

ISSN 1810-1909

Вестник

ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 2017

Технические науки

Научный журнал

Основан в марте 1995 г.

Учредитель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Главный редактор

А.Ю. Александров, кандидат экономических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

Заместитель главного редактора

Г.А. Белов, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

Члены редакционной коллегии

А.А. Афанасьев, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

В.В. Афанасьев, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

А.В. Булычев, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

Н.П. Вашкевич, доктор технических наук, профессор (Пенза, Россия)

Н.А. Галанина, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

Л.С. Зимин, доктор технических наук, профессор (Самара, Россия)

Ю.К. Евдокимов, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

А.Г. Коробейников, доктор технических наук, профессор (Санкт-Петербург, Россия)

А.Б. Кувалдин, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

С.Л. Кужеков, доктор технических наук, профессор (Новочеркасск, Россия)

А.Л. Куликов, доктор технических наук (Нижний Новгород, Россия)

Ю.Я. Лямец, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

В.И. Мелешин, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

Ю.М. Миронов, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

А.В. Мокеев, доктор технических наук, доцент (Архангельск, Россия)

В.А. Песошин, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

А.А. Потапов, доктор физико-математических наук, профессор (Москва, Россия)

В.В. Сагарадзе, доктор технических наук, член-корреспондент РАН (Екатеринбург, Россия)

И.Г. Сидоркина, доктор технических наук, профессор (Йошкар-Ола, Россия)

А.И. Федотов, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

Л.М. Шарнин, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

Ответственный секретарь

Н.И. Завгородняя

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук.

Адрес редакции: 428015, Чебоксары, Московский пр., 15,
тел. (8352) 45-20-96, 58-33-63 (доб. 2030)
e-mail: vestnik210@mail.ru, vestnik@chuvsu.ru
<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

ISSN 1810-1909

Vestnik

CHUVASHSKOGO UNIVERSITETA

№ 3 2017

Technical Sciences

Scientific Journal

Since March, 1995

Founder:
Federal State Educational Budgetary Institution
of Higher Education
the Ulyanov Chuvash State University

Editor-in-Chief

A.Yu. Aleksandrov, Candidate of Economics, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

Deputy Editor-in-Chief

G.A. Belov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

Editorial Board

A.A. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

V.V. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

A.V. Bulychev, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

N.P. Vashkevich, Doctor of Technical Sciences, Professor (Penza, Russia)

N.A. Galanina, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

L.S. Zimin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Samara, Russia)

Yu.K. Evdokimov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

A.G. Korobeinikov, Doctor of Technical Sciences, Professor (St. Petersburg, Russia)

A.B. Kuvaldin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)

S.L. Kuzhekov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Novocherkassk, Russia)

A.L. Kulikov, Doctor of Technical Sciences (Nizhny Novgorod, Russia)

Yu.Ya. Lyamets, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

V.I. Meleshin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)

Yu.M. Mironov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

A.V. Mokeev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Arkhangelsk, Russia)

V.A. Pesoshin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

A.A. Potapov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Moscow, Russia)

V.V. Sagaradze, Doctor of Technical Sciences, Corresponding Member
of Russian Academy of Sciences (Ekaterinburg, Russia)

I.G. Sidorkina, Doctor of Technical Sciences, Professor (Yoskar-Ola, Russia)

A.I. Fedotov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

L.M. Sharnin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

Executive Editor

N.I. Zavgorodnyaya

The journal is included into the List of leading peer-reviewed scientific journals and publications issued in the Russian Federation where the main scientific results of doctoral theses are to be published.

Address: 15, Moskovskiy pr., Cheboksary, Chuvash Republic, 428015, Russia

Tel. +7(8352)45-20-96, 58-33-63 (2030)

E-mail: vestnik@chuvsu.ru

<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

УДК 621.313

ББК 31.261

А.А. АФАНАСЬЕВ, В.В. ЕФИМОВ, Д.А. ТОКМАКОВ

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ
МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ
СО ВСТРОЕННЫМ МАГНИТНЫМ РЕДУКТОРОМ**

***Ключевые слова:** обмотка и многополюсные магниты статора, малополюсные магниты быстроходного ротора, модулятор – тихоходный ротор, метод натяжений, виртуальные поверхности, удельная магнитная проводимость.*

Конструкция магнитоэлектрического вентильного двигателя со встроенным магнитным редуктором имеет два ротора и три источника магнитного поля: трёхфазную обмотку, магниты на статоре и роторе. Поэтому методология расчётов магнитного поля и электромагнитных моментов вентильного двигателя со встроенным магнитным редуктором имеет отличительные особенности по сравнению с таковой при их расчётах в случае использования классических электрических машин. В статье задействованы подходы к электромагнитным расчётам на основе метода натяжения, представляющего универсальную физическую и математическую концепцию определения электромагнитных сил, воздействующих на материальные объекты произвольной формы и природы. Отдельные конструктивные части вентильного двигателя со встроенным магнитным редуктором: статорный сердечник с трёхфазной обмоткой; магниты на статорном сердечнике; модулятор; ротор с магнитами окружались виртуальными замкнутыми поверхностями. С помощью формул метода натяжений находились электромагнитные моменты, воздействующие на вышеперечисленные замкнутые поверхности. Предварительно в воздушных зазорах вентильного двигателя со встроенным магнитным редуктором методом удельной магнитной проводимости определялись значения магнитных индукций как функции угловых координат точек наблюдения. Магнитные напряжения в стали сердечников статора, ротора и модулятора принимались равными нулю. Электромагнитный момент на тихоходном валу при номинальном токе в основном обусловлен магнитами статора и ротора. Доля в нем электромагнитного момента, вызванного током обмотки статора, не превышает 15%. Электромагнитный момент быстроходного вала при номинальном токе имеет практически равные доли: одна из них обусловлена магнитами, другая – током обмотки статора. В отличие от магнитного редуктора рассматриваемый вентильный двигатель со встроенным магнитным редуктором, как и классический вентильный двигатель, не имеет предельных (опрокидывающих) моментов.

Постановка задачи. Вентильные двигатели с постоянными магнитами применяются в электроприводах как прямого действия, в которых отсутствует редукция скорости вращения приводимого механизма, так и в электроприводах с механическим редуктором.

Возможна конструкция магнитоэлектрического вентильного двигателя с магнитным редуктором, встраиваемым, как говорят разработчики, в его «пустое место» [2, 3].

В основе такой конструкции лежит свойство магнитного редуктора с двумя воздушными зазорами, разделёнными ферромагнитным ротором со сквозными пазами (модулятором), создавать в каждом воздушном зазоре силовое взаимодействие только определённых гармоник (одного порядка) маг-

нитного поля. У конкретного воздушного зазора имеется только одна своя рабочая гармоника, причем рабочая гармоника другого зазора пропускается данным зазором «транзитом» без силового функционального отклика.

В такой совмещённой электрической машине ротор вентиляционного двигателя будет одновременно и ротором магнитного редуктора (рис. 1).

На статоре располагается обмотка переменного тока вентиляционного двигателя, а также многополюсные магниты редуктора.

Обмотка и магниты внутреннего (быстроходного) ротора имеют одинаковое число пар полюсов p . У многополюсных магнитов на статоре число пар полюсов равно p_1 . Тихоходный ротор (модулятор) имеет z ферромагнитных стержней. Справедливо равенство $z - p_1 = p$.

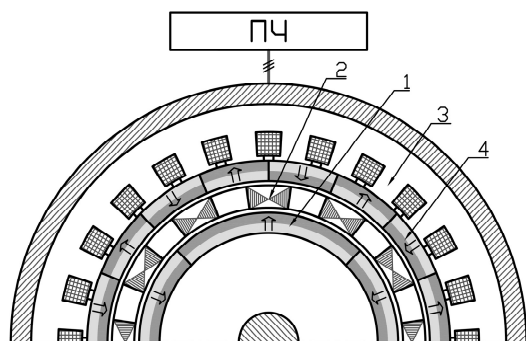


Рис. 1. Поперечный разрез вентиляционного двигателя со встроенным редуктором:
1 – магниты ротора; 2 – модулятор; 3 – сердечник статора с трехфазной обмоткой;
4 – магниты редуктора

Специфика расчёта электромагнитных моментов. На поверхности, ограничивающие немагнитные зазоры, электромагнитное поле будет оказывать силовое воздействие в виде соответствующих электромагнитных моментов. Рассмотрим подходы к расчёту этих моментов, используя метод натяжения [1] как универсальную физическую и математическую концепцию определения электромагнитных сил, воздействующих на материальные объекты произвольной формы и природы.

Электромагнитный момент M , действующий на поверхность расточки статора, рассчитываем, полагая, что эта поверхность является частью замкнутой поверхности, охватывающей весь сердечник статора. В соответствии с методом натяжения справедлива формула

$$M = -\frac{l D_i}{2} \int_0^{T_i} B_1(x) \frac{dF(x)}{dx} dx, \quad (1)$$

где l , D_i – длина и диаметр расточки статора, соответственно; T_i – длина окружности поверхности расточки статора;

$$B_1(x) = B_{11}(x) + B_{12}(x), \quad -\frac{dF(x)}{dx} = H(x),$$

$B_1(x)$, $H(x)$ – радиальная составляющая магнитной индукции и тангенциальная составляющая напряжённости магнитного поля на поверхности рашотки статора, соответственно; $B_{11}(x)$, $B_{12}(x)$ – составляющие магнитной индукции в первом (наружном) воздушном зазоре, вызванные источниками, соответственно, статора и ротора; $F(x)$ – МДС обмотки статора.

При этом использование формулы (1) предполагает, что, во-первых, остальная часть указанной выше замкнутой поверхности располагается достаточно далеко от статорного сердечника, где магнитное поле практически отсутствует. Во-вторых, расчётная круговая цилиндрическая поверхность внутри зазора может иметь произвольный диаметр $D \leq D_b$, не обязательно совпадающий с диаметром рашотки статора [1]. Важно, чтобы в эту виртуальную замкнутую поверхность не входили новые источники поля, например, постоянные магниты, ферромагнитные стержни модулятора со спонтанно намагниченными доменами.

Электромагнитный момент M , действующий на поверхность рашотки статора, по своей физической природе противоположен по знаку электромагнитному моменту $M_{эм}$, действующему на ротор электрической машины:

$$M_{эм} = -M. \quad (2)$$

Совершенно аналогично можем ввести в рассмотрение замкнутую поверхность, проходящую в первом воздушном зазоре через наружную поверхность магнитов, обращённую к воздушному зазору и охватывающую также целиком магниты статора.

Тогда электромагнитный момент, действующий на наружную поверхность магнитов статора:

$$M_1 = -\frac{l D_1}{2} \int_0^{T_1} B_1(x) \frac{du_1(x)}{dx} dx, \quad (3)$$

где D_1 – диаметр наружной окружности магнитов статора; T_1 – длина этой окружности; $-\frac{du_1(x)}{dx} = H_1(x)$ – тангенциальная составляющая напряжённости магнитного поля на поверхности магнитов статора; $u_1(x)$ – МДС магнитов статора.

Электромагнитный момент M_1 , вызванный многополюсными магнитами статора, имеет наибольшую величину, по сравнению с другими моментами. Целесообразно оценить его экстремальное значение при изменении параметра x_2 – сдвига продольной оси магнитов ротора относительно аналогичной оси бегущего магнитного поля статора.

Численно-аналитический анализ формулы (3) применительно к параметрам макетного образца¹ с номинальным током обмотки статора показывает, что при $x_1 = 0$ и $x_2 = 0,062 \approx \tau/2 = 0,064$ м имеем максимум электромагнитного момента M_1

$$M_{1max} = -316 \text{ Нм},$$

¹ Расчёты произведены применительно к макету, выполненному на базе асинхронного двигателя АИР 160 S 4 и магнитоэлектрического вентильного двигателя 6ДВМ 300 производства ЗАО ЧЭАЗ.

где x_1 – сдвиг продольной оси магнитов статора относительно магнитной оси фазы A обмотки статора¹; $\tau = \pi D_i / 2p$ – полюсное деление обмотки статора.

Для получения максимального значения момента M_1 продольная ось магнитов ротора была сдвинута относительно максимума первой гармоники индукции поля обмотки статора на половину её полюсного деления. Такой сдвиг $2p$ -полюсного поля ротора после его прохождения через модулятор будет соответствовать сдвигу на $\tau_1/2$ в $2p_1$ -полюсном поле магнитов статора, где $\tau_1 = \pi D_i / 2p_1$ – полюсное деление магнитов статора.

При $x_1 = 0$ и $x_2 = 0,062$ м и отсутствии тока статора имеем $M_{1\max} = -228$ Нм.

Отсутствие тока статора вызывает переход электромеханического устройства в режим магнитного редуктора с наличием внешних моментов на его валах, величины которых определяют значение параметра x_2 (параметра нагрузки).

Электромагнитный момент M , определяемый по формуле (1), для $x_1 = 0$ и $x_2 = 0,062$ м принимает значение $M_{\max} = 208$ Нм. При отсутствии тока статора $M = 0$.

Электромагнитный момент M_0 , действующий на поверхность магнитов на стыке с сердечником статора, являющейся частью рассматриваемой замкнутой поверхности, охватывающей все магниты статора, будет находиться также по формуле (1) со сменой знака у интеграла. Последняя процедура вызвана изменением на 180° направления вектора магнитной индукции. Если в предыдущем случае он, допустим, выходил из расчётной замкнутой поверхности, а теперь он входит в новую расчётную поверхность. Поэтому можем записать

$$M_0 = -M. \quad (4)$$

Момент $M_{\text{магн}}$, действующий целиком на все магниты статора, будет равен

$$M_{\text{магн}} = M_0 + M_1. \quad (5)$$

Его максимальное значение составит

$$(M_{\text{магн}})_{\max} = -524 \text{ Нм.}$$

Совершенно аналогично можем ввести в рассмотрение замкнутую поверхность, проходящую через второй воздушный зазор и охватывающую целиком внутренний (быстроходный) ротор.

Тогда электромагнитный момент, действующий на этот ротор, будет равен²

$$M_2 = \frac{lD_2}{2} \int_0^{T_2} B_2(x) \frac{du_2(x)}{dx} dx, \quad (6)$$

где D_2 – наружный диаметр ротора; T_2 – длина окружности наружной поверхности ротора; $B_2(x) = B_{21}(x) + B_{22}(x)$, $-\frac{du_2(x)}{dx} = H_2(x)$ – соответственно, ради-

¹ Поскольку число пар полюсов магнитов статора много больше числа пар полюсов обмотки статора, то сдвиг продольной оси этих магнитов относительно магнитной оси фазы A статора может выбираться произвольно.

² Будем полагать, что для данной замкнутой поверхности, как и для предыдущих замкнутых поверхностей, радиальный вектор индукции направлен сверху вниз. Но теперь, в отличие от предыдущих случаев, он будет не выходить, а входить в рассматриваемую поверхность. Поэтому знак правой части формулы (6) должен быть противоположным знакам в формулах (1) и (3).

альная составляющая магнитной индукции и тангенциальная составляющая напряжённости магнитного поля на поверхности ротора; $B_{21}(x)$, $B_{22}(x)$ – составляющие магнитной индукции во втором (внутреннем) воздушном зазоре, вызванные источниками статора и ротора, соответственно.

Формула (6) остаётся справедливой и при диаметре расчётной поверхности $D \geq D_2$, если последняя не выходит за пределы второго воздушного зазора.

Расчёт по формуле (6) при $x_1 = 0$ и $x_2 = 0,062$ м даёт $M_{2\max} = -150$ Нм.

При $x_1 = 0$ и $x_2 = 0,062$ м и отсутствии тока статора получим $M_{2\max} = -68$ Нм.

Составляющая магнитной индукции $B_{21}(x)$ во втором воздушном зазоре содержит два слагаемых

$$B_{21}(x) = B'_{21}(x) + B''_{21}(x), \quad (7)$$

где первое слагаемое $B'_{21}(x)$ обусловлено МДС обмотки статора, второе слагаемое $B''_{21}(x)$ – МДС магнитов статора.

С помощью первого слагаемого осуществляется передача ротору электромагнитного момента $M_{2\text{oc}}$ от обмотки статора

$$M_{2\text{oc}} = \frac{l D_2}{2} \int_0^{T_2} B'_{21}(x) \frac{du_2(x)}{dx} dx. \quad (8)$$

При номинальном токе статора имеем $M_{2\text{oc}} = -69$ Нм.

Следовательно, момент M_2 в формуле (6) можем представить также двумя слагаемыми

$$M_2 = M_{2\text{oc}} + M_{2\text{мм}}, \quad (9)$$

где $M_{2\text{мм}}$ – составляющая момента ротора, обусловленная магнитным редуктором:

$$M_{2\text{мм}} = \frac{l D_2}{2} \int_0^{T_2} B''_{21}(x) \frac{du_2(x)}{dx} dx. \quad (10)$$

При $x_1 = 0$ и $x_2 = 0,062$ м получим $M_{2\text{мм}} = -68$ Нм. Это значение совпадает с ранее вычисленной величиной M_2 при отсутствии тока статора.

Для расчёта электромагнитного момента M_3 , действующего на модулятор (тихоходный ротор), нужно обратиться к виртуальной тороидальной поверхности, охватывающей целиком этот тихоходный ротор. Тогда, очевидно, формула (3) будет справедлива для нахождения момента, действующего на наружную поверхность модулятора, если сменить знак перед ней, так как радиальная составляющая магнитной индукции изменит направление на 180° относительно новой расчётной поверхности.

Совершенно аналогично формула (6) (после смены знака перед ней) позволит определить момент, действующий на внутреннюю поверхность модулятора. В результате получим

$$M_3 = -(M_1 + M_2). \quad (11)$$

Из формулы (11) следует, принимая во внимание названные выше количественные значения слагаемых в правой части:

$$M_{3\max} = 466 \text{ Нм.}$$

Формулы (4) и (11) подтверждают постулат механики о равновесии всех моментов, действующих на неподвижное твердое тело:

$$(M + M_0 + M_1 + M_2 + M_3) = 0. \quad (12)$$

Учитывая равенств (9), выражению (11) можно придать вид

$$M_3 = -(M_1 + M_{2\text{м}} + M_{2\text{ос}}), \quad (13)$$

где два первых слагаемых M_1 и $M_{2\text{м}}$ вызваны взаимодействием только магнитов статора и ротора.

Вклад момента $M_{2\text{ос}}$, обусловленного током статора, в величину момента тихоходного ротора M_3 сравнительно невелик. Для рассматриваемого макетного образца он равен

$$\frac{M_{2\text{ос}}}{M_3} 100\% = \frac{69}{466} 100 = 14,8\%.$$

Баланс мощностей. Рассмотрим, как расходуется мощность магнито-электрического вентильного двигателя с встроенным магнитным редуктором, поступающая от преобразователя частоты в обмотку статора. Этот анализ произведём, не фиксируя потери в проводниках и магнитных материалах.

Очевидно, справедливо равенство

$$M_{\text{эм}}\Omega = M_2\Omega + M_3\Omega_3, \quad (14)$$

где $\Omega = \omega/p$ – механическая скорость вращения магнитного поля обмотки статора и внутреннего ротора с постоянными магнитами, имеющего такое же число пар полюсов $p_2 = p$, как и обмотка статора; $\Omega_3 = \frac{p_2}{z}\Omega$ – скорость вращения модулятора (тихоходного вала).

Поделив равенство (14) на электромагнитную мощность обмотки статора $P_{\text{эм}} = M_{\text{эм}}\Omega$, получим

$$1 = \frac{M_2}{M_{\text{эм}}} + \frac{M_3}{M_{\text{эм}}} \frac{p_2}{z}. \quad (15)$$

Подставляя в это равенство найденные выше значения электромагнитных моментов макетного образца при номинальном токе обмотки статора, будем иметь

$$1 \approx \frac{150}{208} + \frac{466}{208} \frac{2}{19} = 0,72 + 0,24. \quad (16)$$

Видим, что мощности на обоих валах устройства будут различными. Наиболее нагруженным оказывается быстроходный вал. Причём, поскольку знаки электромагнитных моментов валов M_2 и M_3 различны, то направления вращения валов будут противоположными.

При отсутствии нагрузки быстроходного вала или даже при отсутствии выходного конца этого вала электромагнитная мощность обмотки статора будет целиком передаваться тихоходному валу. В этом случае сдвиг (угол нагрузки редуктора) магнитной индукции магнитов ротора в наружном воздушном зазоре относительно магнитной индукции магнитов статора будет возникать за счёт локального (кратковременного) уменьшения скорости вращения модулятора (тихоходного вала).

При $M_2 = 0$, согласно формуле (11), электромагнитный момент M_3 тихоходного вала уменьшится до значения

$$M_3 = -M_{1\max} = 316 \text{ Нм.}$$

Выводы. 1. Рассматриваемый ВДСР, выполненный на базе асинхронного двигателя АИР 160 S 4 мощностью 15 кВт, при коэффициенте редукции $z/p_2 = 9,5$ развивает при номинальном токе электромагнитный момент на тихоходном валу 466 Нм.

2. Электромагнитный момент на тихоходном валу при номинальном токе в основном обусловлен магнитами статора и ротора. Доля в нем электромагнитного момента, вызванного током обмотки статора, не превышает 15%.

3. Электромагнитный момент быстроходного вала при номинальном токе имеет две практически равные доли, из которых одна обусловлена магнитами, другая – током обмотки статора.

4. В отличие от магнитного редуктора рассматриваемый ВДСР, как и классический вентильный двигатель, не имеет предельных (опрокидывающих) моментов.

5. ВДСР с двумя выходными валами при отсутствии тока статора может использоваться как магнитный редуктор с фиксированным коэффициентом редукции z/p_2 .

Литература

1. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. М.: Высш. шк., 1989. 312 с.
2. Atallah K., Rens J., Mezani S., Howe D. A Novel «Pseudo» Direct-Drive Brushless Permanent Magnet Machine. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2008, vol. 44, pp. 4349–4352.
3. Rasmussen P.O., Frandsen T.V., Jensen K.K., Jessen K. Experimental Evaluation of a Motor-Integrated Permanent-Magnet Gear. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2013, vol. 49, pp. 850–859.

АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

ЕФИМОВ ВЯЧЕСЛАВ ВАЛЕРЬЕВИЧ – кандидат технических наук, главный специалист отдела электрических машин, ЗАО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары.

ТОКМАКОВ ДМИТРИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ – технический директор, ЗАО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары.

A. AFANASYEV, V. EFIMOV, D. TOKMAKOV

ELECTROMAGNETIC TORQUES OF BRUSHLESS DCMOTORS WITH INTERGRATED MAGNETIC GEAR

Key words: winding and multi-pole magnets of the stator; poles magnets of high-speed rotor; modulator–low-speed rotor; tension method; virtual surfaces; specific permeance.

The design of the brushless DC motor with an integrated magnetic gear (BLDC) has two rotors and three sources of magnetic field: a three-phase winding and the stator and rotor magnets. Therefore, the calculating methodology of magnetic fields and electromagnetic torques of BLDC has distinctive features compared with the methodology of their calculation used for classical electrical machines. The article considers approaches to

electromagnetic calculations based on the method of tension, which is a universal physical and mathematical concept of calculating electromagnetic forces acting on material objects of arbitrary shape and nature. The design parts of BLDC are the following: a stator core with a three-phase winding; stator core magnets; a modulator; a rotor with magnets surrounded by virtual closed surface. Electromagnetic torques influencing the above mentioned closed surfaces were calculated using the formulas of the tension method. First the values of the magnetic induction as a function of the angular coordinates of the observation points were determined by the method of specific permeance in the air gaps of BLDC. Magnetic stress in the steel cores of the stator, the rotor and the modulator was taken to be equal to zero. Electromagnetic torque in a low-speed shaft at rated current is mainly due to the magnets of the stator and the rotor. The share of the electromagnetic torque caused by stator's winding does not exceed 15%. Electromagnetic torque of the high-speed shaft at rated current has practically equal shares, one of which is due to the magnets, and the other one is caused by stator's winding current. Unlike magnetic gear the brushless DC motor with an integrated magnetic gear as well as a classical brushless DC motor, have no limiting (stalling) torques.

References

1. Ivanov-Smolensky A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovanie energii v elektricheskikh mashinakh* [Electromagnetic forces and power conversion in electrical machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1989, 312 p.
2. Atallah K., Rens J., Mezani S., Howe D. A Novel «Pseudo» Direct-Drive Brushless Permanent Magnet Machine. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2008, vol. 44, pp. 4349–4352.
3. Rasmussen P.O., Frandsen T.V., Jensen K.K., Jessen K. Experimental Evaluation of a Motor-Integrated Permanent-Magnet Gear. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2013, vol. 49, pp. 850–859.

AFANASYEV ALEXANDER – Doctor of Technical Sciences, Professor of Management and Computer Science in Technical Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (afan39@mail.ru).

EFIMOV VYACHESLAV – Candidate of Technical Sciences, Chief Specialist of Electrical Machines Department, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary.

TOKMAKOV DMITRY – Technical Director, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary.

Ссылка на статью: Афанасьев А.А., Ефимов В.В., Токмаков Д.А. Электромагнитные моменты магнитоэлектрического вентильного двигателя со встроенным магнитным редуктором // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 5–12.

УДК 697.34
ББК 338

С.В. ГЛУХОВ, С.В. ЧИЧЕРИН

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ТЕПЛОВОЙ СЕТИ

Ключевые слова: трубопровод, труба, теплотрасса, теплопровод, минимум, минимизация, уменьшение, магистральный, протяженность, диаметр, узел, тепловая камера, трасса.

В настоящей статье решается задача оптимизации распределительной тепловой сети, так как увеличение диаметров и протяженности участков, а также количества тепловых камер упрощает проектирование системы теплоснабжения, но при этом повышается себестоимость отпуска тепловой энергии из-за роста капитальных затрат на строительство системы и ежегодных эксплуатационных затрат на ее обслуживание и текущий ремонт. Целевая функция, подлежащая оптимизации, представляет собой суммарные годовые затраты на систему, складывающиеся из капитальных и эксплуатационных затрат с пересчетом на каждый календарный год всего периода окупаемости предлагаемого проекта. Ограничения включают в себя балансы (равенства) потоков теплоносителя и тепловой энергии, а также связи между ними. В демонстрационном примере общая протяженность тепловой сети увеличилась на 28 м, однако возможность вместе с демонтажом двух тепловых камер (ТК-10/8 и -10/7) на сети протяженностью около 1300 м (с учетом отводов на абонентские вводы) уменьшить средневзвешенную величину диаметра на 10,4% приведет к существенной экономии. Показаны варианты развития предложенной методики оптимизации распределительной тепловой сети. Рост стоимости энергоресурсов, увеличение степени изношенности коммунальной инфраструктуры и одновременное повышение доступности новых нетрадиционных источников на базе возобновляемых технологий делают настоящее исследование полезным и актуальным.

Большая часть публикаций по теме оптимизации систем тепловых сетей посвящена вопросам работы с крупными системами, включающими в себя мощные источники теплоснабжения, трубопроводы большого диаметра и протяженности, обобщенные узлы потребления тепловой энергии. Рассматриваются проблемы выбора площадок размещения источников теплоснабжения, насосных станций и других сооружений, параметров оборудования [3, 7].

За рубежом рассматривается оптимизация тепловых сетей, исходя из оптимизации энергосистемы в границах целой страны [10], а также трубопроводных систем, применяющихся для централизованного холодоснабжения в странах с теплым климатом [9], либо даже без привязки к типу трубопроводной системы [11]. Такие работы неприменимы для решения поставленной ниже задачи и не соответствуют отечественной специфике теплоснабжения.

Несколько публикаций [2, 8] описывают проблемы, возникающие на этапе планирования гидравлических режимов тепловых сетей (краткосрочного управления) и при подготовке к отопительному сезону. При этом в связи с высокой стоимостью централизованного отопления и горячего водоснабжения, ежегодных летних отключений [6] имеет место тенденция перехода к децентрализованным системам теплоснабжения и увеличения протяженности сетей, относящихся к распределительным.

Цель работы – предложить методику, отличающуюся тем, что она будет применима для работы с распределительными сетями и децентрализованными

ми системами теплоснабжения и соответствовать отечественной специфике, и опробовать ее на существующем участке тепловой сети, сравнить основные характеристики до и после оптимизации и показать варианты дальнейшего развития методики в целом.

Материал и методика работы. В исследовании введена следующая терминология: магистральными тепловыми сетями называются сети (со всеми сопутствующими конструкциями и сооружениями), транспортирующие горячую воду от источника теплоты до последней по ходу движения теплоносителя тепловой камеры, находящейся на балансе предприятия магистральных тепловых сетей. Распределительные сети – это тепловые сети от тепловых камер магистральной сети до зданий и сооружений. Такое разделение тепловых сетей может быть установлено эксплуатационными организациями населенного пункта, что не противоречит требованию СП 124.13330.2012¹. Начиная с 1935 г. обычно декларировалась необходимость четкого деления тепловых сетей на магистральные и распределительные [1]. Однако простое деление сетей задвижками приводит к тому, что режим давлений в распределительных сетях, а следовательно, и у потребителей полностью повторяет режим в магистралах. В распределительных сетях, подключенных к одним, обычно головным, участкам магистралей после ТЭЦ или насосных станций, перепады давлений и давления в подающих линиях чрезмерны, а в присоединенных к другим, обычно концевым, участкам – перепады недостаточны и велики давления в обратных линиях [1].

Таким образом, хотя такое разделение нерациональное и во многом условное, оно является единственно возможным и частично закреплено в действующем нормативном документе СП 124.13330.2012. Путем обобщения материала, приведенного в [2, 3, 7–10], и оригинальных идей авторов, предлагается методика оптимизации распределительной тепловой сети системы централизованного или децентрализованного теплоснабжения. Поиск вариантов перекладки участка распределительной сети при ближайшем капитальном ремонте представляет собой задачу оптимизации, так как увеличение диаметров и протяженности участков и количества тепловых камер упрощает обеспечение потребителей тепловой энергией, но при этом повышается себестоимость ее отпуска из-за роста капитальных затрат на строительство системы и ежегодных эксплуатационных затрат на ее обслуживание и текущий ремонт. Целевая функция представляет собой суммарные годовые затраты на систему, представляющие собой капитальные затраты с пересчетом на каждый календарный год всего периода окупаемости предлагаемого проекта (в случае его создания «с нуля»):

$$\sum Z = \sum_{j=1}^m [(f + OMP_D + CCP_D) \cdot \delta_j \cdot L_j] + \sum_{k=1}^v [f + OMV + CCV], \quad (1)$$

где m – количество обособленных участков тепловой сети, т.е. таких участков, которые могут принимать значения диаметра независимо от соседних элементов; f – коэффициент ежегодных выплат; OMP и OMV – эксплуатаци-

¹ СП 124.13330.2012. Тепловые сети (актуализация СНиП 41-02-2003). URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200095545>.

онные расходы, тысяч рублей на единицу оборудования (Operation & Maintenance, Pipework – на метр трубопровода и Vault – на единицу тепловой камеры, соответственно); CCP и CCV – капитальные затраты (Capital Costs, тыс. руб., аналогично); δ_j – двоичная переменная, равная единице только в том случае, если только двум трубопроводам (подающему и обратному) назначено единственное значение диаметра, соответствующее стандартному ряду; L_j – протяженность j -го участка трубопровода, м; ν – количество узлов потоко-распределения (тепловых камер)¹.

Коэффициент ежегодных выплат:

$$f = \frac{(r+1)^N \cdot r}{(r+1)^N - 1}, \quad (2)$$

где r – стоимость заимствования денежных средств (нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений или ставка банковского процента), 1/год. При использовании собственных средств организации коэффициент ежегодных выплат может быть принят равным нулю; N – срок службы единицы оборудования.

В данном случае основной единицей оборудования является участок тепловой сети, его срок службы принимается равным 25 годам согласно СП 124.13330.2012.

Ограничения, включающие в себя балансы потоков и энергии, а также связи между ними приведены в уравнениях (3)–(5):

$$\sum_{i=1}^n Q_i = IN, \quad (3)$$

где Q_i – величина расчетного потребления тепловой энергии i -м узлом, МВт; IN (in, входящий) – количество тепловой энергии в нулевой точке потоко-распределения в единицу времени (в данном случае в месте присоединения к камере магистральной тепловой сети), МВт:

$$Q_i \leq IN \cdot \delta_j, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^m \delta_j \leq 1. \quad (5)$$

Возможность задания ограничений относительно небольшим количеством уравнений [ср. в 2, 3, 7–10] определяется универсальностью выражения (3), которое одновременно может выступать и уравнением неразрывности потока для каждого узла потоко-распределения (тепловой камеры) при условии наличия единой и однозначно заданных (в виде постоянных величин) тепловых нагрузок (МВт) для каждого узла потребления. Другие ограничения являются очевидными (неотрицательность, неравенство нулю, преимущество прямых углов поворота трассы и др.) и намеренно не приведены для облегчения восприятия материала. Упрощенно последовательность шагов, выполняемая сколько угодно раз, может быть показана на структурной схеме, которая имеет следующий вид (рис. 1).

¹ Здесь и далее имена переменных выбраны исходя из удобства программной реализации. Нижний индекс D показывает, что значение величины является функцией ее диаметра.

Проверка соответствия значений переменных ограничениям (3)–(5) осуществляется после выполнения каждого из первых двух этапов. Значение целевой функции пересчитывалось и наносилось на бумагу в заданной координатной плоскости до тех пор, пока не была выявлена устойчивая тенденция, позволяющая однозначно определить точку экстремума (минимума) аппроксимирующей функции.



Рис. 1. Скелетная схема алгоритма поиска вариантов перекладки распределительной сети

Изменение диаметра на данной стадии исследования осуществляется в рамках отдельной процедуры: подбор его новых значений выполнялся одновременно по оптимальной скорости движения воды (около 1,5 м/с) и удельным линейным потерям напора по длине трубопровода. По условиям минимизации затрат в тепловых сетях предлагается руководствоваться величиной линейных потерь, не превышающей 250–300 Па/м (25–30 мм/м). Эквивалентная шероховатость внутренней поверхности стальных труб принята согласно нормативному документу СП 124.13330.2012 для водяных тепловых сетей $k_s = 0,0005$ м.

Для оценки эффективности предлагаемых по результатам расчетов по алгоритму мер составлен следующий критериальный список, согласно которому может быть осуществлено сравнение вариантов до и после оптимизации:

- общая протяженность тепловой сети;
- количество тепловых камер (узлов потокораспределения);
- средневзвешенное значение диаметра.

Другой источник экономии, наряду с оговоренными в целевой функции (1), – это снижение потерь тепла, вызванное уменьшением среднего значения диаметра. Согласно методическим указаниям СО 153-34.20.523-2003¹, термическое сопротивление изоляции $R_{из}$, сопротивление теплоотдаче от поверхности изолированного трубопровода в воздушное пространство канала $R_{возд}$ и сопротивление теплоотдаче от воздуха в канале к грунту [(м·°С)/Вт] определяются по формулам (6)–(8), соответственно:

$$R_{из} = \frac{\ln(1 + 2\delta/d)}{2\pi\lambda_{из}}, \quad (6)$$

где d – наружный диаметр трубопровода, м; δ – толщина изоляции трубопровода, м; $\lambda_{из}$ – коэффициент теплопроводности изоляции, Вт/(м·°С);

$$R_{возд} = \frac{1}{\pi\alpha(d + 2\delta)}, \quad (7)$$

¹ СО 153-34.20.523-2003. Методические указания по составлению энергетической характеристики для систем транспорта тепловой энергии по показателю «Тепловые потери». Ч. 3. URL: http://www.rosteplo.ru/Npb_files/npb_shablon.php?id=1574.

где α – коэффициент теплоотдачи от изоляции трубопровода к воздуху канала, Вт/(м² · °С);

$$R_{\text{возд}} = \frac{1}{\pi \alpha_{\text{в}} d_{\text{экв}}}, \tag{8}$$

где $\alpha_{\text{в}}$ – коэффициент теплоотдачи от воздуха в канале к грунту, Вт/(м²·°С); $d_{\text{экв}}$ – эквивалентный диаметр сечения канала в свету, м.

Зависимость перечисленных термических сопротивлений и диаметра теплопровода является обратно пропорциональной, что при прочих равных условиях в случае уменьшения диаметра даст некоторое снижение потерь через теплоизоляционную конструкцию.

Конкретным объектом исследования стала тупиковая распределительная сеть, подключенная к магистральной камере. К ней присоединено 26 тепловых пунктов, их общая нагрузка на все виды теплопотребления составляет 7,3 МВт. Часть потребителей, за исключением указанных на рис. 2 объектов явно нежилого назначения и административных зданий по ул. Партизанская 10, 12, 14, 18, являются жилыми домами, что предъявляет некоторые требования к надежности теплоснабжения и распределительной тепловой сети, в частности: возможность снижения температуры в отапливаемых помещениях на период ликвидации аварии лишь до 12°С и на срок не более 54 ч (см.: СП 124.13330.2012).

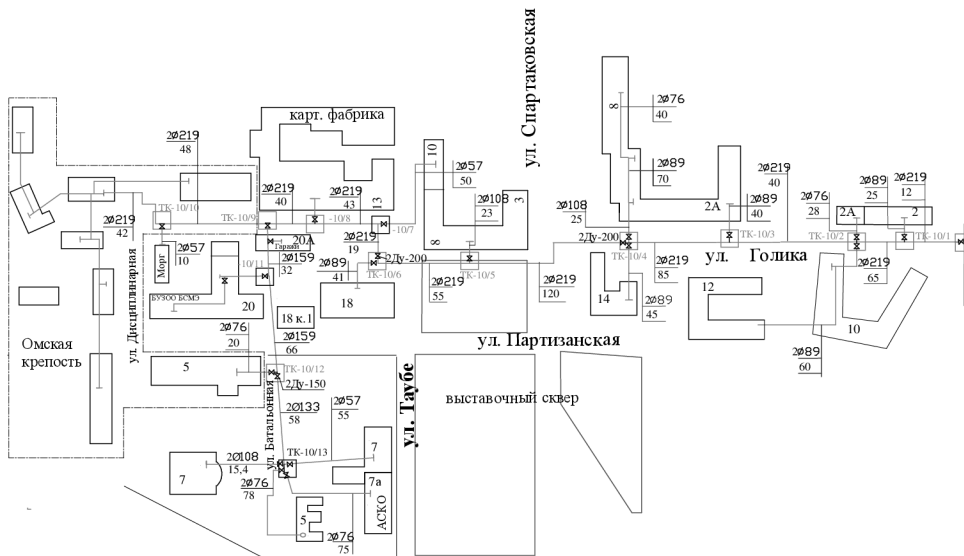


Рис. 2. Существующая схема теплоснабжения от тепловой камеры магистральной сети

Жилые объекты представлены кирпичными многоэтажными домами 1970–1980-х гг. постройки; дополнительно к отопительной нагрузке они имеют значительное потребление тепловой энергии на нужды ГВС, что увеличивает расчетные диаметры трубопроводов. С учетом расчетной температуры наружного воздуха населенного пункта –37°С, низкого качества ограждающих конструкций,

связанного с их износом, и отсутствия резервных переемычек любая аварийная ситуация может привести к убыткам теплосетевой организации. Наружные диаметры приведенной на рис. 2 распределительной сети находятся в диапазоне 57–219 мм. Сами трубопроводы проложены в подземных каналах и бесканально, преимущественно под непроезжей частью улиц, внутри кварталов жилой застройки и под проездами местного значения. Все показанные на схеме улицы являются автомобильными дорогами V категории, что упрощает пересечение теплотрассы с ними, делая такое пересечение возможным в любом разумном месте, и уменьшает количество требуемых согласований. Участки сети находятся на балансе предприятия тепловых сетей и котельных, отдельные интервалы должны быть заменены при ближайшем капитальном ремонте. Перечисленные характеристики территории и определили выбор существующего подключения распределительной сети в качестве объекта исследования.

Расчетное исследование и анализ результатов. После проведения описанных выше действий расчетная схема теплоснабжения получила следующий вид (рис. 3).

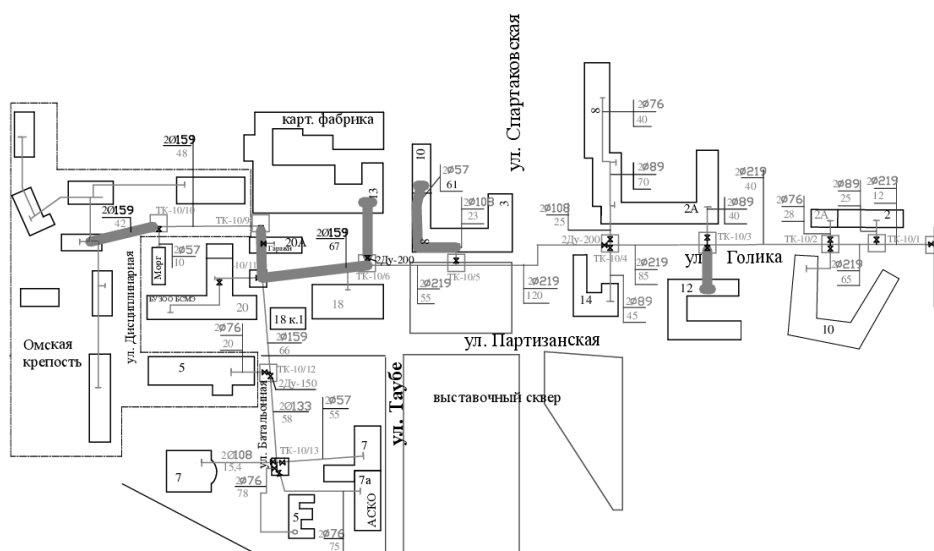


Рис. 3. Вид распределительной сети после проведенной оптимизации

На рис. 4 показана величина суммарной протяженности участков каждого диаметра.

Перемещение узловых точек выполнялось таким образом, чтобы минимально изменять существующую трассировку тепловой сети. Хорошо видно (рис. 4), что увеличение общей протяженности происходит за счет роста длины менее затратных по отношению к основной сети абонентских вводов диаметром 57 и 76 мм. В то же время сокращения средневзвешенной величины диаметра удается достичь в основном за счет замены трубопровода сечением 219 мм меньшим почти без отступа от границ существующей

трассы лишь по результатам выполнения процедуры выбора оптимального диаметра. Важным фактором, определившим полученный в данном конкретном случае результат, стала плотность застройки территории объекта исследования. Так, при изменении трассы в качестве способа прокладки преимущество отдавалось размещению участков в техническом подполье существующих сооружений исходя из низкой стоимости такого способа, а также того, что при сохранении традиционных марок стали [4] и покрытий [5] канальный способ прокладки будет всегда уступать по надежности и сроку службы другим. Распределительные водяные тепловые сети, как правило, имеют условный диаметр до 300 мм включительно и рабочее давление до 1,6 МПа, что не препятствует прокладке трубопроводов в технических подпольях и туннелях (см.: СП 124.13330.2012).

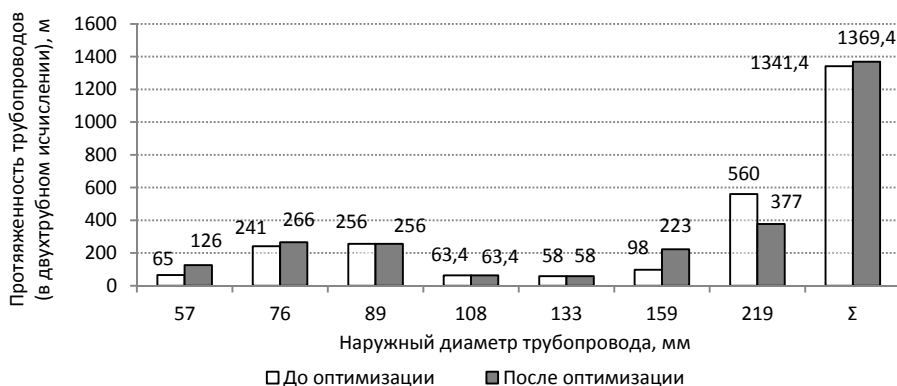


Рис. 4. Зависимость общей длины трубопроводов от их диаметра до и после оптимизации

Выполнение на практике мер, предусмотренных схемой, изображенной на рис. 3, позволит добиться следующих результатов, обобщение которых приведено в таблице.

Результаты сравнения вариантов до и после оптимизации

| Вариант | Общая протяженность тепловой сети, м | Количество тепловых камер | Средневзвешенное значение диаметра, мм | Суммарные капитальные затраты, тыс. руб |
|---|--------------------------------------|---------------------------|--|---|
| Капитальный ремонт «по существующей трассе» | 1341,4 | 13 | 147,3 | 15405,6 |
| То же «после оптимизации» | 1369,4 | 11 | 133,5 | 14243,8 |

Хотя общая протяженность тепловой сети увеличилась на 28 м, возможность демонтажа двух тепловых камер (ТК-10/8 и -10/7) на сети протяженностью чуть более 1300 м (с учетом абонентских вводов) и уменьшение средневзвешенной величины диаметра на 10,4% выглядят привлекательно и могут привести к существенной экономии при капитальном ремонте: только в части капитальных затрат более миллиона рублей.

Таким образом, новизна работы заключается в следующем:

1) создании математической модели оптимизации тепловой сети системы централизованного теплоснабжения, включающей в себя целевую функцию и ограничения;

2) разработке упрощенного алгоритма поиска вариантов перекладки участка распределительной сети при ближайшем капитальном ремонте. Практическая значимость результатов состоит в использовании упомянутого алгоритма в практике эксплуатации предприятия тепловых сетей.

Снижение стоимости газовых котлов, солнечных и геотермальных отопительных систем позволяет шире применять децентрализованное теплоснабжение в районах с объективно дорогим подключением к централизованным тепловым сетям. Исходя из этого и на основании результатов настоящей работы следует рассмотреть возможность, например, автономной генерации энергии у отдельных потребителей. Она возможна в случае использования децентрализованных систем теплоснабжения и может включать как простую выработку тепловой энергии посредством традиционных способов и даже нетрадиционных и возобновляемых источников, так и комбинированную выработку тепловой и электрической энергии. Дальнейшее развитие приведенных здесь результатов возможно путем вовлечения в рассмотрение и практическую деятельность централизованного холодоснабжения (тригенерации). Есть и вариант более простого усовершенствования другими авторами методики, предложенной в данном исследовании, путем создания нового стандартного ряда диаметров трубопроводов и введения новых величин потерь и шероховатости, что может быть полезно при расчете распределительных тепловых сетей из более современных, нежели сталь, материалов, а именно – гибких предизолированных полимерных труб. Целесообразным будет обосновать также значения величин эксплуатационных расходов OMP и OMV и капитальных затрат CCP и CCV применительно к населенному пункту и характеристике выбранной в его границах территории (плотность застройки, тип покрытия и др.).

Выводы. Таким образом, разработан и впервые применен алгоритм оптимизации распределительной тепловой сети; апробация осуществлена на протяженном ответвлении от тепловой камеры магистральной сети. Показаны варианты развития приведенной методики. В настоящее время авторы занимаются автоматизированной реализацией приведенного выше алгоритма. Дополнительная экономия денежных средств в границах присоединения к одной камере магистральной тепловой сети может составлять миллионы рублей даже при увеличении протяженности на несколько десятков метров за счет сокращения количества камер, применения труб меньшего диаметра и размещения участков в техническом подполье при условии ответственного расходования уже заложенных на капитальный ремонт статей бюджета. Косвенным положительным результатом является и повышение надежности всей цепочки теплоисточник – потребитель, проблематично выражаемое в денежном эквиваленте, ведь, как известно из теории [12], надежность сложной системы напрямую коррелирует с количеством элементов, из которых она состоит. Проблематичность выражения в денежном эквиваленте означает, что надежность, в отличие, например, от эффективности эксплуатации с точки зрения величины тепловых потерь или утечек теплоносителя, является вероятностной величиной, сложно перекладываемой на абсолют-

ные (рублевые) значения затрат теплоснабжающей организации, как, в случае утечки сетевой воды, это может быть сделано простым перемножением ее объема и стоимости единицы объема.

Очевидно, что на месте тепловой камеры магистральной сети может находиться местный (автономный) источник теплоснабжения. В связи с ростом стоимости энергоресурсов, увеличением степени изношенности коммунальной инфраструктуры и одновременным повышением доступности новых нетрадиционных источников на базе возобновляемых технологий предложенная методика оптимизации распределительной тепловой сети делает настоящее исследование полезным и актуальным.

Литература

1. Громов Н.К. Городские теплофикационные системы. М.: Энергия, 1974.
2. Новицкий Н.Н., Луценко А.В. Исследование задач и методов многокритериальной оптимизации гидравлических режимов распределительных тепловых сетей // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2016. Т. 64, № 3. С. 131–145.
3. Сеннова Е.В., Сидлер В.Г. Математическое моделирование и оптимизация развивающихся теплоснабжающих систем. Новосибирск: Наука, 1987. 219 с.
4. Чичерин С.В. Анализ характеристик марок стали, применяемых при производстве труб для магистральных тепловых сетей // Труды Академэнерго. 2017. № 1. С. 97–103.
5. Чичерин С.В. Совершенствование покрытий, применяемых для защиты трубопроводов тепловых сетей канальной прокладки от увлажнения // Промышленная энергетика. 2017. № 2. С. 30–33.
6. Чичерин С.В., Лебедев В.М., Глухов С.В. Оценка потерь от ежегодных плановых отключений горячего водоснабжения в г. Омске // Энергетик. 2017. № 3. С. 25–26.
7. Юфа А.И., Носулько Д.Р. Комплексная оптимизация теплоснабжения. Киев: Техника, 1988. 135 с.
8. Aringhieri R., Malucelli F. Optimal operations management and network planning of a district heating system with a combined heat and power plant. *Annals of Operations Research*, 2003, vol. 120, pp. 173–199.
9. Chow T.T., Chan A.L.S., Song C.L. Building mix optimisation in district cooling system implementation. *Applied Energy*, 2004, vol. 77, pp. 1–13.
10. Henning D. MODEST – an energy-system optimisation model applicable to local utilities and countries. *Energy*, 1997, vol. 22, no. 12, pp. 1135–1150.
11. Morley M.S., Atkinson R.M., Savic D.A., Walters G.A. GAnet: genetic algorithm platform for pipe network optimization. *Advances in Engineering Software*, 2001, vol. 32, pp. 467–475.
12. Valinčius M., Žutautaitė I., Rimkevičius S., Janulionis R., Bakas R. Integrated assessment of failure probability of the district heating network. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, vol. 133, pp. 314–322.

ГЛУХОВ СЕРГЕЙ ВИТАЛЬЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры теплоэнергетики, Омский государственный университет путей сообщения, Россия, Омск (svgluk@mail.ru).

ЧИЧЕРИН СТАНИСЛАВ ВИКТОРОВИЧ – аспирант кафедры теплоэнергетики, Омский государственный университет путей сообщения, Россия, Омск (man_csv@hotmail.com).

S. GLUKHOV, S. CHICHERIN

OPTIMIZATION MODEL OF THE DISTRIBUTION NETWORK OF DISTRICT HEATING SYSTEM

Key words: pipeline, pipe, heat transport system, heating conduit, minimum, minimization, reduction, transmission, long-distance, dimension, size, node, thermal chamber, routing.

The present article considers the problem of optimizing heat distribution, as the increase of diameters and dimensions, as well as the number of thermal chambers simplifies the design of the heating system, but this increases the production cost of heat supply due to the growth of

capital costs of system construction and annual maintenance and repair operating costs. The objectives to optimize are annual system costs consisting of annual capital costs and operating costs during the payback period of the proposed project. Limitations include the balance (equality) of the heat carrier flows and the heat energy as well as their interconnection. In the given example the total length of heating networks increased by 28 m, however, the reduction of the average diameter by 10.4% together with the dismantling of two thermal chambers (TK-10/8 and -10/7) in a 1300 m network (including taps on the subscriber's inputs) will lead to significant savings. Options for the development of the proposed method of optimizing heat distribution are shown. The rising cost of energy, wear-out rate of municipal infrastructure and the increasing availability of new alternative sources based on renewable energy technologies make the present study useful and relevant.

References

1. Gromov N. K. *Gorodskie teplofikacionnye sistemy* [City Cogeneration Systems]. Moscow, Energiya Publ., 1974.
2. Novitsky N.N., Lutsenko A.V. *Issledovanie zadach i metodov mnogokriterial'noi optimizatsii gidravlicheskih rezhimov raspredelitel'nykh teplovykh setei* [Study Objectives And Methods Of Multiobjective Optimization Of Hydraulic Modes Of Heat Distribution Systems]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2016, vol. 64, no. 3, pp. 131–145.
3. Sennova E.V., Sidler V.G. *Matematicheskoe modelirovanie i optimizatsiya razvivayushchikhsya teplosnabzhayushchikh system* [Mathematical modeling and optimization of developing heat supply systems]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1987, 219 p.
4. Chicherin S.V. *Analiz kharakteristik marok stali, primenyaemykh pri proizvodstve trub dlya magistral'nykh teplovykh setei* [The Analysis Of Properties Of The Steel Alloys Used For Pipes Of The District Heating Transmission System]. *Trudy Akademenergo* [Transactions of Academenergo], 2017, no. 1, pp. 97–103.
5. Chicherin S.V. *Sovershenstvovanie pokrytiy, primenyaemykh dlya zashchity truboprovodov teplovykh setey kanal'noy prokladki ot vvlazhneniya* [Improved coatings for moisture protection of the trenched pipelines of heating networks]. *Promyshlennaya energetika* [Industrial Power Engineering], 2017, no. 2, pp. 30–33.
6. Chicherin S.V., Lebedev V.M., Glukhov S.V. *Otsenka poter' ot ezhegodnykh planovykh ot-klyuchenii goryachego vodosnabzheniya v g. Omske* [Assessment of losses caused by annual routine domestic hot water interruptions: Omsk city]. *Energetik* [Energetik], 2017, no. 3, pp. 25–26.
7. Yufa A.I., Nosul'ko D.R. *Kompleksnaya optimizatsiya teplosnabzheniya* [Integrated heat supply optimization]. Kiev, Tekhnika Publ., 1988, 135 p.
8. Aringhieri R., Malucelli F. Optimal operations management and network planning of a district heating system with a combined heat and power plant. *Annals of Operations Research*, 2003, vol. 120, pp. 173–199.
9. Chow T.T., Chan A.L.S., Song C.L. Building mix optimisation in district cooling system implementation. *Applied Energy*, 2004, vol. 77, pp. 1–13.
10. Henning D. MODEST – an energy-system optimisation model applicable to local utilities and countries. *Energy*, 1997, vol. 22, no. 12, pp. 1135–1150.
11. Morley M.S., Atkinson R.M., Savic D.A., Walters G.A. GAnet: genetic algorithm platform for pipe network optimization. *Advances in Engineering Software*, 2001, vol. 32, pp. 467–475.
12. Valinčius M., Žutautaitė I., Rimkevičius S., Janulionis R., Bakas R. Integrated assessment of failure probability of the district heating network. *Reliability Engineering & System Safety*, 2015, vol. 133, pp. 314–322.

GLUKHOV SERGEY – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Heat Power Engineering Department, Omsk State Transport University, Russia, Omsk (svgluk@mail.ru).

CHICHERIN STANISLAV – Post-Graduate Student of Power Engineering Department, Omsk State Transport University, Russia, Omsk (man_csv@hotmail.com).

Ссылка на статью: Глухов С.В., Чичерин С.В. Методика оптимизации распределительной тепловой сети // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 13–22.

УДК 621.3.027.3:621.315.56

ББК 324:Л252

И.А. ГУЩИН

УЧЕТ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ КОМПОЗИТА В МОДЕЛИ РАСТЕКАНИЯ ТОКА МОЛНИИ

Ключевые слова: ток молнии, проводящий композиционный материал, сплошная анизотропно-проводящая среда, слоистая структура композита, схема замещения углепластика, разрушение композита, интеграл действия, молниезащита.

Рассмотрена модель растекания тока в слоистой структуре композита. Найдено решение системы уравнений численным методом. Проведен анализ растекания продольных и поперечных токов в зависимости от различных параметров. Учтена слоистая структура реального углепластика. На основе модели проведены расчеты радиуса и глубины разрушения проводящего материала током молнии. Рассмотрено влияние сильной анизотропии на энерговыделение в верхних слоях углепластика. Приведены достоинства данной модели при выборе необходимого конструкционного материала.

Исследование воздействия молнии на диэлектрические и проводящие композиционные материалы являются актуальными для повышения молниестойкости изделий из этих материалов, использующихся в современных летательных аппаратах [1, 2, 5–7].

В работах [3, 4] была рассмотрена аналитическая модель растекания тока молнии в анизотропно-проводящей среде типа углепластика. Эта модель позволяет не только анализировать процесс растекания тока и распределения энергии, но и прогнозировать степень разрушения такого материала. Однако более поздние стадии разрушения она не учитывает. В процессе растекания тока молнии происходит изменение состояния самого проводящего композита: меняются распределения тока во времени, происходит деструкция материала. Для понимания динамики разрушения необходим учет слоистой структуры в модели растекания токов. Это является целью настоящей работы.

При выводе уравнений для сплошной среды [3] осуществлялся предельный переход $\Delta r, \Delta z \rightarrow 0$. Стремление к нулю z означало пренебрежение слоистой структурой композита. Материал рассматривался как однородный с анизотропией проводящих свойств. При этом аналитические выражения для распределения плотностей тока достаточно наглядны и позволяют оценить области разрушений, однако анализ процесса разрушения весьма затруднен.

Для учета слоистой структуры при решении задачи с дискретной проводимостью использовался численный метод. Рассмотрена система уравнений для известной схемы замещения углепластика [7]. Число элементарных сопротивлений по радиусу в этой схеме замещения $\Delta R_r = \rho_r \cdot \Delta r / (2\pi r d)$ считалось конечным и равным N , а число элементарных поперечных сопротивлений $\Delta R_z = \rho_z \cdot d / (2\pi r \Delta r)$ в любом сечении $n = n_{\text{сл}} - 1$. Цепочка продольных сопротивлений начиналась от $r = r_{\text{кан}}$ и заканчивалась на торцах образца при $r = R$. Поперечные сопротивления под каналом равны $R_z = \rho_z \cdot d / (\pi r_{\text{кан}}^2)$. Здесь d – толщина слоя, $r_{\text{кан}}$ – радиус канала разряда молнии, $\Delta r, \Delta z \neq 0$. Использо-

лось решение методом контурных токов. Число уравнений в схеме замещения равно $n \cdot N$.

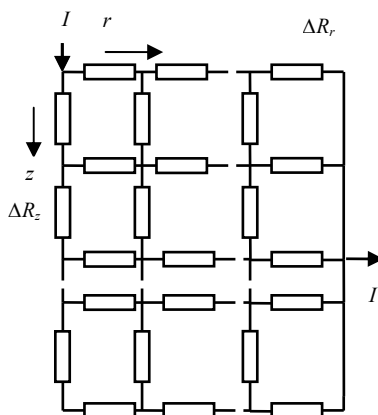


Рис. 1. Последовательно-параллельная схема замещения углепластика

В общем виде система уравнений, записанная в симметричной форме, имеет вид $\mathbf{MX} = \mathbf{G}$, где \mathbf{M} – симметричная относительно главной диагонали ленточная матрица коэффициентов (при числе слоев $n_{\text{сл}} \geq 2$ матрица является трех- и пятидиагональной, соответственно), \mathbf{X} – векторы неизвестных токов; \mathbf{G} – столбец свободных членов.

Система решалась численно методом Гаусса с выбором главного элемента в столбце, что сохраняло ленточную структуру матрицы в процессе преобразований. Из решения системы уравнений находилось распределение радиальной и поперечной плотностей тока j_r и j_z , по которым проводился анализ их растекания по слоистому образцу.

Распределение плотности тока от числа слоев зависит слабо, что объясняется сильной анизотропией проводящих свойств углепластика, а именно $\rho_z / \rho_r \gg 1$. На рис. 2 представлены распределения радиальной плотности тока по глубине (слоям) $j_r(z)$ при различных отношениях ρ_z / ρ_r и при радиусе $r = r_{\text{кан}}$. На рис. 3 даны распределения по радиусу $j_r(r)$ в верхнем слое при различных отношениях ρ_z / ρ_r .

Из анализа распределения радиальной плотности тока следует, что равномерное растекание тока по слоям достигается в диапазоне $\rho_z / \rho_r \ll 1$. Аналогичным образом исследовалась схема с расположением электродов с двух сторон углепластика соосно. Порядок составления системы линейных уравнений при этом не изменяется. При анализе растекания токов было найдено, что распределение токов симметрично относительно плоскости $z = d/2$. Расположение электродов влияет на характер распределения радиальной плотности тока, и наблюдается более быстрое убывание функции $j_r(r)$, чем при расположении электродов на одной стороне углепластика. При этом размер противоположного электрода не изменяет распределений плотностей токов. Это является следствием анизотропии углепластика, приводящей к более высокой проводимости в радиальном направлении $\rho_z / \rho_r \ll 1$.

Для практических расчетов при определении степени разрушения материала целесообразно ввести понятие эквивалентной глубины разрушения z_3 (подобно глубине проникновения электромагнитного излучения в проводящую среду). Она находится из равенства энергии W_i , выделяющейся в эквивалентном слое толщиной z_3 при максимальной плотности тока в первом слое и суммарной энергии, выделяющейся во всех слоях, по которым протекает неравномерно распределенный ток:

$$W(1) \cdot z_3 = W(i) \cdot d,$$

где $W(1) = (j_r^2(1) \rho_r + j_z^2(1) \rho_z) \cdot A/2$; $W(i) = (j_r^2(i) \rho_r + j_z^2(i) \rho_z) \cdot A/2$; A – интеграл действия тока.

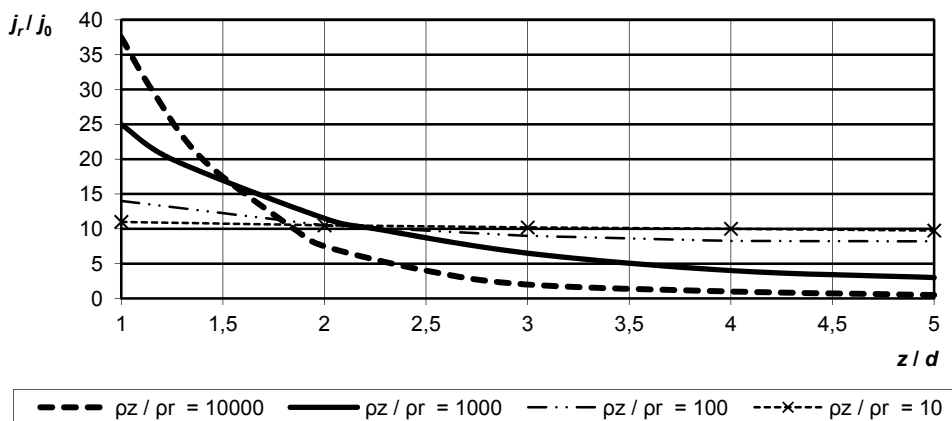


Рис. 2. Распределение j_r / j_0 по глубине z/d для $r = r_{\text{кан}}$ при различных отношениях ρ_z / ρ_r .

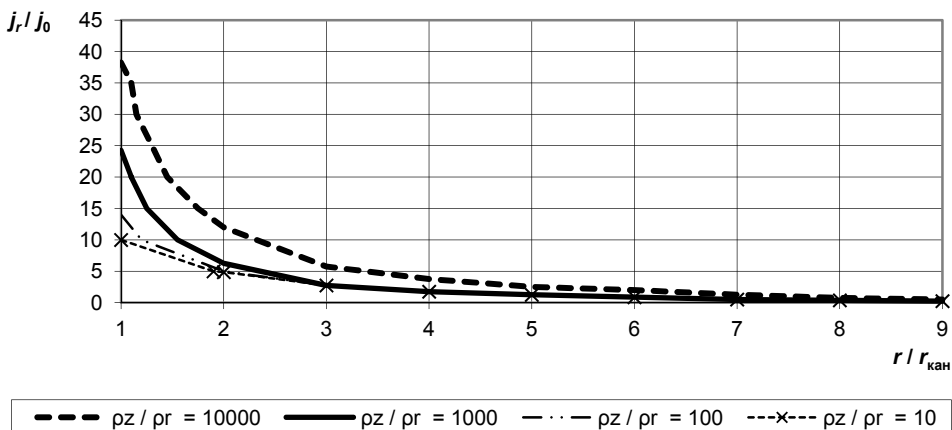


Рис. 3. Распределение j_r / j_0 по радиусу $r / r_{\text{кан}}$ в верхнем слое при различных отношениях ρ_z / ρ_r .

Отсюда глубина энерговыведения в относительных единицах

$$z_3 / d = \frac{\sum_{i=1}^n j_r^2(i) \rho_r + j_z^2(i) \rho_z}{j_r^2(1) \rho_r + j_z^2(1) \rho_z}.$$

Как показывают расчеты, на радиусе канала $r = r_{\text{кан}}$ при отношении $\rho_z / \rho_r \gg 10^4$ относительная глубина энерговыделения z_3 / d стремится к 1. Это означает, что при такой сильной анизотропии проводящего материала большая часть тока протекает по верхнему слою, не распространяясь по глубине. В этом слое происходит основное энерговыделение, приводящее к значительному разрушению верхних слоев.

На рис. 4–6 представлены результаты расчетов z_3 / d от радиуса r при различных отношениях ρ_z / ρ_r .

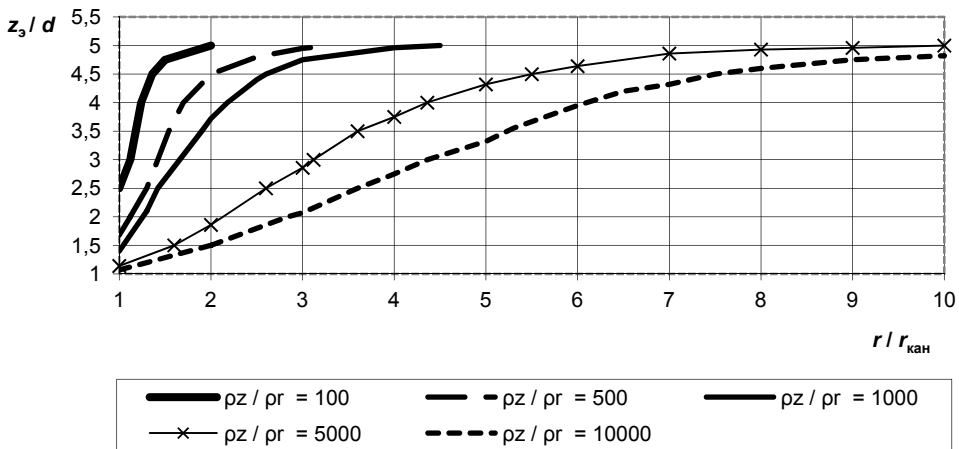


Рис. 4. Распределение по радиусу $r / r_{\text{кан}}$ относительной глубины энерговыделения z_3 / d при различных отношениях ρ_z / ρ_r .

Анализ численных расчетов z_3 от ρ_z / ρ_r при различных параметрах позволил найти общую аппроксимирующую функцию от трех параметров – относительного радиуса $r / r_{\text{кан}}$, числа слоев $n_{\text{сл}}$ и отношения ρ_z / ρ_r . При варьировании этих параметров в пределах $1 \leq r / r_{\text{кан}} \leq 3$, $4 \leq n_{\text{сл}} \leq 10$, $10^3 \leq \rho_z / \rho_r \leq 10^4$ аппроксимирующая функция имеет вид

$$z_3 / d = (a_1 \cdot r / r_{\text{кан}} + b_1)(a_2 n_{\text{сл}} + b_2) a_3 / \lg(\rho_z / \rho_r + b_3),$$

где $a_1 = 1,05$; $b_1 = 0,13$; $a_2 = 0,07$; $b_2 = 0,5$; $a_3 = 1,42$; $b_3 = -2,89$.

Из этих расчетов следует, что при увеличении радиуса величина z_3 увеличивается и стремится к $n_{\text{сл}} d$, т.е. распределение плотности тока по слоям стремится к равномерному. Для $\rho_z / \rho_r = 10^4$ в диапазоне значений $1 \leq r / r_{\text{кан}} \leq 3$ (рис. 5) величина z_3 не зависит от числа слоев и аппроксимирующая формула от параметра $r / r_{\text{кан}}$ представлена в виде

$$z_3(r / r_{\text{кан}}) = d / 2 \cdot ((r / r_{\text{кан}}) + 1).$$

При $r = r_{\text{кан}}$ аппроксимирующая функция

$$z_3(\rho_z / \rho_r) = ad / \lg(\rho_z / \rho_r + b),$$

где $a = 3,75$; $b_3 = -0,5$.

Относительный радиус, на котором плотность тока выравнивается по слоям, т.е. $z_3 = n_{\text{сл}} d$, может быть выражен следующим образом:

$$\rho_z / \rho_r = 10^3; r_{\text{экр}} / r_{\text{кан}} = n_{\text{сл}} - 1; \rho_z / \rho_r = 10^4; r_{\text{экр}} / r_{\text{кан}} = 2n_{\text{сл}} + 2.$$

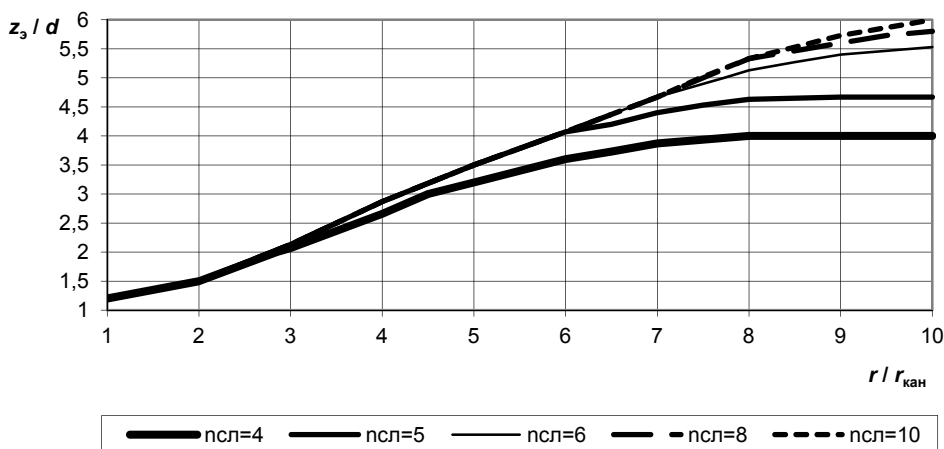


Рис. 5. Распределение по радиусу $r/r_{\text{кан}}$ относительной глубины энерговыделения z_3/d при $\rho_z/\rho_r = 10^4$ для различного числа слоев

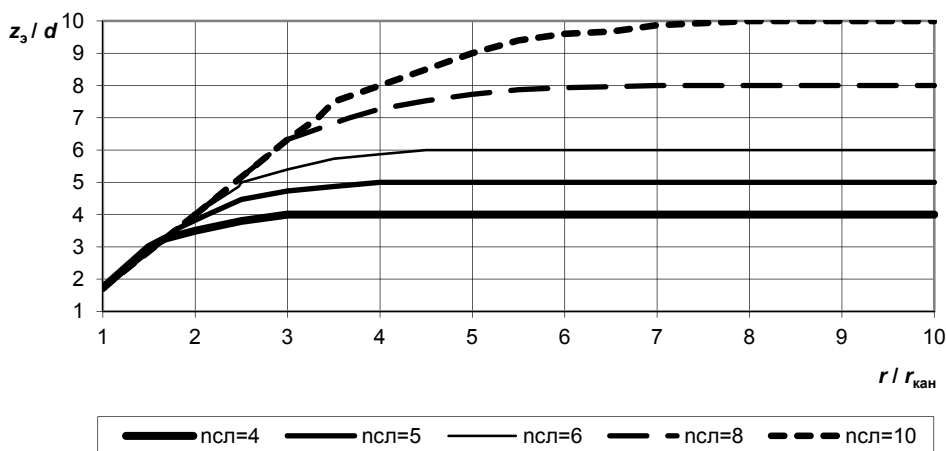


Рис. 6. Распределение по радиусу $r/r_{\text{кан}}$ относительной глубины энерговыделения z_3/d при $\rho_z/\rho_r = 10^3$ для различного числа слоев

Таким образом, для случая сильной анизотропии $\rho_z/\rho_r \gg 10^4$ можно считать, что энерговыделение вблизи канала происходит только в первом слое и имеет место послойное разрушение материала.

Предложенная модель растекания тока по проводящему композиционному материалу с учетом его слоистой структуры позволила получить аналитические выражения для характеристик разрушения (радиуса, глубины и интеграла действия разрушающего тока). Это делает возможным прогнозирование степени разрушения реального слоистого материала типа углепластика без проведения эксперимента и обоснованного выбора необходимого конструкционного материала.

Литература

1. Авруцкий В.А., Бизяев А.С., Гушчин И.А., Прохоров Е.Н., Сергиевская И.М. Оптимизация сеточной молниезащиты изделий из диэлектрических композиционных материалов // Электричество. 1992. № 1.
2. Авруцкий В.А., Бизяев А.С., Гушчин И.А., Прохоров Е.Н., Сергиевская И.М. Разрушение изделий из углепластика под действием токов молнии // Электричество. 1993. № 2.
3. Гушчин И.А. Аналитическая модель растекания тока молнии по проводящему композиционному материалу // Вестник Чувашского университета. 2016. № 3. С. 30–35.
4. Гушчин И.А. Критерий разрушения проводящего композиционного материала // Интеллектуальный и научный потенциал XXI века: сб. ст. Междунар. науч.-практ. конф.: в 6 ч. Казань, 2016. С. 68–70.
5. Avrootskij V., Bizyaev A., Gushchin I., Prokhorov E., Sergievskaya I., Sobolevskaya E. Lightning Protection of carbon fiber composites. Proc. of 21st Int. Conf. on Lightning Protection, Berlin, Sept. 21-25, 1992, pp. 271–273.
6. Krogh T., Bertelsen K., Madsen S. Infrared detection of thermal heat development of isotropic and anisotropic materials during impuls current testing. ICLP, 2010.
7. Kung J.T., Amason M.P. Electrical conductive characteristics of graphite composite structures. IEEE Int/ Symp/ EMC, Washington, 1977, pp. 403–408.

ГУШЧИН ИГОРЬ АРДАЛЬЕНОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры безопасности жизнедеятельности и инженерной экологии, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elpardo@gmail.com).

I. GUSHCHIN

LAMINAR STRUCTURE ACCOUNTING OF COMPOSITE
IN MODEL OF LIGHTNING CURRENT SPREADING

Key words: lightning current, conductive composite material, continuous anisotropic conducting medium, laminated structure of composite, equivalent circuit of carbon fiber, composite destruction, action integral, lightning protection.

The model of current spreading in the laminated structure of the composite is considered. The system of equations is solved by the numerical method. The analysis of spreading of longitudinal and transverse currents depending on various parameters is carried out. The laminated structure of real carbon fiber is taken into account. Calculations of radius and depth of destruction of the conducting medium by lightning current are carried out on the basis of model. The influence of strong anisotropy on the energy release in the upper layers of carbon fiber is considered. The advantages of this model are given when choosing the necessary structural material.

References

1. Avrutskii V.A., Bizyaev A.S., Gushchin I.A., Prokhorov E.N., Sergievskaya I.M. *Optimizatsiya setochnoi molniezashchity izdelii iz dielektricheskikh kompozitsionnykh materialov* [Optimization of grid lightning protection of products from dielectric composite materials]. *Elektrichestvo* [Electricity], 1992, no. 1.
2. Avrutskii V.A., Bizyaev A.S., Gushchin I.A., Prokhorov E.N., Sergievskaya I.M. *Razrusheniye izdelii iz ugleplastika pod deistviem tokov molnii* [Destruction of products from carbon fiber by the action of lightning currents]. *Elektrichestvo* [Electricity], 1993, no. 2.
3. Gushchin I.A. *Analiticheskaya model' rastekaniya toka molnii po provodyashchemu kompozitsionnomu materialu* [Analytical model of spreading of lightning current via conducting composite material]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 3, pp. 30–35.
4. Gushchin I.A. *Kriterii razrusheniya provodyashchego kompozitsionnogo materiala* [Criterion of destruction of conductive composite material]. *Intellektual'nyi i nauchnyi potentsial XXI veka:*

sb. st. Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.: v 6 ch. [Proc. of Int. Conf. «Intellectual and scientific potential of the XXI century». 6 parts]. Kazan, Aeterna Publ., 2016, part 4, pp. 68–70.

5. Avrootskij V., Bizyaev A., Guschin I., Prokhorov E., Sergievskaya I., Sobolevskaya E. Lightning Protection of carbon fiber composites. Proc. of 21st Int. Conf. on Lightning Protection, Berlin, Sept. 21-25, 1992, pp. 271–273.

6. Krogh T., Bertelsen K., Madsen S. Infrared detection of thermal heat development of isotropic and anisotropic materials during impuls current testing. ICLP, 2010.

7. Kung J.T., Amason M.P. Electrical conductive characteristics of graphitecomposite structures. IEEE Int/ Symp/ EMC, Washington, 1977, pp. 403–408.

GUSHCHIN IGOR – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor of Life Safety and Environmental Engineering Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (elpardo@gmail.com).

Ссылка на статью: *Гуцин И.А.* Учет слоистой структуры композита в модели растекания тока молнии // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 23–29.

УДК 621.311.019
ББК 3211

Н.М. ЕРМОЛАЕВА, Н.А. КОКОРЕВ, В.А. ЩЕДРИН
**АНАЛИЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ
СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ
С ТРАНСФОРМАТОРНЫМИ СВЯЗЯМИ**

Ключевые слова: система электроснабжения, автотрансформатор, вольтодобавочный трансформатор, схема замещения, оптимизация режима.

Функционирование современных распределительных электросетевых комплексов систем электроснабжения (СЭС) характеризуется высокой плотностью передаваемой электроэнергии (мощности) как в нормальных, так и в аварийных режимах. Постепенно формируются интеллектуальные распределительные сети, изменяющие существующую иерархическую структуру на сложно-разветвленную, когда крупные электростанции и мощные узлы нагрузок всё в большей мере сочетаются с множеством маломощных (альтернативных) источников энергии и нагрузок. Построение таких комплексов подразумевает внедрение нового и совершенствование эксплуатируемого силового оборудования, а также современных технологий передачи и распределения электроэнергии. Идёт интенсивная работа по созданию средств технологического управления режимами сетей путём использования специализированных коммуникационных, информационных, микропроцессорных устройств и комплексов релейной защиты и автоматизации, которые в перспективе станут центрами обработки информации и воздействия на силовые элементы. В статье рассматривается применение вольтодобавочного трансформатора (ВДТ) для регулирования напряжения и оптимизации режимов работы сложно-замкнутых сетей, построена его модель с автотрансформатором (АТ) для расчётов на ЭВМ и проиллюстрирована эффективность использования данного средства регулирования на примере конкретной системы электроснабжения.

Развитие распределительного электросетевого комплекса связано в первую очередь с решением задач обеспечения качества напряжения в узлах СЭС и оптимизации распределения потоков мощности по критерию минимума потерь мощности и затрат на производство и передачу электроэнергии (ЭЭ).

Отметим, что в нынешних рыночных условиях комплексная задача экономического распределения активных и реактивных мощностей в неоднородных замкнутых сетях не находит своего разрешения, что влечет за собой нерациональное распределение мощностей и рост потерь электроэнергии. Рост потерь связан с передачей значительных потоков реактивной мощности по сетям от источников и нарушением устойчивости энергосистем в виде лавины напряжения.

Стоимость ЭЭ и мощности на оптовом рынке определяется не только потерями мощности, но и степенью загрузки наиболее экономных электрических станций. Чтобы снизить потери ЭЭ и обеспечить оптимальное распределение активных и реактивных мощностей передаваемых по электрическим сетям разных уровней напряжений, надо осуществлять принудительное потоко-распределение в сложно-разветвленных неоднородных сетях. Следует отметить, что оптимизация требуется как в нормальных, так и в послеаварийных режимах, когда некоторые линии электропередач выводятся в ремонт и топология схемы меняется.

Зарубежный опыт [5,8–10] показывает, что проблемы отклонения и колебаний напряжения при изменениях нагрузки целесообразно решать не столько

расширением возможности работы агрегатов станций с переменной нагрузкой, сколько выравниванием её графиков. Последнее осуществляется эффективно при наличии мощных накопителей ЭЭ, причем этот вопрос особенно актуален при массовом внедрении альтернативных источников со случайными графиками нагрузки. Поэтому требуются более эффективные и достаточно простые методы управления потокораспределением в замкнутых неоднородных сетях.

Одним из простых и эффективных способов, позволяющих поддерживать оптимальные напряжения в узлах нагрузки и оптимизировать режимы работы неоднородных сетей, является применение ВДТ с продольно-поперечным регулированием коэффициента трансформации. Он применяется наряду с современными устройствами силовой электроники: FACTS (Flexible Alternative Current Transmission Systems) – гибкие системы передачи переменного тока; СТАТКОМ – статический компенсатор реактивной мощности; СКРМ – статические тиристорные компенсаторы реактивной мощности; ФПУ – фазоповоротное устройство и т.д. [1, 4].

В исследуемой системе ВДТ установлен в нейтраль автотрансформатора (рис. 1). Первичная обмотка ВДТ (обмотка возбуждения) питается от шин низшего напряжения подстанции и соединена в треугольник (Δ). Вторичная обмотка подключена со стороны общих нейтральных выводов АТ, соединена в звезду (Y) и снабжена ответвлениями для регулирования напряжения.

