В общей форме произведены  $T_n$  итераций  $t \rightarrow (t+1)$  рекуррентного выражения (1.2)<sup>1</sup> по отдельным разрядам регистра в коротком цикле состояний  $Q_n$  с элементами  $F_i^{(m)}$ . Аналогичное преобразование автоматного отображения (2.1) в виде системы  $\langle q_i(t+1) \rangle = \langle a_M(t) \rangle \oplus \langle e_i^{(m)}(t) \rangle$  приводит к подобному виду. В результате сопоставления обеих полученных форм систем уравнений было замечено, что для всех подобных членов допустимо равенство, в частности  $e_i^{(m)}(t) = f_i^{(m)}(t)$ , следовательно,

$$E_i^{(m)} = F_i^{(m)}. \quad (2.2)$$

Полученная замена справедлива и для частного случая генератора, рассматриваемого в статье, когда  $(n+1)$ -й столбец матрицы  $C^*$  в виде  $\|\alpha 0 \dots 0 0 1\|^T$  содержит только одну константу  $\alpha = \alpha_1$ , достаточную для управления режимами «однородный/неоднородный».

Объем вычислений  $F_i^{(m)}$  пропорционален  $|Q_n| = T_n$ , что при верхней оценке  $T_p \rightarrow 2^n$  значительно меньше, чем в случае моделирования по рабочим циклам, так как  $|Q_n| \ll |Q_p|$ .

Выделим основные пункты намеченной методики идентификации.

**П. 1.** Выбор начальной фазы  $F_i^{(m)} = \langle f_i^{(m)}(t) \rangle$ .

Выбор допускаем с точностью до циклического сдвига в пределах  $T_n$  и сводим его к нахождению хотя бы одного элемента множества  $Q_n$ . Для этого вычисляем  $T_n$ -ю степень исходной матрицы  $C^*$  и записываем частный вид системы (1.2)  $Q^*(t+T_n) = C^{*T_n} Q^*(t)$  как результат  $T_n$  итераций. На основании свойства периодичности  $Q^*(t+T_n) = Q^*(t) = Q^*$  получим

$$Q^* = C^{*T_n} Q^*. \quad (2.3)$$

<sup>1</sup> Формулы с номерами (1.1)–(1.11) см. в первой части статьи [2].

Система может иметь несколько решений  $\mathbf{Q}^* = \mathbf{Q}_n^*$ , и все они будут соответствовать  $\mathbf{Q}_n \in \mathbf{Q}_n$ .

Находим общее решение системы (2.3), выраженное через компоненты вектора  $\mathbf{Q}$ . Этим самым определяем допустимые начальные фазы  $F_i^{(m)}$ .

**П. 2.** Нахождение последовательности векторов  $\langle \mathbf{Q}_n(t) \rangle = F_i^{(m)} = \langle f_i^{(m)}(t) \rangle$ .

Выбираем из общего решения любое частное в качестве вектора начального состояния  $\mathbf{Q}_n(t) = \mathbf{Q}(0)$  и производим  $T_n$  итераций к соотношению (1.2), получаем развертку  $\langle \mathbf{Q}_n^*(t) \rangle$ . Тогда компоненты вектора  $\mathbf{Q}_n(t)$  образуют набор нерабочих ЛРП для всех  $i = \overline{1, n}$

**П. 3.** Определение соответствия нерабочих ЛРП типам рабочих последовательностей.

Используя полученные  $\langle \mathbf{Q}_n(t) \rangle$  в форме набора нерабочих ЛРП  $\langle q_i(t) \rangle$  как индикаторные последовательности  $F_i^{(m)} = \langle f_i^{(m)}(t) \rangle$ , находим соответствие типу ЛРП по каждому  $i = \overline{1, n}$ .

Типизация последовательностей производится заранее, на основании свойств характеристических многочленов, константы  $\alpha$  и величины  $m_0$  (или  $k$ ). Например, для генератора с многочленом вида (1.4) искомые соответствия приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Соответствия индикаторных последовательностей типам  $\langle f_i \rangle_{\sqrt{2}}$  ЛРП  $\langle a \rangle$  для  $i$ -го выхода ГПСП по условиям (1.4) и  $m_0 \leq 4$

$k$	$m_0$	$\langle f_i \rangle_{\sqrt{2}}$	$\langle a \rangle$
$(-\infty)$	0	0	M
		1	$\overline{M}$
0	1	01	$M - 1$
1	2	0011	$M - 3$
2	4	00001111	$(M - 7)_1$
		00101101	$(M - 7)_2$

Произвольно выбранная начальная фаза  $\langle f_i \rangle$  приводит к избыточному дублированию ее индикаторных возможностей. Выберем только один из  $2m_0$  вариантов индикаторных последовательностей, например, выражающийся минимальным числом в двоично-позиционном представлении. Обозначим это как  $\langle f_i \rangle_{\sqrt{2}}$ . Так, для  $m_0 = 2$  оставляем как образец только 0011.

Остальные 0110, 1100 и 1001 совпадают с первым с учетом действия циклического сдвига.

Применим методику идентификации к примерам первой части статьи [см.: 2].

**2. Типичные примеры идентификации последовательностей.** Задание неоднородного ГПСП по схеме Галуа, наиболее полно раскрывающее методику, представлено в разделе 2 первой части статьи [2] характеристическим многочленом  $\varphi(x) = x^6 \oplus x^4 \oplus x^3 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1 = (x \oplus 1)^2(x^4 \oplus x \oplus 1)$ . Откуда  $m_0 = 2$ ,  $T_n = 4$ ,  $M = 15$  и  $T_p = 60$ .

**П. 1.** Для нахождения начальной фазы индикаторных последовательностей  $\langle f_i^{(m)}(t) \rangle$  решим следующую систему уравнений:  $\mathbf{Q}^* = \mathbf{C}^{*4} \mathbf{Q}^*$ .

Исходному заданию, определяющему схему ГПСП, соответствует матрица

$$\mathbf{Q}^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и ее 4-я степень } \mathbf{Q}^{*4} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Это позволяет записать систему в матричной и разрядной формах

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = q_3 \oplus q_5 \oplus q_6 \oplus 1, \\ q_2 = q_3 \oplus q_4 \oplus q_5 \oplus 1, \\ q_3 = q_3 \oplus q_4 \oplus 1, \\ q_4 = q_3 \oplus q_4 \oplus q_6 \oplus 1, \\ q_5 = q_1 \oplus q_3 \oplus q_4 \oplus q_6, \\ q_6 = q_2 \oplus q_4 \oplus q_5. \end{cases}$$

Полученная система допускает четыре частных решения в форме  $q_i(t+4) = q_i(t)$ , определяющих все возможные начальные фазы. Они соответствуют общим записям, выраженным через две независимые искомые переменные, например,  $q_1$  и  $q_2$ , как  $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_1 & q_2 & (q_1 \oplus q_2) & 1 & q_1 & q_1 \oplus q_2 \end{pmatrix}$ .

**П. 2.** Находим последовательность векторов  $\langle \mathbf{Q}_n(t) \rangle = \mathbf{F}_i^{(m)} = \langle f_i^{(m)}(t) \rangle$ .

Выбираем из общего решения системы в п. 1 любое частное в качестве вектора начального состояния ГПСП. Так, при  $q_1 = q_2 = 0$  получаем  $\mathbf{Q}(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . После четырех итераций решения уравнения  $\mathbf{Q}^*(t+1) = \mathbf{C}^* \mathbf{Q}^*(t)$ , записываем искомую развертку нерабочего тетрацикла  $\langle \mathbf{Q}_n(t) \rangle$  с подтверждением  $\mathbf{Q}(0)$  в следующем сокращенном виде:

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**П. 3.** Определяем соответствие разрядных последовательностей типам рабочих ЛРП.

Полученные  $\langle \mathbf{Q}_n(t) \rangle$  как нерабочие ЛРП  $F_i^{(m)}$  заменяем на  $\langle f_i^{(m)}(t) \rangle_{\sqrt{2}}$  и находим соответствие типу ЛРП по табл. 2.1. Результат идентификации представляем табл. 2.2.

Таблица 2.2

Идентификация последовательностей ГПСП по разрядным выходам  $i = \overline{1, 6}$ 

$q_i$	$\langle \mathbf{Q}_n(t) \rangle$	$\langle f_i^{(m)}(t) \rangle_{\sqrt{2}}$	$\langle a_i(t) \rangle$
$q_1$	0011	0011	$(M-3)^{(6)}$
$q_2$	0101	01	$(M-1)^{(5)}$
$q_3$	0110	0011	$(M-3)^{(6)}$
$q_4$	1111	1	$\overline{M}^{(4)}$
$q_5$	0011	0011	$(M-3)^{(6)}$
$q_6$	1001	0011	$(M-3)^{(6)}$

Нетрудно заметить, что выходы генератора с типовой ЛРП, имеющей порядок 6, совпадающий со степенью  $\varphi(x)$ , характеризуются периодической структурой всего ГПСП. Остальные выходы проявляют меньший порядок (5 и 4) и меньший минимальный период (30 и 15). Это соответствует понижению виртуальной степени  $m_0'$  для  $\varphi_0(x)$  от реально заданной  $m_0 = 2$  (ЛРП типа  $(M-3)^{(6)}$ ), затем 1 для  $(M-1)^{(5)}$  и до 0 для  $\overline{M}^{(4)}$ .

Уменьшение степени  $m_0$  многочлена  $\varphi_0(x)$  позволяет применять описанную методику идентификации в упрощенном виде. Например, случай  $m_0 = 1$  позволяет совместить пп. 1 и 2, описав одну итерацию решения системы уравнений вида  $\mathbf{Q}^* = \mathbf{C}^{*2} \mathbf{Q}^*$ . Найденное общее решение будет допускать два вполне определяемых частных.

Доопределив одну из независимых переменных, всегда можно получить два полностью определенных вектора состояния  $\langle \mathbf{Q}_n(t) \rangle$ . В последовательности по отношению друг к другу они одновременно будут как предшествующими, так и последующими, образуя ожидаемый нерабочий бицикл. При разложении этих векторов на  $\langle q_i(t) \rangle$  будут идентифицироваться обязательно  $(M-1)$ -последовательности и возможно либо  $M$ -, либо  $\overline{M}$ -последовательности.

Случай  $m_0 = 0$  также способствует упрощению процедур идентификации. Такое задание ГПСП соответствует вырожденному варианту общей формы рассматриваемого характеристического многочлена (1.4)  $\varphi(x) = (x \oplus 1)^{m_0} \varphi_1(x) = \varphi_1(x)$ . Он имеет периодическую структуру  $\Omega = \{1(1), 1(M)\}$  как в однородном, так и в неоднородном режиме. Элемент  $1(M)$  по определению  $\varphi_1(x)$  относится к ЛРП максимальной длины. Однако не ясно, что это –  $M$ - или  $\overline{M}$ -последовательность, и если они формируются одновременно, то к каким разрядам регистра  $i = \overline{1, n}$  они относятся? Для ответа на поставленные вопросы обратим внимание на элемент  $1(1)$  периодической структуры. Известно, что это моноцикл ( $T_n = 1$ ), выражающийся константой и представляющий уравнение (1.2) в виде  $\mathbf{Q}^* = \mathbf{C}^* \mathbf{Q}^*$ . Это уравнение имеет единственное решение  $\mathbf{Q} \in \mathbf{Q}_n$ , так как  $|\mathbf{Q}_n| = 1$ . В поразрядном разложении получается система из  $n$  независимых уравнений. Нули в разложении вектора решения  $\mathbf{Q}$  идентифицируют

последовательности типа  $M^{(n)}$ , а единицы –  $\bar{M}^{(n)}$ , где  $n = m_1$ . Необходимость в п. 2 методики полностью отпадает.

Повышение порядка нерабочих ЛРП, наоборот, усложняет процедуры идентификации. При  $m_0 \geq 4$  происходит расширение множества этих циклов, так как периодические структуры таких ГПСП приобретают вид  $\Omega = \{\mu(1), \mu(M)\}$ , где  $\mu \geq 2$ . В этом случае возникают две и более нерабочих и соответствующих рабочих ЛРП. Методика идентификации должна предусматривать поиск нескольких начальных состояний регистра. При окончательной идентификации необходимо учесть возможность формирования несколько рабочих последовательностей однотипных по размерностям и инверсно-сегментным свойствам, но разным по конкретным расположениям символов на периоде. Например, как это следует из табл. 2.1, при  $m_0 = 4$  устанавливается  $\mu = 2$  и идентифицируются две ИСП, обозначенные как  $(M - 7)_1$  и  $(M - 7)_2$ .