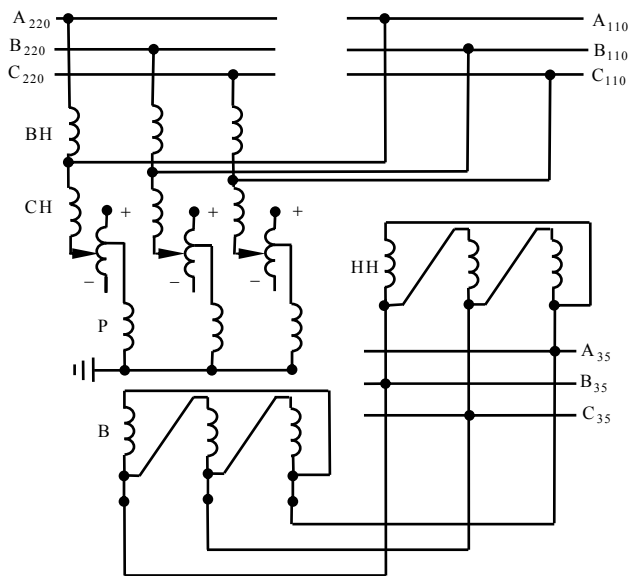


Рис. 1. Схема автотрансформатора с вольтодобавочным трансформатором в нейтрали

Однолинейная схема включения для одной фазы вольтодобавочного трансформатора в нейтраль автотрансформатора приведена на рис. 2. На этой схеме приняты следующие обозначения: U_{TB} , U_{TC} , U_{TH} – напряжения высшей, средней и низшей обмоток автотрансформатора без учёта регулирования напряжения; I_{TB} , I_{TC} , I_{TH} – токи высшей, средней и низшей обмоток автотрансформатора без учёта регулирования; $U_{B,p}$, $U_{C,p}$, $U_{H,p}$ – напряжения на выводах

высшей, средней и нижней обмоток автотрансформатора с учётом регулирования напряжения; I_P , U_P , Z_P – ток, напряжение и сопротивление обмотки регулирования вольтодобавочного трансформатора; $k_{T,B-H}$, $k_{T,B-C}$, $k_{T,C-H}$, $k_{ВДТ}$ – коэффициенты трансформации между обмотками АТР и коэффициент трансформации ВДТ; Z_{TB} , Z_{TC} , Z_{TH} – сопротивления высшей, средней и нижней обмоток автотрансформатора.

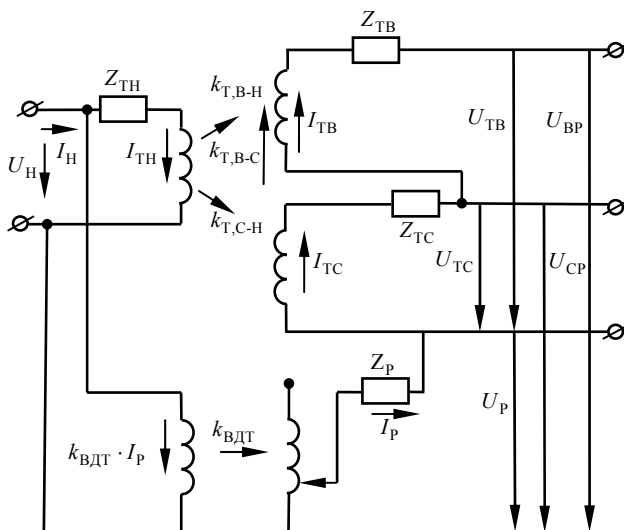


Рис. 2. Однолинейная схема АТ с ВДТ в нейтрали

В зависимости от подаваемого напряжения на обмотки возбуждения (В) ВДТ в обмотках регулирования (Р) может наводиться продольная, поперечная или продольно-поперечная ЭДС. Следует отметить, что $U_{TH} = U_{Hр}$.

При способе подачи напряжения к обмотке возбуждения, показанном на рис. 1 (на фазу А подаётся вектор напряжения $\underline{U}_{ВА}$ с обмотки низшего напряжения АТ, на фазу В – вектор напряжения $\underline{U}_{СВ}$, на фазу С – вектор напряжения $\underline{U}_{АС}$), имеет место продольно-поперечное регулирование напряжения, при котором добавочная ЭДС в обмотке высшего напряжения АТ сдвинута на $+120^\circ$ по отношению к основному напряжению.

Для анализа и расчёта режимов электрических систем и их оптимизации необходимо разработать эффективные модели исследования регулирующих устройств, которые можно использовать в различных ПВК.

С целью создания такой модели автотрансформатора с включённым в нейтраль ВДТ проанализируем схему рис. 2 и запишем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{B,P} = \underline{U}_{TB} + \underline{U}_P = & \left[k_{T,B-H} e^{-j30} (\underline{U}_{TH} - \underline{I}_{TH} \cdot \underline{Z}_{TH}) - \underline{I}_{TB} \cdot \underline{Z}_{TB} \right] + \\ & + \left[k_{ВДТ} e^{j90} \cdot \underline{U}_{TH} - \underline{I}_P \cdot \underline{Z}_P \right]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{C,P} = \underline{U}_{TC} + \underline{U}_P = & \left[k_{T,C-H} e^{-j30} (\underline{U}_{TH} - \underline{I}_{TH} \cdot \underline{Z}_{TH}) - \underline{I}_{TC} \cdot \underline{Z}_{TC} \right] + \\ & + \left[k_{ВДТ} e^{j90} \cdot \underline{U}_{TH} - \underline{I}_P \cdot \underline{Z}_P \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\underline{I}_{ТН} = k_{Т,В-Н} \cdot e^{j30} \cdot \underline{I}_{ТВ} + k_{Т,С-Н} \cdot e^{j30} \cdot \underline{I}_{ТС}; \quad (3)$$

$$\underline{I}_{Н,Р} = k_{Т,В-Н} \cdot e^{j30} \cdot \underline{I}_{ТВ} + k_{Т,С-Н} \cdot e^{j30} \cdot \underline{I}_{ТС} + k_{ВДТ} \cdot e^{-j90} (\underline{I}_{ТВ} + \underline{I}_{ТС}). \quad (4)$$

Следует отметить, что при записи этих уравнений учитывается переход векторов через автотрансформатор с соединением обмоток высшего и низшего напряжений Y/Δ -11 (при переходе с высшего напряжения на низшее вектор напряжений поворачивается на +30°).

На основе уравнений (1)-(4) и при приведении параметров модели к напряжению средней ступени получаем следующие выражения для напряжений обмоток высшего и низшего напряжений с учётом регулирования:

$$\underline{U}_{В,Р} = \underline{U}_C + \underline{I}_{ТС} \cdot \underline{Z}_{C3} - \underline{I}_{ТВ} \cdot \underline{Z}_{В3}; \quad (5)$$

$$\underline{U}_{Н,Р} = \underline{U}_C + \underline{I}_{ТС} \cdot \underline{Z}'_{C3} - \underline{I}_{ТН} \cdot \underline{Z}_{Н3}; \quad (6)$$

где
$$\underline{Z}_{C3} = \underline{Z}_{ТС} + \frac{k_{Т,С-Н} - k_{Т,В-Н}}{k_{Т,В-Н} + k_{ВДТ} e^{j120}} (k_{ВДТ} e^{j120} k_{Т,С-Н} \underline{Z}_{ТН} - \underline{Z}_P), \quad (7)$$

$$\underline{Z}'_{C3} = \underline{Z}_{ТС} + \frac{k_{Т,С-Н} - k_{Т,В-Н}}{k_{Т,В-Н} + k_{ВДТ} e^{-j120}} (k_{ВДТ} e^{-j120} k_{Т,С-Н} \underline{Z}_{ТН} - \underline{Z}_P). \quad (8)$$

$$\underline{Z}_{В3} = \left[\underline{Z}_{ТВ} + \frac{k_{Т,В-Н} - k_{Т,С-Н}}{k_{Т,С-Н} + k_{ВДТ} e^{j120}} \cdot (k_{ВДТ} e^{j120} k_{Т,В-Н} \underline{Z}_{ТН} - \underline{Z}_P) \right] \times \quad (9)$$

$$\times \frac{(k_{Т,С-Н} + k_{ВДТ} e^{j120}) \cdot (k_{Т,С-Н} + k_{ВДТ} e^{-j120})}{(k_{Т,В-Н} + k_{ВДТ} e^{j120}) \cdot (k_{Т,В-Н} + k_{ВДТ} e^{-j120})};$$

$$\underline{Z}_{Н3} = (k_{Т,В-Н} \cdot k_{Т,С-Н} \cdot \underline{Z}_{ТН} + \underline{Z}_P) \cdot \frac{k_{Т,С-Н} - k_{ВДТ} e^{-j120}}{k_{Т,В-Н} + k_{ВДТ} e^{-j120}} \cdot \frac{\underline{Z}_{C3}}{\underline{Z}'_{C3}}. \quad (10)$$

На основании выражений (5) и (6) составляется схема замещения АТ с ВДТ при продольно-поперечном регулировании напряжения. Из выражений (7) и (8) следует, что эквивалентные сопротивления средней обмотки \underline{Z}_{C3} и \underline{Z}'_{C3} имеют разные значения, поэтому в эквивалентную схему замещения АТ с ВДТ в нейтрали необходимо ввести активный элемент – ЭДС.

Таким образом, схема замещения имеет вид трёхлучевой звезды, изображённой на рис. 3.

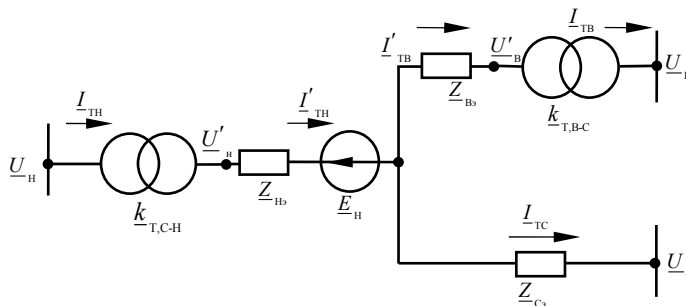


Рис. 3. Эквивалентная схема замещения автотрансформатора с ВДТ в нейтрали АТ

Параметры элементов этой схемы вычисляются по следующим выражениям:

$$\underline{E}_H = \left(\frac{Z_{C3} - Z'_{C3}}{Z'_{C3}} \right) (U_{Cp} - U'_{Hp}); \quad (11)$$

$$\underline{k}_{T,B-C} = \frac{U_{Bp}}{U'_{Bp}} = \frac{k_{T,B-H} + k_{ВДТ} e^{j120}}{k_{T,C-H} + k_{ВДТ} e^{j120}}; \quad (12)$$

$$\underline{k}_{T,C-H} = \frac{U_{Hp}}{U'_{Hp}} = \frac{1}{(k_{T,C-H} + k_{ВДТ} e^{j120}) e^{-j30}}. \quad (13)$$

Оптимизация потокораспределения в замкнутых сетях состоит в приведении естественного потокораспределения к экономическому, которому соответствует минимум потерь активной мощности [7]. Оптимизируемыми переменными при этом являются напряжения в узлах и коэффициенты трансформации. Изменение этих параметров приводит к изменению уравнивающих мощностей, обусловленных разностями напряжений узлов в замкнутых неоднородных сетях. Таким образом, осуществляется экономическое потокораспределение, соответствующее потокораспределению, которое имеет место в однородной сети при отсутствии уравнивающих мощностей.

Современные программно-вычислительные комплексы (ПВК) средств расчёта и анализа электрических систем позволяют осуществлять оптимизацию режимов работы сетей в реальном времени.

Для решения таких задач требуется проводить серии расчётов установившихся нормальных, утяжелённых режимов электрических систем. Для расчёта указанных режимов в данной статье используется программный комплекс «NADEGDA» [6], разработанный на кафедре «Электроснабжение промышленных предприятий» Чувашского государственного университета. Этот комплекс предназначен для расчета установившихся режимов, структуры потерь мощности и электроэнергии в сложно-замкнутых электрических системах [2, 3]. Комплекс программ корректирует исходные нагрузки в узлах схемы замещения, а именно: учитывает потери, зависящие от погодных условий (на корону, от токов утечки через изоляторы воздушных линий, расход электроэнергии на плавку гололеда), зарядные мощности ЛЭП напряжением 500-110 кВ и потери холостого хода трансформаторов.

По разработанной модели АТ с ВДТ (рис. 3) и полученным выражениям (7), (9)-(13) рассчитаны эквивалентные параметры схемы замещения.

Для выполнения расчетов по оптимизации режимов по минимуму суммарных потерь активной мощности используется фрагмент реальной электроэнергетической системы, в которой присутствуют два АТ с ВДТ с продольно-поперечным регулированием. Учет продольно-поперечного регулирования напряжения приводит к появлению в схеме замещения комплексных коэффициентов трансформации. Схема замещения была составлена без приведения параметров к одной ступени напряжения и содержит участки с номинальными напряжениями 220 и 110 кВ. Модель может быть применена и при расчете с приведением параметров к одной ступени.

Оптимизация режимов требует выполнения серии расчетов.

1. Расчёт естественного потокораспределения при заданных коэффициентах трансформации.

2. Расчёт экономического потокораспределения (все реактивные сопротивления схемы принимаются равными нулю).

3. Расчёт потокораспределения в исследуемой схеме с разомкнутыми в точках потокораздела контурами (учитываются активные и реактивные сопротивления) и определение оптимальных коэффициентов трансформации.

4. Расчёт потокораспределения в исходной схеме с оптимальными коэффициентами трансформации.

Расчеты проведены для заданных коэффициентов трансформации, желаемых и рекомендованных (ближайших из возможных к установке) по программе NADEGDA для характерных режимов.

В таблице приведены суммарные потери мощности в исследуемой сети.

Потери мощности в системе, МВА

| Режим | Коэффициенты трансформации | | |
|-------|----------------------------|----------------|-----------------|
| | заданный | желаемый | рекомендованный |
| № 1 | $6,58 + j33,3$ | $5,34 + j28,6$ | $5,62 + j28,9$ |
| № 2 | $15,4 + j58,6$ | $13,6 + j58,9$ | $15,0 + j60,8$ |

Анализ результатов показывает, что при рекомендованных коэффициентах трансформации произошло снижение суммарных активных потерь мощности в режиме № 1 на 14,6%, а в режиме № 2 – на 2,6%. Это свидетельствует, что применение вольтодобавочных трансформаторов с продольно-поперечным регулированием повышает экономичность работы неоднородных замкнутых сетей.

Литература

1. Бушуев В.В., Кучеров Ю.Н. Инновационное развитие электроэнергетики России // Электро. 2016. № 4. С. 2–5.
2. Ермолаева Н.М., Злобина И.Г., Ковалев В.Г., Кокорев Н.А., Осипенко Г.А. Применение программного вычислительного комплекса к расчёту и анализу основных и утяжелённых режимов энергосистем // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. Вып. X. С. 41–50.
3. Ермолаева Н.М., Кокорев Н.А., Осипенко Г.А., Щедрин В.А. Повышение надёжности и эффективности энергосистемы Чувашской Республики // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. Вып. X. С. 51–59.
4. Коцеев Л.А., Шлайфштейн В.А. Об эффективности применения управляющих устройств в электрической сети // Электрические станции. 2005. № 12. С. 30–38.
5. Куро Ж. Современные технологии повышения качества электроэнергии при её передаче и распределении // Новости электротехники. 2005. № 1. С. 11–23.
6. Свидетельство № 2010614486 РФ. Программа расчёта установившихся режимов, структуры потерь мощности и электроэнергии в сложно-замкнутых электрических системах «NADEGDA» / Ермолаева Н.М., Щедрин В.А.; зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 08.07.2010.
7. Холмский В.Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей. М.: Высш. шк, 1975. 280 с.
8. Schwarz J. Recent developments in the European interconnected power system. *Electra*, 2001, no. 197, Aug.

9. *Seitlinger W.* Phase Shifting Transformers Discussion of Specific Characteristics. *CIGRE*, 1998, no. 12, p. 306.

10. *Sweeney R., O'Donoghue P., Gaffney P., Stewart G.* The specification and control of the phase shifting transformers for the enhanced interconnection between Northern Ireland and the Republic of Ireland. *CIGRE*, 2002, pp. 14–118.

ЕРМОЛАЕВА НАДЕЖДА МИХАЙЛОВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (n.m.ermolaeva@mail.ru).

КОКОРЕВ НИКОЛАЙ АЛЕКСЕЕВИЧ – доцент кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (kokorev1952@yandex.ru).

ЩЕДРИН ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ – кандидат технических наук, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (chedrin@chuvsu.ru).

N. ERMOLAEVA, N. KOKOREV, V. SHCHEDRIN
ANALYSIS AND OPTIMIZATION OF OPERATING MODES
OF POWER SUPPLY SYSTEMS TRANSFORMER CONNECTIONS

Key words: power supply system, autotransformer, booster transformer, equivalent circuit, optimization of regime.

The functioning of modern distribution grid complexes of power supply systems (PSS) is characterized by high density of the transmitted power both in normal and emergency modes. Smart grids are formed gradually. They change the existing hierarchical structure into the complex and branched one, when large power plants and powerful nodes of the loads are increasingly combined with a variety of low-power (alternative) energy sources and loads. The construction of these complexes means the implementation of a new equipment and improvement of power equipment being operated as well as modern technologies of power transmission and distribution. There is an intensive work to create means of technological controlling the modes of networks through the use of specialized communication, information, microprocessor devices and systems of relay protection and automation, which will become centers of information and power elements in prospect. The article discusses the use of booster transformer (BT) to regulate voltage and to optimize operation modes of hard-closed networks, its model having been constructed with an autotransformer (AT) for calculations on a computer, and the efficiency of this means of regulation is illustrated by an example of a particular supply system.

References

1. Bushuyev V.V., Kucherov Yu.N. *Innovatsionnoye razvitiye elektroenergetiki Rossii* [Innovative development of power generating industry of Russia]. *Elektro* [Elektro], 2016, no. 4, pp. 2–5.

2. Ermolayeva N.M., Zlobina I.G., Kovalev V.G., Kokorev N.A., Osipenko G.A. *Primeneniye programmnoy vychislitel'noy kompleksa k raschetu i analizu osnovnykh i utyazhelennykh re-zhimov energosistem* [Application of software computing complex to the calculation and analysis of the basic and weighted modes of power systems]. *Regionalnaya energetika i elektrotehnika: problemy i resheniya: sb. nauch. tr.* [Regional power engineering and electrical engineering: problems and decisions: collected papers, issue 10]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2014, pp. 41–50.

3. Ermolayeva N.M., Kokorev N.A., Osipenko G.A., Shchedrin V.A. *Povysheniye nadezhnosti i effektivnosti energosistemy Chuvashskoy Respubliki* [Increasing the reliability and energy efficiency of the power system of Chuvash Republic]. *Regionalnaya energetika i elektrotehnika: problemy i resheniya: sb. nauch. tr.* [Regional power engineering and electrical engineering: problems and decisions: collected papers, issue 10]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2014, pp. 51–59.

4. Koshcheyev L.A., Shlayfshteyn V.A. *Ob effektivnosti primeneniya upravlyayushchikh ustroystv v elektricheskoy seti* [About the effectiveness of applying control devices in electric networks]. *Elektricheskkiye stantsii* [Electrical stations], 2005, no. 12, pp. 30–38.
5. Kuro Zh. *Sovremennyye tekhnologii povysheniya kachestva elektroenergii pri eye peregade i rasiredelenii* [Modern technology of improving the quality of electric energy during its transmission and distribution]. *Novosti elektrotekhniki* [News in power generating industry], 2005, no. 1, pp. 11–23.
6. *Svidetelstvo № 2010614486 RF. Programma rascheta ustanovivshikhsya rezhimov, struktury poter moshchnosti i elektroenergii v slozhno-zamknutykh elektricheskikh sistemakh «NADEG-DA»* [Certificate No. 2010614486 of the Russian Federation. The program of calculation of the established modes, structure of power losses and electrical energy losses in hard-closed electrical systems "NADEGDA"] *Ermolaeva N.M., Shchedrin V.A.; zaregistrirvano v reyestre programm dlya EVM* [Ermolaeva N. M. Shchedrin V. A.; registered in the register of computer programs]. 08.07.2010.
7. Kholmkiy V.G. *Raschet i optimizatsiya rezhimov elektricheskikh setey* [Calculation and optimization of modes of electrical networks. Textbook for high schools] Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1975, 280 p.
8. Schwarz J. Recent developments in the European interconnected power system. *Electra*, 2001, no. 197, Aug.
9. Seitlinger W. Phase Shifting Transformers Discussion of Specific Characteristics. *CIGRE*, 1998, no. 12, p. 306.
10. Sweeney R., O'Donoghue P., Gaffney P., Stewart G. The specification and control of the phase shifting transformers for the enhanced interconnection between Northern Ireland and the Republic of Ireland. *CIGRE*, 2002, pp. 14–118.

ERMOLAEVA NADEZHDA – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Power Industry named after A.A. Fedorov, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (n.m.ermolaeva@mail.ru).

KOKOREV NIKOLAY – Associate Professor, Department of Power Industry named after A.A. Fedorov, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (kokorev1952@yandex.ru).

SHCHEDRIN VLADIMIR – Candidate of Technical Sciences, Professor, Department of Power Industry named after A.A. Fedorov, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (chedrin@chuvsu.ru).

Ссылка на статью: Ермолаева Н.М., Кокорев Н.А., Щедрин В.А. Анализ и оптимизация режимов работы систем электроснабжения с трансформаторными связями // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 30–37.

УДК 621.318.3
ББК 3264.36–052

Ю.М. ЗАЙЦЕВ, А.В. МИХАЙЛОВ, Н.В. РУССОВА, Г.П. СВИНЦОВ

МЕТОДИКА ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ФОРСИРОВАННЫХ ЧЕТЫРЕХОБМОТОЧНЫХ П-ОБРАЗНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТОВ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ В СХЕМЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ ОБМОТОК

Ключевые слова: форсировка, синтез, приводной электромагнит, условия срабатывания, возврата, нагрева, низко- и высокоомные обмотки, основные соизмерности.

Предложена методика параметрического синтеза симметричного форсированного П-образного электромагнита с последовательно включаемыми парами низко- и высокоомных обмоток. Проектирование ведется по статическим условиям срабатывания, возврата электромагнитного привода и его нагрева при самых неблагоприятных сочетаниях факторов. Задача решается при предварительно выбранных относительных основных размерах электромагнита и сводится к определению диаметра сердечников. Предложенная методика позволяет однозначно определить геометрические соизмерности и параметры электромагнита. Приведенный пример иллюстрирует алгоритм расчета, упрощает анализ влияния исходных данных проектирования на показатели его качества. Результаты расчета поддаются их физическому толкованию и свидетельствуют о достоверности разработанной методики. Она рекомендуется к использованию для выполнения проектных работ в инженерной практике.

Форсированное управление приводными электромагнитами [4, 6 и др.] позволяет существенно уменьшить: их массогабаритные показатели; потребляемую мощность в режиме удержания подвижной системы (якоря) в притянутом к полюсным наконечникам положении; время срабатывания и возврата.

Широкое применение в качестве приводов коммутационных аппаратов¹ [7, 8 и др.] получили симметричные П-образные двухкатушечные электромагниты постоянного напряжения (рис. 1). Сердечник 1 крепится к ярму 2 развальцовкой либо винтом. На каркас 3 катушки намотаны низкоомная обмотка (НО1), затем высокоомная (ВО1). Первая из них выполняется относительно маловитковой ($N_{но}$) с большим диаметром обмоточного провода. Обмотки электромагнита соединены (рис. 2) последовательно и согласно в магнитном отношении.

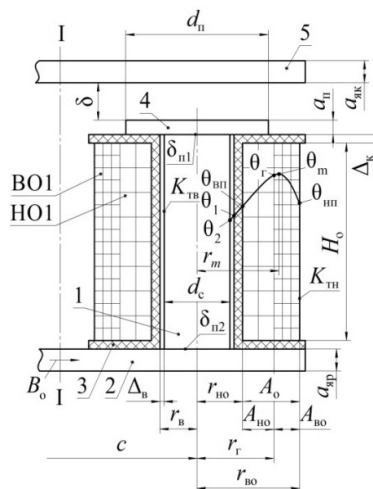


Рис. 1. Фрагмент магнитной системы П-образного двухкатушечного электромагнита:
1 – цилиндрический сердечник; 2 – ярмо;
3 – пластмассовый каркас катушки;
НО1 – низкоомная обмотка;
ВО1 – высокоомная обмотка;
4 – круглый полюсный наконечник; 5 – якорь

¹ Каталог «Контакты» / ЗАО «ЧЭАЗ». Чебоксары, 2008; Коммутационные аппараты – контакты и контактные сборки // Каталог Siemens LV1 03, 2010.

Результаты синтеза форсированных электромагнитов зависят от схемы управления [5, 10, 11], конфигурации магнитной системы [7, 8, 10], основных соизмерностей в ней и уравнений проектирования.

Ниже кратко изложена методика синтеза электромагнитной системы (рис. 1), управляемой в соответствии со схемой, изображенной на рис. 2. В качестве уравнений проектирования, как и ранее [6, 10], использовались условия срабатывания (1), возврата (2) и нагрева (3), записанные в данном случае в виде

$$F_{cp} = \frac{U_{cp}}{2R_{HO,\Gamma}} \cdot 2N_{HO} = \frac{K_{Umin}}{K_{Ucp}} \cdot \frac{U_H}{R_{HO,\Gamma}} \cdot N_{HO}; \quad (1)$$

$$F_B = \frac{U_B \cdot 2(N_{HO} + N_{BO})}{2(R_{HO,x} + R_{BO,x})} = \frac{K_{отп} K_{Uотп} U_H N_{HO} \left(1 + \frac{N_{BO}}{N_{HO}}\right)}{R_{HO,x} \left(1 + \frac{R_{BO,x}}{R_{HO,x}}\right)}; \quad (2)$$

$$\theta_m = T_0 + \frac{q_{BO}}{2\lambda_{BO}} \left(\frac{r_{BO}^2 - r_m^2}{2} - r_m^2 \cdot \ln \left(\frac{r_{BO}}{r_m} \right) \right) + \frac{q_{BO}(r_{BO}^2 - r_m^2)}{2K_{TH} r_{BO}}, \quad (3)$$

где

$$r_m = \left(\frac{\frac{r_{BO} - r_{\Gamma}^2}{2} + r_{\Gamma}^2 \frac{\lambda_{BO}}{\lambda_{HO}} \left[\left(1 - \frac{q_{HO}}{q_{BO}}\right) \cdot \ln \left(\frac{r_{\Gamma}}{r_{HO}} \right) + \frac{q_{HO}}{2q_{BO}} \left(1 - \frac{r_{HO}^2}{r_{\Gamma}^2}\right) \right]}{\ln \left(\frac{r_{BO}}{r_{\Gamma}} \right) + \frac{\lambda_{BO}}{\lambda_{HO}} \cdot \ln \left(\frac{r_{\Gamma}}{r_{HO}} \right) + \frac{\lambda_{BO}}{r_{BO} K_{TH}} + \beta} + \frac{r_{\Gamma}^2 \left[1 - \frac{q_{HO}}{q_{BO}} \left(1 - \frac{r_{HO}^2}{r_{\Gamma}^2}\right) \right] \beta + \frac{\lambda_{BO} r_{BO}}{K_{TH}}}{\ln \left(\frac{r_{BO}}{r_{\Gamma}} \right) + \frac{\lambda_{BO}}{\lambda_{HO}} \cdot \ln \left(\frac{r_{\Gamma}}{r_{HO}} \right) + \frac{\lambda_{BO}}{r_{BO} K_{TH}} + \beta} \right)^{1/2},$$

$$\beta = \frac{\lambda_{BO}}{\lambda_K} \cdot \ln \left(1 + \frac{\Delta_K}{\Delta_B + r_c} \right) + \frac{\lambda_{BO}}{\lambda_B} \cdot \ln \left(1 + \frac{\Delta_B}{r_c} \right) + \frac{\lambda_{BO}}{r_c K_{TB}},$$

$$\theta_{HP} = \theta_m - \frac{q_{BO}}{2\lambda_{BO}} \left(\frac{r_{BO}^2 - r_m^2}{2} - r_m^2 \cdot \ln \left(\frac{r_{BO}}{r_m} \right) \right),$$

$$\theta_{BP} = \theta_{\Gamma} - \frac{1}{2\lambda_{HO}} \left\{ [q_{HO} r_{\Gamma}^2 + q_{BO}(r_m^2 - r_{\Gamma}^2)] \cdot \ln \left(\frac{r_{\Gamma}}{r_{HO}} \right) - \frac{q_{HO}}{2} (r_{\Gamma}^2 - r_{HO}^2) \right\},$$

$$\theta_1 = \theta_{BP} - \frac{1}{2\lambda_K} [q_{HO}(r_{\Gamma}^2 - r_{HO}^2) + q_{BO}(r_m^2 - r_{\Gamma}^2)] \cdot \ln \left(1 + \frac{\Delta_K}{r_B} \right),$$

$$\theta_2 = \theta_1 - \frac{1}{2\lambda_B} [q_{HO}(r_{\Gamma}^2 - r_{HO}^2) + q_{BO}(r_m^2 - r_{\Gamma}^2)] \cdot \ln \left(1 + \frac{\Delta_B}{r_c} \right).$$

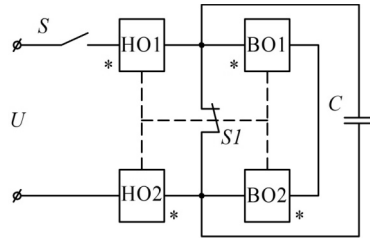


Рис. 2. Схема форсированного управления электромагнитом коммутационного аппарата:
 S1 – форсировочный контакт, механически связанный с якорем электромагнита;
 S – внешний контакт управления контактором;
 C – шунтирующий конденсатор

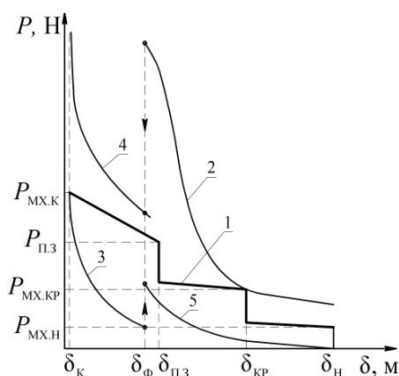


Рис. 3. Механическая (1) и тяговые характеристики приводного электромагнита:
 2 – при МДС срабатывания;
 3 – при МДС и напряжении возврата;
 4 – при напряжении срабатывания;
 5 – при напряжении возврата

температуре T_0 окружающей среды и среднеобъемной их температуре ($\theta_{v,но}$) в нагретом состоянии; $R_{во,х}$ – сопротивление холодных высокоомных обмоток при температуре T_0 ; $\theta_{нп}$, θ_m – температура [1] наружной поверхности высокоомных обмоток, максимальная температура нагрева катушек в толще высокоомных обмоток, θ_r – температура на границе раздела низкоомных и высокоомных обмоток, $\theta_{вп}$ – температура на поверхности соприкосновения низкоомной обмотки с каркасом катушки; $q_{но}$, $q_{во}$ – мощности тепловых потерь в низкоомных и высокоомных обмотках, отнесенные к их геометрическим объемам; $\lambda_{но}$, $\lambda_{во}$, λ_k , λ_b – коэффициенты теплопроводности замещающего тела [1, 9] низкоомных и высокоомных обмоток, материала каркаса катушек, воздушного промежутка (Δ_b) между ними и сердечниками, соответственно; $K_{тн}$, $K_{тв}$ – коэффициенты теплопередачи с наружных поверхностей высокоомных обмоток и с внутренних поверхностей низкоомных обмоток, соответственно.

Преобразовав совместно выражения (1) и (2), получим уравнение для определения кратности $n = \frac{N_{во}}{N_{но}}$:

$$an^2 - bn + c = 0, \quad (4)$$

где $a = \frac{l_{во}}{l_{но}} \cdot \frac{A_{но}}{A_{во}} \cdot \frac{K_{з,но}}{K_{з,во}}$; $b = \frac{K_{max}}{K_b} \cdot K \cdot \frac{\rho_{но,г}}{\rho_x}$; $c = 1 - b$;

$l_{во} = \pi d_c (1 + 2\Delta_{в*} + 2\Delta_* + A_* (1 + A_{но*}))$, $l_{но} = \pi d_c (1 + 2\Delta_{в*} + 2\Delta_* + A_* A_{но*})$ – средние длины витков высокоомных и низкоомных обмоток;

$$\Delta_{в*} = \frac{\Delta_b}{d_c}; \quad \Delta_* = \frac{\Delta_k}{d_c}; \quad A_* = \frac{A_0}{d_c}; \quad A_{но*} = \frac{A_{но}}{A_0};$$

$\frac{A_{но}}{A_{во}} = \frac{A_{но*}}{1 - A_{но*}}$; $K_{з,но}$, $K_{з,во}$ – коэффициенты заполнения окон низкоомной и высокоомной обмоток;

Здесь обозначено: $F_{ср}$, F_b – значения магнитодвижущих сил срабатывания и возврата (рис. 3) электромагнита; U_n , $U_{ср}$, U_b – номинальное напряжение источника питания, напряжения срабатывания и возврата электромагнита соответственно; K_{Umin} – отношение минимального значения напряжения источника питания к номинальному; $K_{Uср}$, $K_{Uотп}$ – коэффициенты запаса по напряжению срабатывания и возврата; $K_{отп}$ – отношение напряжения отпадения (возврата) якоря к номинальному напряжению источника питания; $R_{но,х}$, $R_{но,г}$ – сопротивления холодных низкоомных обмоток при

$K_{max} = K_{Ucp} \cdot \frac{K_{Umax}}{K_{Umin}}$; $K = K_{отп} \cdot \frac{K_{Uотп}}{K_{Umax}}$; $K_B = \frac{F_B}{F_{cp}}$ – коэффициент возврата;

$\rho_{но.г} = 1,62 \cdot 10^{-8} (1 + 0,0043 \cdot \theta_{v.но})$ – удельное электрическое сопротивление обмоточной меди нагретой низкоомной обмотки;

$$\theta_{v.но} = \frac{A_{\pi}(r_{\Gamma}^2 + r_{\Gamma}r_{но} + r_{но}^2)}{3} + \frac{B_{\pi}(r_{\Gamma} + r_{но})}{2} + C_{\pi};$$

$$A_{\pi} = -\frac{1}{r_m - r_{но}} \left[\frac{\theta_{\Gamma} - \theta_{вп}}{r_{\Gamma} - r_{но}} - \frac{\theta_m - \theta_{\Gamma}}{r_m - r_{\Gamma}} \right],$$

$$B_{\pi} = \frac{\theta_{\Gamma} - \theta_{вп}}{r_{\Gamma} - r_{но}} - A_{\pi}(r_{\Gamma} + r_{но}),$$

$$C_{\pi} = \theta_{вп} - A_{\pi}r_{но}^2 - B_{\pi}r_{но}.$$

Мощность, потребляемая электромагнитом в режиме удержания ($P_{уд}$):

$$P_{уд} = \frac{U_{max}^2}{2(R_{но.г} + R_{во.г})}, \quad (5)$$

где $R_{во.г}$ – сопротивление высокоомной обмотки в ее нагретом состоянии.

Выражение (5) очевидным образом может быть представлено в виде

$$P_{уд} = \frac{P_{\pi}}{1 + \frac{R_{во.г}}{R_{но.г}}}, \quad (6)$$

где $P_{\pi} = \frac{(K_{Umax}U_H)^2}{2R_{но}}$ – мощность потребляемая электромагнитом при замкну-

том состоянии форсировочного контакта (рис. 2).

Преобразуем выражение (6):

$$P_{\pi} = \left(\frac{U_H}{2R_{но.г}} \cdot 2N_{но} \right)^2 \cdot \frac{2R_{но.г}}{(2N_{но})^2} K_{Umax}^2 = (K_{max}F_{cp})^2 \frac{\rho_{но.г}l_{но}}{2H_0A_{но}K_{3.но}};$$

$$1 + \frac{R_{во.г}}{R_{но.г}} = 1 + \frac{\frac{\rho_{во.г}l_{во}N_{во}^2}{H_0A_{во}K_{3.во}}}{\frac{\rho_{но.г}l_{но}N_{но}^2}{H_0A_{но}K_{3.но}}} = 1 + an^2 \frac{\rho_{во.г}}{\rho_{но.г}};$$

$$\rho_{во.г} = 1,62 \cdot 10^{-8} (1 + 0,0043 \cdot \theta_{v.во});$$

$$\theta_{v.во} = \frac{A_y(r_{во}^2 + r_{во}r_{\Gamma} + r_{\Gamma}^2)}{3} + \frac{B_y(r_{во} + r_{\Gamma})}{2} + C_y;$$

$$A_y = -\frac{1}{r_{во} - r_{\Gamma}} \left(\frac{\theta_m - \theta_{\Gamma}}{r_m - r_{\Gamma}} - \frac{\theta_{нп} - \theta_m}{r_{во} - r_m} \right);$$

$$B_y = \frac{\theta_m - \theta_{\Gamma}}{r_m - r_{\Gamma}} - A_y(r_m + r_{\Gamma});$$

$$C_y = \theta_{нп} - A_yr_{во}^2 - B_yr_{во}.$$

Таким образом, можно записать:

$$P_{уд} = \frac{\pi}{2} (K_{max} F_{cp})^2 \cdot \frac{\rho_{но.г}}{d_c} \cdot \frac{(1 + 2\Delta_{в*} + 2\Delta_* + A_* A_{но*})}{H_* A_* A_{но} K_{3,но} \left(1 + an^2 \frac{\rho_{во.г}}{\rho_{но.г}}\right)}. \quad (7)$$

Мощность, потребляемая одной катушкой ($P_{уд.0}$) электромагнита, с одной стороны, составит

$$P_{уд.0} = 0,5 P_{уд}. \quad (8)$$

С другой стороны,

$$P_{уд.0} = q_{во} V_{во} + q_{но} V_{но}, \quad (9)$$

где $q_{во} V_{во} = \frac{U_{max}^2 \cdot R_{во.г}}{(2(R_{но.г} + R_{во.г}))^2}$; $q_{но} V_{но} = \frac{U_{max}^2 \cdot R_{но.г}}{(2(R_{но.г} + R_{во.г}))^2}$.

Следовательно,

$$q_{во} V_{во} = \frac{(K_{Umax} U_H)^2 \frac{R_{во.г}}{R_{но.г}}}{4R_{но.г} \left(1 + \frac{R_{во.г}}{R_{но.г}}\right)^2} = 0,5 P_{II} \frac{an^2 \frac{\rho_{во.г}}{\rho_{но.г}}}{\left(1 + an^2 \frac{\rho_{во.г}}{\rho_{но.г}}\right)^2};$$

$$q_{но} V_{но} = \frac{(K_{Umax} U_H)^2}{4R_{но.г} \left(1 + \frac{R_{во.г}}{R_{но.г}}\right)^2} = 0,5 P_{II} \frac{1}{\left(1 + an^2 \frac{\rho_{во.г}}{\rho_{но.г}}\right)^2}.$$

На основании двух последних выражений получим:

$$\frac{q_{но}}{q_{во}} = \frac{V_{во}/V_{но}}{an^2 \frac{\rho_{во.г}}{\rho_{но.г}}}, \quad (10)$$

где $\frac{V_{во}}{V_{но}} = \frac{1 - A_{но*}}{A_{но*}} \left(1 + \frac{A_*}{1 + 2\Delta_{в*} + 2\Delta_* + A_* A_{но*}}\right)$;

$$V_{во} = \pi d_c^3 H_* A_* (1 - A_{но*}) (1 + 2\Delta_{в*} + 2\Delta_* + A_* (1 + A_{но*}));$$

$V_{но} = \pi d_c^3 H_* A_* A_{но*} (1 + 2\Delta_{в*} + 2\Delta_* + A_* A_{но*})$ – геометрические объемы высокоомных и низкоомных обмоток, соответственно.

Расчет МДС срабатывания (F_{cp}) производится на основе экспериментальной нагрузочной характеристики [2, 7, 10], описанной в параметрической форме:

$$\begin{cases} P_{эм} = P_* P_{баз}; \\ F = F_* F_{баз}, \end{cases} \quad (11)$$

$$\quad (12)$$

где $P_* = P_*(H_*, A_*, d_*, C_*, A_{но*}, \delta_{кр}, B_0)$; $P_{баз} = B_0^2 \frac{\pi d_c^2}{4\mu_0}$;

$$F_* = F_*(H_*, A_*, d_*, C_*, A_{но*}, \delta_{кр}, B_0); F_{баз} = \frac{B_0 d_c}{\mu_0};$$

H_* , A_* , d_* , C_* , $A_{но*}$, $\delta_{кр}$ – относительные геометрические размеры магнитной системы (рис. 1, рис. 3); B_0 – усредненная магнитная индукция по поперечному сечению яра, расположенному в поперечной плоскости I-I симметрии (рис. 1) магнитной системы приводного электромагнита.

Показано [2], что линейность клапанной магнитной системы, ферромагнитные элементы которой изготовлены из стали марки 10895, сохраняются при $B_0 < 1,11$ Тл.

Граничное значение $P_{эм.гр}$ электромагнитного усилия, соответствующее $B_{0,гр} \approx 1,1$ Тл, определяется по выражению (11)

$$P_{эм.гр} = P_*(B_{0,гр})B_{0,гр}^2 \frac{\pi d_c^2}{4\mu_0}.$$

Таким образом, если

$$P_{мх.кр} < P_{эм.гр},$$

то магнитная система линейна и [9]

$$P_{эм} = P_{мх.кр} = P_*(B_{0,гр})B_0^2 \frac{\pi d_c^2}{4\mu_0}, \quad (13)$$

в противном случае

$$P_{эм} = P_{мх.кр} = P_*(B_0)B_0^2 \frac{\pi d_c^2}{4\mu_0}. \quad (14)$$

На основании (13) и (12) получим

$$B_{0,ср} = \frac{2}{d_c} \sqrt{\frac{\mu_0 P_{мх.кр}}{\pi P_*(B_{0,гр})}},$$

$$F_{ср} = F_*(B_{0,гр}) \cdot B_{0,ср} \frac{d_c}{\mu_0}.$$

На основании (14) $B_{0,ср}$ находится одним из методов численного решения нелинейного уравнения. Согласно выражению (12) получим

$$F_{ср} = F_*(B_{0,ср}) \cdot B_{0,ср} \frac{d_c}{\mu_0}.$$

Расчет МДС отпущения (возврата) (F_v) производится на основе допущений: при притянutom положении якоря можно пренебречь потоками рассеяния и выпучивания в магнитной системе. Следовательно,

$$P_{мх.к} = \frac{(B_{\delta})_{отп}^2 \cdot S_{\pi}}{\mu_0}, \quad (15)$$

где $(B_{\delta})_{отп}$ – магнитная индукция в рабочих воздушных зазорах при отпущении (возврате) якоря (рис. 3); $S_{\pi} = \frac{\pi d_{\pi}^2}{4}$ – площадь поперечного сечения полюсных наконечников.

Магнитный поток в поперечных сечениях (рис. 1) якоря, ярма, сердечников, в паразитных зазорах $\delta_{\pi 1}$, $\delta_{\pi 2}$, (S_c) определяется выражением

$$(B_0)_{отп} S_c = (B_{\delta})_{отп} S_{\pi}. \quad (16)$$

На основании выражений (15) и (16) получим

$$(B_{\delta})_{отп} = \sqrt{\frac{2\mu_0 P_{мх.к}}{\pi d_* d_c}}; \quad (B_0)_{отп} = (B_{\delta})_{отп} d_*^2.$$

В соответствии с кривой намагничивания стали рассчитываются напряженности [5, 6] магнитного поля и падений магнитных напряжений на ферромагнитных элементах, воздушных зазорах. Сумма последних и определяет F_b .

Таким образом, если принять максимальную температуру (θ_m) в толще высокоомной обмотки равной допустимой ($\theta_{доп}$) для выбранной марки провода, при выбранных основных соразмерностях ($1,25 \leq H_* = \frac{H_0}{d_c} \leq 4,75$; $0,45 \leq A_* = \frac{A_0}{d_c} \leq 0,75$;

$$0,4 \leq A_{но*} = \frac{A_{но}}{A_0} \leq 0,7; 1,26 \leq d_* = \frac{d_{п}}{d_c} \leq 1,76; 2,5 \leq C_* = \frac{C}{d_c} \leq 4,5; 0,05 \leq d_* = \frac{\delta_{кр}}{d_c} \leq 0,5$$

и вспомогательных соразмерностях ($\Delta_* = \frac{\Delta_k}{d_c} = 0,1$; $\Delta_{в*} = \frac{\Delta_v}{d_c} = 0,025$; $a_{п*} = \frac{a_{п}}{d_c} = 0,20$;

$$a_{як*} = \frac{a_{як}}{d_c} = 0,25; a_{яр*} = \frac{a_{яр}}{d_c} = 0,25; b_{як*} = \frac{b_{як}}{d_c} = \pi; b_{яр*} = \frac{b_{яр}}{d_c} = \pi$$

в магнитной системе электромагнита, при условиях питания и эксплуатации (K_{Umax} , K_{Umin} , K_{Ucp} , $K_{отп}$, $K_{Uотп}$, T_0), коэффициентах заполнения обмоточных окон ($K_{з,но}$, $K_{з,во}$), параметрах механической характеристики контактора (рис. 3) решается уравнение (3) одним из численных методов и определяется d_c , а значит, и все размеры магнитной системы электромагнита.

Пример расчета.

Исходные данные: $\delta_{кр} = 6 \cdot 10^{-3}$ м; $\delta_k = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $\delta_{п1} = \delta_{п2} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м;

$P_{мх,кр} = 15$ Н; $P_{мх,к} = 60$ Н; $T_0 = 40^\circ\text{C}$; $\theta_{доп} = 115^\circ\text{C}$;

$K_{з,но} = 0,54$; $K_{з,во} = 0,44$;

$K_{Umax} = 1,05$; $K_{Umin} = 0,75$; $K_{Ucp} = 1,1$; $K_{отп} = 0,2$; $K_{Uотп} = 1,1$;

$H_* = 3,45$; $A_* = 0,45$; $A_{но*} = 0,40$; $d_* = 1,26$; $C_* = 2,70$.

Результаты расчета: $d_c = 16,3 \cdot 10^{-3}$ м; $H_0 = 56,4 \cdot 10^{-3}$ м; $A_0 = 7,35 \cdot 10^{-3}$ м;

$A_{но} = 2,94 \cdot 10^{-3}$ м; $d_{п} = 20,6 \cdot 10^{-3}$ м; $C = 44,1 \cdot 10^{-3}$ м;

$F_{cp} = 2480$ А; $B_{о,ср} = 1,51$ Тл; $F_b = 349$ А; $(B_0)_{отп} = 0,76$ Тл;

$n = 3,26$; $\Delta_k = 1,63 \cdot 10^{-3}$ м; $\Delta_v = 0,40 \cdot 10^{-3}$ м;

$a_{п} = 3,26 \cdot 10^{-3}$ м; $a_{як} = a_{яр} = 4 \cdot 10^{-3}$ м; $b_{як} = b_{яр} = 51 \cdot 10^{-3}$ м.

Выводы. 1. Разработанная методика проектного расчета форсированно управляемого двухкатушечного четырехобмоточного П-образного электромагнита постоянного напряжения на основе условий срабатывания, возврата, уравнения нагрева обмоток позволяет однозначно определить его основные геометрические размеры.

2. На основе разработанного алгоритма может быть реализована методика определения оптимальных основных соразмерностей электромагнита в зависимости от исходных данных проектирования, позволяющая просто минимизировать выбранный критерий оптимальности.

Литература

1. Архитова Е.В., Приказчиков А.В., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. К тепловому расчету двухобмоточных форсированных электромагнитов // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: материалы VII Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2010. С. 268–270.

2. Афанасьев В.В., Приказчиков А.В., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Обобщенные экспериментальные статические нагрузочные характеристики клапанных электромагнитов постоянно-

го тока с круглыми полюсными наконечниками. Способ представления // Электротехника. 2011. № 5. С. 39–45.

3. *Веников В.А., Веников Г.В.* Теория подобия и моделирования. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1984. 439 с.

4. *Зайцев Ю.М., Иванов И.П., Никитина О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П.* Методика синтеза форсированного броневого электромагнита постоянного напряжения с внедряющимся якорем в схеме с балластным резистором // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 52–61.

5. *Клименко Б.В.* Форсированные электромагнитные системы. М.: Энергоатомиздат. 1989. 160 с.

6. *Приказчиков А.В., Руссова Н.В., Сагарадзе Е.В., Свинцов Г.П., Шоглев Д.Г.* Усовершенствованная методика проектного расчета форсированного клапанного электромагнита в схеме с балластным резистором // Электротехника. 2011. № 1. С. 57–62.

7. *Руссова Н.В., Свинцов Г.П.* Моделирование и синтез П-образных электромагнитов постоянного тока и напряжения. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2003. 228 с.

8. *Свинцов Г.П.* Электромагнитные контакторы и пускатели. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1998. 260 с.

9. *Софронов Ю.В., Руссова Н.В.* Тепловой расчет катушек электрических аппаратов постоянного тока. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2005. 48 с.

10. *Zaitsev Yu.M., Ivanov I.P., Petrov O.A., Prikazshchikov A.V., Russova N.V., Svintsov G.P.* Minimizing the Power Consumption of a Clapper-Type DC Electromagnet in Intermittent Operation. *Russian Electrical Engineering*, 2015, vol. 86, no 8, pp. 474–478.

11. *Gueorgiev V., Alexandrov A., Yatchev I.* Optimization of the force characteristic of a solenoid electromagnet with ferromagnetic disc in the coil. In: Rudnicki M., Wiak S., eds. Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism. Springer-Science+Business Media, B.V., 2003, pp. 261–268.

ЗАЙЦЕВ ЮРИЙ МИХАЙЛОВИЧ – доцент кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (yuriy.zaytsev.46@mail.ru).

МИХАЙЛОВ АЛЕКСЕЙ ВАЛЕРЬЕВИЧ – руководитель по направлению электрические аппараты, ЗАО «ЧЭАЗ»; аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

РУССОВА НАТАЛИЯ ВАЛЕРЬЕВНА – кандидат технических наук, начальник научно-исследовательского отдела, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea_chuvsu@mail.ru).

Yu. ZAITSEV, A. MIKHAILOV, N. RUSSOVA, G. SVINTSOV

METHOD OF PARAMETRIC SYNTHESIS OF BOOSTED FOUR-WINDING P-SHAPED DIRECT VOLTAGE ELECTROMAGNETS IN THE SCHEME OF SERIES CONNECTION OF WINDINGS

Key words: *boosting, synthesis, driving electromagnet, conditions of operation, return, heating, low and high-resistance windings, basic proportions.*

A technique for parametric synthesis of a symmetric boosted P-shaped electromagnet with series-connected pairs of low and high-resistance windings is proposed. The design is carried out according to the static conditions of operation, return of the electromagnetic drive and its heating under the most unfavorable combinations of factors. The problem is solved with the preselected relative basic dimensions of the electromagnet and comes to determining the diameter of the cores. The proposed technique makes it possible to uniquely determine geometric proportions and parameters of an electromagnet. This example illustrates the calculation algorithm, simplifies the analysis of the influence of the initial design data on its quality indicators. The results of the calculation are good to be interpreted and indicate the reliability of the developed methodology. It is recommended to be used for design work in engineering practice.

References

1. Arkhipova E.V., Prikazshchikov A.V., Russova N.V., Svintsov G.P. *K teplovomu raschetu dvukhobmotochnykh forsirovannykh elektromagnitov* [To the thermal calculation of two-winding forced electromagnets]. *Informatsionnye tekhnologii v elektrotekhnike i elektroenergetike: materialy VII Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of VII Rus. Sci. and Tech. Conf. «Information technologies in electrical engineering and electrical energy»]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2010, pp. 268–270.
2. Afanas'ev V.V., Prikazshchikov A.V., Russova N.V., Svintsov G.P. *Obobshchennyye eksperimental'nye staticheskie nagruzochnyye kharakteristiki klapannykh elektromagnitov postoyannogo toka s kruglymi polyusnymi nakonechnikami. Sposob predstavleniya* [Generalized experimental static load characteristics of DC solenoid valves with round pole terminals. Mode of presentation.]. *Elektrotekhnika* [Electrical engineering], 2011, no. 5, pp. 39–45.
3. Venikov V.A. *Teoriya podobiya i modelirovaniya. 3-e izd., pererab. i dop.* [Theory of similarity and modeling. 3rd ed]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1984, 439 p.
4. Zaytsev Yu.M., Ivanov I.P., Nikitina O.A., Russova N.V., Svintsov G.P. *Metodika sinteza forsirovannogo bronevogo elektromagnita postoyannogo napryazheniya s vnedryayushchimsya yakorem v skheme s ballastnym rezistorom* [Method of synthesis of forced armored dc electromagnet with plunging armature in scheme with ballast resistor]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 52–63.
5. Klimenko B.V. *Forsirovannyye elektromagnitnyye sistemy* [Forced electromagnetic system]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989, 160 p.
6. Prikazshchikov A.V., Russova N.V., Sagaradze E.V., Svintsov G.P., Shoglev D.G. *Usovershenstvovannaya metodika proektnogo rascheta forsirovannogo klapannogo elektromagnita v skheme s ballastnym rezistorom* [Improved method of design simulation of force-controlled valve electromagnet in scheme with ballast resistor]. *Elektrotekhnika* [Electrical Engineering], 2011, no. 1, pp. 57–62.
7. Russova N.V., Svintsov G.P. *Modelirovanie i sintez P-obraznykh elektromagnitov postoyannogo toka i napryazheniya* [Modeling and synthesis U-shaped electromagnets and DC voltage]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2003. 228 p.
8. Svintsov G.P. *Elektromagnitnyye kontaktory i puskateli* [Electromagnetic contactors and starters]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1998, 260 p.
9. Sofronov Yu.V., Russova N.V. *Teplovoi raschet katushek elektricheskikh apparatov postoyannogo toka* [Thermal calculation of coils of electric devices of direct current]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2005. 48 p.
10. Zaitsev Yu.M., Ivanov I.P., Petrov O.A., Prikazshchikov A.V., Russova N.V., Svintsov G.P. *Minimizing the Power Consumption of a Clapper-Type DC Electromagnet in Intermittent Operation*. *Russian Electrical Engineering*, 2015, vol. 86, no 8, pp. 474–478.
11. Gueorgiev V., Alexandrov A., Yatchev I. *Optimizaition of the force characteristic of a solenoid electromagnet with ferromagnetic disc in the coil*. In: Rudnicki M., Wiak S., eds. *Optimizaition and Inverse Problems in Electromagnetism*. Springer-Science+Business Media, B.V., 2003, pp. 261–268.

ZAITSEV YURIY – Associate Professor, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (yuriy.zaytsev.46@mail.ru).

MIKHAILOV ALEKSEI – Head of Electrical Equipment Division, JSC «ChEAZ»; Post-Graduate Student of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

RUSSOVA NATALIYA – Candidate of Technical Sciences, Head of Research and Development Division, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

SVINTSOV GENNADII – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (eea_chuvsu@mail.ru).

Ссылка на статью: Зайцев Ю.М., Михайлов А.В., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Методика параметрического синтеза форсированных четырехобмоточных П-образных электромагнитов постоянного напряжения в схеме последовательного соединения обмоток // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 38–46.

УДК 621.313.3

ББК 31.261.63

Е.И. ИВАНЧИНА

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ПОСТОЯННЫМИ И ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Ключевые слова: сравнение, математическая модель, высоковольтный асинхронный двигатель, эффект вытеснения тока, постоянные параметры, переменные параметры.

Рассмотрены две математические модели высоковольтного асинхронного двигателя. Первая модель (АКЗ1) известная, составленная на основе обобщенной машины, описывается уравнениями с постоянными параметрами. Вторая модель (АКЗ2) составлена на основе первой и использует формулы и величины, рассчитанные с помощью программы, предложенной автором ранее. Данная модель учитывает эффект вытеснения тока и отличается от известных тем, что, во-первых, переменными параметрами становятся не только активное и индуктивное сопротивления, а все величины, так или иначе зависящие от частоты протекающего тока (приведенные активное и индуктивное сопротивления ротора, индуктивность ротора, индуктивность рассеяния ротора, эквивалентная индуктивность статора, эквивалентное сопротивление, постоянная времени ротора, эквивалентная постоянная времени статора и коэффициент, равный отношению индуктивности воздушного зазора к индуктивности ротора), и, во-вторых, эти переменные параметры являются нелинейными. Приведены осциллограммы смоделированного пуска этих моделей двигателя. На основе этих результатов сделаны выводы и даны рекомендации.

Для исследования переходных процессов, протекающих в электроприводе, широко применяется моделирование. Модель электропривода можно представить в виде отдельных блоков, важнейшими из которых являются блок системы управления и блок электродвигателя. Блок системы управления будет рассмотрен подробно в следующей статье. В данной работе рассмотрена модель электродвигателя, а именно: асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором.

Для моделирования процессов, происходящих в асинхронном двигателе, воспользуемся теорией обобщенной электрической машины. Согласно этой теории, любой электродвигатель можно представить с помощью уравнений электрического и механического равновесия:

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A i_A \\ R_B i_B \\ R_C i_C \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a i_a \\ R_b i_b \\ R_c i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$J \frac{d\bar{\omega}_{\text{мех}}}{dt} = \bar{M} - \bar{M}_c,$$

где R_A, R_B, R_C – активные сопротивления обмоток статора; R_a, R_b, R_c – активные сопротивления обмоток ротора; $\Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_a, \Psi_b, \Psi_c$ – потокосцепления обмоток статора и ротора, соответственно; J – суммарный момент инерции, складывающийся из момента инерции самой машины и приведенного к валу двигателя момента инерции нагрузки (рабочего механизма); $\omega_{\text{мех}}$ – механиче-

ская скорость ротора; M_c – момент сопротивления рабочего механизма, приведенный к валу двигателя.

После преобразования этих уравнений путем перехода от мгновенных значений величин к пространственным векторам и использования единой системы координат выразим электромагнитный момент через векторное произведение пары векторов и преобразуем уравнения в проекциях векторов на выбранную систему координат. Тогда система уравнений (1) для асинхронного короткозамкнутого двигателя примет вид

$$\begin{aligned} u_{s\alpha} &= r(1 + T'_s s) i_{s\alpha} - \frac{k_r}{T_r} \psi_{r\alpha} - k_r p \omega_{\text{мех}} \psi_{r\beta}, \\ u_{s\beta} &= r(1 + T'_s s) i_{s\beta} - \frac{k_r}{T_r} \psi_{r\beta} + k_r p \omega_{\text{мех}} \psi_{r\alpha}, \\ 0 &= -R_r k_r i_{s\alpha} + \frac{1}{T_r} (1 + T_r s) \psi_{r\alpha} + p \omega_{\text{мех}} \psi_{r\beta}, \\ 0 &= -R_r k_r i_{s\beta} + \frac{1}{T_r} (1 + T_r s) \psi_{r\beta} - p \omega_{\text{мех}} \psi_{r\alpha}, \\ M &= \frac{3}{2} p k_r (\psi_{r\alpha} i_{s\beta} - \psi_{r\beta} i_{s\alpha}), \\ J \frac{d\omega_{\text{мех}}}{dt} &= M - M_c, \end{aligned} \quad (2)$$

где $r = R_s + R_r k_r^2$ – эквивалентное сопротивление; $T'_s = \frac{L'_s}{r}$ – эквивалентная постоянная времени статора; s – оператор Лапласа; $k_r = \frac{L_m}{L_r}$ – коэффициент, равный отношению индуктивности воздушного зазора к индуктивности ротора; $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ – постоянная времени ротора; $\omega_{\text{мех}} = \frac{\omega}{p}$; p – число пар полюсов; $s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ – скольжение; ω_1 – угловая частота вращения поля статора; ω_2 – угловая частота вращения поля ротора; R_r – активное сопротивление обмотки ротора.

Системе уравнений (2) соответствует математическая модель высоковольтного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором АКЗ1 (рис. 1).

В ходе преобразований уравнений (1) и составления модели АКЗ1 (рис. 1) были использованы следующие общепринятые допущения: обмотки статора полагаем симметричными; пренебрегаем насыщением, наступающим при больших токах в обмотках; пространственное распределение магнитного поля в воздушном зазоре считаем синусоидальным; вытеснением тока в обмотках ротора пренебрегаем. Поэтому в математической модели АКЗ1 и в других известных моделях асинхронных двигателей [4, 9, 10] не учитывается ряд факторов: влияние скорости ω , температуры T , геометрии пазов и прочих. Одни факторы оказывают незначительное влияние, другие – более существенное. Для асинхронного двигателя к числу определяющих факторов можно отнести частоту и температуру.

Под воздействием температуры изменения происходят достаточно медленно, поэтому в силу кратковременности пуска заметного влияния они не оказывают. Наиболее заметное влияние на параметры электродвигателя в процессе пуска оказывает частота. Явление зависимости параметров двигателя от частоты словлено эффектом вытеснения тока и заключается в следующем.

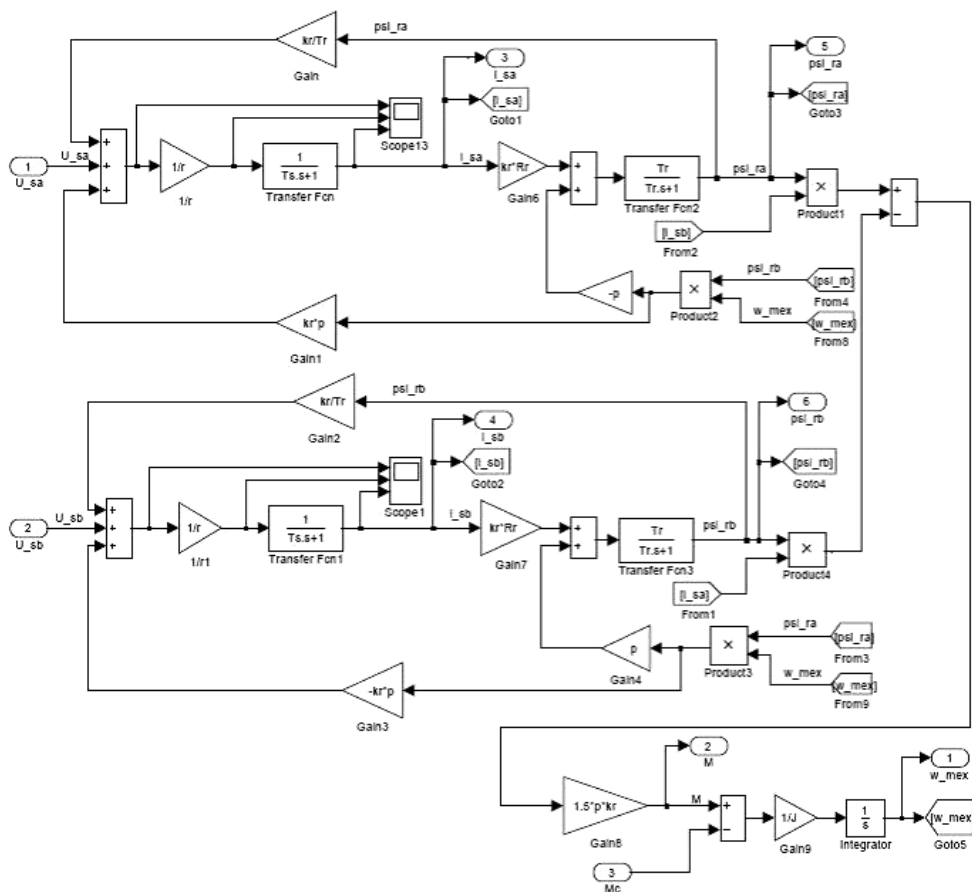


Рис. 1. Схема математической модели высоковольтного асинхронного короткозамкнутого двигателя с постоянными параметрами

Вытеснение тока в стержнях обмотки ротора происходит в результате действия ЭДС, индуцируемых потоками рассеяния Φ_σ ; при этом нижняя часть стержня охватывается большим числом линий потока рассеяния Φ_σ , а верхняя – меньшим числом линий потока. Поэтому при пуске в нижней части по сравнению с верхней частью индуцируется большая ЭДС самоиндукции, и плотность тока j распределяется по высоте проводника неравномерно (рис. 2). Значит, ток в стержне вытесняется по направлению к воздушному зазору (проявляется поверхностный эффект). В результате получаем, что при пуске активное сопротивление больше, а индуктивное – меньше, чем аналогичные показатели при номинальной скорости вращения [3, 7].

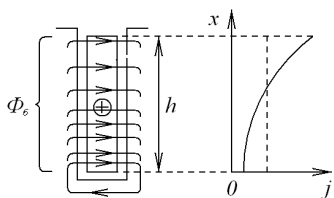


Рис. 2. Форма паза ротора и распределение плотности тока в стержне при пуске

В работах [3] и [7] рассмотрено влияние эффекта вытеснения тока в стержнях обмотки ротора и даны формулы, позволяющие оценить значения активного и индуктивного сопротивлений ротора в зависимости от частоты ω . Однако для более точного определения значений этих сопротивлений необходимо знать параметры пазовой и лобовой частей обмотки, а также их геометрические размеры и глубину проникновения тока при поверхностном эффекте. Другими словами, изложенная в этих работах методика не доведена до инженерного уровня.

В работе Н.В. Донского [5] предложена более точная модель асинхронного двигателя, учитывающая также влияние насыщения магнитной цепи. Однако расчеты показали, что предлагаемая нами методика учета влияния поверхностного эффекта на параметры асинхронного двигателя обладает рядом преимуществ: 1) не требует дополнительных сведений от завода-изготовителя, кроме номинальных данных; 2) пользователь программы может иметь среднюю инженерную квалификацию; 3) использование предлагаемой методики при одинаковых вычислительно-временных ресурсах дает более точные результаты, так как в методику заложена минимизация ошибки.

В работе [2] предложена программа, разработанная автором, для определения электрических и электромеханических параметров асинхронного двигателя и параметров его модели.

Зависимости переменных параметров асинхронного двигателя и его модели от скорости ω

| Обозначение параметра | Формула, используемая в программе и модели (AKZ2) |
|-----------------------|---|
| R_2' | $R_{-2} = R_{-20} + \frac{\Delta R_{-2} \cdot \omega_{nom} - \omega}{\omega_{-0}}$ |
| X_2' | $X_{-2} = \frac{X_{-k0}}{1 + k \left(\frac{\omega_{nom} - \omega}{\omega_{-0}} \right)} - X_{-10}$ |
| $L_{\sigma 2}$ | $Lb2 = \frac{X_{-2}}{\omega}$ |
| L_r | $Lr = Lb2 + Lm$ |
| k_r | $kr = \frac{Lm}{Lr}$ |
| T_r | $Tr = \frac{Lr}{R_{-2}}$ |
| r | $r = R1 + R_{-2} \cdot kr^2$ |
| L_s' | $Lss = Ls - \frac{Lm^2}{Lr}$ |
| T_s' | $Ts = \frac{Lss}{r}$ |

В таблице отражены только переменные параметры асинхронного двигателя и его модели, зависящие от скорости ω . С физической точки зрения сопротивления ротора зависят от скольжения s , но для удобства моделирования и программирования было принято решение представить все зависимости в функции скорости ω , что согласуется с другими авторами [3, 7].

Все параметры таблицы находятся с помощью программы, подробный алгоритм которой описан в статье [2].

На рис. 3 в графическом виде представлены некоторые зависимости параметров от частоты ω , рассчитанные по приведенным в таблице формулам.

Далее, используя формулы из таблицы и систему уравнений (2), собираем математическую модель высоковольтного асинхронного короткозамкнутого двигателя (AKZ2), учитывающую эффект вытеснения тока (рис. 4).

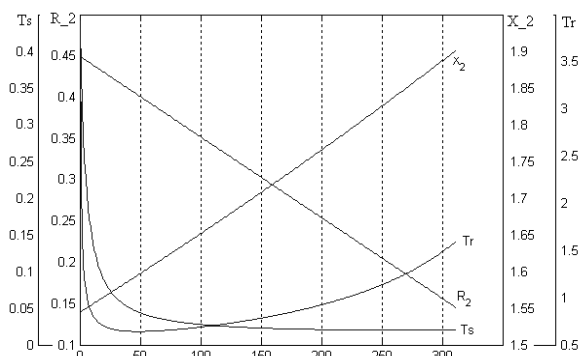


Рис. 3. Некоторые переменные параметры асинхронного двигателя и его модели в зависимости от скорости ω (приведенные активное R_2' и индуктивное X_2' сопротивления, постоянная времени ротора T_r и эквивалентная постоянная времени статора T_s')

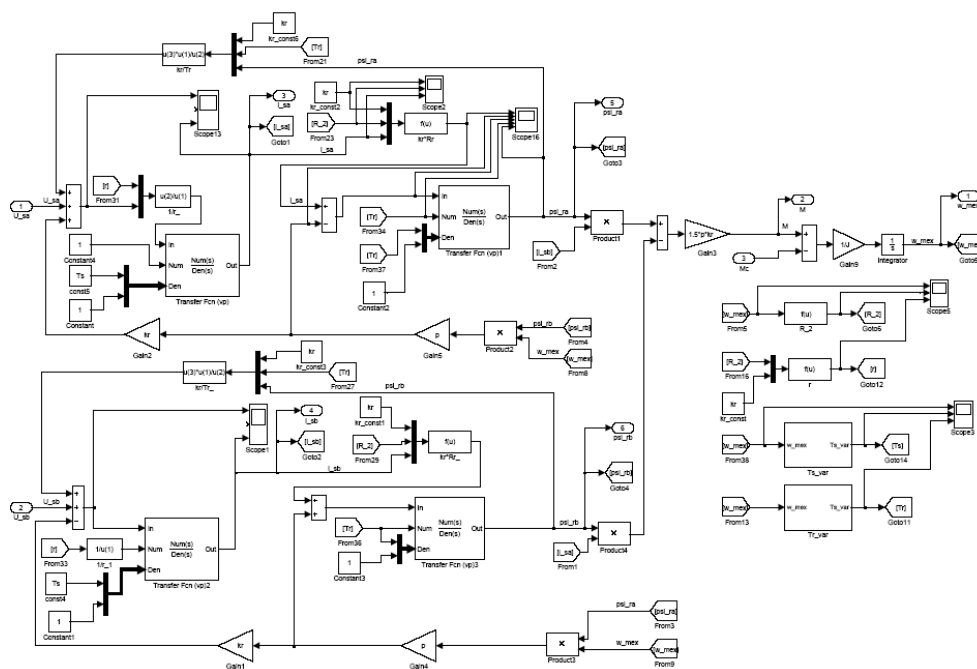


Рис. 4. Схема математической модели высоковольтного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором с учетом эффекта вытеснения тока AKZ2 (модель с переменными параметрами)

Эта модель учитывает эффект вытеснения тока в стержнях обмотки ротора и отличается от модели AKZ1 (рис. 1) и от известных следующим. Во-первых, переменными параметрами становятся не только сопротивления, а все величины, которые так или иначе зависят от частоты протекающего тока (приведенные активное R_2' и индуктивное X_2' сопротивления ротора, индуктивность ро-

тора L_r , индуктивность рассеяния ротора L_σ , эквивалентная индуктивность статора L_s' , эквивалентное сопротивление r , постоянная времени ротора T_r , эквивалентная постоянная времени статора T_s' и коэффициент k_r , равный отношению индуктивности воздушного зазора к индуктивности ротора). Во-вторых, все эти переменные параметры нелинейные (рис. 3, таблица).

Для детального сравнения двух моделей высоковольтного асинхронного двигателя: упрощенной АКЗ1 (с постоянными параметрами) и с учетом эффекта вытеснения тока АКЗ2 (с переменными параметрами) – смоделирован прямой пуск. Результаты моделирования приведены на рис. 5.

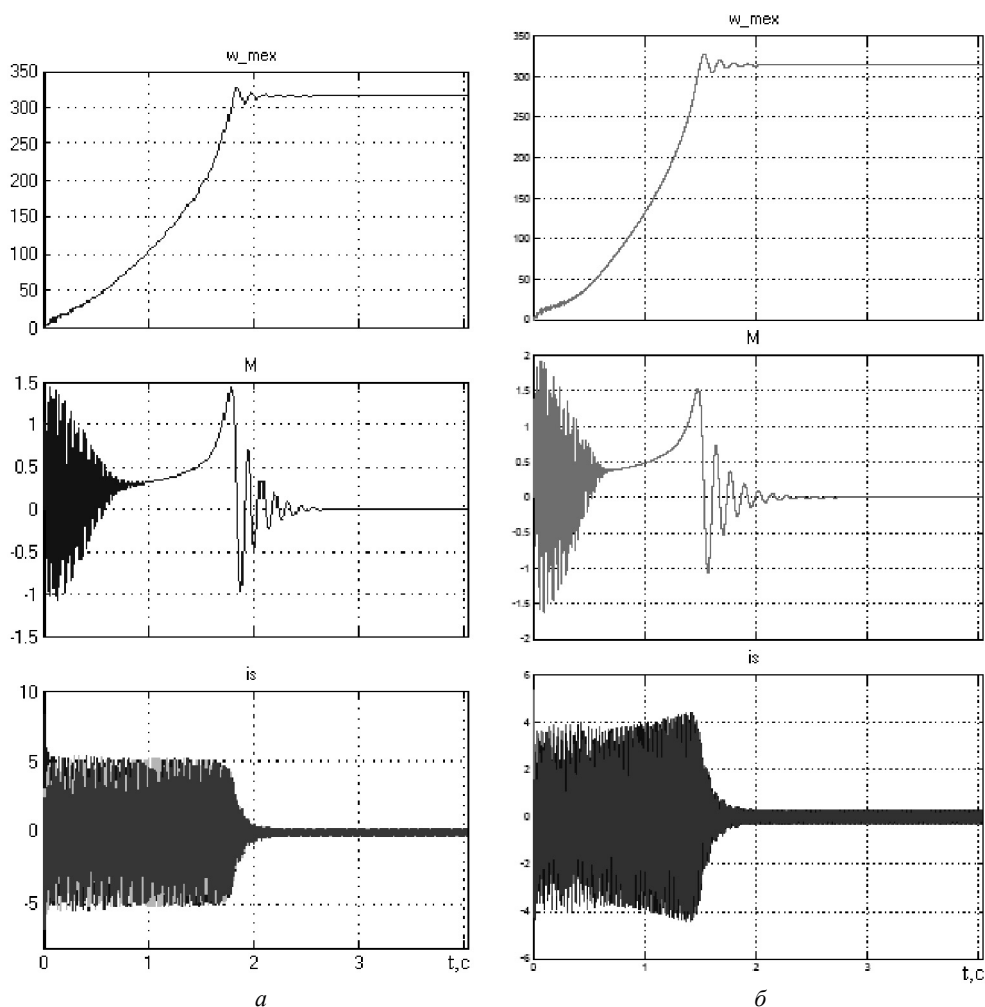


Рис. 5. Осциллограммы прямого пуска двух моделей высоковольтного асинхронного двигателя:
 а – упрощенной АКЗ1 (с постоянными параметрами);
 б – с учетом эффекта вытеснения тока АКЗ2 (с переменными параметрами);
 угловой скорости w_{mex} , электромагнитного момента M ,
 токов статора i_s для двигателя 4АЗМВ-1600/6000

Анализ приведенных осциллограмм (рис. 5) позволяет сделать следующие заключения:

1. Время переходного процесса, найденное с помощью модели с учетом вытеснения тока, на 20-30% меньше времени переходного процесса в таком же режиме, найденного с помощью упрощенной модели с постоянными параметрами.

2. Кратность тока в случае применения уточненной модели ниже по сравнению с результатами расчета на упрощенной модели на 20-35% (для смоделированного прямого пуска).

3. Максимальная кратность пускового момента выше на 30%.

Еще одно из отличий рассмотренных нами моделей (AKZ1 и AKZ2) состоит в том, что для выполнения расчетов по модели AKZ2 требуется в несколько раз больше времени, чем для выполнения расчетов по модели AKZ1. Это связано с тем, что в системе дифференциальных уравнений (2) некоторые из постоянных параметров выступают функциями искомого решения, т.е. задача становится существенно нелинейной. Зато предложенная модель AKZ2, учитывающая эффект вытеснения тока, является более точной и приближенной к реальным процессам, протекающим в двигателе в процессе пуска. Модель AKZ2 дает результаты, отличающиеся от результатов модели AKZ1 на 20-30% (в зависимости от нагрузки, приложенной к электродвигателю), что является важным при проектировании систем, в которые входят высоковольтные двигатели переменного тока.

Кроме того, полученные данные можно использовать при выборе токовых защит, которые можно задать точнее. Результаты моделирования позволяют учесть следующее: во-первых, двигатель в реальной системе запустится быстрее (по сравнению с данными упрощенной модели AKZ1), во-вторых, реальный пусковой момент окажется выше, следовательно, во время пуска нагрузка на вал будет больше, что нужно учитывать при выборе алгоритма ввода нагрузки.

Полученные результаты согласуются с данными других авторов [1, 6, 8, 11].

Выводы. Поскольку учет эффекта вытеснения тока в процессе пуска обеспечивает более точную картину происходящих в электродвигателе процессов, следует ориентироваться на результаты, полученные с помощью уточненной модели как более близкие к действительным. Уточненная модель дает результаты, в среднем отличающиеся от упрощенной модели на 20-30%, что весьма существенно при проектировании высоковольтных электроприводов.

Литература

1. *Важнов А.И.* Переходные процессы в машинах переменного тока. Л.: Энергия, 1980. 256 с.
2. *Визгина Е.И.* Математическая модель высоковольтного асинхронного двигателя большой мощности // Вестник Чувашиского университета. 2011. № 3. С. 44–52.
3. *Вольдек А.И.* Электрические машины. Л.: Энергия, 1978. 832 с.
4. *Герман-Галкин С.Г.* Matlab & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК. СПб.: Корона-Век, 2008. 368 с.
5. *Донской Н.В.* Асинхронный двигатель в системах автоматического управления. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2012. 284 с.
6. *Казовский Е.Я.* Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 624 с.
7. *Копылов И.П.* Электрические машины. М.: Энергоатомиздат, 1986. 360 с.
8. *Соколов М.М., Масандилов Л.Б.* Измерение динамических моментов в электроприводах переменного тока. М.: Энергия, 1975. 184 с.

9. Черных И.В. SimPowerSystem: Моделирование электротехнических устройств и систем в Simulink [Электронный ресурс]. URL: http://matlab.exponenta.ru/simpower/book1/1_7.php (дата обращения: 13.02.2017).

10. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystem и Simulink. М.: ДМК Пресс, СПб.: Питер, 2008. 288 с.

11. White D.C., Woodson H.H. Electromechanical Energy Conversion. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1959.

ИВАНЧИНА ЕЛЕНА ИГОРЕВНА – научный сотрудник отдела разработки преобразовательной техники департамента электроприводной техники, ОАО «ВНИИР», Россия, Чебоксары (ivanchinalena@yandex.ru).

E. IVANCHINA

**COMPARATIVE ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL
OF HIGH-VOLTAGE ASYNCHRONOUS MOTOR
WITH CONSTANT AND VARIABLE PARAMETERS**

Key words: comparison, mathematical model, high-voltage, asynchronous motor, current displacement effect, constant parameters, variable parameters.

The article presents two mathematical models of high-voltage asynchronous motor. The first model (AKZ1) is known and based on generalized machine; it is described by equations with constant parameters. The second model (AKZ2) is compiled on this basis and uses equations and values calculated according to the program proposed earlier by the author. This model takes into account current displacement effect and differs from the known models; firstly, variable parameters result from not only active resistance but from all the values and parameters depending on the frequency of flowing current (reduced active and inductive rotor resistances, rotor inductance, rotor leakage inductance, equivalent stator inductance, equivalent resistance, rotor time constant, equivalent stator time constant and coefficient, which is the ratio of the inductance air gap to rotor inductance); secondly, these variable parameters are nonlinear. Oscillograms to simulate start of these motors are given. On the basis of these results conclusions are made and recommendations are given.

References

1. Vazhnov A.I. *Perehodnye protsessy v mashinah peremennogo toka* [Transient processes in AC machines]. Leningrad, Energiya Publ., 1980, 256 p.
2. Vizgina E.I. *Matematicheskaya model' vysokovol'tnogo asinhronnogo dvigatelya bol'shoi moshhnosti* [Math model of high-voltage asynchronous motor]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2011, no. 3, pp. 44–52.
3. Voldek A.I. *Elektricheskie mashiny* [Electrical machines]. Leningrad, Energiya Publ., 1978, 832 p.
4. German-Galkin S.G. *Matlab & Simulink. Proektirovanie mehatronnykh sistem na PK* [Designing mechatronic system on PC]. St. Petersburg, Korona-Vek Publ., 2008, 368 p.
5. Donskoi N.V. *Asinhronnyj dvigatel' v sistemah avtomaticheskogo upravleniya: monografiya* [Asynchronous motor in automatic control systems: monograph]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2012, 284 p.
6. Kazovskii E.Ya. *Perehodnye protsessy v elektricheskikh mashinah peremennogo toka* [Transient processes in electric AC machines]. Moscow, 1962, 624 p.
7. Kopylov I.P. *Elektricheskie mashiny: Uchebnik dlja vuzov* [Electrical machines: Tutorial]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986, 360 p.
8. Sokolov M.M., Masandilov L.B. *Izmerenie dinamicheskikh momentov v elektroprivodakh peremennogo toka* [Measuring dynamic moments in AC electric drives]. Moscow, Energiya Publ., 1975, 184 p.
9. Chernyh I.V. *SimPowerSystem: Modelirovanie elektrotehnicheskikh ustrojstv i sistem v Simulink* [SimPowerSystem: Modeling of electrotechnical devices and systems in Simulink]. Available at: http://matlab.exponenta.ru/simpower/book1/1_7.php (Accessed 13 Feb. 2017).

10. Chernyh I.V. *Modelirovanie elektrotehnicheskikh ustrojstv v MATLAB, SimPowerSystem i Simulink* [Modeling of electrotechnical devices in MATLAB, SimPowerSystem and Simulink]. Moscow, DMK Press Publ., St. Petersburg, Piter Publ., 2008, 288 p.

11. White D.C., Woodson H.H. *Electromechanical Energy Conversion*. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1959.

IVANCHINA ELENA – Research Scientist of Converter Equipment Development Group of Electrical Drive Engineering Department, JSC «VNIIR», Russia, Cheboksary (ivanchinale-na@yandex.ru).

Ссылка на статью: *Иванчина Е.И.* Сравнительный анализ математических моделей высоковольтного асинхронного двигателя с постоянными и переменными параметрами // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 47–55.

УДК 62-83
ББК 31.291

Е.И. ИВАНЧИНА

МОДЕЛЬ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ДВУМЯ СИЛОВЫМИ БЛОКАМИ В ФАЗЕ

Ключевые слова: высоковольтный частотно-регулируемый электропривод, моделирование, осциллограммы, переходные процессы.

В статье предлагается модель высоковольтного частотно-регулируемого электропривода с двумя силовыми блоками в фазе. Приведена функциональная схема данного схемотехнического решения, которое впервые используется в высоковольтном электроприводе и защищено патентом РФ. Составлена модель электропривода на основе представленных систем уравнений. Получены осциллограммы результатов смоделированного пуска высоковольтного асинхронного двигателя от рассматриваемого электропривода. Предложены рекомендации, которые могут быть использованы при разработке частотно-регулируемых электроприводов.