**3. Взаимно корреляционные свойства инверсно-сегментных последовательностей.** Взаимно корреляционная функция (ВКФ) как центральный момент второго порядка для двоичных последовательностей  $\langle x(t) \rangle$  и  $\langle y(t) \rangle$  представима в следующей вероятностной форме:

$$\begin{aligned} k_{xy}(\tau) &= \mathbf{M}\{[x(t) - m_{x(t)}][y(t + \tau) - m_{y(t+\tau)}]\} = \\ &= \mathbf{M}\{x(t)y(t + \tau)\} - m_{x(t)}m_{y(t+\tau)} = \\ &= \mathbf{P}\{x(t) = y(t + \tau) = 1\} - \mathbf{P}\{x(t) = 1\}\mathbf{P}\{y(t + \tau) = 1\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Пусть  $\langle x(t) \rangle$  ИСП с периодом  $T_{x\bar{x}}$ , а  $\langle y(t) \rangle$  – периодическая последовательность (ПП) с периодом  $T_y$ . Найдем условия равенства нулю выражения (2.4) в случае  $T_{x\bar{x}} = 2T_y$ .

Вероятности, входящие в формулу (2.4), выражаются через числовые характеристики последовательностей в пределах их общего периода, соответствующего в данном случае  $T_{x\bar{x}}$ . Примем типичное для вероятностных описаний периодических, следовательно, неслучайных последовательностей условие стационарности. Это условие справедливо при гипотезе равномерно распределенной случайной начальной фазы обеих последовательностей на их общем периоде. Тогда вероятность совместного появления двух единиц в последовательностях  $\langle x(t) \rangle$  и  $\langle y(t) \rangle$ , разделенных интервалом  $\tau$  в пределах цикла  $T_{x\bar{x}}$ , может быть записана как

$$\mathbf{P}\{x(t) = y(t + \tau) = 1\} = \frac{n_{xy}(\tau)}{T_{x\bar{x}}}, \quad (2.5)$$

где  $n_{xy}(\tau)$  – число указанных пар на периоде  $T_{x\bar{x}}$ ;  $\tau$  – аргумент периодической ВКФ (ПВКФ).

Вероятности появления символов 1 в последовательностях выразятся так:

$$\mathbf{P}\{x(t) = 1\} = \frac{n_{x,x}}{T_{x\bar{x}}} \text{ и } \mathbf{P}\{y(t + \tau) = 1\} = \mathbf{P}\{y(t) = 1\} = \frac{n_y}{T_y}, \quad (2.6)$$

где  $n_{x,x}$  и  $n_y$  – количества единиц на периодах ИСП  $\langle x(t) \rangle$  и ПП  $\langle y(t) \rangle$ , соответственно.

Полученные выражения (2.5) и (2.6) позволяют представить формулу (2.4) в виде

$$k_{xy}(\tau) = \frac{n_{xy}(\tau)}{T_{x\bar{x}}} - \frac{n_{x,x}}{T_{x\bar{x}}} \frac{n_y}{T_y} \quad (2.7)$$

Число совместного появления единиц  $n_{xy}(\tau)$  определяется фактами совпадений символов  $x$  с  $y$  на первом полупериоде  $T_{x\bar{x}}$  и на втором полупериоде, в котором символы  $x$  ИСП инверсны первой половине, а символы  $y$  ПП повторяются. Таким образом, общее число совпадений по обоим полупериодам  $T_{x\bar{x}}$  будет соответствовать количеству единиц ПП на одном периоде  $T_y$ , независимо от сдвига  $\tau$ , т.е.  $n_{xy}(\tau) = n_{xy} = n_y$ . Пример формирования совпадений для  $T_{x\bar{x}} = 10$  и  $n_y = 3$  представлен на рис. 2.1 (полупериоды ИСП отделены точкой, а периоды ПП – запятой).

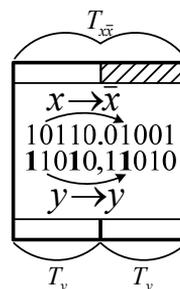


Рис. 2.1. Пример образования фактов совпадения единиц ПП (выделены жирным) на общем периоде с ИСП

Взаимно инверсные значения  $\langle x(t) \rangle$  на разных половинах  $T_{x\bar{x}}$  определяют свойство равновероятности ИСП, что соответствует  $n_{x,x} = 0,5T_{x\bar{x}}$ . Принимая во внимание  $T_y = 0,5T_{x\bar{x}}$  и  $n_{xy}(\tau) = n_y$ , нетрудно видеть, что выражение (2.7) вырождается в нуль, демонстрируя отсутствие взаимной корреляции между  $\langle x(t) \rangle$  в форме ИСП и  $\langle y(t) \rangle$  как ПП при любом значении аргумента  $\tau$  в случае  $T_{x\bar{x}} = 2T_y$ .

Нетрудно установить, что ИСП с минимальным полупериодом  $0,5T_{x\bar{x}}$  сохраняет свои свойства в случае расширения полупериода в нечетное число раз. На рис. 2.2 представлен пример структуры новых ИСП  $\langle x(t) \rangle$  и ПП  $\langle y(t) \rangle$ , основанных на не минимальных периодах. Причем полупериод  $0,5T_{x\bar{x}}$  является трехкратно увеличенным полупериодом  $0,5T_{w\bar{w}}$  ИСП  $\langle w(t) \rangle$  как сегмента  $\langle x(t) \rangle$ . В соответствие с предыдущим случаем период  $T_y$  состоит из двух периодов  $T_v$  ПП  $\langle v(t) \rangle$  в качестве сегментов  $\langle y(t) \rangle$ .

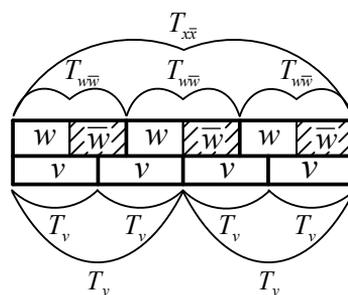


Рис. 2.2. Образование некоррелированной пары ИСП и ПП сратно соотносящимися полупериодами и периодами

Таким образом, представлен случай  $3T_{w\bar{w}} = 4T_v$ , обеспечивающий отсутствие взаимной корреляционной связи не только в отношении последовательностей  $\langle w(t) \rangle$  и  $\langle v(t) \rangle$ , но и в кратно приведенной форме к рассмотренному случаю  $T_{x\bar{x}} = 2T_y$  для  $\langle x(t) \rangle$  и  $\langle y(t) \rangle$ . Очевидно, справедливо общее дробно-рациональное соотношение

$$(2k - 1)T_{w\bar{w}} = 2lT_v, \quad (2.8)$$

где  $k$  и  $l$  – натуральные числа. Числовые условия этого соотношения, не являясь необходимыми для отсутствия взаимной корреляции произвольных пар

ПП, в необходимой и достаточной степени гарантируют попарную некоррелированность ИСП и ПП. Причем в качестве ПП могут использоваться также ИСП, четное количество периодов которых образуют интервал, составленный из нечетного количества периодов другой ИСП. При этом обозначения периодов  $T_{w\bar{w}}$  и  $T_v$  необходимо заменить на  $T_w$  и  $T_{v\bar{v}}$ , соответственно.

Неоднородный ГПСП на основе (1.4) по схеме Галуа [2] способен формировать на разрядных выходах набор разных ЛРП. Основу набора составляют ИСП с минимальными периодами, размерностью ...,  $8M$ ,  $4M$ ,  $2M$ . При этом нечетное число  $M = 2^{m_1} - 1$  является длиной базовой  $M$ -последовательности, порождаемой примитивным многочленом  $\phi_1$ . Также одновременно с рабочими ЛРП (типа  $M-7$ ,  $M-3$ ,  $M-1$ ...) могут формироваться и нерабочие ИСП с минимальными периодами, равными  $8$ ,  $4$ ,  $2, \dots$ , порождаемые многочленом  $\phi_0$ . Эти типичные для описываемой структуры генератора ИСП попарно связаны выражением (2.8) через целочисленные множители периодов в четном или нечетном выражении (*чет* или *неч*). В табл. 2.3 приведены эти множители в виде элементов обыкновенной дроби  $(2k-1)/2l$  или  $2l/(2k-1)$ , доведенные до несократимой формы. Если в клетке таблицы указаны дроби типа  $неч/чет$  или  $чет/неч$ , то данные пары ИСП некоррелированы. Остальные пары, например, образующие главную диагональ таблицы, не исключают корреляционную связь, соответствующую дроби типа  $неч/неч$ , что выделено в таблице серым фоном (дроби из четных элементов типа  $чет/чет$  не являются несократимыми и в таблице отсутствуют).

Таблица 2.3

Распределение чисел кратности периодов пар ЛРП  
в форме типичных ИСП на разрядных выходах ГПСП ( $m_0 = 8$ )

ИСП, ПП	ИСП, ПП	$F^{(1)}$	$F^{(2)}$	$F^{(4)}$	$F^{(8)}$	$M-1$	$M-3$	$M-7$	$M-15$
	$T_{w\bar{w}}, T_v$	2	4	8	16	$2M$	$4M$	$8M$	$16M$
$F^{(1)}$	2	$1/1$	$1/2$	$1/4$	$1/8$	$1/M$	$1/2M$	$1/4M$	$1/8M$
$F^{(2)}$	4	$2/1$	$1/1$	$1/2$	$1/4$	$2/M$	$1/M$	$1/2M$	$1/4M$
$F^{(4)}$	8	$4/1$	$2/1$	$1/1$	$1/2$	$4/M$	$2/M$	$1/M$	$1/2M$
$F^{(8)}$	16	$8/1$	$4/1$	$2/1$	$1/1$	$8/M$	$4/M$	$2/M$	$1/M$
$M-1$	$2M$	$M/1$	$M/2$	$M/4$	$M/8$	$1/1$	$1/2$	$1/4$	$1/8$
$M-3$	$4M$	$2M/1$	$M/1$	$M/2$	$M/4$	$2/1$	$1/1$	$1/2$	$1/4$
$M-7$	$8M$	$4M/1$	$2M/1$	$M/1$	$M/2$	$4/1$	$2/1$	$1/1$	$1/2$
$M-15$	$16M$	$8M/1$	$4M/1$	$2M/1$	$M/1$	$8/1$	$4/1$	$2/1$	$1/1$

Пример соотношений периодов возможных типичных пар ИСП и ПП в виде базовой  $M$  и  $\bar{M}$ -последовательности приведены в табл. 2.4. При  $m_0 \geq 4$  ГПСЦ формирует рабочие ПП, основанные на таких комбинациях базовых  $M$ - и  $\bar{M}$ -последовательностей, которые не приводят к форме ИСП. Однако их период  $m_0 M$  в отношении к периоду как элементарной  $F^{(m_0)}$ , так одной из типичных  $(M-A)$ -последовательностей выражается дробями  $\frac{\text{неч}}{\text{неч}}$ , что свидетельствует о ненулевой ПВКФ. Отношения периодов большинства остальных пар ПП в виде базовой  $M$  и  $\bar{M}$ -последовательности или их комбинаций к ИСП (см. табл. 2.4 и 2.5) выражаются исключительно дробями  $\frac{\text{неч}}{\text{чет}}$ , гарантирующими отсутствие взаимной корреляции.

Таблица 2.4

Распределение чисел кратности периодов ПП  
в форме  $M$ -,  $\bar{M}$ -последовательностей и типичных ИСП ( $m_0 = 8$ )

ИСП, ПП		ИСП, ПП	$F^{(1)}$	$F^{(2)}$	$F^{(4)}$	$F^{(8)}$	$M-1$	$M-3$	$M-7$	$M-15$
		$T_{\text{ИСП}}$	$T_{\text{ПП}}$	2	4	8	16	$2M$	$4M$	$8M$
$M, \bar{M}$	$M$	$M$	$M/2$	$M/4$	$M/8$	$M/16$	1/2	1/4	1/8	1/16

Таблица 2.5

Распределение чисел кратности периодов ПП  
в форме  $M \dots \bar{M}$ -последовательности и типичных ИСП ( $m_0 = 4$ )

ИСП, ПП		ИСП, ПП	$F^{(2)}$	$F^{(4)}$	$F^{(8)}$	$M-3$	$M-7$	$M-15$
		$T_{\text{ИСП}}$	$T_{\text{ПП}}$	4	8	16	$4M$	$8M$
$M \dots \bar{M}$	$4M$	$M$	$M/1$	$M/2$	$M/4$	1/1	1/2	1/4

Табл. 2.3–2.5 включают периоды всех потенциально возможных ПП. Практический смысл приобретает объединенная таблица с выбранным порядком заполнения параметрами циклов в диапазоне от 2 до  $2m_0M$ . Например, конструктивно полезным порядком формирования таблицы может быть выбран такой, который предусматривает учет циклических параметров, соответствующих конкретному ГПСЦ со значениями степеней  $m_0$  и  $n = m_0 + m_1$ . Такая неплотно заполненная таблица сохраняет возможность выбора реальных некоррелированных ЛРП в виде ансамбля необходимой или допустимой мощности.