В статье рассматривается модель многоуровневого частотно-регулируемого электропривода с двумя силовыми блоками в фазе. Ранее [2] была выбрана и обоснована функциональная схема с силовыми блоками на основе высоковольтных ключей. На рис. 1 приведена функциональная схема для двигателя на напряжение 6 кВ с двумя силовыми блоками в фазе. В случае двигателя на 10 кВ используется 4 силовых блока на фазу.

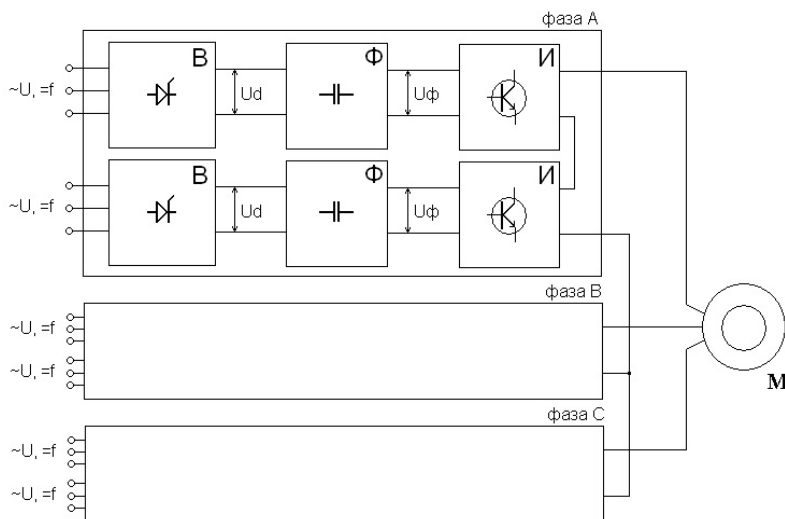


Рис. 1. Функциональная схема высоковольтного частотно-регулируемого электропривода (на напряжение 6 кВ):

В – выпрямитель; Ф – фильтр; И – инвертор; М – двигатель переменного тока

Выпрямленное входное напряжение через фильтр подается на инвертор, составленный из высоковольтных силовых транзисторов. Инверторы каждой фазы соединены последовательно.

На основе функциональной схемы (рис. 1) можно составить модель высоковольтного частотно-регулируемого электропривода в среде MatLab, как показано на рис. 2. Таким образом получается модель высоковольтного частотно-регулируемого электропривода с двумя силовыми блоками в каждой фазе.

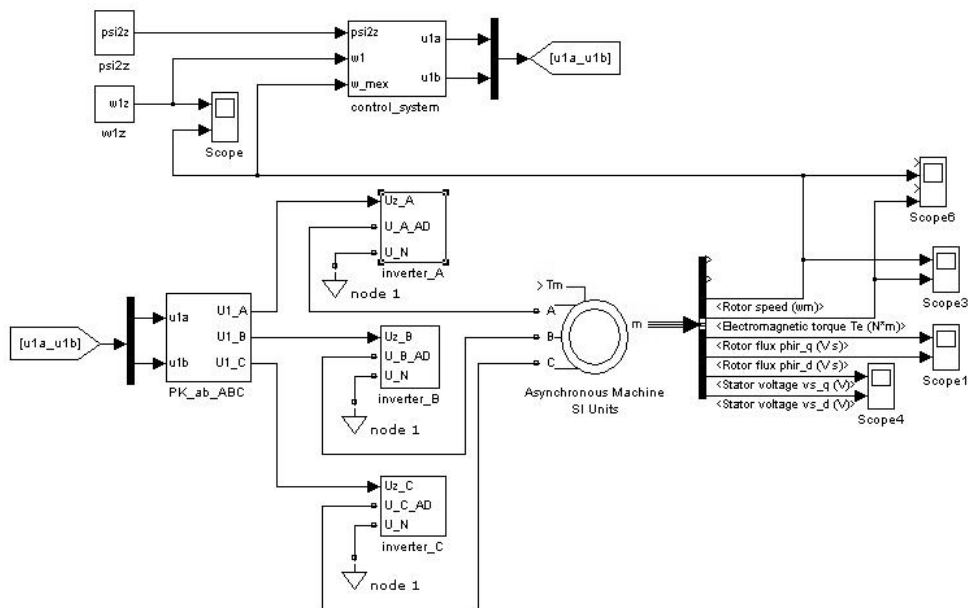


Рис. 2. Схема модели высоковольтного частотно-регулируемого электропривода

Схема (рис. 2) состоит из следующих основных элементов: системы управления `control_system`, преобразователя координат `PK_ab_ABC`, блоков инверторов для каждой фазы `inverter`, асинхронного двигателя `Asynchronous Machine`.

Блок `control_system` системы управления составлен на основе системы уравнений (1):

$$\begin{aligned}
 u_{1d} &= i_{1d}(r_1 + pk_2) - i_{1q}\omega_1 k_2 + \psi_{2d}pk_1, \\
 u_{1q} &= i_{1q}(r_1 + pk_2) + i_{1d}\omega_1 k_2 + \psi_{2d}\omega_1 k_1, \\
 \dot{i}_{1d} &= \frac{1}{L_m}\psi_{2d}(1 + pT_2), \\
 \dot{i}_{1q} &= \frac{1}{L_m}\psi_{2d}\omega_2 T_2,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где u_{1d} , u_{1q} , i_{1d} , i_{1q} – проекции напряжения и тока статора на координатные оси d , q ; r_1 и ω_1 – сопротивление и угловая частота статора; ψ_{2d} и T_2 – потокосцепление и постоянная времени ротора; k_1 и k_2 – коэффициенты, найденные с помощью программы расчета параметров модели, разработанной автором в [1] (рис. 3).

Входными величинами блока системы управления являются сигналы задания потокосцепления ротора `psi2z` (данное значение можно найти с помощью программы определения параметров электродвигателя, подробно представленной в [1]) и угловые скорости задания `w1z` и обратной связи `w_mex`.

Выходными величинами являются сигналы задания напряжения статора (u_{1a} , u_{1b}) в двухфазной системе координат. Полученное напряжение подается на вход блока преобразователя координат РК_ab_ABC. Преобразование происходит по формулам (2):

$$\begin{aligned} u_{1A} &= \sqrt{\frac{2}{3}} u_{1a}, \\ u_{1B} &= -\sqrt{\frac{1}{6}} u_{1a} + \sqrt{\frac{1}{2}} u_{1b}, \\ u_{1C} &= -\sqrt{\frac{1}{6}} u_{1a} - \sqrt{\frac{1}{2}} u_{1b}, \end{aligned} \quad (2)$$

где u_{1A} , u_{1B} , u_{1C} – проекции вектора напряжения статора на координатные оси A , B , C ; u_{1a} , u_{1b} – проекции напряжения статора на координатные оси α , β [3].

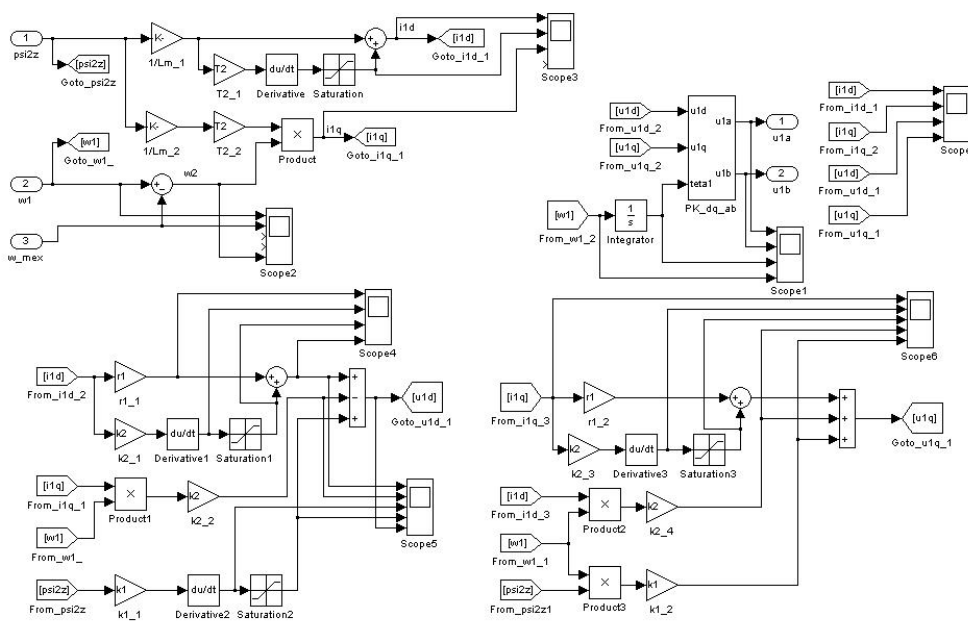


Рис. 3. Схема блока control_system системы управления

На рис. 4 показано заданное напряжение с выхода блока преобразователя координат (в трехфазной системе координат).

Полученное фазное напряжение подается на вход блока, имитирующего инвертор (inverter). Работает блок следующим образом. На вход подается фазное напряжение задания (U_{z_A}). Далее это напряжение в блоке ($U_{z_to_sum_inverter1_2_A}/U_{z_to_Uz1_Uz2}$) разбивается на уровни согласно функциональной схеме, а затем с помощью ШИМ формируется напряжение, которое через блок контролируемого источника напряжения подается на обмотку статора двигателя. На рис. 5 показаны осциллограммы напряжений, полученных в результате работы этого блока.

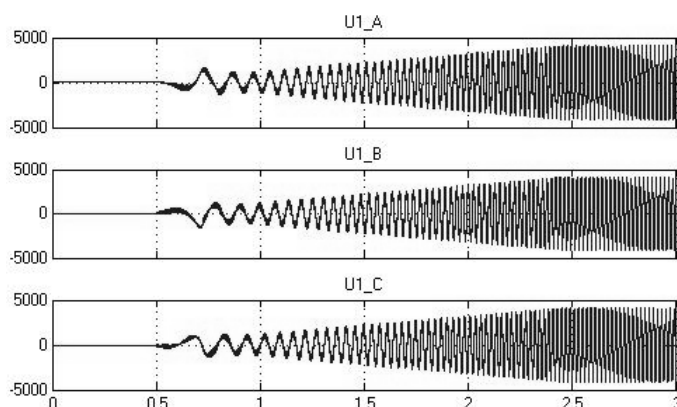


Рис. 4. Заданное напряжение статора в трехфазной системе координат

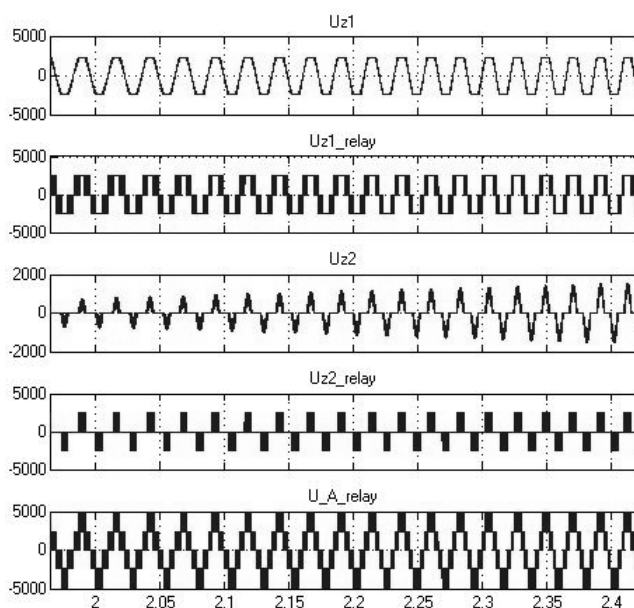


Рис. 5. Осциллограммы напряжений:

- Uz1 – напряжение задания первого силового уровня инвертора;
- Uz1_relay – напряжение первого силового уровня, полученное с помощью ШИМ;
- Uz2 – напряжение задания второго силового уровня инвертора;
- Uz2_relay – напряжение второго силового уровня, полученное с помощью ШИМ;
- U_A_relay – напряжение, подаваемое на вход обмотки статора

В результате моделирования пуска асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором типа 4АЗМВ-1600/6000 от высоковольтного частотно-регулируемого электропривода получены осциллограммы угловой механической скорости (рис. 6).

Как видно из рис. 6, угловая механическая скорость двигателя (<Rotor speed (wm)>) изменяется согласно заданию (wlz) без перерегулирования и колебаний.

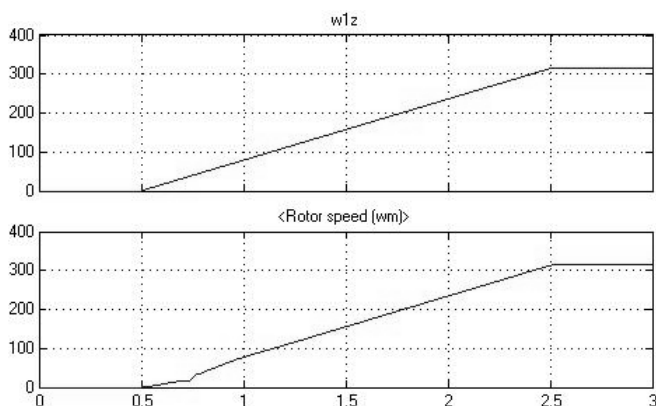


Рис. 6. Осциллограммы механической угловой скорости смоделированного пуска асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором типа 4АЗМВ-1600/6000 от высоковольтного частотно-регулируемого электропривода

Полученные результаты согласуются с данными других авторов [4–7, 9].

Выводы. В работе представлена модель высоковольтного многоуровневого частотно-регулируемого электропривода в среде MatLab. Осциллограммы получены для модели, которая выполнена по схеме с двумя силовыми блоками в фазе. Данная функциональная схема, выбранная и обоснованная в [2], впервые используется для высоковольтного электропривода и защищена патентом РФ. Сама модель выполнена таким образом, что возможна реализация n силовых блоков в фазе с минимальными изменениями в самой модели.

На основе математической модели в среде MatLab проанализированы переходные режимы высоковольтного асинхронного двигателя и получены выводы и рекомендации для применения частотно-регулируемого электропривода. Приведенные рекомендации могут быть полезны и использованы при разработке конкретных приводов и устройств пуска высоковольтных электродвигателей.

Литература

1. *Визгина Е.И.* Математическая модель высоковольтного асинхронного двигателя большой мощности // Вестник Чувашского университета. 2011. № 3. С. 44–52.
2. *Визгина Е.И.* Обзор схемотехнических решений задач управления частотно-регулируемым электроприводом // Первая международная конференция молодых специалистов. Чебоксары, 2009. С. 104–106.
3. *Выгодский М.Я.* Справочник по высшей математике. М.: АСТ; Астрель, 2006. 991 с.
4. *Поздеев А.Д.* Электромагнитные и электромеханические процессы в частотно-регулируемых асинхронных электроприводах. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1998. 172 с.
5. *Соколовский Г.Г.* Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. М.: Академия, 2006.
6. *Суптель А.А.* Асинхронный частотно-регулируемый электропривод. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. 2000. 164 с.
7. *Усольцев А.А.* Частотное управление асинхронными двигателями. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. 94 с.
8. *Черных И.В.* SimPowerSystem: Моделирование электротехнических устройств и систем в Simulink [Электронный ресурс]. URL: http://matlab.exponenta.ru/simpower/book1/1_7.php (дата обращения: 13.02.2017).

9. Hughes A. Electric Motors and Drives. Fundamentals, Types and Applications. 3rd ed. Oxford, Elsevier, 2006, 431 p.
10. White D.C., Woodson H.H. Electromechanical Energy Conversion. N.Y., John Wiley and Sons, Inc., 1959.

ИВАНЧИНА ЕЛЕНА ИГОРЕВНА – научный сотрудник отдела разработки преобразовательной техники департамента электроприводной техники, ОАО «ВНИИР», Россия, Чебоксары (ivanchinalena@yandex.ru).

E. IVANCHINA

**MODEL OF HIGH-VOLTAGE VARIABLE-FREQUENCY DRIVE
WITH TWO POWER BLOCKS ON THE PHASE**

Key words: high-voltage variable-frequency drive, simulation, oscillograms, transition processes.

The article proposes the model of high-voltage variable-frequency drive with two power blocks in phase. It describes the functional scheme of the given circuitry solution, which is used for the first time in high-voltage drive and is protected by the patent of the Russian Federation. The model of electric drive is composed on the basis of the presented system of equations. Oscillograms of the results of a simulated start-up of high-voltage asynchronous motor through this variable-frequency drive are obtained. The author gives recommendations which can be used to develop frequency regulated power drives.

References

1. Vizgina (Ivanchina) E.I. *Matematicheskaja model' vysokovol'tnogo asinhronnogo dvigatelja bol'shoj moshhnosti* [Math model of high-voltage asynchronous motor]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2011, no. 3, pp. 44–52.
2. Vizgina (Ivanchina) E.I. *Obzor skhemitexnicheskikh reshenii zadach upravleniya chastotno-reguliruемым электроприводом* [Overview of technical schemes of problems of control of variable-frequency electric drive]. *Pervaya mezhdunarodnaya konferentsiya molodykh spetsialistov* [First international conference of young specialists]. Cheboksary, 2009, pp. 104–106.
3. Vygodskii M.Ya. *Spravochnik po vysshei matematike* [Directory on higher mathematics]. Moscow, AST Publ., Astrel' Publ., 2006, 991 p.
4. Pozdeev A.D. *Elektromagnitnye i elektromekhanicheskie protsessy v chastotno-reguliruemyykh asinkhronnykh elektroprivodakh* [Electromagnetic and electromechanical processes in variable-frequency asynchronous drive]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1998, 172 p.
5. Sokolovskii G.G. *Elektroprivody peremennogo toka s chastotnym regulirovaniem* [AC drives with frequency regulation]. Moscow, Akademiya Publ., 2006.
6. Suptel A.A. *Asinkhronnyi chastotno-reguliruemyy elektroprivod* [Asynchronous electric drive]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2000, 164 p.
7. Usoltsev A. A. *Chastotnoe upravlenie asinkhronnymi dvigatelyami. Uchebnoe posobie* [Frequency control of asynchronous motors. Tutorial]. St. Peterburg, 2006, 94 p.
8. Chernyh I.V. *SimPowerSystem: Modelirovanie elektrotehnicheskikh ustrojstv i sistem v Simulink* [SimPowerSystem: Modeling of electrotechnical devices and systems in Simulink]. Available at: http://matlab.exponenta.ru/simpower/book1/1_7.php (Accessed 13 February 2017).
9. Hughes A. Electric Motors and Drives. Fundamentals, Types and Applications. 3rd ed. Oxford, Elsevier, 2006, 431 p.
10. White D.C., Woodson H.H. Electromechanical Energy Conversion. N.Y., John Wiley and Sons, Inc. 1959, 528 p.

IVANCHINA ELENA – Research Scientist of Converter Equipment Development Group of Electrical Drive Engineering Department, JSC «VNIIR», Russia, Cheboksary (ivanchinalena@yandex.ru).

Ссылка на статью: Иванчина Е.И. Модель высоковольтного частотно-регулируемого электропривода с двумя силовыми блоками в фазе // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 56–61.

УДК 537.311.5:621.365.3

ББК 31.292

А.Н. ИЛЬГАЧЁВ

УЧЕТ НЕОДНОРОДНОСТИ ПРОВОДИМОСТИ СРЕДЫ ВАННЫ КРУГЛОЙ ОДНОЭЛЕКТРОДНОЙ ПЕЧИ

Ключевые слова: двухслойно-однородная модель, уравнение Лапласа, аналитико-численный метод, метод разделения переменных, метод наименьших квадратов.

С учётом анализа особенностей технологических процессов, происходящих в ваннах рудно-термических печей, обосновано применение двухслойно-однородных моделей по электрической проводимости среды в вертикальном или горизонтальном направлении ванны одноэлектродной круглой печи, используемых при расчете электрического поля в ней. Для рассматриваемых структур получены аналитические решения уравнения Лапласа с применением аналитико-численного метода, основанного на комбинации методов эквивалентных источников, отражений, разделения переменных и наименьших квадратов. Функция, определяющая потенциал электрического поля ванны, находится как сумма трёх гармонических функций: функции распределения потенциала электрического поля ванны, бесконечной в радиальном направлении; функции, учитывающей влияние боковой стенки на электрическое поле ванны с однородной средой; функции, учитывающей неоднородность проводимости среды.

Необходимость интенсификации работы и улучшения энергетической эффективности действующих рудно-термических печей (РТП), а также совершенствование методов выбора оптимальных параметров и рациональных режимов вновь проектируемых печей сохраняет актуальность исследования электрических полей их ванн. Определёнными преимуществами в этих исследованиях обладают методы математического моделирования. В настоящее время все большее распространение получают численные методы моделирования электрических полей и параметров схем замещения ванн электродных печей [4, 8, 9]. Вместе с тем сохраняют свои достоинства аналитические методы моделирования. В данной статье предложены аналитические решения, полученные с помощью аналитико-численного метода [3], для уравнения Лапласа, описывающего электрическое поле в ванне одноэлектродных круглых печей.

При определенных допущениях [2] электрическое поле в ванне одноэлектродных шлаковых круглых печей является квазистационарным, потенциалом и описывается уравнением

$$\operatorname{div}(-\gamma \operatorname{grad} \varphi) = 0, \quad (1)$$

где φ – скалярный потенциал; γ – удельная проводимость среды ванны.

В общем случае удельная проводимость γ материалов ванны зависит от их электрических свойств, является результатом взаимодействия электромагнитного и теплового полей, поля движения масс и физико-химической кинетики процесса. Эти обстоятельства усложняют решение задачи расчета электрического поля.

Расчет электрического поля в такой среде можно значительно упростить, если рассматривать проводящую среду ванны, разделённую на области, в пределах каждой из которых электрическая проводимость имеет постоянное значение. При этом уравнение (1) превращается в уравнение Лапласа

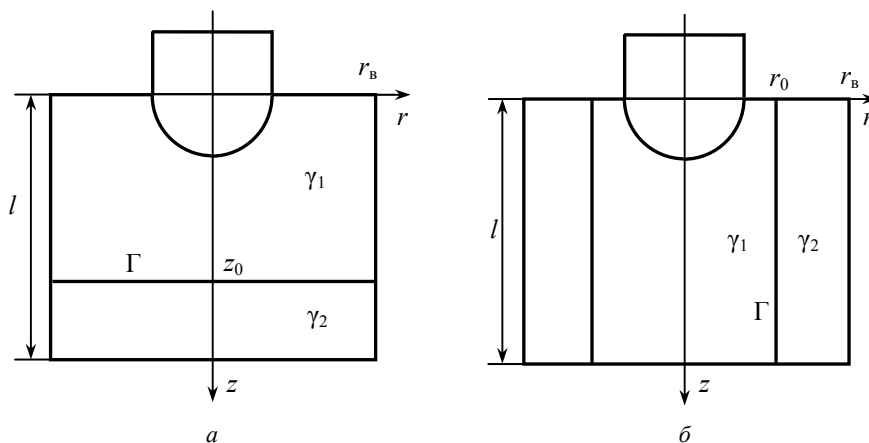
$$\nabla^2 \varphi = 0.$$

Анализ распределения проводимости среды ванны действующих фосфорных печей [1] показывает, что проводимости зоны твердофазных реакций и зоны плавления на 2-3 порядка ниже проводимостей углеродистой и шлаковой зон. Это позволяет исключить их при построении модели и ограничиться рассмотрением электрического поля в углеродистой и шлаковой зонах, проводимости которых различаются между собой примерно вдвое. Поэтому расчётные модели ванн фосфорных печей можно с достаточной для практики точностью представить в виде двух слоёв (рисунок, *a*), расположенных один над другим, удельная проводимость в пределах каждого из которых постоянна, а на границе их раздела Γ задаётся условие непрерывности линий тока

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_2, \\ \gamma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \gamma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}. \end{cases}$$

В ванне электродных печей удельная объёмная мощность распределяется резко неравномерно. Наибольшие значения удельная мощность имеет в области, расположенной вблизи рабочей поверхности электрода, по мере удаления от которой удельной мощности резко уменьшается [5]. Общие закономерности изменения температуры материалов ванны имеют примерно такой же характер. Известно, что удельная электрическая проводимость расплавленных шлаков увеличивается с ростом температуры [6]. Поэтому наибольшие значения электрической проводимости среды ванны будет иметь в «горячей» зоне вблизи рабочей поверхности электрода, а по мере удаления от электрода в радиальном направлении значения электрической проводимости материалов среды резко уменьшаются. С учетом этих особенностей расчётная модель может быть представлена двумя слоями в виде соосных сплошного и полого цилиндров (рисунок, *b*), на границе раздела Γ которых задано условие непрерывности линий тока.

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_2, \\ \gamma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = \gamma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r}. \end{cases}$$



Основные обозначения, система координат слоисто-однородных моделей по проводимости среды ванны в радиальном (*a*) и вертикальном (*b*) направлениях

На верхней границе верхнего слоя или слоёв ($z = 0$) задается условие второго рода $\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$. Электрическая проводимость материалов электрода

и расплава (металла) РТП значительно превосходит проводимость шлака и шихты. Это позволяет рассчитывать электрическое поле в средах с невысокой проводимостью независимо от электрического поля внутри электродов и расплава. В этом случае на поверхностях электродов и расплава задаются граничные условия для скалярного потенциала $\varphi_3 = \text{const}$, $\varphi(r, l) = 0$.

Материал, из которого выполнена боковая стенка ванны, определяет вид граничных условий на ее поверхности в расчётных моделях электрического поля. Если боковая стенка выполнена из материала с высокой проводимостью, то на её поверхности задаются граничные условия первого рода $\varphi = 0$. На поверхностях боковых стенок, выполненных из материалов с низкой проводимостью, задаются граничные условия второго рода $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$.

1. Двухслойно-однородная модель по проводимости среды ванны в радиальном направлении. Распределение потенциала электрического поля в слоях ванны (рисунок, а) в этом случае представляется

$$\begin{aligned} \varphi_1(r, z) &= \frac{I_3}{\gamma_1 l} [V(r^*, z^*) + U_{\text{ст}}(r^*, z^*) + U_1(r^*, z^*)] = \\ &= \frac{I_3}{\gamma_1 l} [W(r^*, z^*) + U_1(r^*, z^*)], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(r, z) &= \frac{I_3}{\gamma_2 l} [V(r^*, z^*) + U_{\text{ст}}(r^*, z^*) + U_2(r^*, z^*)] = \\ &= \frac{I_3}{\gamma_2 l} [W(r^*, z^*) + U_2(r^*, z^*)], \end{aligned} \quad (3)$$

где I_3 – действующее значение тока электрода; l – высота проводящей среды ванны; $r^* = r/l$, $z^* = z/l$ – относительные координаты; γ_1, γ_2 – проводимости слоёв среды; $V(r^*, z^*)$ – обобщенная функция распределения потенциала электрического поля источника тока, создающего эквипотенциальную поверхность, совпадающую по форме, размерам и расположению с рабочей поверхностью электрода в однородной и бесконечной в радиальном направлении среде ванны [3]; $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$ – функция, учитывающая влияние боковой стенки в однородной среде; $U_1(r^*, z^*)$, $U_2(r^*, z^*)$ – функции, учитывающие влияние неоднородности проводимости среды в первом и втором слое, соответственно.

Будем искать функции $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$, $U_1(r^*, z^*)$, $U_2(r^*, z^*)$ в виде сумм частных решений уравнения Лапласа, полученных методом разделения переменных в цилиндрической системе координат [7]:

$$U_{\text{ст}}(r^*, z^*) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r^*}{2} \right], \quad (4)$$

$$U_1(r^*, z^*) = \sum_{q=1}^{\infty} B_q J_0(k_q r^*) \text{ch}[k_q z^*], \quad (5)$$

$$U_2(r^*, z^*) = \sum_{q=1}^{\infty} C_q J_0(k_q r^*) \operatorname{sh} [k_q (1 - z^*)], \quad (6)$$

где $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $J_0(x)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $k_q = \frac{\lambda_q}{r_B^*}$; λ_q – q -й положительный корень среди корней, расположенных в порядке возрастания, уравнения:

- а) для проводящей стенки $J_0(x) = 0$;
- б) для непроводящей стенки $J_1(x) = 0$.

Исходя из выбранных представлений функций $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$, $U_1(r^*, z^*)$ и $U_2(r^*, z^*)$ граничное условие на поверхности боковой стенки ванны:

- а) для проводящей стенки $U_{\text{ст}}(r_B^*, z^*) = -V(r_B^*, z^*)$;

- б) для непроводящей стенки $\frac{\partial U_{\text{ст}}(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_B^*} = -\frac{\partial V(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_B^*}$,

или с учетом (4):

- а) для проводящей стенки

$$\sum_{i=0}^{\infty} A_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r_B^*}{2} \right] = -V(r_B^*, z^*); \quad (7)$$

- б) для непроводящей стенки

$$\sum_{i=0}^{\infty} A_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] (2i+1) \frac{\pi}{2} I_1 \left[(2i+1) \frac{\pi r_B^*}{2} \right] = -\frac{\partial V(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_B^*}, \quad (8)$$

где $I_1(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода первого порядка.

Разложим в ряды Фурье функции $U_{\text{ст}}(r_B^*, z^*)$ и $\frac{\partial U_{\text{ст}}(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_B^*}$ на интервале изменения переменной $0 \leq z^* \leq 1$ в системе ортогональных функций $\cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right]$, ($i = 0, 1, \dots$)

$$V(r_B^*, z^*) = \sum_{i=0}^{\infty} D_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right], \quad (9)$$

$$\frac{\partial V(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_B^*} = \sum_{i=0}^{\infty} D'_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right], \quad (10)$$

где $D_i = \frac{1}{2} \int_0^1 V(r_B^*, z^*) \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] dz^*$, $D'_i = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\partial V(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_B^*} \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] dz^*$.

Подставляя (9) и (10), соответственно, в (7) и (8), получим:

- а) для проводящей стенки

$$\sum_{i=0}^{\infty} A_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r_B^*}{2} \right] = -\sum_{i=0}^{\infty} D_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right]; \quad (11)$$

б) для непроводящей стенки

$$\sum_{i=0}^{\infty} A_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] (2i+1) \frac{\pi}{2} I_1 \left[(2i+1) \frac{\pi r_B^*}{2} \right] = - \sum_{i=0}^{\infty} D'_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right]. \quad (12)$$

Из равенств (11) и (12) находим выражения для вычисления коэффициентов A_i ряда (4)

$$A_i = - \frac{D_i}{I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r_B^*}{2} \right]}, \quad (i=0,1,\dots), \quad (13)$$

$$A_i = - \frac{D'_i}{(2i+1) \frac{\pi}{2} I_1 \left[(2i+1) \frac{\pi r_B^*}{2} \right]}, \quad (i=0,1,\dots). \quad (14)$$

Граничные условия непрерывности тока на поверхности Γ раздела слоев 1 и 2 (рисунок, а)

$$\begin{cases} \varphi_1(r, z_0) = \varphi_2(r, z_0), \\ \gamma_1 \frac{\partial \varphi_1(r, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_0} = \gamma_2 \frac{\partial \varphi_2(r, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_0}. \end{cases}$$

С учётом (2) и (3)

$$\begin{cases} \gamma_2 U_1(r^*, z_0^*) - \gamma_1 U_2(r^*, z_0^*) = (\gamma_1 - \gamma_2) W(r^*, z_0^*), \\ \frac{\partial U_1(r^*, z^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*} = \frac{\partial U_2(r^*, z^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*}. \end{cases} \quad (15)$$

Подставим (5), (6) и их производные по z^* в (15)

$$\begin{cases} \gamma_2 \sum_{q=1}^{\infty} B_q J_0(k_q r^*) \operatorname{ch}[k_q z_0^*] - \gamma_1 \sum_{q=1}^{\infty} C_q J_0(k_q r^*) \operatorname{sh}[k_q (1 - z_0^*)] = \\ = (\gamma_1 - \gamma_2) W(r^*, z_0^*), \\ \sum_{q=1}^{\infty} B_q J_0(k_q r^*) k_q \operatorname{sh}(k_q z_0^*) + \sum_{q=1}^{\infty} C_q J_0(k_q r^*) k_q \operatorname{ch}[k_q (1 - z_0^*)] = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Из последнего уравнения системы (16) следует

$$C_q = -B_q \frac{\operatorname{sh}(k_q z_0^*)}{\operatorname{ch}[k_q (1 - z_0^*)]}, \quad (q=1,2,\dots). \quad (17)$$

Разложим в ряд Фурье – Бесселя функцию $W(r^*, z_0^*)$ на интервале изменения переменной $0 \leq r^* \leq r_B^*$ в системе ортогональных функций $J_0(k_q r^*)$ с весовой функцией r^*

$$W(r^*, z_0^*) = \sum_{q=1}^{\infty} E_q J_0(k_q r^*), \quad (18)$$

где а) для проводящей стенки $E_q = -\frac{1}{[r_b^* J_1(k_q)]^2} \int_0^{r_b^*} r^* W(r^*, z_0^*) J_0(k_q r^*) dr^*$;

б) для непроводящей стенки $E_q = -\frac{1}{[r_b^* J_0(k_q)]^2} \int_0^{r_b^*} r^* W(r^*, z_0^*) J_0(k_q r^*) dr^*$.

Подставим (17) и (18) в первое уравнение системы (16)

$$\begin{aligned} & \gamma_2 \sum_{q=1}^{\infty} B_q J_0(k_q r^*) \operatorname{ch}[k_q z_0^*] + \gamma_1 \sum_{q=1}^{\infty} B_q \frac{\operatorname{sh}(k_q z_0^*)}{\operatorname{ch}[k_q (1-z_0^*)]} J_0(k_q r^*) \operatorname{sh}[k_q (1-z_0^*)] = \\ & = (\gamma_1 - \gamma_2) \sum_{q=1}^{\infty} E_q J_0(k_q r^*). \end{aligned}$$

Из последнего равенства следует

$$B_q = E_q \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{\gamma_2 \operatorname{ch}(k_q z_0^*) + \gamma_1 \operatorname{sh}[k_q (1-z_0^*)] \cdot \operatorname{th}[k_q (1-z_0^*)]}, \quad (q=1, 2, \dots). \quad (19)$$

2. Двухслойно-однородная модель по проводимости среды ванны в вертикальном направлении (рисунок, б). Распределение потенциала электрического поля в слоях ванны, описываемого уравнением Лапласа, в этом случае представляется

$$\varphi_1(r, z) = \frac{I_3}{\gamma_1 l} [V(r^*, z^*) + U_1(r^*, z^*)], \quad (20)$$

$$\varphi_2(r, z) = \frac{I_3}{\gamma_2 l} [V(r^*, z^*) + U_{\text{ст}}(r^*, z^*) + U_2(r^*, z^*)]. \quad (21)$$

Будем искать функции $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$, $U_1(r^*, z^*)$ и $U_2(r^*, z^*)$, так же как и в первом случае, в виде сумм частных решений уравнения Лапласа, полученных методом разделения переменных в цилиндрической системе координат:

$$U_{\text{ст}}(r^*, z^*) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \cos\left[(2i+1)\frac{\pi z^*}{2}\right] I_0\left[(2i+1)\frac{\pi r^*}{2}\right], \quad (22)$$

$$U_1(r^*, z^*) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i \cos\left[(2i+1)\frac{\pi z^*}{2}\right] I_0\left[(2i+1)\frac{\pi r^*}{2}\right], \quad (23)$$

$$U_2(r^*, z^*) = \sum_{q=1}^{\infty} C_q J_0(k_q r^*) [\operatorname{th}(k_q) \operatorname{ch}(k_q z^*) - \operatorname{sh}(k_q z^*)]. \quad (24)$$

Исходя из выбранных представлений функций $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$ и $U_2(r^*, z^*)$ граничное условие на боковой стенке:

а) для проводящей стенки $U_{\text{ст}}(r_b^*, z^*) = -V(r_b^*, z^*)$;

б) для непроводящей стенки $\frac{\partial U_{\text{ст}}(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_b^*} = -\frac{\partial V(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_b^*}$.

Поэтому коэффициенты A_i функции $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$ вычисляются так же, как и в предыдущем случае, по (13) или (14).

Граничные условия непрерывности тока на поверхности Γ раздела слоёв 1 и 2 (рисунок, б)

$$\begin{cases} \varphi_1(r_0, z) = \varphi_2(r_0, z), \\ \gamma_1 \frac{\partial \varphi_1(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \gamma_2 \frac{\partial \varphi_2(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=r_0}. \end{cases}$$

С учётом (20) и (21)

$$\begin{cases} \gamma_2 U_1(r_0^*, z^*) - \gamma_1 U_2(r_0^*, z^*) = (\gamma_1 - \gamma_2) V(r_0^*, z^*) + \gamma_1 U_{\text{ст}}(r_0^*, z^*), \\ \frac{\partial U_1(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_0^*} = \frac{\partial U_2(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_0^*} + \frac{\partial U_{\text{ст}}(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_0^*}. \end{cases} \quad (25)$$

Подставим (23), (24) и их производные по r^* в (25)

$$\begin{cases} \gamma_2 \sum_{i=0}^{\infty} B_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] - \\ - \gamma_1 \sum_{q=1}^{\infty} C_q J_0(k_q r_0^*) \left[\text{th}(k_q) \text{ch}(k_q z^*) - \text{sh}(k_q z^*) \right] = \\ = (\gamma_1 - \gamma_2) V(r_0^*, z^*) + \gamma_1 U_{\text{ст}}(r_0^*, z^*), \\ \sum_{i=0}^{\infty} B_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] (2i+1) \frac{\pi}{2} I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] + \\ + \sum_{q=1}^{\infty} C_q k_q J_1(k_q r_0^*) \left[\text{th}(k_q) \text{ch}(k_q z^*) - \text{sh}(k_q z^*) \right] = \frac{\partial U_{\text{ст}}(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_0^*}. \end{cases} \quad (26)$$

Ограничим количества членов рядов для функций $U_1(r^*, z^*)$ и $U_2(r^*, z^*)$:

N_1 – максимальное значение индекса членов ряда для функции $U_1(r^*, z^*)$;

N_2 – максимальное значение индекса членов ряда для функции $U_2(r^*, z^*)$.

Составим невязки для уравнений системы (26) с ограниченными количествами членов рядов функций $U_1(r^*, z^*)$ и $U_2(r^*, z^*)$

$$\begin{cases} \delta_1 = \gamma_2 \sum_{i=0}^{N_1} B_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] - \\ - \gamma_1 \sum_{q=1}^{N_2} C_q J_0(k_q r_0^*) \left[\text{th}(k_q) \text{ch}(k_q z^*) - \text{sh}(k_q z^*) \right] - \\ - (\gamma_1 - \gamma_2) V(r_0^*, z^*) - \gamma_1 U_{\text{ст}}(r_0^*, z^*), \\ \delta_2 = \sum_{i=0}^{N_1} B_i \cos \left[(2i+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] (2i+1) \frac{\pi}{2} I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] - \\ - \sum_{q=1}^{N_2} C_q k_q J_1(k_q r_0^*) \left[\text{th}(k_q) \text{ch}(k_q z^*) - \text{sh}(k_q z^*) \right] - \frac{\partial U_{\text{ст}}(r^*, z^*)}{\partial r^*} \Big|_{r^*=r_0^*}. \end{cases} \quad (27)$$

Для определения коэффициентов $B_i, i = 0, 1, \dots, N_1, C_q, q = 1, \dots, N_2$ применим метод наименьших квадратов, согласно которому значения этих коэффициентов выбираются так, чтобы сумма квадратов невязок (27) в интегральном смысле по высоте боковой стенки ванны была минимальной

$$S = \int_0^1 (\delta_1^2 + \delta_2^2) dz^* \rightarrow \min .$$

Условием минимума суммы квадратов невязок является равенство нулю их частных производных по искомым коэффициентам

$$\frac{\partial S}{\partial B_j} = 2 \int_0^1 \left(\delta_1 \frac{\partial \delta_1}{\partial B_j} + \delta_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial B_j} \right) dz^* = 0, \quad j = 0, 1, \dots, N_1,$$

$$\frac{\partial S}{\partial C_p} = 2 \int_0^1 \left(\delta_1 \frac{\partial \delta_1}{\partial C_p} + \delta_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial C_p} \right) dz^* = 0, \quad p = 1, 2, \dots, N_2.$$

Подставив в эти уравнения выражения для невязок из (27) и их производных по искомым коэффициентам, получим систему линейных алгебраических уравнений порядка $N_1 + N_2 + 1$ со следующей структурой

$$\begin{cases} a_{0,0} B_0 + \dots + a_{0,N_1} B_{N_1} + b_{0,1} C_1 + \dots + b_{0,N_2} C_{N_2} = e_0, \\ \dots \\ a_{N_1,0} B_0 + \dots + a_{N_1,N_1} B_{N_1} + b_{N_1,1} C_1 + \dots + b_{N_1,N_2} C_{N_2} = e_{N_1}, \\ c_{1,0} B_0 + \dots + c_{1,N_1} B_{N_1} + d_{1,1} C_1 + \dots + d_{1,N_2} C_{N_2} = g_1, \\ \dots \\ c_{N_2,0} B_0 + \dots + c_{N_2,N_1} B_{N_1} + d_{N_2,1} C_1 + \dots + d_{N_2,N_2} C_{N_2} = g_{N_2}, \end{cases} \quad (28)$$

где $a_{ji} = \begin{cases} 0, & \text{если } j \neq i \\ \frac{1}{2} \left(\gamma_2^2 I_0^2 \left[(2j+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] + \left[(2j+1) \frac{\pi}{2} \right]^2 I_1^2 \left[(2j+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] \right), & \text{если } j = i \end{cases};$

$b_{jq} = \left(\gamma_1 \gamma_2 I_0 \left[(2j+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] J_0(k_q r_0^*) + (2j+1) \frac{\pi}{2} I_1 \left[(2j+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] k_q J_1(k_q r_0^*) \right) \times$
 $\times f_1(j, k_q); \quad c_{qj} = -b_{jq};$

$d_{pq} = \begin{cases} \left\{ \gamma_1^2 J_0(k_p r_0^*) J_0(k_q r_0^*) + k_p k_q J_1(k_p r_0^*) J_1(k_q r_0^*) \right\} f_2(k_p, k_q), & p \neq q, \\ \left\{ \left[\gamma_1 J_0(k_p r_0^*) \right]^2 + \left[k_p J_1(k_p r_0^*) \right]^2 \right\} f_3(k_p), & p = q; \end{cases}$

$e_j = \gamma_2 (\gamma_1 - \gamma_2) I_0 \left[(2j+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] \int_0^1 V(r_0^*, z^*) \cos \left[(2j+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] dz^* +$
 $+ \left(\gamma_1 \gamma_2 I_0^2 \left[(2j+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] + \left[(2j+1) \frac{\pi}{2} \right]^2 I_1^2 \left[(2j+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] \right) \frac{A_j}{2};$

$$\begin{aligned}
g_p &= -\gamma_1(\gamma_1 - \gamma_2) J_0(k_p r_0^*) \int_0^1 V(r_0^*, z^*) \left[\operatorname{th}(k_p) \operatorname{ch}(k_p z^*) - \operatorname{sh}(k_p z^*) \right] dz^* - \\
&- \sum_{i=0}^{\infty} A_i \left(\gamma_1^2 J_0(k_p r_0^*) I_0 \left[(2i+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] + k_q J_1(k_q r_0^*) \left[(2i+1) \frac{\pi}{2} \right] I_1 \left[(2i+1) \frac{\pi r_0^*}{2} \right] \right) \times \\
&\times f_1(i, k_q); \\
f_1(j, k_q) &= \int_0^1 \cos \left[(2j+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] \left[\operatorname{th}(k_q) \operatorname{ch}(k_q z^*) - \operatorname{sh}(k_q z^*) \right] dz^* = \\
&= \frac{k_q}{k_q^2 + \left[(2j+1) \frac{\pi}{2} \right]^2}; \\
f_2(k_p, k_q) &= \int_0^1 \left[\operatorname{th}(k_p) \operatorname{ch}(k_p z^*) - \operatorname{sh}(k_p z^*) \right] \left[\operatorname{th}(k_q) \operatorname{ch}(k_q z^*) - \operatorname{sh}(k_q z^*) \right] dz^* = \\
&= \frac{\operatorname{sh}(k_p + k_q) \left[\operatorname{th}(k_p) \operatorname{th}(k_q) + 1 \right]}{2(k_p + k_q)} + \frac{\operatorname{sh}(k_p - k_q) \left[\operatorname{th}(k_p) \operatorname{th}(k_q) - 1 \right]}{2(k_p - k_q)} - \\
&- \frac{\left[\operatorname{ch}(k_p + k_q) - 1 \right] \left[\operatorname{th}(k_p) + \operatorname{th}(k_q) \right]}{2(k_p + k_q)} - \frac{\left[\operatorname{ch}(k_p - k_q) - 1 \right] \left[\operatorname{th}(k_p) - \operatorname{th}(k_q) \right]}{2(k_p - k_q)}; \\
f_3(k_p) &= \int_0^1 \left[\operatorname{th}(k_p) \operatorname{ch}(k_p z^*) - \operatorname{sh}(k_p z^*) \right]^2 dz^* = \frac{\operatorname{sh}(2k_p) \left[\operatorname{th}^2(k_p) + 1 \right]}{4k_p} + \\
&+ \frac{\left[\operatorname{th}^2(k_p) - 1 \right]}{2} - \frac{\operatorname{ch}(2k_p) \operatorname{th}(k_p)}{2k_p}.
\end{aligned}$$

Таким образом, решение задачи расчета электрического поля в ванне с двухслойно-однородной структурой по проводимости среды в радиальном направлении одноэлектродной круглой печи и с боковой стенкой, выполненной из проводящих материалов, представляется комбинациями функций $V(r^*, z^*)$, $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$, $U_1(r^*, z^*)$, $U_2(r^*, z^*)$, три последние из которых описываются рядами (4)-(6), где коэффициенты A_i , B_i , C_q определяются формулами (13), (17), (19). В случае выполнения боковой стенки из непроводящих материалов функции $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$, $U_1(r^*, z^*)$, $U_2(r^*, z^*)$ также даются рядами (4)-(5), где коэффициенты A_i , B_i , C_q определяются формулами (14), (17), (19).

Решение задачи расчета электрического поля в ванне с двухслойно-однородной структурой по проводимости среды в вертикальном направлении одноэлектродной круглой печи и с боковой стенкой, выполненной из проводящих материалов, представляется комбинациями функций $V(r^*, z^*)$, $U_{\text{ст}}(r^*, z^*)$, $U_1(r^*, z^*)$, $U_2(r^*, z^*)$, три последние из которых представлены рядами (22)-(24), где коэффициенты A_i определяются формулой (13), а коэффициен-

ты B_i , C_q – решением системы линейных алгебраических уравнений (28). В случае выполнения боковой стенки из непроводящих материалов функции $U_{ct}(r^*, z^*)$, $U_1(r^*, z^*)$, $U_2(r^*, z^*)$ также представлены рядами (22)-(24), в которых коэффициенты A_i , определяются формулой (14), а коэффициенты B_i , C_q – решением системы линейных алгебраических уравнений (28).

Литература

1. Ершов В.А., Данцис Я.Б., Жилов Г.М. Теоретические основы химической электротермии. Л.: Химия, 1978. 184 с.
2. Ильгачёв А.Н. Исследование разностно-потенциальных коэффициентов ванн многоэлектродных печей резистивного нагрева // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. 7. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2011. С. 196–209.
3. Ильгачёв А.Н. Аналитико-численный метод расчета характеристик электрического поля ванны многоэлектродных печей // Вестник Чувашского университета. 2016. № 3. С. 37–50.
4. Плетнев, А.А., Русаков М.Р., Талалов В.А. Численное моделирование электрического поля и сопротивления ванны многошлаковой руднотермической печи // Компьютерное моделирование при оптимизации технологических процессов электротермических производств: сб. тр. науч.-техн. совещания «Электротермия – 2000». СПб.: Изд-во СПбГТИ, 2000. С. 317–323.
5. Миронов Ю.М., Тарасов В.А. Аналитический расчёт электрических полей и сопротивлений ванн электрических печей // Известия вузов. Электромеханика. 1975. № 11. С. 1174–1189.
6. Френкель Я.И. Кинетика теории жидкостей. М.: Изд-во АН СССР, 1945. 424 с.
7. Шимони К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 773 с.
8. Lehner G. Electromagnetic field theory for engineers and physicists. 1st ed. Springer, 2008. 659 p.
9. Zhu Yu, Cangellaris A.C. Multigrid finite element methods for electromagnetic field modeling. Wiley-IEEE Press, 2006. 408 p.

ИЛЬГАЧЁВ АНАТОЛИЙ НИКОЛАЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных электротехнологических установок и систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (anikil47@mail.ru).

A. ILGACHEV

ACCOUNT OF MEDIUM CONDUCTANCE HETEROGENEITY IN ONE-ELECTRODE ROUND FURNACE BATH

Key words: two-layer homogeneous model, Laplace's equation, analytical and numerical method, variables separation method, least-squares method.

Taking into account the analysis of the technology process features occurring in the ore-thermal furnace bath, application of two-layer homogeneous models by electric conductance of medium in the one-electrode round furnace bath in the vertical or horizontal direction used to calculate electric field in it is justified. For structures under consideration Laplace's equation is solved by means of analytical and numerical method based on the combination of methods of equivalent sources, reflection, variable separation method and least-squares method. The function that determines the bath electrical field potential is calculated as a sum of three harmonic functions: the electrical field potential distribution function that is infinite in the bath radial direction; the function taking into account side-wall influence upon the bath electric field with uniform medium; the function taking into account non-uniformity of medium conductance.

References

1. Ershov V.A., Dantsis Ya.B., Zhilov G.M. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoi elektrotermii* [Theoretical Foundations of Chemical electrothermy]. Leningrad, Khimiya Publ., 1978, 184 p.
2. Ilgachev A.N. *Issledovanie raznostno-potentsial'nykh koeffitsientov vann mnogoelektroodnykh pechei rezistivnogo nagreva* [Investigation of potential difference-coefficient baths multielectrode resistance heating furnaces]. *Regional'naya energetika i elektrotehnika: problemy i resheniya: sb. nauch. tr. Vyp. 7* [Collection of scientific papers «Regional Energy & Electrical Engineering: Problems and Solutions», issue 7]. Cheboksary, Chuvash State Univesity Publ., 2011, pp. 196–209.
3. Ilgachev A.N. *Analitiko-chislennyi metod rascheta kharakteristik elektricheskogo polya vann mnogoelektroodnykh pechei* [Analytical numerical method of calculating the multi-electrode furnaces bath electric field characteristics]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 3, pp. 37–50.
4. Pletnev, A.A., Rusakov M.R., Talalov V.A. *Chislennoe modelirovanie elektricheskogo polya i soprotivleniya vann mnogoshlakovoi rudnotermicheskoi pechi* [Numerical simulations of the electric field and the resistance of ore-smelting furnace multislav bath]. *Komp'yuternoe modelirovanie pri optimizatsii tekhnologicheskikh protsessov elektrotermicheskikh proizvodstv: sb. tr. nauch.-tekhn. soveshchaniya «Elektrotermiya – 2000»* [collection of papers of Scientific and Technical Conference «Computer modeling in the optimization of technological processes electrometallurgy Electroheat – 2000»]. St. Petersburg, St. Petersburg State Technical Institute Publ., 2000, pp. 317–323.
5. Mironov Yu.M., Tarasov V.A. *Analiticheskii raschet elektricheskikh polei i soprotivlenii vann elektricheskikh pechei* [Analytical calculation of the electric fields and resistances of bathsof electric furnaces]. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Proceedings of the universities. Electro mechanics], 1975, no. 11, pp. 1174–1189.
6. Frenkel Ya.I. *Kinetika teorii zhidkosti* [The kinetics of the theory of liquids]. Moscow, AN USSR Publ., 1945, 424 p.
7. Shimoni K. *Teoreticheskaya elektrotehnika* [theoretical electrical Engineering]. Moscow, Mir Publ., 1964, 773 p.
8. Lehner G. *Electromagnetic field theory for engineers and physicists*. 1st ed. Springer, 2008. 659 p.
9. Zhu Yu, Cangellaris A.C. *Multigrid finite element methods for electromagnetic field modeling*. Wiley-IEEE Press, 2006. 408 p.

ILGACHEV ANATOLII – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor of Automated Technological Installations and Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (anikil47@mail.ru).

Ссылка на статью: Ильгачёв А.Н. Учет неоднородности проводимости среды ванны круглой одноэлектродной печи // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 62–72.

УДК 537.311.5:621.365.3

ББК 31.292

А.Н. ИЛЬГАЧЁВ

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ БОКОВЫХ СТЕНОК И НЕОДНОРОДНОСТИ ПРОВОДИМОСТИ СРЕДЫ ВАННЫ МНОГОЭЛЕКТРОДНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ

Ключевые слова: прямоугольная ванна печи, двухслойно-однородная модель, уравнение Лапласа, аналитико-численный метод, метод разделения переменных, метод наименьших квадратов.

В статье с учетом анализа особенности распределения электрической проводимости обосновывается применение моделей со слоисто-однородной структурой в вертикальном или горизонтальном направлении по проводимости среды ванны многоэлектродных прямоугольных печей различных технологических процессов при расчете её электрического поля. Для предложенных структур среды ванны получены аналитические решения уравнения Лапласа с применением аналитико-численного метода, основанного на комбинации методов эквивалентных источников, зеркальных отражений, суперпозиции, разделения переменных и наименьших квадратов. Функция, определяющая потенциал электрического поля ванны, находится как сумма гармонических функций. Часть из них определяет распределение потенциала электрического поля источников в однородной по проводимости и бесконечной в радиальном направлении ванне. Другая часть учитывает влияние боковой стенки на электрическое поле источников в ванне с однородной по проводимости средой, а третья – неоднородность проводимости среды ванны.

В [5] рассмотрен подход, обеспечивающий учёт неоднородности проводимости среды в ванне одноэлектродных круглых печей при расчёте её электрического поля. Такой подход может быть распространён на многоэлектродные печи с прямоугольной ванной.

При допущениях отсутствия дуг и пренебрежении поверхностным эффектом электрическое поле в ванне многоэлектродных шлаковых прямоугольных печей является квазистационарным, потенциальным и описывается уравнением

$$\operatorname{div}(-\gamma \operatorname{grad} \phi) = 0, \quad (1)$$

где ϕ – скалярный потенциал в комплексной форме; γ – удельная проводимость среды ванны, зависящая от ряда факторов и являющаяся функцией пространственных координат.

В общем случае удельная проводимость γ материалов ванны зависит не только от их электрических свойств, но и от взаимодействия электромагнитного и теплового полей, поля движения масс и происходящих в ней физико-химических процессов. С учётом упомянутых обстоятельств расчет электрического поля затруднителен.

Этот расчет можно значительно упростить, если аппроксимировать электрическую проводимость так, чтобы среда ванны была представлена областями, в пределах каждой из которых проводимость имеет постоянное значение. При этом в каждой из них электрическое поле описывается уравнением Лапласа [8]

$$\nabla^2 \phi = 0.$$

В ванне многих рудно-термических печей наибольшее изменение удельной проводимости материалов происходит в вертикальном направлении и (или) в горизонтальном направлении от оси печи. Проводимости материалов

разных областей ванны могут отличаться друг от друга на несколько порядков. Поэтому принимается допущение о том, что границы между зонами ванны выражены достаточно чётко и с хорошим приближением к её реальным структурам. Учет изменения удельной проводимости может быть произведён разбиением среды ванн на зоны (слои), в пределах каждой из которых удельная проводимость сохраняет свое значение.

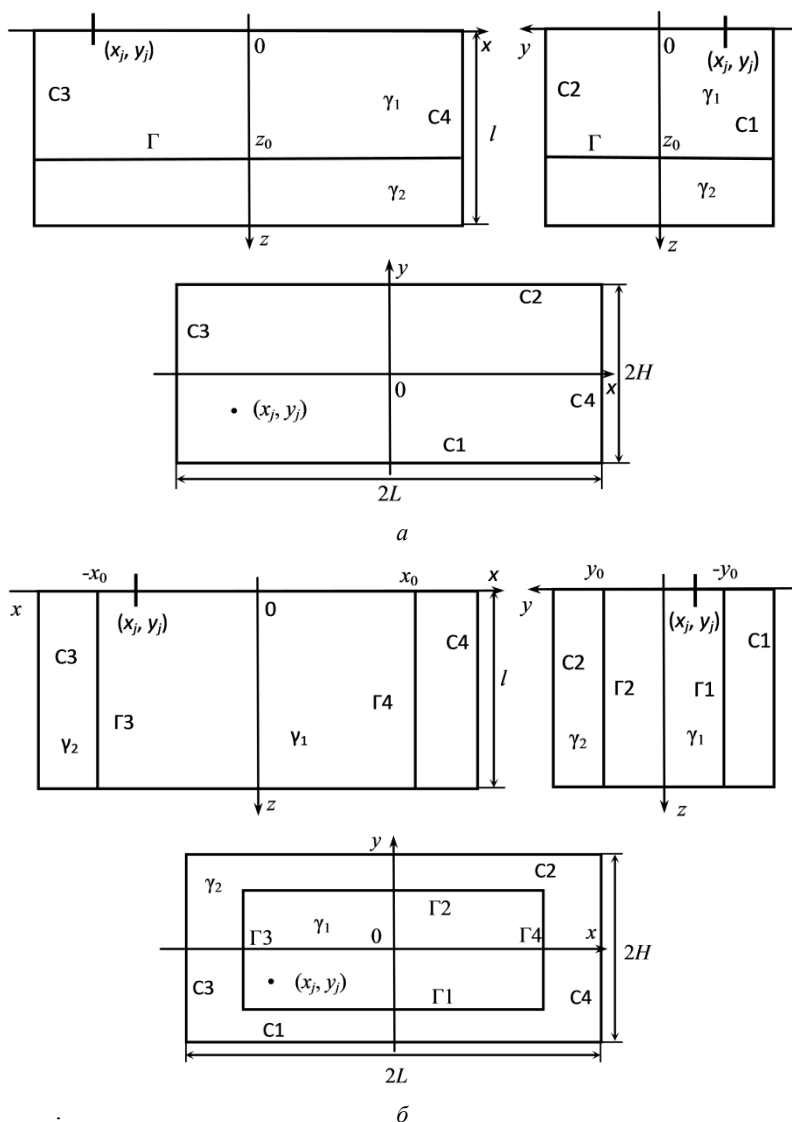
В ваннах печей цветной металлургии над слоем расплавленного шлака расположены твёрдые шихтовые материалы, проводимость которых ниже проводимости шлака. Результаты экспериментальных исследований [1] свидетельствуют о том, что в расплавленном шлаке имеет место интенсивное конвективное движение, которое значительно выравнивает температурное поле. При существующих в промышленных печах перепадах температур в объеме жидкого шлака изменение его удельной проводимости не превышает 5-20%. Расчётная модель в этом случае может быть представлена двумя слоями (рисунок, а), расположенными один над другим, на границе раздела Г которых задаётся условие непрерывности линий тока:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2, \\ \gamma_1 \frac{\partial \dot{\phi}_1}{\partial z} = \gamma_2 \frac{\partial \dot{\phi}_2}{\partial z}. \end{cases} \quad (2)$$

По данным [2], расчётные модели ванн многоэлектродных печей производства фосфора и карбида кальция также можно с достаточной для практики точностью представить в виде двух слоёв, расположенных один над другим, удельная проводимость в пределах каждого из которых постоянна. При этом на поверхности раздела этих слоёв задаётся граничное условие непрерывности линий тока (2).

В ванне многоэлектродных печей удельная объёмная мощность распределяется резко неравномерно. Наибольшие значения удельная мощность имеет в областях, расположенных вблизи рабочих поверхностей электродов [6]. Для расстояний между соседними электродами, характерных для действующих печей и определяемых их распадом в областях между электродами, удельная мощность изменяется незначительно. По мере удаления от электродов к боковым стенкам значения удельной объёмной мощности резко уменьшаются. Общие закономерности изменения температуры материалов ванны имеют подобный характер. Известно, что удельная электрическая проводимость расплавленных шлаков увеличивается с ростом температуры [7]. Поэтому наибольшие значения электрической проводимости среды ванны будет иметь в «горячей» области, в которой располагаются электроды. По мере удаления от неё в направлениях к боковым стенкам значения проводимости материалов резко уменьшаются. С учетом этих особенностей расчётная модель может быть представлена двумя слоями в виде соосных сплошного прямоугольного параллелепипеда высотой l , с основанием, имеющем длину $2x_0$ и ширину $2y_0$, и полого прямоугольного параллелепипеда с внешними размерами, совпадающими с размерами ванны (рисунок, б). На поверхностях границы их раздела Г1-Г4 задано условие непрерывности линий тока

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2, \\ \gamma_1 \frac{\partial \dot{\phi}_1}{\partial n} = \gamma_2 \frac{\partial \dot{\phi}_2}{\partial n}. \end{cases} \quad (3)$$



Основные обозначения, система координат двухслойно-однородных моделей по проводимости среды ванны в горизонтальном (а) и вертикальном (б) направлениях

На верхней границе верхнего слоя или слоёв среды ванны задается условие второго рода $\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$. Электрическая проводимость материалов электрода и расплава (металла) РТП значительно превосходит проводимость шлака и шихты. Это позволяет электрическое поле в средах с невысокой проводимостью рассчитывать независимо от электрического поля внутри электродов и расплава. В этом случае на поверхностях электродов и расплава за-

даются граничные условия для скалярного потенциала $\dot{\phi}_{\alpha i} = \text{const}$, $i = 1, 2, \dots, m$, $\dot{\phi}(x, y, l) = 0$.

Материал, из которого выполнена боковая стенка ванны, определяет вид граничных условий на ее поверхности в расчётной модели. Если боковая стенка выполнена из материала с высокой проводимостью, то на её поверхностях задаются граничные условия первого рода $\dot{\phi} = 0$. На поверхностях боковой стенки, выполненной из материалов с низкой проводимостью, задаются граничные условия второго рода $\frac{\partial \dot{\phi}}{\partial n} = 0$.

Распределение потенциала электрического поля в слоях среды ванны многоэлектродной печи может быть представлено с использованием распределений потенциала электрического поля ванны в расчетных режимах холостого хода [4]

$$\dot{\phi}_1(x, y, z) = \frac{1}{\gamma_1 l} \sum_{i=1}^m \dot{I}_{\alpha i} F_{1x.x}^{(i)}(x^*, y^*, z^*), \quad (4)$$

$$\dot{\phi}_2(x, y, z) = \frac{1}{\gamma_2 l} \sum_{i=1}^m \dot{I}_{\alpha i} F_{2x.x}^{(i)}(x^*, y^*, z^*), \quad (5)$$

где m – количество электродов; $\dot{I}_{\alpha i}$ – ток i -го электрода в комплексной форме; $F_{1x.x}^{(i)}(x^*, y^*, z^*)$, $F_{2x.x}^{(i)}(x^*, y^*, z^*)$ – вещественные обобщенные функции, характеризующие распределение потенциала электрического поля ванны в расчетном режиме холостого хода для i -го электрода в первом и втором слое, соответственно.

Для того, чтобы расчет электрического поля ванны печей с различным числом и расположением электродов производить по одному и тому алгоритму в аналитико-численном методе, обобщенные функции распределения потенциала $F_{1x.x}^{(i)}(x^*, y^*, z^*)$, $F_{2x.x}^{(i)}(x^*, y^*, z^*)$ представляются в виде сумм функций

$$F_{1x.x}^{(i)}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{j=1}^{N_{\text{ист}}} K_{jx.x}^{(i)} F_{1j}(x^*, y^*, z^*), \quad (6)$$

$$F_{2x.x}^{(i)}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{j=1}^{N_{\text{ист}}} K_{jx.x}^{(i)} F_{2j}(x^*, y^*, z^*), \quad (6')$$

где $F_{1j}(x^*, y^*, z^*)$, $F_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ – обобщенные функции распределения потенциала электрического поля j -го источника с координатами x_j и y_j в первом и втором слоях ванны, соответственно; $K_{jx.x}^{(i)}$ – ток j -го источника в режиме холостого

хода ванны для i -го электрода; $N_{\text{ист}} = m \sum_{k=1}^t (m-1)^k$ – общее количество источников тока, создающих электрическое поле в ванне [3]; t – количество отражений основного источника тока одного электрода при многократном решении вспомогательной задачи взаимного учета электродов друг на друга.

1. Двухслойно-однородная модель по проводимости среды ванны в горизонтальном направлении (рисунок, а). В соответствии с аналитико-численным методом [3] функции $F_{1j}(x^*, y^*, z^*)$ и $F_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ для этого случая (рис. 1, а) могут быть представлены

$$\begin{aligned} F_{1j}(x^*, y^*, z^*) &= V_j(x^*, y^*, z^*) + U_{ctj}(x^*, y^*, z^*) + U_{1j}(x^*, y^*, z^*) = \\ &= W_j(x^*, y^*, z^*) + U_{1j}(x^*, y^*, z^*), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} F_{2j}(x^*, y^*, z^*) &= V_j(x^*, y^*, z^*) + U_{ctj}(x^*, y^*, z^*) + U_{2j}(x^*, y^*, z^*) = \\ &= W_j(x^*, y^*, z^*) + U_{2j}(x^*, y^*, z^*), \end{aligned} \quad (8)$$

где $V_j(x^*, y^*, z^*)$ – функция распределения потенциала электрического поля j -го источника тока в однородной по проводимости ванне и бесконечной в горизонтальном направлении; $U_{ctj}(x^*, y^*, z^*)$ – функция, учитывающая влияние боковой стенки на электрическое поле j -го источника тока в однородной по проводимости среде ванны; $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ – функции, учитывающие влияние неоднородности проводимости слоёв ванны на электрическое поле j -го источника тока.

В качестве функции $U_{ctj}(x^*, y^*, z^*)$, учитывающей влияние боковой стенки, используются суммы частных решений уравнения Лапласа в системе декартовых координат, каждое из которых удовлетворяет части граничных условий:

$$U_{ctj}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} (A_{jnk} \Omega_{nk}^A + B_{jnk} \Omega_{nk}^B + C_{jnk} \Omega_{nk}^C + D_{jnk} \Omega_{nk}^D), \quad (9)$$

где $\Omega_{nk}^A = \cos\left(\frac{n\pi x^*}{L^*}\right) \text{ch}(k_{nk}^y y^*) \cos\left[(2k+1)\frac{\pi z^*}{2}\right],$

$$\Omega_{nk}^B = \sin\left(\frac{n\pi x^*}{L^*}\right) \text{ch}(k_{nk}^y y^*) \cos\left[(2k+1)\frac{\pi z^*}{2}\right],$$

$$\Omega_{nk}^C = \cos\left(\frac{n\pi x^*}{L^*}\right) \text{sh}(k_{nk}^y y^*) \cos\left[(2k+1)\frac{\pi z^*}{2}\right],$$

$$\Omega_{nk}^D = \sin\left(\frac{n\pi x^*}{L^*}\right) \text{sh}(k_{nk}^y y^*) \cos\left[(2k+1)\frac{\pi z^*}{2}\right], \quad k_{nk}^y = \pi \sqrt{\left(\frac{n}{L^*}\right)^2 + \left(\frac{2k+1}{2}\right)^2}.$$

В качестве функций $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ также используются суммы частных решений уравнения Лапласа, полученных методом разделения переменных в системе декартовых координат:

а) для проводящей стенки

$$U_{1j}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} E_{jkn} \sin\left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*}\right] \sin\left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*}\right] \text{ch}(q_{nk}^z z^*), \quad (10)$$

$$U_{2j}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} H_{jkn} \sin\left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*}\right] \sin\left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*}\right] \text{sh}[q_{nk}^z (1 - z^*)]; \quad (11)$$

б) для непроводящей стенки

$$U_{1j}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} E_{jnk} \cos \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \text{ch}(q_{nk}^z z^*), \quad (12)$$

$$U_{2j}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} H_{jnk} \cos \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \text{sh}[q_{nk}^z (1 - z^*)], \quad (13)$$

где $q_{nk}^z = \frac{\pi}{2} \sqrt{\left(\frac{n}{L^*}\right)^2 + \left(\frac{k}{H^*}\right)^2}$.

Исходя из выбранных представлений функций $U_{\text{ср}j}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$ и $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ граничные условия на поверхностях боковой стенке ванны можно записать следующим образом:

а) для проводящей стенки

на поверхности С1: $U_{\text{ср}j}(x^*, -H^*, z^*) = -V_j(x^*, -H^*, z^*)$,

на поверхности С2: $U_{\text{ср}j}(x^*, H^*, z^*) = -V_j(x^*, H^*, z^*)$,

на поверхности С3: $U_{\text{ср}j}(-L^*, y^*, z^*) = -V_j(-L^*, y^*, z^*)$,

на поверхности С4: $U_{\text{ср}j}(L^*, y^*, z^*) = -V_j(L^*, y^*, z^*)$;

б) для непроводящей стенки

на поверхности С1: $\frac{\partial U_{\text{ср}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-H^*} = -\frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-H^*}$,

на поверхности С2: $\frac{\partial U_{\text{ср}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=H^*} = -\frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=H^*}$,

на поверхности С3: $\frac{\partial U_{\text{ср}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=-L^*} = -\frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=-L^*}$,

на поверхности С4: $\frac{\partial U_{\text{ср}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=L^*} = -\frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=L^*}$.

Коэффициенты A_{jkn} , B_{jkn} , C_{jkn} , D_{jkn} в (9) определяются методом наименьших квадратов, в соответствии с которым они должны как можно точнее удовлетворять граничным условиям в интегральном смысле, т.е. чтобы значение интеграла по всем поверхностям $S_{\text{ср}}^*$ боковой стенки ванны

а) для проводящей стенки $\int_{S_{\text{ср}}^*} [U_{\text{ср}j}(x^*, y^*, z^*) + V_j(x^*, y^*, z^*)]^2 ds^*$;

б) для непроводящей стенки $\int_{S_{\text{ср}}^*} \left[\frac{\partial U_{\text{ср}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial n} + \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial n} \right]^2 ds^*$

было минимальным.

Ограничим значения индексов членов рядов для функций $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$ и $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$:

N_1, N_2 – максимальные значения индексов членов ряда для функции $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$ по n и по k , соответственно;

N_3, N_4 – максимальные значения индексов членов ряда для функции $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ по n и по k , соответственно.

При таких ограничениях определение вышеупомянутых коэффициентов сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений следующего вида:

а) для проводящей стенки

$$\sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \left(A_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \Omega_{nk}^A \Omega_{lp}^\mu ds^* + B_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \Omega_{nk}^B \Omega_{lp}^\mu ds^* + C_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \Omega_{nk}^C \Omega_{lp}^\mu ds^* + D_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \Omega_{nk}^D \Omega_{lp}^\mu ds^* \right) = - \sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \int_{S_{cr}^*} V_j(x^*, y^*, z^*) \Omega_{lp}^\mu ds^* ; \quad (14)$$

б) для непроводящей стенки

$$\sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \left(A_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial \Omega_{nk}^A}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lp}^\mu}{\partial n} ds^* + B_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial \Omega_{nk}^B}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lp}^\mu}{\partial n} ds^* + C_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial \Omega_{nk}^C}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lp}^\mu}{\partial n} ds^* + D_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial \Omega_{nk}^D}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lp}^\mu}{\partial n} ds^* \right) = - \sum_{k=0}^{N_2} \sum_{n=0}^{N_1} \int_{S_{cr}^*} \frac{V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lp}^\mu}{\partial n} ds^* , \quad (15)$$

где $\frac{\partial \Omega_{lp}^\mu}{\partial n}$ – производная функции Ω_{lp}^μ по нормальному направлению к поверхности боковой стенки; $l = 0, 1, \dots, N_1$, $p = 0, 1, \dots, N_2$, $\mu = A, B, C, D$.

Интегралы в левых частях систем (14) и (15) вычисляются аналитически. Анализ показывает, что матрицы коэффициентов систем (14) и (15) имеют блочно-диагональную структуру с расположением блоков, содержащих ненулевые элементы, на главной диагонали. Это позволяет разделить исходные системы уравнений на ряд подсистем:

а) для проводящей стенки ($l = 0, 1, \dots, N_1, k = 0, 1, \dots, N_2$):

$$\sum_{n=0}^{N_1} A_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \Omega_{nk}^A \Omega_{lk}^A ds^* = - \int_{S_{cr}^*} V_j(x^*, y^*, z^*) \Omega_{lk}^A ds^* , \quad (16)$$

$$\sum_{n=0}^{N_1} B_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \Omega_{nk}^B \Omega_{lk}^B ds^* = - \int_{S_{cr}^*} V_j(x^*, y^*, z^*) \Omega_{lk}^B ds^* ,$$

$$\sum_{n=0}^{N_1} C_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \Omega_{nk}^C \Omega_{lk}^C ds^* = - \int_{S_{cr}^*} V_j(x^*, y^*, z^*) \Omega_{lk}^C ds^* , \quad (17)$$

$$\sum_{n=0}^{N_1} D_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \Omega_{nk}^D \Omega_{lk}^D ds^* = - \int_{S_{cr}^*} V_j(x^*, y^*, z^*) \Omega_{lk}^D ds^* ,$$

б) для непроводящей стенки ($l = 0, 1, \dots, N_1, k = 0, 1, \dots, N_2$):

$$\sum_{n=0}^{N_1} A_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial \Omega_{nk}^A}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lk}^A}{\partial n} ds^* = - \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lk}^A}{\partial n} ds^*,$$

$$\sum_{n=0}^{N_1} B_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial \Omega_{nk}^B}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lk}^B}{\partial n} ds^* = - \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lk}^B}{\partial n} ds^*, \quad (18)$$

$$\sum_{n=0}^{N_1} C_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial \Omega_{nk}^C}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lk}^C}{\partial n} ds^* = - \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lk}^C}{\partial n} ds^*,$$

$$\sum_{n=0}^{N_1} D_{jnk} \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial \Omega_{nk}^D}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lk}^D}{\partial n} ds^* = - \int_{S_{cr}^*} \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial n} \frac{\partial \Omega_{lk}^D}{\partial n} ds^*, \quad (19)$$

которые решаются независимо друг от друга.

В ряде подсистем коэффициенты определяются непосредственно. В частности,

а) для проводящей стенки

$$B_{j0,k} = 0, \quad (20)$$

$$B_{jnk} = \frac{1}{L^* \operatorname{ch}(q_{nk}^y H^*)} \int_0^1 \int_{-L^*}^{L^*} [V_j(x^*, H^*, z^*) + V_j(x^*, -H^*, z^*)] \times$$

$$\times \cos\left(n \frac{\pi x^*}{L^*}\right) \cos\left[(2k+1) \frac{\pi z^*}{2}\right] dx^* dz^*; \quad (20')$$

$$D_{j0,k} = 0, \quad (21)$$

$$D_{jnk} = \frac{1}{L^* \operatorname{sh}(q_{nk}^y H^*)} \int_0^1 \int_{-L^*}^{L^*} [V_j(x^*, H^*, z^*) - V_j(x^*, -H^*, z^*)] \times$$

$$\times \cos\left(n \frac{\pi x^*}{H^*}\right) \cos\left[(2k+1) \frac{\pi z^*}{2}\right] dx^* dz^*; \quad (21')$$

б) для непроводящей стенки

$$A_{j0,k} = \frac{1}{2L^* q_{0,k}^y \operatorname{sh}(q_{0,k}^y H^*)} \times$$

$$\times \int_0^1 \int_{-L^*}^{L^*} \left[\frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=H^*} - \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-H^*} \right] \cos\left[(2k+1) \frac{\pi z^*}{2}\right] dx^* dz^*, \quad (22)$$

$$A_{jnk} = \frac{1}{L^* q_{nk}^y \operatorname{sh}(q_{nk}^y H^*)} \int_0^1 \int_{-L^*}^{L^*} \left[\frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=H^*} - \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-H^*} \right] \times$$

$$\times \cos\left(n \frac{\pi x^*}{L^*}\right) \cos\left[(2k+1) \frac{\pi z^*}{2}\right] dx^* dz^*, \quad (22')$$

$$C_{j0,k} = \frac{1}{2L^* q_{0,k}^y \operatorname{ch}(q_{0,k}^y H^*)} \times$$

$$\times \int_0^1 \int_{-L^*}^{L^*} \left[\frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=H^*} + \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-H^*} \right] \cos \left[(2k+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] dx^* dz^*, \quad (23)$$

$$C_{jnk} = \frac{1}{L^* q_{nk}^y \operatorname{ch}(q_{nk}^y H^*)} \int_0^1 \int_{-L^*}^{L^*} \left[\frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=H^*} + \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-H^*} \right] \times$$

$$\times \cos \left(n \frac{\pi x}{L^*} \right) \cos \left[(2k+1) \frac{\pi z^*}{2} \right] dx^* dz^*. \quad (23')$$

Граничные условия непрерывности тока на поверхности Γ , разделяющей слои 1 и 2 (рисунок, а):

$$\begin{cases} \dot{\phi}_1(x, y, z_0) = \dot{\phi}_2(x, y, z_0), \\ \gamma_1 \frac{\partial \dot{\phi}_1(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_0} = \gamma_2 \frac{\partial \dot{\phi}_2(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=z_0}. \end{cases}$$

С учётом (4)–(6), (6'), (7) и (8)

$$\begin{cases} \gamma_2 U_{1j}(x^*, y^*, z_0^*) - \gamma_1 U_{2j}(x^*, y^*, z_0^*) = (\gamma_1 - \gamma_2) W_j(x^*, y^*, z^*), \\ \frac{\partial U_{1j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*} - \frac{\partial U_{2j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*} = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Подставим (10)–(11) или (12)–(13) и их производные по z^* в (24). Тогда а) для проводящей стенки

$$\begin{cases} \gamma_2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} E_{jnk} \sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \operatorname{ch} [q_{nk}^z z_0^*] - \\ - \gamma_1 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} H_{jnk} \sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \operatorname{sh} [q_{nk}^z (1 - z_0^*)] = \\ = (\gamma_1 - \gamma_2) W_j(r^*, z_0^*), \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} E_{jkn} \sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] q_{nk}^z \operatorname{sh} [q_{nk}^z z_0^*] + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} H_{jnk} \sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] q_{nk}^z \operatorname{ch} [q_{nk}^z (1 - z_0^*)] = 0; \end{cases} \quad (25)$$

б) для непроводящей стенки

$$\left\{ \begin{aligned} & \gamma_2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{jkn} \cos \left[\frac{k\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \operatorname{ch} \left[q_{kn}^z z_0^* \right] - \\ & - \gamma_1 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} H_{jkn} \cos \left[\frac{k\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \operatorname{sh} \left[q_{kn}^z (1 - z_0^*) \right] = \\ & = (\gamma_1 - \gamma_2) W_j(r^*, z_0^*), \end{aligned} \right. \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} E_{jnk} \cos \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] q_{nk}^z \operatorname{sh} \left[q_{nk}^z z_0^* \right] + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} H_{jnk} \cos \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] q_{nk}^z \operatorname{ch} \left[q_{nk}^z (1 - z_0^*) \right] = 0. \end{aligned} \right.$$

Из последних уравнений систем (28) и (29) следует

$$H_{jnk} = -E_{jnk} \frac{\operatorname{sh}(q_{nk}^z z_0^*)}{\operatorname{ch}[q_{nk}^z (1 - z_0^*)]}. \quad (27)$$

Разложим в двойные ряды Фурье функции $W_j(x^*, y^*, z_0^*)$ и $\frac{\partial W_j(x^*, y^*, z_0^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*}$ на интервалах изменения переменных $-L^* \leq x^* \leq L^*$ и

$-H^* \leq y^* \leq H^*$, соответственно, в системах ортогональных функций

$$\sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \text{ и } \cos \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right]$$

$$W_j(x^*, y^*, z_0^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} G_{jnk} \sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right], \quad (28)$$

$$\frac{\partial W_j(x^*, y^*, z_0^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} G'_{jkn} \cos \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right], \quad (29)$$

где

а) для проводящей стенки

$$G_{jnk} = \frac{1}{L^* H^*} \int_{-H^*}^{H^*} \int_{-L^*}^{L^*} W_j(x^*, y^*, z_0^*) \sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] dx^* dy^*,$$

б) для непроводящей стенки

$$G'_{j,0} = \frac{1}{4L^*H^*} \int_{-H^*}^{H^*} \int_{-L^*}^{L^*} \frac{\partial W_j(x^*, y^*, z_0^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*} dx^* dy^*,$$

$$G'_{j,0,k} = \frac{1}{2L^*H^*} \int_{-H^*}^{H^*} \int_{-L^*}^{L^*} \frac{\partial W_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*} \cos \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] dx^* dy^*,$$

$$G'_{j,n,0} = \frac{1}{2L^*H^*} \int_{-H^*}^{H^*} \int_{-L^*}^{L^*} \frac{\partial W_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*} \cos \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] dx^* dy^*,$$

$$G'_{j,k,n} = \frac{1}{L^*H^*} \int_{-H^*}^{H^*} \int_{-L^*}^{L^*} \frac{\partial W_j(x^*, y^*, z_0^*)}{\partial z^*} \Big|_{z^*=z_0^*} \cos \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] dx^* dy^*.$$

Подставим (28) и (29) в первое уравнение, соответственно, систем (25) и (26)

$$\gamma_2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{jkn} \sin \left[\frac{k\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{n\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \text{ch} [q_{kn}^z z_0^*] -$$

$$-\gamma_1 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{jkn} \frac{\text{sh}(q_{kn}^z z_0^*)}{\text{ch} [q_{kn}^z (1 - z_0^*)]} \sin \left[\frac{k\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{n\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \text{sh} [q_{kn}^z (1 - z_0^*)] =$$

$$= (\gamma_1 - \gamma_2) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} G_{jnk} \sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right],$$

$$\gamma_2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{jkn} \cos \left[\frac{k\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \text{ch} [q_{kn}^z z_0^*] -$$

$$-\gamma_1 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} E_{jkn} \frac{\text{sh}(q_{kn}^z z_0^*)}{\text{ch} [q_{kn}^z (1 - z_0^*)]} \cos \left[\frac{k\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \cos \left[\frac{n\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right] \times$$

$$\times \text{sh} [q_{kn}^z (1 - z_0^*)] = (\gamma_1 - \gamma_2) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} G'_{jnk} \sin \left[\frac{n\pi(x^* + L^*)}{2L^*} \right] \sin \left[\frac{k\pi(y^* + H^*)}{2H^*} \right].$$

Из последних соотношений следуют равенства

а) для проводящей стенки

$$E_{jkn} = G_{jkn} \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{\gamma_2 \text{ch}(q_{kn}^z z_0^*) + \gamma_1 \text{sh} [q_{kn}^z (1 - z_0^*)] \cdot \text{th} [q_{kn}^z (1 - z_0^*)]}; \quad (30)$$

б) для непроводящей стенки

$$E_{jkn} = G'_{jkn} \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{\gamma_2 \text{ch}(q_{kn}^z z_0^*) + \gamma_1 \text{sh} [q_{kn}^z (1 - z_0^*)] \cdot \text{th} [q_{kn}^z (1 - z_0^*)]}. \quad (30')$$

2. Двухслойно-однородная модель по проводимости среды ванны в вертикальном направлении (рисунок, б). Распределение потенциала электрического поля j -го источника тока в слоях ванны в этом случае представляется

$$F_{1j}(x^*, y^*, z^*) = V_j(x^*, y^*, z^*) + U_{1j}(x^*, y^*, z^*), \quad (31)$$

$$F_{2j}(x^*, y^*, z^*) = V_j(x^*, y^*, z^*) + U_{стj}(x^*, y^*, z^*) + U_{2j}(x^*, y^*, z^*). \quad (32)$$

Так же как и в предыдущем случае, будем искать функции $U_{стj}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$ в виде сумм частных решений уравнения Лапласа (9) и

$$U_{1j}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} (A_{jnk}^0 \omega_{nk}^A + B_{jnk}^0 \omega_{nk}^B + C_{jnk}^0 \omega_{nk}^C + D_{jnk}^0 \omega_{nk}^D), \quad (33)$$

где
$$\omega_{nk}^A = \cos\left(\frac{n\pi x^*}{x_0^*}\right) \operatorname{ch}(k_{nk}^0 y^*) \cos\left[\frac{(2k+1)\pi z^*}{2}\right],$$

$$\omega_{nk}^B = \sin\left(\frac{n\pi x^*}{x_0^*}\right) \operatorname{ch}(k_{nk}^0 y^*) \cos\left[\frac{(2k+1)\pi z^*}{2}\right],$$

$$\omega_{nk}^C = \cos\left(\frac{n\pi x^*}{x_0^*}\right) \operatorname{sh}(k_{nk}^0 y^*) \cos\left[\frac{(2k+1)\pi z^*}{2}\right],$$

$$\omega_{nk}^D = \sin\left(\frac{n\pi x^*}{x_0^*}\right) \operatorname{sh}(k_{nk}^0 y^*) \cos\left[\frac{(2k+1)\pi z^*}{2}\right], \quad k_{nk}^0 = \pi \sqrt{\left(\frac{2n}{x_0^*}\right)^2 + \frac{(2k+1)^2}{4}}.$$

В качестве функции $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ также используются сумма частных решений уравнения Лапласа в системе декартовых координат:

а) для проводящей стенки

$$U_{2j}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{t=1}^{\infty} E_{jti}^0 \sin\left[\frac{i\pi(x^* + L^*)}{2L^*}\right] \sin\left[\frac{t\pi(y^* + H^*)}{2H^*}\right] \times \quad (34)$$

$$\times \left[\operatorname{th}(k_{it}^z) \operatorname{ch}(k_{it}^z z^*) - \operatorname{sh}(k_{it}^z z^*) \right];$$

б) для непроводящей стенки

$$U_{2j}(x^*, y^*, z^*) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} E_{jti}^0 \cos\left[\frac{i\pi(x^* + L^*)}{2L^*}\right] \cos\left[\frac{t\pi(y^* + H^*)}{2H^*}\right] \times \quad (35)$$

$$\times \left[\operatorname{th}(k_{it}^z) \operatorname{ch}(k_{it}^z z^*) - \operatorname{sh}(k_{it}^z z^*) \right],$$

где
$$k_{it}^z = \frac{\pi}{2} \sqrt{\left(\frac{i}{L^*}\right)^2 + \left(\frac{t}{H^*}\right)^2}.$$

Исходя из выбранных представлений функций $U_{стj}(x^*, y^*, z^*)$ и $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ граничные условия на поверхностях боковой стенки:

а) для проводящей стенки

$$U_{стj}(x^*, -H^*, z^*) = -V_j(x^*, -H^*, z^*),$$

$$\begin{aligned} U_{\text{ст}j}(x^*, H^*, z^*) &= -V_j(x^*, H^*, z^*), \\ U_{\text{ст}j}(-L^*, y^*, z^*) &= -V_j(-L^*, y^*, z^*), \\ U_{\text{ст}j}(L^*, y^*, z^*) &= -V_j(L^*, y^*, z^*); \end{aligned}$$

б) для непроводящей стенки

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{\text{ст}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-L^*} &= - \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-L^*}, \\ \frac{\partial U_{\text{ст}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=L^*} &= - \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=L^*}, \\ \frac{\partial U_{\text{ст}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=-L^*} &= - \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=-L^*}, \\ \frac{\partial U_{\text{ст}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=L^*} &= - \frac{\partial V_j(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=L^*}. \end{aligned}$$

Поэтому коэффициенты A_{jkn} , B_{jkn} , C_{jkn} , D_{jkn} функции $U_{\text{ст}j}(x^*, y^*, z^*)$ вычисляются по (22)–(26') аналогично предыдущему случаю.

Граничные условия непрерывности тока на поверхностях Г1–Г4 раздела слоёв 1 и 2 (рисунок, б) с учетом (34) и (35)

а) на поверхностях Г1 и Г2

$$\begin{cases} \gamma_2 U_{1j}(x^*, -y_0^*, z^*) - \gamma_1 U_{2j}(x^*, -y_0^*, z^*) = \\ = (\gamma_1 - \gamma_2) V_j(x^*, -y_0^*, z^*) + \gamma_1 U_{\text{ст}j}(x^*, -y_0^*, z^*), \\ \frac{\partial U_{1j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-y_0^*} = \frac{\partial U_{2j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-y_0^*} + \frac{\partial U_{\text{ст}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=-y_0^*}, \end{cases} \quad (36)$$

$$\begin{cases} \gamma_2 U_{1j}(x^*, y_0^*, z^*) - \gamma_1 U_{2j}(x^*, y_0^*, z^*) = \\ = (\gamma_1 - \gamma_2) V_j(x^*, y_0^*, z^*) + \gamma_1 U_{\text{ст}j}(x^*, y_0^*, z^*), \\ \frac{\partial U_{1j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=y_0^*} = \frac{\partial U_{2j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=y_0^*} + \frac{\partial U_{\text{ст}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^*} \Big|_{y^*=y_0^*}; \end{cases} \quad (36')$$

б) на поверхностях Г3 и Г4

$$\begin{cases} \gamma_2 U_{1j}(-x_0^*, y^*, z^*) - \gamma_1 U_{2j}(-x_0^*, y^*, z^*) = \\ = (\gamma_1 - \gamma_2) V_j(-x_0^*, y^*, z^*) + \gamma_1 U_{\text{ст}j}(-x_0^*, y^*, z^*), \\ \frac{\partial U_{1j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=-x_0^*} = \frac{\partial U_{2j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=-x_0^*} + \frac{\partial U_{\text{ст}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=-x_0^*}, \end{cases} \quad (36'')$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \gamma_2 U_{1j}(x_0^*, y^*, z^*) - \gamma_1 U_{2j}(x_0^*, y^*, z^*) = \\ & = (\gamma_1 - \gamma_2) V_j(x_0^*, y^*, z^*) + \gamma_1 U_{\text{сг}j}(x_0^*, y^*, z^*), \\ & \frac{\partial U_{1j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=x_0^*} = \frac{\partial U_{2j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=x_0^*} + \frac{\partial U_{\text{сг}j}(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=x_0^*}. \end{aligned} \right. \quad (36''')$$

Подставим (34), (35) и их производные по x^*, y^* в (36)–(36''') и ограничим количества членов рядов для функций $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$ и $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$:

- N_1, N_2 – максимальные значения индексов членов ряда для функции $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$ по n и по k , соответственно;
- N_3, N_4 – максимальные значения индексов членов ряда для функции $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ по n и по k , соответственно;

С учётом этих ограничений составляем невязки для уравнений систем (36)–(36'''). Применим метод наименьших квадратов для определения коэффициентов $A_{jnk}^0, B_{jnk}^0, C_{jnk}^0, D_{jnk}^0$, и E_{ji}^0 в (33), (34) и (35), согласно которому значения этих коэффициентов выбираются так, чтобы сумма квадратов невязок в интегральном смысле по площадям поверхностей Γ_1 – Γ_4 границы, разделяющей слои 1 и 2, была минимальной:

$$S = \sum_{r=1}^4 \sum_{q=1}^2 \int_{S_{0-r}^*} \delta_{q-\Gamma r}^2 ds^* \rightarrow \min.$$

Условием минимума суммы квадратов невязок является равенство нулю частных производных

$$\frac{\partial S}{\partial A_{jpl}^0} = 2 \sum_{r=1}^4 \sum_{u=1}^2 \int_{S_{0-r}^*} \delta_{u-r} \frac{\partial \delta_{u-r}}{\partial A_{jpl}^0} ds^* = 0, \quad p = 0, 1, \dots, N_1, l = 0, 1, \dots, N_2,$$

$$\frac{\partial S}{\partial B_{jpl}^0} = 2 \sum_{r=1}^4 \sum_{u=1}^2 \int_{S_{0-r}^*} \delta_{u-r} \frac{\partial \delta_{u-r}}{\partial B_{jpl}^0} ds^* = 0, \quad p = 0, 1, \dots, N_1, l = 0, 1, \dots, N_2,$$

$$\frac{\partial S}{\partial C_{jpl}^0} = 2 \sum_{r=1}^4 \sum_{u=1}^2 \int_{S_{0-r}^*} \delta_{u-r} \frac{\partial \delta_{u-r}}{\partial C_{jpl}^0} ds^* = 0, \quad p = 0, 1, \dots, N_1, l = 0, 1, \dots, N_2,$$

$$\frac{\partial S}{\partial D_{jpl}^0} = 2 \sum_{r=1}^4 \sum_{u=1}^2 \int_{S_{0-r}^*} \delta_{u-r} \frac{\partial \delta_{u-r}}{\partial D_{jpl}^0} ds^* = 0, \quad p = 0, 1, \dots, N_1, l = 0, 1, \dots, N_2,$$

$$\frac{\partial S}{\partial E_{jsq}^0} = 2 \sum_{r=1}^4 \sum_{u=1}^2 \int_{S_{0-r}^*} \delta_{u-r} \frac{\partial \delta_{u-r}}{\partial E_{jsq}^0} ds^* = 0, \quad s = 1, 2, \dots, N_3, q = 1, 2, \dots, N_4.$$

Подставив в последние уравнения выражения для невязок и их производных по искомым коэффициентам, получим систему линейных алгебраических уравнений порядка

$$4(N_1 + 1)(N_2 + 1) + (N_3 + 1)(N_4 + 1)$$

со следующей структурой:

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \{aa_{plnk} A_{jpl}^0 + ab_{plnk} B_{jpl}^0 + ac_{plnk} C_{jpl}^0 + \\
 & + ad_{plnk} D_{jpl}^0\} + \sum_{i=1}^{N_3} \sum_{t=1}^{N_4} ae_{plit} E_{jit}^0 = ag_{lp}, \\
 & \sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \{ba_{plnk} A_{jpl}^0 + bb_{plnk} B_{jpl}^0 + bc_{plnk} C_{jpl}^0 + \\
 & + bd_{plnk} D_{jpl}^0\} + \sum_{i=1}^{N_3} \sum_{t=1}^{N_4} be_{plit} E_{jit}^0 = bg_{lp}, \\
 & \sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \{ca_{plnk} A_{jpl}^0 + cb_{plnk} B_{jpl}^0 + cc_{plnk} C_{jpl}^0 + \\
 & + cd_{plnk} D_{jpl}^0\} + \sum_{i=1}^{N_3} \sum_{t=1}^{N_4} ce_{plit} E_{jit}^0 = cg_{lp}, \\
 & \sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \{da_{plnk} A_{jpl}^0 + db_{plnk} B_{jpl}^0 + dc_{plnk} C_{jpl}^0 + \\
 & + dd_{plnk} D_{jpl}^0\} + \sum_{i=1}^{N_3} \sum_{t=1}^{N_4} de_{plit} E_{jit}^0 = dg_{lp}, \\
 & \sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^{N_2} \{da_{plnk} A_{jpl}^0 + db_{plnk} B_{jpl}^0 + dc_{plnk} C_{jpl}^0 + \\
 & + dd_{plnk} D_{jpl}^0\} + \sum_{i=1}^{N_3} \sum_{t=1}^{N_4} de_{plit} E_{jit}^0 = dg_{it},
 \end{aligned} \right\}$$

$$p = 0, 1, \dots, N_1, l = 0, 1, \dots, N_2, i = 1, 2, \dots, N_3, t = 1, 2, \dots, N_4, \quad (37)$$

где коэффициенты $aa_{plnk}, ab_{plnk}, ac_{plnk}, ad_{plnk}, ae_{plit}, ba_{plnk}, bb_{plnk}, bc_{plnk}, bd_{plnk}, be_{plit}, ca_{plnk}, cb_{plnk}, cc_{plnk}, cd_{plnk}, ce_{plnk}, da_{plnk}, db_{plnk}, dc_{plnk}, dd_{plnk}, de_{plit}$ матрицы системы определяются аналитически.

Таким образом, распределение потенциала электрического поля в прямоугольной ванне многоэлектродной печи может быть представлено суммой гармонических функций. Часть из них определяет распределение потенциала электрического поля источников тока в однородной по проводимости и бесконечной в радиальном направлении среде. Другая часть учитывает влияние боковой стенки на электрическое поле источников в однородной по проводимости среде ванны, а третья – неоднородность проводимости среды ванны.

Распределение потенциала электрического поля одного источника тока в прямоугольной ванне с двухслойно-однородной структурой по проводимости среды в горизонтальном направлении, имеющей боковые стенки, выполненные из проводящих материалов, представляется комбинациями функций $V_j(x^*, y^*, z^*), U_{стj}(x^*, y^*, z^*), U_{1j}(x^*, y^*, z^*), U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$, три последние из которых представлены двухмерными рядами (9)–(11), где коэффициенты $A_{jkn}, B_{jkn}, C_{jkn}, D_{jkn}, E_{jkn}, H_{jkn}$ определяются формулами (20), (20'), (21), (21'), (27), (30) и решением систем уравнений (16) и (17). В случае выполнения боковой

стенки из непроводящих материалов функции $U_{ctf}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ представлены двухмерными рядами (9), (12), (13), где коэффициенты A_{jkn} , B_{jkn} , C_{jkn} , D_{jkn} , E_{jkn} , H_{jkn} определяются формулами (22), (22'), (23), (23'), (27), (30') и решением систем уравнений (18) и (19).

Распределение потенциала электрического поля одного источника тока в прямоугольной ванне с двухслойно-однородной структурой по проводимости в вертикальном направлении, имеющей боковые стенки, выполненные из проводящих материалов, представляется комбинациями функций $V_j(x^*, y^*, z^*)$, $U_{ctf}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$, три последние из которых представлены двухмерными рядами (9), (33), (34), где коэффициенты A_{jkn} , B_{jkn} , C_{jkn} , D_{jkn} определяются формулами (20), (20'), (21), (21'), а коэффициенты A_{jpl}^0 , B_{jpl}^0 , C_{jpl}^0 , D_{jpl}^0 , E_{jpl}^0 – решением системы уравнений (37). В случае выполнения боковой стенки из непроводящих материалов функции $U_{ctf}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{1j}(x^*, y^*, z^*)$, $U_{2j}(x^*, y^*, z^*)$ представлены двухмерными рядами (9), (33), (35), где коэффициенты A_{jkn} , B_{jkn} , C_{jkn} , D_{jkn} определяются формулами (22), (22'), (23), (23'), а коэффициенты A_{jpl}^0 , B_{jpl}^0 , C_{jpl}^0 , D_{jpl}^0 , E_{jpl}^0 – решением системы уравнений (37).

Литература

1. Диомидовский Д.А. Металлургические печи цветной металлургии. М.: Металлургиздат, 1961. 728 с.
2. Еришов В.А., Данцис Я.Б., Жилов Г.М. Теоретические основы химической электротермии. Л.: Химия, 1978. 184 с.
3. Ильгачев А.Н. Аналитико-численный метод расчета характеристик электрического поля ванны многоэлектродных печей // Вестник Чувашского университета. 2016. № 3. С. 36–49.
4. Ильгачев А.Н. Математические модели для расчета электрического поля ванн многоэлектродных рудно-термических печей // Электричество. 2017. № 4. С. 62–65.
5. Ильгачев А.Н. Учет неоднородности проводимости среды ванны круглой одноэлектродной печи // Вестник Чувашского университета. 2017. № 3. С. 62–72.
6. Миронов Ю.М., Тарасов В.А. Аналитический расчёт электрических полей и сопротивлений ванн электрических печей // Известия вузов. Электромеханика. 1975. № 11. С. 1174–1189.
7. Френкель Я.И. Кинетика теории жидкостей. М.: Изд-во АН СССР, 1945. 424 с.
8. Шимони К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 773 с.

ИЛЬГАЧЁВ АНАТОЛИЙ НИКОЛАЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных электротехнологических установок и систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (anikil47@mail.ru).

A. ILGACHEV

ACCOUNT OF SIDEWALLS INFLUENCE AND MEDIUM CONDUCTANCE NON-UNIFORMITY IN THE MULTI-ELECTRODE RECTANGULAR FURNACE BATH

Key words: rectangular furnace bath, two-layer homogeneous model, Laplace's equation, analytical numerical method, variables separation method, least-squares method.

Taking into account the analysis of electrical conductance distribution feature, the article gives proof for applying models with layer-homogeneous structure in the vertical or horizontal direction by medium conductance in the multi-electrode rectangular furnace bath for different engineering processes when calculating its electric field. For the offered bath medium structures Laplace's equation analytical solutions were achieved by means

of analytical and numerical method, based on the combination of methods: equivalent source method, mirror reflection method, superposition method, variable separation method and least-squares method. The function that determines the bath electrical field potential is calculated as a sum of harmonic functions. One part of them determines the electrical field potential distribution of the sources in the bath being homogeneous by conductance and infinite in the radial direction. The other part takes into account sidewall influence upon the electric field sources in the bath with uniform medium by conductance, and the third appreciates bath medium conductance non-uniformity.

References

1. Diomidovskii D.A. *Metallurgicheskie pechi tsvetnoi metallurgii* [Metallurgical furnaces non-ferrous metallurgy]. Moscow, Metallurgizdat Publ., 1961, 728 p.
2. Ershov V.A., Dantsis Ya.B., Zhilov G.M. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoi elektrotermii* [Theoretical Foundations of Chemical electrothermy]. Leningrad, Khimiya Publ., 1978. 184 p.
3. Ilgachev A.N. *Analitiko-chislennyi metod rascheta kharakteristik elektricheskogo polya vann mnogoelektroodnykh pechei* [Analytical numerical method of calculating the multi-electrode furnaces bath electric field characteristics]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*. 2016, no 3, pp. 36-49.
4. Ilgachev A.N. *Matematicheskie modeli dlya rascheta elektricheskogo polya vann mnogoelektroodnykh rudno-termicheskikh pechei* [The mathematical model for calculating the electric field baths multielectrode ore thermal furnaces]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2017, no 4, pp. 62-65.
5. Ilgachev A.N. *Uchet neodnorodnosti provodimosti sredy vannы krugloi odnoelektroodnoi pechi* [Accounting of medium conductance non-uniformity in the mono-electrode round furnace bath]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no 3, pp.
6. Mironov Yu.M., Tarasov V.A. *Analiticheskii raschet elektricheskikh polei i soprotivlenii vann elektricheskikh pechei* [Analytical calculation of the electric fields and resistances of bathsof electric furnaces]. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika*, 1975, no. 11, pp. 1174–1189.
7. Frenkel' Ya.I. *Kinetika teorii zhidkosti* [The kinetics of the theory of liquids]. Moscow, AN USSR Publ., 1945, 424 p.
8. Shimoni K. *Teoreticheskaya elektrotehnika* [Theoretical electrical Engineering]. Moscow, MIR Publ., 1964, 773 p.

ILGACHEV ANATOLII – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor of Automated Technological Installations and Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (anikil47@mail.ru).

Ссылка на статью: *Ильгачёв А.Н. Учет влияния боковых стенок и неоднородности проводимости среды ванны многоэлектродных прямоугольных печей // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 73–89.*

УДК 621.316
ББК 31.19

В.В. КАРЧИН, Т.В. МЯСНИКОВА

СНИЖЕНИЕ ПОТЕРЬ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ПУТЕМ УМЕНЬШЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ

Ключевые слова: электрические сети 0,38 кВ, потери электроэнергии, потери активной мощности, потери напряжения, характеристики графиков нагрузки, число часов использования максимума нагрузки, число часов наибольших потерь мощности, коэффициент активной мощности, коэффициент реактивной мощности.

В настоящее время тарифы на электроэнергию в РФ остаются на достаточно высоком уровне. К сожалению, тенденция последних лет показывает, что тарифы энергоснабжающих организаций каждый год неуклонно растут. Плата за потребленную электроэнергию в сумме с общедомовыми расходами абонентов составляет значительную сумму в ежемесячных расходах. В регионах с невысокими заработными платами отдельные квартиросъемщики не имеют возможности оплатить коммунальные услуги, особенно в отопительный сезон, вследствие этого долги могут копиться месяцами. Все это требует внимательного в целом отношения к потреблению электроэнергии, нахождению неоправданных потерь. Предложены исследование и анализ электрических нагрузок в жилом многоквартирном доме для определения эффективного потребления электроэнергии.

Жилищно-коммунальное хозяйство в нашей стране, в частности многоквартирные дома, имеет значительные возможности ресурсосбережения. Попробуем объяснить этот факт с разных сторон. С одной стороны, имеет место высокий износ инженерных коммуникаций и конструктивных элементов и, как следствие, высокий уровень потерь коммунальных ресурсов, в том числе и электроэнергии. С другой стороны, невысокая обеспеченность приборами учета, а это уже может стать причиной отсутствия у граждан стимула к энергосбережению. Кроме того, в нашей стране практически никогда не стоял вопрос ограничения ресурсопотребления.

В последнее время существенно увеличилось потребление реактивной мощности как электроприемниками промышленных предприятий из-за недостаточного использования компенсирующих устройств, так и коммунально-бытовыми потребителями в результате массового применения компьютерной техники и других новых типов электроприемников.

По некоторым оценкам, общее потребление Q приблизилось к 1 квар на 1 кВт P [1, 3, 4]. В среднем, как следует из табл. 1 [5], Q коммунально-бытовых потребителей не превышает 40% потребляемой P .

В настоящее время нашли широкое применение различные современные приборы (микроволновые печи, кондиционеры, стиральные и посудомоечные машины), оргтехника (компьютеры, факсы, ксероксы), люминесцентные (в том числе и энергосберегающие, так называемые КЛЛ) и светодиодные лампы. Анализ результатов измерений графиков P и Q в распределительных сетях напряжением 10(6) кВ и 380 В, питающих жилые и административные районы нескольких городов в Московской области, показал несоответствие фактического значения $\text{tg}\varphi$ общепринятым данным более чем в 80% случаев [4]. В общей сложности рассмотрены результаты измерений на 32 распреде-

лительных подстанциях в сетях 6-10 кВ и 19 трансформаторных подстанциях в сетях 380 В. Наибольшее измеренное значение $\operatorname{tg}\varphi$ в режиме наибольших нагрузок составило в сети 380 В – 0,85, а в сети 6-10 кВ – 0,76.

Пропускная способность сети определяется полной мощностью S ($S = \sqrt{3}UI$). Следовательно, большая зависимость возникает от характера протекающего тока. Из работы [5] видно, что при $\cos\varphi = 0,7$ потребляемая Q по значению приблизительно сравнивается с P .

В настоящее время реальные соотношения I и U резко отличаются от классической симметричной трехфазной системы. Замеры показывают, что полный спектр гармонических составляющих I и U содержит до 40-й гармоники.

Исследования французских инженеров-электриков показали, что при токах с коэффициентами искажения до 50% действующие значения тока возрастают до 15%, а потери на нагрев в элементах сети – до 23%. При коэффициенте искажения 100% действующие значения тока возрастает до 40%, а джоулевые потери (на нагрев) – до 100% [7].

Относительные потери электроэнергии в электрических сетях РФ составляют около 11%. К примеру, в промышленно развитых странах они составляют: в Финляндии 3%, Германии 4%, Японии 5%, Франции 5%, США 6%, Китае 6% [5].

Заметно возросло потребление индукционной мощности за счет увеличения числа различных электроприводов, стабилизирующих и преобразовательных устройств, что приводит к изменению формы кривой тока, ухудшает работу других электроприемников, сокращает срок их службы, создает дополнительные потери электроэнергии.

Известно, что электропотребление жилых домов в течение суток подвержено резким изменениям в короткие промежутки времени. На практике суточные графики нагрузок часто показывают значительную неравномерность, даже если при проектировании и планировании нагрузка была равномерно распределена по фазам.

Применение современных электроприемников, таких как холодильники, телевизоры, стиральные машины, посудомоечные машины и др., только ухудшают это положение. У этих приборов разные и часто случайные режимы работы, которые делают фазные нагрузки сетей несимметричными.

Чтобы выдерживать ежедневные резкие всплески, приходится постоянно держать определенное количество мощностей в резерве. Да и электрические сети нужно поддерживать в таком состоянии, чтобы они могли выдержать большую нагрузку. Поэтому в периоды наибольшей загрузки электричество стоит дороже.

При установке многотарифного счетчика можно получить экономию на оплате за электричество, потребленного в ночные или дневные часы. Чем больше дефицит электроэнергии в данной местности, чем меньше резервов энерго мощностей и больше зависимость от поставок из других областей, тем выгоднее для потребителей условия многотарифного учета.

Если в многоквартирном доме установлен однотарифный прибор учета, то потребление электроэнергии происходит по одноставочному (однозонному) тарифу с 00.00 до 24.00, т.е. круглосуточно. А при наличии двухтарифного прибора учета потребление электроэнергии происходит по тарифу, диффе-

ренцированного по двум зонам суток: дневная (с 07.00 до 23.00) и ночная (с 23.00 до 07.00).

Схемное решение по организации учета электроэнергии в жилых и общественных зданиях представлено на рис. 1¹.

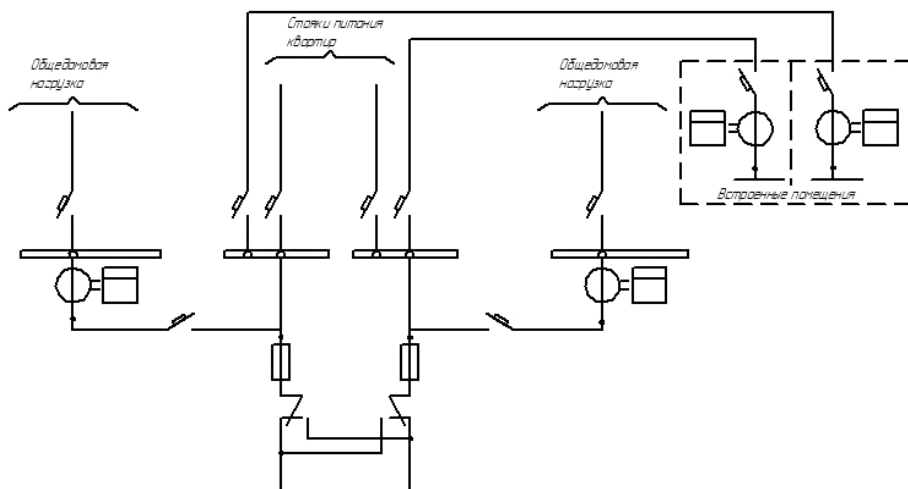


Рис. 1. Схема учета потребления электроэнергии в жилых домах до 9 этажей включительно

Естественно, что для мотивации и экономической целесообразности потребления электрической энергии ночью ночной тариф (с 23-00 до 7-00) по стоимости значительно ниже, чем дневной или одноставочный (однозонный).

Продемонстрируем это на примере многоквартирного дома в г. Йошкар-Ола. На рис. 2 построен график электрической нагрузки многоквартирного дома в г. Йошкар-Ола по ул. Анникова. Дом введен в эксплуатацию в 1997 г. В нем введена автоматизированная система коммерческого учета, регулирования и диспетчеризации (АСКУРДЭ «НИИ ИТ-ЭСКО»), которая автоматизирует процессы сбора, учета и регулирования энергопотребления, контроля и управления техническими параметрами энергоресурсов с диспетчерского пункта, анализа аварийных ситуаций [6]. Режим тарификатора электросчётчика – однотарифный. График построен по показаниям счётчика «Меркурий 230».

Приведенный суточный график потребления электрической энергии относится к зимнему периоду (замеры проводились 02.01.2016 г.).

Максимум нагрузки жилых домов по ул. Анникова приходится на период с 16.00 до 20.00 ч – так называемый вечерний максимум. Утренний максимум нагрузки меньше вечернего и составляет 62,7% вечернего максимума. В сравнении с крупными промышленными предприятиями, работающими в три смены, доля осветительной нагрузки меньше, и суточный график нагрузки оказывается значительно равномернее.

¹ РМ-2559. Инструкция по проектированию учета электропотребления в жилых и общественных зданиях [Электронный ресурс]. URL <http://docs.cntd.ru/document/1200000473> (дата обращения: 28.05.2017).

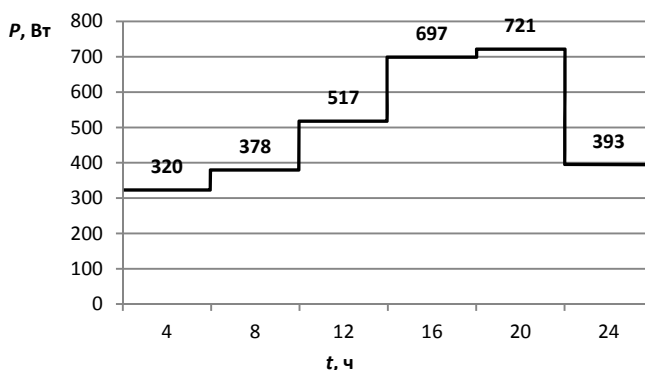


Рис. 2. График нагрузки многоквартирного дома

Ночное потребление определяется в первую очередь потреблением холодильников. Остальное – это, скорее всего, бытовая техника, находящаяся в режиме ожидания. Нагрузка начинается увеличиваться с 04.00, когда жители начинают просыпаться. Основное потребление приходится на вечер, когда максимально используется электрооборудование квартир.

Ввиду широкого использования бытовых электрических приборов, которые имеют маломощные электрические двигатели, в доме по ул. Анникова с газовым типом плит коэффициент мощности во время вечернего пика составляет 0,984, в остальной период времени суток изменяется от 0,958 до 0,967 (рис. 3).

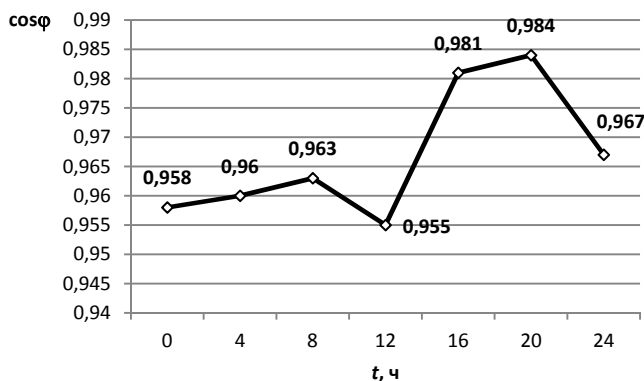


Рис. 3. Суточный график изменения коэффициента мощности

Из теории известно, что соотношение между полной и активной мощностями, выраженное через косинус угла между их векторами, называется коэффициентом мощности [2. С. 348].

Для квартир с плитами на природном газе коэффициент мощности должен быть 0,96¹. Из рис. 3 видим, что коэффициент мощности за сутки изменяется в пределах от 0,955 до 0,984.

¹ РМ-2559. Инструкция по проектированию учета электропотребления в жилых и общественных зданиях [Электронный ресурс]. URL <http://docs.cntd.ru/document/1200000473> (дата обращения: 28.05.2017).

Как было сказано выше, нагрузка многоквартирного жилого дома определяется применением однофазных электроприемников и характеризуется неравномерностью электропотребления.

Для того чтобы получить полные данные о показателях неравномерности электропотребления в указанном доме, проанализируем график нагрузки и определим характеристики неравномерности электропотребления (по рис. 1).

Электроэнергия, потреблённая домом за сутки (W), определяется непосредственным суммированием мощностей по графику электрической нагрузки и составляет 12 104 кВт·ч.

Время использования максимума (T_{max}) равно 16,79 ч – это время, в течение которого при работе установки с максимальной нагрузкой из сети потребляется такое же количество электроэнергии, как и по реальному графику нагрузки, которое определено выражением

$$T_{max} = \frac{W}{P_{max}},$$

где P_{max} – наибольшая нагрузка, определяемая по рис. 1.

Значение средней нагрузки (P_c) за сутки ($T = 24$ ч) составляет 504,33 Вт. В связи с тем, что потери мощности пропорциональны квадрату нагрузки, определим среднеквадратичную (эффективную) нагрузку (P_m) за сутки по формуле

$$P_m = \sqrt{\frac{\Delta t}{T} \sum_{j=1}^6 P_j^2}.$$

Значение P_m составляет 527,99 кВт. Найденные значения среднеквадратичной нагрузки и средней нагрузки позволяют определить коэффициент формы (k_ϕ) как отношение среднеквадратичной мощности к средней и составляет 1,04, а также коэффициент заполнения суточного графика (k_3) – как отношение средней мощности к максимальной. Значение k_3 равно 0,7.

Таким образом, коэффициент неравномерности электропотребления ($k_{нэ}$)

$$k_{нэ} = \frac{P_{min}}{P_{max}} = \frac{320}{721} = 0,44.$$

Полученные показатели отражают значительную неравномерность и малую плотность электропотребления в многоквартирном доме по ул. Анникова в г. Йошкар-Ола в течение суток.

Приведённые расчёты подтверждаются графиками суточного распределения мощности по фазам многоквартирного дома по ул. Анникова, построенными по показаниям установленного счетчика (рис. 4). Анализ данных показывает явное неравномерное распределение нагрузки по фазам.

Установлено, что использование двухтарифных электросчетчиков позволяет напрямую стимулировать потребителей к экономному режиму использования электроэнергии и косвенно ведет к выравниванию суточных графиков нагрузки, что приводит к снижению потерь электроэнергии в сетях.

Определим энергоэффективность потребления электроэнергии при установке двухтарифного электросчетчика.

Для каждого региона Российской Федерации установлены тарифы на электроэнергию. Гарантирующим поставщиком электроэнергии на территории Марий Эл является ПАО «ТНС энерго Марий Эл». Тариф на электриче-

скую энергию (мощность), поставляемую населению и приравненным к нему категориям потребителей в Республике Марий Эл на первое полугодие 2016 г., показан в табл. 2.

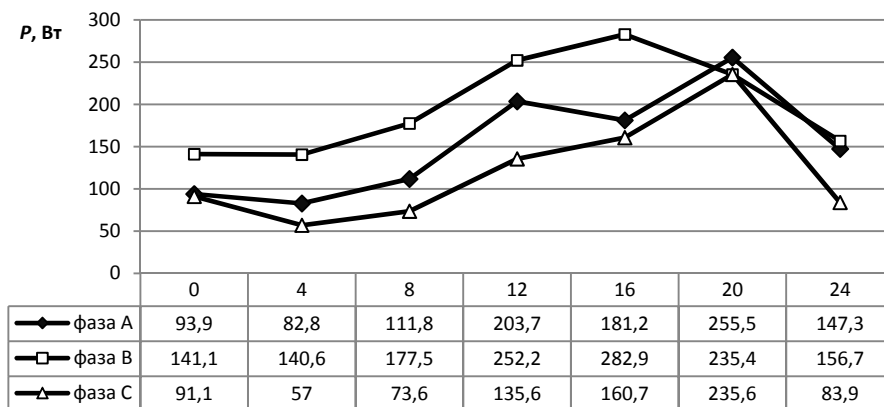


Рис. 4. Суточный график изменения мощности по фазам, Вт

Таблица 2

Тариф на электрическую энергию в Республике Марий-Эл

| Одноставочный тариф | Тариф, дифференцированный по двум зонам суток | |
|---------------------|---|--------------------|
| | дневная зона | ночная зона |
| руб./кВт·ч (с НДС) | руб./кВт·ч (с НДС) | руб./кВт·ч (с НДС) |
| 3,10 | 3,37 | 1,33 |

Как видно, разница между одноставочным тарифом и дневным тарифом составляет 27 коп., или 8%.

Суточное потребление электроэнергии в многоквартирном доме составило 12 104 Вт·ч. При этом днем – 7740 Вт·ч, ночью – 4364 Вт·ч. Результаты свидетельствуют о том, что более половины всей электроэнергии расходуется в период с 7 до 23 ч.

Проведем расчет затрат на электроэнергию при различных режимах тарификатора. При одноставочном тарифе стоимость 12 104 Вт·ч электроэнергии составит 37 522,4 руб., при двухставочном – 31 887,92 руб., в том числе 26 083,8 руб. – дневная зона и 5804,12 руб. – ночная зона.

Таким образом, экономия при установке двухтарифного счетчика электроэнергии составит 5634,48 руб., или 15%.

Несмотря на то, что экономия существенна, хотелось бы отметить следующий момент. Установка двухтарифного электросчетчика наиболее эффективна в домах, где есть устройства, которые можно включать в ночное время, т.е. основную часть электроэнергии придется тратить ночью.

Определим, какое потребление электроэнергии должно быть в ночное время, чтобы установка счетчика была эффективной. Расчет ведем по формуле

$$PO = \frac{1}{\frac{OO - NO}{DO - OO} + 1} \cdot 100\%$$

где OO – стоимость одноставочного тарифа, руб./кВт·ч (с НДС); NO – стоимость дифференцированного по двум зонам суток тарифа в ночное время,

руб./кВт·ч (с НДС); ДО – стоимость дифференцированного по двум зонам суток тарифа в дневное время, руб./кВт·ч (с НДС);

При тарифах, указанных в табл. 1, ночное потребление энергии должно быть не менее 13% от общего (день + ночь), чтобы установка счетчика с двумя тарифами была выгодна.

Теперь узнаем, сколько на самом деле тратит электроэнергию многоквартирный дом ночью и днем. Определим фактическое отношение потребления электроэнергии днем и ночью. Для этого рассчитаем среднее значение дневного и ночного расхода. В нашем случае, дневной расход электроэнергии составляет 645 Вт, ночной – 363,7 Вт. Тогда средний фактический расход электричества ночью и днем будет равен 36%. То есть мы получили следующие результаты: ночное потребление, равное 13%, меньше фактического отношения потребления электроэнергии днем и ночью, которое составляет 36%, следовательно, установка двухтарифного электросчетчика выгодна.

Определим, на сколько снизятся потери в линии при установке двухтарифного счётчика электроэнергии при тех же значениях коэффициента мощности и напряжения.

Расчет проведем исходя из предположения, что применение двухставочного тарифа простимулировало потребителей к экономному режиму использования электроэнергии и привело к выравниваю графика нагрузки (табл. 3).

Таблица 3

Значения предполагаемой потреблённой активной мощности

| Промежуток времени, ч | Мощность P, Вт |
|-----------------------|----------------|
| 00.00-04.00 | 400 |
| 04.00-08.00 | 478 |
| 08.00-12.00 | 517 |
| 12.00-16.00 | 597 |
| 16.00-20.00 | 571 |
| 20.00-24.00 | 463 |

Расчет проведём по формулам:

– потери электроэнергии (ΔW):

$$\Delta W = 3I^2 \cdot r \cdot t = \frac{S^2}{U^2} \cdot r \cdot t;$$

– полная мощность (S):

$$S = P/\cos\varphi.$$

В первом случае, когда в многоквартирном доме не установлен двухтарифный электросчётчик $\Delta W_1 = 30,6 \cdot r \cdot t$; во втором (после выравнивания графика нагрузки) $\Delta W_2 = 25,5 \cdot r \cdot t$. Следовательно, $\Delta W_2 = 0,83 \Delta W_1$. Потери уменьшились на 17%.

Таким образом, в многоквартирном доме по ул. Анникова в городе Йошкар-Ола по результатам анализа определена значительная неравномерность и малая плотность электропотребления. Тем самым есть определённая необходимость в учете имеющейся неравномерности для выбора параметров электрической сети. Здесь стоит учитывать, что неравномерность уменьшается по мере подсоединения большего числа квартир, что также учитывается при по-

строении суточного графика нагрузки многоквартирных жилых домов. Установлено, что использование двухтарифных электросчетчиков позволяет напрямую стимулировать потребителей к экономному режиму использования электроэнергии. В данном случае ночное потребление электроэнергии должно составлять не менее 13% от общего (день + ночь). Это, в свою очередь, косвенно ведет к выравниванию суточных графиков нагрузки, что приводит к снижению потерь электроэнергии в сетях.

Общие рекомендации. Для введения двухтарифного учёта в многоквартирных домах, имеющего целью выравнивание нагрузок, потребителям электроэнергии предлагается использовать отдельные бытовые электроприборы с повышенной потребляемой мощностью (например, стиральные машины) в ночное время. При этом ночной тариф на электроэнергию ниже в 2-2,5 раза по отношению к дневному тарифу.

Литература

1. Коверникова Л.И., Тульский В.Н., Шамонов Р.Г. Качество электроэнергии в ЕЭС России. Текущие проблемы необходимые решения // Энергоэнергетика. Передача и распределение. 2016. № 2(35). С. 28–38.
2. Мансуров Н.Н., Попов В.С. Теоретическая электротехника. М.; Л.: Энергия, 1965. 624 с.
3. Паули В.К. Реактивная мощность – состояние, проблемы, задачи // Новое в российской энергетике. 2006. № 1. С. 25–34.
4. Силаев М.А., Тульский В.Н., Шамонов Р.Г. Влияние режимов работы энергосистем на несинусоидальность и несимметрию напряжений в магистральных электрических сетях // Энергетика России в XXI веке. Инновационное развитие и управление: сб. ст. Всерос. конф. Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2015. С. 189–194.
5. Шведов Г.В., Сипачева О.В., Савченко О.В. Потери электроэнергии при ее транспорте по электрическим сетям: расчет, анализ, нормирование и снижение. М.: Изд. дом МЭИ, 2013. 424 с.
6. Энергосервисная компания ЗЭ: сайт. URL: <http://www.esco3e.ru/> (дата обращения: 28.05.2017).
7. Яковлев Г.Н. Актуальные проблемы надежности и качества электроснабжения электроустановок зданий и сооружений // Электро. Электротехника, энергоэнергетика, электротехническая промышленность. 2016. № 6. С. 8–10.

КАРЧИН ВИКТОР ВАСИЛЬЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (karchinvv@gmail.ru).

МЯСНИКОВА ТАТЬЯНА ВЯЧЕСЛАВОВНА – кандидат педагогических наук, доцент кафедры автоматизированных электротехнологических установок и систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (tatyanamyasnikova@yandex.ru).

V. KARCHIN, T. MYASNIKOVA

DECREASE OF POWER LOSSES THROUGH REDUCTION OF POWER CONSUMPTION

Key words: *electric networks of 0,38 kV, power losses, active power loss, tension loss, characteristics of load diagram, number of hours to use of a maximum of loading, number of hours of the greatest power losses, coefficient of active power, coefficient of reactive power.*

Now electricity rates in the Russian Federation remain at rather high level. Unfortunately, the tendency of the recent years shows that rates of the power supplying organizations steadily grow every year. The payment for the consumed electric power together with all-

house users' expenses makes the considerable sum in monthly expenses. In regions with low salaries certain tenants have no opportunity to pay utilities, especially during a heating season therefore debts can be saved for months. All this demands thorough attention in general relation to electricity consumption, finding unjustified losses. The research and the analysis of electric loadings in the inhabited multi-apartment house for definition of effective electricity consumption are offered.

References

1. Kovernikova L.I., Tul'skii V.N., Shamonov R.G. *Kachestvo elektroenergii v EES Rossii. Tekushchie problemy neobkhodimye resheniya* [The quality of electricity in the UES of Russia. Current problems needed solutions]. *Elektroenergiya. Peredacha i raspredelenie* [Electricity. Transmission and distribution], 2016, no. 2(35), pp. 28–38.
2. Mansurov N.N., Popov V.S. *Teoreticheskaya elektrotehnika* [Theoretical electrical engineering]. Moscow, St. Petersburg, Energiya Publ., 1965. 624 p.
3. Pauli V.K. *Reaktivnaya moshchnost' – sostoyanie, problemy, zadachi* [Reactive power – state, problems, tasks]. *Novoe v rossiiskoi energetike* [New in the Russian energy sector], 2006, no. 1, pp. 25–34.
4. Silaev M.A., Tul'skii V.N., Shamonov R.G. *Vliyaniye rezhimov raboty energosistem na nesinusoidal'nost' i nesimmetriyu napryazhenii v magistral'nykh elektricheskikh setyakh* [Influence of operating modes of power systems on non-sinusoidal and unbalanced voltages in main electric networks]. *Energetika Rossii v XXI veke. Innovatsionnoye razvitiye i upravlenie: sb. st. Vseros. konf.* [Proc. of Rus. Conf. «Energy of Russia in the 21st century. Innovative development and management»]. Irkutsk, 2015, pp. 189–194.
5. Shvedov G.V., Sipacheva O.V., Savchenko O.V. *Poteri elektroenergii pri ee transporte po elektricheskim setyam: raschet, analiz, normirovaniye i snizheniye* [Loss of electricity during its transportation through electric networks: calculation, analysis, rationing and reduction]. Moscow, MEI Publ., 2013, 424 p.
6. *Energoservisnaya kompaniya 3E: saite* [Power company 3E: site]. Available at: <http://www.esco3e.ru> (Accessed 28 May 2017).
7. Yakovlev G.N. *Aktual'nye problemy nadezhnosti i kachestva elektroobrazovaniya elektrostano-vok zdaniy i sooruzhenii* [Actual problems of reliability and quality of power supply for electrical installations of buildings and structures]. *Elektro. Elektrotehnika, elektroenergetika, elektrotekhnicheskaya promyshlennost'* [Electro. Electrical engineering, electric power industry, electrotechnical industry], 2016, no. 6, pp. 8–10.

KARCHIN VICTOR – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Department of Power Supply and Technical Diagnostics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (karchinvv@gmail.ru).

MYASNIKOVA TATYANA – Candidate of Pedagogical Sciences, Assistant Professor, Department of Automated Electrotechnological Installations and Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (tatyanamiasnikova@yandex.ru).

Ссылка на статью: Карчин В.В., Мясникова Т.В. Снижение потерь электроэнергии путем уменьшения неравномерности электропотребления // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 90–98.

УДК 621.318.3
ББК 3264.36–052

А.В. МИХАЙЛОВ, Н.В. РУССОВА,
Д.В. САМУИЛОВ, Г.П. СВИНЦОВ

МИНИМИЗАЦИЯ МАССЫ СТАЛИ И МЕДИ ФОРСИРОВАННОГО П-ОБРАЗНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫМИ ОБМОТКАМИ

Ключевые слова: минимизация, масса, форсировка, схема форсировки, П-образный электромагнит, проектирование.

Эффективным подходом к решению задачи ресурсо- и энергосбережения приводными электромагнитами коммутационных электрических аппаратов является форсированное управление ими. Наилучший результат при этом достигается при выполнении оптимальными их приводных электромагнитов. Достоверные результаты проектирования позволяют получить методики синтеза, построенные на основе адекватных обобщенных математических моделей электромагнитных и тепловых характеристик привода.

В обсуждаемой работе для этих целей применены экспериментально полученные методами теории подобия и планирования эксперимента математические модели нагрузочной характеристики, описанные в параметрической форме, удобной для решения задач синтеза. Предлагаемая методика минимизации суммарной массы обмоточной меди и ферромагнитной стали сведена к многократному выполнению проектного расчета при различных кратностях основных размеров электромагнита в долях от характерного его размера (диаметра сердечника). После очередного завершения процедуры проектного расчета рассчитывается значение критерия (масса активных материалов) оптимальности.

В статье приведены результаты оптимизационных расчетов П-образного электромагнита. В частности, установлено, что в выбранной области факторного пространства усредненное значение магнитной индукции в сечении ярма, лежащего в поперечной плоскости симметрии электромагнита, при его срабатывании (механическое противодействующее усилие составляет 8,5 Н) находится в диапазоне 0,63–1,64 Тл. С увеличением критического зазора от 4 до 12 мм индукция в основании сердечника при срабатывании уменьшается примерно в 2,5 раза.

Эффективным путем снижения массы ферромагнитной стали и обмоточной меди (активных материалов), затрачиваемых на изготовление приводных электромагнитов постоянного и выпрямленного напряжения, является форсированное управление ими. Минимизации массы активных материалов можно достигнуть путем подбора соизмерностей в электромагните при сохранении условий срабатывания, возврата и нагрева катушки, при обоснованно выбранном базисном размере электромагнита (диаметре сердечников).

В качестве приводного электромагнита контакторов широко применяются П-образные¹ [4–6, 9] (рис. 1).

Выбранная схема форсированного управления обмотками электромагнита представлена на рис. 2.

В качестве основы методики получения наилучшего результата при выполнении проектных расчетов проводных электромагнитов целесообразно исполь-

¹ Каталог «Контакторы» / ЗАО «ЧЭАЗ». Чебоксары, 2008.

зование условий срабатывания, возврата, нагрева, составленных [2, 5, 6, 7] для самых неблагоприятных сочетаний факторов в процессе эксплуатации.

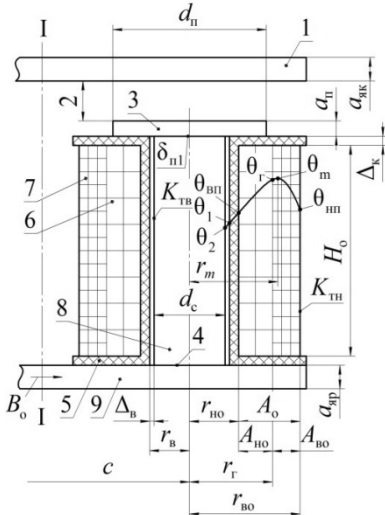


Рис. 1. Эскиз П-образной магнитной системы с обозначением ее элементов и размеров:
 1 – якорь; 2 – рабочий воздушный зазор;
 3 – полюсный наконечник; 4 – паразитный зазор; 5 – каркас катушки; 6 – низкоомная обмотка; 7 – высокоомная обмотка;
 8 – сердечник; 9 – ярмо

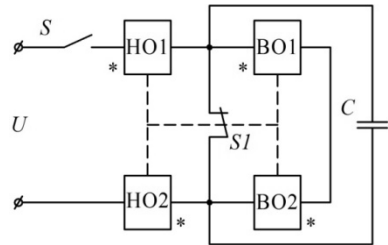


Рис. 2. Схема форсировки П-образного электромагнита:
 HO1, HO2 – низкоомные обмотки;
 BO1, BO2 – высокоомные обмотки;
 S – внешний контакт управления электромагнитом;
 S1 – форсировочный контакт;
 C – конденсатор, обеспечивающий повышенный срок службы форсировочного контакта

В рамках решения проектной задачи осуществляется двухразовое сканирование [5, 6] факторного пространства геометрических соразмерностей в электромагните с вычислением критерия качества (1). Запоминается наилучший результат; в данном случае минимальное значение ($M_a \min$) массы активных материалов и соответствующие ему параметры:

$$M_a = \frac{\pi}{2} [d_c^2 (C + H_0 + d_c + 4\Delta_k + 2A_0) + d_n^2 a_n] \cdot 7800 + 2H_0 (l_{но} A_{но} K_{3,но} + l_{во} (A_0 - A_{но}) K_{3,во}) \cdot 8900, \tag{1}$$

где d_c – диаметр сердечников; C – расстояние между осями сердечников; H_0 – высота обмоток; Δ_k – толщина каркаса катушек ($\Delta_k / d_c = 0,1$); A_0 – ширина обмоточного окна катушек; d_n – диаметр полюсных наконечников; a_n – высота полюсных наконечников ($a_n / d_n = 0,2$); $l_{но}$, $l_{во}$ – средняя длина витков низко- и высокоомных обмоток; $A_{но}$ – ширина низкоомных обмоток; $K_{3,но}$, $K_{3,во}$ – коэффициенты заполнения обмоточных окон низко- и высокоомных обмоток, соответственно.

Механическая характеристика контактора и статические и тяговые характеристики его приводного электромагнита изображены на рис. 3. Здесь точки с координатами: $(\delta_k, P_{мх.к})$, $(\delta_{кр}, P_{мх.кр})$ соответствуют конечному и начальному критическому положениям якоря; (δ_p) – положение якоря, при котором изменяется коммутационное состояние форсированного контакта.

Исходными данными для выполнения оптимизационного расчета приводного электромагнита являются:

1) параметры механической характеристики, соответствующие двум положениям якоря: $\delta_{кр}$ – критическое значение величины рабочего воздушного зазора; δ_k – величина рабочего воздушного зазора при притяннутом положении якоря; $P_{мх.к}$ – критическое значение усилия, которое должен преодолеть электромагнит; $P_{мх.к}$ – механическое усилие, отрывающее якорь от полюсных наконечников;

2) условия эксплуатации: $K_{U_{max}}$ – кратность возможного увеличения питающего напряжения в долях его номинального значения; $K_{U_{min}}$ – кратность возможного уменьшения питающего напряжения в долях его номинального значения; $K_{U_{ср}}$ – коэффициент запаса по напряжению срабатывания электромагнита; $K_{U_{отп}}$ – коэффициент запаса по напряжению отпадания (возврата); $K_{U_{отп}}$ – коэффициент запаса по напряжению отпадания (возврата) в долях его номинального значения; T_0 – расчетная температура окружающей среды ($^{\circ}C$); $\theta_{доп}$ – максимальная (допустимая) температура нагрева в толще высокоомных обмоток;

3) другие исходные данные: $K_{з.но}$, $K_{з.во}$ – коэффициенты заполнения окон низко- и высокоомных обмоток, соответственно; $\delta_{\pi i}$ – паразитные зазоры в магнитной системе; $H = f(B)$ – кривая намагничивания стали; M_a – математическое выражение критерия оптимальности;

$$\begin{cases} P_* = P_{эм} / P_{баз} \\ F_* = F / F_{баз} \end{cases} \text{ – обобщенная статическая нагрузочная характеристика}$$

П-образного электромагнита постоянного напряжения.

Рассмотрим результаты оптимизационных расчетов по минимизации массы активных материалов П-образного форсированного электромагнита.

Приняты постоянными: $K_{U_{max}} = 1,05$; $K_{U_{min}} = 0,75$; $K_{U_{ср}} = 1,1$; $K_{U_{отп}} = 1,1$; $K_{отп} = 0,2$; $K_{з.но} = 0,538$; $K_{з.во} = 0,44$; $\delta_k = 0,0001$ м; $\delta_{\pi i} = 0,0001$ м; $P_{мх.к} = 4 \cdot P_{мх.к}$.

Варьировались: $\theta_{доп}$; T_0 ; $\delta_{кр}$; $P_{мх.к}$; $1,245 \leq H_* = H_0 / d_c \leq 4,755$;

$0,45 \leq A_* = A_0 / d_c \leq 0,75$; $0,4 \leq A_{*но} = A_{но} / A_0 \leq 0,7$; $1,26 \leq d_* = d_{\pi} / d_c \leq 1,76$;
 $2,5 \leq C_* = C / d_c \leq 4,5$; $0,05 \leq \delta_* = \delta_{кр} / d_c \leq 0,50$.

Методика проектного расчета при определенных кратностях геометрических размеров электромагнита (рис. 1) сводится к определению базисного линейного размера [5, 6, 10] (диаметра сердечников). Методика оптимизационного расчета состоит в многократном повторении методики проектного расчета при различных сочетаниях кратностей размеров в магнитной системе

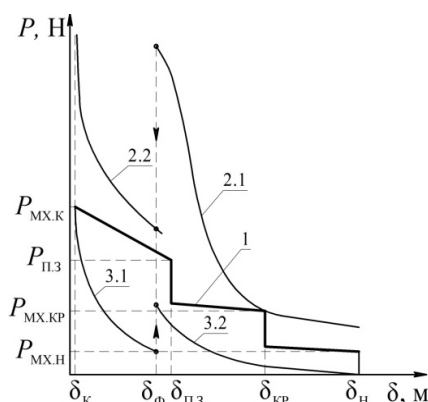


Рис. 3. Механическая (1) и статические тяговые характеристики форсированного приводного электромагнита контактора
 2.1 – при МДС срабатывания ($F_{ср}$);
 2.2 – при напряжении срабатывания, разомкнутом форсировочном контакте и нагретых обмотках;
 3.1 – при МДС возврата (F_v);
 3.2 – при напряжении отпадания (возврата), холодных обмотках и замкнутом форсировочном контакте

электромагнита с одновременным расчетом значения критерия оптимальности с запоминанием наилучшего результата.

Расчеты показали, что при фиксированных значениях $P_{\text{мх.кр}}$ с увеличением $\delta_{\text{кр}}$ оптимальный диаметр ($d_{\text{с.опт}}$) сердечников монотонно растет. При фиксированных $\delta_{\text{кр}} \leq 6 \cdot 10^{-3}$ м с увеличением $P_{\text{мх.кр}}$ имеет место заметное увеличение $d_{\text{с.опт}}$, а при $\delta_{\text{кр}} \geq 10 \cdot 10^{-3}$ м $d_{\text{с.опт}}$ изменяется незначительно.

Результаты оптимизационных расчетов целесообразно представлять [3, 5, 6] в относительном безразмерном виде, что сокращает диапазоны их изменения и упрощает их аппроксимацию.

Зависимости оптимального относительного значения критического зазора $\delta_{\text{опт}}^* = \delta_{\text{кр}}/d_{\text{с.опт}}$ представлены в табл. 1. Прочерки в ряде строк в табл. 1–7 свидетельствуют о том, что $\delta_{\text{опт}}^* > 0,5$ (выходит за допустимые пределы применимости модели нагрузочной характеристики [5, 6, 8]).

С ростом $\delta_{\text{кр}}$ с $4 \cdot 10^{-3}$ до $12 \cdot 10^{-3}$ м существенно уменьшается $H_{\text{опт}}^*$ (табл. 2). С ростом $P_{\text{мх.кр}}$ имеет место уменьшение $H_{\text{опт}}^*$ при $\delta_{\text{кр}} < 6 \cdot 10^{-3}$ м. При $\delta_{\text{кр}} > 8 \cdot 10^{-3}$ м с увеличением $P_{\text{мх.кр}}$ наблюдается рост $H_{\text{опт}}^*$. С увеличением допустимой температуры $\theta_{\text{доп}}$ уменьшается $H_{\text{опт}}^*$. С ростом $P_{\text{мх.кр}}$ и увеличением температуры окружающей среды наблюдается тенденция увеличения относительной высоты обмотки.

Как видно из данных табл. 3, оптимальная относительная суммарная толщина ($A_{\text{опт}}^*$) обмоток в выбранной области факторного пространства практически остается постоянной. Это имеет место при существенном увеличении $A_{\text{о.опт}}$ при росте $\theta_{\text{доп}}$, T_0 , $P_{\text{мх.кр}}$, $\delta_{\text{кр}}$.

Таблица 1

Зависимости оптимального относительного критического значения рабочего воздушного зазора

| Основные исходные данные | | | $\delta_{\text{опт}}^* = \delta_{\text{кр}}/d_{\text{с.опт}}$ | | | | |
|---------------------------------------|-----------------------|--------------------|---|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| $\theta_{\text{доп}}, ^\circ\text{C}$ | $T_0, ^\circ\text{C}$ | $P_{\text{мх.кр}}$ | $\delta_{\text{кр}}$ | | | | |
| | | | $4 \cdot 10^{-3}$ м | $6 \cdot 10^{-3}$ м | $8 \cdot 10^{-3}$ м | $10 \cdot 10^{-3}$ м | $12 \cdot 10^{-3}$ м |
| 115 | 40 | 8,5 (H) | 0,319 | 0,425 | 0,461 | 0,464 | 0,470 |
| | | 15 (H) | 0,279 | 0,367 | 0,453 | 0,464 | 0,467 |
| | | 21,5 (H) | 0,255 | 0,336 | 0,419 | 0,464 | 0,469 |
| | | 28 (H) | 0,242 | 0,317 | 0,390 | 0,454 | 0,468 |
| | 70 | 8,5 (H) | 0,282 | 0,397 | 0,462 | 0,466 | 0,467 |
| | | 15 (H) | 0,248 | 0,349 | 0,432 | 0,466 | 0,468 |
| | | 21,5 (H) | 0,230 | 0,321 | 0,397 | 0,464 | 0,470 |
| | | 28 (H) | 0,211 | 0,297 | 0,372 | 0,437 | 0,470 |
| 155 | 40 | 8,5 (H) | 0,338 | 0,452 | 0,461 | 0,464 | - |
| | | 15 (H) | 0,290 | 0,383 | 0,461 | 0,465 | 0,465 |
| | | 21,5 (H) | 0,268 | 0,350 | 0,427 | 0,465 | 0,468 |
| | | 28 (H) | 0,251 | 0,331 | 0,402 | 0,465 | 0,468 |
| | 70 | 8,5 (H) | 0,322 | 0,431 | 0,462 | 0,464 | - |
| | | 15 (H) | 0,280 | 0,369 | 0,456 | 0,465 | 0,468 |
| | | 21,5 (H) | 0,254 | 0,338 | 0,415 | 0,466 | 0,469 |
| | | 28 (H) | 0,243 | 0,318 | 0,392 | 0,456 | 0,469 |

Таблица 2

Зависимости оптимальной относительной высоты $H_{\text{опт}}/d_{\text{с.опт}}$ обмоток

| Основные исходные данные | | | $H_{\text{опт}}$ | | | | |
|---------------------------------------|-----------------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| $\theta_{\text{дон}}, ^\circ\text{C}$ | $T_0, ^\circ\text{C}$ | $\delta_{\text{кр}}$ $P_{\text{мх.кр}}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ м | $6 \cdot 10^{-3}$ м | $8 \cdot 10^{-3}$ м | $10 \cdot 10^{-3}$ м | $12 \cdot 10^{-3}$ м |
| 115 | 40 | 8,5 (Н) | 4,71 | 3,65 | 2,25 | 1,30 | 1,24 |
| | | 15 (Н) | 4,55 | 3,45 | 2,95 | 1,85 | 1,24 |
| | | 21,5 (Н) | 4,45 | 3,35 | 2,95 | 2,25 | 1,65 |
| | | 28 (Н) | 4,25 | 3,35 | 2,85 | 2,45 | 1,75 |
| | 70 | 8,5 (Н) | 4,76 | 4,45 | 3,25 | 1,85 | 1,30 |
| | | 15 (Н) | 4,76 | 4,35 | 3,75 | 2,65 | 1,74 |
| | | 21,5 (Н) | 4,75 | 4,35 | 3,75 | 3,25 | 2,25 |
| | | 28 (Н) | 4,25 | 4,15 | 3,65 | 3,25 | 2,35 |
| 155 | 40 | 8,5 (Н) | 4,15 | 2,75 | 1,75 | 1,25 | - |
| | | 15 (Н) | 3,85 | 3,25 | 2,35 | 1,30 | 1,25 |
| | | 21,5 (Н) | 3,85 | 2,85 | 2,33 | 1,75 | 1,25 |
| | | 28 (Н) | 3,75 | 2,84 | 2,35 | 1,85 | 1,30 |
| | 70 | 8,5 (Н) | 4,71 | 3,75 | 2,25 | 1,29 | - |
| | | 15 (Н) | 4,55 | 3,59 | 2,95 | 1,85 | 1,25 |
| | | 21,5 (Н) | 4,35 | 3,35 | 2,85 | 2,25 | 1,65 |
| | | 28 (Н) | 4,25 | 3,46 | 2,85 | 2,45 | 1,75 |

Таблица 3

Зависимости оптимальной относительной суммарной толщины обмоток

| Основные исходные данные | | | $A_{\text{опт}}$ | | | | |
|---------------------------------------|-----------------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| $\theta_{\text{дон}}, ^\circ\text{C}$ | $T_0, ^\circ\text{C}$ | $\delta_{\text{кр}}$ $P_{\text{мх.кр}}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ м | $6 \cdot 10^{-3}$ м | $8 \cdot 10^{-3}$ м | $10 \cdot 10^{-3}$ м | $12 \cdot 10^{-3}$ м |
| 115 | 40 | 8,5 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,51 | 0,45 |
| | | 15 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| | | 21,5 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,48 |
| | | 28 (Н) | 0,50 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| | 70 | 8,5 (Н) | 0,48 | 0,45 | 0,45 | 0,54 | 0,47 |
| | | 15 (Н) | 0,48 | 0,46 | 0,49 | 0,46 | 0,47 |
| | | 21,5 (Н) | 0,48 | 0,45 | 0,49 | 0,45 | 0,45 |
| | | 28 (Н) | 0,52 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,51 |
| 155 | 40 | 8,5 (Н) | 0,45 | 0,46 | 0,45 | 0,45 | - |
| | | 15 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| | | 21,5 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| | | 28 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,54 | 0,47 |
| | 70 | 8,5 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,50 | - |
| | | 15 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| | | 21,5 (Н) | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,48 |
| | | 28 (Н) | 0,50 | 0,45 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |

Данные табл. 4 свидетельствует, что в большей части факторного пространства оптимальная относительная толщина ($A_{\text{но}}$) низкоомной обмотки остается неизменной ($A_{\text{но}} = 0,40$) за исключением подобласти: $\delta_{\text{кр}} \geq 10 \cdot 10^{-3}$ м $P_{\text{мх.кр}} = 8,5$ Н. Отметим, что ($A_{\text{но}}$) изменяется существенно во всей области факторного пространства.

Таблица 4

Оптимальная относительная толщина намотки низкоомной обмотки

| Основные исходные данные | | | $A_{*но}$ | | | | |
|--------------------------|-----------------|------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| $\theta_{доп}, ^\circ C$ | $T_0, ^\circ C$ | $\delta_{кр}$ $P_{мх.кр}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ м | $6 \cdot 10^{-3}$ м | $8 \cdot 10^{-3}$ м | $10 \cdot 10^{-3}$ м | $12 \cdot 10^{-3}$ м |
| 115 | 40 | 8,5 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,70 |
| | | 15 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| | | 21,5 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| | | 28 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,41 |
| | 70 | 8,5 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,42 | 0,40 |
| | | 15 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| | | 21,5 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,41 |
| | | 28 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,42 | 0,40 |
| 155 | 40 | 8,5 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,44 | - |
| | | 15 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,70 |
| | | 21,5 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| | | 28 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| | 70 | 8,5 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | - |
| | | 15 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| | | 21,5 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,44 |
| | | 28 (H) | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,41 |

Таблица 5

Зависимости оптимальных относительных ($d_{*опт}$) диаметров полюсных наконечников

| Основные исходные данные | | | $d_{*опт}$ | | | | |
|--------------------------|-----------------|------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| $\theta_{доп}, ^\circ C$ | $T_0, ^\circ C$ | $\delta_{кр}$ $P_{мх.кр}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ м | $6 \cdot 10^{-3}$ м | $8 \cdot 10^{-3}$ м | $10 \cdot 10^{-3}$ м | $12 \cdot 10^{-3}$ м |
| 115 | 40 | 8,5(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,76 |
| | | 15(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,29 |
| | | 21,5(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,27 | 1,62 |
| | | 28(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,30 |
| | 70 | 8,5(H) | 1,26 | 1,26 | 1,27 | 1,30 | 1,26 |
| | | 15(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,26 |
| | | 21,5(H) | 1,26 | 1,26 | 1,27 | 1,27 | 1,36 |
| | | 28(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,26 |
| 55 | 40 | 8,5(H) | 1,26 | 1,26 | 1,27 | 1,72 | - |
| | | 15(H) | 1,26 | 1,27 | 1,26 | 1,26 | 1,76 |
| | | 21,5(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,30 | 1,49 |
| | | 28(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,30 | 1,26 |
| | 70 | 8,5(H) | 1,26 | 1,26 | 1,27 | 1,26 | - |
| | | 15(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,27 | 1,30 |
| | | 21,5(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,29 | 1,62 |
| | | 28(H) | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,26 | 1,32 |

Значения диаметров ($d_{*опт}$), минимизирующих массу активных материалов, в значительной мере зависит от параметров ($\delta_{кр}$, $P_{мх.кр}$, $\theta_{доп}$, T_0) факторного пространства. Однако, как следует из данных табл. 5, зависимости оптимальных относительных ($d_{*опт}$) диаметров полюсных наконечников в области $\delta_{кр} \leq 8 \cdot 10^{-3}$ м равняются ($d_{*опт} = 1,26$) и являются нижней границей варьирования d^* .

В указанной области факторного пространства при срабатывании электромагнита его магнитная система нелинейна ($B_{0,ср} \geq 1,1$ Тл, см. табл. 6) и электромагнитное тяговое усилие достигает наибольшего значения при меньших $d^*_{опт}$ [1, 5, 6, 8]. В данном случае он ограничен левой границей диапазона варьирования $d^* = 1,26$.

Таблица 6

Зависимости магнитных индукций $B_{0,ср}$ и $B_{0,в}$

| Основные исходные данные | | | $B_{0,ср}/B_{0,в}$ | | | | |
|--------------------------------|-----------------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| $\theta_{доп}, ^\circ\text{C}$ | $T_0, ^\circ\text{C}$ | $P_{\text{мх.кд}} \backslash \delta_{\text{кр}}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ м | $6 \cdot 10^{-3}$ м | $8 \cdot 10^{-3}$ м | $10 \cdot 10^{-3}$ м | $12 \cdot 10^{-3}$ м |
| 115 | 40 | 8,5(H) | 1,56/0,74 | 1,45/0,66 | 1,07/0,54 | 0,76/0,43 | 0,63/0,51 |
| | | 15(H) | 1,62/0,86 | 1,51/0,76 | 1,46/0,70 | 1,09/0,57 | 0,84/0,49 |
| | | 21,5(H) | 1,64/0,94 | 1,55/0,83 | 1,48/0,77 | 1,36/0,69 | 1,14/0,74 |
| | | 28(H) | 1,59/1,02 | 1,57/0,89 | 1,50/0,82 | 0,49/0,77 | 1,22/0,68 |
| | 70 | 8,5(H) | 1,38/0,66 | 1,48/0,61 | 1,24/0,54 | 0,82/0,45 | 0,64/0,36 |
| | | 15(H) | 1,47/0,77 | 1,54/0,72 | 1,48/0,67 | 1,21/0,58 | 0,90/0,48 |
| | | 21,5(H) | 1,49/0,85 | 1,57/0,79 | 1,51/0,74 | 1,48/0,69 | 1,17/0,62 |
| | | 28(H) | 1,34/0,89 | 1,60/0,84 | 1,53/0,78 | 1,49/0,74 | 1,33/0,66 |
| 155 | 40 | 8,5(H) | 1,54/0,79 | 1,45/0,70 | 1,00/0,54 | 0,84/0,59 | -/- |
| | | 15(H) | 1,60/0,90 | 1,49/0,79 | 1,42/0,71 | 1,01/0,57 | 0,85/0,67 |
| | | 21,5(H) | 1,64/0,99 | 1,53/0,86 | 1,48/0,79 | 1,27/0,71 | 0,8/0,68 |
| | | 28(H) | 1,64/0,06 | 1,56/0,93 | 1,50/0,85 | 1,47/0,81 | 1,15/0,66 |
| | 70 | 8,5(H) | 1,56/0,75 | 1,46/0,67 | 1,08/0,54 | 0,76/0,43 | -/- |
| | | 15(H) | 1,62/0,86 | 1,51/0,76 | 1,46/0,70 | 1,09/0,58 | 0,85/0,50 |
| | | 21,5(H) | 1,64/0,94 | 1,55/0,83 | 1,49/0,77 | 1,36/0,70 | 1,14/0,74 |
| | | 28(H) | 1,59/1,03 | 1,57/0,90 | 1,51/0,83 | 1,49/0,77 | 1,23/0,69 |

В табл. 6 над чертой записана усредненная по сечению ярма, лежащему в поперечной плоскости симметрии магнитной системы (рис. 1), магнитная индукция ($B_{0,ср}$), соответствующая МДС срабатывания ($F_{ср}$), под чертой – индукция ($B_{0,д}$), соответствующая МДС возврата ($F_{в}$).

Таблица 7

Зависимости оптимального относительного межселевого расстояния сердечников ($C^*_{опт}$)

| Основные исходные данные | | | $C^*_{опт}$ | | | | |
|--------------------------------|-----------------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| $\theta_{доп}, ^\circ\text{C}$ | $T_0, ^\circ\text{C}$ | $P_{\text{мх.кд}} \backslash \delta_{\text{кр}}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ м | $6 \cdot 10^{-3}$ м | $8 \cdot 10^{-3}$ м | $10 \cdot 10^{-3}$ м | $12 \cdot 10^{-3}$ м |
| 115 | 40 | 8,5(H) | 2,79 | 2,84 | 2,50 | 2,50 | 4,47 |
| | | 15(H) | 2,70 | 2,70 | 2,73 | 2,50 | 2,52 |
| | | 21,5(H) | 2,76 | 2,61 | 3,33 | 2,50 | 2,50 |
| | | 28(H) | 3,41 | 2,73 | 3,01 | 2,73 | 2,50 |
| | 70 | 8,5(H) | 2,50 | 2,79 | 2,50 | 2,50 | 2,51 |
| | | 15(H) | 2,50 | 2,79 | 2,96 | 2,50 | 2,50 |
| | | 21,5(H) | 2,79 | 3,10 | 3,13 | 2,85 | 2,49 |
| | | 28(H) | 3,41 | 3,56 | 3,07 | 3,13 | 2,50 |
| 155 | 40 | 8,5(H) | 3,07 | 3,07 | 2,50 | 2,50 | - |
| | | 15(H) | 2,64 | 2,78 | 2,50 | 2,50 | 3,30 |
| | | 21,5(H) | 2,79 | 2,73 | 2,70 | 2,50 | 2,50 |
| | | 28(H) | 2,90 | 2,84 | 2,90 | 2,50 | 2,50 |
| | 70 | 8,5(H) | 2,84 | 3,07 | 2,50 | 2,50 | - |
| | | 15(H) | 2,73 | 2,73 | 2,76 | 2,50 | 2,50 |
| | | 21,5(H) | 2,64 | 2,67 | 2,84 | 2,53 | 2,50 |
| | | 28(H) | 3,42 | 2,76 | 3,01 | 2,76 | 2,50 |

Из данных табл. 7 следует, что в подавляющем сочетании параметров факторного пространства оптимальные относительные значения межжелезного расстояния сердечников близко к нижней границе ($C^* = 2,5$) варьирования.

Таким образом, оптимальное значение массы активных материалов может быть рассчитано по выражению

$$M_{a,\min} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\delta_{кр}^3}{\delta_{*опт}^3} [(1,4 + C_{*опт} + H_{*опт} + 2A_{*опт} + 0,2d_{*опт}^2)7800 + 4H_{*опт}(((1,2 + A_{*опт}A_{*но})A_{*опт}A_{*но}K_{з,но}) + (1,2 + A_{*опт}(1 + A_{*но})) \times A_{*опт}(1 - A_{*но})K_{з,во})8900)] \text{ кг.} \quad (2)$$

Пример расчета:

1) исходные данные: $P_{мх.кр} = 21,5 \text{ Н}$; $\theta_{доп} = 115^\circ\text{C}$; $T_0 = 40^\circ\text{C}$; $K_{з,но} = 0,538$; $K_{з,во} = 0,44$;

2) оптимальные кратности: $\delta_{*опт} = 0,336$; $C_{*опт} = 2,61$; $P_{*опт} = 3,35$; $A_{*опт} = 0,45$; $d_{*опт} = 1,26$; $A_{*но} = 0,40$.

В соответствии с выражением (2):

$$M_{a,\min} = \frac{3,14}{2} \cdot \frac{(6 \cdot 10^{-3})^3}{(0,336)^3} [(1,4 + 2,61 + 3,35 + 2 \cdot 0,45 + 0,2 \cdot 1,26^2)7800 + 4 \cdot 3,35(((1,2 + 0,45 \cdot 0,40) \cdot 0,45 \cdot 0,40 \cdot 0,538) + (1,2 + 0,45(1 + 0,40)) \times 0,45(1 - 0,40)44)8900)] = 0,928 \text{ кг.}$$

Выводы. 1. Разработка методики проектирования форсированно управляемого двухкатушечного четырехобмоточного П-образного электромагнита постоянного напряжения на основе условий срабатывания, возврата, уравнения нагрева обмоток позволяет однозначно определить основные геометрические его соразмерности, обеспечивающие наилучший показатель качества.

2. Табличная форма представления оптимальных основных соразмерностей электромагнита в зависимости от исходных данных проектирования позволяет просто рассчитать минимально достижимую массу активных материалов.

3. Расчетные размеры, минимизирующие суммарную массу обмоточной меди и ферромагнитной стали, используемых в конструкции форсированно управляемых четырехобмоточных П-образных электромагнитов постоянного напряжения, целесообразно представлять в безразмерном виде, позволяющем получить обобщенные рекомендации по выбору оптимальных соразмерностей в электромагните.

4. Обобщенное безразмерное представление результатов оптимизации позволяет упростить их математическое описание, снизить затраты, повысить качество проектных работ.

Литература

1. Витенберг М.И. Расчет электромагнитных реле. М.: Энергия, 1975. 416 с.
2. Зайцев Ю.М., Иванов И.П., Никитина О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Методика синтеза форсированного броневое электромагнита постоянного напряжения с внедряющимся якорем в схеме с балластным резистором // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 52–61.
3. Зайцев Ю.М., Иванов И.П., Петров О.А., Приказчиков А.В., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Минимизация потребляемой мощности клапанным электромагнитом постоянного напряжения в повторно-кратковременном режиме работы // Электротехника. 2015. № 8. С. 43–47.

4. Клименко Б.В. Форсированные электромагнитные системы. М.: Энергоатомиздат, 1989. 160 с.

5. Никитина О.А., Петров О.А., Руссова Н.В., Савин М.Л., Свинцов Г.П. Влияние исходных данных проектирования на оптимальные соизмерности в симметричной двухкатушечной П-образной клапанной магнитной системе с цилиндрическими сердечниками и полюсными наконечниками // Вестник Чувашикого университета. 2015. № 1. С. 81–90.

6. Никитина О.А., Петров О.А., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Выбор размеров форсированного П-образного двухкатушечного привода контактора // Вестник Чувашикого университета. 2015. № 1. С. 91–95.

7. Приказициков А.В., Руссова Н.В., Сагарадзе Е.В., Свинцов Г.П., Шоглев Д.Г. Усовершенствованная методика проектного расчѐта форсированного клапанного электромагнита в схеме с балластным резистором // Электротехника. 2011. № 1. С. 57–62.

8. Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Моделирование и синтез П-образных электромагнитов постоянного тока и напряжения. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. 2003. 228 с.

9. Свинцов Г.П. Электромагнитные контакторы и пускатели / Чуваш. ун-т. Чебоксары. 1998. 260 с.

10. Zaitsev Yu.M., Ivanov I.P., Petrov O.A., Prikazshchikov A.V., Russova N.V., Svintsov G.P. Minimizing the Power Consumption of a Clapper-Type DC Electromagnet in Intermittent Operation. *Russian Electrical Engineering*, 2015, vol. 86, no. 8, pp. 474–478.

МИХАЙЛОВ АЛЕКСЕЙ ВАЛЕРЬЕВИЧ – руководитель по направлению электрические аппараты, ЗАО «ЧЭАЗ»; аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

РУССОВА НАТАЛИЯ ВАЛЕРЬЕВНА – кандидат технических наук, начальник научно-исследовательского отдела, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

САМУИЛОВ ДМИТРИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – магистрант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea_chuvsu@mail.ru).

A. MIKHAILOV, N. RUSSOVA, D. SAMUILOV, G. SVINTSOV
MINIMIZATION OF STEEL AND COPPER MASS
OF FORCED U-WAVE ELECTROMAGNET
WITH SERIESCONNECTED WINDINGS

Key words: *minimization, mass, force, forcing scheme, U-shaped electromagnet, design.*

An efficient approach to solving the problem of resource and energy saving by drive electromagnets of switching electrical devices is the forced control of them. The best result is achieved when the optimal drive electromagnets are executed. Reliable design results allow to obtain synthesis techniques based on adequate general mathematical models of electromagnetic and thermal characteristics of the drive.

In the work under discussion, for these purposes, the mathematical models of the loading characteristic, experimentally obtained by the methods of the theory of similarity and planning of the expression, described in a parametric form convenient for solving synthesis problems are applied. The proposed procedure for minimizing the total mass of winding copper and ferromagnetic steel involves multiple fulfillment of the design calculation at various magnitudes of the main dimensions of the electromagnet in fractions of its characteristic size (core diameter, winding window width). After completion of the subsequent design calculation procedure, the value (mass of active materials) of optimality is calculated.

The article presents the results of optimization calculations of the U-shaped electromagnet. In particular, it was established that in the selected region of the factor space

the average value of the magnetic induction in the yoke cross section lying in the transverse plane of symmetry of the electromagnet when it operates (the mechanical opposing force is 8.5) ranges from 0.63 T to 1.64 T. With the increase in the critical gap from 4 to 12 mm, the induction in the core base decreases approximately by 2.5 upon triggering.