В качестве примера табл. 2.6 представлены результаты анализа многообразия последовательностей, формируемых генератором 6-го порядка при  $m_0 = 2$  и  $n = 6$ . На шести его разрядных выходах идентифицированы (см. табл. 2.2)

Таблица 2.6  
**Распределение чисел кратности периодов пар ЛРП на разрядных выходах ГПСЦ для случая:  $m_0 = 2$  и  $n = 6$**

ИСП, ПП		ИСП, ПП	$\bar{M}$	$M-1$	$M-3$
		$T_{v\bar{w}}$	$M$	$2M$	$4M$
$\bar{M}$	$M$	1	1	1	4
$M-1$	$2M$	2	1	1	2
$M-3$	$4M$	4	2	1	1

**Выводы.** 1. Объектом внимания является линейный неоднородный ГПСЦ по схеме Галуа, описываемый приводимым многочленом  $\varphi(x) = (x \oplus 1)^{m_0} \varphi_1(x)$ , для которого многочлен-множитель  $\varphi_1(x)$  примитивен. Формирующиеся сигналы на разрядных выходах регистра такого генератора в основном имеют инверсно-сегментную структуру, обеспечивающую равновероятностные свойства и отсутствие взаимно корреляционных связей. Отличительной особенностью от генераторов по схеме Фибоначчи является способность одновременного формирования нескольких разных сигналов в форме ЛРП одним генератором Галуа.

1. В состав формируемых сигналов как типичные, наряду с ИСП, могут входить  $M$ - и  $\bar{M}$ -последовательности. Их появление на разрядных выходах генератора при  $m_0 \geq 1$  обусловлено проявлением моноцикла вырожденного виртуального случая  $m_0' = 0$  по этим разрядным выходам в течение всего минимального периода  $2m_0$ .

2. Случаи  $m_0 \geq 4$  (или  $k \geq 2$ ) дополняют картину многообразия включением в рабочий режим, во-первых, элементарных ИСП, порождаемых многочленом  $(x \oplus 1)^{m_0}$  и используемых в качестве индикаторных последовательностей при решении задачи идентификации. Это ЛРП типа  $F^{(1)}, F^{(2)}, F^{(4)}, \dots, F^{(m_0)}$  с минимальными периодами соответственно 2, 4, 8, ...,  $2m_0$ . Во-вторых, появляются нетипичные комбинации  $M$  и  $\bar{M}$ -последовательностей, обозначенных как  $M \dots \bar{M}$  и имеющих период  $2^k M$ . По структуре они не ИСП. Их вероятностные и автокорреляционные характеристики сравнимы с классической  $M$ -последовательностью.

3. Основой идентификации являются ЛРП малого периода, связывающие нерабочие состояния регистра ГПСЦ и используемые как индикаторные последовательности. Такие циклы, привязанные к номерам разрядов регистра, своей оригинальной структурой указывают на тип рабочей последовательности, формируемой генератором по этому же разрядному выходу. Индикаторные последовательности находятся на основании  $2m_0$  итераций реше-

псевдослучайные сигналы с минимальными периодами  $4M = 60$ ,  $2M = 30$  и  $M = 15$ , соответствующие следующим типам ЛРП:

$$(M-3)^{(6)}, (M-1)^{(5)} \text{ и } \bar{M}^{(4)}. \quad (2.9)$$

Все парные циклические соотношения реальных последовательностей (2.9) по табл. 2.6 совпадают с данными табл. 2.4 и 2.5, выраженными в общей форме через  $M$ . Из числовых свойств этих соотношений видно, что любые пары неодинаковых ЛРП набора (2.9) взаимно не коррелированы. Мощность полученного ансамбля равна трем. Общий период, как наименьшее общее кратное всех циклов, составляет  $2m_0 M = 60$ .

ния матричного уравнения ГПСП, начиная с одного из возможных состояний из нерабочего множества. Для этого перед итерациями определяется хотя бы одно такое состояние путем решения уравнения генератора в статичной форме с использованием матрицы, возведенной в степень  $2m_0$ .

4. Установлено, что если в паре последовательностей есть ИСП, нечетное число периодов которой равно четному числу периодов ПП, то эта пара взаимно не коррелирована.

5. Отмеченные свойства ГПСП расширяют его функциональные возможности и позволяют создать ансамбль попарно некоррелированных последовательностей, а также использовать в образовании базисных сигналов, ортогональность которых абсолютна на всем временном интервале, кратным общему периоду  $2m_0(2^{m_1} - 1)$ .

(Продолжение следует)

#### Литература

1. Песошин В.А., Кузнецов В.М. Генераторы псевдослучайных и случайных чисел на регистрах сдвига. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2007.
2. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Гумиров А.И. Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (часть 1) // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 263–272.
3. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Ширшова Д.В. Генераторы равновероятностных псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра сдвига с линейной обратной связью // Автоматика и телемеханика. 2016. № 9. С. 136–149.
4. Элпас Б. Теория автономных линейных последовательных сетей // Кибернетический сборник. М.: ИЛ, 1963. № 7. С. 90–128.

---

**ПЕСОШИН ВАЛЕРИЙ АНДРЕЕВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (pesoshin-kai@mail.ru).

**КУЗНЕЦОВ ВАЛЕРИЙ МИХАЙЛОВИЧ** – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (kuznet\_evm@mail.ru).

**ГУМИРОВ АРТЕМ ИЛЬДАРОВИЧ** – ассистент кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (neporebrik@mail.ru).

---

## V. PESOSHIN, V. KUZNETSOV, A. GUMIROV NONMAXIMAL LENGTH PSEUDORANDOM NUMBER GENERATORS BASED ON INTERNAL XORS SHIFT REGISTER

### (Part 2)

**Key words:**  $M$ -,  $(M - 1)$ -,  $(M - 3)$ -,  $(M - 7)$  – and  $(M - A)$ -sequences, equiprobability, heterogeneous generators, diversity of sequences, segment-reversal sequences.

*In this paper we consider heterogeneous pseudorandom signal generators that are able to form different mutually uncorrelated recurrent sequences simultaneously. We solve problems of sequence identification on generator's bit outputs. Signs of cross correlation absence are defined. We suggest techniques of a pairwise uncorrelated signals ensembles selection.*

#### References

1. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M. *Generatory psevdosluchainykh i sluchainykh chisel na registrakh sdviga* [Generators of Pseudorandom and Random Numbers Based on Shift Registers]. Kazan, Kazan State Technical University Publ., 2007.

2. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Gumirov A.I. *Generatory psevdosluchainykh posledovatel'nostei nemaksimal'noi dliny na osnove registra s vnutrennimi summatorami po modulyu dva (Ch. 1)* [Nonmaximal Length Pseudorandom Number Generators Based on Internal Xors Shift Register (Part I)]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 1, pp. 263–272.

3. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Shirshova D.V. Generators of the equiprobable pseudorandom nonmaximal-length sequences based on linear-feedback shift registers. *Automation and Remote control*, 2016, vol. 77, no. 9, R. 1622–1631 (Original Russian Text published in *Avtomatika i Telemekhanika*, 2016, no. 9, pp. 136–149).

4. Elspas B. *Teoriya avtonomnykh lineinykh posledovatel'nykh setei* [The theory of Autonomous linear sequential networks]. *Kiberneticheskiy sbornik*. Moscow, IL Publ., 1963, no. 7, pp. 90–128.

---

**PESOSHIN VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (pesoshin-kai@mail.ru).**

**KUZNETSOV VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (kuznet\_evm@mail.ru).**

**GUMEROV ARTEM – Assistant Lecturer of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (neporebrik@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** *Песошин В.А., Кузнецов В.М., Гумиров А.И.* Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (часть 2) // *Вестник Чувашского университета.* – 2017. – № 1. – С. 273–284.

УДК 004.75  
ББК 3971.35

А.М. СОКОЛЬНИКОВ, И.Г. СИДОРКИНА

## СПОСОБ РЕАЛИЗАЦИИ ЦЕНТРАЛИЗОВАННОЙ GRID-СИСТЕМЫ, УСКОРЯЮЩИЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ УВЕЛИЧЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МОЩНОСТИ

*Ключевые слова:* grid-системы, grid-вычисления, браузерная grid-система, горизонтальное масштабирование grid-системы, grid.

*В статье акцентируется внимание на проблеме сложности горизонтального увеличения вычислительных мощностей grid-системы. Решается задача разработки способа реализации централизованной grid-системы, ускоряющего горизонтальное увеличение вычислительной мощности и позволяющего проводить вычисления без установки специализированного клиентского программного обеспечения. Описаны преимущества и недостатки данного способа по сравнению с традиционными grid-системами.*

В настоящее время для научных исследователей актуальным вопросом является объединение компьютерных ресурсов с целью проведения совместных вычислений. Это в первую очередь связано с ростом количества приложений, требующих постоянного увеличения доступных ресурсов, и повышением ресурсоемкости научных и производственных задач. Благодаря развитию grid-технологий существует возможность создания сети для высокопроизводительных вычислений. Более того, современный уровень развития Интернета позволяет интегрировать grid-технологии не только с находящимися рядом компьютерными ресурсами, но и с географически разобщенными. Это дает толчок к развитию глобальных систем, узлы которых могут располагаться удаленно друг от друга, не имея территориальных ограничений, в отличие от национальных grid-систем, располагающих компьютерными ресурсами лишь в границах соответствующего государства.

На текущий момент существует множество продуктов, позволяющих выполнять grid-вычисления [5]. Среди них наиболее известны Globus Toolkit [4] и Oracle Grid [6]. Ключевой особенностью реализации данных продуктов является наличие клиентского программного обеспечения (ПО), требующего установки на компьютер перед началом вычислений. Несмотря на то, что вышеописанные продукты для создания grid-инфраструктур стали де-факто «стандартными», возникает ряд важных вопросов, в том числе и научных, без решения которых полноценное использование grid-технологий в науке и производстве становится затруднительным. Одной из подобных проблем является проблема горизонтального увеличения вычислительных мощностей grid. Под горизонтальным увеличением вычислительных мощностей будет приниматься увеличение количества операций ввода-вывода, достигаемое за счет присоединения дополнительных вычислительных узлов к grid-системе.

**Проблема горизонтального увеличения вычислительных мощностей grid.** Вычислительная мощность grid-системы зависит от количества компьютеров, подключенных к ней. Соответственно, чем меньше сложностей возник-

кает при установке ПО и настройке grid-системы перед началом вычислений, тем больше пользователей ее используют, а следовательно, увеличивается вычислительная мощность системы.

Выделим два вида пользователей grid-систем: клиент, инициирующий запуск задачи (активный клиент), и клиент, предоставляющий свои вычислительные мощности (пассивный клиент).

Для определения проблемы рассмотрим более детально наиболее известные grid-системы и платформы для их реализации.

Один из наиболее популярных способов принять участие в grid-вычислениях в качестве пассивного клиента – World Community Grid (WCG) [8] – сообщество пользователей, которые предоставляют неиспользуемые мощности своих компьютеров для решения задач, связанных с наукой и здравоохранением. WCG запущен в 2004 г. компанией IBM. На 11 августа 2016 г. насчитывалось 719 075 пользователей, которые выполнили 1 287 056 лет процессорных расчетов, используя 3 237 238 устройств [2]. Проект работает на программной платформе BOINC, что позволяет решить проблему кроссплатформенности и запускать ПО пассивного клиента на настольных и серверных операционных системах семейств Linux, Windows, Mac OS x, Android.

Для начала работы с данной grid-системой в качестве пассивного клиента необходимо пройти регистрацию на сайте, выбрать проект для поддержки вычислительными ресурсами, скачать приложение для конкретной версии операционной системы. Далее следует установить приложение и авторизоваться в системе.

Запустить собственную задачу в WCG (стать активным клиентом) не представляется возможным без предварительных согласований и составления заявки на сайте [7]. Кроме того, существует ряд ограничений на области исследования проектов, способных запускаться в данной системе. Данная особенность делает систему WCG менее привлекательной для исследователей.

Отдельно необходимо выделить систему Ikaros-EG [3], которая в отличие, например, от таких, как Condor, SGE, и BOINC, разработана специально для мобильных grid-вычислений. Она предназначена для решения особых задач, реализация которых возможна на мобильных устройствах. Для ее реализации было разработано мобильное приложение на платформе Android, позволяющее не только проводить grid-вычисления на смартфоне, но и уменьшить энергозатраты устройства, что положительно сказывается на лояльности пользователей.

Еще одним из наиболее распространенных в настоящее время программных средств для реализации Grid является пакет Globus Toolkit [1]. Данный набор программного обеспечения разрабатывается Globus Alliance и распространяется под лицензией Apache. Globus Toolkit является пакетом с открытым исходным кодом и предоставляет ПО для разработки grid-систем. ПО обеспечивает безопасность grid-вычислений, управляет ресурсами, данными, обнаруживает ошибки в grid-вычислениях. Однако Globus Toolkit для начала вычислений тоже требует наличия предустановленного клиента. Кроме того, перед началом использования системы активному клиенту придется настро-

ить пререквизиты, создать сертификаты безопасности и сконфигурировать сервисы системы.

Помимо вышеописанных задач, связанных с установкой и настройкой grid-систем, у активного клиента могут возникнуть проблемы с созданием исполняемой программы. Для работы с GlobusToolkit необходимо знание языка программирования Java и языка разметки XML. Несмотря на свое широкое распространение, Java является статически типизированным компилируемым языком, что повышает порог вхождения для написания программ на нем.