References

1. Vitenberg M.I. *Raschet elektromagnitnykh rele* [Calculation of electromagnetic relays]. Moscow, Energiya Publ., 1975, 416 p.
2. Zaytsev Yu. M., Ivanov I.P., Nikitina O.A., Russova N.V., Svintsov G.P. *Metodika sinteza forsirovannogo bronevogo elektromagnita postoyannogo napryazheniya s vnedryayushchimsya yakorem v skheme s ballastnym rezistorom* [Method of synthesis of forced armored dc electromagnet with plunging armature in scheme with ballast resistor]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 52–63.
3. Zaytsev Yu. M., Ivanov I.P., Petrov O.A., Prikazhchikov A.V., Russova N.V., Svintsov G.P. *Minimizatsiya potrebyaemoy moshchnosti klapannym elektromagnitom postoyannogo napryazheniya v povtorno-kratkovremennom rezhime raboty* [Minimizing the power consumption of the valve electromagnet DC voltage in an intermittent mode of operation]. *Elektrotehnika* [Electrical engineering], 2015, no. 8, pp. 43–47.
4. Klimenko B.V. *Forsirovannye elektromagnitnye sistemy* [Forced electromagnetic system]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989, 160 p.
5. Nikitina O.A., Petrov O.A., Russova N.V., Svintsov G.P. *Vybor razmerov forsirovannogo P-obraznogo dvukhkatushechnogo privoda kontaktora* [Sizing forced u-shaped two-coil actuator of contactor]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 91–95.
6. Nikitina O.A., Petrov O.A., Russova N.V., Savin M.L., Svintsov G.P. *Vliyaniye iskhodnykh dannykh proektirovaniya na optimal'nye sorazmernosti v simmetrichnoi dvukhkatushechnoi P-obraznoi klapannoi magnitnoi sisteme s tsilindricheskimi serdechnikami i polyusnymi nakonechnikami* [Influence of initial design data on optimal proportionality in symmetric two-coil u-shaped valve magnetic system with cylindrical core and pole tips]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 81–90.
7. Prikazhchikov A.V., Russova N.V., Sagaradze E.V., Svintsov G.P., Shoglev D.G. *Usovershenstvovannaya metodika proektnogo rascheta forsirovannogo klapannogo elektromagnita v skheme s ballastnym rezistorom* [Improved method of design simulation of force-controlled valve electromagnet in scheme with ballast resistor]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 2011, no. 1, pp. 57–62.
8. Svintsov G.P. *Elektromagnitnye kontaktory i puskateli* [Electromagnetic contactors and starters]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1998, 260 p.
9. Russova N.V., Svintsov G.P. *Modelirovaniye i sintez P-obraznykh elektromagnitov postoyannogo toka i napryazheniya* [Modeling and synthesis U-shaped electromagnets and DC voltage]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2003, 228 p.
10. Zaitsev Yu.M., Ivanov I.P., Petrov O.A., Prikazhchikov A.V., Russova N.V., Svintsov G.P. *Minimizing the Power Consumption of a Clapper-Type DC Electromagnet in Intermittent Operation*. *Russian Electrical Engineering*, 2015, vol. 86, no 8, pp. 474–478.

MIKHAILOV ALEKSEI – Head of Electrical Equipment Division, JSC «ChEAZ»; Post-Graduate Student of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

RUSSOVA NATALIYA – Candidate of Technical Sciences, Head of Research and Development Division, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

SAMUILOV DMITRY – Magister's Program Student of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

SVINTSOV GENNADII – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Ссылка на статью: Михайлов А.В., Руссова Н.В., Самуилов Д.В., Свинцов Г.П. Минимизация массы стали и меди форсированного П-образного электромагнита с последовательно соединенными обмотками // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 99–108.

УДК 621.313.8
ББК 31.261

НГУЕН КОНГ ТАМ

**ЭДС ОБМОТКИ СТАТОРА И МОМЕНТ
МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО БЕСПАЗОВОГО
ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ**

Ключевые слова: периодические комплексные потенциальные функции, слои обмотки, расчёт ЭДС, электромагнитный момент.

Беспазовая обмотка, имея достаточно большую толщину, является значительной частью немагнитного зазора беспазового вентильного двигателя (БВД). Другими частями его являются высокоэнергетический магнит и воздушный зазор. Вследствие относительно большой толщины немагнитного зазора магнитное поле в нём является двухмерным. Исследованы ЭДС обмотки и электромагнитный момент БВД для вариантов одно- и двухмерного характера магнитного поля в зазоре. Показано, что двухмерность магнитного поля для рассматриваемого макета БВД сравнительно мало влияет на его рабочие свойства.

С помощью периодических комплексных потенциальных функций можно описать магнитное поле в ярме статора, имеющее вид бесконечной полосы с гладкими границами, содержащее, тем не менее, обмоточные и зубцовые гармоники, обусловленные источниками магнитных полей статора.

Выражения для составляющих магнитной индукции по осям x и y , вызванной током обмотки статора, имеют вид [3]:

$$\begin{aligned}
 B_{cx}(x, y, t) = & -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha}{\pi} \frac{w}{p} I \times \\
 & \times \left(\sin(\omega t) \frac{k_{w1}[\sin \alpha x \operatorname{sh} \alpha y]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} - \cos(\omega t) \frac{k_{w1}[\cos \alpha x \operatorname{sh} \alpha y]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} + \right. \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha \delta} + \\
 & + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha \delta} + \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}[\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha \delta} - \\
 & \left. - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}[\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha \delta} \right), \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{cy}(x, y, t) = & \frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha}{\pi} \frac{w}{p} I \times \\
 & \times \left(\sin(\omega t) \frac{k_{w1}[\cos \alpha x \operatorname{ch} \alpha y]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} + \cos(\omega t) \frac{k_{w1}[\sin \alpha x \operatorname{ch} \alpha y]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} + \right. \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha \delta} - \\
 & \left. - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)}[\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha \delta} \right), \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \\
& + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \\
& + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \Big).
\end{aligned}$$

На рис. 1 показаны составляющие магнитной индукции на границе воздушного зазора и наружного края обмотки статора рассматриваемого беспазового вентильного двигателя, вычисленные по формулам (1), (2) для момента времени $t = 0$.

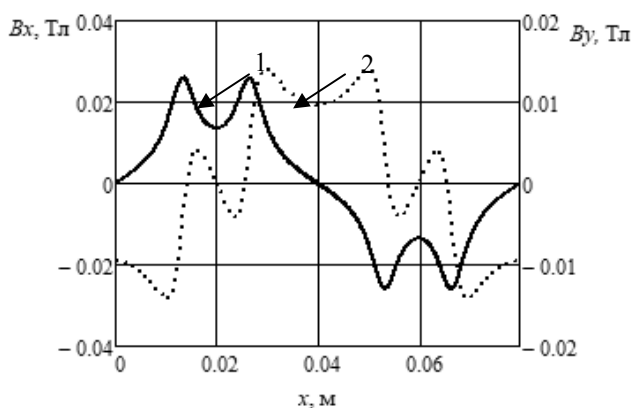


Рис. 1. Составляющие магнитной индукции по осям x (кривая 1) и y (кривая 2) на границе воздушного зазора и наружного края обмотки статора, вызванные током обмотки статора

Определим результирующие составляющие магнитной индукции на этой линии немагнитного зазора (на наружном крае обмотки статора) при сдвиге полей статора и ротора на половину полюсного деления ($\vartheta = \tau/2$)

$$B_x(x, h_m, t, \tau/2) = B_{px}(x, h_m, \tau/2) + B_{cx}(x, h_m, t), \quad (3)$$

$$B_y(x, h_m, t, \tau/2) = B_{py}(x, h_m, \tau/2) + B_{cy}(x, h_m, t). \quad (4)$$

Тогда электромагнитный момент найдётся по формуле метода натяжений [5]

$$M(t) = \frac{plD}{2\mu_0} \int_0^{2\tau} B_y(x, h_m, t, \tau/2) B_x(x, h_m, t, \tau/2) dx, \quad (5)$$

где p – число пар полюсов; l, D – активная длина статора и диаметр наружной поверхности обмотки статора, соответственно.

Это будет максимальное значение электромагнитного момента, соответствующее сдвигу основных гармоник МДС статора и ротора на половину полюсного деления.

Возможен другой способ нахождения электромагнитного момента через среднее значение за период изменения электромагнитной мощности.

Мгновенные значения ЭДС фазы обмотки статора, наведенной результирующим потоком магнитной индукции в воздушном зазоре по оси y , и электромагнитного момента будут равны

$$e(t) = -\frac{d\Psi(t)}{dt} = -2plw_k \frac{d}{dt} \left(\int_{x(t)}^{x(t)+y_k} B_y[x(t), h_m, \tau/2] dx + \int_{x(t)+t_k}^{x(t)+y_k+t_k} B_y[x(t), h_m, \tau/2] dx \right) =$$

$$= -2plw_k \left(\int_{x(t)}^{x(t)+y_k} \frac{\partial B_y[x(t), h_m, \tau/2]}{\partial t} dx + \int_{x(t)+t_k}^{x(t)+y_k+t_k} \frac{\partial B_y[x(t), h_m, \tau/2]}{\partial t} dx \right) - \quad (6)$$

$$- 2pw_k l \frac{\omega}{\alpha} \{ B_y[(x(t) + y_k), h_m, \tau/2] - B_y[x(t), h_m, \tau/2] + B_y[(x(t) + t_2), h_m, \tau/2] - B_y[(x(t) + y_k + t_2), h_m, \tau/2] \},$$

$$M(t) = \frac{1}{\Omega} \sum_{j=1}^{\tilde{m}} e \left[t - \frac{(j-1)T}{\tilde{m}} \right] i \left[t - \frac{(j-1)T}{\tilde{m}} \right], \quad (7)$$

где $y_k \leq \tau$ – шаг катушек обмотки статора; t_k – зубцовый шаг; w_k – число витков в катушке; T – период переменного тока.

Тогда для средних значений электромагнитной мощности и момента будет справедливо

$$P_{cp} = \frac{\tilde{m}}{T} \int_0^T e(t)i(t)dt; \quad M_{cp} = P_{cp} / \Omega, \quad (8)$$

где $i(t) = \sqrt{2}I \cos \omega t$ – ток статора, мгновенное значение которого является основной гармоникой благодаря ШИМ-модуляции преобразователя частоты, а его фаза с помощью резольвера (датчика положения ротора БВД) будет совпадать с фазой основной гармоники ЭДС холостого хода $e_0(t)$.

Для рассматриваемого беспазового вентильного двигателя значения электромагнитного момента для номинального тока $I = 4,4$ А и ЭДС, подсчитанные с помощью математической программы Mathcad 15 по формуле (19) для времени $t = 0$ и формуле (5), оказались равными 6,5 Нм, 72,913 В, соответственно.

На рис. 2 показаны мгновенные значения электромагнитного момента и результирующей ЭДС вентильного двигателя, построенные по формулам (6) и (7).

Рассмотрим влияние вариации магнитной индукции по высоте обмотки статора. Для этого разбиваем обмотку статора на три слоя, показанные на рис. 3. Потом суммируем расчетные значения электромагнитного момента и ЭДС для указанных слоёв и сравним результаты с предыдущими значениями.

Рассмотрим электромагнитный момент и ЭДС первого слоя обмотки статора на рис. 4.

Электромагнитный момент и ЭДС, подсчитанные с помощью математической программы Mathcad 15 по формуле (5) для времени $t = 0$ и формуле (6), оказались равными 2,166 Нм, 23,927 В, соответственно.

Аналогичные кривые для второго слоя обмотки статора показаны на рис. 5.

Электромагнитный момент и ЭДС, подсчитанные с помощью математической программы Mathcad 15 по формуле (5) для времени $t = 0$ и формуле (6), оказались равными 2,166 Нм, 23,628 В, соответственно.

Кривые электромагнитного момента и ЭДС третьего слоя обмотки статора показаны на рис. 6.

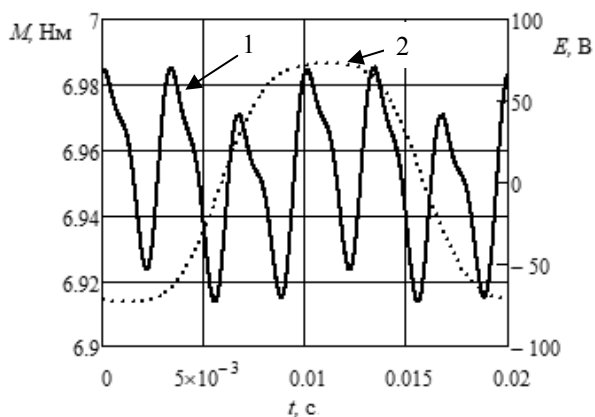


Рис. 2. Электромагнитный момент (кривая 1) и результирующая ЭДС обмотки статора (кривая 2)

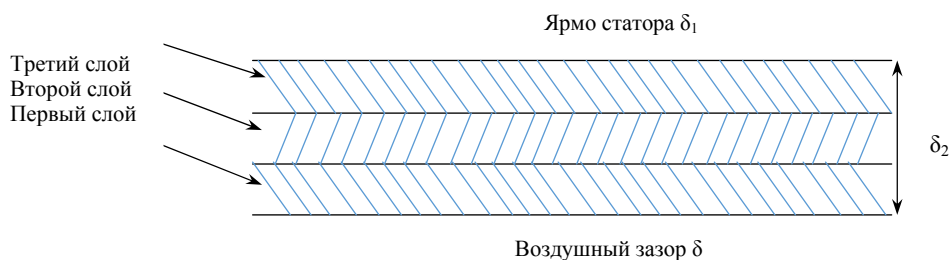


Рис. 3. Слои обмотки статора

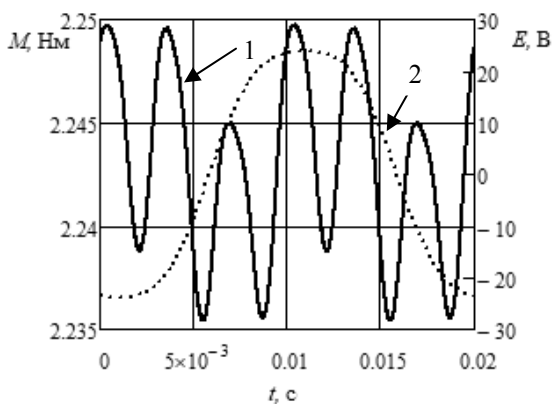


Рис. 4. Электромагнитный момент (кривая 1) и результирующая ЭДС обмотки статора (кривая 2) первого слоя

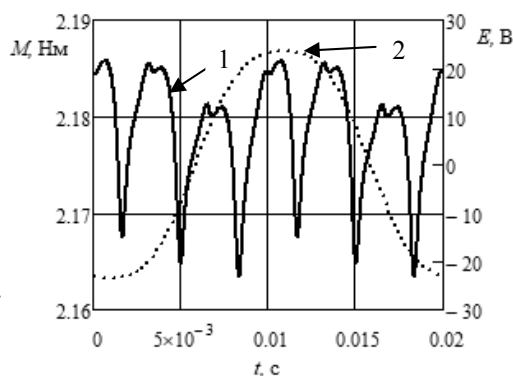


Рис. 5. Электромагнитный момент (кривая 1) и результирующая ЭДС обмотки статора (кривая 2) второго слоя

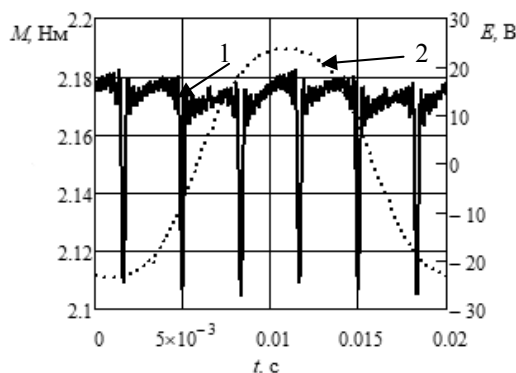


Рис. 6. Электромагнитный момент (кривая 1) и результирующая ЭДС обмотки статора (кривая 2) третьего слоя

Электромагнитный момент и ЭДС, подсчитанные с помощью математической программы Mathcad 15 по формуле (5) для времени $t = 0$ и формуле (6), оказались равными 2,166 Нм, 23,602 В, соответственно. Суммарные значения электромагнитных моментов и ЭДС трех слоев будут равны 6,498 Нм, 71,157В. Эти показатели, вычисленные выше для одномерного характера магнитного поля в немагнитном зазоре, имели значения 6,5 Нм, 72,913 В.

Выводы. 1. Комплексные периодические потенциальные функции являются математической основой для аналитического решения задачи Дирихле в немагнитном зазоре в виде бесконечной горизонтальной полосы с границами из двух параллельных прямых.

2. Магнитное поле в промежутке между статорными и роторными ферромагнитными сердечниками БВД, вызванное его двухмерным характером, практически не влияет на величины расчётных значений электромагнитного момента и ЭДС обмотки статора макетного образца БВД.

Литература

1. Афанасьев А.А. Математическая модель постоянного магнита в воздушном зазоре электрической машины // Электричество. 2013. № 10. С. 42–47.
2. Афанасьев А.А. Расчёт магнитного поля магнитоэлектрических машин на основе комплексной потенциальной функции // Электричество. 2014. № 1. С. 41–47.

3. Афанасьев А.А., Нгуен Конг Там, Нестерин В.А. Полевая аналитическая модель беспазового магнитоэлектрического вентильного двигателя // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 26–36.

4. Домбровский В.В. Справочное пособие по расчёту электромагнитного поля в электрических машинах. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1983. 256 с.

5. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. М.: Высш. шк., 1989. 312 с.

6. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В. Применение конформного преобразования в электромагнитных расчётах электрических машин. Аналитические методы. М.: МЭИ, 1980. 85 с.

7. Сергеев П.С. Электрические машины. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962. 280 с.

НГУЕН КОНГ ТАМ – аспирант кафедры автоматике и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (nguyencong-tam06@gmail.com).

NGUYEN CONG TAM

EMF OF STATOR WINDING AND MOMENT OF MAGNETOELECTRIC SLOTLESS VALVE ENGINE

Keywords: *periodic complex potential functions; winding layers; EMF calculation; electromagnetic moment.*

Slotless winding, having a sufficiently large thickness, is a significant part of the non-magnetic gap of the slotless ventilated motor. Other parts of it are a high-energy magnet and an air gap. In view of the relatively large thickness of the non-magnetic gap, the magnetic field in it is two-dimensional. We analyze the EMF of the winding and the electromagnetic moment of the slotless ventilated motor for variants of one and two-dimensional character of the magnetic field in the gap. It is shown that taking into account the two-dimensionality of the magnetic field for the considered slotless ventilated motor model has little effect on its working properties.

References

1. Afanasyev A.A. *Matematicheskaya model' postoyannogo magnita v vozdushnom zazore elektricheskoi mashiny* [A mathematical model of the permanent magnet in the air gap of the electrical machine]. *Elektrichestvo*, 2013, no. 10, pp. 42–47.

2. Afanasyev A.A. *Raschet magnitnogo polya magnitoelektricheskikh mashin na osnove kompleksnoi potentsial'noi funktsii* [Calculation of the magnetic field of magnitoelectric machines based on a complex potential function]. *Elektrichestvo*, 2014, no. 1, pp. 41–47.

3. Afanas'ev A.A., Nguen Kong Tam, Nesterin V.A. *Polevaya analiticheskaya model' bespazovogo magnitoelektricheskogo ventilnogo dvigatela* [Field analytical model of slotless magnitoelectric valve engine]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 1, pp. 26–36.

4. Dombrovskii V.V. *Spravochnoe posobie po raschetu elektromagnitnogo polya v elektricheskikh mashinakh* [Handbook on the calculation of the electromagnetic field in electrical machines]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1983, 256 p.

5. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovanie energii v elektricheskikh mashinakh* [Electromagnetic forces and energy conversion in electric machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1989, 312 p.

6. Ivanov-Smolenskii A.V., Abramkin Yu.V. *Primenenie konformnogo preobrazovaniya v elektromagnitnykh raschetakh elektricheskikh mashin. Analiticheskie metody* [The use of conformal transformation in electromagnetic calculations of electrical machines. Analytical methods]. Moscow, 1980, 85 p.

7. Sergeev P.S. *Elektricheskije mashiny* [electrical machines]. Moscow, Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1962, 280 p.

NGUYEN CONG TAM – Post-Graduate Student, Department of Management and Computer Science in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Ссылка на статью: *Нгуен Конг Там. ЭДС обмотки статора и момент магнитоэлектрического беспазового вентильного двигателя // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 109–114.*

УДК 621.313.8

ББК 31.261.2

В.А. НЕСТЕРИН, В.С. ГЕНИН, Р.А. РОМАНОВ, Д.А. ТОКМАКОВ,
А.В. ЩЕРБАКОВ, С.А. ЮНИН, Э.М. АРТЫКАЕВА, Р.Ф. ЯРЫШ**КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СВЕРХМИНИАТЮРНЫХ
МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН**

Ключевые слова: сверхминиатюрный двигатель, вентильный двигатель, редкоземельный магнит, поликапиллярная структура, конструкция.

Приведен краткий обзор областей применения и дан анализ существенных конструктивных особенностей миниатюрных и сверхминиатюрных двигателей. Показаны общие, свойственные таким электродвигателям особенности характеристик. Представлена оригинальная конструкция сверхминиатюрной вентильной машины со статором в виде полого стеклянного цилиндра с поликапиллярной структурой, возбуждением от постоянных магнитов. Отсутствие стального сердечника способствует снижению «паразитных» пульсаций электромагнитного момента двигателя. Предложенные технические решения должны способствовать повышению показателей надёжности двигателя.

Область применения сверхминиатюрных электродвигателей достаточно обширна. Это, например, медицинское оборудование, приводы в системах измерения электронных и туннельных микроскопов, приводы миниатюрных сборочных роботов и манипуляторов, исполнительные механизмы в бытовой технике и др. [4, 8–10, 13]. Основными требованиями, предъявляемыми к таким двигателям, является минимизация размеров и массы при сравнительно умеренных требованиях к электромеханическим параметрам.

Например, в устройствах контроля печатных плат возникла необходимость в использовании сверхминиатюрных электродвигателей для перемещения диагностического оборудования качества пайки элементов. Необходимость обусловлена уменьшением размеров пассивных элементов (резисторов, конденсаторов и пр.), увеличением плотности их размещения и более высокой точностью позиционирования. Сверхминиатюрные электродвигатели и приводы на их основе используются в качестве исполнительного механизма для зондирующего щупа или управления видеокамерой в системе «летающей матрицы» [6, 14]. Применение сверхминиатюрных электродвигателей позволило уменьшить энергопотребление и понизить массогабаритные показатели диагностического оборудования.

Сверхминиатюрные электрические двигатели и приводы на их основе используются в фармацевтическом и лабораторном медицинском оборудовании, в системах точного позиционирования и дозирования лекарственных препаратов и веществ [8]. Например, в протезе кисти руки bebonic3 компании RSLSteeper используется 14 микродвигателей, из них 9 электродвигателей должны иметь сверхмалые размеры [10].

Микродвигатели нашли применение в диагностическом оборудовании трубопроводов небольшого поперечного сечения. Сложность диагностики подобных трубопроводов заключается в том, что часто отсутствует возможность проведения внешнего визуального осмотра и использования традиционных систем дефектоскопии. Так, новая система диагностики компании

Faulhaber представляет собой робототехнический комплекс, использующий 9 микродвигателей постоянного тока. Ранее в системе внутренней диагностики трубопровода для осуществления питания и связи с оператором использовался жгут из электрических кабелей диаметром 39 мм. Преимущества нового диагностического оборудования на основе сверхминиатюрных двигателей заключаются в следующем:

- возможность диагностики трубопроводов малого сечения;
- расширение функциональных возможностей, связанных с большей степенью свободы перемещения по трубопроводу;
- низкие показатели энергопотребления;
- повышенные характеристики транспортабельности и мобильности [13].

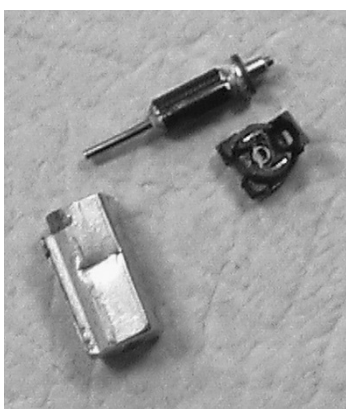


Рис. 1. Сверхминиатюрный двигатель системы вибрационного оповещения сотовых телефонов



Рис. 2. Обращённая электрическая машина

Сверхминиатюрные электродвигатели достаточно широко используются в авиамоделировании, робототехнике [11] и даже в бытовой технике. Например, массовое применение сверхминиатюрных электродвигателей наблюдается в качестве исполнительного механизма системы вибрационного оповещения сотовых телефонов (рис. 1).

При традиционных конструктивных решениях, на основе которых построены машины средней мощности, ротор электродвигателя представляет собой шихтованный сердечник из листов электротехнической стали [12].

На статоре электродвигателя располагается постоянный магнит. На валу расположен коллекторный узел для подачи напряжения на обмотку ротора. Щётки коллекторного узла расположены на заднем щите, изготовленном из полимерного материала. В качестве подшипника скольжения используется с одной стороны сам щит, с другой – роль подшипника играет латунная втулка.

Другим распространённым конструктивным решением является обращённая электрическая машина, устройство которой показано на рис. 2 [12].

Ротор двигателя представляет собой полый вал, вращающийся вокруг постоянного магнита, расположенного на корпусе неподвижного статора. По всей длине ста-

тора расположена латунная втулка, используемая в качестве подшипника скольжения. Подобное решение позволяет существенно снизить биение вала.

Конструктивное решение располагать обмотку на роторе позволяет эффективно решить проблему намотки катушечных групп, но при этом снижает ресурс работы микродвигателя за счёт появления в конструкции коллекторного узла.

Основным недостатком рассмотренных конструкций является большое количество сборочных единиц и деталей в составе электродвигателей. Вторым недостатком – ограниченность возможностей миниатюризации.

Помимо рассмотренных конструктивных схем в сверхминиатюрных электродвигателях получили применение новые оригинальные технологии. Это MEMS-технология [5] – технология напыления механических элементов конструкции и системы привода на кремниевую подложку и технология микролитографии [1] для создания обмотки статора. Существенным недостатком этих технологий является их сложность.

Главной конструктивной особенностью разработанного авторами сверхминиатюрного вентильного электродвигателя (СМВЭД) является то, что статор и его обмотки изготовлены с применением стекловолоконной технологии с поликапиллярной структурой.

По этой технологии статор изготавливается из стекла методом вытягивания из расплава трубки с поликапиллярной структурой, перетягивания преформ и спекания. Для создания отверстий растворимые стекла поликапиллярной структуры подвергаются химической и механической обработке, образовавшиеся отверстия заполняются проводящими металлами или материалами со специальными свойствами. В вакууме наносятся покрытия на трущиеся конструктивные элементы с целью уменьшения коэффициента трения. Технология позволяет изготавливать стеклоструктуры с геометрией любой сложности [2, 7].

Применение стеклянных трубок применительно к этой технологии позволило разработать новую конструкцию бесконтактного магнитоэлектрического двигателя с предельными минимальными размерами диаметра статора 1,8 мм.

На рис. 3 показано устройство СМВЭД.

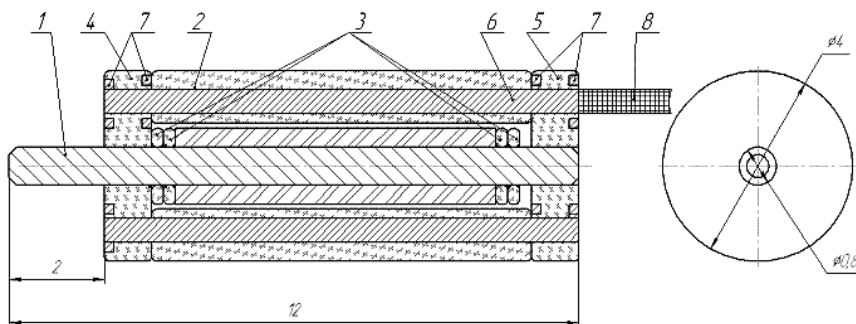


Рис. 3. Устройство СМВЭД:

- 1 – вал; 2 – корпус статора; 3 – балансировочные шайбы; 4 – передний щит;
5 – задний щит; 6 – обмотка; 7 – соединительные дорожки обмоток статора;
8 – выводные концы обмотки

Диаметр рассматриваемого СМВЭД составляет 4 мм, а длина вместе с выводным концом ротора – 12 мм. Балансировочные шайбы 3 применяются для уменьшения биения ротора в горизонтальном направлении. На вал 1 крепится двухполюсный цилиндрический постоянный магнит. Он фиксируется в вертикальном положении с помощью переднего 4 и заднего 5 щитов, вид которых показан на рис. 4. Щиты представляют собой кольца, которые могут быть выполнены из любого твердого немагнитного материала с нанесением

на него токопроводящих дорожек. Малые размеры СМВЭД исключают возможность использования традиционных подшипников, их роль в качестве подшипников скольжения выполняют сами щиты.

Маловитковая распределенная обмотка статора представляет собой z_1 проводников из свинцово-оловянистого припоя, заполняющего микроскопические капиллярные отверстия в тонкой стеклянной цилиндрической трубке с поликапиллярной структурой. Получаемые таким образом проводники соединяются между собой в обмотку токопроводящими дорожками на поверхностях щитов. К внешней стороне заднего подшипникового щита подводятся выводные концы обмотки 8 (см. рис. 3).

Для образования m -фазной обмотки количество проводников статора должно определяться формулой:

$$Z_1 = 2p \cdot m \cdot q, \quad (1)$$

где $2p$ – число полюсов ротора; m – число фаз обмотки статора; q – число проводников на полюс и фазу.

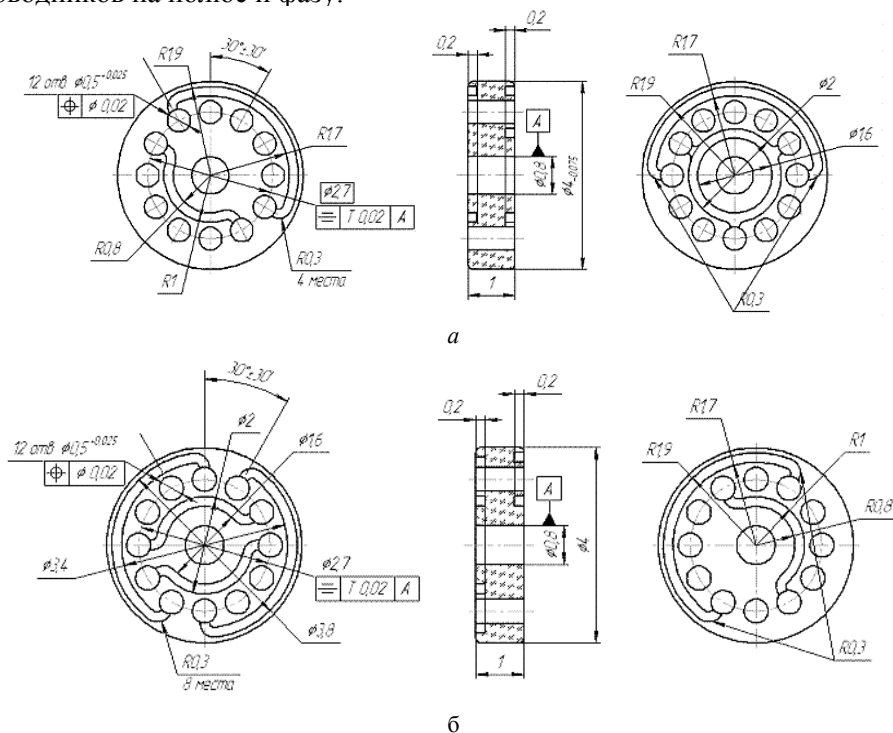


Рис. 4. Щиты подшипниковые: а – передний щит; б – задний щит

Учитывая, что число полюсов ротора для скоростных машин целесообразно выбирать равным двум ($2p = 2$), а число q – целым (1, 2, 3 и т.д.), то z_1 может принимать значения: 6, 12, 18, 24 и т.д.

Современные технологические возможности позволяют изготавливать поликапиллярные стеклянные трубки достаточно малых диаметров (2-3 мм и менее) с числом отверстий z_1 , равным 12 и более, что, в свою очередь, позволяет пропорционально увеличивать ЭДС микромашины и напряжение пита-

ния при заданной частоте вращения ротора в соответствии с выражением для действующего значения ЭДС фазы обмотки статора:

$$E_1 = 2,22 \cdot \frac{Z_1}{m \cdot p} f_1 \cdot \Phi_{m1} \cdot k_{01}, \quad (2)$$

где $f_1 = \frac{P \cdot n}{60}$ – частота электрического тока в проводниках обмотки; n – частота вращения ротора, об/мин; Φ_{m1} – амплитуда магнитного потока полюса, созданного намагниченным ротором и сцепленного с фазной обмоткой статора; m – число фаз статора; p – число пар полюсов ротора; k_{01} – обмоточный коэффициент.

Система возбуждения СМВЭД представляет собой цилиндрический диаметрально намагниченный ротор из высококоэрцитивного магнитотвердого материала [3, 4].

Как следует из выражения (2), ЭДС обмотки и частота вращения ротора определяются значением магнитного потока Φ_{m1} , который, в свою очередь, может быть найден на основании расчета магнитного поля, созданного намагниченным ротором. Согласно этому можно записать

$$\Phi = \int_S \overline{B_r} \cdot \overline{ds} = l_\delta \int_0^{2\pi} B_r \cdot r \cdot d\alpha \quad (3)$$

где l_δ – длина активной части ротора; r – радиус цилиндрической поверхности S , проходящей через оси проводников обмотки статора; B_r – радиальная составляющая индукции магнитного поля в зоне расположения проводников обмотки статора.

На основании электромагнитного расчёта определены базовые параметры и конструктивные размеры СМВЭД.

Изготовлены макетные образцы. Габаритные размеры СМВЭД и его основные характеристики, полученные по результатам испытаний макетных образцов в генераторном режиме, представлены в таблице.

Основные характеристики СМВЭД

| Характеристика | Значение |
|----------------------------------|-----------------|
| Номинальное напряжение | 3 В |
| Длина активной части ротора | 8 мм |
| Внешний диаметр ротора | 1,8 мм |
| Масса | 1,3 г |
| Диапазон регулирования скоростей | 0 – 5400 об/мин |
| Номинальный момент | до 0,09 мН·м |

Выводы. 1. Современная мехатроника и робототехника нуждаются в сверхминиатюрных электрических машинах. Область применения таких двигателей и приводов на их основе весьма широка – от медицинского оборудования до систем измерения в электронных и туннельных микроскопах, приводах манипуляторов роботов, исполнительных механизмах в технологическом оборудовании и бытовой технике. Основными требованиями, предъяв-

ляемыми к таким двигателям, является минимизация размеров и массы, при сравнительно умеренных требованиях к электромеханическим параметрам.

2. Представлена оригинальная конструкция сверхминиатюрной вентильной машины со статором в виде полого стеклянного цилиндра с поликапиллярной структурой и возбуждением от постоянных магнитов. Поликапиллярная стекловолоконная технология позволяет минимизировать массогабаритные показатели двигателя, повысить технологичность и устойчивость к воздействию агрессивных сред. Отсутствие стального сердечника способствует снижению пульсаций электромагнитного момента двигателя.

3. Ротор, изготовленный из постоянного магнита цилиндрической формы, позволяет исключить из конструкции двигателя наиболее износостойкий элемент конструкции – щёточный узел. Безвекторный алгоритм управления позволяет исключить необходимость использования датчика положения ротора и использовать минимальное количество деталей в конструкции двигателя. Предложенные технические решения должны способствовать повышению показателей надёжности двигателя.

Литература

1. Анненков В.А., Беспалов В.Я., Шиянов А.И. Проектирование и технология изготовления микроэлектромеханических устройств // *Электричество*. 2012. № 12.
2. Белоглазов В.И., Суховеев С.П., Суетин Н.В. Создание микронных и субмикронных трехмерных структур с использованием стекловолоконных технологий, mhtml [Электронный ресурс]. URL: <http://www.microsystems.ru/files/publ/3.htm> (дата доступа: 14.12.2007).
3. Нестерин В.А. Оборудование для импульсного намагничивания и контроля постоянных магнитов. М.: Энергоатомиздат, 1986. С. 88.
4. Нестерин В.А., Волокитина Е.В. Компоненты интеллектуальных мехатронных модулей. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014.
5. Самарин А. Миниатюрные линейные пьезоэлектрические двигатели // *Компоненты и технологии*. 2006. № 10.
6. Способ тестирования печатных плат летающими щупами [Электронный ресурс]. URL: <http://www.wonderfulpcb.ru/news/content-168.html>.
7. Технология и оборудование для стеклянных структур: сайт компании. URL: <http://oootegs.all.biz/info-about>.
8. Dauereinsatz in der medizinischen Labordiagnostik. *FAULHABER info*, 2004, Ausgabe 1.
9. Faulhaber präsentiert neueste Mikro-Antriebssysteme. *FAULHABER info*, 2003, Ausgabe 2.
10. Innovation. Geht Hand in Hand. *FAULHABER info*, 2016, Ausgabe 1.
11. Seegen A. Kleinmotoren bewegen die «Welt». *Antriebs & Schaltechnik*, 2015, Ausgabe 6.
12. Stolling H.-D. von, Hanser C. Handbuch Elektrische Kleinantriebe. München, Verlag, 2011, 464 S.
13. Zugstarker Kanalroboter mit DC-Kleinmotoren. *FAUHLABER info*, 2003, Ausgabe 2.
14. Zuverlässige Antriebslösung für Flying-Probe-Systeme. *FAUHLABER info*, 2003, Ausgabe 2.

НЕСТЕРИН ВАЛЕРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики и технологии электротехнических производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (v.nstrn@mail.ru).

ГЕНИН ВАЛЕРИЙ СЕМЕНОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры автоматки и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (v.s.g.auts.chgu@mail.ru).

РОМАНОВ РОМАН АРТЕМЬЕВИЧ – начальник отдела инновационных разработок, ЗАО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары (ragnum@mail.ru).

ТОКМАКОВ ДМИТРИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ – технический директор, ЗАО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары (tokmakov_da@mail.ru).

ЩЕРБАКОВ АНДРЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – директор, ООО «ТОСС», Россия, Саратов.

ЮНИН СЕРГЕЙ АНАТОЛЬЕВИЧ – начальник лаборатории электроники, ООО «ТОСС», Россия, Саратов.

АРТЫКАЕВА ЭЛЬМИРА МИДХАТОВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры электро- и теплоэнергетики, Альметьевский государственный нефтяной институт, Россия, Альметьевск (85elmira@bk.ru).

ЯРЫШ РАВИЯ ФОАТОВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры электро- и теплоэнергетики, Альметьевский государственный нефтяной институт, Россия, Альметьевск (raviyaraviya@rambler.ru).

V. NESTERIN, V. GENIN, R. ROMANOV, D. TOKMAKOV,
A. SHCHERBAKOV, S. YUNIN, E. ARTYKAEVA, R. YARYSH

DESIGN FEATURES OF SUBMINIATURE MAGNETOELECTRIC MACHINES

Keywords: *subminiature motor, brushless DC motor, rare earth magnet, polycapillary structure, design.*

A brief review of the application areas and the analysis of the essential design features of miniature and subminiature motors are given. Characteristics that are general and typical of such electric motors are shown. The original design of the subminiature brushless DC motor with a stator in the form of a hollow glass cylinder of a polycapillary structure is presented. Permanent magnets produce excitation. The absence of the steel core helps to reduce the «parasitic» pulsations of the electromagnetic moment of the motor. The proposed technical solutions should help improve the reliability of the motor.

References

1. Annenkov V.A., Bepalov V.Ya., Shiyanov A.I. *Proektirovanie i tekhnologiya izgotovleniya mikroelektromekhanicheskikh ustroystv* [Design and manufacturing technology for microelectromechanical devices]. *Elektrichestvo*, 2012, no. 12.
2. Beloglazov V.I., Sukhoveev S.P., Suetin N.V. *Sozdanie mikronnykh i sublikronnykh trekhmernykh struktur s ispol'zovaniem steklovolokonnykh tekhnologii* [Creation of micron and sub-three-dimensional structures using fiberglass technologies]. Available at: <http://www.microsystems.ru/files/publ/3.htm>.
3. Nesterin V.A. *Oborudovanie dlya impul'snogo namagnichivaniya i kontrolya postoyannykh magnetov* [Equipment for pulse magnetization and control of permanent magnets]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986, p. 88.
4. Nesterin V.A., Volokitina E.V. *Komponenty intellektual'nykh mekhatronnykh modulei* [Components of intelligent mechatronic modules], Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2014.
5. Samarin A. *Miniatyurnye lineinye p'ezoelektricheskie dvigateli* [Miniature linear piezoelectric motors]. *Komponenty i tekhnologii*, 2006, no. 10.
6. *Sposob testirovaniya pechatnykh plat letanushhimi shhupami* [Method of testing printed circuit boards flying probe]. Available at: <http://www.wonderfulpcb.ru/news/content-168.html>.
7. *O kompanii Tehnologiya i Oborudovanie dlya Steklyannykh Struktur* [Technology and equipment for glass structures: company website]. Available at: <http://oootegs.all.biz/info-about>.
8. Dauereinsatz in der medizinischen Labordiagnostik. *FAULHABER info*, 2004, Ausgabe 1.
9. Faulhaber präsentiert neueste Mikro-Antriebssysteme. *FAULHABER info*, 2003, Ausgabe 2.
10. Innovation. Geht Hand in Hand. *FAULHABER info*, 2016, Ausgabe 1.
11. Seegen A. Kleinstmotoren bewegen die «Welt». *Antriebs & Schalttechnik*, 2015, Ausgabe 6.
12. Stoltzing H.-D. von, Hanser C. *Handbuch Elektrische Kleinantriebe*. München, Verlag, 2011, 464 S.
13. Zugstarker Kanalroboter mit DC-Kleinstmotoren. *FAULHABER info*, 2003, Ausgabe 2.
14. Zuverlässige Antriebslösung für Flying-Probe-Systeme. *FAULHABER info*, 2003, Ausgabe 2.

NESTERIN VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Electromechanics and Electrotechnical Technologies, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (v.nstrn@mail.ru).

GENIN VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department Control and Automatic Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (v.s.g.auts.chgu@mail.ru).

ROMANOV ROMAN – Chief of Department of Innovative Developments, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary (ragnum@mail.ru).

TOKMAKOV DMITRY – Technical Director, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary.

SHCHERBAKOV ANDREY – Director, LLK «TOSS», Russia, Saratov.

YUNIN SERGEY – Chief of Electronics Laboratory, LLK «TOSS», Russia, Saratov.

ARTYKAEVA ELMIRA – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Electrical and Thermal Energy, Almet'yevsk State Oil Institute, Russia, Almet'yevsk (85elmira@bk.ru).

YARYSH RAVIYA – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Electrical and Thermal Energy, Almet'yevsk State Oil Institute, Russia, Almet'yevsk.

Ссылка на статью: *Нестерин В.А., Генин В.С., Романов Р.А., Токмаков Д.А., Щербаков А.В., Юнин С.А., Артыкаева Э.М., Ярыш Р.Ф.* Конструктивные особенности сверхминиатюрных магнитоэлектрических машин // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 115–122.

УДК 621.313.323.018.782.3.013.8

ББК 3261.621-016-045

Х.Н. РАСУЛЗОДА

ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ СИНХРОННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ С ПИД-РЕГУЛЯТОРОМ

Ключевые слова: автоматическое регулирование возбуждения, переходные процессы, короткое замыкание, ПИД-регулятор.

В настоящее время имеют место нарушения устойчивости электроэнергетических систем, возникающие при снижении частоты, при набросах нагрузки, а также при снижении напряжения в узлах системы при различных повреждениях. Эффективным средством устойчивости работы электрических станций является автоматическое регулирование возбуждения синхронных генераторов. На основе выполненных исследований целесообразно применять ПИД-регулятор в системе регулирования возбуждения синхронных генераторов Нурекской гидроэлектростанции Республики Таджикистан. Согласно результатам исследования сделан вывод, что данный вид регулирования позволяет обеспечить устойчивость генераторов и соответствие характеристик переходного процесса требованиям, предъявляемым к их качеству. В статье представлены результаты исследования применения ПИД-регулятора в системе возбуждения синхронных генераторов в качестве регулятора при нормальных и аварийных ситуациях.

В энергосистеме Республики Таджикистан выработка электрической энергии в основном осуществляется на гидроэлектростанциях (ГЭС) (более 98%), в том числе 97% на крупных и средних электростанциях. Основным узлом энергосистемы является Нурекская ГЭС, она системообразующая и частотно-регулирующая, на нее приходится почти 60% выработки электрической энергии энергосистемы. Исходя из вышесказанного, можно предполагать, что устойчивость энергосистемы Таджикистана в основном зависит от режимов работы и устойчивости данной ГЭС.

Регулирование напряжения – одна из важнейших задач, которая определяется требованиями потребителей к качеству электрической энергии. Системные требования к уровню напряжения в высоковольтных линиях задаются особенностями параллельной синхронной работы генераторов энергосистемы. Каждый из современных силовых синхронных генераторов электростанций оснащается автоматической системой регулирования возбуждения (АРВ), работа которой происходит в нормальных режимах и в аварийных ситуациях. Высокое быстродействие современных АРВ позволяет достаточно эффективно демпфировать электромеханические переходные процессы, обусловленные качаниями роторов синхронных генераторов после больших возмущений в системе, включая и наиболее тяжёлые короткие замыкания [2]. Колебательные свойства ротора зависят от характеристик системы регулирования синхронных генераторов и их параметров, а также от параметров энергосистемы. На практике необходимо располагать такими показателями качества переходного процесса, которые позволяют обоснованно выбирать управляющие устройства, в частности АРВ, и осуществлять их настройку таким образом, чтобы протекание переходного процесса обеспечивалось в соответствии с требованиями, предъявляемыми к их качеству [2, 5].

В общем случае переходный электромеханический процесс после резкого возмущения можно разбить на три этапа (рис. 1): I – начальная стадия переход-

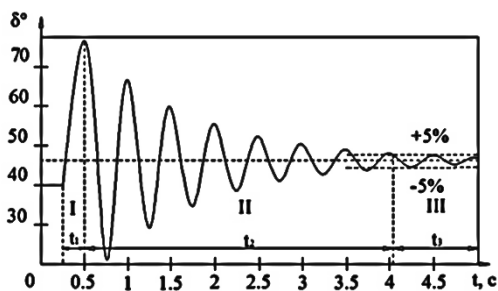


Рис. 1. Этапы протекания переходного электромеханического процесса после резкого возмущения

ного процесса; II – промежуточная стадия; III – заключительная стадия переходного процесса.

При выходе генератора из синхронизма на первых двух этапах принято говорить о нарушении динамической устойчивости, а при выходе генератора из синхронизма на третьем этапе – о переходе его в асинхронный режим. Целесообразно рассматривать первые два этапа переходного процесса в отдельности, хотя они и характери-

зуют динамическую устойчивость, так как условия нарушения динамической устойчивости в обоих случаях разные и для её сохранения требуются также разные меры [2].

На первом этапе действие регулирующих устройств может оказаться малоэффективным либо вообще слабо проявляться. В этом случае обычно применяются устройства противоаварийной автоматики. На втором этапе интенсивное затухание больших качаний ротора генератора может быть достигнуто с помощью регулирующих устройств, в первую очередь АРВ.

Для более точного регулирования, как известно, необходимо увеличивать коэффициент усиления регулятора, но его чрезмерное увеличение приводит к неустойчивой работе генератора и системы [5].

Автоматический регулятор возбуждения, осуществляющий поддержание напряжения на шинах генератора по ПИД-закону регулирования в соответствии с заданной установкой в нормальных режимах работы генератора, имеет стабилизирующие каналы регулирования по отклонению напряжения статора и производным напряжения статора и тока ротора.

Пропорциональная составляющая вырабатывает сигнал, который противодействует отклонению регулируемой величины в данный момент времени. Его интегральная составляющая накапливает результирующее значение регулируемой величины, выравнивая, таким образом, недостаток пропорционального регулирования. Кроме того ПИД-регулятор обладает дифференциальной составляющей, которая прогнозирует отклонение и следит за скоростью его изменения [3]. Она обеспечивает быстрое действие ПИД-регулятора. Структурная схема ПИД-регулятора приведена на рис. 2.

Рассмотрим математическое описание идеального ПИД-регулятора. Формула выходного сигнала ПИД-регулятора имеет вид

$$Y(t) = P + I + D = K \cdot E + \frac{1}{T_i} \int_0^t E(t) dt + T_d \frac{dE(t)}{dt}, \quad (1)$$

где $Y(t)$ – выходной сигнал регулятора; P – пропорциональная часть; I – интегральная часть; D – дифференциальная часть; K – коэффициент усиления; T_i – постоянная интегрирования; T_d – время дифференцирования.

Как видно из формулы, дифференциальная часть с коэффициентом T_d – временем дифференцирования – существенно уменьшает время регулирования и улучшает динамическое качество регулирования.

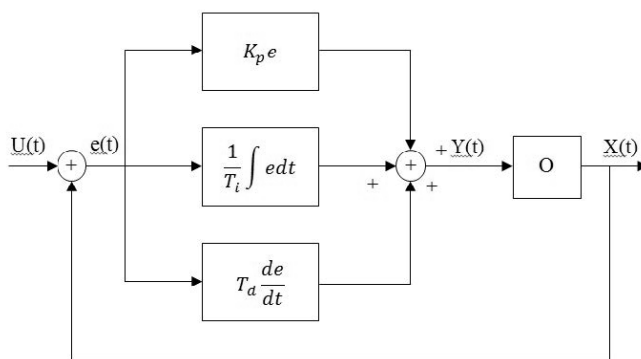


Рис. 2. Структурная схема ПИД-регулятора

По результатам проведенных исследований на модели, представленной на рис. 3, и выполнения базовых экспериментов были изучены характеристики, описывающие протекание переходных процессов при изменении нагрузки и при трехфазном коротком замыкании (КЗ) на линии электропередачи, соответственно. Осуществлялось регулирование напряжения изменением возбуждения синхронного генератора, а также автоматическое предотвращение нарушения динамической устойчивости форсированием возбуждения синхронного генератора [4].

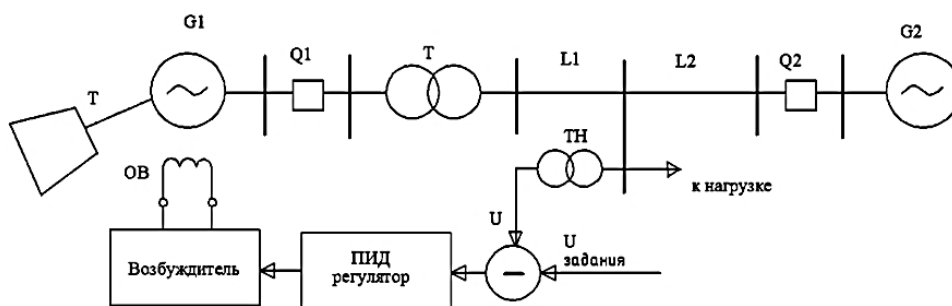


Рис. 3. Электрическая схема соединения работы генератора на сеть

Параметры исследуемой модели приведены в таблице.

Параметры модели

| Обозначение | Наименование | Параметры |
|-------------|-----------------------------------|---|
| G1 | Трехфазный источник питания | 400 В ~; 16 А |
| Q1, Q2 | Трехполюсный выключатель | 400 В ~; 10 А |
| T | Трехфазный трансформатор | 3 × 80 В·А; 242, 235, 230, 126, 220, 133, 127 / 230 В (треугольник) |
| L1, L2 | Модель линии электропередачи | 400 В ~; 3 × 0,5 А |
| G2 | Источник питания переменного тока | 100 Вт / ~ 230 В / 1500 мин – 1 |

При проведении эксперимента в нормальном режиме во время ступенчатого увеличения реактивной составляющей нагрузки до трехкратной величины не наблюдалось изменения частоты вращения ротора генератора и сниже-

ния напряжения у потребителей. Это происходило вследствие действия ПИД-регулятора, формировавшего управляющие сигналы, являющиеся суммой трёх слагаемых: первое слагаемое пропорционально разности входного сигнала и сигнала обратной связи (сигнал рассогласования); второе слагаемое представляет собой интеграл сигнала рассогласования, третье – производную сигнала рассогласования. ПИД-регулятор действовал на возбудитель с целью поддержания напряжения. Понижение напряжения наблюдалось только при увеличении реактивной составляющей нагрузки в три раза. В данном случае недостаток реактивной мощности в системе влечет за собой снижение напряжения в узлах электрических сетей и у потребителей согласно формуле

$$\Delta U = \frac{(P \cdot r_{уд} + Q \cdot x_{уд})L}{u_{ном}} \quad (2)$$

На рис. 4 приведена опытная характеристика генератора, работающего без АРВ при трехфазном КЗ.

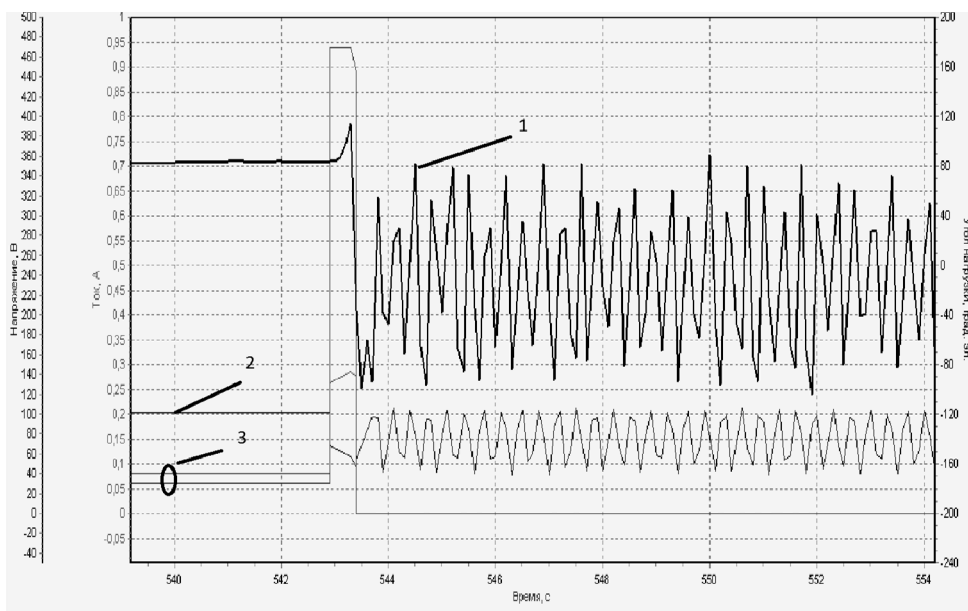


Рис. 4. Переходные процессы синхронного генератора при КЗ без АРВ:
1 – значение угла нагрузки; 2 – значение напряжения генератора;
3 – значение токов защиты (в зависимости от времени)

При отключении КЗ и отсутствии АРВ генератор выпадал из синхронизма, что сопровождалось значительными колебаниями напряжения (позиция 2) и угла нагрузки (позиция 1). О выпадении из синхронизма генератора можно было судить и по данным амперметров, показывавших значительные толчки тока, и вольтметров, фиксировавших сильные колебания напряжения. В этом случае генератор терял устойчивость при возмущении.

При выпадении генератора из синхронизма необходимо было попытаться восстановить и обеспечить его синхронную работу, максимально увеличивая возбуждение и уменьшая активную нагрузку.

На рис. 5 приведены результаты исследования генератора с ПИД-регулятором.

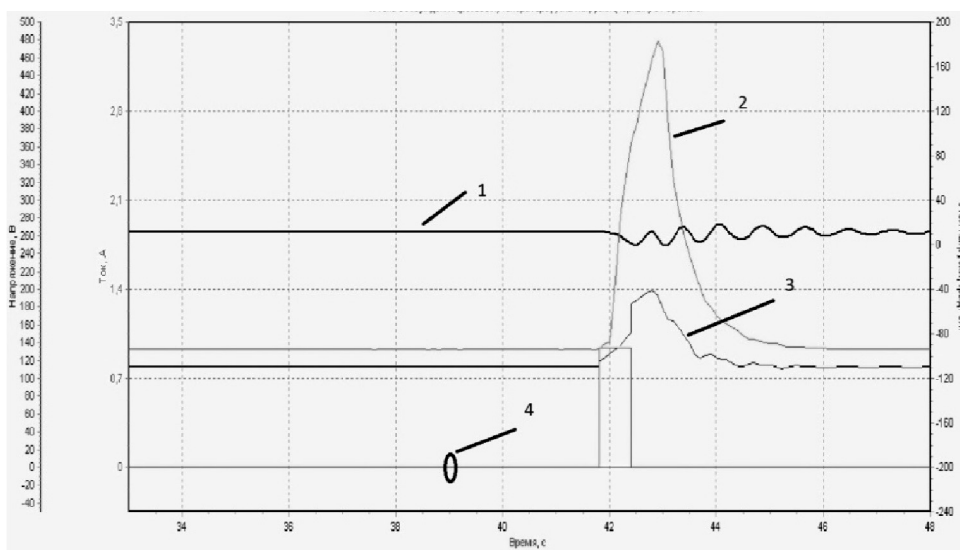


Рис. 5. Переходные процессы синхронного генератора при трехфазном КЗ с АРВ (законом ПИД-регулирования): 1 – значение угла нагрузки; 2 – значение тока возбуждения; 3 – значение напряжения генератора; 4 – значение токов защиты (в зависимости от времени)

При наличии у синхронного генератора АРВ после отключения КЗ происходил один асинхронный поворот ротора, после чего генератор втягивался в синхронизм. Процесс происходил следующим образом: при трехфазном КЗ на линии электропередачи не наблюдалось резкого падения напряжения согласно характеристике (позиция 3), что обусловлено действием форсировки возбуждения. Ток в цепи возбуждателя возрастает до максимального значения (позиция 2), следовательно, увеличиваются ЭДС генератора и напряжение на выводах генератора (позиция 3). Поддержание напряжения на выводах генератора позволяет сохранить нормальный режим работы потребителей электроэнергии. После отключения поврежденного участка релейной защитой восстанавливается нормальный режим работы. Угол нагрузки (позиция 1) тоже колеблется, но с малыми отклонениями.

Выводы. При коротких замыканиях и других аварийных режимах, связанных со значительным понижением напряжения, предложенный вариант регулирования быстро и значительно форсирует ток возбуждения и тем самым изменяет ЭДС генератора. В режимах, связанных с повышением напряжения на шинах электрической станции, АРВ быстро снижает ЭДС генератора, выполняя тем самым процесс расфорсировки.

Применение АРВ позволит повысить динамическую устойчивость за счет снижения периода длительности КЗ.

ПИД-закон регулирования напряжения обеспечивает более высокий уровень колебательной устойчивости системы при меньших величинах коэффициентов усиления каналов стабилизации и одновременно позволяет повысить точность регулирования. Предлагается применение данного ПИД-регулятора в системе регулирования возбуждения генераторов Нурекской гидроэлектростанции Республики Таджикистан.

Литература

1. Борзов А.Б., Бумагин А.В., Гондарь А.В., Лихоеденко К.П. Вариант построения регулятора возбуждения синхронных электрических генераторов, обеспечивающий оптимизацию параметров переходных процессов в сопряженной энергосистеме // Наука и образование. 2012. № 6. С. 329–350.
2. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. М.: Высш. шк., 1985. 536 с.
3. Денисенко В.В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66–74.
4. Карпеш М.А., Сенигов П.Н. Автоматика электроэнергетических систем. Руководство по выполнению базовых экспериментов. АЭ.001 РБЭ (922). Челябинск: Иженерно-производственный центр «Учебная техника», 2006. 217 с.
5. Щедрин В.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. 416 с.

РАСУЛЗОДА ХУСРАВ НАЗИР – аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (khusrav313233@mail.ru).

Kh. RASULZODA

STUDIES OF EXCITATION SYSTEM OF THE SYNCHRONOUS GENERATORS WITH PID-CONTROLLER

Key words: *automatic excitation control, transition processes, short circuit, PID-controller.*

At present there is instability of electric power systems, arising from frequency decrease, at load rise, as well as at voltage reduction in subsystems due to damage. Effective means of stability of electric power plants generators is automatic control of excitation of the synchronous generators. On the basis of the research, it is advisable to apply a PID-controller in Nurek hydroelectric power plant excitation regulation system of the synchronous generators of the Republic of Tajikistan. According to the results of the research, this type of regulation allows ensuring stability of the generators. It also ensures that the characteristics of the transition process meet quality requirements. The present article considers the results of PID-controller application in synchronous generators excitation system as the regulator in normal and emergency situations.

References

1. Borzov A.B., Bumagin A.V., Gondar' A.V., Likhoeenko K.P. *Variant postroeniya regulyatora vzbuzhdeniya sinkhronnykh elektricheskikh generatorov, obespechivayushchii optimizatsiyu parametrov perekhodnykh protsessov v sopryazhennoi energosisteme* [Variant of construction of the regulator of excitation of synchronous electric generators, providing optimization of parameters of transients in the conjugated power system]. *Zhurnal Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Journal of Science and Education], 2012, no. 6, pp. 329–350.
2. Venikov V.A. *Perekhodnye elektromekhanicheskie protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Transient electromechanical processes in electrical systems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1985, 536 p.

3. Denisenko V.V. *PID-regulyatory: printsipy postroeniya i modifikatsii* [PID controllers: principles of construction and modification]. *Sovremennye tekhnologii avtomatizatsii* [Modern automation technologies], 2006, no. 4, pp. 66–74.

4. Karpesh M.A., Senigov P.N. *Avtomatika elektroenergeticheskikh sistem* [Automation of electric power systems]. *Rukovodstvo po vypolneniyu bazovykh eksperimentov. AE.001 RBE (922)* [Guide to basic experiments. AE.001 RBE (922)]. Chelyabinsk, 2006, 217 p.

5. Shchedrin V.A. *Elektromagnitnye perekhodnye protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Electromagnetic transients in electrical systems]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2007, 416 p.

RASULZODA KHUSRAV – Post-Graduate Student, Department of Power Supply of Industrial Enterprises, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Ссылка на статью: *Расулзода Х.Н.* Исследования системы возбуждения синхронных генераторов с ПИД-регулятором // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 123–129.

УДК 621.316.9
ББК 3247.1-52

Л.М. РЫБАКОВ, Н.Л. МАКАРОВА, А.О. ЗАХВАТАЕВА

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СРЕДСТВ МОЛНИЕЗАЩИТЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В СЕЛЬСКОЙ МЕСТНОСТИ

Ключевые слова: лидер молнии, активные и управляемые молниеотводы, атмосферное электричество, сопротивление заземления.

Целью данной статьи является совершенствование средств молниезащиты, используемых в сельской местности. Дана оценка изменения состояния количества атмосферного электричества в приземном слое в предгрозовом период. Для совершенствования молниезащиты объектов в настоящее время разрабатываются и используются активные молниеотводы. Современные активные молниеотводы основаны на прорастании встречного лидера от молниеотводов к нисходящему лидеру тока молнии, которые способствуют перехвату нисходящего лидера молнии и отводу разряда от защищаемого объекта. В зоне активного молниеотвода в период грозовой активности накапливается объемный заряд, который препятствует прорастанию восходящего лидера, что снижает уровень защиты объектов, поэтому необходимо совершенствовать систему молниезащиты, повышая ее эффективность до 100%. Для этого нужны дополнительные исследования по учету состояния атмосферного электричества нижних слоев атмосферы в предгрозовом период.

Отличительной особенностью молниезащиты в сельской местности по сравнению с условиями города, где сосредоточено большое число объектов, имеющих значительную высоту по сравнению с защищаемыми зданиями (дымовые трубы высотой 80-120 м; телевизионные, ретрансляционные вышки – 80-100 м; вышки мобильной связи высотой более 80 м; жилые дома высотой до 50 м), является отсутствие высоких экранирующих объектов от разряда лидера молнии. Высота зданий в сельской местности не превышает двух этажей (высота не более 10 м). Инженерные сооружения – здания птицефабрик, ферм крупного рогатого скота, свиноферм в основном строятся одноэтажными.

В настоящее время происходит концентрация производства продукции животноводства с использованием средств автоматизации управления технологическими процессами в крупных животноводческих и птицеводческих фермах на основе микропроцессорных систем, которые чувствительны к внешним проявлениям токов молнии.

Для защиты объектов в сельской местности используются различные типы молниезащит: стержневые, тросовые, сетчатые, имеющие молниеприемник, токопровод и заземляющее устройство, эффективность этих молниезащит не превышает 90%.

Одними из путей совершенствования молниезащиты в последнее время за рубежом приняты разработка и использование активных молниеотводов для защиты объектов.

Некоторые виды активных молниеотводов показаны на рис. 1–3.

Молниеотвод «Schirtec» типа E.S.E. (рис. 1) характеризуется тем, что он активизируется с помощью эффекта роста напряженности электрического поля в атмосфере при грозе¹.

¹ Стандарт NFC 17-102 (Франция). 2011.

Работа активного молниезащитного устройства «Forend» осуществляется за счет разности потенциалов, образующихся между грозовым облаком и поверхностью земли [1].

Активный молниеприемник «Eritech Dynasphere (Eritech System 3000)» представлен на рис. 3, он обладает свойством перехвата разрядов молнии и отвода их в землю, однако опыт длительной эксплуатации и эффективности защиты данного молниеотвода в технической литературе не представлен [4].

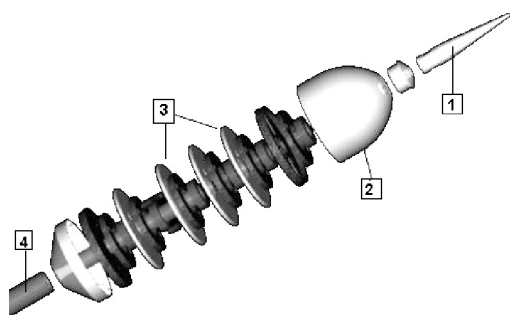


Рис. 1. Детали молниеотвода «Schirtec»:
1 – молниеуловитель; 2 – ионный генератор;
3 – ускоритель заряженных частиц и атмосферные электроды;
4 – вывод заземляющего устройства

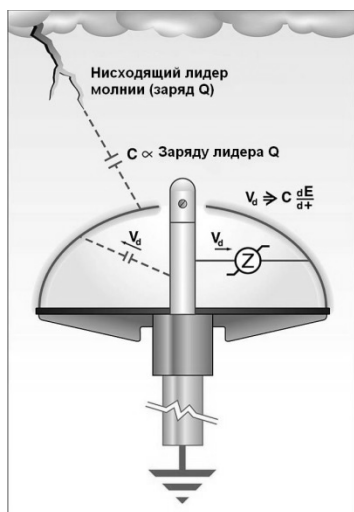


Рис. 3. Активный молниеприемник «Eritech Dynasphere»



Рис. 2. Конструкция активного молниеприемника «Forend»:
1 – наконечник; 2 – корпус из нержавеющей стали; 3 – формирующий блок;
4 – крепежный винт;
5 – резьбовое соединение с мачтой;
6 – мачта

Активный молниеотвод «М-200» показан на рис. 4 – изобретение ООО «Космос – Нефть – Газ». Электронный блок активного молниеотвода «М-200» работает по принципу автономного генератора, способного заряжаться от энергии электрического поля грозового фронта, и инициирует опережающий встречный лидер. Встречные лидеры также могут генерироваться от близлежа-



Рис. 4. Внешний вид молниеприемника М-200

щих объектов при использовании пассивных молниеотводов. Для работы активного молниеотвода «М-200» не требуется внешнее питающее напряжение [5].

Средства активной молниезащиты пока не нашли отражения в существующей нормативной базе Ростехнадзора в РД 34.21.122–87 «Инструкция по устройству молниезащиты зданий и сооружений», поэтому возможности их использования на территории Российской Федерации ограничены.

Активные молниеприемники – относительно новый вид молниезащиты. Работы по совершенствованию этих систем должны продолжаться, так как имеются критические отзывы по данным молниеотводам [2, 7, 8, 9, 10]. Основным недостатком активных молниеотводов является отсутствие средств управления встречным лидером на нисходящий лидер в начальный период грозовой деятельности с учетом количественных показателей отношений положительных и отрицательных ионов.

Необходимы дальнейшие научные исследования по совершенствованию активных молниеотводов, которые придут на смену традиционным способам молниезащиты.

В литературных источниках имеются данные по оценке состояния атмосферного электричества в нижних слоях атмосферы: среднесуточные значения концентраций положительных n^+ и отрицательных n^- ионов; значения удельной электрической проводимости атмосферы ρ и плотности объемного заряда λ , которые приведены на рис. 5.

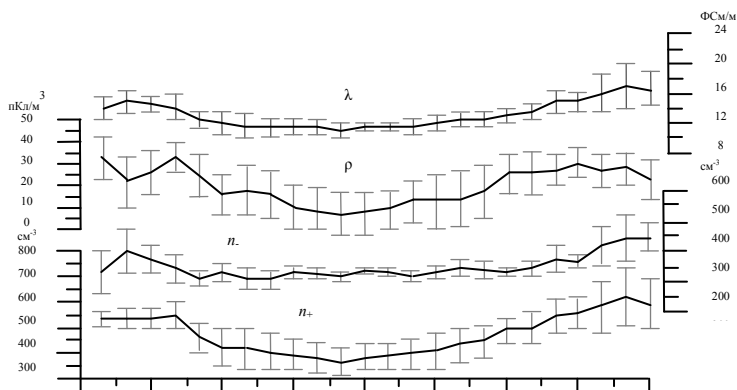


Рис. 5. Суточный ход значений концентрации положительных (n^+) и отрицательных (n^-) легких атмосферных ионов, удельной электрической проводимости атмосферы (ρ) и плотности объемного заряда (λ)

Исследование показали, что в предгрозовой период атмосферное электричество меняется по количеству содержания положительных и отрицательных ионов на 1 см^3 .

Однако литературный обзор показал, что данных исследований в этом направлении недостаточно.

Нами были проведены исследования по измерению количества положительных и отрицательных ионов при разных погодных условиях за период грозового сезона с мая по сентябрь месяцы с помощью аэроионного счетчика МАС-01 [6]. Результаты полученных измерений в полевых условиях при ясной погоде, в предгрозовое и послегрозовое время приведены в таблице.

Отношение концентрации положительных и отрицательных ионов (n^+/n^-) при ясной погоде, в предгрозовое и послегрозовое время в открытой атмосфере, зарегистрированных в полевых условиях

| Тип погоды | Значения концентрации положительных и отрицательных ионов | | | | |
|---------------------|---|--------|--------|--------|--------|
| | опыт 1 | опыт 2 | опыт 3 | опыт 4 | опыт 5 |
| Ясная погода | 0,88 | 0,91 | 0,71 | 0,57 | 0,69 |
| Предгрозовое время | 133 | 124 | 128 | 130 | 127 |
| Послегрозовое время | 1,26 | 1,17 | 1,15 | 1,20 | 1,30 |

Разница между количеством атмосферных ионов в ясную погоду и предгрозовую период может служить для прогнозирования начала грозовой активности в данном регионе.

Из полученных наблюдений можно сделать вывод, что при прогнозировании грозовых разрядов молнии и для усовершенствования молниезащиты инженерных сооружений в сельской местности помимо повышенной влажности следует учитывать также отношение положительных и отрицательных ионов, которые в лабораторных условиях дают явную картину зависимости ионизационного состояния атмосферы и разрядов молнии.

В предгрозовой период у поверхности земли с преобладающей концентрацией находятся положительные ионы, во время дождя происходит спад концентрации катионов, после выпадения осадков наблюдается повышенная концентрация анионов (рис. 6).

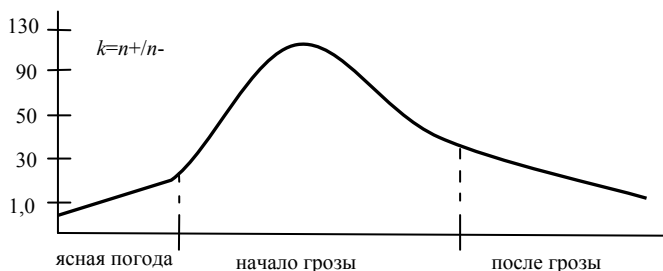


Рис. 6. График движения атмосферных заряженных ионов при различных погодных условиях

Предлагается оснастить активный молниеотвод блоком управления для запуска восходящего лидера в период начала грозовой деятельности и предотвращения поражения зданий и сооружений в сельской местности. Блок-схема устройства приведена на рис. 7.



Рис. 7. Блок-схема управляемого активного молниеотвода

На рис. 8 приведен вид молниезащиты здания с использованием управляемого активного молниеотвода.

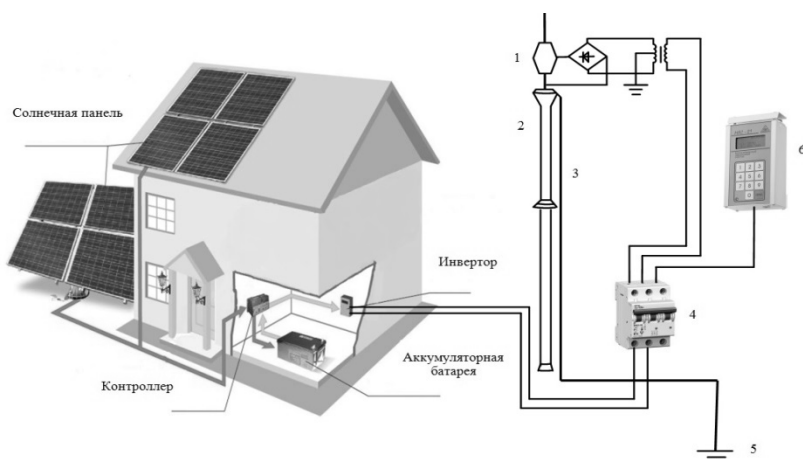


Рис. 8. Примерный вид молниезащиты здания с использованием управляемого активного молниеотвода: 1 – активный молниеотвод; 2 – изоляционная вставка; 3 – управляемый заземляющий спуск; 4 – пульт управления; 5 – заземлитель; 6 – малогабаритный аэроионный счётчик MAC-01

В качестве управляющего блока используется датчик включения управляемого молниеотвода, основанный на измерении разности атмосферных заряженных ионов в ясную погоду и предгрозовую период. При величине разности отношений $n+/n-$ более 100 дается команда датчиком на включение управляемого молниеотвода. По завершении грозовых разрядов датчик приводит управляемый активный молниеотвод в исходное положение.

Преимущество предлагаемого молниеотвода – отсутствие сложных элементов, которые заряжаются от напряженности поля грозового облака и образуют восходящий лидер. Первый недостаток активного молниеотвода – при напряженности грозового облака и изменении траектории их движения заряд активных молниеотводов может быть недостаточным для создания встречного лидера. Это создает запоздалое движение восходящего встречного лидера к нисходящему от грозового облака. Указанные обстоятельства ухудшают грозозащиту зданий, сооружений, и молниезащита составляет не более 90%. Вторым недостатком существующих активных молниеотводов при раннем

запуске устройств ионизации от конца активного молниеотвода является создание значительного объемного заряда, который препятствует возрастанию встречного восходящего лидера к грозовому облаку. Это также снижает вероятность защиты объекта. Поэтому необходима разработка устройств по управлению объемным зарядом в месте выхода встречного лидера. Третьим недостатком являются сложное устройство генерации высокого напряжения, их недостаточная надежность, невозможность для многократного применения и необходимость ревизии после каждого срабатывания.

Для электроснабжения устройства генерации высокого напряжения и автоматизированного управления молниеотводом применяются нетрадиционные источники энергии (солнечное излучение), которые используются для включения привода ножей заземляющих устройств.

Интенсивность грозовой деятельности в регионе Средней Волги начинается с 20 апреля и продолжается до 20 октября. В данный же период увеличивается активность солнечного излучения, что является немаловажным фактом использования указанного энергоносителя в качестве работы автоматического электропривода.

Предлагается полезная модель на основе активного молниеотвода, подвергающегося следующей модернизации. Рядом с молниеотводом устанавливается солнечная панель как источник питания привода заземления. В нормальном режиме молниеотвод не заземлен. В предгрозовой период за счет роста зарядов атмосферного электричества срабатывает реле и напряжение, накопленное от солнечного элемента в аккумуляторе, подается на коммутационный аппарат для включения заземляющего устройства и нисходящий лидер от грозового облака ориентируется на заземляющее устройство молниеотвода.

Схема установки активного управляемого молниеотвода показана на рис. 9.

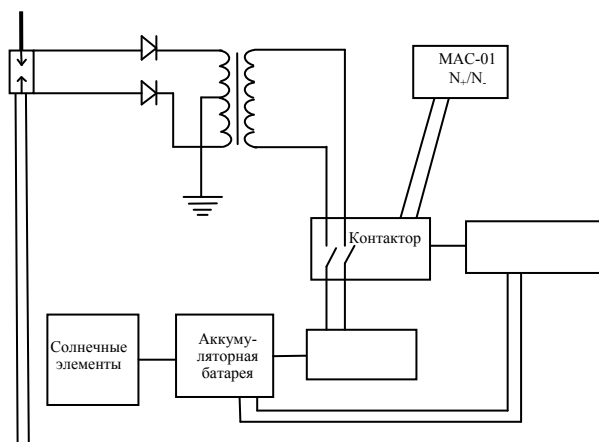


Рис. 9. Схема установки активного управляемого молниеотвода

Преимущества предлагаемого активного управляемого молниеотвода:

1. Срабатывает только при достижении максимального отношения атмосферных зарядов $n+/n- > 100$.

2. Длительность разрядных процессов составляет несколько секунд, что обеспечивает рост встречного лидера к нисходящему лидеру молнии.

3. Непрерывная готовность блока питания, работающего от солнечных элементов. Интенсивность работы солнечных элементов совпадает с интенсивностью грозовой деятельности для регионов средней Волги с апреля по октябрь.

Литература

1. Активное молниезащитное устройство FOREND // Technical Specifications of FOREND E.S.E. Active Lightning Conductors. 2013-2014. Available at: http://www.forend.com.tr/wp-content/uploads/katalog/forend_2014.pdf.

2. *Базелян Э.М.* Активные молниеотводы // Электротехнический рынок. 2008. № 4.

3. VII Всероссийская конференция по атмосферному электричеству (24-28 сентября 2012 г.): сб. тр. СПб.: ФГБУ «Главная геофизическая обсерватория им. А.И. Воейкова», 2012. 227 с.

4. *Лопарев А.* Молниезащита и заземление. Активная молниезащита // Каталог оборудования. 2011. Available at: http://www/kgiz.kz/prev/index.php?option=com_k2&view=item&id=198:eritech-dynasphere&Itemid=273.

5. Пат. 2208887 Российская Федерация, МПК⁷ Н 02 G 13/00, Н 02 Н 9/06. Установка молниеотводов; крепление их на несущих конструкциях с использованием разрядников с искровым промежутком / Матвеев В.М., Насонов С.В., Писаревский Ю.В.; заявитель и патентообладатель ООО ФПК «Космос-Нефть-Газ». № 2002116902/09; заявл. 24.06.2002; опубл. 20.07.2003.

6. *Рыбаков Л.М., Ласточкин С.В.* Исследование поведения лидера молнии в сельской местности при различных воздействующих факторах для выбора молниезащиты объектов // Вестник чувашского университета. 2015. № 1. С. 111–115.

7. *Becerra M., Cooray V.* The early streamer emission principle does not work under natural lightning. Proc. of 10th ICLP, oz do Iguacu, Brazil, Nov. 2007. http://www.academia.edu/29888791/The_early_streamer_emission_principle_does_not_work_under_natural_lightning_.

8. *Cooray V.* Non conventional lightning protection systems. Proc. of 30th ICLP, Cagliari, Italy, Sept. 2010. Available at: <http://www.iclp-centre.org/pdf/Invited-Lecture-Cooray-2010.pdf>.

9. *Rison W.* Experimental Validation of Conventional and Non-Conventional Lightning Protection Systems. Available at: http://www.kihito-shigeno.com/files/Experimental_Validation_of_Conventional_and_Non_Conventional_Lightning_Protection.pdf.

10. *Uman M.A., Rakov V.A.* A critical review of nonconventional approaches to lightning protection. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 2002, vol. 83, iss. 12.

РЫБАКОВ ЛЕОНИД МАКСИМОВИЧ – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (diagnoz@marsu.ru).

МАКАРОВА НАДЕЖДА ЛЕОНИДОВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (diagnoz@marsu.ru).

ЗАХВАТАЕВА АЛЕНА ОЛЕГОВНА – магистрант кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (alena_zah94@mail.ru).

L. RYBAKOV, N. MAKAROVA, A. ZAKHVATAEVA IMPROVING MEANS OF LIGHTNING PROTECTION USED IN RURAL AREAS

Keywords: lightning leader, active and controlled lightning rods, atmospheric electricity, grounding resistor.

The purpose of this article is to improve the means of lightning protection used in rural areas. The estimation of changes of the amount of the atmospheric electricity in the surface layer in pre-storm period is shown. To improve the protection of objects from lightning, active lightning rods are currently being developed and used. Modern active

lightning rods are based on the germination of the counter leader from the lightning rod to the downward leader of the lightning current, which contributes to the interception of the downward leader of the lightning and the removal of the discharge from the protected object. In the area of active lightning protection system in the period of thunderstorm activity volumetric charge is accumulated preventing the germination of the upward leader, thus reducing the protection level of the objects. Therefore, it is necessary to improve the lightning protection system, increasing the efficiency to 100%. More research is needed to estimate the atmospheric electricity of lower layers in pre-storm period.

References

1. Aktivnoe molniezashchitnoe ustroystvo FOREND [Active molniezaschita device FOREND]. *Technical Specifications of FOREND E.S.E. Active Lightning Conductors. 2013-2014*. Available at: http://www.forend.com.tr/wp-content/uploads/katalog/forend_2014.pdf.
2. Bazelyan E.M. *Aktivnye molnieotvody* [Active lightning rods]. *Elektrotehnicheskii rynek* [Electrotechnical market], 2008, no. 4.
3. VII Vserossiiskaya konferentsiya po atmosfernomu elektrichestvu (24-28 sentyabrya 2012 g.): sb. tr. [Proc. of VII Rus. Conf. on atmospheric electricity (24-28 September 2012)]. St. Petersburg, 2012, 227 p.
4. Loparev A. *Molniezashchita i zazemlenie. Aktivnaya molniezashchita* [Lightning protection and grounding. Active lightning protection]. *Katalog oborudo-vaniya* [Equipment catalog]. 2011. Available at: http://www/kriz.kz/prev/index.php?option=com_k2&view=item&id=198:eritech-dynasphere&Itemid=273.
5. Matveev V.M., Nasonov S.V., Pisarevskii Yu.V. *Ustanovka molnieotvodov; kreplenie ikh na nesushchikh konstruksiyakh s ispol'zovaniem razryadnikov s iskrovym promezhutkom* [Installation of lightning conductors; fastening them to the supporting structures with the use of arresters with spark gaps]. Patent RF, no. 2208887, 2003.
6. Rybakov L.M., Lastochkin S.V. *Issledovanie povedeniya lidera molnii v sel'skoi mestnosti pri razlichnykh vozdeistviyushchikh faktorakh dlya vybora molniezashchity ob'ektov* [The study of the behavior of the leader of lightning in a rural location with different influencing factors for the selection of lightning protection of objects]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 111–115.
7. Becerra M., Cooray V. *The early streamer emission principle does not work under natural lightning*. Proc. of 10th ICLP, oz do Iguacu, Brazil, Nov. 2007. http://www.academia.edu/29888791/The_early_streamer_emission_principle_does_not_work_under_natural_lightning.
8. Cooray V. *Non conventional lightning protection systems*. Proc. of 30th ICLP, Cagliari, Italy, Sept. 2010. Available at: <http://www.iclp-centre.org/pdf/Invited-Lecture-Cooray-2010.pdf>.
9. Rison W. *Experimental Validation of Conventional and Non-Conventional Lightning Protection Systems*. Available at: http://www.akhito-shigeno.com/files/Experimental_Validation_of_Conventional_and_Non_Conventional_Lightning_Protection.pdf.
10. Uman M.A., Rakov V.A. A critical review of nonconventional approaches to lightning protection. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 2002, vol. 83, iss. 12.

RYBAKOV LEONID – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Power Supply and Technical Diagnostics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola.

MAKAROVA NADEZHDA – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Electrical and Technical Diagnostics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola.

ZAKHVATAEVA ALENA – Master's Program Student of the Department of Electrical and Technical Diagnostics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola.

Ссылка на статью: Рыбаков Л.М., Макарова Н.Л., Захватаева А.О. Совершенствование средств молниезащиты, используемых в сельской местности // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 130–137.

УДК 621.51 (621.313)

ББК 31.261.62 (31.56)

И.Ю. СЕМЬКИНА, М.В. КИПЕРВАССЕР, А.В. ГЕРАСИМУК

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ТОКА ПРИ ДЕФЕКТЕ МУЛЬТИПЛИКАТОРА ТУРБОКОМПРЕССОРА И РАЗРАБОТКА СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ СИСТЕМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ДЕФЕКТА МУЛЬТИПЛИКАТОРА

***Ключевые слова:** турбокомпрессор, мультипликатор, синхронный двигатель, мощность, контроль электрических и механических параметров, функциональная схема.*

В статье рассмотрена ситуация дефектности зубчатой пары мультипликатора турбокомпрессорной установки с целью анализа влияния этого события на значения амплитуды и гармонического состава тока статора приводного электродвигателя. Анализ необходим для оценки применимости метода косвенной диагностики аварийных режимов работы оборудования по средствам контроля тока. Для решения поставленной задачи разработана математическая модель турбокомпрессорной установки в рассматриваемой аварийной ситуации. Для получения диаграммы и спектрограммы тока фазы статора электродвигателя проведено математическое моделирование работы турбоустановки с дефектным мультипликатором в среде MatLab Simulink. По полученным данным сделан вывод о возможности применения косвенного метода диагностики аварийных режимов работы для анализа состояния зубчатых пар мультипликатора с целью создания новой системы защиты роторного оборудования от механических неисправностей на базе указанного метода. Предложена функциональная схема разрабатываемой системы.

Турбокомпрессоры широко применяются в промышленности, в частности на предприятиях горнодобывающей и металлургической отраслей. В процессе эксплуатации турбокомпрессорная установка подвержена негативным воздействиям: износу трущихся поверхностей, снижению прочности высоконагруженных частей вследствие явления усталости металла, ослаблению соединений из-за вибраций. Указанные явления, при продолжительном воздействии, приводят к неисправностям и аварийным ситуациям агрегата. К характерным неисправностям турбокомпрессора относятся: осевой сдвиг вала турбины, нецилиндричность шейки валов, нарушение центровки валов, дефекты зубчатых соединений редуктора и соединительных муфт.

Обычно оборудование компрессорных станций работает в условиях периодического осмотра дежурным персоналом. Существующие технологические защиты контролируют ограниченный набор параметров, к которым относятся давление и температура смазки подшипников, температура газа в рабочих ступенях агрегата. Контроль указанных параметров не является достаточным для быстрого, оперативного выявления перечисленных ранее аварийных ситуаций. Поэтому неисправности выявляются с запаздыванием, что увеличивает тяжесть последствий и продолжительность послеаварийных ремонтов. В таких условиях целесообразно задействовать все возможные методы контроля и защиты работающего агрегата, в том числе – косвенные.

Известен способ диагностики состояния работающих агрегатов посредством контроля параметров приводного электродвигателя. В статье выполнена оценка применимости метода для диагностики и обнаружения ситуации возникновения дефектов зубчатой пары мультипликатора.

Известно, что износ зубчатых колёс мультипликатора турбоустановки происходит неравномерно. Тихоходная ведущая шестерня изнашивается медленнее, чем быстроходная ведомая. Это обусловлено большей частотой вращения, так как зубья ведомой шестерни большее число раз входят в зацепление. По мере износа у колёс перестаёт совпадать шаг зацепления, появляются вибрации на зубцовой частоте быстроходного колеса [4] и некоторый добавочный момент сопротивления. Основным типом привода турбокомпрессоров является синхронный электродвигатель (СД). На основании соотношения, устанавливающего связь между током статора и моментом двигателя, можно утверждать, что при таком виде неисправности в токе статора двигателя будут возникать высшие гармоники [3]:

$$M_{\text{МЭХ}} \approx M_{\text{ЭМ}} = \frac{3E_0U_C}{\omega X_d} \cos(\theta) = \frac{3E_0I}{\omega} \cos(\theta), \quad (1)$$

где $M_{\text{МЭХ}}$ и $M_{\text{ЭМ}}$ – механический и электромагнитный моменты СД, Н·м; U_C – напряжение сети, В; ω – угловая скорость ротора СД, рад/с; I – ток статора, А; X_d – синхронное сопротивление, Ом; θ – угол нагрузки СД, градусы.

Суммарная мощность нагрузки на валу двигателя будет представлять собой периодическую функцию времени, имеющую постоянную и переменную составляющие:

$$N(t) = N_K + N_H(t), \quad (2)$$

где $N_K = \text{const}$ – мощность, потребляемая компрессором, кВт; $N_H(t)$ – наброс мощности из-за износа колёс в функции времени, кВт.

Известно, что механическая мощность и момент линейно связаны следующим соотношением:

$$N_K = \frac{M_{\text{МЭХ}} \pi n}{30}, \quad (3)$$

где n – частота вращения дефектного колеса, об./мин.

Величина наброса мощности вследствие износа колёс будет изменяться от нуля до некоторого максимального значения по мере вхождения зубьев в зацепление, а затем – уменьшаться до нуля по мере выхода их из зацепления. В результате наброс мощности будет носить периодический характер, а период его возникновения будет обратно пропорционален зубцовой частоте быстроходной шестерни:

$$T_H = \frac{1}{v_{32}} = \frac{60}{Z_2 n_2}, \quad (4)$$

где Z_2 – число зубьев быстроходного колеса.

Частота наброса мощности составит

$$v_{32} = \frac{Z_2 n_2}{60}. \quad (5)$$

В графике механической мощности нагрузки будут появляться колебания. Форма колебаний мощности будет определяться процессами нагружения и разгрузки зубьев и будет близка к синусоиде с длительностью периода T_H .

Для анализа рассматриваемой ситуации и последующего её моделирования зависимость наброса мощности на валу от времени представлена функцией, принимающей значения от 0 до некоторого амплитудного значения, выраженного величиной $N_{Н*}$, в долях N_K :

$$N_H(t) = N_{Н*} N_K \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T_H}\right) \right]. \quad (6)$$

С учётом формул (3) и (4) формула (6) примет вид

$$N_H(t) = N_{Н*} N_K \left[1 - \cos\left(\frac{Z_2 n_2 \pi t}{30}\right) \right]. \quad (7)$$

Мощность нагрузки от турбокомпрессора, работающего в номинальном режиме, выразится формулой [1]

$$N_K = \frac{P_{АМТ} Q_K}{\eta_{из} \eta_{из}} \ln\left(\frac{P_K}{P_{АМТ}}\right), \quad (8)$$

где $\eta_{из}$ – изотермический КПД; η_M — механический КПД; $P_{АТМ}$ – атмосферное давление, кПа; $P_K = P_{Кизб} + P_{АТМ}$ – конечное давление воздуха на выходе из турбокомпрессора, кПа; Q_K – производительность турбокомпрессора, м³/с.

Учёт потерь мощности в мультипликаторе и возрастание нагрузки на двигатель могут быть учтены формулой [5, 6]

$$N_D = \frac{N_K}{\eta_{ш} \eta_{п}^n}, \quad (9)$$

где N_K – механическая мощность, которую необходимо подвести к турбокомпрессору от приводного двигателя при номинальных условиях работы, МВт; $\eta_{ш}$ – КПД шевронной передачи; $\eta_{п}$ – КПД подшипников качения; n – количество подшипников качения в мультипликаторе.

Для получения сведений о наличии высших гармоник в токе статора электродвигателя при наличии износа колёс мультипликатора выполнено моделирование работы воздушной турбоустановки в составе компрессора К-1500-62-2, мультипликатора Р8000/1,49 и синхронного неявнополюсного электродвигателя СТД-10000, а также питающей сети мощностью 80МВА. Номинальные частота вращения ротора турбокомпрессора и избыточное давление составляют 4470 об./мин и 759,9 кПа, соответственно¹. Номинальные частота вращения электродвигателя и мощность составляют 3000 об./мин и 10 МВт, соответственно (полная мощность – 11,4 МВА). Принимается, что амплитуда наброса составляет 1% от номинальной нагрузки компрессора. Имитация режима износа шестерён начинается на сто восьмидесятой секунде моделирования. В качестве среды моделирования использовался программный комплекс MatLab Simulink. Синхронный электродвигатель моделируется известным методом на основании уравнений Горева [2, 9], при помощи стандартного блока из библиотеки элементов программы [8]. Моменты инерции всех элементов турбоустановки учтены в модели электродвигателя как суммарный приведённый момент к валу двигателя. Анализ гармонических составляющих тока статора производится с применением

¹ Типовой проект 405-4-53. Узел компрессии воздуха К-1500-62-2 [Электронный ресурс]. URL: <http://meganorm.ru/Index2/2/4294850/4294850436.htm>.

полосового фильтра с окном Кайзера. Ожидалось появление высшей гармоники с частотой ~ 4 кГц (на основании формулы (5)).

На рис. 1 приведена структурная схема Simulink-модели турбоустановки. Результаты гармонического анализа представлены на рис. 2 и 3.

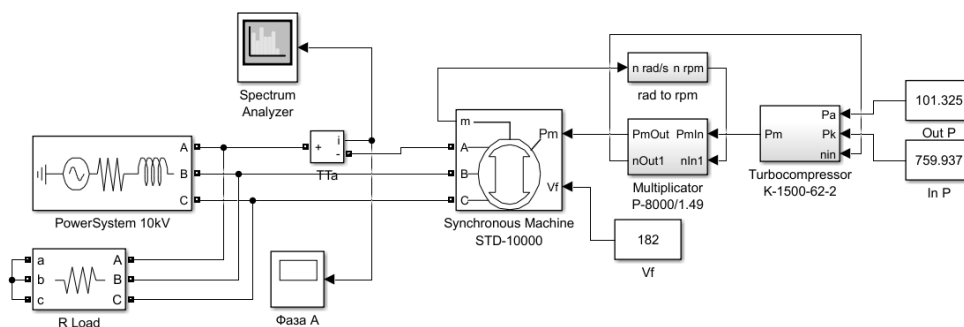


Рис. 1. Функциональная структура математической модели турбокомпрессорной установки

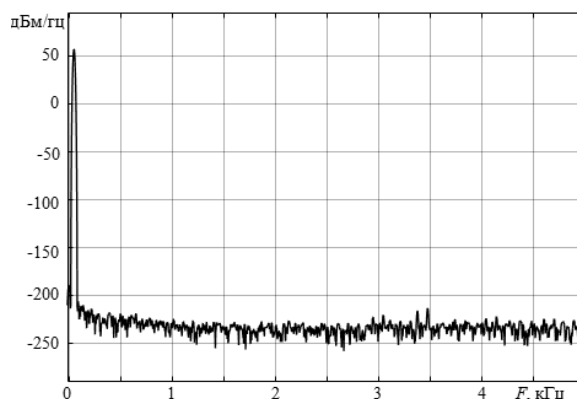


Рис. 2. Спектрограмма тока фазы статора в нормальном режиме работы

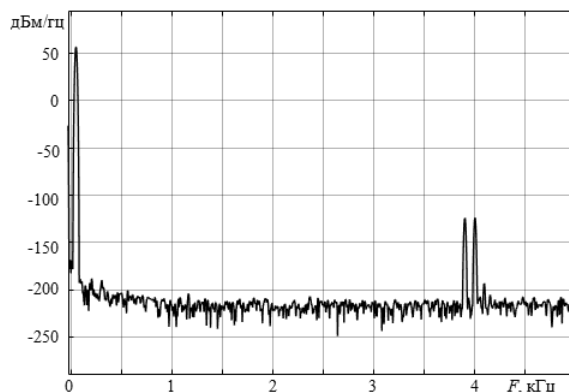


Рис. 3. Спектрограмма тока фазы статора при возникновении дефекта в мультипликаторе

В нормальном режиме работы в спектре тока статора присутствует только основная гармоническая составляющая тока – 50 Гц. Остальные гармоники практически отсутствуют или представлены слабым сигналом (рис. 2). При работе двигателя с изношенным мультипликатором спектрограмма тока фазы статора существенно меняется (рис. 3). В окрестностях частоты 4 кГц появляются высшие гармоники. Превышение их амплитуды над фоновым сигналом составляет 100 дБм.

Таким образом, наличие дефекта зубчатой передачи мультипликатора возможно выявить на основании гармонического анализа тока статора приводного электродвигателя. Этот факт можно использовать при построении системы обнаружения дефекта мультипликатора по току статора.

Функциональная схема предлагаемой системы приведена на рис. 4.

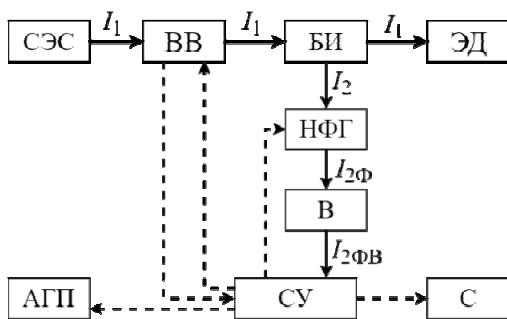


Рис. 4. Функциональная схема системы обнаружения дефекта мультипликатора по току статора:

СЭС – система электроснабжения; ВВ – высоковольтный выключатель;
 БИ – блок измерения; ЭД – электродвигатель; НФГ – настраиваемый фильтр гармоник;
 В – выпрямитель; СУ – система управления; С – блок сигнализации;
 АГП – автоматика гашения поля ротора; I_1 – первичный ток; I_2 – вторичный ток;
 $I_{\Phi 2}$ – фильтрованный вторичный ток статора; $I_{\Phi В}$ – выпрямленный фильтрованный вторичный ток статора

Принцип работы системы следующий: текущие значения тока статора электродвигателя через блок измерения поступают на вход настраиваемого фильтра гармоник. Отфильтрованные высшие гармонические составляющие тока выпрямляются и подаются в систему управления. Система управления непрерывно производит поиск гармоник по частотному диапазону, взаимодействуя с НФГ. Диапазон поиска задаётся в окрестностях предполагаемой частоты гармоник для конкретной модели мультипликатора. Если СУ удастся отфильтровать сигнал неисправности (износа) мультипликатора, она сравнивает его с заданным значением. В зависимости от измеренного значения СУ выдаёт команду на включение предупредительной сигнализации или на отключение двигателя от сети и гашение поля ротора, если величина гармоник превосходит некоторое заданное критическое значение. Применение указанной системы позволяет обеспечить распознавание возникающего дефекта на ранней стадии.

Литература

1. Быстрицкий Г.Ф. Основы энергетики. М.: КноРус, 2012. 350 с.
2. Горев А.А. Переходные процессы синхронных генераторов. М.: Госэнергоиздат, 1960. 551 с.
3. Костенко М.П. Электрические машины: учебник для вузов. Ч. 2. Машины переменного тока. Л.: Энергия, 1973. 648 с.
4. Руссов В.А. Диагностика дефектов вращающегося оборудования по вибрационным сигналам. Пермь, 2012. 252 с.
5. Пугачёв Е.В., Кипервассер М.В., Герасимук А.В. Исследование воздействия помпажа турбокомпрессора на энергетические характеристики приводного двигателя // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2016. № 2(114). С. 84–91.
6. Тюняев А.В., Звездаков В.П. Детали машин. СПб.: Лань, 2013. 736 с.
7. Эккерт Б. Осевые и центробежные компрессоры. М.: Машгиз, 1959. 678 с.
8. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB. SimPowerSystems и Simulink. М.: ДМК Пресс, 2007. 288 с.
9. Gerasimuk A.V., Kipervasser M.V. Research into the impact of shafts misalignment of turbocompressor installation on power characteristics of a drive engine. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2016, vol. 45: Int. Sci. and Res. Conf. on Knowledge-based Technologies in Development and Utilization of Mineral Resources 7–10 June 2016, Novokuznetsk, Russian Federation. Available at: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/45/1/012011>.

СЕМЫКИНА ПРИНА ЮРЬЕВНА – доктор технических наук, доцент, директор института энергетики, Кузбасский государственный технический университет, Россия, Кемерово (siyu.eav@kuzstu.ru).

КИПЕРВАССЕР МИХАИЛ ВЕНИАМИНОВИЧ – кандидат технических наук, доцент, кафедры электротехники, электропривода и промышленной электроники, Сибирский государственный индустриальный университет, Россия, Новокузнецк (kipervasser2012@yandex.ru).

ГЕРАСИМУК АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ – аспирант кафедры электротехники и электрооборудования, Сибирский государственный индустриальный университет, Россия, Новокузнецк (heavymetal7200@gmail.com).

I. SEMYKINA, M. KIPERVASSER, A. GERASIMUK
STUDY OF THE TRANSIENT PROCESS IN THE CIRCUIT
IN CASE OF TURBOCOMPRESSOR MULTIPLIER DEFECT
AND DEVELOPMENT OF SYSTEM STRUCTURAL SCHEME
TO DISCOVER MULTIPLIER DEFECT

Key words: turbo compressor, multiplier, synchronous motor, power, control of electric and mechanical parameters, functional diagram.

The article considers the defects of the gear set of the multiplier of turbo compressor installation to analyze the influence of this factor on amplitude values and harmonious structure of the stator current of the drive electric motor. The analysis is necessary to assess the possibility to apply the method of indirect diagnosis of emergency operation of current control facilities. A mathematical model of the turbo compressor installation to be used in emergency is developed for the solution of the objective. To obtain the chart and the spectrogram of the current phase of the electric motor stator the mathematical modeling of the operation of the turbo plant with the defective multiplier in the environment of MatlabSimulink is carried out. According to the obtained data the conclusion of the possibility of applying the indirect diagnosis method of emergency operation is drawn to analyze the condition of gear sets of the multiplier with the purpose of creating a new system of rotor equipment protection from mechanical failure on the basis of the specified method. The structurally functional scheme of the developed system is offered.

References

1. Bystritskii G.F. *Osnovy energetiki: uchebnyk dlya vuzov* [Fundamentals of power: the textbook for higher education institutions]. Moscow, KnoRus Publ., 2012, 350 p.
2. Gorev, A. A. *Perekhodnye protsessy sinkhronnykh generatorov* [Transition processes of synchronous generators]. Moscow, Gosenergoizdat Publ., 1960, 551 p.
3. Kostenko M. P. *Elektricheskie mashiny: uchebnyk dlya vuzov. Ch. 2. Mashiny peremennogo toka* [Electrical machines: the textbook for higher education institutions. Part 2: Machines of alternating current]. Leningrad, Energiya Publ., 1973, 648 p.
4. Russov V.A. *Diagnostika defektov vrashchayushhegosya oborudovaniya po vibratsionnym signalam* [Diagnostics of defects of rotating equipment by vibration signals]. Perm, 2012, 252p.
5. Pugachev E.V., Kipervasser M.V., Gerasimuk A.V. *Issledovanie vozdeystviya pompazha turbokompressora na energeticheskie harakteristiki privodnogo dvigatelya* [Study on the impact of the surge of turbocharger on the energy characteristics of the drive motor]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2016, no. 2(114), pp. 84–90.
6. Tyunyaev A. V., Zvezdakov V. P. *Detali mashin* [Machine components]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2013, 736 p.
7. Ekkert B. *Osevye i tsentrobeznyye kompressory* [Axial-flow and centrifugal compressors]. Moscow, 1959, 678 p.
8. Chernykh I.V. *Modelirovanie elektrotekhnicheskikh ustroystv v MATLAB. SimPowerSystems i Simulink* [Modeling of electrotechnical devices in MATLAB. SimPowerSystems and Simulink]. Moscow, DMK Press Publ., 2008, 288 p.
9. Gerasimuk A.V., Kipervasser M.V. Research into the impact of shafts misalignment of turbocompressor installation on power characteristics of a drive engine. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2016, vol. 45: International Scientific and Research Conference on Knowledge-based Technologies in Development and Utilization of Mineral Resources 7–10 June 2016, Novokuznetsk, Russian Federation, doi:10.1088/1755-1315/45/1/012011.

SEMYKINA IRINA – Doctor of Technical Sciences, Director of Energy Institute, Kuzbass State Technical University, Russia, Kemerovo (siyu.eav@kuzstu.ru).

KIPERVASSER MICHAIL – Candidate of Technical Sciences, Head of Electrical Engineering and Electrical Equipment Department, Siberian State Industrial University, Russia, Novokuznetsk (kipervasser2012@yandex.ru).

GERASIMUK ALEKSANDR – Post-Graduate Student of Electrical Engineering and Electrical Equipment Department, Siberian State Industrial University, Russia, Novokuznetsk (heavymetal7200@gmail.com).

Ссылка на статью: Семькина И.Ю., Кипервассер М.В., Герасимук А.В. Исследование переходного процесса в цепи тока при дефекте мультипликатора турбокомпрессора и разработка структурной схемы системы обнаружения дефекта мультипликатора // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 138–144.

УДК 621.311.001.57
ББК 327-016:3261.8

А.Л. СЛАВУТСКИЙ

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО (ГРУППОВОГО) ВЫБЕГА АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ В УЗЛЕ КОМПЛЕКСНОЙ НАГРУЗКИ ПРИ ПОТЕРЕ ПИТАНИЯ*

Ключевые слова: узел нагрузки, переходные процессы, асинхронный двигатель, фазные координаты, групповой выбег, метод синтетических схем.

Произведено моделирование и дан анализ режима совместного выбега двух асинхронных двигателей. Двигатели подключены к одной системе шин. Механические моменты на валах двигателя приняты различными с отличающимися характеристиками. Показан режим совместного выбега с рекуперацией энергии в сеть. Проведен сравнительный анализ режимов совместного выбега и одиночного выбега каждого двигателя. Отмечен интервал синхронного выбега двигателей при совместной работе.

При анализе переходных процессов в узлах комплексной нагрузки часто встает задача исследования режимов работы узла с мощными асинхронными двигателями. Одним из важных режимов является выбег асинхронного двигателя с рекуперацией энергии в сеть. Наличие в узле нагрузки нескольких двигателей накладывает особенности на режим выбега, поскольку совместный выбег нескольких двигателей сопровождается обменом энергией между двигателями и отключенным участком сети.

С практической точки зрения важной для исследования темой является самозапуск электродвигателей. Самозапуск обычно следует за выбегом двигателей, и тема выбега рассматривается как расчет начальных условий для анализа самозапуска при потерях питания, поскольку это очень часто неконтролируемый режим. При самозапуске есть условия, когда двигатель или группа двигателей не могут запуститься без изменения параметров питающей сети или механической нагрузки. Этот факт делает актуальным, с практической точки зрения, моделирование выбега группы двигателей.

Расчет переходных процессов производится методом синтетических схем [4]. Особенностью этого метода является то, что результаты моделирования получаются в виде мгновенных значений величин с заданной дискретизацией по времени. При этом решаемая система уравнений на каждом шаге полностью описывает топологию исследуемой схемы, что позволяет в соответствии с данной методикой расчета легко согласовывать модели различных нелинейных элементов.

Для расчета переходного процесса в асинхронной машине существуют различные методики ее учета в схеме. Самые распространенные методы расчета режимов электродвигателя в электрической цепи – это учет его в виде Т- или Г-образной схемы замещения [3]. При этом активное сопротивление

* Работа поддержана грантом Фонда содействия инновациям по программе «Умник», договор 0033282.

ветви ротора зависит от скольжения двигателя. Такой подход является наиболее простым при учете двигателя в схеме сети и отличается компактностью математической модели машины. Стоит отметить, что простота модели связана с множеством допущений и приводит к низкой точности результатов, особенно для моделирования нестационарных режимов. Данная модель изначально ориентирована на применение в расчетах стационарных режимов и не подходит для применения совместно с методом синтетических схем, поскольку предполагает использование действующих значений тока при расчете механических параметров машины – момента, угловой скорости и т.д. Динамические модели асинхронных двигателей, как правило, имеют более сложную структуру и представлены в координатах, связанных с ротором или статором машины, например в координатах $(d, q, 0)$, $(\alpha, \beta, 0)$ и др. [1, 7]. В данной работе применена модель в фазных координатах. Такой выбор связан с простотой согласования модели сети и модели двигателя – сеть и двигатель моделируются как трехфазные системы, что позволяет напрямую подключить зажимы модели двигателя к трехфазной модели сети без дополнительных преобразований систем координат [6]. Система фазных координат удобна своей наглядностью и позволяет легко моделировать сложные симметричные и несимметричные режимы многофазной сети.

В работе применяется модель силового трансформатора, состоящая из индуктивно связанных ветвей. Данная модель позволяет проводить расчет с учетом преобразования уровней напряжения [5] и групп соединения обмоток трансформатора. Параметры модели рассчитываются по каталожным данным трансформаторов.

Использованы модели трехфазных трансформаторов в виде системы из трех однофазных трансформаторов. Такой подход применим как к двухобмоточным, так и к трехобмоточным трансформаторам. При этом в зависимости от схемы соединения однофазных трансформаторов можно получать различные группы соединения трехфазных трансформаторов.

Рассмотрим режимы узла нагрузки с двумя мощными асинхронными двигателями. В данной статье рассматривается схема с двумя асинхронными двигателями, подключенными к одним шинам 10 кВ и питающимися через трансформатор (рис. 1). Источник на стороне 110 кВ заменен эквивалентным ЭДС с внутренним сопротивлением. Проанализируем модель с двумя асинхронными двигателями АЗМП-5000, параметры которых приведены в табл. 1. Двигатели питаются от трансформатора мощностью 16 МВ·А (табл. 2).

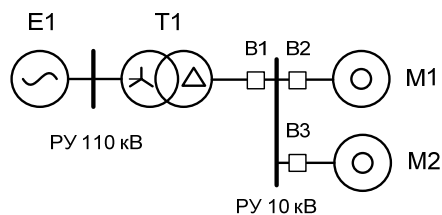


Рис. 1. Схема исследуемого узла нагрузки

Таким образом, с помощью разработанной методики появляется возможность оценить взаимное влияние двух асинхронных двигателей, работающих в одном узле комплексной нагрузки при их совместном пуске, а также при выбеге двигателей. Это влияние распространяется как на электромагнитные переходные процессы – изме-

нение токов в обмотках двигателей, так и на электромеханические – изменения моментов двигателей и угловых скоростей обоих двигателей при изменении режимов одного из них.

Таблица 1

Параметры асинхронного двигателя М1 (АЗМП-5000)

| $P_{ном}, \text{кВт}$ | $U_{пит}, \text{кВ}$ | $n, \text{об./мин}$ | z | S | $I_{Sном}, \text{А}$ | КПД, % |
|-----------------------|----------------------|---------------------|-------------------|------------------|----------------------|---------------------|
| 5000 | 10 | 2985 | 1 | 0,005 | 330 | 98 |
| $\cos\varphi_{ном}$ | k_{II} | $R_S, \text{Ом}$ | $R'_r, \text{Ом}$ | $L_S, \text{Гн}$ | $L'_r, \text{Гн}$ | $L_{sr}, \text{Гн}$ |
| 0,9 | 7 | 0,13 | 0,112 | 0,1959 | 0,1992 | 0,1898 |

Таблица 2

Параметры трансформатора Т1

| $S, \text{МВ}\cdot\text{А}$ | $U_{ВН}, \text{кВ}$ | $U_{НН}, \text{кВ}$ | $\Delta P_K, \text{кВт}$ | $u_K, \%$ | $\Delta P_X, \text{кВт}$ |
|-----------------------------|---------------------|---------------------|--------------------------|---------------------|--------------------------|
| 16 | 110 | 11 | 85 | 10,5 | 18 |
| $I_X, \%$ | $R_{ВН}, \text{Ом}$ | $L_{ВН}, \text{Гн}$ | $R_{НН}, \text{Ом}$ | $L_{НН}, \text{Гн}$ | $M_{В-Н}, \text{Гн}$ |
| 0,7 | 2,21 | 1,3933 | 0,22 | 0,0139 | 0,1393 |

Рассмотрим режим совместного выбега указанных электродвигателей. Для наглядности моменты на валу двигателей приняты различными. Двигатель М1 имеет момент сопротивления на валу 500 Нм, для двигателя М2 задана вентиляторная нагрузка по выражению (1). Считаем, что к моменту времени начала моделирования (0 с) все выключатели включены и двигатели работают в стационарном режиме.

$$T_M = \frac{\omega^2}{6,6}. \tag{1}$$

В момент времени 0,1 с происходит отключение выключателя В1 и двигатели остаются подключёнными к одной шине без внешнего питания и дополнительной электрической нагрузки. Электродвигатели начинают совместный выбег, работая на общие шины. Для упрощения, на рис. 2 и 3 показаны токи и напряжения только одной фазы статора каждого двигателя, поскольку двигатели работают в симметричном режиме и отсутствуют переходные процессы, нарушающие симметрию токов и напряжений фаз.

На графиках токов фаз обоих двигателей отчетливо видно, что токи равны. Токи одноименных обмоток двигателей противоположны по фазе. Рассматривая графики токов и напряжений обмоток двигателей (рис. 2 и 3) заметим, что их частота уменьшается по мере выбега.

Рассмотрим графики угловой скорости обоих двигателей на рис. 4. Видим, что в начале выбега угловые скорости обоих двигателей очень близки. Можно сказать, что в первую секунду изменение скорости вращения двигателей происходит практически синхронно [2].

Графики на рис. 5 показывают, что во время совместного выбега электромагнитные моменты двигателей становятся одинаковыми по модулю и противоположными по знаку. Этот факт говорит о том, что один двигатель во время выбега работает в генераторном режиме, а второй – в двигательном. При этом момент Т1 двигателя М1 отрицателен – он работает в генераторном режиме, а мо-

мент T_2 двигателя M2 положителен – он работает в двигательном режиме. Напомним, что механический момент сопротивления у двигателя M1 фиксирован и равен 500 Нм, а у двигателя M2 задана вентиляторная нагрузка, которая при номинальной угловой скорости дает момент сопротивления $T_{M2} = 14800$ Нм.

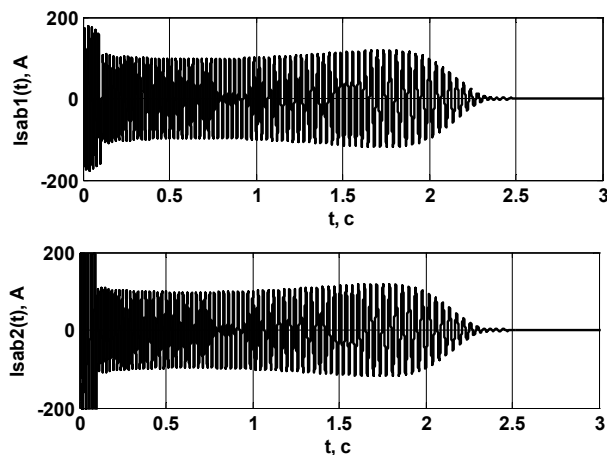


Рис. 2. Графики токов фаз статоров двигателей при совместном выбеге: Isab1 для двигателя M1; Isab2 для двигателя M2

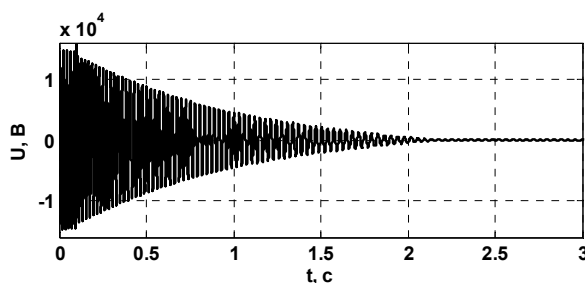


Рис. 3. График напряжения на обмотках А-В статоров двигателей при совместном выбеге

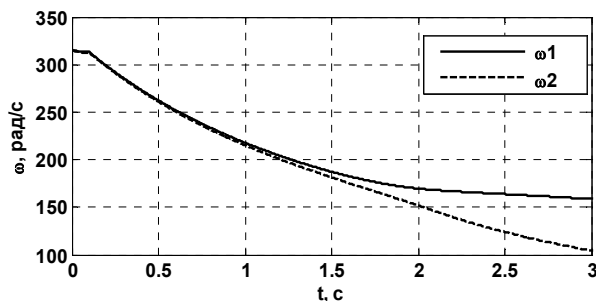


Рис. 4. Графики угловых скоростей двигателей при совместном выбеге: ω_1 – для двигателя M1; ω_2 – для двигателя M2

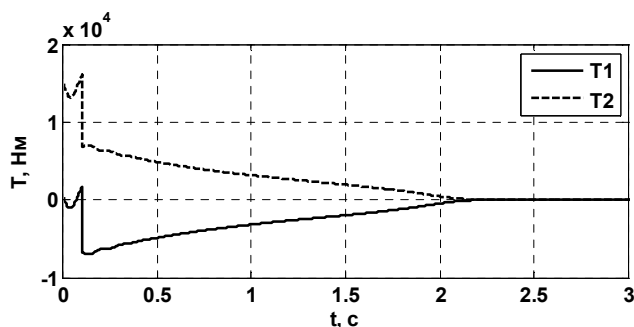


Рис. 5. Графики электромагнитных моментов двигателей при совместном выбеге: T1 – для двигателя M1; T2 – для двигателя M2

Для сравнения рассмотрим режим одиночного выбега обоих двигателей с аналогичной нагрузкой и другими параметрами модели. Графики угловых скоростей обоих двигателей для этого режима приведены на рис. 6.

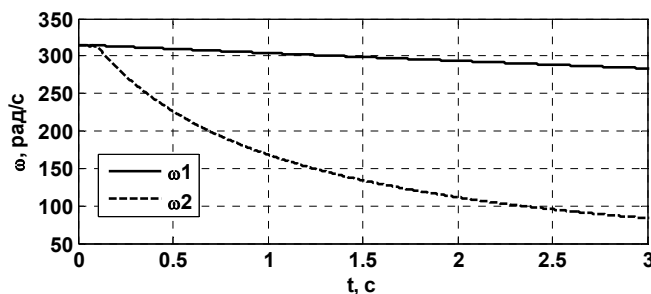


Рис. 6. Графики угловых скоростей двигателей при одиночном выбеге: ω_1 – для двигателя M1; ω_2 – для двигателя M2

Проводя сравнительный анализ угловых скоростей двигателей при совместном и одиночном выбеге, заметим, что при одиночном выбеге двигатель M1 с нагрузкой 500 Нм (меньшей) останавливается гораздо медленнее, чем при совместном выбеге. Так, например при совместном выбеге скорость 300 рад/с достигается им за 0,1 с после отключения питания, а при одиночном выбеге – за 1,2 с. Двигатель M2 с вентиляторной нагрузкой (большей) выбегает немного медленнее. Так, при совместном выбеге скорость 150 рад/с достигается им за 1,9 с после отключения питания, а при одиночном выбеге – за 1,2 с. Таким образом, совместный выбег приводит к более быстрой остановке менее нагруженного двигателя и более медленной остановке более нагруженного двигателя.

Следует отметить, что для режима группового выбега асинхронных двигателей характерна особенность, заключающаяся в том, что выбег близок к синхронному до тех пор, пока напряжение на питающих шинах не снизится до значения 0,4-0,25 от номинального. Сопоставляя графики напряжения на обмотках двигателей и графики скольжения при групповом выбеге, можно увидеть, что

скольжение двигателей начинает разниться примерно через одну секунду после начала выбега. Напряжение на обмотках к этому моменту достигает примерно $4 / 1,41 = 2,8$ кВ действующего значения, что составляет $0,28U_{\text{ном}}$.

Анализ показывает, что при прочих равных условиях совместный выбег двух двигателей оказывается более приближенным к синхронному на значительном интервале времени после отключения внешнего питания, что подтверждается практическими и теоретическими положениями [2]. Это происходит за счет обмена мощностью между двигателем с большим запасом энергии и двигателем с меньшим запасом энергии посредством уравнивающих токов в обмотках статоров.

Литература

1. *Виноградов А.Б.* Векторное управление электроприводами переменного тока. Иваново: Ивановский гос. энергетический ун-т им. В.И. Ленина, 2008. 298 с.
2. *Гамазин С.И., Ставцев В.А., Цырук С.А.* Переходные процессы в системах промышленного электроснабжения, обусловленные электродвигательной нагрузкой. М.: Изд-во МЭИ, 1997. 421 с.
3. *Москаленко В.В.* Электрический привод. М.: Академия, 2007. 368 с.
4. *Славутский А.Л.* Моделирование переходных режимов узла нагрузки с асинхронным двигателем в фазных координатах // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2015. № 1. С. 38–45.
5. *Славутский А.Л., Пряников В.С., Славутский Л.А.* Моделирование переходных режимов узла нагрузки с трехобмоточным трансформатором на разных уровнях напряжения // Электротехника. 2017. № 8. С. 20–24.
6. *Marti J.R., Myers T.O.* Phase-Domain Induction Motor Model for Power System Simulators. *IEEE WESCANEX '95 PROCEEDING*, 1995, p. 276–282.
7. *Paul C., Wasynczuk O., Krause S.D.* Analysis of the machinery and drive systems / Paul C. Krause, Sudhoff. N.Y., IEEE PRESS, 2002, 630 p.

СЛАВУТСКИЙ АЛЕКСАНДР ЛЕОНИДОВИЧ – кандидат технических наук, ведущий инженер-программист, ООО «Юнител Инжиниринг», Россия, Чебоксары (slavutskii@gmail.com).

A. SLAVUTSKIY

MODELLING OF THE RUN-OUT FOR THE GROUP OF INDUCTION MOTORS IN COMPLEX LOAD NODE WHEN POWER IS LOST

Key words: load node, transient processes, induction motor, phase coordinates, run-out, synthetic schemes method.

Modelling and the analysis of the joint run-out for two induction motors were made. The motors are connected to the general power bus system. The mechanical torques of the motors have different characteristics. The joint run-out mode with regenerative behavior is shown. Comparative analysis of the joint run-out mode and a separate one for every motor was made. The synchronous run-out behavior is observed.

References

1. *Vinogradov A.B.* *Vektornoe upravlenie e'lektroprivodami peremennogo toka* [Vector control of alternating current electrical driving]. Ivanovo, Ivanovo Power Engineering Institute Publ., 2008, 298 p.
2. *Gamazin S.I., Stavcev V.A., Cyruk S.A.* *Perekhodnye processy v sistemakh promyshlennogo e'lektrosnabzheniya, obuslovlennyye elektrodvigatel'noi nagruzkoi* [Transient processes in power supplying systems with electrical driving load]. Moscow, MEI Publ., 1997, 421 p.

3. Moskalenko V.V. *Elektricheskii privod* [Electrical driving]. Moscow, Academia Publ., 2007, 368 p.
4. Slavutskiy A.L. *Modelirovanie perehodnikh rejimov uzla nagruzki s asinhronnim dvigatelem v faznikh koordinatah* [Modeling transients in the load nodes containing the induction motors in phase coordinates]. *Elektrotekhnicheskie i informacionnye komplekсы i sistemy*, 2015, no. 1, pp. 38–45.
5. Slavutskiy A.L., Pryanikov V.S., Slavutskiy L.A. *Modelirovanie perekhodnykh rezhimov uzla nagruzki s trekhobmotochnym transformatorom na raznykh urovnyakh napryazheniya* [Transients modeling in load node with three winding transformer on different power levels]. *Electrotechnica*, 2017, no. 8, pp. 20–24.
6. Marti J.R., Myers T.O. Phase-Domain Induction Motor Model for Power System Simulators. *IEEE WESCANEX '95 PROCEEDING*, 1995, P. 276–282.
7. Paul C., Wasynczuk O., Krause S.D. Analysis of the machinery and drive systems / Paul C. Krause, Sudhoff. N.Y., IEEE PRESS, 2002, 630 p.

SLAVUTSKIY ALEKSANDR – Candidate of Technical Sciences, Leading Software Engineer, Unitel Engineering, Russia, Cheboksary (slavutskii@gmail.com).

Ссылка на статью: *Славутский А.Л.* Моделирование совместного (группового) выбега асинхронных двигателей в узле комплексной нагрузки при потере питания // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 145–151.

УДК 621.373.14:624.131.384

ББК 3244.11:Н654.16

Н.С. СОКОЛОВ, С.С. ВИКТОРОВА

РАЗРЯДНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ БУРОВОЙ НАБИВНОЙ СВАИ

Ключевые слова: коаксиальный электрод, поверхностный скользящий разряд, буроинъекционная свая, батарея конденсаторов, сложные грунтовые условия, сваи-ЭРТ.

Разработанное авторами разрядное устройство, являясь оригинальной конструкцией в качестве излучателя высоковольтной электрической энергии от батареи импульсных конденсаторов и оказывая электрогидравлическое воздействие на стенки буровых скважин, способствует формированию буроинъекционной сваи. Внутренний электрод с радиальными прорезями впервые выполнен в виде ступенчатого стержня. Нижняя ступень имеет больший диаметр, чем верхняя, а внешний электрод исполнен в виде толстостенной трубы, надетой на верхнюю ступень внутреннего электрода. Устройство, имея практическую значимость, позволяет формировать буровые и буроинъекционные сваи в сложных инженерно-геологических условиях. При этом вследствие возрастающих объемов возведения зданий и сооружений использование устройства будет актуальным.

Безопасная эксплуатация как вновь застраиваемых, так и реконструируемых зданий и сооружений зависит главным образом от надежности выполненного основания.

В современном геотехническом строительстве в качестве основания рассматривается технически целесообразный и экономически обоснованный тип фундамента. Как правило, для случая строительства в сложных инженерно-геологических условиях наиболее предпочтительными являются свайные фундаменты. При этом в качестве предпочтительного типа свай используют буронабивные и буроинъекционные. Следует учесть тот факт, что при строительстве в стесненных условиях в качестве заглубленных конструкций «микросвай» используются буроинъекционные сваи диаметром до 300 мм, формируемые по разрядно-импульсной технологии (сваи-ЭРТ). Эти сваи широко используются: 1) в новом строительстве; 2) при устройстве свайных полей; 3) шпунтовых стенок ограждений котлованов, 4) при реконструкции зданий и сооружений для усиления оснований фундаментов и т.д.

При устройстве буроинъекционных свай-ЭРТ применяют генератор импульсных токов (ГИТ), состоящий из трансформатора и импульсного конденсатора. В качестве рабочего органа используется разрядное устройство – излучатель энергии [2].

Существующие устройства в качестве излучателей [1, 3] обладают рядом недостатков. К ним относятся непостоянство режимов срабатывания и слабое усилие электрогидравлического удара на грунт стенок скважины в среде мелкозернистого бетона.

Они обусловлены тем, что воздействие электрогидравлического удара проявляется в результате ударной силы, вызванной излучателем. Причем ее воздействие ничтожно вследствие негативного воздействия электродинамических сил на плазму, возникающую при пробое зазора между электродами.

Все это ведет к значительным затратам в работе разрядно-импульсной установки, а также к увеличению заряжающего рабочего напряжения и, как результат, – увеличению числа импульсных конденсаторов.

Известные разрядные устройства, представлены в [2] как стенды для исследований образцов и конструкций на электрогидравлическое воздействие сильных магнитных полей и плазмы.

В [1, 3] имеются также стенды для испытаний образцов и макетов на электрогидравлическое воздействие плотной плазмы, в образцах которых применяется метод аккумуляции магнитного потока – «плазменный фокус Филиппова».

Однако такие конструкции не позволяют оказывать ударное объемное направленное воздействие плотной плазмы на изделие с постоянной устойчивостью и повторяемостью процесса.

Разработанное разрядное устройство повышает надежность изготавливаемой сваи-ЭРТ за счет увеличения ее поперечного сечения путем воздействия на мелкозернистый бетон, погружаемый в скважину в радиальном направлении от центра. Для этого устройство запроектировано с возможностью образования скользящего разряда на поверхности изоляции между ускоряющими электродами. Они служат для последовательного ускорения дуговой плазмы между ними и создания электрогидравлического удара в радиальном от центра направлении. В результате возникает ударно-волновое кинетическое воздействие на бетон и на грунт вертикальных стенок буровых скважин.

Эффект увеличения поперечного сечения буроинъекционной сваи-ЭРТ достигается в результате того, что в устройстве для ударного воздействия содержится батарея импульсных конденсаторов. Она присоединена к коммутирующему разрядному устройству с внутренним и внешним коаксиальными электродами с изоляцией между ними в виде радиальных прорезей. Внутренний электрод выполнен в виде переменного устройства, у которого нижняя ступень имеет больший диаметр, чем верхняя. Внешний электрод выполнен в виде толстостенной трубы, надетой на верхнюю ступень внутреннего электрода. Межэлектродный зазор образован нижней торцевой поверхностью наружного электрода и поверхностью ступени внешнего электрода, обращенной к этой торцевой поверхности. Электрическая изоляция имеется по всей наружной поверхности верхней ступени внутреннего электрода.

На рис. 1 приведен алгоритм включения в работу разработанного разрядного устройства, здесь 1 – внутренний коаксиальный кабель, состоящий из двух частей, в нижней части осуществленный в виде раструба; 2 – наружный электрод выполнен в виде толстостенной трубы, надетой на верхнюю ступень внутреннего электрода. Межэлектродный зазор образован нижней торцевой поверхностью внешнего электрода и поверхностью ступени наружного электрода. Он повернут к этой торцевой поверхности. Батарея импульсных разрядных конденсаторов С подсоединена к излучателю Р. Он связан с внутренним и наружным коаксиальными кабелями. Изоляция 3 размещается между электродами и в межэлектродной области 4. Электроды осуществлены с радиальными прорезями 5, а батарея конденсаторов подсоединена к электродам симметрично и аксиально.

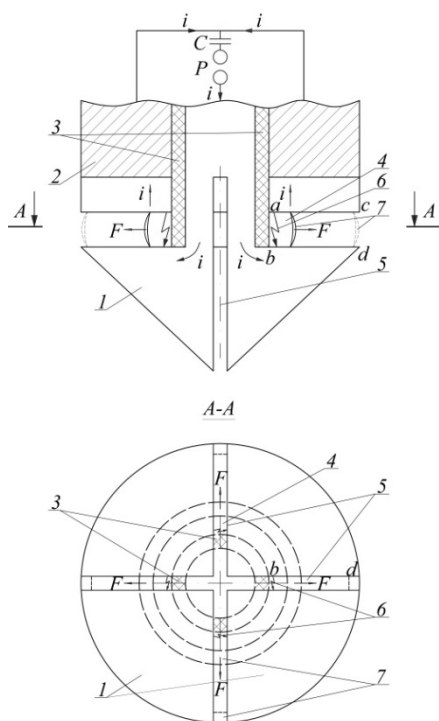


Рис. 1. Разрядное устройство для изготовления набивной сваи:

- 1 – внутренний коаксиальный электрод;
- 2 – внешний электрод в виде толстостенной трубы;
- 3 – изоляция; 4 – межэлектродное пространство;
- 5 – продольные прорези;
- 6 – поверхностный скользящий разряд;
- 7 – дуговая плазма

межэлектродному промежутку 4. Минимальной электрической прочностью в промежутке 4 обладает участок поверхности изоляции 3, размещенный в этом промежутке. Там и проходит поверхностный скользящий разряд 6. Вследствие наличия радиальных прорезей 5, разделяющих электроды на отдельные участки, скользящий разряд 6 возникает в каждом из секторов электродов одновременно и переходит в дуговую плазму 7. Базовые точки дуги плазмы перемещаются по поверхностям электродов 1 и 2 в зазоре 4 в радиальном направлении.

При протекании разрядного тока I по электродам возникает электродинамическая сила F . Она ускоряет дуговую плазму 7 за пределы электродной зоны. Усиление происходит за счет «пандеромоторной силы» (по правилу «левой руки»). Для эффективной работы разрядного устройства должно соблюдаться условие, при котором величина пробивного напряжения по поверхности изоляции между точками « a – b » меньше величины пробивного напряжения воздушного промежутка 4 между точками « c – d ».

Прорези 5, выполненные в электродах, равномерно размещены по окружности. Они делят электроды на 4 части. При этом продольных прорезей может быть выполнено больше – 8, 10 и т.д. Изоляция между электродами прорезей отсутствует. Толщина внешнего трубчатого толстостенного электрода (т.е. путь ускорения дуговой плазмы « a – c », равный участку « b – d ») определяется как: 1) функция режимов работы батареи импульсных конденсаторов; 2) скорость ввода энергии в нагрузку производной dW_{co}/dt , где W_{co} – электрическая энергия, запасенная в батарее конденсаторов; t – время разряда.

Нижняя часть внутреннего электрода выполнена в виде раструба с целью облегчения перемещения и внедрения излучателя в мелкозернистую бетонную смесь.

Алгоритм работы разработанной конструкции представлен в такой последовательности.

При сбросе энергии батареи конденсаторов C через коммутирующий разрядник P разрядное напряжение прикладывается к межэлектродному промежутку 4.

На основе вышесказанного можно сделать вывод о том, что за счет воздействия электродинамических сил дуговая плазма 7 синхронно ускоряется в направлении объекта воздействия, которым являются мелкозернистый бетон и грунт стенок скважины. Синхронность образования и ускорения дуговой плазмы 7 осуществляется путем обеспечения равных индуктивностей участков межэлектродных промежутков 4, а также выполнения радиальных прорезей, при этом образуется так называемый «индуктивный делитель».

Преобладание какого-либо плазменного образования затруднительно из-за увеличения индуктивности петли этого участка. Тем самым плазма всех участков синхронно и одинаково ускоряется и подходит к крайним участкам межэлектродных промежутков «единым фронтом». Мелкозернистый бетон и грунт стенок буровой скважины подвергаются электродинамическому, кинетическому воздействию за счет усиленной плазмы и действия ударной волны.

Чебоксарское предприятие «ФОРСТ» при устройстве буроинъекционных свай-ЭРТ в свайных полях, свай усиления оснований и фундаментов, укрепления оснований фундаментов, склонов и т.д. использует разрядно-импульсную технологию – это взрывообразное преобразование электрической энергии в механическую. При плотности энергии до 150 Дж/м^3 в течение долей микросекунд (10^{-4} – 10^{-6} с) электрогидравлический удар на стенки скважины, заполненной мелкозернистым бетоном, соответствует статической нагрузке до 200 кПа. При воздействии таких высоких давлений и температур в грунте образуется полость за счет сил гравитации, которая заполняется мелкозернистым бетоном, т.е. возникает уширение («подпятник») на конкретном участке буроинъекционной свай-ЭРТ. При этом геометрические параметры формы уширения в первом приближении можно принять за сферу. Диаметр и высота «подпятника» зависят от мощности и числа электрогидравлических ударов, а также от пористости и влажности обрабатываемого грунта. Радиус уширения r определяется по максимальному понижению уровня мелкозернистого бетона в скважине от воздействия электрогидравлической обработки.

Схема появления «подпятника» приведена на рис. 2. Со временем диаметр «подпятника» увеличивается.

Следует отметить, что создание уширений («подпятников») следует производить с конкретным шагом по длине свай-ЭРТ, например, при однородной инженерной геологии через 2 м. При слоистом инженерно-геологическом разрезе уширения предпочтительны в зоне конкретных инженерно-геологических элементов, где они наиболее выражены.

Опыт статических испытаний свай-ЭРТ свидетельствует о повышенных значениях несущей способности по грунту по сравнению со сваями-ЭРТ, не имеющими уширений.

Практика проектирования, изготовления и эксплуатации свай-ЭРТ показала их высокую эффективность. Несущая способность их по результатам полевых испытаний статическими нагрузками превышает таковую для свай с одним уширением в $1,5 \div 2,0$ раза, с двумя – в $2-2,5$ раза по сравнению с

аналогичными показателями буровых свай, выполненных без уширений. Очень серьезные исследования (как лабораторные, так и натурные) под руководством А.Н. Тетиора проводились специалистами лаборатории оснований и фундаментов Уральского института «Промстройинвестпроект» [6]. В результате исследований доказана эффективность применения таких свай (так, если несущую способность сваи без уширений принять за 100%, несущая способность сваи с одним уширением составляет 175%, а сваи с двумя уширениями («подпятника») – 375%), показана работа каждого уширения при нагружении сваи.

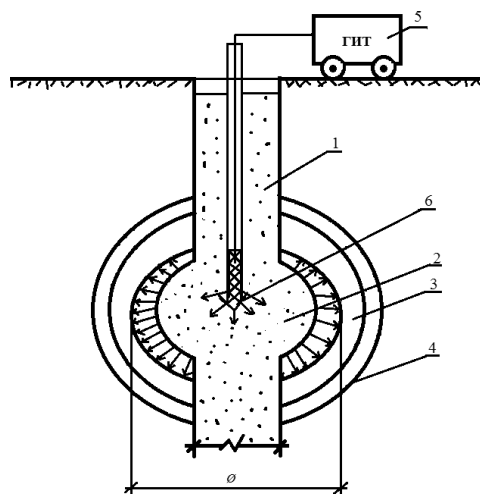


Рис. 2. Схема устройства уширения («подпятника») ствола сваи-ЭРТ:
 1 – буровая скважина, заполненная мелкозернистым бетоном;
 2–4 – зоны уширения, цементации, уплотнения, соответственно;
 5 – генератор импульсных токов; 6 – излучатель (разрядное устройство)

ООО НПФ «ФОРСТ» в течение длительного времени занимается проектированием и устройством свай-ЭРТ. Авторами статьи доказано, что сваи с многоместными уширениями обладают повышенной несущей способностью по сравнению с несущей способностью свай-ЭРТ без «подпятников»¹. На рис. 3 приведены графики статических испытаний буроинъекционных свай-ЭРТ на вертикальную сжимающую нагрузку без промежуточных уширений в количестве 2 шт., у которых несущая способность по результатам испытаний составляет: $F_{d1} = 910$ кН; $F_{d2} = 1010$ кН, а также буроинъекционных свай с промежуточными уширениями в количестве 2 шт., у которых несущая способность составляет $F_{d3} = 1720$ кН; $F_{d4} = 1850$ кН. Увеличение несущей способности свай-ЭРТ с промежуточным уширением и уширением по пяте составляет $n = 1,8-2,0$ раза.

¹ СНиП 2.02.03-85. Свайные фундаменты Актуализированная редакция. М., 2011. 15 с.

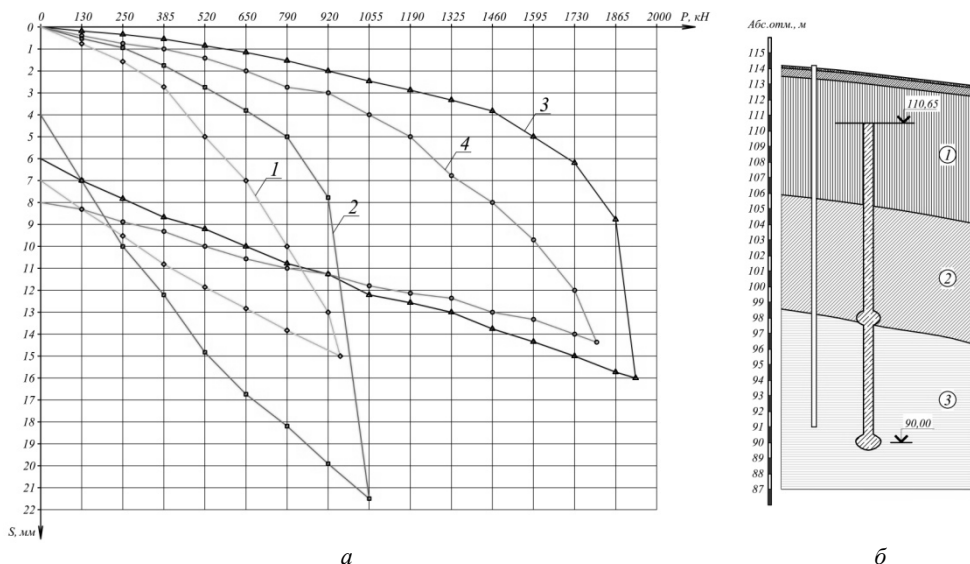


Рис. 3. Графики испытаний буроинъекционных свай-ЭРТ на опытной площадке:
 1, 2 – без уширений; 3, 4 – с уширениями и над кровлей мелких песков;
 6 – инженерно-геологический разрез с вертикальной привязкой свай-ЭРТ

Таким образом, использование сконструированного разрядного устройства в реальной геотехнической практике позволяет формировать буроинъекционные сваи-ЭРТ повышенной несущей способности как в новом строительстве, так и в реконструкции зданий и сооружений.

Литература

1. Лагутин А.С., Ожогин В.И. Сильные импульсные магнитные поля в физическом эксперименте. М.: Энергоатомиздат, 1988. 192 с.
2. Пат. 2318961 РФ, МПК E02D 5/34 (2006.01). Разрядное устройство для изготовления набивной сваи / Соколов Н.С., Таврин В.Ю., Абрамушкин В.А.; патентообладатель Соколов Н.С. № 2005141698/03; заявл. 29.12.2005; опубл. 10.03.2008. Бюл. № 7. 5 с.
3. Сильные и сверхсильные магнитные поля и их применения: пер. с англ. / под ред. Ф. Херлаха. М.: Мир, 1998. 456 с.
4. Соколов Н.С., Рябинов В.М. Об одном методе расчета несущей способности буроинъекционных свай-ЭРТ // ОФМГ. 2015. № 1. С. 10–13.
5. Соколов Н.С., Соколов С.Н., Соколов А.Н. Опыт восстановления аварийного здания Введенского кафедрального собора в г. Чебоксары // Геотехника. 2016. № 1. С. 60–65.
6. Тетиор А.Н. Прогрессивные конструкции фундаментов для Урала и Тюменской области. Свердловск: Средне-Уральское кн. изд-во, 1971. 85 с.
7. Улицкий В.М. Геотехническое сопровождение реконструкции городов. М.: АСВ, 1997. 327 с.

СОКОЛОВ НИКОЛАЙ СЕРГЕЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой строительных технологий, геотехники и экономики строительства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ns_sokolov@mail.ru).

ВИКТОРОВА СВЕТЛАНА СТАНИСЛАВОВНА – доцент кафедры строительных технологий, геотехники и экономики строительства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

N. SOKOLOV, S. VIKTOROVA

RESEARCH AND DEVELOPMENT OF DISCHARGING DEVICE
TO MANUFACTURE BORED – FILLING PILE

Keywords: coaxial electrode, surface sliding discharge, continuous flight augering pile, capacitor bank, difficult soil conditions, piles-EDT.

The discharging device developed by the authors is of an original design. As a radiator of high-voltage electric energy from a battery of pulse capacitors and providing an electro-hydraulic effect on the walls of boreholes, it facilitates the formation of a flight augering pile. The inner electrode with radial slots is first made in the form of a stepped rod. The lower stage has a larger diameter than the upper one, and the outer electrode is made in the form of a thick-walled tube, which is put on the upper stage of the inner electrode. The device, having practical significance, makes it possible to arrange bored and flight augering piles in difficult engineering-geological conditions. At the same time, due to the increasing volumes of erection of buildings and structures, the use of the device will be relevant.

References

1. Lagutin A.S., Ozhogin V.I. *Sil'nye impul'snye magnitnye polya v fizicheskom eksperimente* [The strong impulse magnetic fields in a physical experiment]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988, 192 p.
2. Sokolov N.S., Tavrin V.Yu., Abramushkin V.A. *Razryadnoe ustroystvo dlya izgotovleniya nabivnoi svai* [The discharge device for manufacture of a filling pile]. Patent RF, no. 2318961, 2008.
3. Herlach F., ed. *Strong and Ultrastrong Magnetic Fields and Their Applications*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985 (Russ. ed.: *Sil'nye i sverkhil'nye magnitnye polya i ikh primeneniya*. Moscow, Mir Publ., 1998, 456 p.).
4. Sokolov N.S., Ryabinov V.M. *Ob odnom metode rascheta nesushchei sposobnosti buroin"ekstionnykh svai-ERT* [About one method of calculating the load-bearing capacity of flight augering pile-EDT]. *OFMG* [Bases of foundations and soil mechanics], 2015, no. 1, pp. 10–13.
5. Sokolov N.S., Sokolov S.N., Sokolov A.N. *Opyt vosstanovleniya avariinogo zdaniya Vvedenskogo kafedral'nogo sobora v g. Cheboksary* [Experience in the restoration of the emergency building of the Vvedensky Cathedral in Cheboksary]. *Geotekhnika* [Geotechnics], 2016, no. 1, pp. 60–65.
6. Tetior A.N. *Progressivnye konstruksii fundamentov dlya Urala i Tyumenskoi oblasti* [Progressive constructions of foundations for the Urals and the Tyumen region]. Sverdlovsk, 1971, 85 p.
7. Ulitskii V.M. *Geotekhnicheskoe soprovozhdenie rekonstruksii gorodov* [Geotechnical support of city reconstruction]. Moscow, ASV Publ., 1997, 327 p.

SOKOLOV NIKOLAY – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department of the Construction Technologies, Geotechnics and Construction Economy, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ns_sokolov@mail.ru).

VIKTOROVA SVETLANA – Associate Professor, Department of the Construction Technologies, Geotechnics and Construction Economy, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Ссылка на статью: Соколов Н.С., Викторова С.С. Разрядное устройство для изготовления буровой набивной свай // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 152–158.

УДК 621.373.14:624.131.384

ББК 3244.11:Н654.16

Н.С. СОКОЛОВ, Е.Н. КАДЫШЕВ

ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ДЛЯ УСТРОЙСТВА БУРОИНЪЕКЦИОННЫХ СВАЙ

Ключевые слова: электрический разрядник, твердеющий электропроводный материал, обсадная труба, набивная свая, шнековый снаряд, электроразрядная технология (ЭРТ).

Буроинъекционные сваи на основе разрядно-импульсной технологии (сваи-ЭРТ) являются уникальными конструкциями для геотехнического строительства. Использование этих свай в результате их оригинальности особенно актуально при реконструкции зданий и в новом строительстве. Благодаря электрогидравлической обработке стенок скважин в среде мелкозернистого бетона обеспечивается максимальное включение грунта в совместную работу свай-ЭРТ. Тем самым создается возможность устройства свай повышенной несущей способности, что открывает широкие перспективы для их использования в самых широких областях подземного строительства. Устроенные по ЭРТ-технологии буровые сваи востребованы при реконструкции и новом строительстве, особенно они применимы в сложных инженерно-геологических и теснённых условиях.

В связи с увеличением объемов капитального строительства особую актуальность приобретает проблема освоения подземного пространства. Как правило, в геотехническом строительстве наиболее часто используемыми заглубленными железобетонными конструкциями являются буровые сваи. Это буронабивные, буроинъекционные сваи, возводимые по существующим современным геотехнологиям.

Известная технология устройства буроинъекционных свай [3] включает: 1) монтаж пространственных армокаркасов; 2) подачу мелкозернистого бетона в предварительно пройденную пневмопробойником скважину с диаметром меньшего поперечного сечения формируемой сваи-ЭРТ с последующим уплотнением мелкозернистого бетона. Одновременно с монтажом арматурного каркаса скважину, замещенную мелкозернистым бетоном, расширяют по всей высоте сваи методом электрогидравлического уплотнения.

Подача бетона осуществляется одновременно с созданием камуфлетного уширения серией высоковольтных электрических разрядов. Количество их назначается из проектного поперечного сечения камуфлетного уширения в результате одного разряда, интенсивности накопления пластичных деформаций обрабатываемого грунта, а уплотнение бетона производят по всей высоте буровой скважины высоковольтными электрическими разрядами.

Рассматриваемая геотехническая технология имеет существенные недостатки: сложность, а зачастую его невозможность применения при возведении свай в структурно-неустойчивых грунтах, как результат – расструктурирование грунтов вертикальных стенок буровых скважин.

Предлагаемый способ устройства буроинъекционных свай-ЭРТ [1] широко востребован в геотехническом строительстве для всех случаев неустойчивых грунтов стенок буровых скважин. Особенно он актуален для использо-

вания в капитальном строительстве, а также при реконструкции зданий и сооружений для усиления оснований фундаментов.

Задачей разработанной геотехнической технологии является создание нового способа возведения буроинъекционной сваи-ЭРТ, которая позволила бы получить качественные заглубленные конструкции для обеспечения высоких значений несущей способности и прочности материала ствола сваи-ЭРТ, а также для упрощения процесса производства работ нулевого цикла.

Эта геотехническая проблема успешно решается при устройстве буроинъекционных свай с помощью электроимпульсной установки. Технология включает: 1) бурение скважины; 2) подачу в нее мелкозернистого бетона; 3) уплотнение мелкозернистого бетона и грунта стенок скважины с помощью высоковольтных электрических разрядов с перемещением зоны возбуждения снизу вверх. Бурение скважины осуществляется шнековым забурником. На нем размещен с возможностью выдвигания электрический разрядник. Подача бетона в скважину осуществляется по ребордам шнекового снаряда. При достижении забурником устья скважины его поднимают без вращения в скважине на высоту $0,8-1,5$ диаметра скважины. После заполнения образовавшегося объема непрерывно подаваемым мелкозернистым бетоном выдвигается разрядник и осуществляется электрический разряд. Далее операции подъема снаряда и электрических разрядов повторяются до заполнения скважины на всю глубину заглубленной конструкции (сваи-ЭРТ).

После каждого подъема забурника производится вращение снаряда в противоположном бурению направлении до заполнения мелкозернистым бетоном образовавшейся после подъема пустоты. Момент заполнения контролируется прекращением поглощения бетона.

Такая новая совокупность существенных признаков технического решения позволяет изготавливать буроинъекционную сваю в грунтах, где не обеспечивается устойчивость стенок буровых скважин, а также в структурно-неустойчивых грунтах (илы, торфы, водонасыщенные заторфованные грунты и т.п.).

На рис. 1, *а* изображено бурение скважины 1 шнеком 2 с размещенным на его забурнике разрядником 3. На рис. 1, *б* показан прямолинейный (без вращения) подъем забурника 2 на высоту $(0,8-1,5) d$ – диаметра скважины, а на рис. 1, *б* изображена подача мелкозернистого бетона 4 по ребордам шнекового снаряда 2. Она может осуществляться самотеком, под давлением или вращением снаряда 2 в обратном направлении относительно вращения при бурении до заполнения освободившегося объема под снарядом на высоту $(0,8-1,5) d$. На рис. 2, *а* изображен очередной подъем снаряда на высоту $(0,8-1,5) d$ от поверхности бетона 4, а на рис. 2, *б* изображена сформированная буроинъекционная свая-ЭРТ.

Алгоритм устройства сваи-ЭРТ следующий. Производится проходка буровой скважины 1 шнековым бурильным снарядом 2. Одновременно с бурением осуществляют выемку грунта. После прохождения бурильного снаряда на требуемую глубину производится подъем его на высоту $(0,8-1,5)$ диаметра полученной скважины 1. Высота, равная $(0,8-1,5)$ диаметра полученной полости,

определяется экспериментально исходя из условия неосыпаемости грунта в пробуренную скважину при подъеме шнека. Нижний предел электрогидравлической обработки скважины, заполненной бетоном, определяется наличием в инженерно-геологическом разрезе слабых грунтов, например пылевато-песчаных, биогенных и т.д. Верхний предел определен наличием связных грунтов устойчивой консистенции. Одновременно с подъемом забурника начинается подача бетона 4, который может осуществляться самотеком за счет гравитационных сил от собственной массы мелкозернистого бетона. После достижения снарядом необходимой отметки производится вращение снаряда в направлении, обратном направлению бурения. Для ускорения заполнения образовавшегося при подъеме объема под снарядом 2 создается некоторое давление для оптимального заполнения образованного объема. Затем производится электрический разряд в конкретном пространстве, имеющий взрывной характер с высокими электродинамическими усилиями, действующими во всех направлениях. При этом часть бетона 4 внедряется в дно и боковые стенки скважины, упрочняя их, а уровень мелкозернистого бетона опускается ниже первоначальной отметки. Буровой шнековый снаряд поднимают на высоту $(0,8-1,5)d$ диаметра скважины от уровня бетона, образованного после первого электрического разряда. Далее вышеприведенные операции (подъема и разряда) повторяют до полного заполнения скважины на всю мощность слабого слоя.

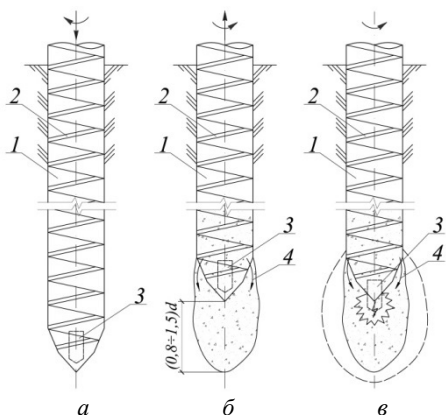


Рис. 1. Технологическая схема устройства буроинъекционной сваи:
 1 – бурение скважины;
 2 – шнековый снаряд;
 3 – разрядник; 4 – подача твердеющего материала (мелкозернистого бетона)

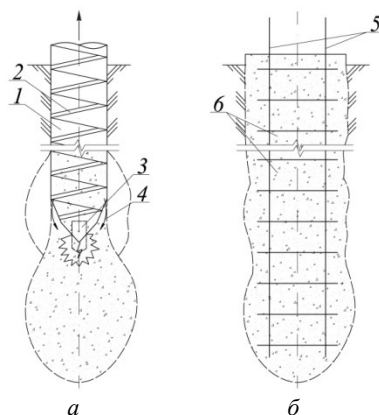


Рис. 2. Сформированная буроинъекционная свая:
 1 – бурение скважины; 2 – шнековый снаряд;
 3 – разрядник; 4 – подача твердеющего материала (мелкозернистого бетона);
 5 – армокаркас;
 6 – готовая буроинъекционная свая

Несущая способность свай, изготавливаемых по применяемым в настоящее время геотехническим технологиям, определяется как сумма величин несущих способностей по пяте и боковой поверхности. Последние зависят от геометрических параметров сваи (площади опирания и боковой поверхности) и инженерно-геологических характеристик грунтов, примыкающих к свае (расчетных сопротивлений грунта под нижним концом и по боковой поверхности сваи).

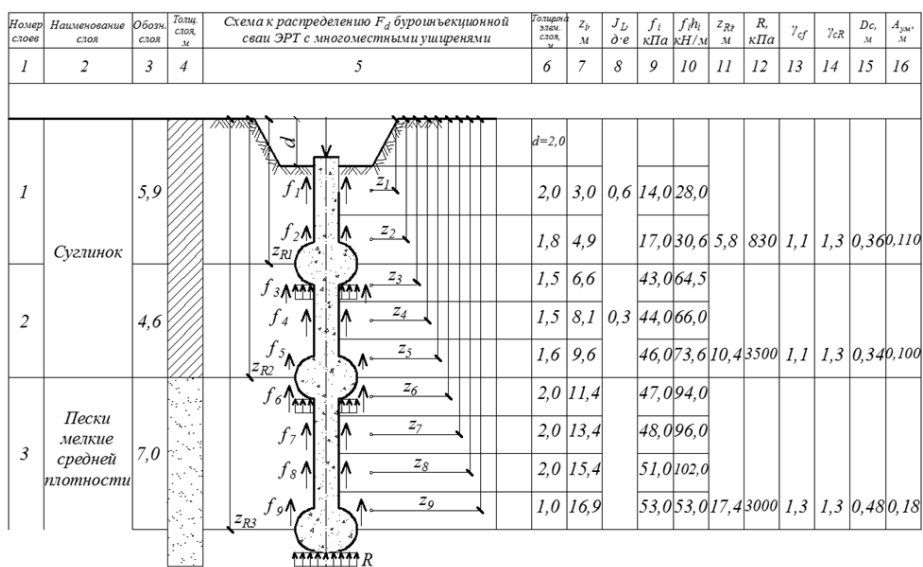


Рис. 3. Схема к определению несущей способности F_d буровнеэекционной сваи-ЭРТ с многместными уширениями

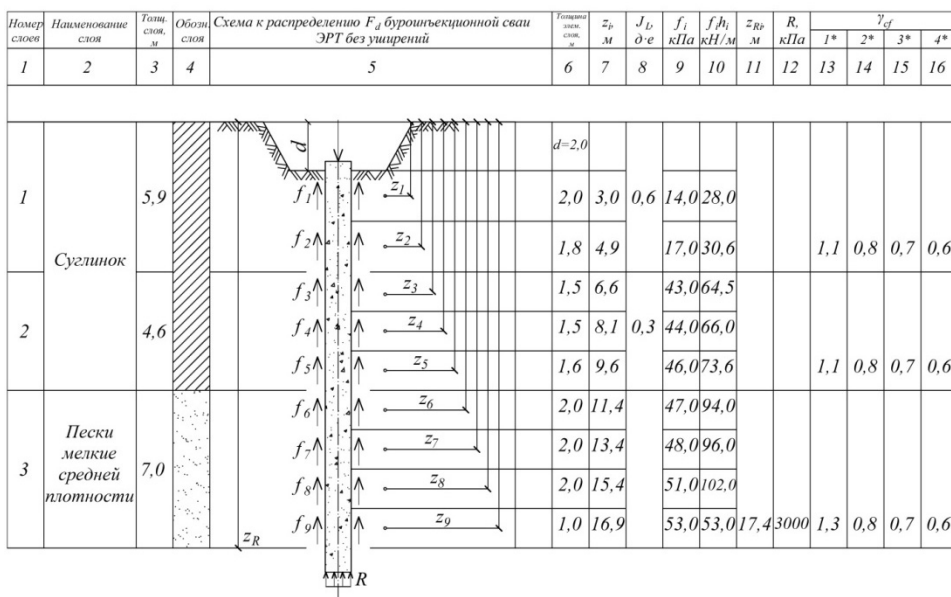


Рис. 4. Схема к определению несущей способности F_d буровых свай

Примечания. 1* – для буровнеэекционных свай-ЭРТ без промежуточных уширений; 2* – для буронабивных свай при погружении инвентарной трубы с теряемым наконечником; 3* – для буронабивных свай с использованием обсадных труб или проходных шнеков; 4* – для буронабивных свай, выполняемых под защитой глинистой рубашки. Коэффициенты γ_{cf} взяты из табл. 7.6 СП 24.13330.2011¹.

¹ СП 24.13330.2011. Актуализированная редакция СП 2.02.03-85 Свайные фундаменты.

Существенное повышение несущей способности достигается в случае, если свая-ЭРТ представляет собой конструкцию из нескольких уширений (свая-ЭРТ с множественными уширениями). Нижнее уширение устраивается на пяте сваи, увеличивая ее площадь, а верхние (по боковой поверхности) работают как дополнительные опоры. Несущая способность грунтов при опирании на них этими дополнительными опорами значительно выше несущей способности этих же грунтов при учете трения о них боковой поверхности сваи. Практика изготовления таких свай показала их высокую эффективность. Несущая способность свай-ЭРТ с двумя уширениями в 1,5-2,5 раза выше, чем у свай, выполненных без уширений.

В качестве примера ниже приведены сравнительные расчеты несущей способности буроинъекционной сваи-ЭРТ с уширенной пятой и двумя уширениями вдоль ствола и буроинъекционной сваи-ЭРТ без уширений. Оба типа свай имеют диаметр ствола 0,35 м и изготовлены в одних и тех же грунтовых условиях. С поверхности основания залегают суглинки с показателем текучести $I_L=0,6$, под ними – суглинки с $I_L=0,3$. Сваи заделаны в мелкие пески средней плотности.

Несущая способность буроинъекционной сваи-ЭРТ без уширений, рассчитанная по формуле (1), составила $F_d = 1\,170$ кН. Для сваи-ЭРТ с множественными уширениями при расчете по той же формуле она получилась равной $F_d = 2\,100$ кН. Алгоритмы расчетов приведены в рис. 3 и 4. Нетрудно посчитать, что несущая способность при создании уширений в данном случае увеличилась в 1,79 раза.

Таким образом, буроинъекционные сваи-ЭРТ с множественными уширениями, изготавливаемые с использованием электроразрядно-импульсной технологии, имеют наиболее конкурентное преимущество по сравнению с буронабивными и буроинъекционными сваями без уширений. За счет устройства уширений вдоль ствола и на пяте создается возможность увеличения несущей способности сваи в несколько раз в зависимости от типа грунтовых условий.

Литература

1. Пат. 2318960 РФ, МПК E02D 5/34 (2006.01) Способ возведения набивной сваи / Соколов Н.С., Рябинов В.М., Таврин В.Ю., Абрамушкин В.А.; патентообладатель Соколов Н.С. № 2005140716/03; заявл. 26.12.2005; опубл. 10.03.2008. Бюл. № 7. 7 с.
2. Соколов Н.С., Соколов С.Н. Применение буроинъекционных свай при закреплении склонов // Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: материалы V Всерос. конф. НАСКР – 2005. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2005. С. 292–293.
3. Соколов Н.С. Метод расчета несущей способности буроинъекционных свай-РИТ с учетом «подпятников» // Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: материалы VIII Всерос. (II-й Междунар.) конф. НАСКР – 2014. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2014. С. 407–411.
4. Соколов Н.С., Рябинов В.М. Об одном методе расчета несущей способности буроинъекционных свай-ЭРТ // ОФимГ. 2015. № 1. С. 10–13.
5. Улицкий В.М., Шапкин А.Г., Шапкин К.Г. Гид по геотехнике (путеводитель по основаниям, фундаментам и подземным сооружениям). 2-е изд., доп. СПб.: ПИ «Геореконструкция», 2012. 284 с.

СОКОЛОВ НИКОЛАЙ СЕРГЕЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент, ведущий кафедрой строительных технологий, геотехники и экономики строительства, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ns_sokolov@mail.ru).

КАДЫШЕВ ЕВГЕНИЙ НИКОЛАЕВИЧ – доктор экономических наук, профессор, проректор по научной работе, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (pro_nauch@chuvsu.ru).

N. SOKOLOV, E. KADYSHEV
ELECTRO-DISCHARGE TECHNOLOGY
FOR CONTINUOUS FLIGHT AUGERING PILES

Key words: *electrical discharger, hardening electroconductive material, casing pipe, filling pile, screw shell, electro discharge technology (EDT).*

The device of flight augering piles based on the impulse-discharge technology (pile-IDT) is a unique technology for geotechnical construction. The use of these piles due to their originality is especially important in the reconstruction and new construction. Thanks to the electrohydraulic treatment of the walls of the wells in the medium of fine-grained concrete, the maximum inclusion of the soil in the joint work of the pile-IDT is ensured. This makes it possible to build piles of increased bearing capacity, which opens wide prospects for their use in the widest areas of underground construction. Made by IDT technology boring piles are in demand for reconstruction and new construction, especially they are applicable in difficult engineering-geological and constrained conditions.

References

1. Sokolov N.S., Ryabinov V.M., Tavrın V.Yu., Abramushkin V.A. *Sposob vozvedeniya nabitvnoi svai* [Method of exponentation of a stuffed pile]. Patent RF no. 2318960, 2008.
2. Sokolov N.S., Sokolov S.N. *Primenenie buroin"ektsionnykh svai pri zakreplenii sklonov* [Application of flight augering piles for anchoring slopes]. *Novoe v arkhitekture, proektirovanii stroitel'nykh konstruksii i rekonstruksii: materialy V Vseros. konf. NASKR – 2005*. [Proc. of V Rus. Sci. Conf. «New in Architecture, Design of Building Structures and Reconstruction. NASCR – 2005»]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2005. pp. 292–293.
3. Sokolov N.S. *Metod rascheta nesushchei sposobnosti buroin"ektsionnykh svai-RIT s uchetom «podpyatnikov»* [Method of calculating the load-bearing capacity of flight augering pile-PDT, taking into account «thrust bearing»]. *Novoe v arkhitekture, proektirovanii stroitel'nykh konstruksii i rekonstruksii: materialy VIII Vseros. (II-i Mezhdunar.) konf. NASKR – 2014*. [Proc. of VIII Rus. (II Int.) Sci. Conf. «New in architecture, design of building structures and reconstruction. NASKR – 2014»]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2014, pp. 407–411.
4. Sokolov N.S., Ryabinov V.M. *Ob odnom metode rascheta nesushchei sposobnosti buroin"ektsionnykh svai-ERT* [About one method of calculating the load-bearing capacity of flight augering pile-EDT]. *OFiMG* [«Bases of foundations and soil mechanics»], 2015, no. 1, pp. 10–13.
5. Ulitskii V.M., Shashkin A.G., Shashkin K.G. *Gid po geotekhnike (putevoditel' po osnovaniyam, fundamentam i podzemnym sooruzheniyam). 2-e izd., dop.* [Geotechnical guide (guide to bases, foundations and underground structures). 2nd ed.]. St. Petersburg, 2012, 284 p.

SOKOLOV NIKOLAY – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department of the Construction Technologies, Geotechnics and Construction Economy, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ns_sokolov@mail.ru).

KADYSHEV EVGENY – Doctor of Economics Sciences, Professor, Vice Rector on Scientific Work, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (pro_nauch@chuvsu.ru).

Ссылка на статью: *Соколов Н.С., Кадышев Е.Н.* Электроразрядная технология для устройства буринъекционных свай // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 159–164.

УДК 537.311.5: 621.365.3

ББК 31.292

В.А. ТАРАСОВ, В.В. ТАРАСОВА

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ
ДУГОВОЙ ЭЛЕКТРОПЕЧИ ПОСТОЯННОГО ТОКА**

Ключевые слова: электрические режимы, печь постоянного тока, статистические характеристики, корреляционный анализ, регрессионный анализ.