Таким образом, существует проблема горизонтального увеличения вычислительных мощностей grid-систем. Со стороны пассивных клиентов она проявляется в необходимости установки и настройки ПО для проведения вычислений. По этой причине grid-вычисления развиваются менее активно, а следовательно, системы получают меньшее количество вычислительных ресурсов. Со стороны активных клиентов grid-систем проблема возникает не только в необходимости установки и настройки ПО, но и в необходимости изучения архитектуры grid-системы и компилируемых языков программирования для разработки ПО, запускаемого в grid-системе.

Предложенный способ реализации grid-системы исключает следующие недостатки:

1. Требование предустановки клиентского программного обеспечения для начала участия в grid-вычислениях у пассивного клиента.

2. Необходимость настройки при изучении особенностей внутренней организации grid-системы для активного клиента.

При решении задачи принимались во внимание основные аспекты проектирования клиент-серверных информационных систем, характеризующихся обработкой больших объемов данных, а именно:

- 1) синхронизацией работы нескольких вычислительных узлов grid-системы;

- 2) балансировкой и распределением задач по вычислительным узлам grid-системы;

- 3) верификацией результатов вычислений, полученных на клиентских узлах.

В результате предложен способ реализации браузерной grid-системы (рис. 1). На его основе разработан прототип сервиса на связке технологий клиент-серверного взаимодействия.

Поскольку клиентское приложение функционирует в браузерной среде, будем называть такие grid-системы браузерными. Таким образом, узлы grid-системы без установки специализированного программного обеспечения с помощью браузера при подключении к серверу способны проводить вычисления. Централизованность данной системы объясняется наличием на сервере главного узла, способного принимать, распределять и верифицировать поступающие на grid задачи.



Рис. 1. Диаграмма рабочего процесса серверной части браузерной централизованной grid-системы

*Описание:* Список задач хранится в базе данных. Сервер получает из базы данных задачу, ожидающую вычисления. Сервер содержит модуль для распределения задач. Клиент браузера, заходя на сайт, отправляет фоновый аякс-запрос по заранее известному адресу для получения задачи. В ответ от сервера браузерный клиент получает программный код на языке javascript, который после своего выполнения возвращает результат. В случае, если этот результат проходит верификацию, он заносится в базу данных и задача помечается как выполненная.

За верификацию отвечает отдельный модуль grid-системы. В зависимости от настроек задачи для верификации может применяться как проверка граничных значений, заранее заданных активным клиентом, так и проверка результатов вычисления на устройствах нескольких клиентов. При таком варианте верификации одна и та же задача отправляется нескольким клиентам и в случае, если результаты клиентов совпадают, вычисление помечается как выполненное.

На рис. 2 представлена диаграмма рабочего процесса браузерного клиента, подключающегося к главному узлу для получения задач.

Как видно из диаграммы, браузерному клиенту ничего не известно о верификации задач на сервере. Его работа разделяется на 5 этапов: подключение к серверу по заранее известному адресу, запрос доступной задачи, получение задачи, обработка задачи. Результаты, полученные в ходе обработки, отправятся на сервер, и далее клиент начнет рабочий процесс с начала, запросив новую задачу для вычисления.

Ключевые преимущества вышеописанного способа:

1. При использовании данного способа браузерный клиент может быть даже не оповещен о том, что он участвует в grid-вычислениях. Все запросы на вычисления происходят в фоновом режиме, результаты отправляются на сервер. Для начала принятия участия в grid-вычислениях достаточно зайти на веб-сайт, который будет поддерживать вышеописанный способ вычислений.

Одним из вариантов использования данного способа может являться размещение скрипта на сайте. Таким образом каждый посетитель сайта будет принимать участие в вычислениях grid-системы.

2. Данный способ является кроссплатформенным. Клиент при наличии веб-браузера может принять участие в вычислениях вне зависимости от используемой операционной системы и типа устройства (настольный ПК, ноутбук или мобильное устройство).

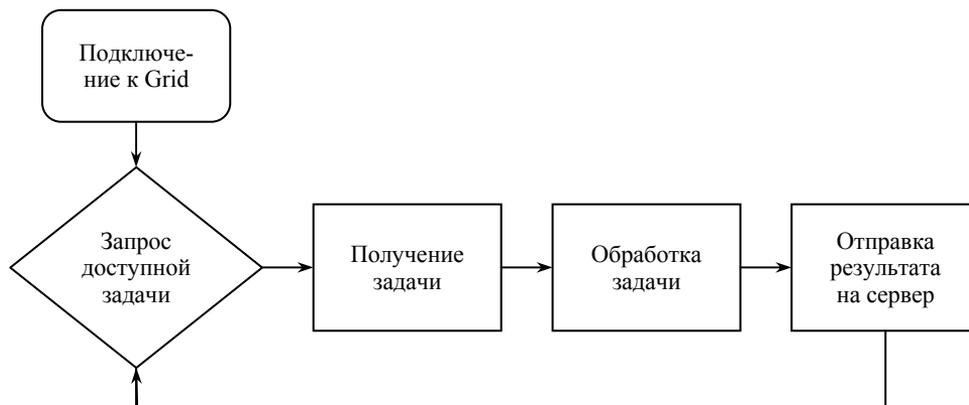


Рис. 2. Диаграмма рабочего процесса браузерного клиента

Однако, несмотря на все преимущества, существует и ряд недостатков, накладываемых использованием вышеописанного способа реализации браузерной централизованной grid-системы.

1. Малые вычислительные мощности одного узла. В силу специфики внутренней реализации интерпретируемые языки работают медленнее, чем компилируемые языки. Однако этот недостаток можно компенсировать меньшей трудоемкостью наращивания количества узлов в grid-системе.

2. Сложности в хранении данных в вычислительных узлах grid-системы. Архитектура клиент-серверного взаимодействия в большинстве случаев подразумевает хранение и обработку данных на сервере. Из-за соображений безопасности браузер не предоставляет сторонним скриптам доступ к файловой системе на устройстве пользователя. Хранение данных с использованием программных методов веб-браузера, к примеру `LocalStorage`, не гарантирует возможности получения этих данных в дальнейшем, следовательно, полагаться на них не представляется возможным.

3. Прерывания вычислений при переходе между страницами. JavaScript в веб-браузере прекращает свою работу при закрытии страницы либо при переходе на другую страницу. Этот момент необходимо учесть при подборе задач для grid-системы.

**Выводы.** В статье представлен способ реализации браузерной централизованной grid-системы, позволяющий решить проблему горизонтального увеличения вычислительных мощностей grid и на основе этого увеличить вы-

числительную мощность grid-системы за счет упрощения процесса подключения новых вычислительных узлов.

В ближайшее время планируется апробировать представленный способ на задачах, требующих обработки больших объемов данных.

На практике пользователями grid-системы, реализованной вышеописанным способом, могут являться исследователи, чья работа требует массивных объемов вычислений, которые можно разделить на малые подзадачи, либо компании, имеющие ряд задач для вычисления, которые можно перенести на пассивных клиентов сайта, заранее позаботившись о конфиденциальности данных.

В дальнейшем планируется разработка методов верификации полученных результатов вычислений и методов балансировки нагрузки между узлами grid-системы для обеспечения возможности внедрения способа в производство.

#### Литература

1. Грушин Д.А., Поспелов А.И Система моделирования Grid: реализация и возможности применения // Труды Института системного программирования РАН. 2010. Т. 18.
2. Community Global Statistics [Электронный ресурс]. URL: <https://www.worldcommunitygrid.org/stat/viewGlobal.do>.
3. Filippidis C., Cotronis Y., Markou C. Design and implementation of the mobile grid resource management system. *Computer Science*, 2012, vol. 13(1).
4. Foster I., Kesselman C. Globus: A Metacomputing Infrastructure Toolkit. *Intl J. Supercomputer Applications*, 1997, vol. 11(2), pp. 115–128.
5. Kurdi H., Li M., Al-Rawashidy H. A Classification of Emerging and Traditional Grid Systems. *IEEE Distributed Systems Online*, 2008, vol. 9, no. 3. doi: 10.1109/MDSO.2008.8.
6. Oracle Grid Infrastructure [Электронный ресурс]. URL: [https://docs.oracle.com/cd/E182-48\\_01/doc/install.112/e16763/oraclerestart.htm](https://docs.oracle.com/cd/E182-48_01/doc/install.112/e16763/oraclerestart.htm).
7. Submit a research proposal [Электронный ресурс]. URL: <https://www.worldcommunitygrid.org/research/viewSubmitAProposal.do>.
8. World Community Grid IBM [Электронный ресурс]. URL: <https://www.worldcommunitygrid.org>.

---

**СОКОЛЬНИКОВ АЛЕКСЕЙ МИХАЙЛОВИЧ** – аспирант кафедры информационной безопасности, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола ([sokolnikov.alexey@yandex.ru](mailto:sokolnikov.alexey@yandex.ru)).

**СИДОРКИНА ИРИНА ГЕННАДЬЕВНА** – доктор технических наук, профессор, декан факультета информатики и вычислительной техники, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола ([igs522000@yandex.ru](mailto:igs522000@yandex.ru)).

---

#### A. SOKOLNIKOV, I. SIDORKINA METHOD OF CENTRALIZED GRID-SYSTEM IMPLEMENTATION ACCELERATING HORIZONTAL SCALING OF COMPUTING POWER

**Key words:** grid system, grid computations, brouser grid system, horizontal scaling of grid-system.

*The article focuses on the problem of horizontal scaling of the grid computing systems. It explains the method of centralized grid system implementation, which accelerates horizontal scaling of computer power and allows grid computations without installing specialized client software. The article also describes advantages and tradeoffs of the given method compared to the traditional grid systems.*

## References

1. Grushin D.A., Pospelov A.I. *Sistema modelirovaniya Grid: realizatsiya i vozmozhnosti primeneniya. Trudy Instituta sistemnogo programmirovaniya RAN* [Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS], 2010. vol. 18.
2. Community Global Statistics [Электронный ресурс]. URL: <https://www.worldcommunitygrid.org/stat/viewGlobal.do>.
3. Filippidis C., Cotronis Y., Markou C. Design and implementation of the mobile grid resource management system. *Computer Science*, 2012, vol. 13(1).
4. Foster I., Kesselman C. Globus: A Metacomputing Infrastructure Toolkit. *Intl J. Supercomputer Applications*, 1997, vol. 11(2), pp. 115–128.
5. Kurdi H., Li M., Al-Raweshidy H. A Classification of Emerging and Traditional Grid Systems. *IEEE Distributed Systems Online*, 2008, vol. 9, no. 3. doi: 10.1109/MDSO.2008.8.
6. Oracle Grid Infrastructure. Available at: [https://docs.oracle.com/cd/E18248\\_01/doc/install.112/e16763/oraclerestart.htm](https://docs.oracle.com/cd/E18248_01/doc/install.112/e16763/oraclerestart.htm).
7. Submit a research proposal. Available at: <https://www.worldcommunitygrid.org/research/viewSubmitAProposal.do>.
8. World Community Grid IBM. Available at: <https://www.worldcommunitygrid.org>.

---

**SOKOLNIKOV ALEKSEY – Post-Graduate Student of Information Security Department, Volga State University of Technology, Russia, Yoshkar-Ola ([sokolnikov.alexey@yandex.ru](mailto:sokolnikov.alexey@yandex.ru)).**

**SIDORKINA IRINA – Doctor of Technical Sciences, Volga State University of Technology, Russia, Yoshkar-Ola ([igs522000@yandex.ru](mailto:igs522000@yandex.ru)).**

---

**Ссылка на статью:** Сокольников А.М., Сидоркина И.Г. Способ реализации централизованной grid-системы, ускоряющий горизонтальное увеличение вычислительной мощности // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 285–291.

УДК 697.148  
ББК 38.113

О.Л. СОРОКИН, И.Г. СИДОРКИНА

**МОДУЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА  
В САПР НАРУЖНЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ  
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ**

***Ключевые слова:** ограждающие конструкции, система автоматизированного проектирования (САПР), линейная функция, стационарный режим, теплофизические процессы.*

*Разработанная система автоматизированного проектирования ограждающих конструкций (САПР ОК) включает модули проектирования наружных инженерных сетей, в том числе наружных ограждающих конструкций зданий и сооружений. САПР ОК включает компоненты управления и слежения за ограждающими конструкциями, которые препятствуют потере тепла в зданиях, построенных по устаревшим нормам, путем введения ограждающего контура, функционально состоящего из нагревательной пленки с возможностью удаленного управления. При управлении ограждающим контуром особенно важно уделять внимание точности, так как это напрямую влияет на качество работы системы автоматизированного управления контуром здания в целом. Все расчеты тепловых характеристик ограждающих конструкций в настоящее время предусмотрены для стационарного режима, что осложняет настройку САПР ОК в связи с трудоемкостью обработки большого количества статистических данных. Задачу решает модуль определения стационарного режима, осуществляющий обработку статистических данных и детектирование моментов времени со слабой корреляцией температурных показателей.*

**1. Алгоритм определения стационарного режима.** Модуль определения стационарного режима реализует алгоритм, позволяющий устанавливать временные интервалы слабой корреляции данных температуры, которые поступают с ограждающих конструкций (ОК). Эти данные, полученные с лабораторной установки, отражают климатические состояния в стене ОК и являются основой для нахождения необходимого установившегося режима. В случае нахождения режима с незначительным отклонением модуль принимает его за близкий к стационарному и на его основе проводит расчет сопутствующих параметров, необходимых для определения свойств ограждающей конструкции и правильной настройки САПР ОК. Следует также отметить, что данные о температуре являются нестабильными, что требует постоянного слежения за ними. Такое слежение особенно важно во время смены времен года, а также при резких изменениях климатических условий. Так как САПР не в состоянии учитывать события, происходящие извне, перенастройка происходит вручную и алгоритм определения стационарного режима должен быть пересмотрен. Смена времен года оказывает влияние на границы таких параметров контура, как температурные диапазоны, принятые за близкие к стационарному, которые также определяют условия выполнения модуля. Блок-схема алгоритма определения стационарного режима представлена на рис. 1.