Приведены результаты исследований влияния работы дуговой печи постоянного тока с управляемым выпрямителем на питающую сеть, полученные статистической обработкой результатов измерения параметров качества электрической энергии с помощью прибора «Ресурс-UF2». Установка печи постоянного тока с управляемым выпрямителем является стохастическим объектом, характеристики параметров электрического режима отличаются от аналогичных характеристик печей переменного тока. Результаты дисперсионного анализа показали, что распределение значений линейных напряжений, коэффициентов несинусоидальности линейных напряжений, значений реактивной мощности, мощности искажения и коэффициента мощности соответствует нормальному закону, а распределение значений фазных токов, коэффициентов несинусоидальности фазных токов, активной и полной мощностей не соответствует нормальному закону. Коэффициент мощности дуговой печи постоянного тока выше, чем печей переменного тока, несимметрия и несинусоидальность напряжений на высокой стороне ниже. При применении для регулирования тока дуги выпрямителя с фазоимпульсным управлением вследствие искажения формы фазных токов появляется мощность искажения, значения которой составляют 6-8% от активной мощности. Корреляционный анализ показал, что коэффициент мощности практически не коррелирует с параметрами электрического режима, между остальными параметрами наблюдается высокая корреляция. Коэффициенты несинусоидальности фазных токов и линейных напряжений коррелируют с токами. При увеличении фазных токов коэффициенты несинусоидальности токов уменьшаются, что объясняется особенностями работы выпрямителя с фазоимпульсным управлением. Получены уравнения регрессии между токами, линейными напряжениями, активной, реактивной и полной мощностями, а также мощностью искажения и коэффициентами несинусоидальности фазных токов и линейных напряжений.

Электрические дуговые печи широко применяются для плавки черных и цветных металлов в различных отраслях промышленности. Электрические режимы наиболее распространенных трехфазных печей переменного тока меняются случайным образом во времени вследствие особенностей горения электрических дуг и нестационарных процессов расплавления шихты и работают с низким коэффициентом мощности $\cos \varphi = 0,7-0,8$ [3]. Электрические дуги являются нелинейными элементами и вызывают искажение кривых тока и напряжения, вследствие этого в цепях питания печей появляются высшие гармонические составляющие тока и напряжения, которые, протекая по конденсаторным батареям, особенно в условиях резонанса, вызывают перегрузку конденсаторов. При этом увеличиваются потери энергии в конденсаторах, повышается температура и ускоряется процесс старения изоляции, что приводит к снижению срока их службы. Возникающие искажения кривой напряжения могут вызывать сбои в системах автоматики и телемеханики, а также оказывают неблагоприятное влияние на работу силового оборудования [3-5].

Дуговые электропечи постоянного тока (ДППТ) применяются вместо дуговых печей переменного тока, индукционных и газовых печей. В ДППТ возможна плавка высоколегированных сталей, чугунов любых марок, любых сплавов алюминия и меди [5]. По сравнению с плавкой в дуговых печах переменного тока обеспечиваются: снижение расхода графитированных электродов, угара металла, расхода легирующих добавок, улучшение условий труда и экологической обстановки за счет снижения шума и пыли-, газовой выбросов, снижение шума и меньшего влияния установки на питающую электросеть [5]. Для питающей сети ДППТ является симметричной трехфазной нагрузкой с высоким коэффициентом мощности и не требует применения симметрирующих устройств и мощных конденсаторных батарей, исключаются нестабильное потребление и генерация реактивной мощности, которые могут привести к колебаниям напряжения в сети. Управляемый выпрямитель позволяет уменьшить колебания тока печи, но в то же время он является источником несинусоидальности токов и напряжений в электрических сетях, что вызывает в цепи питания печи на стороне высокого напряжения появление не только активной и реактивной мощности, но и мощности искажения. Поэтому необходимы исследования с помощью компьютерных технологий изменения электрических параметров ДППТ от времени для анализа и выбора оптимальных режимов работы печи, снижения расхода электроэнергии и уменьшения искажений токов и напряжений в питающей сети.

Целью проведения исследований являлся статистический анализ электрических режимов дуговой электропечи постоянного тока емкостью 300 кг (ДПА-300), источником питания которой является управляемый трехфазный выпрямитель с сухим трансформатором ТСЗПУ-2000/10 номинальной мощностью 1700 кВА. Выпрямитель с фазоимпульсным управлением позволяет регулировать и поддерживать заданный ток дуги путем изменения угла отпирания тиристоров, поэтому печь может работать даже без автоматического регулятора перемещения электрода, обязательного для печей переменного тока. Для исследования влияния электрических режимов печной установки на питающую сеть использованы результаты измерений с помощью прибора «Ресурс-UF2»¹ показателей качества электрической энергии по ГОСТ 13109-97. На вход прибора подавались сигналы с вторичных обмоток трансформаторов напряжения и тока, установленных на напряжении 6 кВ. В памяти прибора записывались в цифровой форме значения линейных напряжений (U_{ab} , U_{bc} , U_{ca}), фазных токов (I_a , I_b , I_c), активных (P) и реактивных мощностей (Q), фазовых углов между токами и напряжениями, коэффициенты искажения синусоидальности кривой напряжения (K_{uab} , K_{ubc} , K_{uca}) и кривой тока (K_{ia} , K_{ib} , K_{ic}) через каждую минуту в течение всего периода плавки.

По измеренным значениям линейных напряжений и углов между фазными токами и напряжениями определялись фазные напряжения U_a , U_b , U_c и рассчитывалась полная мощность печи S :

$$S = U_a I_a + U_b I_b + U_c I_c.$$

¹ Эксперименты проводились с участием В.В. Андреева, инженера «ЭМЦ. Чувашгосэнергонадзор».

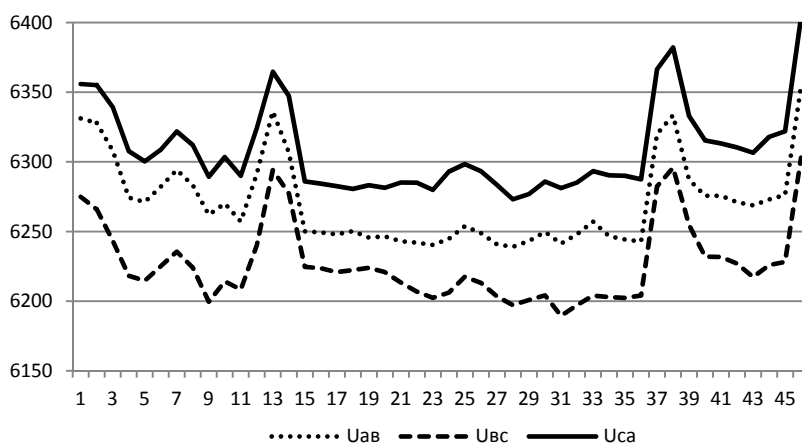
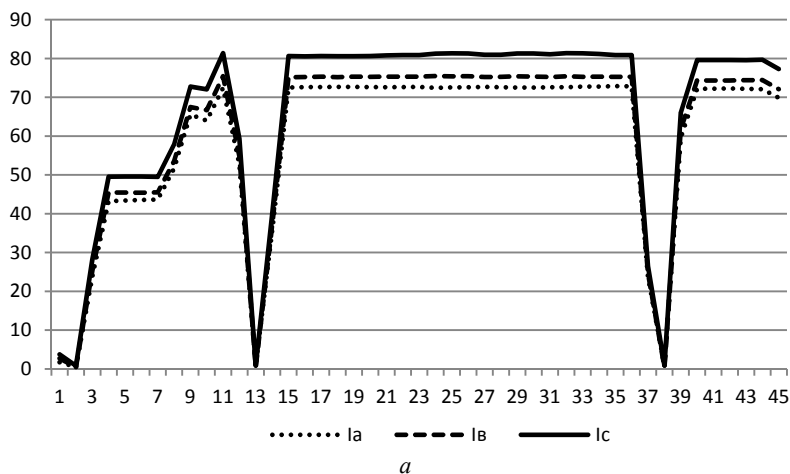
При применении для регулирования тока дуги выпрямителя с фазоимпульсным управлением вследствие искажения формы фазных токов кроме полной S , активной P и реактивной Q мощности появляется мощность искажения T , которая может быть определена лишь расчетным путем:

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}.$$

Активная мощность при несинусоидальных токах и напряжениях связана с полной мощностью через коэффициент мощности, который по аналогии с цепями синусоидальных токов и напряжений обозначают как $\cos \varphi$:

$$P = S \cos \varphi.$$

Из рисунка видно, что измеренные параметры электрического режима печи постоянного тока являются стохастическими величинами и должны исследоваться методами статистического анализа [1, 2].



Типичные зависимости изменения во времени фазных токов (а) и линейных напряжений (б): 1 – фаза А, 2 – фаза В, 3 – фаза С

В табл. 1-3 приведены минимальные, максимальные и средние значения, а также дисперсия основных измеренных и рассчитанных параметров электрического режима работы ДППТ.

Таблица 1

Напряжения и токи на стороне высокого напряжения

| Параметры режима | Обозначение | Минимум | Максимум | Среднее значение | Дисперсия |
|------------------------------------|-------------|---------|----------|------------------|-----------|
| Линейные напряжения, В | U_{ab} | 6238,9 | 6336,3 | 6268,7 | 812 |
| | U_{bc} | 6189,5 | 6295,7 | 6225,1 | 696 |
| | U_{ca} | 6273,1 | 6382,1 | 6305,9 | 753 |
| Фазные токи (I_a, I_b, I_c), А | I_a | 0,53 | 72,9 | 59,0 | 521 |
| | I_b | 0,373 | 75,5 | 61,17 | 555 |
| | I_c | 0,823 | 81,4 | 65,88 | 632 |

Таблица 2

Коэффициенты несинусоидальности

| Параметры режима | Обозначение | Минимум | Среднее значение | Максимум | Дисперсия |
|---|-------------|---------|------------------|----------|-----------|
| Коэффициенты несинусоидальности линейных напряжений ($K_u, \%$) | K_{uab} | 0,97 | 2,4 | 2,91 | 0,354 |
| | K_{ubc} | 1,12 | 2,68 | 3,41 | 0,404 |
| | K_{uca} | 1,77 | 2,9 | 3,35 | 0,275 |
| Коэффициенты несинусоидальности фазных токов ($K_i, \%$) | K_{ia} | 22,33 | 26,3 | 43,75 | 24,5 |
| | K_{ib} | 21,74 | 27,3 | 50,43 | 65,25 |
| | K_{ic} | 19,51 | 23,27 | 38,81 | 19,78 |

Таблица 3

Мощности печной установки

| Параметры режима | Обозначение | Минимум | Максимум | Среднее значение | Дисперсия |
|----------------------------|----------------|---------|----------|------------------|-----------|
| Активная мощность, кВт | P | 5,39 | 709 | 562,85 | 45815 |
| Реактивная мощность, кВАр | Q | 1,66 | 496,3 | 363,94 | 21837 |
| Полная мощность, кВА | S | 6,74 | 828,1 | 672,15 | 66440 |
| Мощность искажения, кВА | T | 2,86 | 44,7 | 35,0 | 118,23 |
| Коэффициент мощности, о.е. | $\cos \varphi$ | 0,78 | 0,9016 | 0,8356 | 0,00088 |

Качество электрической энергии по коэффициенту искажения синусоидальности напряжения и по коэффициенту несимметрии напряжений соответствует требованиям ГОСТ 13109-97 (табл. 1–3). Коэффициенты несинусоидальности линейных ($K_u, \%$) не превышают допустимое для сетей 6 кВ значение 5% при среднем значении 2,68%, коэффициенты несинусоидальности фазных токов более значительны, среднее значение 27,3%, максимальное до 50%. Значения мощности искажения составляют 6-8% от активной мощности.

Дуговые электрические печи переменного тока работают с значительными случайными колебаниями электрических параметров печи из-за нелинейности самой электрической дуги и особенностей технологических процессов: обвала шихты в период плавления, кипения металла в периоды с жидкой ванной, обгорания электродов, подъема уровня металла по мере плавления и т.д. [1]. В сетях электроснабжения дуговых сталеплавильных печей переменного тока

наблюдаются колебания и несимметрия напряжений, несинусоидальность токов и напряжений. Уровень этих искажений часто превышает ограничения, предусмотренные в ГОСТ 13109-97, что отрицательно сказывается на работе многих потребителей электроэнергии [4, 6]. Из литературных данных известно, что токи электродов дуговых печей переменного тока и линейные напряжения на высокой стороне распределяются по нормальному закону [3].

ДППТ питается от управляемого выпрямителя, который поддерживает заданный ток электрода за счет изменения угла отпирания тиристорov. Для поддержания стабильного электрического режима частые перемещения электрода не обязательны. В связи с этим представляет интерес исследование законов распределения параметров электрического режима печей постоянного тока. На практике для этого обычно применяют визуальные методы, например, гистограммы, нормальные вероятностные графики или численные методы с помощью оценки коэффициентов асимметрии и эксцесса; используется также критерий χ -квадрат [2]. Дисперсионный анализ показал, что распределение значений линейных напряжений, коэффициентов несинусоидальности линейных напряжений, значений реактивной мощности, мощности искажения и коэффициента мощности соответствует нормальному закону. Распределение значений фазных токов, коэффициентов несинусоидальности фазных токов, активной и полной мощности не соответствует нормальному закону.

Для корреляционного анализа построена корреляционная матрица, анализ которой показал, что коэффициент мощности $\cos\varphi$ практически не коррелирует с параметрами электрического режима (таблица 4), между остальными параметрами электрического режима наблюдается высокая корреляция.

Таблица 4

Результаты корреляционного анализа

| Параметр | <i>Ia</i> | <i>Ib</i> | <i>Ic</i> | <i>Q</i> | <i>P</i> | <i>S</i> | <i>T</i> |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| Коэффициент корреляции | 0,16 | 0,16 | 0,15 | -0,02 | 0,24 | 0,16 | 0,13 |

Это позволило провести регрессионный анализ, при котором независимыми переменными являются фазные токи, зависимыми – линейные напряжения, коэффициенты несинусоидальности токов и напряжений, активная и реактивная мощности, т.е. все исследуемые параметры за исключением коэффициента мощности.

Мера статистической связи между переменными характеризуется коэффициентом корреляции. Насколько удачно подобрано уравнение регрессии показывает коэффициент детерминации. Результаты регрессионного анализа приведены в табл. 5.

Линейные уравнения регрессии объясняют 66–100% разброса данных при высоких коэффициентах корреляции.

Высокая корреляция имеется между фазными токами и полной мощностью (коэффициент корреляции $r = 1$), с ростом фазных токов увеличивается полная мощность.

Таблица 5

Результаты регрессионного анализа

| Уравнение регрессии | Коэффициент | | Процент разброса, который объясняет построенная регрессия |
|-------------------------------|-------------|--------------|---|
| | корреляции | детерминации | |
| $U_{ab} = -1,153I_a + 6336,7$ | -0,92 | 0,85 | 85 |
| $U_{bc} = -0,946I_b + 6283,0$ | -0,85 | 0,71 | 71 |
| $U_{ca} = -0,961I_c + 6369,3$ | -0,88 | 0,78 | 78 |
| $P = 9,343I_a + 11,6$ | 0,996 | 0,993 | 99,3 |
| $Q = 6,347I_a - 10,57$ | 0,98 | 0,961 | 96,1 |
| $T = 0,459I_a + 7,896$ | 0,964 | 0,929 | 92,9 |
| $S = 11,29 I_a + 5,96$ | 0,999 | 0,99 | 99 |
| $KU_{ab} = 0,026I_a + 0,889$ | 0,98 | 0,97 | 97 |
| $KU_{bc} = 0,026I_b + 1,111$ | 0,95 | 0,91 | 91 |
| $KU_{ca} = 0,02I_c + 1,585$ | 0,96 | 0,92 | 92 |
| $K_{ia} = -0,18I_a + 37,017$ | -0,84 | 0,70 | 70 |
| $K_{ib} = -0,29I_b + 45,253$ | -0,86 | 0,73 | 73 |
| $K_{ic} = -0,14I_c + 32,717$ | -0,81 | 0,66 | 66 |

Если имеется высокая корреляция между фазными токами и активной мощностью ($r = 0,99$), с ростом токов увеличивается активная мощность. Если имеется высокая корреляция между фазными токами и межфазными напряжениями ($r = -0,88 \dots -0,92$), с ростом токов межфазные напряжения несколько снижаются, что объясняется падением напряжения на внутренних сопротивлениях источника питания. Коэффициенты несинусоидальности фазных токов коррелируют с токами ($r = -0,81 \dots -0,84$), с ростом токов коэффициенты несинусоидальности фазных токов снижаются, что объясняется особенностями работы управляемого выпрямителя, который поддерживает заданные значения токов за счет фазоимпульсного управления. При небольших значениях токов наблюдаются максимальные искажения синусоид в питающей сети. Коэффициент мощности несколько возрастает при увеличении тока. Мощность искажения составляет 6-7% от активной мощности и несколько возрастает при увеличении тока.

Выводы. Установка печи постоянного тока с управляемым выпрямителем является стохастическим объектом, характеристики параметров электрического режима отличаются от аналогичных характеристик печей переменного тока. Коэффициент мощности ДППТ выше, чем печей переменного тока, несимметрия и несинусоидальность напряжений на высокой стороне ниже. При применении для регулирования тока дуги выпрямителя с фазоимпульсным управлением вследствие искажения формы фазных токов появляется мощность искажения, значения которой составляют 6-8% от активной мощности. Высокая корреляция имеется между фазными токами и полной мощностью, между фазными токами и межфазными напряжениями. Коэффициенты несинусоидальности фазных токов коррелируют с токами. Коэффициент мощности практически не коррелирует с другими параметрами электрического режима. При увеличении фазных токов коэффициенты несинусоидальности токов уменьшаются. Уменьшение тока дуги может быть достигнуто за счет выпрямителя с фазоимпульсным управлением или за счет увеличения длины дуги, для уменьшения несинусоидальности токов дуги целесообразно увеличивать длину дуги. Полученные зависимости могут

быть использованы для выбора рациональных электрических режимов, разработки систем автоматического управления и подбора параметров фильтрокомпенсирующих устройств для дуговых печей.

Литература

1. Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Тарасов В.А., Тарасова В.В. Исследование электрических режимов электротехнологического газификатора // Вестник Чувашского университета, 2013. № 3. С. 169–176.
2. Боровиков В.П. Популярное введение в систему STATISTICA. М.: Компьютер Пресс, 1998. 267 с.
3. Влияние дуговых электропечей на системы электроснабжения / Ю.Л. Рыжнев, Р.В. Минеев и др.; под ред. М.Я. Смелянского и Р.В. Минеева. М.: Энергия, 1975. 184 с.
4. Елизаров В.А., Елизаров К.А., Рубцов В.П. Исследование гармонического состава тока в трехфазной электрической цепи с дугой // Электричество. 2013. № 3. С. 20-28.
5. Елизаров К.А., Крутянский М.М., Нехамин С.М., Черняк А.И. Сравнительные показатели дуговых сталеплавильных печей постоянного и переменного тока для литейного производства // Электрометаллургия. 2011. № 1. С. 9–15.
6. Черненко А.Н., Вахнина В.В. Влияние режимов работы дуговой сталеплавильной печи 6ДСП-40 на уровень гармонических составляющих напряжения в точке подключения к электрической сети // Вектор науки ТГУ. 2015. № 1.

ТАРАСОВ ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (tarwol@yandex.ru).

ТАРАСОВА ВАЛЕНТИНА ВЛАДИМИРОВНА – инженер-программист, ООО «Инженерно-технический центр ГОРИСС», Россия, Чебоксары (charming_cerl@ Rambler.ru).

V. TARASOV, V. TARASOVA STATISTICAL ANALYSIS OF ELECTRIC MODES OF ELECTRICAL ARC FURNACE

Key words: *electric modes, DC furnace, statistical characteristics, correlation analysis, regression analysis.*

The results of the study of the impact of the direct-current arc furnace with a controlled rectifier on the supply network are presented. They were obtained by the statistical processing of the results of parameters measurement of the electric energy quality with the help of the device «Resource-UF2». The installation of the DC arc furnace with a controlled rectifier is a stochastic object. The characteristics of electric mode parameters differ from similar characteristics of alternating current furnaces. The results of the dispersion analysis showed that the distribution of the values of linear voltages, nonsinusoidality ratio of linear voltages, reactive power values, distortion power and power factor corresponds to the normal law, and the distribution of phase currents, non-sinusoidal phase current ratios, active and full power does not correspond to the normal law. The power factor of a DC arc furnace is higher than that of AC furnaces, the asymmetry and non-sinusoidal voltage on the high side are lower. When using the arc of a phase-impulse rectifier to control the current, the distortion power is 6-8% of the active power due to the distortion of phase currents forms. Correlation analysis showed that the power factor is practically not correlated with the parameters of electrical modes, however, high correlation is observed in other parameters. The nonsinusoidality ratios of phase currents and linear voltages correlate with currents. As phase currents increase, nonsinusoidality ratios of the currents decrease, which is explained by the functional features of the rectifier with phase-pulse control. The equations of regression among currents, linear voltages, active, reactive and full power, as well as strong distortions and ratios of nonsinusoidal phase currents and linear voltages are obtained.

References

1. Afanasyev V.V., Kovalev V.G., Tarasov V.A., Tarasova V.V. *Issledovanie elektricheskikh rezhimov elektrotekhnologicheskogo gazifikatora* [Investigation of the electrical modes of the technological gasifier]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2013, no. 3, pp. 169–176.
2. Borovikov V.P. *Populyarnoe vvedenie v sistemu STATISTICA* [A popular introduction to the STATISTICA system]. Moscow, Kompyuter Press Publ., 1998, 267 p.
3. Ryzhnev Yu.L., Mineev R.V. et al. *Vliyanie dugovykh elektropechi na sistemy elektrosnabzheniya* [The effect of electric arc furnaces on power supply systems]. Moscow, Energiya Publ., 1975, 184 p.
4. Elizarov V.A., Elizarov K.A., Rubtsov V.P. *Issledovanie garmonicheskogo sostava toka v trekhfaznoi elektricheskoi tsepi s dugoi* [Investigation of the harmonic composition of the current in a three-phase electric circuit with an arc]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2013, no. 3, pp. 20–28.
5. Elizarov K.A., Krutyanskii M.M., Nekhamin S.M., Chernyak A.I. *Sravnitelnye pokazateli dugovykh staleplavil'nykh pechi postoyannogo i peremennogo toka dlya liteinogo proizvodstva* [Comparative indicators of arc steelmaking furnaces of direct and alternating current for foundry production]. *Elektrometallurgiya* [Elektrometallurgiya], 2011, no. 1, pp. 9–15.
6. Chernenko A.N., Vakhnina V.V. *Vliyanie rezhimov raboty dugovoi staleplavilnoi pechi 6DSP-40 na uroven' garmonicheskikh sostavlyayushchikh napryazheniya v tochke podklyucheniya k elektricheskoi seti* [Influence of operating modes of arc furnace 6DSP-40 on the level of harmonic components of voltage at the point of connection to the power grid]. *Vektor nauki TGU* [Vector of science TSU], 2015. no. 1(31).

TARASOV VLADIMIR – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Heat Power Plants Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (charming_cerl@rambler.ru).

TARASOVA VALENTINA – Software Engineer, LLC «Engineering and Technical Center GORISS», Russia, Cheboksary (charming_cerl@rambler.ru).

Ссылка на статью: *Тарасов В.А., Тарасова В.В.* Статистический анализ электрических режимов дуговой электропечи постоянного тока // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 165–172.

УДК 681.586.48

ББК 32.873

И.Ю. БЫЧКОВА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДЕРЖКИ ИМПУЛЬСНЫХ
УЛЬТРАЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ В КОНВЕКТИВНОМ ПОТОКЕ
НАД НАГРЕТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ**

***Ключевые слова:** моделирование, ультразвук, импульсные измерения, конвекция воздуха, лучевое приближение, рефракция.*

Предлагаются математическая модель конвективного потока воздуха над нагретой поверхностью и алгоритм расчета задержки импульсных ультразвуковых сигналов. Приводятся аналитические выражения и программа, реализующая построение температурного поля вблизи нагретой поверхности, расчет траектории и времени прохождения ультразвуковых сигналов. Лабораторные экспериментальные измерения проводились при рассеянии ультразвука в неоднородном потоке воздуха над нагретой металлической плитой. Результаты численных расчетов качественно согласуются с экспериментальными данными и позволяют оценить параметры конвективного потока воздуха.

Работа ультразвуковых (УЗ) пролетных и эхо-импульсных измерительных приборов основана на измерении времени прохождения УЗ волн в пространстве. Это время во многом зависит от условий распространения и отражения акустических волн в среде. Моделирование задержки УЗ сигналов в неоднородной среде представляет особый интерес.

Математическое моделирование. Помещенный в неподвижный воздух источник тепла нарушает его равновесие, формируя неоднородную среду. Воздух приводится в общее движение, в котором явно можно различить сравнительно узкий восходящий поток и медленное течение окружающего воздуха, направленное к нему.

Когда источник тепла вырабатывает достаточно мощности, возбужденный конвективный поток начинает интенсивно перемешиваться с окружающей средой, т.е. становится турбулентным. Тем самым окружающая среда вовлекается в общее движение потока. Если рассмотреть поперечные сечения потока в направлении его движения, то чем дальше сечение от поверхности, тем больше воздуха протекает через него. При этом в каждом сечении формируются характерные поля скоростей и температур, наибольшие значения которых лежат на оси движения потока с постепенным их уменьшением к границам.

Распределение скорости движения и температуры воздуха в конвективном потоке определяется на основе следующих предпосылок [8]:

- приращение импульса конвективного потока между поперечными сечениями соседних уровней равно подъемной силе, которая действует на нагретый слой воздуха между этими сечениями;
- количество тепла, которое проводится нагретым воздуховодом через любое поперечное сечение конвективного потока, равно конвективной теплопроизводительности источника;

– распределение скорости движения и избыточных температур воздуха в поперечном сечении конвективного потока подчиняется нормальному закону распределения.

Для теплового источника небольших размеров распределение избыточной температуры воздуха в конвективном потоке определяется согласно уравнению [8]

$$\vartheta^3 = \frac{\sigma(1+\sigma)^2}{6\pi^2 c^4} \frac{T_\infty}{g c_p^2 \rho_\infty^2} \frac{Q_0^2}{z^5} e^{-\frac{3\sigma}{2} \left(\frac{r}{cz}\right)^2}, \quad (1)$$

где c_p – удельная теплоемкость воздуха; ρ_∞ – абсолютная плотность воздуха; Q_0 – конвективная теплопроизводительность источника; T_∞ – абсолютная температура окружающей среды; g – ускорение свободного падения; c и σ – экспериментальные константы ($c = 0,082$, $\sigma = 0,8$). Здесь используются цилиндрические координаты z и r : ось z направлена вертикально вверх от центра источника тепла; r – расстояние от произвольной точки до оси z .

Для определения конвективного потока источника тепла прямоугольной формы со сторонами $2A$ и $2B$ на его плоскости выделяется элементарный участок площадью $df = da \cdot db$. Элементарное количество тепла, теряемое в единицу времени выделенным участком, составляет

$$dQ_0 = \frac{Q_0}{4AB} da \cdot db. \quad (2)$$

Оно образует элементарный конвективный поток, для которого справедливо соотношение (1) в дифференциальной форме:

$$d\vartheta^3 = \frac{\sigma(1+\sigma)^2}{6\pi^2 c^4} \frac{T_\infty}{g c_p^2 \rho_\infty^2} \frac{dQ_0^2}{z^5} e^{-\frac{3\sigma}{2} \left(\frac{r}{cz}\right)^2}. \quad (3)$$

В прямоугольной системе координат с началом в центре источника тепла и предположением, что абсцисса и ордината выделенного элементарного участка нагретой поверхности равны a и b , соответственно, расстояние между некоторой произвольной точкой пространства и вертикальной осью z элементарного конвективного потока определится как гипотенуза треугольника:

$$r^2 = (x-b)^2 + (y-a)^2. \quad (4)$$

Тогда определим избыточную температуру в произвольной точке результирующего потока над прямоугольным источником тепла, подставив значения (2) и (4) в исходное уравнение (3). Результат интегрирования по b в пределах от $-B$ до $+B$ и вторично по a в пределах от $-A$ до $+A$ равен:

$$\vartheta^{\frac{3}{2}} = \frac{1+\sigma}{12\sqrt{6\sigma}} \sqrt{\frac{T_\infty}{g}} \frac{Q_0}{c_p \rho_\infty AB} \frac{1}{\sqrt{z}} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{3\sigma}(B+x)}{2cz}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{3\sigma}(B-x)}{2cz}\right) \right] \times \\ \times \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{3\sigma}(A+y)}{2cz}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{3\sigma}(A-y)}{2cz}\right) \right]$$

Избыточная температура в плоскости $y = 0$ определяется из выражения

$$\vartheta^{\frac{3}{2}} = \frac{1+\sigma}{6\sqrt{6\sigma}} \sqrt{\frac{T_\infty}{g}} \frac{Q_0}{c_p \rho_\infty AB} \frac{1}{\sqrt{z}} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{3\sigma}A}{2cz}\right) \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{3\sigma}(B+x)}{2cz}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{3\sigma}(B-x)}{2cz}\right) \right]. \quad (5)$$

Во многих практически важных случаях приходится иметь дело с распространением УЗ волн в пространственно неоднородных средах. Скорость и направление распространения при этом являются пространственно-зависимыми и рассматриваются как функции координат.

Если считать газообразную среду идеальной, то скорость звука можно найти, зная температуру окружающей среды [4]:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (6)$$

где γ – коэффициент адиабаты; R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса, T – абсолютная температура. На рис. 1 продемонстрировано распределение скорости звука с учетом (5) и (6) для прямоугольной плиты размера 40×20 см мощности 1 кВт. Пунктирной линией показана граница пограничного слоя, равная примерно $0,2D$ [9], где D – меньшая сторона прямоугольной плиты.

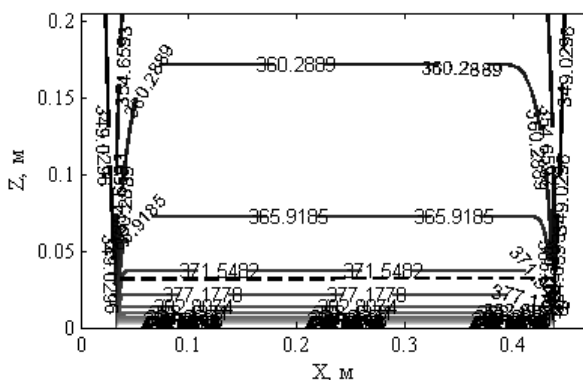


Рис. 1. Распределение скорости звука над нагретой поверхностью

Для определения фазы и траектории УЗ волны воспользуемся лучевым приближением, которое предполагает, что в каждой точке траектории распространения волны она может считаться плоской при достаточно медленной зависимости свойств среды от координат [1]. Для неоднородной среды, где волна распространяется, например, в плоскости xOz , фазу определяют по уравнению эйконала, которое выражает закон преломления Снеллиуса:

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 = n^2(x, z), \quad (7)$$

где $n(x, z)$ – показатель преломления неоднородной среды; ψ – действительная фаза волны.

Тогда уравнение траектории луча можно найти из соотношения

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta_0 \cdot n_0}{\sqrt{n^2(x, z) - \sin^2 \theta_0 \cdot n_0^2}}, \quad (8)$$

где θ – угол между касательной к лучу в данной точке и осью z .

Программа. Алгоритм программы [7], моделирующей неоднородную газовую среду над нагретой поверхностью и распространение УЗ волн в этой среде, показан на рис. 2. Он состоит из следующих основных шагов:

- расчёт температурного поля воздуха (5) вблизи прямоугольной плиты, нагретой до заданной температуры;
- расчет и построение распределения скорости звука (6) в зависимости от температуры прогрева воздуха;
- поиск начальных углов и расчёт траекторий (8) и времени распространения (7) УЗ сигналов с учетом неоднородностей среды, которые были получены в результате различной степени прогрева слоев воздуха;
- расчёт задержки распространения УЗ сигналов, дошедших до приёмника по разным траекториям.

Все расчеты графически отображаются в окне программы. Программа дает быстрый прогноз результатов экспериментальных измерений и помогает проводить их последующий анализ.

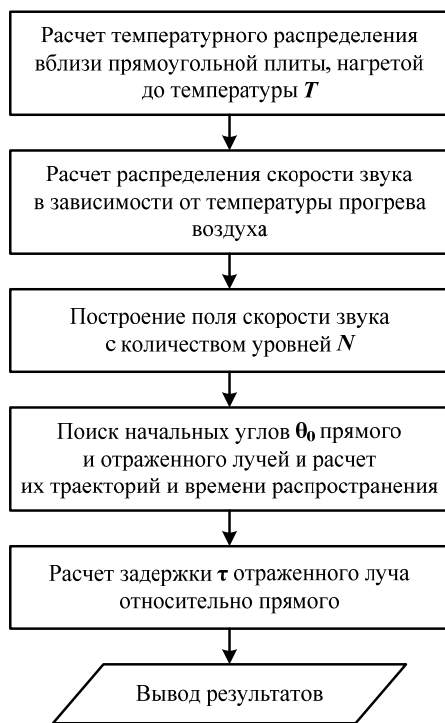


Рис. 2. Функциональная блок-схема программы

Описание эксперимента. Рассмотрим распространение УЗ волн над прямоугольной нагретой плитой размером $40 \times 20 \times 1,5$ см (рис. 3). Приемопередающее устройство (ППУ) включает в себе все функциональные блоки импульсного УЗ прибора [2]. Ультразвуковые преобразователи (УЗП) располагаются на расстоянии $L = 47$ см друг от друга и высоте $H = 20,5$ см над поверхностью. Согласно диаграммам направленности УЗП (около 60°) мощ-

ность излучения боковых лучей отлична от мощности прямого луча приблизительно на 5 дБ. Поэтому для того, чтобы увеличить чувствительность системы к отраженному сигналу, преобразователи были повернуты по вертикали примерно на 30° . Сигнал на входе приемника в общем случае представляет собой наложение двух сигналов: прямого и отраженного.

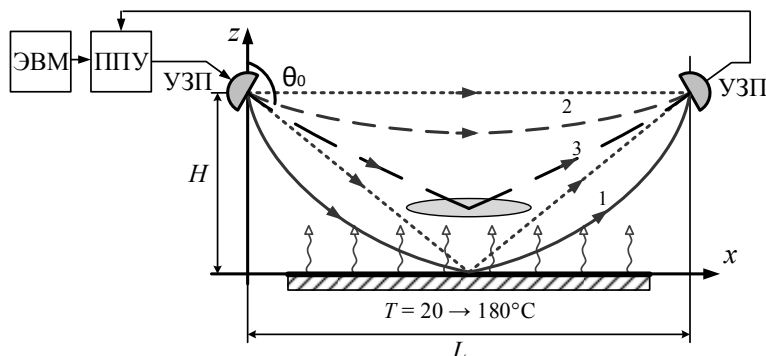


Рис. 3. Схема экспериментальных измерений и траектории распространения лучей в неоднородной среде

С увеличением температуры плиты до $T \approx 180^\circ\text{C}$ скорость звука рядом с поверхностью увеличивается с 343 м/с до примерно 440 м/с. Вследствие этого среда становится неоднородной, и, следовательно, по мере распространения в среде углы наклона прямого и отраженного лучей изменяются, т.е. траектории лучей становятся изогнутыми.

Если $\theta_0 > \pi/2$ и луч направлен к нагретой поверхности (рис. 3), то распространение ультразвука происходит в сторону уменьшающихся значений показателя преломления (увеличивающихся значений скорости звука), знаменатель в формуле (8) с уменьшением высоты над поверхностью уменьшается и луч отклоняется от вертикали (угол θ уменьшается). Здесь возможны несколько случаев. Луч достигнет до поверхности $z = 0$ и отразится, а после будет распространяться в направлении возрастающих значений n (луч 1). Луч может достичь точки поворота, когда $\theta_0 = \pi/2$, и, став параллельным нагретой поверхности, повернуть в сторону возрастающих значений $n(x, z)$ (луч 2). Еще один вариант распространения акустических волн связан с пульсациями конвективного потока: изменение направления распространения следует рассматривать не как рефракцию, а как отражение от неоднородности (луч 3). Такое рассеяние может происходить как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости и носит случайный характер [5].

Сравнение с экспериментом. На рис. 4 приведены теоретическая и экспериментальная зависимости временной задержки отраженного от нагретой металлической плиты сигнала относительно прямого сигнала от температуры плиты. Из рис. 4 видно, что поведение этих зависимостей хорошо согласуется. С ростом температуры растут и флуктуации временной задержки между УЗ сигналами, что связано со случайной пространственно-временной изменчивостью скорости звука в конвективном потоке. Случайные изменения временной задержки τ весьма значительны, флуктуации достигают более 30%.

Это может быть связано со значительным рассеянием ультразвука в турбулентном потоке [3]. Такое рассеяние может происходить, например, на вихревых ячейках в разгонном слое [6].

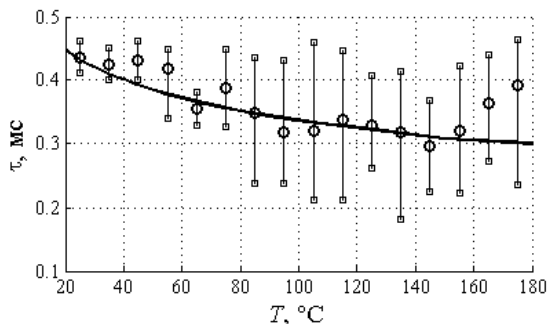


Рис. 4. Зависимость временной задержки отраженного сигнала относительно прямого от температуры металлической поверхности

Выводы. Таким образом, описанная программа позволяет получить задержку импульсных УЗ сигналов в конвективном потоке над нагретой поверхностью. Результаты работы программы качественно согласуются с результатами экспериментальных измерений. Продемонстрировано, что при распространении УЗ волн пространственная неоднородность среды приводит к их рефракции и рассеянию. Моделирование и измерение задержки между УЗ сигналами при двухлучевом распространении позволяют оценить пространственно-временную неоднородность потока.

Литература

1. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 320 с.
2. Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Славутский Л.А. Импульсный ультразвуковой контроль стратификации воздуха над нагретой поверхностью // Вестник Чувашского университета. 2016. № 1. С. 39–46.
3. Бычкова И.Ю., Ядарова О.Н., Славутский Л.А. Флуктуации ультразвука в конвективном потоке над нагретой поверхностью // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 29–34.
4. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
5. Костоков А.С., Никандров М.В., Славутский Л.А. Изменчивость случайной погрешности ультразвуковых импульсных и доплеровских измерений в неоднородной среде // Нелинейный мир. 2009. Т. 7, № 9. С. 700–705.
6. Протасов М.В., Иванов Т.Ф., Горбачев М.А. Экспериментальное исследование воздушных вихревых структур, образующихся над нагретой подстилающей металлической поверхностью // Оптические методы исследования потоков: сб. докл. XI Междунар. науч.-техн. конф. М.: Объединенный институт высоких температур РАН, 2011.
7. Свидетельство № 2017614171 РФ. Программа моделирования и корреляционной обработки сигналов при импульсном ультразвуковом контроле в неоднородной среде: свидетельство об офиц. регистрации программы для ЭВМ / И.Ю. Бычкова, А.В. Бычков, Л.А. Славутский, правообладатель Чувашский гос. ун-т. № 2017611367; заявл. 16.02.2017; зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 06.04.2017.
8. Шенелев И.А. Аэродинамика воздушных потоков в помещении. М.: Стройиздат, 1978. 144 с.
9. Эльтерман В.М. Вентиляция химических производств. М.: Химия, 1980. 288 с.

БЫЧКОВА ПРИНА ЮРЬЕВНА – аспирантка кафедры автоматике и управления в технических система, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (iboomest@gmail.com).

I. BYCHKOVA

MODELLING OF THE PULSE ULTRASONIC SIGNALS DELAY
IN A CONVECTIVE FLOW OVER THE HEATED SURFACE

Key words: modelling, ultrasound, pulse measurement, air convection, beam approximation, refraction.

The mathematical model of the air convective flow over the heated surface and the algorithm for calculating the delay of pulsed ultrasonic signals are proposed. Analytical expressions and the program that implements modelling of a temperature field over the heated surface, calculations of trajectory and time of propagation of ultrasonic beams through the medium are presented. The laboratory experimental measurements were carried out with scattering of ultrasound in the inhomogeneous air flow over the heated metallic oven. The results of the qualitative numerical calculations agree with the experimental data and allow estimating the parameters of the convective airflow.

References

1. Brekhovskikh L.M., Godin O.A. *Akustika sloistykh sred* [Acoustics of layered media]. Moscow, Nauka Publ., 1989, 320 p.
2. Bychkova I.Yu., Bychkov A.V., Slavutskii L.A. *Impul'snyj ultrazvukovoj kontrol stratifikacii vozduha nad nagretoj poverhnostyu* [Pulse ultrasonic control of the air stratification over the heated surface]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 1, pp. 39–46.
3. Bychkova I.Yu., Yadarova O.N., Slavutskii L.A. *Fluktuatsii ul'trazvuka v konvektivnom potoke nad nagretoj poverhnostyu* [Fluctuations of ultrasound in the convective flow over the heating surface]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 29–34.
4. Vinogradova M.B., Rudenko O.V., Sukhorukov A.P. *Teoriya voln* [The waves theory]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 384 p.
5. Kostyukov A.S., Nikandrov M.V., Slavutskii L.A. *Izmenchivost' sluchainoi pogreshnosti ul'trazvukovykh impul'snykh i doplerovskikh izmerenii v neodnorodnoi srede*. [The Statistical Error Variations of Pulsed and Doppler Ultrasonic Measurements in Inhomogeneous Medium]. *Nelineinyi mir* [Nonlinear world], 2009, vol. 7, no. 9, pp. 700–705.
6. Protasov M.V., Ivanov T.F., Gorbachev M.A. *Eksperimental'noe issledovanie vozdushnykh vikhrevykh struktur, obrazuyushchikhsya nad nagretoi podstilayushchei metallicheskoj poverkhnost'yu* [Experimental research of air vortex structures formed above heated underlying metal surface]. *Opticheskie metody issledovaniya potokov: sbornik dokladov XI Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheckoy konferencii* [Proc. of 11th Int. conf. «Optical methods of flow surveys»]. Moscow, 2011.
7. Bychkova I.Yu., Bychkov A.V., Slavutskii L.A. *Programma modelirovaniya i korrelyatsionnoy obrabotki signalov pri impul'snom ul'trazvukovom kontrole v neodnorodnoy srede* [Program for modelling and correlation processing of signals for pulsed ultrasonic control in an inhomogeneous medium]. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2017614171* [Certificate of state registration of the computer program №2017614171]. 2017.
8. Shepelev I.A. *Aerodinamika vozdushnykh potokov v pomeshchenii* [Aerodynamics of air flows in placement]. Moscow, Stroiizdat Publ., 1978, 144 p.
9. El'terman V.I. *Ventilyatsiya khimicheskikh proizvodstv* [Ventilation of chemical manufactures]. Moscow, Khimiya Publ., 1980, 288 p.

BYCHKOVA IRINA – Post-Graduate Student, Department of Automatics and Control in Technical System, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (iboolest@gmail.com).

Ссылка на статью: Бычкова И.Ю. Моделирование задержки импульсных ультразвуковых сигналов в конвективном потоке над нагретой поверхностью // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 173–179.

УДК 621.391.037.37:004.31

ББК 3811.3-043

Н.А. ГАЛАНИНА, Г.П. ОХОТКИН, Н.Н. ИВАНОВА, А.Г. АЛЕКСЕЕВ

СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА БАЗЕ ПЛИС И ЦИФРОВЫХ СИГНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОРОВ*

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов (ЦОС), цифровой фильтр (ЦФ), программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС), цифровые сигнальные процессоры (ЦСП), БИХ-фильтр.

Методы цифровой обработки сигналов, в частности цифровая фильтрация, находят применение во многих радиоэлектронных устройствах. В статье предложены наиболее перспективные подходы к реализации фильтров на базе ПЛИС и сигнальных процессоров, обеспечивающие разработчику возможность маневра при создании новых систем обработки. В качестве тестового примера выбран полосовой фильтр Чебышева 2-го рода. Проектирование ЦФ проводилось в программном пакете GNU Octave. Последующая реализация на ПЛИС осуществлялась с использованием программного пакета Quartus и системы моделирования цифровых схем ModelSim; в случае синтеза ЦФ на ЦСП – в среде программирования сигнальных процессоров компании Analog Devices VisualDSP++.

Оценка эффективности применения ПЛИС и ЦСП для задач ЦОС представляет интерес для разработчиков высокопроизводительных устройств вычислительной техники как в теоретическом, так и практическом аспекте.

При рассмотрении вопросов разработки систем обработки сигналов, в частности связанных с цифровой фильтрацией, следует отметить, что методы расчета ЦФ и программные инструменты в настоящее время весьма разнообразны. Поскольку существующие математические пакеты предоставляют большие возможности для моделирования и анализа систем ЦОС, естественно было произвести ориентацию на них. Примером интеграции с готовым математическим пакетом является связка GNU Octave с VisualDSP и Quartus Prime Lite. Интерес представляют реализация устройств цифровой фильтрации на базе ПЛИС и ЦСП, сравнительный анализ полученных результатов и дальнейшая выработка практических рекомендаций.

Цифровые фильтры по принципу выполнения фильтрации могут быть разделены на два класса – рекурсивные (БИХ-фильтры) и нерекурсивные (КИХ-фильтры) [4]. БИХ-фильтры являются наиболее эффективными с точки зрения реализации. Известно, что разностное уравнение БИХ-фильтра имеет вид

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i \cdot x(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i \cdot y(n-i), \quad (1)$$

где $x(n-i)$ и $y(n-i)$ – значение входного и выходного сигнала в момент времени $n-i$, соответственно; $M(N)$ – порядок фильтра.

В соответствии с уравнением (1) структурную схему БПФ можно реализовать как прямую реализацию фильтра типа I (рис. 1).

В дискретных системах соотношение между выходом и входом не зависит от порядка каскадного соединения блоков, поэтому можно вначале реали-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Кабинета министров Чувашской Республики в рамках научного проекта № 17-47-210790 p_a.

звать блоки, соответствующие правой части схемы, а затем – левой (рис. 2). Такой вариант называют прямой реализацией типа 2.

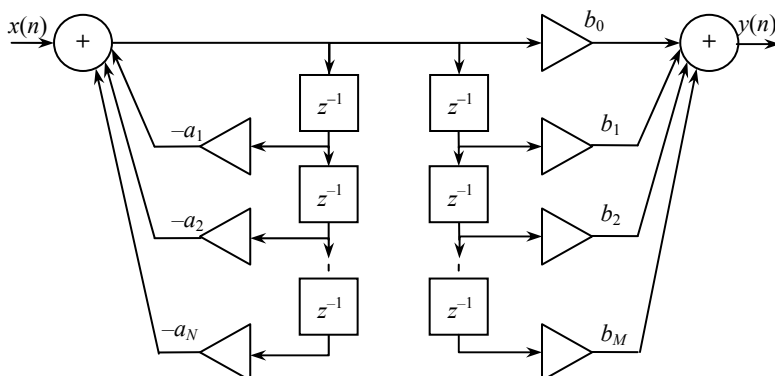


Рис. 1. Прямая реализация БИХ-фильтра типа 1

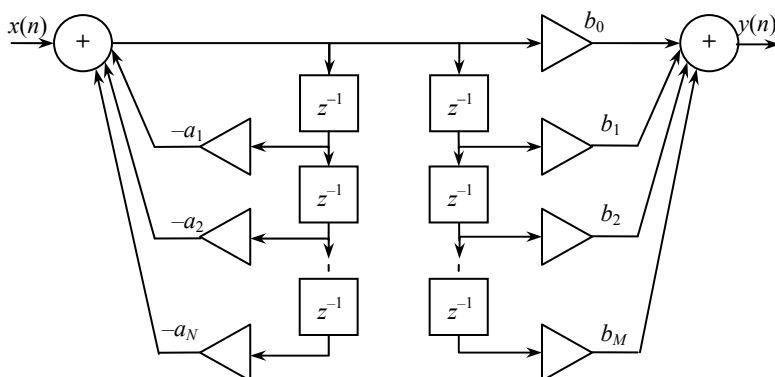


Рис. 2. Прямая реализация БИХ-фильтра типа 2

Объединив линии задержки левой и правой частей, получим каноническую форму БИХ-фильтра (рис. 3).

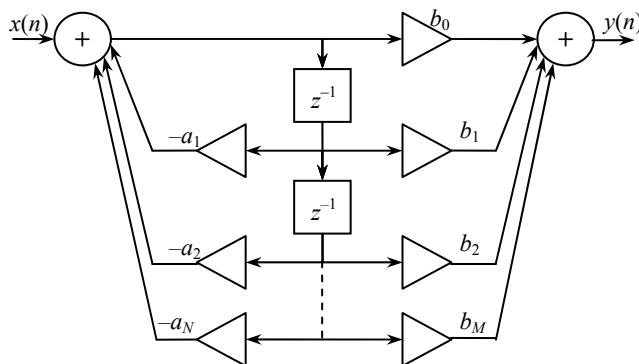


Рис. 3. Каноническая реализация БИХ-фильтра

В качестве тестового примера выбрана реализация полосового фильтра Чебышева 2-го рода. Параметры фильтра:

- частота дискретизации $F_S = 20$ КГц;
- полоса частот пропускания $F_{P1} = 7$ КГц, $F_{P2} = 7,2$ КГц;
- уровень пульсаций в полосе непропускания $R_S = 5$ дБ;
- уровень пульсаций в полосе пропускания $R_P = 0,1$ дБ.

Дополнительно при проектировании ЦФ требуется учитывать эффекты квантования, связанные с ограниченной величиной регистров ПЛИС, содержащих коэффициенты фильтра и результаты вычислений.

Проектирование фильтров в GNU Octave. GNU Octave – свободная система для математических вычислений, использующая совместимый с MATLAB язык высокого уровня. Она является альтернативой коммерческому пакету MATLAB и доступна для реализации для ОС Windows, MacOS, Linux и BSD [7].

Для проектирования фильтров дополнительно понадобятся пакеты:

- *signal* (пакет для цифровой обработки сигналов, включая фильтрацию);
- *control* (пакет для проектирования систем автоматического управления; используется пакетом *signal*).

Загруженные пакеты достаточно поместить в рабочую директорию и выполнить команды установки пакетов:

```
>> pkg install control-3.0.0.tar.gz
>> pkg install signal-1.3.2.tar.gz
```

Данную операцию достаточно выполнить один раз для каждой установленной версии. А вот загрузку пакетов перед их использованием придется делать в каждом сеансе работы. Для этого необходимо выполнить команду:

```
>> pkg load signal
```

Также необходимо добавить рабочую директорию в список путей, чтобы иметь возможность запускать программу. Для этого вначале необходимо выбрать рабочую директорию и затем выполнить команду:

```
>> addpath(pwd)
```

Сначала вводятся исходные данные для проектирования. Частоты полосы пропускания и непропускания необходимо нормализовать линейным преобразованием к диапазону $[0, 1]$, где 1 эквивалентна половине частоты дискретизации (максимальная частота в спектре входного сигнала):

```
SR=20000; # Частота дискретизации
Rp=0.1; # Коэффициент затухания в полосе пропускания
Rs=5; # Коэффициент затухания в полосе непропускания
# Нормализованные частоты пропускания
Wp=[7000/(SR/2) 7200/(SR/2)];
# Нормализованные частоты непропускания
Ws=[6900/(SR/2) 7300/(SR/2)];
```

После этого определяется порядок фильтра и вычисляются коэффициенты передаточной функции (разностного уравнения):

```
[n,Ws]=cheb2ord(Wp, Ws, Rp, Rs);
[b,a]=cheby2(n, Rs, Ws);
```

Для проектирования фильтра Чебышева 2-го рода необходимо воспользоваться функциями `cheb2ord` и `cheby2`. Полученные коэффициенты в дальнейшем будут использованы при реализации фильтра на DSP и ПЛИС.

```
>> a
a =
1.00000 3.47544 6.68441 7.71066 5.91450 2.71818 0.69059
>> b
b =
1.0813e-001 2.6423e-001 2.6813e-001 4.8021e-017 -2.6813e-001 -
2.6423e-001 -1.0813e-001
```

Построим АЧХ и ФЧХ полученного фильтра:

```
[H,w]=freqz(b,a); # Получение частотных характеристик
w1=w/pi*SR/2; # Перевод частоты в Гц
subplot(2,1,1);
plot(w1,abs(H)); # Построение АЧХ
title('Magnitude response'); # Заголовок подграфика
xlabel('Frequency (Hz)'); # Метка по оси X
ylabel('Amplitude'); # Метка по оси Y
subplot(2,1,2)
plot(w1,unwrap(angle(H))); # Построение ФЧХ
title('Phase response'); # Заголовок подграфика
xlabel('Frequency (Hz)'); # Метка по оси X
ylabel('Phase'); # Метка по оси X
```

Для получения частотных характеристик ЦФ достаточно воспользоваться функцией `freqz`. Для построения АЧХ используются модули комплексных чисел, а для ФЧХ – угол. Функция `unwrap` используется для приведения угла в диапазон от $[-\pi, \pi]$. Для большей наглядности приведем частоту в Гц. Полученный результат представлен на рис. 4. Можно отметить, что в полосе пропускания АЧХ имеет довольно «гладкий» вид, чего нельзя сказать о ФЧХ. Эта черта – одна из особенностей БИХ-фильтров.

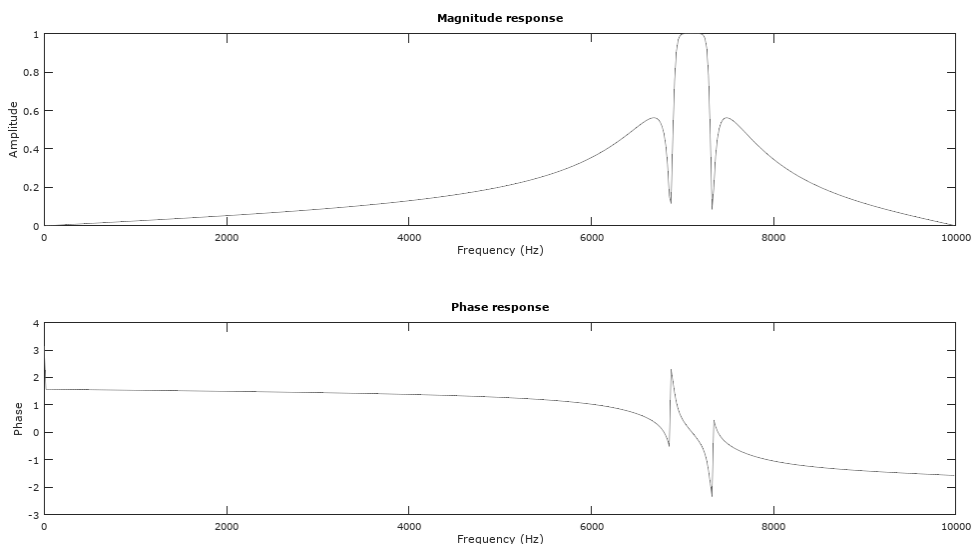


Рис. 4. Частотные характеристики фильтра

Чтобы убедиться, что полученный фильтр удовлетворяет заданным характеристикам, построим ЛАЧХ (рис. 5):

```
plot(w1, mag2db(abs(H))); # Построение ЛАЧХ
xlabel('Frequency (Hz)'); # Метка по оси X
ylabel('Attenuation (dB)'); # Метка по оси Y
grid; # Вывод сетки
title('Magnitude Response'); # Вывод заголовка графика
```

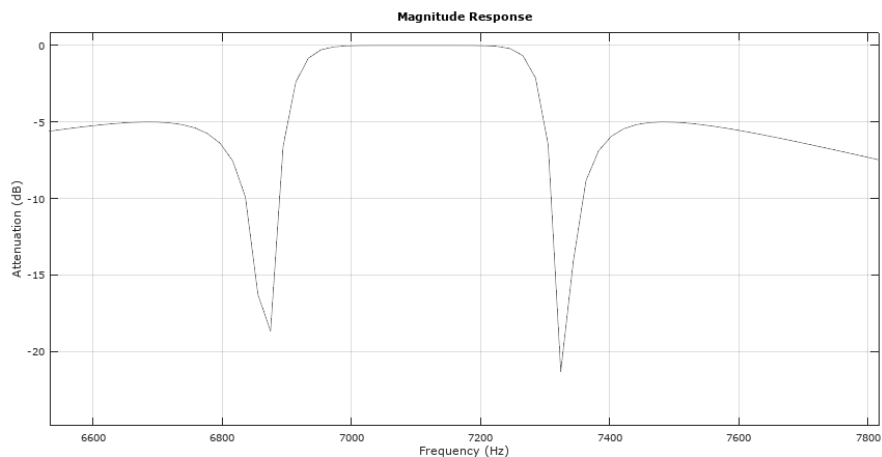


Рис. 5. ЛАЧХ

На графике ЛАЧХ (рис. 5) видно, что уровни пульсаций в полосе пропускания и непропускания соответствуют заданным.

Проведем проверку ЦФ на стабильность, для чего отобразим на графике нули и полюсы передаточной функции на комплексной плоскости с помощью функции `zplane` (рис. 6):

```
zplane(b, a);
title('Zeroes & Poles'); # Вывод заголовка графика
```

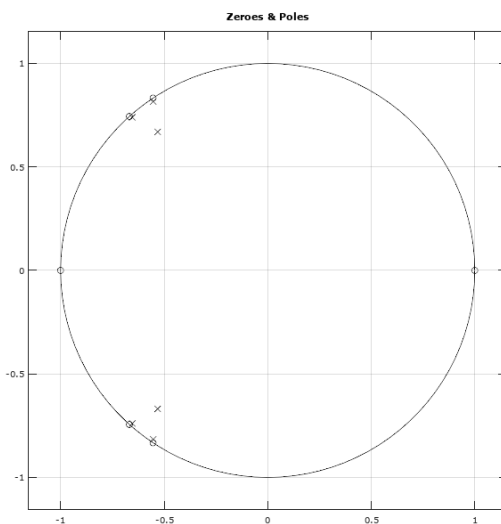


Рис. 6. Нули и полюсы передаточной функции

На рис. 6 видно, что все нули и полюсы находятся внутри единичной окружности: это означает, что полученный фильтр стабилен.

Далее построим импульсную и переходную характеристики системы. Для этого надо сформировать входные сигналы, представляющие собой единичный импульс и ступенчатую функцию. Для этих целей можно воспользоваться функциями `eye` и `ones`. Реакцию системы на входной сигнал получим при помощи функции `filter`:

```
# Формируем вектор, у которого первый отсчет - единица,  
# а остальные 199 отсчетов - нули.  
# Определяем реакцию системы на этот сигнал  
x=eye(1, 200);  
y1=filter(b,a,x);  
  
# Формируем вектор, у которого 200 единичных отсчетов.  
# И определяем реакцию системы на этот сигнал  
x=ones(1, 200);  
y2=filter(b,a,x);  
  
# График 4 - Импульсная и передаточная характеристика  
figure(4);  
subplot(2, 1, 1);  
stairs(y1); # Построение импульсной характеристики  
title('Impulse Response'); # Заголовок подграфика  
xlabel('Sample index'); # Метка по оси X  
subplot(2, 1, 2);  
stairs(y2); # Построение передаточной характеристики  
title('Step Response'); # Заголовок подграфика  
xlabel('Sample index'); # Метка по оси X
```

На графике (рис. 7) видно, что импульсная характеристика фильтра носит бесконечный характер.

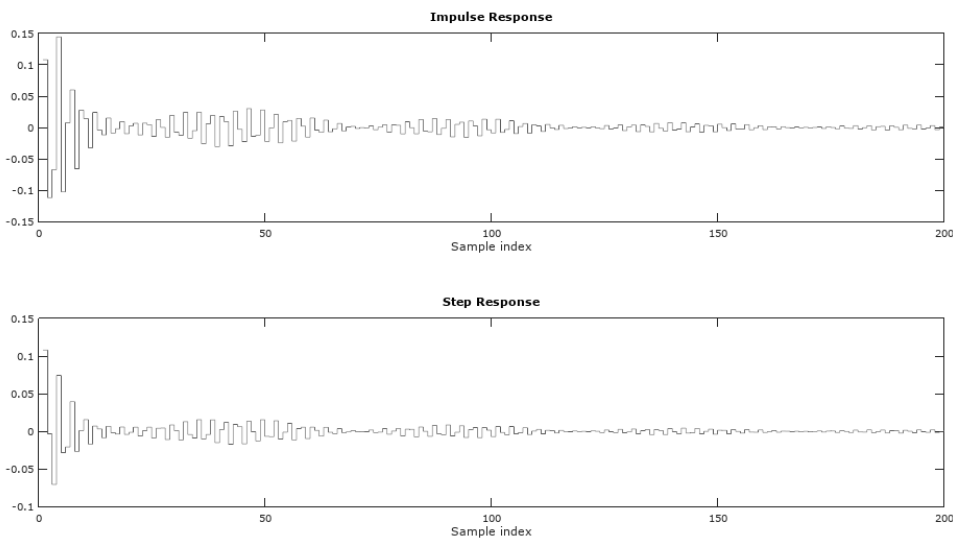


Рис. 7. Импульсная и передаточная характеристики фильтра

В завершение сформируем входной сигнал с частотами ниже полосы пропускания (5 КГц) из полосы пропускания (7,1 КГц) и выше полосы пропускания (8 КГц):

```
# формируем входной сигнал
for i=1:200, x(i)=i; end
f1=5000; # частота 5000 Гц
s1 = 0.5*sin(2*pi*f1/SR*x);
f2=7100; # частота 7100 Гц
s2 = 0.5*sin(2*pi*f2/SR*x);
f3=8000; # частота 8000 Гц
s3 = 0.5*sin(2*pi*f3/SR*x);
source = cat(2, s1, s2, s3);
result = filter(b,a,source);
# получаем реакцию системы на входной сигнал

figure(5);
subplot(2, 1, 1);
stairs(source); # построение входного сигнала
title('Source (Filter input)'); # Заголовок подграфика
xlabel('Sample index'); # Метка по оси X
subplot(2, 1, 2)
# построение реакции системы на входной сигнал
stairs(result);
title('Result (Filter output)'); # Заголовок подграфика
xlabel('Sample index'); # Метка по оси X
```

На рис. 8 представлен сигнал на входе и выходе фильтра. На графике отчетливо видно, что частоты из полосы непропускания подавляются.

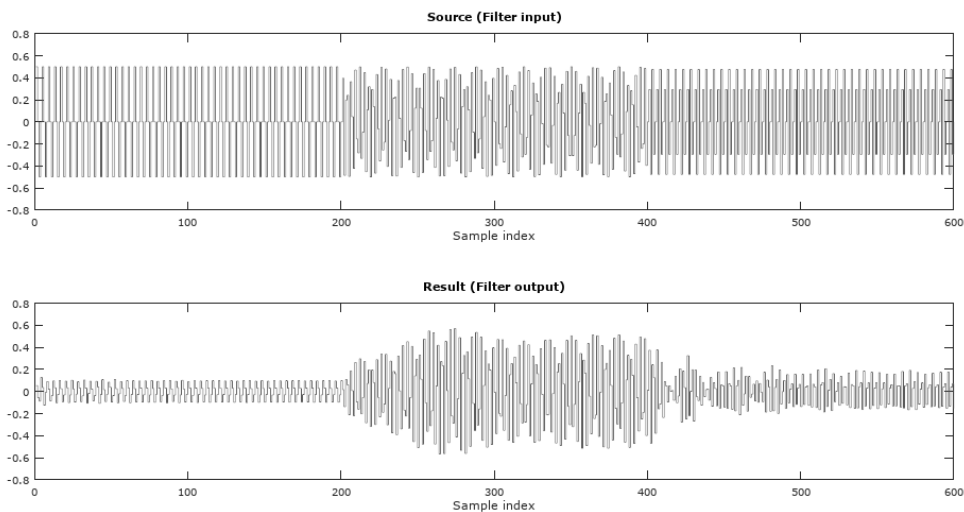


Рис. 8. Сигнал на входе и выходе фильтра

Проектирование фильтров на базе ПЛИС с использованием системы моделирования цифровых схем MODELSIM. Одной из характерных черт современного этапа развития технологий проектирования цифровых систем является применение языков описания аппаратуры HDL (Hardware Description Language) высокого уровня, среди которых наибольшее распространение получили VHDL и Verilog [5, 8].

В настоящее время одной из наиболее распространенных систем HDL-моделирования является пакет программных средств ModelSim корпорации Model Technology [1–3].

Для реализации фильтра на ПЛИС можно воспользоваться прямой (рис. 1, 2) или канонической формой (рис. 3). Второй вариант предпочтительнее, так как в этом случае требуется меньше элементов задержки. Очень часто для реализации выбирают так называемую транспонированную каноническую форму (рис. 9).

Блоки D (см. рис. 9) представляют собой задержку в один период и реализуются при помощи синхронных операций. Остальные операции являются асинхронными. Также часто передаточную функцию фильтра преобразовывают, чтобы представить в виде последовательно соединенных звеньев второго порядка. Эту операцию можно проделать в GNU Octave при помощи функции `tf2sos`:

```
>> sos = tf2sos(b,a)
sos =
 1.0813e-001 1.4450e-001 1.0813e-001 1.0000e+000 1.3075e+000
 9.7405e-001
 1.0000e+000 1.1072e+000 1.0000e+000 1.0000e+000 1.1055e+000
 9.7136e-001
 1.0000e+000 -1.3323e-015 -1.0000e+000 1.0000e+000 1.0624e+000
 7.2989e-001
```

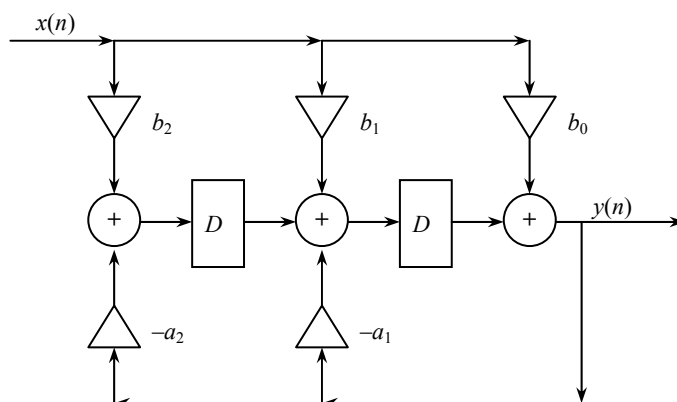


Рис. 9. Транспонированная каноническая форма звена второго порядка

Каждый ряд результирующей матрицы представляет собой коэффициенты передаточной функции звена второго порядка $[b_0, b_1, b_2, a_0, a_1, a_2]$, причем $a_0 = 1$.

Приведем код программы на языке описания аппаратуры Verilog, реализующей звено второго порядка. Вход, выход и коэффициенты определим как 16-битное знаковое целое число. Для произведений будем использовать 32-битные знаковые целые, а для накопленных сумм – 40-битные знаковые числа. Это позволит избежать потери точности при вычислениях. На вход модуля подается тактовый сигнал `clk` и сигнал сброса `reset`:

```

module SOS(clk, reset, x, y, b0, b1, b2, a1, a2);
    output signed [15:0] y;
    input clk, reset;
    input signed [15:0] x;
    input signed [15:0] b0;
    input signed [15:0] b1;
    input signed [15:0] b2;
    input signed [15:0] a1;
    input signed [15:0] a2;

    reg signed [39:0] delay [1:0];
    wire signed [31:0] b0_mul;
    wire signed [31:0] b1_mul;
    wire signed [31:0] b2_mul;
    wire signed [31:0] a1_mul;
    wire signed [31:0] a2_mul;
    wire signed [39:0] sum0;
    wire signed [39:0] sum1;
    wire signed [39:0] sum1_temp;
    wire signed [39:0] sum2;

    always@(posedge clk or posedge reset) begin
        if (reset) begin
            delay[1] <= 40'b0;
            delay[0] <= 40'b0;
        end else begin
            delay[0] <= sum2;
            delay[1] <= sum1;
        end

        end

    assign b0_mul = x * b0;
    assign sum0 = delay[1] + b0_mul;
    assign y = {sum0[39], sum0[28:14]};

    assign b1_mul = x * b1;
    assign a1_mul = y * a1;
    assign sum1_temp = b1_mul - a1_mul;
    assign sum1 = sum1_temp + delay[0];

    assign b2_mul = x * b2;
    assign a2_mul = y * a2;
    assign sum2 = b2_mul - a2_mul;

endmodule

```

Тогда реализация всего фильтра сводится к последовательному соединению трех таких модулей:

```

module FIR(clk, reset, filter_in, filter_out);
    output signed [15:0] filter_out;
    input clk, reset;
    input signed [15:0] filter_in;

    wire signed [15:0] y0;
    wire signed [15:0] y1;

    SOS sos0(clk, reset, filter_in, y0,
16'd1771, 16'd2367, 16'd1771, 16'd21423, 16'd15959);
    SOS sos1(clk, reset, y0, y1,

```

```

16'd16384, 16'd18141, 16'd16384, 16'd18113, 16'd15915);
    SOS sos2(clk, reset, y1, filter_out,
16'd16384, 16'd0, -16'd16384, 16'd17406, 16'd11959);
endmodule

```

Коэффициенты a и b необходимо перевести в формат целых чисел, умножив на степень двойки ($2^{14} = 16\,384$).

Тестовая программа для испытания разрабатываемого модуля выглядит следующим образом. Для начала необходимо сформировать входной сигнал в формате 16-битных целых чисел со знаком. Для этого можно взять сигнал из GNU Octave (рис. 8) и умножить его на $2^{15} = 32\,768$. Далее отформатируем его для удобства импорта в ModelSim:

```

fid = fopen('source.v', 'w');
for i=1:length(source)
s = '';
if (source(i) < 0) s = '-'; endif
fprintf(fid, "source[%3d] <= %s16'd%d;\n", i-1, s,
round(abs(source(i))*32768));
endfor
fclose (fid);

```

В каждом новом периоде будем подавать на вход фильтра новое значение входного сигнала. По окончании отсчетов во входном сигнале (всего их 600) остановим симуляцию:

```

`timescale 1us/ 1us
module FIR_testbench();
reg clk;
reg reset;
reg signed [15:0] filter_in;
reg [10:0] sample_index;
reg signed [15:0] source [0:599];
wire [15:0] filter_out;
// тестируемый модуль (Device Under Test)
FIR DUT (
    .clk(clk),
    .reset(reset),
    .filter_in(filter_in),
    .filter_out(filter_out)
);
initial
begin
// инициализация входного сигнала
source[ 0] <= 16'd16384;
    source[ 1] <= 16'd0;
...
// Reset the device
#200;
reset = 1'b1;
#400;
    reset = 1'b0;
end
always #25 clk = ~clk;

```

```

always @(posedge clk) begin
  if (reset) begin
    filter_in <= 1'h0;
    sample_index <= 1'h0;
  end else begin
    sample_index <= sample_index + 1'b1;
    filter_in <= source[sample_index];
    if (sample_index == 600) begin
      $stop;
    end
  end
end
end
endmodule

```

Результаты симуляции в ModelSim представлены на рис. 10. Как видно, они аналогичны результатам симуляции в GNU Octave (рис. 8).

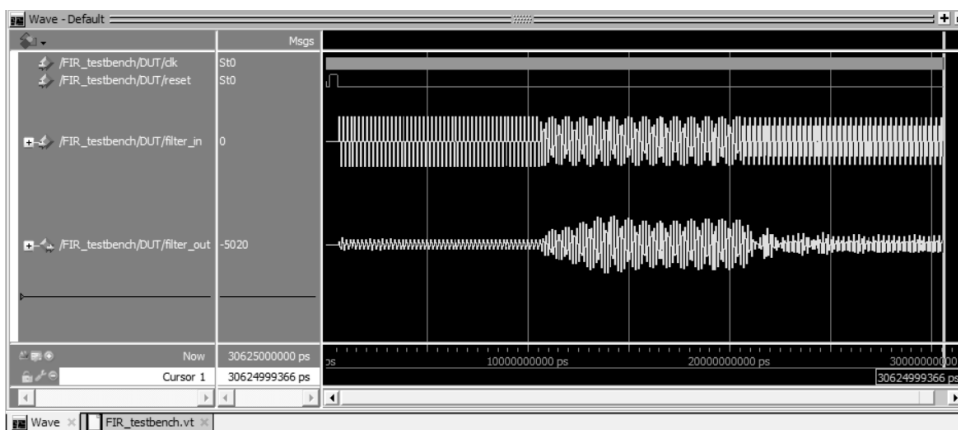


Рис. 10. Результаты симуляции в ModelSim

Проектирование фильтров на ЦСП в среде VisualDSP++. Процессоры цифровой обработки сигналов специально предназначены для реализации фильтрации и других задач из области цифровой обработки сигналов. В процессорах серии ADSP-21xx имеется специальный блок MAC [6]. Он имеет входные регистры, разрядность которых 16 бит. В результате перемножения содержимого этих регистров получается 32-битный результат, который прибавляется или вычитается из накопленной суммы разрядностью 40 бит. Эти операции оптимизированы таким образом, чтобы была возможность выполнения их за один такт вместе с чтением последующих операндов из памяти. Таким образом, ПЦОС идеально подходит для реализации фильтра в прямой форме (рис. 1, 2).

Предварительно необходимо произвести масштабирование коэффициентов a и b , а также сгенерировать входной сигнал для тестирования правильности функционирования:

```

fid = fopen('x.dat', 'w');
for i=1:length(source)
  fprintf(fid, "%d\n", round(source(i)*32768));
endfor
fclose (fid);

```

В среде программирования сигнальных процессоров компании Analog Devices VisualDSP++ существует возможность проинициализировать память из текстовых файлов, поэтому используем ее для загрузки коэффициентов a и b . Полный текст программы приведен ниже:

```

#define n      7
#define z_in   0x101
#define z_out  0x100
.section/pm    pm_da;
.section/data  data1;
.VAR a_coeff[n-1] = "a.dat";
.VAR b_coeff[n] = "b.dat";
.VAR x[n];
.VAR y[n-1];
.section/pm interrupts;      /*---Interrupt vector table-----*/
__reset: JUMP start; nop; nop; nop; nop; /* 0x0000: Reset vector*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x0004: IRQ2*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x0008: IRQL1*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x000C: IRQL0*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x0010: SPORT0 transmit*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x0014: SPORT0 receive*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x0018: IRQE*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x001C: BDMA*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x0020: SPORT1 transmit*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x0024: SPORT1 receive*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x0028: Timer*/
        RTI; nop; nop; nop;          /* 0x002C: Power down*/
.section/pm program;
start:   I1 = x; L1 = n; M0 = 1;
        I2 = y; L2 = n-1;
        I3 = b_coeff; L3 = n;
        I4 = a_coeff; L4 = n-1;
        CNTR = n;
        DO zerox until CE;
zerox:  DM(I1, M0) = 0;
        CNTR = n-1;
        DO zeroy until CE;
zeroy:  DM(I2, M0) = 0;
        CNTR = 600;
        DO filter UNTIL CE;
        AX0 = io(z_in);
        DM(I1, M0) = AX0;
        CNTR=n;
        MR = 0; MX0 = DM(I1, M0); MY0 = DM(I3, M0);
        DO sumx UNTIL CE;
sumx:   MR = MR + MX0 * MY0(SS); MX0 = DM(I1, M0); MY0 = DM(I3, M0);
        MR = MR + MX0 * MY0(SS);
        CNTR=n-1;
        MX0 = DM(I2, M0); MY0 = DM(I4, M0);
        DO sumy UNTIL CE;
sumy:   MR = MR + MX0 * MY0(SS); MX0 = DM(I2, M0); MY0 = DM(I4, M0);

```

```

MR = MR + MX0 * MY0(SS);
DM(I2, M0) = MR1;
filter: io(z_out)=MR1;
        io(z_out)=MR1;
        IDLE;

```

Для подачи входного сигнала и получения выходного сигнала воспользуемся потоками: они позволяют настроить связь между файлом и периферийным устройством. В рамках тестирования были использованы порты ввода-вывода с адресом 0x101 (z_in) и 0x100 (z_out) для входного и выходного сигналов, соответственно, в формате “Signed Integer”.

Результатом работы программы будет файл y.dat. Его можно импортировать обратно в GNU Octave и построить график:

```

>> y = load("y.dat");
>> stairs(y);
>> title('Result (Filter output)');
>> xlabel('Sample index');

```

В результате получается график сигнала на выходе фильтра (рис. 11).

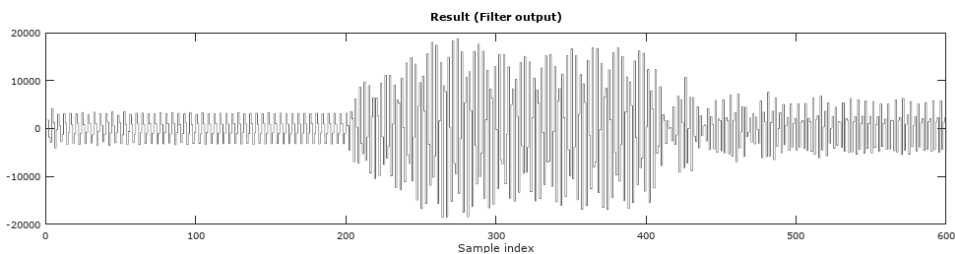


Рис. 11. Выходной сигнал фильтра

Сравнительный анализ полученных реализаций цифрового фильтра.

В данной работе описан процесс проектирования цифрового БИХ-фильтра с реализацией на ПЛИС (Cyclone V) и ПЦОС (ADSP-2181). Первый этап проектирования выполнялся в программе GNU Octave v. 4.2.1, которая имеет весь необходимый для этого инструментарий.

При проектировании на ПЛИС использовались пакеты программ Quartus Prime Lite Edition v. 16.1.0 и ModelSim Intel FPGA Starter Edition v. 10.5b. Данные программные продукты также имеют весь необходимый набор инструментов для проектирования и симуляции. Для проектирования на ПЦОС использовался программный продукт Visual DSP v. 3.5.

Цифровой фильтр является типовой задачей и хорошо подходит для реализации как на ПЦОС, так и на ПЛИС.

Реализации на ПЛИС и ПЦОС используют 16-битные числа со знаком для представления входного и выходного сигналов, а также коэффициентов передаточной функции, поэтому обе реализации не отличаются по точности обработки данных. Дополнительно ПЦОС имеет специальную архитектуру, позволяющую избежать потери точности при внутренних расчетах.

Существенным отличием является частота тактового сигнала этих двух реализаций: на ПЛИС она равна частоте дискретизации, в то время как для

ПЦОС необходима тактовая частота, значение которой выше частоты дискретизации в несколько раз (зависит от порядка фильтра, обычно в 10-100 раз выше). Однако за снижение частоты тактового сигнала приходится расплачиваться задержкой сигнала на выходе фильтра, зависящей от количества элементов задержки в секциях второго порядка, умноженной на количество таких секций. Другими словами, задержка равна периоду частоты дискретизации, умноженной на порядок фильтра.

Таким образом, для низких частот можно выбирать исполнение фильтра на ПЦОС, как более простое в реализации, а при работе с частотами от нескольких десятков МГц и выше предпочтительней использование для этих целей ПЛИС, отличительной чертой которых является возможность аппаратного ускорения вычислений в алгоритмах высокопроизводительной обработки данных.

Литература

1. Галанина Н.А. Анализ непозиционных цифровых фильтров по квазипозиционной модели // Вестник Чувашского университета. 2000. № 3-4. С. 116–121.
2. Галанина Н.А., Дмитриев Д.Д. Разработка конфигурационного файла для реализации дискретного преобразования Фурье в системе остаточных классов на ПЛИС // Вестник Чувашского университета. 2011. № 3. С. 119–125.
3. Галанина Н.А., Песошин В.А., Иванова Н.Н. Разработка устройств цифровой фильтрации и спектрального анализа с индексированием данных в системе остаточных классов // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 93–97.
4. Фильтр с бесконечной импульсной характеристикой [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Фильтр_с_бесконечной_импульсной_характеристикой (дата обращения: 01.06.2017).
5. #8 -- Digital filtering on FPGA [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=YqcV9SdmVOU> (дата обращения: 01.06.2017).
6. ADSP-2100 Family Users' Manual. [Электронный ресурс]. URL: <ftp://ftp.emt.jku.at/PR%20Rechnergesteuerte%20Messdatenerfassung/ADSP-2181/ADSP-2100%20Family%20User%27s%20Manual/ADSP-2100%20Family%20User%27s%20Manual.pdf> (дата обращения: 01.06.2017).
7. GNU Octave Manual [Электронный ресурс]. URL: <https://www.gnu.org/software/octave/doc/v4.0.3/index.html#Top> (дата обращения: 01.06.2017).
8. Transposed Direct-Forms [Электронный ресурс]. URL: https://ccrma.stanford.edu/~jos/fp/Transposed_Direct_Forms.html (дата обращения: 01.06.2017).

ГАЛАНИНА НАТАЛИЯ АНДРЕЕВНА – доктор технических наук, профессор кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (galaninacheb@mail.ru).

ОХОТКИН ГРИГОРИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор, декан факультета радиоэлектроники и автоматики, заведующий кафедрой автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elius@list.ru).

ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (naadeezdaa@rambler.ru).

АЛЕКСЕЕВ АЛЕКСАНДР ГЕОРГИЕВИЧ – старший преподаватель кафедры вычислительной техники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (alexander_alexeyev@hotmail.com).

N. GALANINA, G. OKHOTKIN, N. IVANOVA, A. ALEKSEEV
THE SIGNAL PROCESSING SYSTEMS BASED ON FPGA
AND DIGITAL SIGNAL PROCESSORS

Key words: digital signal processing (DSP), field-programmable gate array (FPGA), digital signal processors (DSP), IIR filter.

Methods of digital signal processing, in particular digital filtering are used in many electronic devices. The article offers the most promising approaches to the implementation of FPGA-based and DSP-based filters, providing the developer with an opportunity to maneuver when creating new signal processing systems. The Chebyshev bandpass filter, type 2 is selected as a test example. Filter design was carried out in software package GNU Octave. Subsequent implementation on FPGA was conducted using Quartus software package and digital circuits modelling system ModelSim; in the case of synthesis of the filter on the DSP – in VisualDSP++ IDE from Analog Devices.