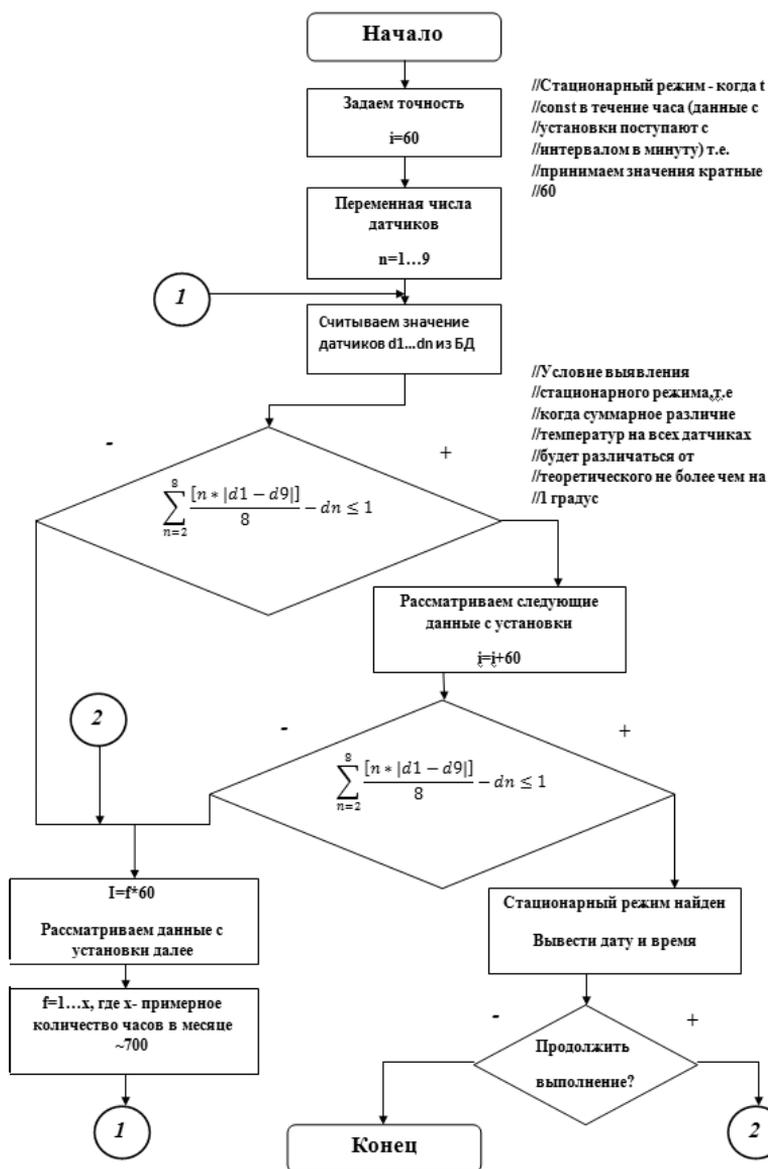


Рис. 1. Алгоритм определения стационарного режима

**2. Модуль определения стационарного режима.** Основной задачей модуля определения стационарного режима является оценка ошибки приближения существующих статистических данных к некоторым теоретическим нормам, принятым в качестве эталона [2]. В данном случае в качестве эталона приняты параметры линейного распределения. На рис. 2 представлены расчеты модуля для приближения к стационарному режиму в табличной форме. Представленная точность объясняется необходимостью нахождения максимального приближения, как правило, из большого количества данных.

Датчик	Текущая t	Теоретическая t
1	1	1
2	1,5	1,43625
3	2	1,8725
4	2,2	2,30875
6	3	3,18124986
7	3,5	3,61749983
8	4	4,05375
9	4,49	4,49

Рис. 2. Статистические данные ( $t$  – температура, °С)

Так как статистическая информация плохо воспринимается в табличном виде и ручное детектирование стационарного режима будет, таким образом, затруднено, необходимо найти решение, позволяющее пользователю оценивать статистические данные наиболее эффективно. Таким решением в данном случае является визуализация данных по детектированию стационарного режима [3]. Для снижения времени на нахождение данного режима при знании точных граничных условий необходимо обеспечить возможность создания автоматического поиска без участия пользователя с возможностью некоторого вмешательства с целью корректировки работы модуля САПР ОК. Пример визуализации статистического набора данных, близких к стационарному режиму, представлен на рис. 3. Данное решение позволяет наиболее быстро оценить степень корреляции параметров и выявить наиболее подходящий набор данных. Это является целью использования модуля определения стационарного режима.

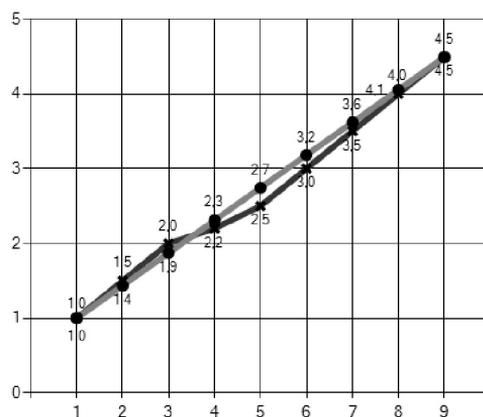


Рис. 3. Визуализация статистических данных в модуле детектирования стационарного режима (по горизонтали – номер датчика, по вертикали – температура, °С)

Однако использование только визуализации данных в этом случае будет недостаточным ввиду необходимости расчета точности приближения вруч-

ную. Для облегчения данной задачи предусмотрено построение графика корреляции температур, или вычисления ошибки приближения к стационарному режиму определенного набора статистических данных, с возможностью вывода общей ошибки, на основе которой и будет принято решение о дальнейшей выборке для последующих расчетов, необходимых для настройки САПР ограждающих конструкций [1]. График распределения ошибки по датчикам и общая ошибка представлены на рис. 4. Оценка в данном случае производится по последнему столбцу. В данном случае ошибка является равной 0,8975, что не выходит за пределы 1 и приемлемо в качестве набора данных для дальнейших расчетов характеристик САПР ограждающих конструкций.

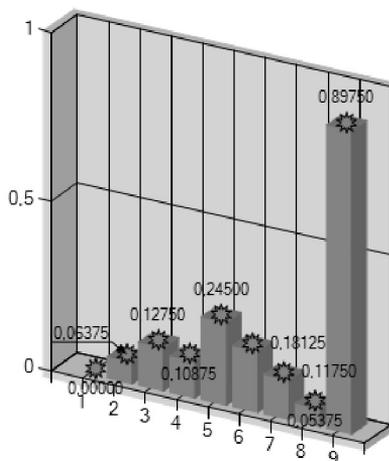


Рис. 4. Представление ошибки приближения статистических данных к линейным в модуле определения стационарного режима (по горизонтали – номер датчика, по вертикали – температура, °С)

**3. Прогнозирование статистических данных о температуре.** Сбор статистических данных о температуре и использование модуля нахождения стационарного режима для расчета ошибки приближения могут также быть применены для формирования прогнозов [4]. Основная цель прогнозирования – исключить долговременный сбор данных и их анализ за счет введения коэффициентов прогнозирования. Таким образом, рассчитав линейное распределение для данной конструкции и откорректировав их согласно коэффициентам, можно исключить этап сбора статистических данных, но в то же время получить прогноз о распределении температурных данных с необходимой точностью.

Характер распределения коэффициентов представлен на рис. 5. Величина коэффициентов увеличивается с увеличением слоя, поскольку происходит накопление ошибки в аналитических расчетах и для соблюдения необходимой точности требуется более сильная корректировка линейного распределения значений температур.

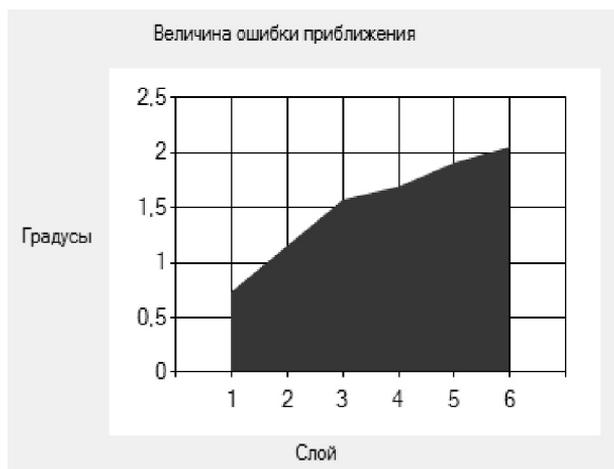


Рис. 5. Характер распределения коэффициентов прогнозирования

**Выводы.** Разработка модуля САПР наружных инженерных сетей, в частности наружных ограждающих конструкций зданий и сооружений, позволяет избежать ряда проблем. Визуализация данных в расчетах модуля САПР позволяет снизить ошибку в вычислениях и повысить наглядность результатов. Использование модуля САПР ОК позволяет избежать сноса зданий или дорогостоящей их обшивки снаружи различными теплоудерживающими материалами. Эффективность в расчетах контура обогрева позволяет снизить время на расчеты параметров стены до минимума и повысить их точность, которая является важным требованием при проектировании зданий и сооружений. Прогнозирование позволит провести моделирование характера распределения температуры с необходимой точностью даже без измерения фактических температур в конструкции.

#### Литература

1. Сорокин О.Л., Сидоркина И.Г. Дополнительные возможности САПР инженерных сетей для решения задачи теплообмена // Татищевские чтения: Актуальные проблемы науки и практики: сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф. Тольятти: Волжский университет им. В.Н. Татищева, 2016. С. 39–42.
2. Сорокин О.Л., Сидоркина И.Г. Обучение проектированию тепловых инженерных сетей в среде электронного курса // «IS&IT 2016» труды конгресса по интеллектуальным системам и информационным технологиям. Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2016. Т. 1. С. 61–65.
3. Фокин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. 5-е изд. М.: АВОК-ПРЕСС, 2006. С. 256.
4. Sidorkina I.G., Sorokin O.L. Elements of learning technologies designing of engineering networks heat. Int. Conf. «Education Environment for the Information Age» (EEIA-2016). SHS Web of Conferences, 2016, vol. 29. URL: <http://www.shsconferences.org/articles/shsconf/abs/2016/07/contents/contents.htm>.

---

**СОРОКИН ОЛЕГ ЛЕОНИДОВИЧ** – аспирант кафедры безопасности информации, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола ([oleg-ussr2@yandex.ru](mailto:oleg-ussr2@yandex.ru)).

**СИДОРКИНА ИРИНА ГЕННАДЬЕВНА** – доктор технических наук, декан факультета информатики и вычислительной техники, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола ([igs592000@mail.ru](mailto:igs592000@mail.ru)).

---

**O. SOROKIN, I. SIDORKINA**  
**STATIONARY MODE MODULE DEFINITION**  
**IN CAD EXTERNAL ENGINEERING NETWORKS**  
**FOR SOLVING PREDICTION TASK**

**Key words:** the building envelope, CAD, linear function, stationary mode, thermal processes.

The developed module includes CAD design of the external engineering networks, including the external envelopes of buildings and structures. Computer-aided design walling (CAD OK) for protecting designs includes the control and monitoring components, which prevent the heat loss in buildings constructed according to outdated standards, by introducing the boundary loop consisting of a functional heating film with remote control. When controlling the loop enclosing, especially important consideration should be given to the accuracy, since it directly affects the performance of the automated control loop system of the entire building. All the thermal characteristics calculations of the building envelope are now provided for the stationary mode, which complicates the setting OK CAD due to the complexity of processing statistical data large amount. The problem is solved by the steady state determination unit performing the processing of statistical data and the detection time moments with a weak correlation between temperature readings.

References

1. Sorokin O.L., Sidorkina I.G. *Dopolnitel'nye vozmozhnosti SAPR inzhenernyh setej dlja reshenija zadachi teploobmena* [Additional features of CAD utilities to solve the heat problem] // *Tatishhevskie chteniya: Aktual'nye problemy nauki i praktiki: sb. materialov Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Tol'jatti* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Tatishchev reading: Actual problems of science and practice»]. Toliatti, 2016, pp. 39–42.
2. Sorokin O.L., Sidorkina I.G. *Obuchenie proektirovaniyu teplovyh inzhenernyh setej v srede jelektronnoho kursa* [Education design of thermal engineering networks in e-learning environment] // «IS&IT 2016»: *trudy kongressa po intellektual'nym sistemam i informacionnym tehnologijam* [Labour Congress on Intelligent Systems and Information Technology]. Taganrog, 2016, vol. 1, pp. 61–65.
3. Fokin K.F. *Stroitel'naja teplotehnika ograzhdajushhih chastej zdanij. 5-e izd.* [Thermal Engineering enclosing parts of buildings. 5<sup>th</sup> ed.]. Moscow, AVOK-PRESS Publ., 2006, p. 256.
4. Sidorkina I.G., Sorokin O.L. *Elements of learning technologies designing of engineering networks heat. Int. Conf. «Education Environment for the Information Age» (EEIA-2016). SHS Web of Conferences, 2016*, vol. 29. URL: <http://www.shsconferences.org/articles/shsconf/abs/2016/07/contents/contents.htm>.

---

**SOROKIN OLEG – Post-Graduate Student of Information Security Department, Volga State University of Technology, Russia, Yoshkar-Ola (oleg-ussr2@yandex.ru).**

**SIDORKINA IRINA – Doctor of Technical Sciences, Dean of the Faculty of Computer Science, Volga State University of Technology, Russia, Yoshkar-Ola (igs522000@yandex.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Сорокин О.Л., Сидоркина И.Г. Модуль определения стационарного режима в САПР наружных инженерных сетей для решения задачи прогнозирования // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 292–297.

УДК 621.3.07:621.63  
ББК 3766:3873-5

О.Н. ЯДАРОВА

## ДОПЛЕРОВСКИЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КОНТРОЛЬ В ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ВЕНТИЛЯТОРНОЙ УСТАНОВКОЙ

*Ключевые слова:* система автоматического управления, вентилятор, воздушный поток, доплеровский ультразвуковой контроль.

*Приводятся результаты комплексных лабораторных измерений и имитационного моделирования замкнутой системы автоматического управления (САУ) вентиляторной установкой. Представлены экспериментальные результаты, демонстрирующие возможности доплеровского ультразвукового контроля расхода воздуха при переходных режимах в системе вентиляции с заслонками. Проведена идентификация соответствующих звеньев и их передаточных функций. Проведено имитационное моделирование работы САУ, где в качестве регулируемой величины выступает интегральная скорость потока воздуха.*

Повышение эффективности работы вентиляторных установок в составе промышленных и сельскохозяйственных комплексов за счет разработки систем автоматического регулирования производительности (расхода) вентиляторов является актуальной задачей [1–3, 5]. Режимы работы вентиляторных установок зависят от положения заслонок, жалюзи, аэродинамического сопротивления системы и т.д. [1]. Автоматизированное управление должно осуществляться с учетом этих параметров. Генерируемые вентилятором газовые потоки неизбежно оказываются турбулентными и обладающими значительной пространственно-временной неоднородностью [6]. Интегральная оценка скорости потока в этих условиях является достаточно сложной задачей. Моделирование структуры потока чаще всего осуществляется на основе эмпирических данных [6].

В настоящей работе для контроля воздушного расхода вентиляторной установки предлагается использование доплеровских ультразвуковых измерений, которые, не нарушая структуры потока, позволяют в определенном сечении дистанционно оценить его интегральную скорость [7–9]. Исследуется возможность создания замкнутой САУ вентиляторной установкой, в которой в качестве регулируемой величины выступает не скорость вращения вентилятора, а интегральная скорость потока воздуха.

**Методика и результаты экспериментальных измерений.** На рис. 1 показана схема экспериментальной установки. В установке использован промышленный вентилятор Dospel WK200 с диаметром отверстия 0,15 м, который представляет собой канальный центробежный вентилятор с мощностью 170 Вт, производительностью 1200 м<sup>3</sup>/ч и номинальной частотой вращения 2430 об./мин. Частота вращения контролировалась датчиком Холла. Для плавной регулировки частоты вращения асинхронного двигателя вентилятора используется регулятор мощности на основе симистора ВТА26-600В, реализующий фазовый принцип управления и позволяющий подключать нагрузку до 1 кВт. В качестве возмущающего воздействия использовалась воздушная заслонка на выходе канала вентилятора, положение которой менялось в про-

цессе измерений. Контроль потока воздуха на выходе вентилятора проводился при изменении положения заслонки и в разгонных режимах вентилятора. Для контактных измерений скорости потока использовался анемометр X-Line AeroTemp. Значения скорости измерялись в разных точках потока вдоль (в 11 позициях) и поперек потока (в 5 позициях) в течение 20 с с дискретностью 0,25 с. Для дистанционного ультразвукового контроля в составе установки использовался прибор доплеровского контроля (ПДК) с несущей частотой ультразвука 40 кГц [7-9].

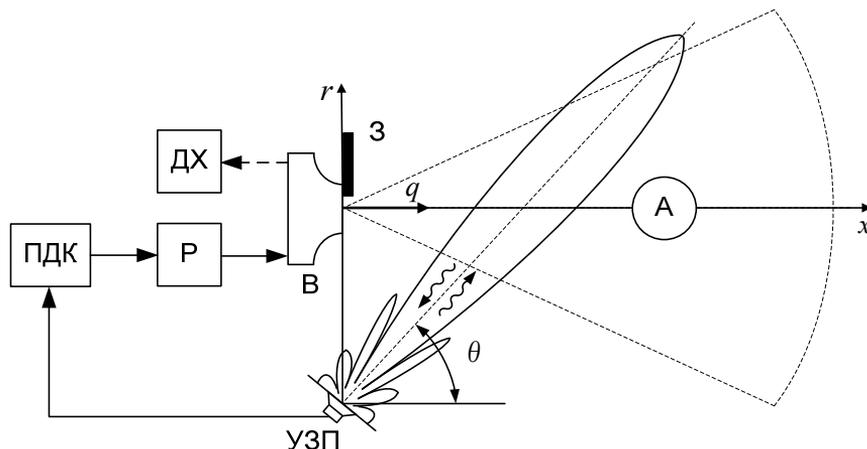


Рис. 1. Схема эксперимента:

В – вентилятор, З – заслонка, Р – регулятор, ДХ – датчик холла,  
А – анемометр, ПДК – прибор доплеровского контроля,  
УЗП – ультразвуковые преобразователи

На рис. 2 показаны экспериментальные и расчетные зависимости расхода от расстояния до выходного отверстия вентилятора. Расход  $q$  рассчитывался как интеграл скорости потока по его сечению. Для этого экспериментально при помощи анемометра были получены пять значений скорости потока по сечению и проведена интерполяция профиля скорости потока. Для теоретических расчетов использовалась известная полуэмпирическая формула. С учетом параметров вентилятора ( $B$ ) и геометрии измерений (рис. 1) для скорости движения воздуха в произвольной точке можно записать [6]

$$v = m \frac{v_0 \sqrt{S}}{x} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r}{c_0 x} \right)^2},$$

где  $v_0 = \frac{q}{S}$  – начальная скорость потока вентилятора, м/с;  $q$  – номинальный расход воздуха, м<sup>3</sup>/с;  $S$  – площадь отверстия вентилятора, м<sup>2</sup>;  $x$  – расстояние от выходного отверстия вентилятора;  $m$  – аэродинамическая характеристика приточной струи;  $c_0$  – экспериментальная постоянная;  $r$  – расстояние от оси потока.

Как видно из рис. 2, экспериментальная зависимость  $q(x)$  качественно согласуется с расчетной. За счет турбулентности и зависимости расходимости потока от площади  $S$  выходного отверстия вентилятора на расстояниях до

0,5 м на начальном этапе закрытия заслонки (уменьшении  $S$ ) интегральная скорость потока  $q$  увеличивается (расчетные кривые 2, 3).

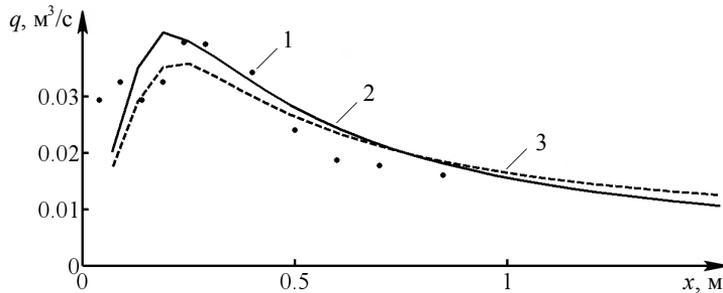


Рис. 2. Экспериментальный (1) и расчетный расход вентилятора с диаметром отверстия  $d = 0,15$  м (1, 2) и  $d = 0,20$  м (3)

На рис. 3 показаны примеры переходных режимов работы вентиляторной установки при разгоне (рис. 3, *а*) двигателя вентилятора и закрытии/открытии заслонки (рис. 3, *б*). Расход  $q_f$  оценивается по среднему доплеровскому сдвигу ультразвукового сигнала при дистанционном контроле [7,8]. Временные зависимости  $q_f$  согласуются с данными контактных измерений при помощи анемометра. Зависимость рис. 3, *б* согласуется с данными рис. 2: при небольшом уменьшении сечения  $S$  на начальном этапе закрытия заслонки интегральная скорость потока увеличивается (рис. 3, *б*,  $t \approx 1-3$  с). Таким образом, доплеровский ультразвуковой контроль позволяет синтезировать замкнутую систему автоматического управления (САУ) вентиляторной установкой при малом относительном изменении положения заслонки как возмущающего воздействия  $z(t)$  на систему.

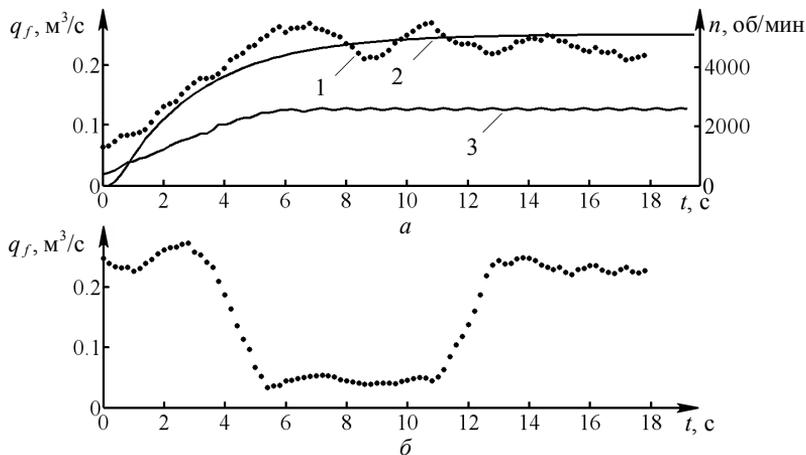


Рис. 3. Переходные режимы вентилятора: *а* – в разгонном режиме; *б* – при закрытии/открытии заслонки:

1 – экспериментальная временная зависимость расхода по доплеровскому сдвигу; 2 – аппроксимация расхода; 3 – скорость вращения вентилятора

**Моделирование САУ.** Вентиляторную установку, регулируемую напряжением  $U_p$  с выходом  $q$  (расход), можно рассматривать в виде последовательно соединенных звеньев (рис. 4).

Передаточная функция симисторного регулятора по управляющему воздействию имеет вид аperiodического звена 1-го порядка

$$W_p(p) = \frac{K_p}{1 + pT_p},$$

где  $K_p$  – коэффициент усиления регулятора;  $T_p$  – постоянная времени системы импульсно-фазового управления.

Передаточная функция вентилятора также имеет вид аperiodического звена 1-го порядка

$$W_B(p) = \frac{K_B}{1 + pT_B},$$

где  $K_B = \frac{\omega}{U}$  – коэффициент усиления;  $\omega = \frac{2\pi n}{60}$  – угловая скорость;  $T_B$  – постоянная времени;  $n$  – частота вращения;  $U$  – напряжение сети.

Передаточная функция этих двух последовательно соединенных звеньев имеет вид

$$W_1(p) = W_p(p)W_B(p) = \frac{K_1}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)}.$$

Параметры  $W_1(p)$  могут быть получены из экспериментальных данных.

Передаточная функция двойного преобразования для совмещенных УЗП имеет вид

$$W_{УЗП}(p) = K_{И}K_{П} = \frac{U'}{U_r},$$

где  $U'$  – амплитуда напряжения принятого сигнала;  $U_r$  – напряжение возбуждающего преобразователь генератора;  $K_{И}$  и  $K_{П}$  – коэффициенты передачи излучателя и приемника ультразвука.

Передаточная функция прибора доплеровского контроля имеет вид

$$W_{ПДК}(p) = K_{ПДК}e^{-p\tau},$$

где  $K_{ПДК}$  – коэффициент усиления прибора доплеровского контроля;  $\tau$  – задержка выходного сигнала.

Параметры передаточной функции

$$W_{П}(p) = \frac{K_0(x, r)}{T_0p^2 + 2T_0\xi p + 1}, \quad (1)$$

зависящей от координат области рассеяния ультразвука и связывающей скорость вращения вентилятора с расходом  $q$ , могут быть получены из аппроксимации экспериментальных данных (рис. 3).

Ключевым параметром, влияющим на устойчивость синтезированной САУ (рис. 4), является задержка  $\tau$  между изменением скорости вращения привода вентилятора  $\omega(t)$  и величиной среднего доплеровского сдвига  $f(t)$ , которым определяется интегральная скорость потока. Эта задержка складывается из времени прохождения потока от выходного отверстия вентилятора

до области рассеяния ультразвука и времени обработки сигнала для определения «скользящего» частотного сдвига. С учетом расходимости диаграммы направленности ультразвуковых преобразователей область рассеяния ультразвука находится на расстоянии 0,5-1 м (см. рис. 1, 2). Это соответствует задержке в сотни миллисекунд при скоростях потока в единицы метров. Для получения монотонной зависимости  $f(t)$  время получения скользящего значения доплеровского сдвига составляет от 0,2 до 1 с. В случае использования аппарата искусственных нейронных сетей время обработки сигнала может быть уменьшено до единиц миллисекунд [4]. Таким образом, необходимо синтезировать САУ, сохраняющую устойчивость при  $\tau \approx 0,5-1,5$  с. Результаты соответствующего анализа устойчивости приведены на рис. 5, а.

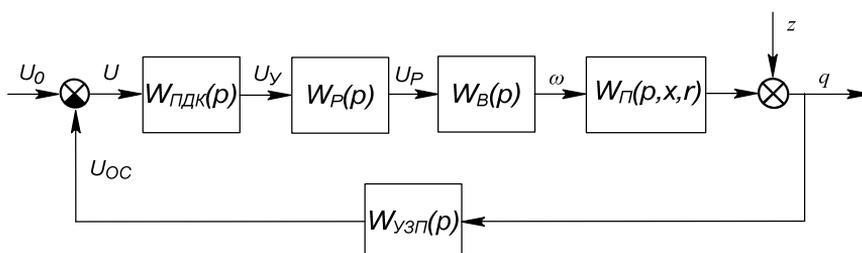


Рис. 4. Структурная схема САУ вентиляторной установкой:  
 $W_{ПДК}(p)$ ,  $W_P(p)$ ,  $W_B(p)$ ,  $W_{П}(p)$  и  $W_{УЗП}(p)$  – передаточные функции прибора доплеровского контроля, регулятора мощности, вентилятора, воздушного потока и УЗП, соответственно

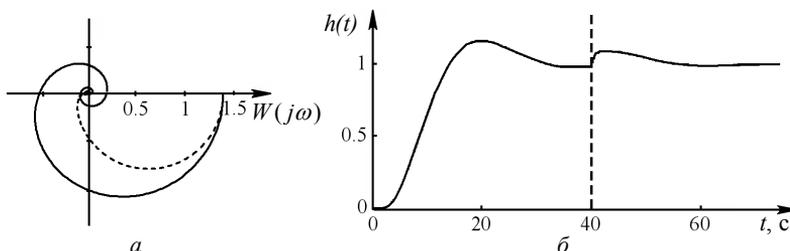


Рис. 5. АФХ разомкнутой САУ (а) и переходная характеристика замкнутой САУ (б)

Устойчивость замкнутой САУ определялась по амплитудно-фазовой частотной характеристике (АФХ) разомкнутой системы (рис. 5, а) с помощью критерия Найквиста. Из рис. 5 видно, что замкнутая САУ устойчива, так как АФХ разомкнутой системы не охватывает точку с координатами  $(-1, 0)$ .

По оценкам, задержка, при которой система устойчива, составляет  $\tau \leq 3$  с.

На рис 5, б приведены результаты моделирования замкнутой САУ при возмущающем воздействии (перекрытие заслонки в момент 40 с), меняющего сечение  $S$  выходного отверстия вентилятора на 15%. Для имитационного моделирования использовался ПИД-регулятор, который может быть реализован в микропроцессорной схеме ПДК. Как видно из рис. 5, за счет уменьшения скорости вращения вентилятора интегральная скорость потока стабилизируется.

**Выводы.** Таким образом, на основе экспериментальных данных показана возможность синтезирования замкнутой САУ вентиляторной установкой на базе дистанционного доплеровского контроля воздушного потока при возмущающем воздействии, меняющем аэродинамические характеристики системы.

#### Литература

1. Батицкий В.А., Лупедов В.И., Рыжков А.А. Автоматизация производственных процессов и АСУТП в горной промышленности. М.: Недра, 1991. 303 с.
2. Горлин С.М., Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (Методы и приборы). М.: Наука, 1964. 720 с.
3. Городецкий О.А., Гуральник И.И., Ларин В.В. Метеорология, методы и технические средства наблюдений. 2-е изд. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 338 с.
4. Сучков В.О., Ядарова О.Н., Славутский Л.А. Дистанционный ультразвуковой контроль воздушного потока на основе искусственной нейронной сети // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 207–212.
5. Черкасский В.М. Насосы, вентиляторы, компрессоры. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1984. 415 с.
6. Шенелев И.А. Аэродинамика воздушных потоков в помещении. М.: Стройиздат, 1978. 144 с.
7. Ядарова О.Н., Алексеев А.П., Славутский Л.А. Контроль нестационарного воздушного потока вентиляторной установки // Вестник Чувашского университета. 2014. № 3. С. 148–153.
8. Ядарова О.Н., Славутский Л.А. Доплеровский ультразвуковой контроль открытого воздушного потока // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 240–243.
9. Ядарова О.Н., Славутский Л.А. Контроль воздушного потока на основе доплеровского рассеяния ультразвука // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2013. № 3. С. 55–59.

---

**ЯДАРОВА ОЛЬГА НИКОЛАЕВНА – аспирантка кафедры промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (o\_lala\_la@mail.ru).**

---

#### O. YADAROVA

#### DOPPLER ULTRASONIC MEASUREMENTS IN CLOSED-LOOP CONTROL SYSTEM OF VENTILATOR

**Key words:** *automatic control system, ventilator, air flow, Doppler ultrasonic control.*

*The results of complex laboratory measurements and simulation of a closed-loop control system of a ventilator are presented. The experimental results demonstrate the possibility of Doppler ultrasonic control of the airflow in the transient conditions in the fan system with shutters. The gear units and their transfer functions are identified. The simulation of the work of the automatic control system is carried out, where the integral air flow rate is the controlled variable.*

#### References

1. Batitskii V.A. *Avtomatizatsiya proizvodstvennykh protsessov i ASUTP v gornoy promyshlennosti* [Automation of production processes in the mining industry]. Moscow, Nedra Publ., 1991, 303 p.
2. Gorlin S.M., Slezinger I.I. *Aeromekhanicheskie izmereniya (Metody i pribory)* [Aeromechanical measurement (Methods and devices)]. Moscow, Nauka Publ., 1964, 720 p.
3. Gorodetskii O.A., Gural'nik I.I., Larin V.V. *Meteorologiya, metody i tekhnicheskie sredstva nablyudenii. 2-e izd.* [Meteorology, methods and technical tools of observation. 2<sup>nd</sup> ed.]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1991, 338 p.
4. Suchkov V.O., Yadarova O.N., Slavutskii L.A. *Distantionnii ul'trazvukovoi kontrol' vozdushnogo potoka naosnove isskustvennoi neuronnoi seti* [Ultrasonic remote control of airflow based on artificial neural network]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 207–212.

5. Cherkasskii V.M. *Nasosy, ventilyatory, kompressory. 2-e izd., pererab. i dop.* [Pumps, fans, compressors. 2<sup>nd</sup> ed.]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984, 415 p.
6. Shepelev I.A. *Aerodinamika vozdukhnykh potokov v pomeshchenii* [Aerodynamics of air flows in the room]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 144 p.
7. Yadarova O.N., Alekseev A.P., Slavutskii L.A. *Kontrol' nestatsionarnogo vozdukhного potoka ventilyatornoi ustanovki* [The control of non-stationary air flow of the fan system]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 3, pp. 148–153.
8. Yadarova O.N., Slavutskii L.A. *Doplerovskii ul'trazvukovoi kontrol' otkrytogo vozdukhного potoka* [The doppler ultrasonic control of the open air flow]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 240–243.
9. Yadarova O.N., Slavutskii L.A. *Kontrol' vozdukhного potoka na osnove doplerovskogo rasseyaniya ul'trazvuka* [The air flow control by ultrasonic doppler backscattering]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika* [Instruments and Systems. Monitoring, Control, and Diagnostics], 2013, no. 3, pp. 55–59.

---

**YADAROVA OLGA – Post-Graduated Student of Power Electronics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (o\_lala\_la@mail.ru).**

---

**Ссылка на статью:** Ядарова О.Н. Доплеровский ультразвуковой контроль в замкнутой системе управления вентиляторной установкой // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 1. – С. 298–304.

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Вестник Чувашского университета» просит авторов руководствоваться нижеприведенными правилами.

**1.** Авторские оригиналы представляются на бумажном и электронном носителе. Авторский текстовый оригинал должен быть пронумерован и подписан авторами на титульном листе с указанием даты.

**2.** К статьям, направляемым в редакцию, прилагаются:

- 1) *заявление автора на имя главного редактора;*
- 2) *анкета авторов;*
- 3) *две внешние рецензии;*
- 4) *ходатайство научного руководителя;*
- 5) *экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати.*

**3.** Авторы должны указать рубрику, в которой следует поместить статью.

**4. Оформление статьи:**

- 1) *классификационные индексы Универсальной десятичной классификации (УДК), Библиотечно-библиографического классификатора (ББК);*
- 2) *инициалы и фамилия авторов;*
- 3) *название статьи;*
- 4) *ключевые слова;*
- 5) *аннотация статьи;*
- 6) *название статьи, инициалы и фамилия автора на английском языке;*
- 7) *ключевые слова на английском языке;*
- 8) *аннотация на английском языке;*
- 9) *текст статьи;*
- 10) *пристатейный библиографический список;*
- 11) *транслитерированный библиографический список References;*
- 11) *сведения об авторе.*

Авторские оригиналы подготавливаются с помощью компьютера в среде Microsoft Word (файлы типа doc). Формат бумаги А4, поля: справа и слева 4 см, сверху 4,5 см, снизу 5,7 см, от края до верхнего колонтитула 3 см, красная строка 0,75 см. Текст статьи набирается шрифтом Times New Roman размера 11 пт через 1 интервал.

Текст статьи представляется в двух экземплярах с приложением файла в электронном виде.

**5. Рисунки.** Количество рисунков не более 4. На рисунки должны быть ссылки. Рисунки должны быть внедрены в режиме Вставка Объект Рисунок Microsoft Word. Подрисуночные подписи выполняются шрифтом размера 9 пт.

**6. Формулы и буквенные обозначения по тексту.** Формулы набираются в редакторе формул Microsoft Equation. Шрифт для греческих букв – Symbol, для всех остальных – Times New Roman, основной размер 11 пт, крупный индекс 7 пт, мелкий 5 пт.

Латинские буквы набираются курсивом, буквы греческого алфавита и кириллицы – прямым шрифтом, обозначения матриц, векторов, операторов – прямым полужирным шрифтом.

Формулы располагаются по центру страницы. Номер формулы ставится у правого края. Нумеруются лишь те формулы, на которые имеются ссылки.

При выборе единиц физических величин рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

**7. Таблицы.** Текст в таблицах набирается шрифтом размером 9 пт, заголовок выделяется полужирным шрифтом. На таблицы должны быть ссылки.

**8. Список литературы.** Список строится по алфавиту, записи рекомендуется располагать сначала на языке издания, в которое включен список, затем на других языках. Источники набираются шрифтом Times New Roman размера 9 пт. При оформлении списка литературы необходимо руководствоваться ГОСТом Р 7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила оформления».

Ссылки на источники в тексте даются в квадратных скобках, например [1], [1. С. 5].

**9. Список References.** Транслитерацию русского текста в латиницу следует производить в соответствии со стандартом BSI.

**10. Сведения об авторах** набираются полужирным шрифтом размера 10 пт *на русском и английском языках в именительном падеже* по следующей форме: *Фамилия, имя, отчество – ученая степень, должность, место работы, страна, город. Контактная информация (e-mail).*

**11.** Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, возвращаются без рассмотрения. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответами на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

**12.** Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

**13.** В одном номере журнала может быть опубликовано, как правило, не более двух статей одного автора, в том числе в соавторстве.

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭНЕРГЕТИКА

<i>Александрова Л.Э., Дмитренко А.М.</i> Порядок расчета ограничения нагрузок узлов и послеаварийных токов для сохранения функциональной надежности ЭЭС.....	5
<i>Афанасьев А.А., Исломов И.И., Чихняев В.А., Дмитренко А.М.</i> Стабилизация напряжения и частоты электрогенератора ветроэнергетической установки с помощью магнитного редуктора.....	14
<i>Афанасьев А.А., Нгуен Конг Там, Нестерин В.А.</i> Полевая аналитическая модель беспазового магнитоэлектрического вентильного двигателя.....	26
<i>Афанасьев В.В., Китаев А.И., Орлов В.Н., Тарасов В.А.</i> Исследование электроакустических характеристик модулированных электрических разрядов.....	37
<i>Белов Г.А., Серебрянников А.В., Семенов Ю.М.</i> Моделирование преобразователя постоянного напряжения с последовательным резонансным инвертором с несимметричным управлением силовыми транзисторами.....	47
<i>Булычев А.В.</i> Инженерно-экономическое обоснование инвестиций в научно-исследовательские работы по релейной защите и автоматике электроэнергетических систем.....	61
<i>Воронов П.Л.</i> Расчет по частям трехфазных сетей при несимметричных и сложных видах повреждений.....	76
<i>Егоров Е.Г., Егоров Г.Е., Луия Н.Ю., Пряников В.С.</i> Экспериментальные исследования дугогашения в контакторах переменного тока.....	88
<i>Зайцев Ю.М., Петров В.Н., Руссова Н.В., Свинцов Г.П.</i> Методика синтеза форсированного клапанного электромагнита постоянного напряжения в схеме с балластным резистором.....	103
<i>Кузьмин А.А., Петров М.И., Базаррагча А., Джамагидзе Д.</i> К вопросу расчета высокочастотных переходных электромагнитных процессов в сети электроснабжения.....	113
<i>Малинин Г.В., Пряников В.С.</i> Исследование гармонического состава напряжения однофазного мостового инвертора с синусоидальной ШИМ.....	120
<i>Матюнин А.Н., Нестерин В.А., Пичугин Ю.П.</i> Применение упрощенной математической модели при исследовании барьерного разряда.....	130
<i>Миронова А.Н.</i> Анализ методов определения сопротивлений токоподводов дуговых сталеплавильных печей.....	137

<b>Михеев Г.М., Атаманов М.Н., Афанасьева О.В., Дрей Н.М.</b> Расчёт тока конденсаторных батарей с учетом источников высших гармоник .....	145
<b>Никитина О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П., Нестерин В.А.</b> Расчет размеров, минимизирующих стоимость активных материалов, форсированного броневое электромагнита, управляемого по схеме с балластным резистором .....	156
<b>Орлов А.И., Волков С.В., Савельев А.А.</b> Алгоритмы управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки электрической сети .....	162
<b>Пряников В.С.</b> Организация входного контроля транзисторов по уровню низкочастотного шума .....	173
<b>Семькина И.Ю., Кипервассер М.В., Герасимук А.В., Гуламов Ш.Р.</b> Исследование влияния попадания постороннего предмета в рабочее колесо насоса на энергетические характеристики приводного двигателя .....	177
<b>Шалунов Е.П., Смирнов В.М.</b> Высокоресурсные и энергосберегающие коммутационные контакты из объемных наноструктурных материалов на основе порошковой меди для электрических аппаратов и электротехнологических установок .....	185
<b>Шалунов Е.П., Смирнов В.М., Воронин А.В.</b> Пути повышения надежности подшипников скольжения дизель-генераторных установок для аварийного энергоснабжения систем безопасности атомных электростанций .....	200
<b>Генин В.С., Маркарова Э.Н.</b> Техническая диагностика электросетевого оборудования .....	213

---

#### **ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ**

<b>Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Славутский Л.А.</b> Алгоритм корреляционной обработки сигналов при двухлучевом распространении ультразвука .....	218
<b>Иваницкий А.Ю., Казакова А.О., Карасева Ж.К., Андреева Е.И.</b> Метод поточечной невязки для решения задач гибкого линейного программирования с приближенными данными .....	225
<b>Иванова Г.Ф., Славутская Е.В., Славутский Л.А.</b> Иерархический анализ данных психодиагностики подростков на основе корреляционных связей .....	235
<b>Казакова А.О., Иваницкий А.Ю.</b> Дискретизация условий однозначности перемещений в плоской задаче теории упругости .....	241
<b>Охоткин Г.П., Угарин С.В.</b> Структурный синтез релейного регулятора системы автоматического регулирования тока при несимметричной коммутации транзисторов вентильного преобразователя .....	252
<b>Песошин В.А., Кузнецов В.М., Гумиров А.И.</b> Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (часть 1) .....	263
<b>Песошин В.А., Кузнецов В.М., Гумиров А.И.</b> Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (часть 2) .....	273

<b><i>Сокольников А.М., Сидоркина И.Г.</i></b>	
Способ реализации централизованной grid-системы, ускоряющий горизонтальное увеличение вычислительной мощности.....	285
<b><i>Сорокин О.Л., Сидоркина И.Г.</i></b>	
Модуль определения стационарного режима в САПР наружных инженерных сетей для решения задачи прогнозирования .....	292
<b><i>Ядарова О.Н.</i></b>	
Доплеровский ультразвуковой контроль в замкнутой системе управления вентиляторной установкой .....	298
<b>ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ.....</b>	<b>305</b>

**CONTENTS**

---

**ELECTRICAL TECHNOLOGY AND POWER ENGINEERING**

---

<b>Aleksandrova L., Dmitrenko A.</b> PROCEDURE FOR CALCULATING LIMIT LOADS OF NODES AND POST-FAULT CURRENTS TO PRESERVE FUNCTIONAL RELIABILITY OF EPS .....	5
<b>Afanasyev A., Islomov I., Chihnyaev V., Dmitrenko A.</b> STABILIZATION OF VOLTAGE AND FREQUENCY OF WIND POWER PLANT GENERATOR BY THE USE OF MAGNETIC REDUCER .....	14
<b>Afanasyev A., Nguyen Cong Tam, Nesterin V.</b> FIELD ANALYTICAL MODEL OF SLOTTLESS MAGNETOELECTRIC VALVE ENGINE .....	26
<b>Afanasyev V., Kitaev A., Orlov V., Tarasov V.</b> ELECTROACOUSTIC CHARACTERISTICS OF MODULATED ELECTRIC DISCHARGES .....	37
<b>Belov G., Serebryannikov A., Semenov Yu.</b> MODELLING OF DC-DC CONVERTER WITH SERIES RESONANT INVERTER WITH ASYMMETRICAL CONTROL OF POWER TRANSISTORS .....	47
<b>Bulychev A.</b> FEASIBILITY STUDY OF INVESTMENTS IN RESEARCH AND DEVELOPMENT IN POWER SYSTEM PROTECTION FIELD .....	61
<b>Voronov P.</b> BY-PARTS CALCULATION OF THREE-PHASE SYSTEMS WITH ASYMMETRIC AND COMPLEX DAMAGES .....	76
<b>Egorov E., Egorov G., Luiya N., Pryanikov V.</b> EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF ARC SUPPRESSION IN AC CONTACTORS .....	88
<b>Zaytsev Yu., Petrov V., Russova N., Svintsov G.</b> METHODS OF SYNTHESIS OF FORCED VALVED DC ELECTROMAGNETS IN CIRCUIT WITH BALLAST RESISTOR .....	103
<b>Kuzmin A., Petrov M., Bazarragcha A., Dzhamagidze J.</b> ON CALCULATION OF HIGH FREQUENCY ELECTROMAGNETIC TRANSIENTS IN POWER NETWORK .....	113
<b>Malinin G., Pryanikov V.</b> STUDY OF HARMONIC COMPOSITION IN VOLTAGE SINGLE-PHASE BRIDGE INVERTER WITH SINUSOIDAL PWM .....	120
<b>Matyunin A., Nesterin V., Pichugin Yu.</b> APPLICATION OF SIMPLIFIED MATHEMATICAL MODEL FOR RESEARCH OF BARRIER DISCHARGE .....	130
<b>Mironova A.</b> ANALYSIS OF METHODS FOR DETERMINATION OF CURRENT LEAD RESISTANCE IN ARC STEELMAKING FURNACES .....	137
<b>Mikheev G., Atamanov M., Afanasyeva O., Drey N.</b> CALCULATION OF CURRENT RATING IN CAPACITOR BANKS IN CONSIDERATION OF SOURCES OF HIGHER HARMONICS .....	145
<b>Nikitina O., Russova N., Svincov G., Nesterin V.</b> CALCULATION OF SIZE OF FORCED ARMORED ELECTROMAGNET CONTROLLED BY SCHEME WITH BALLAST RESISTOR TO MINIMIZE THE COST OF ACTIVE MATERIALS .....	156

<b>Orlov A., Volkov S., Savelyev A.</b> CONTROL ALGORITHMS FOR THREE-PHASE BALANCING UNIT IN POWER SUPPLY NETWORK.....	162
<b>Pryanikov V.</b> INPUT CONTROL IN TRANSISTORS BY LEVEL OF LOW-FREQUENCY NOISE.....	173
<b>Semykina I., Kipervasser M., Gerasimuk A., Gulamov Sh.</b> STUDY OF THE EFFECT PRODUCED BY A FOREIGN OBJECT IN AN IMPELLER PUMP ON ENERGY PERFORMANCE CAPABILITIES IN DRIVE MOTOR.....	177
<b>Shalunov E., Smirnov V.</b> HIGH-RESOURCE AND ENERGY SAVING SWITCHING CONTACTS FROM VOLUMETRIC NANOSTRUCTURED MATERIALS ON THE BASIS OF POWDER COPPER FOR ELECTRIC DEVICES AND ELECTROTECHNOLOGICAL INSTALLATIONS.....	185
<b>Shalunov E., Smirnov V., Voronin A.</b> WAYS TO IMPROVE THE RELIABILITY OF SLIDE BEARINGS DIESEL GENERATOR SETS FOR EMERGENCY POWER SUPPLY OF NUCLEAR POWER STATIONS SAFETY SYSTEMS .	200
<b>Genin V., Markarova E.</b> TECHNICAL DIAGNOSTICS OF POWER GRID EQUIPMENT.....	213

---

**INFORMATICS, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL**

<b>Bychkova I., Bychkov A., Slavutskii L.</b> ALGORITHM OF SIGNALS CORRELATION PROCESSING ON DOUBLE-BEAM ULTRASONIC PROPAGATION.....	218
<b>Ivanitskiy A., Kazakova A., Karaseva Zh., Andreeva E.</b> POINTWISE RESIDUAL METHOD TO SOLVE THE PROBLEM OF FLEXIBLE LINEAR PROGRAMMING WITH APPROXIMATE DATA .....	225
<b>Ivanova G., Slavutskaya E., Slavutskii L.</b> HIERARCHICAL DATA ANALYSIS OF TEENAGER'S PSYCHODIAGNOSTICS BASED ON THE CORRELATION LINKS .....	235
<b>Kazakova A., Ivanitskiy A.</b> DISCRETIZATION OF CONDITIONS FOR DISPLACEMENTS TO BE UNIQUE IN PLANE PROBLEM OF THE ELASTICITY THEORY .....	241
<b>Okhotkin G., Ugarin S.</b> STRUCTURAL SYNTHESIS OF RELAY CONTROL OF SYSTEM OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL AT ASYMMETRICAL TRANSISTORS SWITCHING OF VALVE CONVERTER .....	252
<b>Pesoshin V., Kuznetsov V., Gumirov A.</b> NONMAXIMAL LENGTH PSEUDORANDOM NUMBER GENERATORS BASED ON INTERNAL XORS SHIFT REGISTER (Part 1).....	263
<b>Pesoshin V., Kuznetsov V., Gumirov A.</b> NONMAXIMAL LENGTH PSEUDORANDOM NUMBER GENERATORS BASED ON INTERNAL XORS SHIFT REGISTER (Part 2).....	273
<b>Sokolnikov A., Sidorkina I.</b> METHOD OF CENTRALIZED GRID-SYSTEM IMPLEMENTATION ACCELERATING HORIZONTAL SCALING OF COMPUTING POWER.....	285
<b>Sorokin O., Sidorkina I.</b> STATIONARY MODE MODULE DEFINITION IN CAD EXTERNAL ENGINEERING NETWORKS FOR SOLVING PREDICTION TASK .....	292
<b>Yadarova O.</b> DOPPLER ULTRASONIC MEASUREMENTS IN CLOSED-LOOP CONTROL SYSTEM OF VENTILATOR .....	298
<b>RULES FOR THE AUTHORS</b> .....	305

## **ВЕСТНИК ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

### **Технические науки № 1 2017**

Редактор *Н.И. Завгородняя*  
Технический редактор *Н.Н. Иванова*  
Корректор *Г.Ф. Губанова*

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзоре)  
Свидетельство о регистрации средства массовой информации  
ПИ № ФС77-66541 от 21.07.2016 г.

Сдано в набор 26.12.16. Подписано в печать 30.01.17. Выход в свет 15.03.17.  
Формат 70×100/16. Бумага писчая. Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 25,2. Уч.-изд. л. 25,6.  
Тираж 200 экз. Заказ № 297. Свободная цена.

Адрес редакции и издателя  
428015, Чебоксары, Московский просп., 15

Типография Чувашского университета  
428015, Чебоксары, Московский просп., 15