References

1. Galanina N.A. *Analiz nepozitsionnykh tsifrovyykh fil'trov po kvazipozitsionnoi modeli* [Non-positional digital filters analysis on quasipositive model]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2000, no. 3-4, pp. 116–121.
2. Galanina N.A., Dmitriev D.D. *Razrabotka konfiguratsionnogo faila dlya realizatsii diskretnogo preobrazovaniya Fur'е v sisteme ostatochnyykh klassov na PLIS* [Development of a configuration file for the Implementation Discrete Fourier Transform in Residue Number System on FPGA]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2011, no. 3, pp. 119–125.
3. Galanina N.A., Pesoshin V.A., Ivanova N.N. *Razrabotka ustroystv tsifrovoi fil'tratsii i spektral'nogo analiza s indeksirovaniem dannykh v sisteme ostatochnyykh klassov* [Development of devices of Digital Filtration and Spectral Analysis with the index of the data in Residue Number System]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 93–97.
4. *Fil'tr s beskonechnoi impul'snoi kharakteristikoi* [Infinite Impulse Response Filter]. Available at: https://ru.wikipedia.org/wiki/Фильтр_с_бесконечной_импульсной_характеристикой (дата обращения: 01.06.2017).
5. #8 -- Digital filtering on FPGA. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=Yqc-V9SdmVOU> (Accessed 1 June 2017).
6. ADSP-2100 Family Users' Manual. Available at: <ftp://ftp.emt.jku.at/PR%20Rechnergesteuerte%20Messdatenerfassung/ADSP-2181/ADSP-2100%20Family%20User%20Manual/ADSP-2100%20Family%20User%20Manual.pdf> (Accessed 1 June 2017).
7. GNU Octave Manual Available at: <https://www.gnu.org/software/octave/doc/v4.0.3/index.html#Top> (Accessed 1 June 2017).
8. Transposed Direct-Forms Available at: https://cirma.stanford.edu/~jos/ fp/Transposed_Direct_Forms.html (Accessed 1 June 2017).

GALANINA NATALIA – Doctor of Technical Sciences, Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

OKHOTKIN GRIGORY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of Radio-electronics and Automatics Faculty, Head of Department of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (elius@list.ru).

IVANOVA NADEZHDA – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (naadeezdaa@rambler.ru).

ALEKSEEV ALEKSANDER – Senior Lecturer, Department of Computer Science, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (alexander_alexeyev@hotmail.com).

Ссылка на статью: Галанина Н.А., Охоткин Г.П., Иванова Н.Н., Алексеев А.Г. Системы обработки сигналов на базе ПЛИС и цифровых сигнальных процессоров // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 180–194.

УДК 621.39.001.63:621.391.1.037.37
ББК 32.988-5

А.Ю. ГРИШЕНЦЕВ, А.И. ЕЛСУКОВ,
А.Г. КОРОБЕЙНИКОВ, И.Г. СИДОРКИНА

РАЗРАБОТКА И МОДЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИЁМОПЕРЕДАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА СКРЫТОГО ПОДШУМОВОГО ОБМЕНА ШИРОКОПОЛОСНЫМИ РАДИОСООБЩЕНИЯМИ

Ключевые слова: широкополосная радиосвязь, подшумовая радиопередача, цифровая обработка сигналов, стеганография.

Исследование посвящено разработке и реализации в качестве модели приемопередающей системы широкополосной связи скрытой подшумовой передачи сообщений. Необходимым условием при построении системы является небольшая вычислительная мощность приемного устройства, что достигается применением комплексных матриц с особой формой автокорреляционной функции для формирования сигнальных сообщений и применением адаптивной синхронизации методом скользящего окна приемника и передатчика. Модельная реализация была выполнена для передающего устройства, канала связи и приемного устройства. В работе проведены модельные исследования качества передачи сообщений в полученной реализации при искажении сигнала в канале связи аддитивным белым гауссовым шумом. Результаты представлены в виде вероятностной характеристики и сигнальной диаграммы. В работе показано и обосновано, что приемно-передающая система способна успешно осуществлять обмен сообщениями в подшумовом режиме при искажении передаваемого сигнала в канале связи аддитивным белым гауссовым шумом, мультипликативной помехой и помехой, связанной с многолучевым распространением сигнала. Результаты исследования могут быть использованы для построения систем связи, в которых необходимо скрыть сам факт передачи сообщений, или для систем связи с маломощным или сильно удаленным передающим устройством.

В современных методах информационного обмена активно используется радиосвязь. Существенное переополнение радиоэфира, с одной стороны, и необходимость формирования защищенных каналов связи – с другой, стимулируют развитие передовых методов и средств широкополосной радиосвязи. Данные методы и средства широко применяются в различных областях человеческой деятельности: гражданских и научных направлениях, военном деле, системах навигации, спутниковой радиосвязи и т.д. Развитие широкополосной радиосвязи во многом обязано доступностью высокопроизводительных вычислительных средств, позволяющих реализовывать приемопередающие устройства с использованием новейших технологий цифровой обработки сигналов. Причем все это возможно делать в достаточно компактном исполнении. В данной работе решается частный вопрос разработки и моделирования широкополосных систем радиосвязи с применением систем автоматизированного проектирования (САПР).

Целью данных исследований является разработка приемопередающей системы широкополосной радиосвязи скрытой передачи радиосообщений. Для модуляции сигналов используются комплексные матрицы с особой формой автокорреляционной функции (АКФ).

В работах [2, 4–6] была показана перспективность использования матриц с особой формой АКФ для организации канала скрытой подшумовой переда-

чи сообщений. Синхронизация приемопередающей системы осуществляется с помощью аддитивного метода синхронизации на основе скользящего окна (АСМСО) [3, 8].

Приемопередающая система. На вход приемопередающей системы (рис. 1) со стороны приемника передаются *коддовые символы*, являющиеся неделимыми единицами некоторой последовательности (*коддового сообщения*). На выходе приемопередающей системы со стороны выхода также формируются коддовые символы.

Каждому коддовому символу ставится в соответствие *сигнальный символ*. Сигнальным символом будем называть единицу, в общем случае делимую, так как она представляет собой некоторую непрерывную или дискретную функцию от времени. Последовательность сигнальных символов будем называть *сигнальным сообщением*.

Общая блок схема приемопередающей системы представлена на рис. 1.

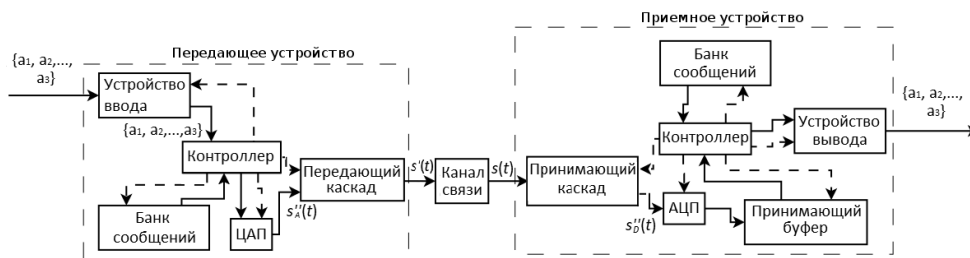


Рис 1. Блок схема приемопередающей системы: сплошными линиями со стрелой на конце показано направление движения данных; пунктирными – управляющие воздействия

Управление передающим устройством осуществляется контроллером, который считывает текущий коддовый символ с устройства ввода, принадлежащий множеству алфавита коддовых символов $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Получая коддовый символ, контроллер производит выборку эквивалентного сигнального символа из банка сигнальных сообщений, содержащего алфавит сигнальных символов $M = \{m_1[i], m_2[i], \dots, m_n[i]\}$. Таким образом, последовательность коддовых символов преобразуется в последовательность сигнальных символов. Контроллер формирует непрерывный поток дискретного сигнального сообщения и направляет этот поток в цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП). На выходе ЦАП формируется непрерывный аналоговый сигнал $s''_A(t)$. Далее сигнал $s''_A(t)$ поступает в передающий каскад, где подвергается преобразованиям (фильтрации, усилению). На выходе передающего каскада формируется результирующий сигнал $s'(t)$, передающийся в канал связи.

На выходе канала связи формируется сигнал $s(t)$, отличающийся от сигнала $s'(t)$ искажениями, вносимыми специфическими для канала помехами.

Приемное устройство осуществляет приём и распознавание. Все узлы приемного устройства управляются контроллером. Сигнал $s(t)$ из канала связи поступает в принимающий каскад, который осуществляет преобразование

входного сигнала (фильтрация, усиление). Сигнал $s''_D(t)$, сформированный на выходе принимающего каскада, оцифровывается с помощью аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Оцифрованный дискретный сигнал сохраняется в принимающем буфере. Контроллер реализует управление процессом синхронизации приёмного устройства с передающим устройством и распознавание принятых сигнальных сообщений. Контроллер осуществляет выборку сигнальных символов из банка сообщений и на основе расчёта метрик сходства с элементами принятого сигнала производит распознавание принятого сигнального сообщения. Банк сообщений содержит все сигнальные символы алфавита сигнальных символов M . В результате распознавания контроллер ставит в соответствие принятому сигналу эквивалентную последовательность кодовых символов из множества алфавита кодовых символов A . Если сеанс связи безошибочен, то последовательность кодовых символов, поданная на вход передающего устройства, должна совпадать с последовательностью кодовых символов, сформированной на выходе приемного устройства.

Канал связи. При передаче сигнала $s'(t)$ через канал связи он искажается под воздействием различного вида помех: аддитивного белого гауссового шума (АБГШ), мультипликативной помехи и помех, связанных с многолучевым распространением сигнала. Выходной сигнал $s(t)$ выражается как

$$s(t) = \sum_{i=1}^D [g_i(t)(h_i(t) * s'(t))] + w(t), \quad (1)$$

где t – время; $h_i(t) * s'(t)$ – свертка с импульсной характеристикой $h_i(t)$, характеризующей линейные искажения, вносимые каналом связи в сигнал, распространяющийся по i -му лучу; $g_i(t)$ – мультипликативная составляющая помехи [19] i -го луча распространения сигнала; $w(t)$ – АБГШ; D – число путей распространения сигнала. На рис. 2 представлена блок-схема канала связи.

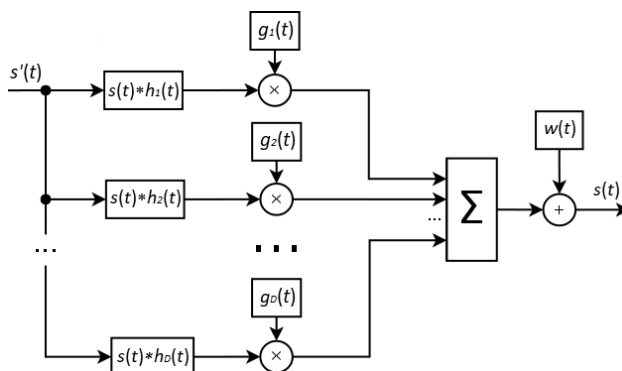


Рис. 2. Блок-схема канала связи

Передающее устройство. Основной задачей передающего устройства является сопоставление каждого полученного им через устройство ввода кодового символа с соответствующим ему сигнальным символом. На выходе передающего устройства должен формироваться аналоговый сигнал, называемый сигнальным сообщением.

Передаваемые сигнальные символы модулируются на основе комплексных матриц с особой формой АКФ [4]. Существенной особенностью таких матриц является то, что пик их АКФ обязательно имеет вещественное значение, а боковые лепестки разделены на мнимую и вещественную составляющие. Таким образом, значение этого пика сильнее превышает вещественные значения боковых лепестков по сравнению с АКФ вещественных матриц.

Пусть дана комплекснозначная матрица Q , образованная U строками V столбцами, тогда соответствующий ей сигнальный символ описывается с помощью выражения

$$S_Q(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^U [\operatorname{Re}(Q_{i1}) \cos(2\pi f_0 t) + \operatorname{Im}(Q_{i1}) \sin(2\pi f_0 t)], & 0 \leq t < \frac{T}{V}; \\ \sum_{i=1}^U [\operatorname{Re}(Q_{i2}) \cos(2\pi f_0 t) + \operatorname{Im}(Q_{i2}) \sin(2\pi f_0 t)], & \frac{T}{V} \leq t < \frac{2T}{V}; \\ \dots \\ \sum_{i=1}^U [\operatorname{Re}(Q_{i2}) \cos(2\pi f_0 t) + \operatorname{Im}(Q_{i2}) \sin(2\pi f_0 t)], & \frac{(V-1)T}{V} \leq t < T, \\ 0, & t \geq T, \end{cases} \quad (2)$$

где f_0 – опорная частота; T – длительность сигнального символа; $f_0 = \frac{V}{T}$.

Алфавит сигнальных сообщений, используемый в данной работе, образован следующими матрицами:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} j & \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} & -j \\ \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & -j \\ -1 & \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q_3 = \begin{bmatrix} -j & +\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} & -j \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} & -1 & j \\ -1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

где j – мнимая единица.

Вследствие линейности операции автокорреляции возможно также сформировать два дополнительных символа, составляющих алфавит сигнальных символов [16]:

$$Q_2 = -Q_1 \text{ и } Q_4 = -Q_3.$$

Передающее устройство отправляет в канал связи сообщение, имеющее структуру, предоставленную на рис. 3.

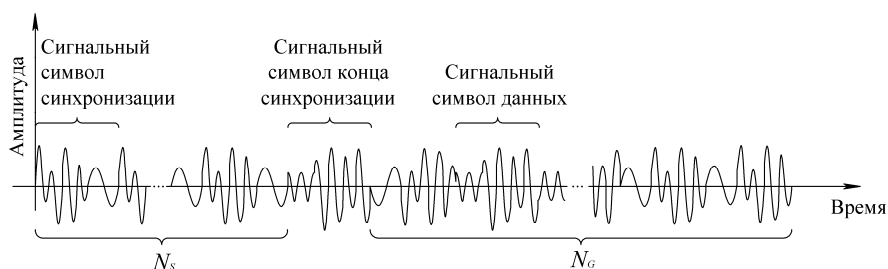


Рис. 3. Структура передаваемого сообщения

Для реализации синхронизации в начале сеанса связи передатчик транслирует в эфир последовательность заранее определенных N_S сигнальных символов синхронизации. В завершение последовательности сигнальных символов синхронизации следует сигнальный символ конца синхронизации. Далее в сеансе связи следует передача N_G сигнальных символов, соответствующих кодовым символам данных.

На рис. 4 представлена блок-схема передающего устройства.

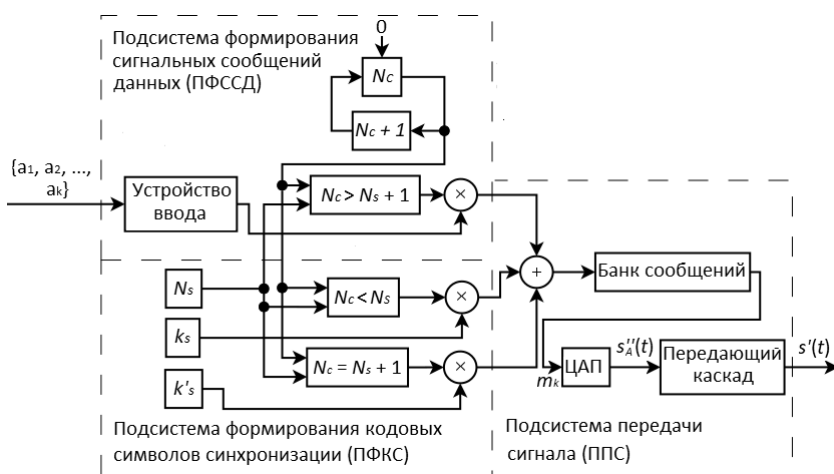


Рис. 4. Блок-схема передающего устройства

Переменная N_G хранит количество переданных символов в радиоэфир. В подсистеме формирования кодовых символов синхронизации (ПФКС) N_C сравнивается с константой N_S и определяется, какой сигнал должен быть отправлен в текущий момент времени: под номером k_S – номер сигнального символа синхронизации или k'_S – номер сигнального символа конца синхронизации.

В подсистеме формирования сигнальных сообщений данных (ПФССД) осуществляется прием кодов символов, которые необходимо передать, через устройство ввода. Отправка сигнальных символов данных будет производиться при $N_C < N_S + 1$. То есть когда устройство передачи отправит всю последовательность сигналов для синхронизации.

В подсистеме передачи сигнала (ППС) кодовые символы, полученные от ПФКС и ПФССД, передаются в банк сообщений. По этим кодам в банке сообщений осуществляется выборка соответствующих им дискретных сигналов, которые через ЦАП и передающий каскад будут отправлены в канал связи.

Приемное устройство. Основная задача приемного устройства – получение радиосигнала и принятие решения о том, к какому символу из алфавита сигнальных сообщений A принадлежит он. Распознавание сигнала базируется на расчете некоторой метрики схожести элемента принятого сигнала с сигналами $m_k[n]$ (k – номер сигнального сообщения, n – номер отсчета) из множества сообщений M (банка сигнальных сообщений). На основании полученной численной оценки принимается решение о классификационной принадлежности принятого сигнального сообщения. В качестве метрики возможно использование евклидовой метрики [20] как наиболее распространенной при обработке и анализе радиосигналов сигналов:

$$d_{fm_k} = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (f[i] - m_k[i])^2}, \quad (3)$$

где f – дискретный принятый сигнал; N – размерность последовательности f и m_k . Недостаток евклидовой метрики заключается в том, что она не использует корреляционных свойств сигналов. Поэтому для эффективного использования корреляционных свойств сигнальных сообщений наиболее целесообразно для оценки сходства сигналов в пространстве частота–время применять функцию взаимной корреляции [7, 9]:

$$R_{fm_k} = f \bullet m_k = \sum_{i=0}^{N-1} (f[i]m_k[i-l]), \quad (4)$$

где l – номер отсчета.

В результате задержки сигнала s' в канале связи фаза сигнала s относительно s' будет изменена. Вследствие многолучевого распространения и ненулевой разности длин маршрутов распространения сигнала, а также наличия замираний в канале связи возможно изменение доминирующей составляющей сигнала, полученной от различных лучей распространения. Такое изменение проявляется как плавное или скачкообразное изменение фазы сигнала [21]. Для увеличения производительности приемного устройства в условиях изменения фазы входного сигнала применен адаптивный метод синхронизации на основе скользящего окна (АСМСО) [3, 8]. Процесс синхронизации разделен на синхронизацию в начале сеанса связи, к которой приемник готов в режиме ожидания сеанса связи, и синхронизацию, осуществляемую в процессе передачи данных. Синхронизация, осуществляемая в процессе передачи данных, на основании отслеживания пика ВКФ адаптируется к возникающим изменениям фазы сигнала в канале связи.

На рис. 5 представлена схема приемного устройства.

Сигнал с канала связи поступает на принимающий каскад, распложенный в подсистеме считывания отсчетов в память (ПСОП). В пределах данной подсистемы сигнал поступает на АЦП, где оцифровывается и далее сохраня-

ется в блоке памяти [14] под индексом n . Вся память, определённая для АЦП, является циклическим буфером [19]. В реальных вычислительных системах подобная технология работы АЦП с памятью реализуется с помощью прямого доступа к памяти (англ. direct memory access, DMA).

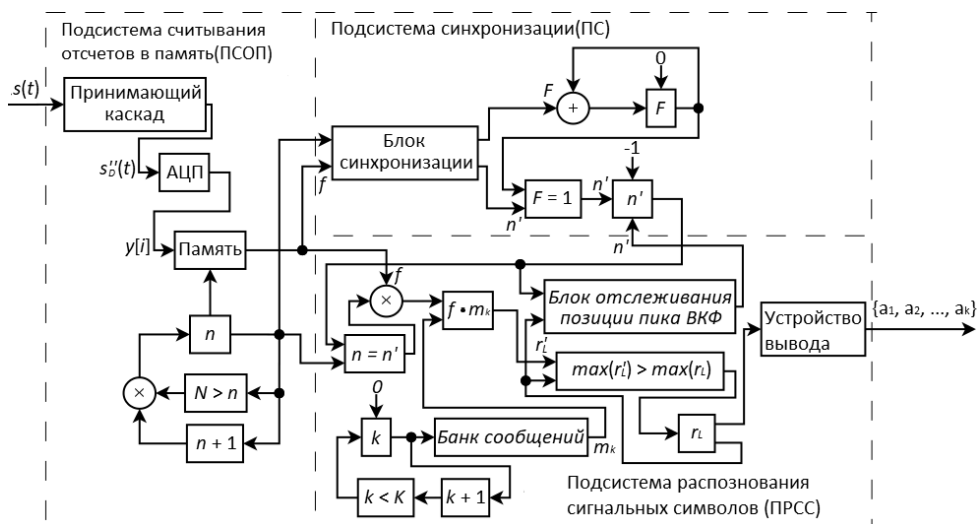


Рис. 5. Схема приемного устройства

Задача синхронизации приемного устройства осуществляется в подсистеме синхронизации (ПС). Принятая последовательность в памяти и индекс n поступают в блок синхронизации, реализующий режим синхронизации – поиск пика ВКФ. В случае успешно найденного пика устанавливается флаг окончания синхронизации ($F = 1$), n' изменяется на значение номера отсчета, соответствующего пику ВКФ, а приемное устройство начинает распознавать сигнальные сообщения.

В подсистеме распознавания сигнальных символов (ПРСС) осуществляется анализ принятого сигнала. Данный процесс начинается, когда $n = n'$. В ПРСС производится выборка сигнальных сообщений t_k , с каждым из которых вычисляется ВКФ [1]. Полученные взаимно корреляционные функции сравниваются между собой. Символ под кодом k' , ВКФ которого с f имеет самое большое пиковое значение, считается истинным. Полученная в данном случае функция взаимной корреляции вместе с n' поступает в блок отслеживания позиции пика ВКФ, в результате которого вычисляется новое положение этого пика n' . Таким образом реализуется адаптивность синхронизации. Полученный код принятого символа k' выводится через устройства вывода.

Результаты моделирования. Математическая модель приемопередающей системы вместе с каналом связи была реализована в среде Simulink (MatLab) [10, 13, 15, 18, 22]. На рис. 6 представлена вероятностная характеристика безошибочного распознавания сигнальных символов P_R от соотно-

шения мощностей сигнала и шума $\frac{\overline{W_S}}{W_N}$. В качестве помехи, искажающей сигнал, выступает АБГШ. Вычисления вероятностей безошибочного распознавания осуществлялось путем передачи через модель канала связи 500 сигнальных символов. Количество правильно распознанных символов определяло соответствующее значение P_R . В качестве критерия схожести (в данном случае принятых сигнальных символов с эталонными) выступает максимум ВКФ [2]).

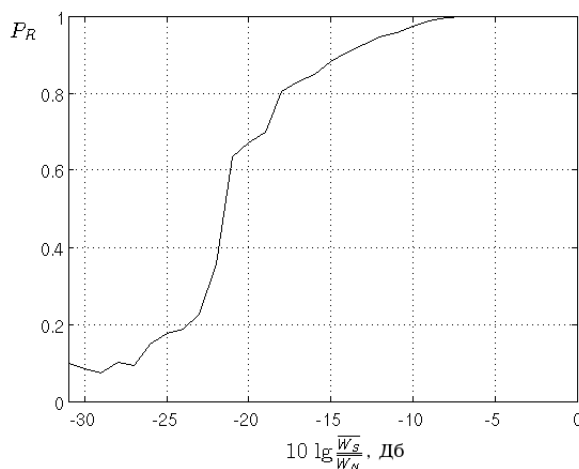


Рис. 6. Зависимость вероятности безошибочного распознавания сигнальных символов P_R при искажении сигнала АБГШ от отношения сигнал-шум $\frac{\overline{W_S}}{W_N}$

На рис. 7 представлено отображение принятых приемником сигналов на сигнальной плоскости, образованной двумя базисными функциями. В качестве базисных функций выступают сигналы, сформированные на основе матриц Q_1 и Q_3 по формуле (2). Данные функции являются ортогональными друг относительно друга [17] на интервале T .

На рис. 7 окружности под номером 1 соответствуют окрестности сигнальной плоскости, внутри которой отображаются сигналы при $10 \lg \frac{\overline{W_i}}{W_N} \geq -7$ дБ, где $\overline{W_i}$ – мощность сигнала $s_i(t)$. Окружности под номером 2 показывают окрестность сигнальной плоскости, внутри которой отображаются сигналы при $10 \lg \frac{\overline{W_i}}{W_N} \geq -14$ дБ. Для оценки схожести двух сигнальных символов, принятого и эталонного, выступает евклидовое расстояние между ними (4). То есть принятые сигналы, попавшие внутрь окружности 2, можно считать распознанными как символ, которому данная окружность соответствовала.

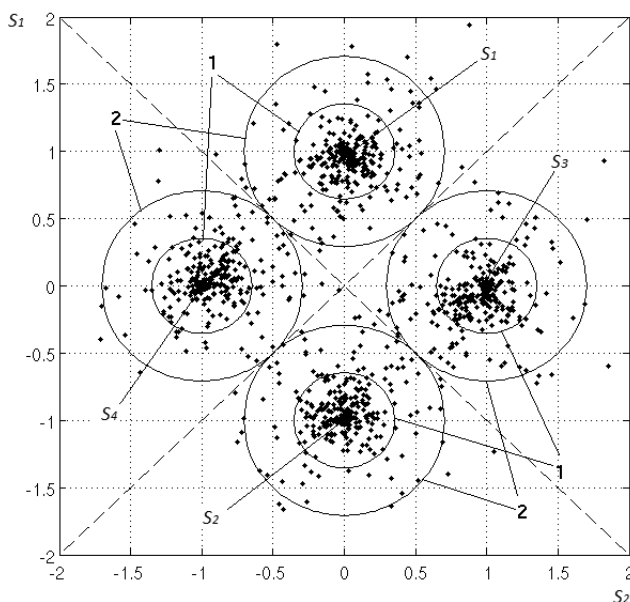


Рис. 7. Отображение принятых приемником сигналов на сигнальной плоскости. Сигналы $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$, $s_4(t)$ образованы, соответственно, матрицами $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_3(t)$, $Q_4(t)$

Выводы. В ходе исследований произведены разработка и модельная реализация системы широкополосной связи, осуществляющей скрытую подшумовую передачу сообщений, т.е. стеганографическую передачу, в качестве контейнера для сигнала используются шумы радиозэфира. Разработанная модель системы связи образована передающим устройством, каналом связи, вносящим различные виды помех в передаваемый сигнал, и приемным устройством. В статье представлены указанные компоненты системы связи в виде структурных блок-схем. Практическая реализация приемопередающей системы выполнена в Simulink (MatLab).

Следует отметить, что в рамках разработанной приемопередающей системы использован метод синтеза широкополосных сигналов на основе комплексных матриц с особой формой автокорреляционной функции, предложенный авторами работы. Для кодирования символов использовались комплексные сигналы с перспективой их применения в системах с поляризационным разделением сигналов. В приёмном устройстве была применена авторская система синхронизации, снижающая необходимые вычислительные затраты для синхронизации и распознавания сигналов и позволяющая реализовывать адаптивную синхронизацию в условиях, когда происходит изменение не только фазы, но и самого характера смещения фазы, например, при многолучевом распространении сигнала, движении приёмной и/или передающей части системы связи.

Литература

1. Гришинец А.Ю. О методе разделения во времени автокорреляционных гармонических составляющих широкополосных сигналов // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 9. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/sep16/2/text.pdf>.

2. Гришенцев А.Ю. Теоремы об уменьшении размерности пространства при корреляции и свертке // Журнал радиоэлектроники. 2015. № 1. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/jan15/19/text.pdf>.
3. Гришенцев А.Ю., Елсуков А.И. Адаптивная синхронизация в системах скрытой широкополосной связи // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17, № 4. С. 640–650.
4. Гришенцев А.Ю., Коробейников А.Г. Алгоритм поиска, некоторые свойства и применение матриц с комплексными значениями элементов для стеганографии и синтеза широкополосных сигналов // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 5. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/may16/11/text.pdf>.
5. Гришенцев А.Ю., Коробейников А.Г. Понижение размерности пространства при корреляции и свертке цифровых сигналов // Известия вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 3. С. 211–218. DOI 10.17586/0021-3454-2016-59-3-211-218.
6. Гришенцев А.Ю., Коробейников А.Г., Величко Е.Н., Непомнящая Э.К., Розов С.В. Синтез бинарных матриц для формирования сигналов широкополосной связи // Радиотехника. 2015. № 9. С. 51–58.
7. Дятлов А.П., Кульбикаяна Б.Х. Корреляционная обработка широкополосных сигналов в автоматизированных комплексах радиомониторинга. М.: Горячая линия – Телеком, 2013. 333 с.
8. Елсуков А.И., Гришенцев А.Ю. Разработка метода синхронизации приемопередающей системы широкополосной связи скрытой подшумовой передачи сообщений // Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых [Электронный ресурс]. URL: <http://openbooks.ifmo.ru/ru/file/5031/5031.pdf>.
9. Ипатов В. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения. М.: Техносфера, 2007. 488 с.
10. Коробейников А.Г. Разработка и анализ математических моделей с использованием MATLAB и MAPLE. СПб.: СПбИТМО, 2010. 144 с.
11. Коробейников А.Г. Проектирование и исследование математических моделей в средах MATLAB и MAPLE. СПб.: НИУ ИТМО, 2012. 160 с.
12. Коробейников А.Г., Гришенцев А.Ю. Разработка и исследование многомерных математических моделей с использованием систем компьютерной алгебры. СПб.: НИУ ИТМО, 2014. 100 с.
13. Коробейников А.Г., Сидоркина И.Г., Блинов С.Ю., Лейман А.В. Алгоритм классификации информации для решения задачи фильтрации нежелательных сообщений // Программные системы и вычислительные методы. 2012. № 1. С. 89–95.
14. Семёнов А.М., Сикарев А.А. Широкополосная радиосвязь. М.: Воениздат, 1970. 280 с.
15. Солонина А.И. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в Simulink. СПб.: БХВ-Петербург, 2012. 432 с.
16. Стивен С. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных сотрудников: пер. с англ. М.: Додэка-XXI, 2012. 720 с.
17. Тактаров Н.Г. Справочник по высшей математике для студентов вузов. Изд. стереотип. М.: ЛИБРОКОМ, 2014. 880 с.
18. Donald C. Electronics Engineers' Handbook. 4th ed. McGraw-Hill, 1996. 350 p.
19. Freeman R.L. Radio System Design for Telecommunications. 3rd ed. IEEE, Wiley-Interscience, 2007. 880 p.
20. Ipatov P. Spread Spectrum and CDMA. Principles and Applications. Wiley, 2004, 373 p.
21. Lee W.C.Y. Mobile Communications Engineering: Theory and Applications. New York, McGraw-Hill, 1997, 305 p.
22. MatLab, Simulink. Available at: <https://www.mathworks.com/products/simulink.html>.

ГРИШЕНЦЕВ АЛЕКСЕЙ ЮРЬЕВИЧ – доктор технических наук, доцент кафедры проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, Санкт-Петербург (grishentcev@yandex.ru).

ЕЛСУКОВ АРТЕМ ИГОРЕВИЧ – инженер, НПО «Аврора», Россия, Санкт-Петербург (artemdeimon@gmail.com).

КОРОБЕЙНИКОВ АНАТОЛИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ – доктор технических наук, профессор, заместитель директора, Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн имени Н.В. Пушкова Российской академии наук; профессор кафедры проектирования и безопасности компьютерных систем,

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, Санкт-Петербург (korobeynikov_a_g@mail.ru).

СИДОРКИНА ИРИНА ГЕННАДЬЕВНА – доктор технических наук, декан факультета информатики и вычислительной техники, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола (igs592000@mail.ru).

A. GRISHENTCEV, A. ELSUKOV, A. KOROBAYNIKOV, I. SIDORKINA
DEVELOPMENT AND MODEL IMPLEMENTATION
OF THE TRANSCIVING DEVICE OF THE HIDDEN SUBNOISE EXCHANGE
BY BROADBAND RADIO SIGNALS

Key words: *broadband connectivity, subnoise broadcast, digital signal processing, steganography.*

The research is devoted to development and implementation, as a model, of the transceiving wideband communication system of the hidden subnoise message transfer. The necessary condition in case of the system creation is small computational capability of the receiving device that is reached by application of complex matrixes with a special form of an autocorrelation function for formation of signaling messages and application of the adaptive synchronization by the method of the sliding window of the receiver and the transmitter. The model implementation was executed for some sending device, communication link and receiving device. The model research of messages transmission quality in the received implementation in case of signal distortion in communication link was conducted by additive white Gaussian noise. The results are presented in the form of a probable characteristic and signal chart. The article shows and justifies that the transceiving system is capable to realize successfully the message exchange in the subnoise mode in case of distortion of the transmitted signal in communication link by additive white Gaussian noise, the multiplicative noise and the noise connected with the multibeam distribution of a signal. The results of the research can be used for creation of communication systems in which it is necessary to suppress the fact of the message transfer, or for communication systems with a low-power or strongly remote sending device.

References

1. Grishentcev A.Yu. *O metode razdeleniya vo vremeni avtokorrelyacionnykh harmonicheskikh sostavlyayushchikh shirokopolosnykh signalov* [Method of separation in time of the harmonic components of wideband signals]. *Zhurnal radioelektroniki* [Journal of radio electronics], 2016, no. 9. Available at: <http://jre.cplire.ru/jre/sep16/2/text.pdf>.
2. Grishentcev A.Yu. *Teoremy ob umen'shenii razmernosti prostranstva pri korrelyacii i svertke* [Theorem on reducing the dimensionality of space in correlation and convolution]. *Zhurnal radioelektroniki* [Journal of radio electronics], 2015, no. 1. Available at: <http://jre.cplire.ru/jan15/19/text.pdf>.
3. Grishentcev A.Yu., Elsukov A.I. *Adaptivnaya sinhronizaciya v sistemah skrytoi shirokopolosnoi svyazi* [Adaptive synchronization in hidden broadband systems]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik informacionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki* [Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics], 2017, vol. 17, no. 4, pp. 640–650.
4. Grishentcev A.Yu., Korobeynikov A.G. *Algoritm poiska, nekotorye svoystva i primenenie matric s kompleksnymi znacheniyami ehlementov dlya steganografii i sinteza shirokopolosnykh signalov* [The search algorithm, some properties and application of matrices with complex values of the elements for steganography and synthesis of wideband signals]. *Zhurnal radioelektroniki* [Journal of radio electronics], 2016, no. 5. Available at: <http://jre.cplire.ru/jre/may16/11/text.pdf>.
5. Grishentcev A.Yu., Korobeynikov A.G. *Ponizhenie razmernosti prostranstva pri korrelyacii i svertke cifrovyykh signalov* [On reduction of space dimension at digital signals correlation and convolution]. *Izvesriya vuzov. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering], 2016, vol. 59, no. 3, pp. 211–218. DOI 10.17586/0021-3454-2016-59-3-211-218.
6. Grishentcev A.Yu., Korobeynikov A.G., Velichko E.N., Nepomnyashchaya E.K., Rozov S.V. *Sintez binarnyykh matric dlya formirovaniya signalov shirokopolosnoi svyazi* [Binary matrix synthesis for broadband communication signal shaping]. *Radiotekhnika*, 2015, no. 9, pp. 51–58.

7. Dyatlov A.P., Kul'bikayan B.H. *Korreljacionnaya obrabotka shirokopolosnykh signalov v avtomatizirovannykh kompleksah radiomonitoringa* [Correlation processing of broadband signals in automated radio-monitoring complexes]. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2013, 333 p.
8. El'sukov A.I., Grishentcev A.Yr. *Razrabotka metoda sinhronizacii priemo-peredayushchej sistemy shirokopolosnoj svyazi skrytoj podshumovoi peredachi soobshchenii* [Development of the synchronization method for the broadband transmission and transmission system of the hidden sub-transmission of messages]. Available at: <http://openbooks.ifmo.ru/file/5031/5031.pdf>.
9. Ipatov V. *Shirokopolosnye sistemy i kodovoe razdelenie signalov. Principy i prilozheniya* [Broadband systems and code division of signals. Principles and applications]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2007, 488 p.
10. Korobeynikov A.G. *Razrabotka i analiz matematicheskikh modelei s ispol'zovaniem MATLAB i MAPLE* [Development and analysis of mathematical models using MATLAB and MAPLE]. St. Petersburg, 2010, 144 p.
11. Korobeynikov A.G. *Proektirovanie i issledovanie matematicheskikh modelei v sredakh MATLAB i MAPLE* [Designing and research of mathematical models in MATLAB and MAPLE environments]. St. Petersburg, 2012, 160 p.
12. Korobeynikov A.G., Grishentsev A.Yu. *Razrabotka i issledovanie mnogomernykh matematicheskikh modelei s ispol'zovaniem sistem komp'yuternoj algebrы* [Development and research of multidimensional mathematical models with the use of computer algebra systems]. St. Petersburg, 2014, 100 p.
13. Korobeynikov A.G., Sidorkina I.G., Blinov S.Yu., Leiman A.V. *Algoritm klassifikatsii informatsii dlya resheniya zadachi fil'tratsii nezhelatel'nykh soobshchenii* [Algorithm for classifying information for solving the problem of filtering unwanted messages]. *Programmnye sistemy i vychislitel'nye metody* [Program systems and computational methods], 2012, no. 1, pp. 89–95.
14. Semenov A.M., Sikarev A.A. *Shirokopolosnaya radiosvyaz'* [Broadband radio communication]. Moscow, Voenizdat Publ., 1970, 280 p.
15. Solonina A.I. *Cifrovaya obrabotka signalov. Modelirovanie v Simulink* [Digital signal processing. Modeling in Simulink]. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2012, 432 p.
16. Steven S. *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. California Technical Publishing, 1999 (Russ. ed: *Cifrovaya obrabotka signalov. Prakticheskoe rukovodstvo dlya inzhenerov i nauchnykh sotrudnikov*. Moscow, Dodehka-XXI Publ., 2012, 720 p.).
17. Taktarov N.G. *Spravochnik po vysshei matematike dlya studentov vuzov. Izd. stereotip* [A handbook on higher mathematics for university students]. Moscow, LIBROKOM Publ., 2014, 880 p.
18. Donald C. *Electronics Engineers' Handbook*. 4th ed. McGraw-Hill, 1996. 350 p.
19. Freeman R.L. *Radio System Design for Telecommunications*. 3rd ed. IEEE, Wiley-Interscience, 2007. 880 p.
20. Ipatov P. *Spread Spectrum and CDMA. Principles and Applications*. Wiley, 2004, 373 p.
21. Lee W.C.Y. *Mobile Communications Engineering: Theory and Applications*. New York, McGraw-Hill, 1997, 305 p.
22. MatLab, Simulink. Available at: <https://www.mathworks.com/products/simulink.html>.

GRISHENTCEV ALEKSEY – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of Computer System Design and Security Department, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Russia, St. Petersburg (grishentcev@yandex.ru).

EL'SUKOV ARTEM – Engineer, Avrrora Scientific & Production Association JSC, Russia, St. Petersburg (artemdeimon@gmail.com).

KOROBAYNIKOV ANATOLIY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Deputy Director, Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio wave Propagation of the Russian Academy of Sciences St.-Petersburg Filial; Professor of Department of Computer System Design and Security, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO University), Russia, St. Petersburg (korobeynikov_a_g@mail.ru).

SIDORKINA IRINA – Doctor of Technical Sciences, Dean of the Faculty of Computer Science, Volga State University of Technology, Russia, Yoshkar-Ola (igs522000@yandex.ru).

Ссылка на статью: Гришенцев А.Ю., Елсуков А.И., Коробейников А.Г., Сидоркина И.Г. Разработка и модельная реализация приёмопередающего устройства скрытого подшумового обмена широкополосными радиосообщениями // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 195–206.

УДК 004.9:[514.744]

ББК 22.14

А.Ю. ИВАНИЦКИЙ, С.П. КУЗНЕЦОВ, В.В. МОЧАЛОВ, В.П. ЧУЕВ

ОБРАТНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ДЕЛИТЕЛИ НУЛЯ В АЛГЕБРАХ КЛИФФОРДА И ГРАССМАНА

Ключевые слова: теория кодирования сигналов, информатика, формулы Фробениуса и Шура, блочные матрицы, алгебра Клиффорда, алгебра Грассмана, делители нуля, обратные элементы.

Построена математическая модель пошагового вычисления обратных элементов в алгебрах Клиффорда и Грассмана численными методами, которые могут быть использованы в информатике, в частности в теории кодирования сигналов. Рассматриваются алгебры Клиффорда и Грассмана. Найдены различные алгоритмы нахождения обратных элементов, аналогичных матричным формулам Фробениуса. Для действительных алгебр Клиффорда малых размерностей найдены уравнения для нахождения делителей нуля. Получены формулы для обратных элементов в алгебрах Грассмана. Построены численные методы вычисления обратных матриц с помощью формулы Фробениуса в исключительных случаях, когда определители блоков матриц обращаются в нуль.

Раздел математики алгебра Клиффорда и клиффордов анализ в последние сорок лет интенсивно разрабатываются. Важным приложением алгебр Клиффорда и Грассмана является теория кодов [3]. Основные идеи теории кодов, исправляющих квантовые ошибки, являются естественным обобщением теории классических корректирующих кодов. Для построения совершенных кодов используются алгебры кодирования (в частности, алгебры Грассмана и Клиффорда). Рассматриваются коды на многообразиях Грассмана и коды в градуированной алгебре Клиффорда над полем Галуа $GF(2)$. Математический аппарат алгебры Клиффорда находит также приложение в физике [6], вычислительной математике и генетике [8, 10], демпфирующих системах и обработке сигналов [9, 11]. Математический аппарат алгебры Клиффорда можно сравнить с математическим аппаратом алгебры матриц. Эти два математических аппарата не заменяют, а взаимно дополняют друг друга.

Введение. Пусть $R_{p,q}(C_{p,q})$ – действительная (комплексная) алгебра Клиффорда размерности $m = 2^n$ ($n = p + q$) с базисом $e_\alpha = e_{i_1, \dots, i_k}$, $1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$, где мультииндекс $\alpha = i_1 \dots i_k$ пробегает все подмножества в множестве $\{1, 2, \dots, n\}$, совокупность которых обозначим через Γ_n . Пусть $e_0 = 1$ единица алгебры, e_1, e_2, \dots, e_n – канонический базис, $e_\tau = e_1 e_2 \dots e_n$, произведение в $R_{p,q}(C_{p,q})$ определяется соотношением

$$e_i e_j + e_j e_i = 2\delta_{ij} \varepsilon_i, \quad (1)$$

где $\varepsilon_i = e_i^2 = 1, i = 1, \dots, p, \varepsilon_i = e_i^2 = -1, i = p + 1, \dots, p + q$.

Произвольный элемент w алгебры Клиффорда $R_{p,q}(C_{p,q})$ записывается в виде

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_n} u_\alpha e_\alpha, \quad (2)$$

где u_α – действительные числа для алгебры $R_{p,q}$ и комплексные числа для алгебры $C_{p,q}$.

Множество элементов алгебры Клиффорда, коммутирующих со всеми элементами базиса, называется центром. Известно [7, 12], что для нечетной алгебры Клиффорда центр имеет вид $u_0e_0 + u_\tau e_\tau$; для четной алгебры Клиффорда центр представляется в виде u_0e_0 .

Обозначим через $\Lambda^F, F=R$ или $F=C$ алгебру Грассмана над полем действительных или комплексных чисел. Пусть e_0 – единица алгебры, канонический базис алгебры Грассмана образуют элементы e_1, e_2, \dots, e_n , $e_1^2 = e_2^2 = \dots = e_n^2 = 0$, которые удовлетворяют соотношениям (1). Любой элемент алгебры Грассмана $\Lambda^F(n)$ представим в виде

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_n} a_\alpha e_\alpha,$$

где $e_\alpha = e_{i_1, \dots, i_k}, 1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$, a_α – действительные или комплексные числа.

Если $n = 1$, то мы имеем две действительные алгебры Клиффорда; $R_{0,1}$ и $R_{1,0}$. В алгебре комплексных чисел $R_{0,1}$ любой элемент $z = x_0e_0 + x_1e_1$, $e_1^2 = -1$, отличный от нуля, имеет обратный элемент $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{x_0e_0 - x_1e_1}{x_0^2 + x_1^2}$.

В алгебре двойных чисел $R_{1,0}$ элементы $z = x(e_0 \pm e_1), e_1^2 = 1$ являются делителями нуля и не имеют обратных элементов. Эти двойные числа расположены на прямых $x_1 = \pm x_0$. Для чисел $z = x_0e_0 + x_1e_1, e_1^2 = 1$, которые не являются делителями нуля, обратный элемент $z^{-1} = \frac{x_0e_0 - x_1e_1}{x_0^2 - x_1^2}$. Элемент алгебры Грасс-

мана $\Lambda^R(1)$ имеет вид $z = x_0e_0 + x_1e_1$, где $e_1^2 = 0$. Если $x_0 = 0$, то элемент $z = x_1e_1$ является делителем нуля и не имеет обратного. Если $x_0 \neq 0$, то $z^{-1} = \frac{x_0e_0 - x_1e_1}{x_0^2}$.

Если $n = 2$, то мы имеем три алгебры Клиффорда $R_{0,2}, R_{2,0}, R_{1,1}$. В алгебре кватернионов $R_{0,2} \cong H$ любой отличный от нуля элемент $w = x_0e_0 + x_1e_1 + x_2e_2 + x_{12}e_{12}$, $e_1^2 = e_2^2 = e_{12}^2 = -1$ имеет обратный

$w^{-1} = \frac{\bar{w}}{\|w\|^2} = \frac{x_0e_0 - x_1e_1 - x_2e_2 - x_{12}e_{12}}{x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_{12}^2}$. Заметим, что $R_{0,1}, R_{0,2}$ – единственные

алгебры Клиффорда, где нет делителей нуля.

Исследования по нахождению обратных элементов и делителей нуля в алгебрах Клиффорда проводились в [4, 5, 7]. В монографии [7. С. 399] получены формулы для нахождения обратных элементов в комплексных алгебрах Клиффорда малых размерностей. В работе [5] получены формулы для нахождения обратных элементов в действительных алгебрах Клиффорда малых

размерностей. Для нахождения обратного элемента w^{-1} в [4] рассматривалось произведение $w \cdot \hat{w}$, где \hat{w} элемент алгебры Клиффорда, полученный из (2) с помощью операций сопряжения. Если $w \cdot \hat{w} = e_0$, то $w^{-1} = \hat{w}$, если $w \cdot \hat{w}$ – действительное или комплексное число, которое может обращаться в нуль, то мы получаем уравнения для делителей нуля элемента w . В работе [10] для действительных алгебр Клиффорда изучен вопрос существования обратных элементов и найден алгоритм для их нахождения.

В настоящей статье изучаются действительные и комплексные алгебры Клиффорда и Грассмана. В первом пункте рассматриваются матричные представления элементов этих алгебр, которые отличаются от известных представлений минимальной размерности. Изучены особые случаи формулы Фробениуса для нахождения обратного элемента блочной матрицы. Во втором пункте найдены формулы для нахождения делителей нуля в действительных алгебрах Клиффорда малых размерностей, получены формулы для нахождения обратных элементов в этих алгебрах. Найден алгоритм нахождения обратных элементов в произвольных действительных алгебрах Клиффорда. При этом рассмотрены все особые случаи. Получены аналоги формулы Фробениуса для нахождения обратных элементов в действительных алгебрах Клиффорда. В третьем пункте указан алгоритм нахождения обратных элементов в произвольных комплексных алгебрах Клиффорда, получены аналоги формулы Фробениуса для нахождения обратных элементов в комплексных алгебрах Клиффорда. В четвертом пункте в алгебрах Грассмана изучен вопрос существования обратных элементов и найдены формулы для их нахождения.

1. Матричные представления алгебр Клиффорда и Грассмана. На плоскости можно ввести следующие системы чисел: комплексные числа $R_{0,1}$: $z = x + iy$, $i^2 = -1$; двойные числа $R_{1,0}$: $z = x + jy$, $j^2 = 1$ и дуальные числа $\Lambda^R(1)$: $z = x + \varepsilon y$, $\varepsilon^2 = 0$. Известны матричные представления таких чисел:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}.$$

Матрицы \mathbf{A} изоморфны полю комплексных чисел, матрицы \mathbf{B} изоморфны двойным числам, матрицы \mathbf{C} изоморфны дуальным числам.

А. Кэли показал, что комплексные 2×2 матрицы определенного вида образуют алгебру, изоморфную алгебре кватернионов $R_{0,2}$ [1. С. 335]:

$$e_0 \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad e_1 \leftrightarrow \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \quad e_2 \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{12} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

Произвольному элементу $w = x_0 e_0 + x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_{12} e_{12}$ алгебры кватернионов соответствует матрица

$$D = \begin{pmatrix} x_0 + ix_1 & x_2 + ix_{12} \\ x_2 - ix_{12} & x_0 - ix_1 \end{pmatrix}.$$

Известно, что вещественные алгебры Клиффорда $R_{p,q}$ $n = p + q$ изоморфны следующим матричным алгебрам [7, 12]:

$$\text{Mat}(2^{\frac{n}{2}}, R), \text{ если } p - q \equiv 0, 2 \pmod{8};$$

$Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, R) \oplus Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, R)$, если $p - q \equiv 1 \pmod{8}$;

$Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, C)$, если $p - q \equiv 3, 7 \pmod{8}$;

$Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, H)$, если $p - q \equiv 4, 6 \pmod{8}$;

$Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, H) \oplus Mat(2^{\frac{n-1}{2}}, H)$, если $p - q \equiv 5 \pmod{8}$.

В дальнейшем будем использовать другое матричное представление элементов действительной и комплексной алгебры Клиффорда. Рассмотрим блочную квадратную матрицу $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix}$ размерности $2^n \times 2^n$, где блоки $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ – матрицы размерности $2^{n-1} \times 2^{n-1}$. Свойства блочных матриц более общего вида описаны в монографии [2. С. 55–64]. Приведем некоторые из этих свойств, которые понадобятся нам в дальнейшем.

Пусть $\mathbf{M}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 \end{pmatrix}$, тогда выполняются следующие соотношения:

1) сложение блочных матриц $\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 \end{pmatrix}$;

2) умножение блочных матриц $\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{B}_1\mathbf{C}_2 & \mathbf{A}_1\mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_1\mathbf{D}_2 \\ \mathbf{C}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{D}_1\mathbf{C}_2 & \mathbf{C}_1\mathbf{B}_2 + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2 \end{pmatrix}$;

3) формулы Шура. Если $\det \mathbf{A} \neq 0$, тогда $\det \mathbf{M} = \det(\mathbf{AD} + \mathbf{ACA}^{-1}\mathbf{B})$, если $\det \mathbf{D} \neq 0$, то $\det \mathbf{M} = \det(\mathbf{AD} + \mathbf{BD}^{-1}\mathbf{CD})$;

4) формулы Фробениуса. Если $\det \mathbf{M} \neq 0$, $\det \mathbf{A} \neq 0$, тогда

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{BH}^{-1}\mathbf{CA}^{-1} & -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{BH}^{-1} \\ -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{CA}^{-1} & \mathbf{H}^{-1} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{H} = \mathbf{D} - \mathbf{CA}^{-1}\mathbf{B}$; если $\det \mathbf{M} \neq 0$, $\det \mathbf{B} \neq 0$, то

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}^{-1} & -\mathbf{K}^{-1}\mathbf{BD}^{-1} \\ -\mathbf{DCK}^{-1} & \mathbf{D}^{-1} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{CK}^{-1}\mathbf{BD}^{-1} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{K} = \mathbf{A} - \mathbf{BD}^{-1}\mathbf{C}$;

5) особые случаи.

Формулы Шура и Фробениуса применимы только в случае, когда либо $\det \mathbf{A} \neq 0$, либо $\det \mathbf{D} \neq 0$. Для матрицы \mathbf{M} рассмотрим случай, когда $\det \mathbf{A} = 0$, $\det \mathbf{D} = 0$, $\det \mathbf{B} \neq 0$, $\det \mathbf{M} \neq 0$. Умножим матрицу \mathbf{M} на матрицу

$\mathbf{M}' = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{E} \\ \mathbf{E} & \mathbf{O} \end{pmatrix}$, где \mathbf{O} – нулевая матрица, а \mathbf{E} – единичная матрица размерности $2^{n-1} \times 2^{n-1}$. Имеем $\mathbf{MM}' = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{E} \\ \mathbf{E} & \mathbf{O} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A} \\ \mathbf{D} & \mathbf{C} \end{pmatrix}$. Если $\det \mathbf{M} \neq 0$, то

$\det(\mathbf{MM}') \neq 0$ и $\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{M}'(\mathbf{MM}')^{-1}$.

Остается рассмотреть случай, когда $\det \mathbf{M} \neq 0$, $\det \mathbf{A} = \det \mathbf{B} = \det \mathbf{C} = \det \mathbf{D} = 0$. В этом случае рассмотрим матрицу $\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^T$, где \mathbf{M}^T – эрмитова транспонированная матрица. Обозначим блоки этой матрицы \mathbf{A}_1 , \mathbf{B}_1 , \mathbf{C}_1 , \mathbf{D}_1 . Имеем $\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 \end{pmatrix}$. Получившаяся матрица является положительно определенной и, следовательно, $\det \mathbf{A}_1 \neq 0$, $\det \mathbf{D}_1 \neq 0$. Это означает, что к матрице $\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^T$ можно применить формулы Шура и Фробениуса. По формулам Шура мы можем найти квадрат определителя матрицы \mathbf{M} , а по формуле Фробениуса обратный элемент матрицы \mathbf{M}^{-1} будет иметь вид $\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{M}^T (\mathbf{M} \mathbf{M}^T)^{-1}$.

2. Действительная алгебра Клиффорда. Пусть $R_{p,q}$ – действительная алгебра Клиффорда. Рангом базисного элемента e_α назовем длину мультииндекса α . Произвольный элемент алгебры можно представить в виде (2). Элемент $w \in R_{p,q}$ запишем в виде суммы элементов рангов от 0 до n : $w = \sum_{k=0}^n w^k$. В монографии [7. С. 95–97] введены три операции сопряжения: реверс, четностное сопряжение, клиффордово сопряжение. Операция сопряжения реверс: $w \rightarrow \tilde{w}$ такова, что она обращает порядок следования множителей в произведении генераторов: $(e_{i_1} e_{i_2} \dots e_{i_k}) \tilde{w} = e_{i_k} \dots e_{i_2} e_{i_1}$. Для элемента $w \in R_{p,q}$ имеем

$\tilde{w} = \sum_{k=0}^n (-1)^{\frac{k(k-1)}{2}} w^k$. Операция четностного сопряжения $w \rightarrow w^\lambda$ такова, что нечетные элементы умножаются на -1 , а четные элементы не меняются: $w^\lambda = \sum_{k=0}^n (-1)^k w^k$. Клиффордово сопряжение – это суперпозиция четностного сопряжения и реверса: $w \rightarrow \hat{w} = \tilde{w}^\lambda$. Для элемента $w \in R_{p,q}$ имеем

$\hat{w} = \sum_{k=0}^n (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} w^k$. Эти операции обладают свойствами [7. С. 95–97]:

$$\begin{aligned} \tilde{\tilde{w}} &= w, (uv) \tilde{w} = \tilde{v} \cdot \tilde{u}, (u+v) \tilde{w} = \tilde{u} + \tilde{v}, w^{\lambda\lambda} = w, (uv)^\lambda = u^\lambda v^\lambda, (u+v)^\lambda = u^\lambda + v^\lambda, \\ \hat{\hat{w}} &= w, (uv) \hat{w} = \hat{v} \cdot \hat{u}, (u+v) \hat{w} = \hat{u} + \hat{v}. \end{aligned}$$

2.1. Алгебры $R_{2,0}$, $R_{1,1}$. Алгебра $R_{2,0}$ – это действительная ассоциативная некоммутативная алгебра размерности $m=4$, порожденная элементами e_1, e_2 . Базис алгебры образуют элементы $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_2} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}\}$, где e_0 – единица алгебры, $e_1^2 = e_2^2 = e_0, e_{12}^2 = -e_0$. Произвольный элемент алгебры представим в виде

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_2} x_\alpha e_\alpha = x_0 e_0 + x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_{12} e_{12}.$$

Введем сопряжение $\hat{w} = x_0 e_0 - x_1 e_1 - x_2 e_2 - x_{12} e_{12}$, которое совпадает с сопряжением Клиффорда. Произведение $w \cdot \hat{w} = \hat{w} \cdot w = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_{12}^2$ является действительным числом. Делители нуля в $R_{2,0}$ [4] определяются равенством

$$w \cdot \hat{w} = \hat{w} \cdot w = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_{12}^2 = 0. \quad (3)$$

Если $x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_{12}^2 \neq 0$, то обратный элемент существует и имеет вид

$$w^{-1} = \frac{\widehat{w}}{w \cdot \widehat{w}} = \frac{\widehat{w}}{x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_{12}^2}. \quad (4)$$

Рассмотрим алгебру $R_{1,1}$. Базис алгебры образуют элементы $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_2} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}\}$, где $e_1^2 = e_{12}^2 = e_0, e_2^2 = -e_0$. Алгебра $R_{1,1}$ изоморфна алгебре $R_{2,0}$: $e_2 \leftrightarrow e_{12}, e_{12} \leftrightarrow e_2$. Поэтому делители нуля определяются равенством

$$w \cdot \widehat{w} = \widehat{w} \cdot w = x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 - x_{12}^2 = 0.$$

Если $x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 + x_{12}^2 \neq 0$, то обратный элемент существует и имеет вид (4).

2.2. Алгебры $R_{3,0}, R_{1,2}, R_{2,1}, R_{0,3}$. Алгебра Паули $R_{3,0}$ – это действительная ассоциативная, некоммутативная алгебра размерности $m = 8$, порожденная векторами $e_1, e_2, e_3, e_1^2 = e_2^2 = e_3^2 = e_0$. Базис алгебры образуют элементы $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}\}$, где Γ_3 – совокупность подмножеств в множестве $\{1, 2, 3\}$. Заметим, что $e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{23}^2 = e_{123}^2 = -e_0$. Центр алгебры $R_{3,0}$ образуют элементы e_0 и e_{123} . Произвольный элемент алгебры можно представить в действительной и комплексной форме

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_3} x_\alpha e_\alpha = \sum_{\alpha \in \Gamma_2} z_\alpha e_\alpha, \quad (5)$$

где $z_0 = x_0 e_0 + x_{123} e_{123}$, $z_1 = x_1 e_0 + x_{23} e_{123}$, $z_2 = x_2 e_0 - x_{13} e_{123}$, $z_{12} = x_{12} e_0 - x_3 e_{123}$ – комплексные числа (e_{123} – заменяет мнимую единицу); множество $\{e_0, e_1, e_2, e_{12}\}$ совпадает с базисом алгебры $R_{2,0}$ и обладает теми же свойствами. В алгебре Паули сопряжение \widehat{w} введем следующим образом:

$$\begin{aligned} \widehat{w} &= z_0 e_0 - z_1 e_1 - z_2 e_2 - z_{12} e_{12} = \\ &= x_0 e_0 - x_1 e_1 - x_2 e_2 - x_{12} e_{12} - x_3 e_3 - x_{13} e_{13} - x_{23} e_{23} + x_{123} e_{123}, \end{aligned} \quad (6)$$

что опять является сопряжением Клиффорда. Умножая w на \widehat{w} , получаем комплексное число $w \cdot \widehat{w} = \widehat{w} \cdot w = z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2$. Делители нуля в $R_{3,0}$ определяются равенством

$$w \cdot \widehat{w} = \widehat{w} \cdot w = z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2 = 0. \quad (7)$$

Если в равенстве (7) положить $x_3 = x_{13} = x_{23} = x_{123} = 0$, то получим равенство (3) для делителей нуля в алгебре $R_{2,0}$. Если $z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2 \neq 0$, то обратный элемент w^{-1} существует и определяется равенством

$$w^{-1} = \frac{\widehat{w}(Ae_0 - Be_{123})}{A^2 + B^2} = \frac{\widehat{w} \cdot w^\lambda \cdot \widehat{w}^\lambda}{A^2 + B^2}, A^2 + B^2 \neq 0, \quad (8)$$

где $Ae_0 + Be_{123} = z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2$, $A = x_0^2 - x_{123}^2 - x_1^2 + x_{23}^2 - x_2^2 + x_{13}^2 + x_{12}^2 - x_3^2$, $B = 2(x_0 x_{123} - x_1 x_{23} + x_2 x_{13} - x_3 x_{12})$.

Алгебра $R_{1,2}$ изоморфна алгебре $R_{3,0}$. Базис алгебры образуют элементы $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}\}$, где $e_1^2 = e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_0, e_2^2 = e_3^2 = e_{23}^2 = e_{123}^2 = -e_0$. Произвольный элемент алгебры представим в виде (5), где $z_0 = x_0 e_0 + x_{123} e_{123}$, $z_1 = x_1 e_0 + x_{23} e_{123}$, $z_2 = x_2 e_0 + x_{13} e_{123}$, $z_{12} = x_{12} e_0 + x_3 e_{123}$. Сопряженный элемент \widehat{w} определяется равенством (6). Делители нуля имеют вид

$$w \cdot \widehat{w} = \widehat{w} \cdot w = z_0^2 - z_1^2 + z_2^2 - z_{12}^2 = 0.$$

Если $z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 + z_{12}^2 \neq 0$, то обратный элемент w^{-1} существует и определяется равенством (8), где $A = x_0^2 - x_{123}^2 + x_1^2 - x_{23}^2 + x_2^2 - x_{13}^2 + x_{12}^2 - x_3^2$, $B = 2(x_0x_{123} + x_1x_{23} + x_2x_{13} + x_3x_{12})$.

В алгебре $R_{0,3}$ базис образуют элементы $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}\}$, где e_0 – единица алгебры, $e_1^2 = e_2^2 = e_3^2 = e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{23}^2 = -e_0$, $e_{123}^2 = e_0$. Произвольный элемент алгебры представим в виде (5), где $z_0 = x_0e_0 + x_{123}e_{123}$, $z_1 = x_1e_0 - x_{23}e_{123}$, $z_2 = x_2e_0 + x_{13}e_{123}$, $z_{12} = x_{12}e_0 - x_3e_{123}$ – двойные числа. Сопряженный элемент определяется равенством (6). Делители нуля имеют вид [4]

$$w \cdot \bar{w} = \bar{w} \cdot w = z_0^2 + z_1^2 + z_2^2 + z_{12}^2 = 0.$$

Обратный элемент w^{-1} определяется равенством

$$w^{-1} = \frac{\bar{w}(Ae_0 - Be_{123})}{A^2 - B^2} = \frac{\bar{w} \cdot w^\lambda \cdot \bar{w}^\lambda}{A^2 - B^2}, A^2 - B^2 \neq 0, \quad (9)$$

где

$$A = x_0^2 + x_{123}^2 + x_1^2 + x_{23}^2 + x_2^2 + x_{13}^2 + x_{12}^2 + x_3^2, \\ B = 2(x_0x_{123} - x_1x_{23} + x_2x_{13} - x_3x_{12}).$$

В алгебре $R_{2,1}$ базис образуют элементы $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_3} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}\}$, где e_0 – единица алгебры, $e_1^2 = e_2^2 = e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{23}^2 = e_{123}^2 = e_0$, $e_3^2 = e_{12}^2 = -e_0$. Произвольный элемент алгебры представим в виде (5), где $z_0 = x_0e_0 + x_{123}e_{123}$, $z_1 = x_1e_0 + x_{23}e_{123}$, $z_2 = x_2e_0 - x_{13}e_{123}$, $z_{12} = x_{12}e_0 - x_3e_{123}$ – двойные числа. Сопряженный элемент определяется равенством (6). Делители нуля имеют вид

$$w \cdot \bar{w} = \bar{w} \cdot w = z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2 = 0.$$

Обратный элемент, если он существует, определяется равенством (9), где $A = x_0^2 + x_{123}^2 - x_1^2 - x_{23}^2 - x_2^2 - x_{13}^2 + x_{12}^2 + x_3^2$, $B = 2(x_0x_{123} - x_1x_{23} + x_2x_{13} - x_3x_{12})$.

2.3. Алгебры $R_{4,0}$ и $R_{1,3}$. Базис алгебры $R_{4,0}$:

$$\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_4} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}, e_4, e_{14}, e_{24}, e_{124}, e_{34}, e_{134}, e_{234}, e_{1234}\},$$

где $e_1^2 = e_2^2 = e_3^2 = e_4^2 = e_{1234}^2 = e_0$, $e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{23}^2 = e_{14}^2 = e_{24}^2 = e_{34}^2 = e_{123}^2 = e_{124}^2 = e_{134}^2 = e_{234}^2 = -e_0$. Центр алгебры образуют элементы вида x_0e_0 . Произвольный элемент алгебры можно представить в действительной и комплексной форме

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_4} x_\alpha e_\alpha = \sum_{\alpha \in \Gamma_4^3} z_\alpha e_\alpha, \quad (10)$$

где Γ_4^3 – обозначает совокупность подмножеств в множестве $\{1, 2, 4\}$,

$$z_0 = x_0e_0 + x_{123}e_{123}, z_1 = x_1e_0 + x_{23}e_{123}, z_2 = x_2e_0 - x_{13}e_{123}, z_{12} = x_{12}e_0 - x_3e_{123}, \\ z_4 = x_4e_0 + x_{1234}e_{1234}, z_{14} = x_{14}e_0 + x_{234}e_{1234}, z_{24} = x_{24}e_0 - x_{134}e_{1234}, z_{124} = x_{124}e_0 - x_{34}e_{1234}.$$

Заметим, что первые четыре комплексных числа совпадают с комплексными числами алгебры $R_{3,0}$. Запишем равенство (7) в виде

$$w = (z_0e_0 + z_1e_1 + z_2e_2 + z_{12}e_{12})e_0 + (z_4e_0 + z_{14}e_1 + z_{24}e_2 + z_{124}e_{12})e_4.$$

Введем сопряжение Клиффорда

$$\bar{w} = (z_0e_0 - z_1e_1 - z_2e_2 - z_{12}e_{12})e_0 - e_4(z_4e_0 - z_{14}e_1 - z_{24}e_2 - z_{124}e_{12}).$$

Умножим элемент w на \bar{w} . Имеем цепочку равенств

$$w \cdot \bar{w} = (z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2 - z_4^2 + z_{14}^2 + z_{24}^2 - z_{124}^2) + \\ + e_4[(\bar{z}_4e_0 - \bar{z}_{14}e_1 - \bar{z}_{24}e_2 + \bar{z}_{124}e_{12})(z_0e_0 - z_1e_1 - z_2e_2 - z_{12}e_{12}) -$$

$$-(\bar{z}_0 e_0 - \bar{z}_1 e_1 - \bar{z}_2 e_2 + \bar{z}_{12} e_{12})(z_4 e_0 - z_{14} e_1 - z_{24} e_2 - z_{124} e_{12})] = M + e_4 N.$$

$$\text{Здесь } M = (z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2 - z_4^2 + z_{14}^2 + z_{24}^2 - z_{124}^2),$$

$$N = 2y_0 e_{123} + 2y_1 e_{12} + 2y_2 e_{13} + 2y_3 e_{23}, \quad y_0 = \text{Im}(z_0 \bar{z}_4 + z_1 \bar{z}_{14} + z_2 \bar{z}_{24} + z_{12} \bar{z}_{124}),$$

$$y_1 = \text{Re}(z_0 \bar{z}_{124} - z_1 \bar{z}_{24} + z_2 \bar{z}_{14} - z_{12} \bar{z}_4), \quad y_2 = \text{Im}(-z_0 \bar{z}_{24} + z_1 \bar{z}_{124} - z_2 \bar{z}_4 + z_{12} \bar{z}_{14}),$$

$$y_3 = \text{Im}(-z_0 \bar{z}_{14} - z_1 \bar{z}_4 - z_2 \bar{z}_{124} - z_{12} \bar{z}_{24}).$$

Обозначим $(w \cdot \bar{w})^- = \bar{M} - e_4 N$. Тогда имеем $(w \cdot \bar{w})^-$

$$(w \cdot \bar{w})^- = (M + e_4 N)(\bar{M} - e_4 N) = M \cdot \bar{M} - N^* \cdot N,$$

где $N^* = \varepsilon_4 e_4 N e_4 = -2y_0 e_{123} + 2y_1 e_{12} + 2y_2 e_{13} + 2y_3 e_{23}$.

Делители нуля в $R_{4,0}$ определяются равенством

$$M \cdot \bar{M} - N^* \cdot N = -(z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2 - z_4^2 + z_{14}^2 + z_{24}^2 - z_{124}^2) \cdot \\ \cdot (\bar{z}_0^2 - \bar{z}_1^2 - \bar{z}_2^2 + \bar{z}_{12}^2 - \bar{z}_4^2 + \bar{z}_{14}^2 + \bar{z}_{24}^2 - \bar{z}_{124}^2) - 4(y_0^2 - y_1^2 - y_2^2 - y_3^2) = 0.$$

Обратный элемент определяется равенством

$$w^{-1} = \frac{\bar{w}(M - e_4 N)}{M \cdot \bar{M} - N^* \cdot N}, \quad M \cdot \bar{M} - N^* \cdot N \neq 0. \quad (11)$$

Рассмотрим теперь алгебру Дирака $R_{1,3}$. Базис алгебры образуют элементы $\{e_\alpha\}_{\alpha \in \Gamma_4} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}, e_4, e_{14}, e_{24}, e_{124}, e_{34}, e_{134}, e_{234}, e_{1234}\}$, где $e_1^2 = e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{14}^2 = e_{234}^2 = e_0$, $e_2^2 = e_3^2 = e_4^2 = e_{23}^2 = e_{24}^2 = e_{34}^2 = -e_0$, $e_{123}^2 = e_{124}^2 = e_{134}^2 = e_{1234}^2 = -e_0$. Центр алгебры образует элемент e_0 . Произвольный элемент представим в виде (10), где $z_0 = x_0 e_0 + x_{123} e_{123}$, $z_1 = x_1 e_0 + x_{23} e_{123}$, $z_2 = x_2 e_0 + x_{13} e_{123}$, $z_{12} = x_{12} e_0 + x_3 e_{123}$, $z_4 = x_0 e_4 + x_{1234} e_{1234}$, $z_{14} = x_{14} e_0 + x_{234} e_{1234}$, $z_{24} = x_{24} e_0 + x_{134} e_{1234}$, $z_{124} = x_{124} e_0 + x_{34} e_{1234}$ — комплексные числа. Заметим, что первые четыре комплексных числа совпадают с комплексными числами алгебры $R_{1,2}$. Проводя аналогичные рассуждения, найдем делители нуля в алгебре Дирака. Делители нуля определяются равенством

$$M \cdot \bar{M} - N^* \cdot N = (z_0^2 - z_1^2 + z_2^2 - z_{12}^2 + z_4^2 - z_{14}^2 + z_{24}^2 - z_{124}^2) \cdot \\ \cdot (\bar{z}_0^2 - \bar{z}_1^2 + \bar{z}_2^2 + \bar{z}_{12}^2 + \bar{z}_4^2 - \bar{z}_{14}^2 + \bar{z}_{24}^2 - \bar{z}_{124}^2) - 4(y_0^2 - y_1^2 - y_2^2 - y_3^2) = 0.$$

$$\text{Здесь } M = (z_0^2 - z_1^2 + z_2^2 - z_{12}^2 + z_4^2 - z_{14}^2 + z_{24}^2 - z_{124}^2),$$

$$N = 2y_0 e_{123} + 2y_1 e_{12} + 2y_2 e_{13} + 2y_3 e_{23}, \quad y_0 = \text{Im}(z_0 \bar{z}_4 + z_1 \bar{z}_{14} - z_2 \bar{z}_{24} - z_{12} \bar{z}_{124}),$$

$$y_1 = \text{Re}(z_0 \bar{z}_{124} - z_1 \bar{z}_{24} + z_2 \bar{z}_{14} - z_{12} \bar{z}_4), \quad y_2 = \text{Im}(-z_0 \bar{z}_{24} + z_1 \bar{z}_{124} - z_2 \bar{z}_4 + z_{12} \bar{z}_{14}),$$

$$y_3 = \text{Im}(-z_0 \bar{z}_{14} - z_1 \bar{z}_4 + z_2 \bar{z}_{124} + z_{12} \bar{z}_{24}), \quad N^* = \varepsilon_4 e_4 N e_4.$$

Обратный элемент, если он существует, определяется равенством (11).

2.4. Произвольная алгебра Клиффорда $R_{p,q}$. Пусть $R_{p,q}$ — действительная алгебра. Произвольный элемент алгебры можно представить в виде $w = \sum_{\alpha \in \Gamma_n} x_\alpha e_\alpha$, где x_α — действительные числа. Введем две другие операции

сопряжения. Обозначим $\bar{w} = \sum_{\alpha \in \Gamma_n} \varepsilon_\alpha x_\alpha e_\alpha$, $w^* = \varepsilon_n e_n w e_n$, где $\varepsilon_\alpha = e_\alpha^2$, $\varepsilon_n = e_n^2$.

Введенные операции сопряжения обладают свойствами:

$$\overline{\bar{w}} = w, \quad \overline{w_1 + w_2} = \bar{w}_1 + \bar{w}_2, \quad \overline{w_1 w_2} = \bar{w}_2 \cdot \bar{w}_1,$$

$$(w_1 + w_2)^* = w_1^* + w_2^*, (w_1 w_2)^* = w_1^* w_2^*, \overline{w^*} = \overline{w}. \quad (12)$$

Построим матричное представление элементов алгебры Клиффорда $R_{p,q}$ ($p + q = n$), отличное от приведенных ранее, методом математической индукции. Представим произвольный элемент алгебры Клиффорда $R_{p,q}$ в виде $w = w_0 e_0 + w_1 e_n$, где w_0 и w_1 элементы алгебры Клиффорда на единицу меньшей размерности. Заметим, что

$$w = w_0 e_0 + w_1 e_n = w_0 e_0 + e_n w_1^*. \quad (13)$$

Если $e_n^2 = -1$, то по аналогии со случаем $n = 2$ элементу (13) сопоставим матрицу

$$\begin{pmatrix} w_0 & w_1 \\ -w_1^* & w_0^* \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Если $e_n^2 = 1$, то матричное представление (13) имеет вид

$$\begin{pmatrix} w_0 & w_1 \\ w_1^* & w_0^* \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где w_0 и w_1 также представляются в матричном виде. Проверим, что при таком соответствии операции сложения и умножения сохраняются. Пусть $w = w_0 e_0 + w_1 e_n$ и $u = u_0 e_0 + u_1 e_n$ ($e_n^2 = -1$) – два элемента алгебры Клиффорда. Тогда имеем

$$w + u = (w_0 + u_0) e_0 + (w_1 + u_1) e_n;$$

$$w \cdot u = (w_0 e_0 + w_1 e_n)(u_0 e_0 + u_1 e_n) = (w_0 u_0 - w_1 u_1^*) e_0 + (w_0 u_1 + w_1 u_0^*) e_n.$$

Сложение и умножение матриц вида (14) приводят к тому же результату

$$\begin{pmatrix} w_0 & w_1 \\ -w_1^* & w_0^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_0 & u_1 \\ -u_1^* & u_0^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_0 + u_0 & w_1 + u_1 \\ -(w_1 + u_1)^* & (w_0 + u_0)^* \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} w_0 & w_1 \\ -w_1^* & w_0^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 & u_1 \\ -u_1^* & u_0^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_0 u_0 - w_1 u_1^* & w_0 u_1 + w_1 u_0^* \\ -w_1^* u_0 - w_0^* u_1^* & -w_1^* u_1 + w_0^* u_0^* \end{pmatrix}.$$

Если $e_n^2 = -1$, то сопряженный элемент $\overline{w} = \overline{w_0} e_0 + \overline{e_n} \overline{w_1} = \overline{w_0} e_0 - e_n \overline{w_1}$. Этому элементу соответствует матрица

$$\overline{w} \leftrightarrow \begin{pmatrix} \overline{w_0} & -\overline{w_1}^* \\ \overline{w_1} & \overline{w_0}^* \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Если $e_n^2 = 1$, то сопряженному элементу $\overline{w} = \overline{w_0} e_0 + \overline{e_n} \overline{w_1} = \overline{w_0} e_0 + e_n \overline{w_1}$ соответствует матрица

$$\overline{w} \leftrightarrow \begin{pmatrix} \overline{w_0} & \overline{w_1}^* \\ \overline{w_1} & \overline{w_0}^* \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Матрицы (16), (17) транспонированы матрицам (14), (15), соответственно. Действительно, если $n = 2$, то элементу $z = x + e_1 y$ соответствует матрица $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$, если $e_1^2 = -1$, или матрица $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$, если $e_1^2 = 1$. Сопряженному элементу $\bar{z} = x + \bar{e}_1 y$ соответствуют транспонированные матрицы $\mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$, $\mathbf{B}^T = \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$. Доказываемое утверждение следует из метода математической индукции.

Пусть $w \in R_{p,q}$, $p+q=n$ и элемент w обратим. Представим его для определенности в виде (13); $w = w_0 e_0 + w_1 e_n$, где $e_n^2 = -1$. Формулы для обратных элементов в алгебрах малых размерностей известны. Если w_0 и w_1 обратимы, то по индукции будем считать, что известны формулы для обратных элементов w_0^{-1}, w_1^{-1} . Тогда $w_0^{-1} w = e_0 + w_0^{-1} w_1 e_n$. Элемент $w_0^{-1} w$ также обратим как произведение обратимых элементов. Обозначим $w' = e_0 - w_0^{-1} w_1 e_n$. Тогда $w' w_0^{-1} w = (e_0 - w_0^{-1} w_1 e_n)(e_0 + w_0^{-1} w_1 e_n) = e_0 + w_0^{-1} w_1 w_0^{*-1} w_1^*$. Получили, что элемент $w' w_0^{-1} w$ принадлежит алгебре Клиффорда на единицу меньшей размерности. Покажем, что w' также обратим. Элементу $e_0 + w_0^{-1} w_1 e_n$ соответствует матрица

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{B} \\ -\tilde{\mathbf{B}} & \mathbf{E} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где \mathbf{E} – единичная матрица, а \mathbf{B} – матрица, соответствующая элементу $w_0^{-1} w_1$, которые имеют размерности $2^{n-1} \times 2^{n-1}$. Элементу w' соответствует матрица

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} & -\mathbf{B} \\ \tilde{\mathbf{B}} & \mathbf{E} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

По формулам Шура матрицы (18) и (19) имеют одинаковый определитель. Отсюда следует, что элемент w' также обратим.

Найдем формулу для обратного элемента. Пусть $w = w_0 e_0 + w_1 e_n$, где $w_0, w_1 \in R_{n-1}, e_n^2 = \varepsilon_n$. Пусть w_0 – обратим, тогда $w_0^{-1} w = e_0 + w_0^{-1} w_1 e_n$. Произведение элементов $(e_0 - w_0^{-1} w_1 e_n) w_0^{-1} w = e_0 - \varepsilon_n w_0^{-1} w_1 w_0^{*-1} w_1^* \in R_{n-1}$ и обратимо. Таким образом,

$$w^{-1} = (e_0 - \varepsilon_n w_0^{-1} w_1 w_0^{*-1} w_1^*)^{-1} (e_0 - w_0^{-1} w_1 e_n) w_0^{-1}. \quad (20)$$

Получили аналог формулы Фробениуса для элементов алгебры Клиффорда $R_{p,q}$.

Если элемент w_0 необратим, а элемент w_1 обратим, то, умножая w справа на e_n , получим $w e_n = w_0 e_n - w_1$. Пришли к предыдущему случаю.

Если элементы w_0 и w_1 необратимы, то умножим w на \bar{w} . Получаем $v = w \bar{w} = w_0 e_0 + v_1 e_n$, у которого элементы v_0, v_1 обратимы. Это следует из соответствующих матричных представлений w и \bar{w} .

3. Комплексная алгебра Клиффорда $C_{p,q}$. Произвольный элемент алгебры представим в виде $w = \sum_{\alpha \in \Gamma_n} z_\alpha e_\alpha$, где z_α – комплексные числа. Введем в алгебре $C_{p,q}$ две операции сопряжения. Обозначим $\bar{w} = \sum_{\alpha \in \Gamma_n} \varepsilon_\alpha \bar{z}_\alpha e_\alpha$, где

$\varepsilon_\alpha = e_\alpha^2, \varepsilon_n = e_n^2, \bar{z}_\alpha$ означает комплексное сопряжение. Введенные операции обладают свойствами (12). Представим произвольный элемент алгебры Клиффорда $C_{p,q}$ в виде $w = w_0 e_0 + w_1 e_n$, где w_0 и w_1 – элементы алгебры Клиффорда на единицу меньшей размерности. Элементу w соответствует матрица

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} w_0 & w_1 \\ \varepsilon_n w_1^* & w_0^* \end{pmatrix}.$$

Комплексно сопряженному элементу $\bar{w} = \bar{w}_0 e_0 + \bar{e}_n \bar{w}_1 = \bar{w}_0 e_0 + \varepsilon_n \bar{w}_1^* e_n$ соответствует матрица

$$\mathbf{M}' = \begin{pmatrix} \bar{w}_0 & \varepsilon_n \bar{w}_1^* \\ \bar{w}_1 & \bar{w}_0^* \end{pmatrix},$$

которая является эрмитово сопряженной матрицей для \mathbf{M} .

Пусть $w \in C_{p,q}$, $p+q=n$ и пусть элемент w обратим. Представим его в виде $w = w_0 e_0 + w_1 e_n$. Дословно повторяя рассуждения в п. 2.4, получим аналогии формулы Фробениуса вида (20).

4. Алгебра Грассмана. Пусть $\Lambda^F(n)$ ($F=R$ или $F=C$) – алгебра Грассмана над полем действительных или комплексных чисел. Пусть e_0 – единица алгебры, канонический базис алгебры Грассмана образуют элементы e_1, e_2, \dots, e_n , где $e_1^2 = e_2^2 = \dots = e_n^2 = 0$, которые удовлетворяют соотношениям (1). Любой элемент алгебры Грассмана $\Lambda^F(n)$ представим в виде

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_n} a_\alpha e_\alpha = a_0 e_0 + \sum_{\alpha \in \Gamma'_n} a_\alpha e_\alpha, \quad (21)$$

где $e_\alpha = e_{i_1, \dots, i_k}$, $1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$, a_α – действительные или комплексные числа, $\Gamma'_n = \Gamma_n \setminus \{0\}$. Элемент $w = a_0 e_0 + a_1 e_1$ алгебры Грассмана $\Lambda^F(1)$ имеет матричное представление

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 \\ 0 & a_0 \end{pmatrix}.$$

Произвольный элемент алгебры Грассмана можно записать в виде: $w = v_0 + v_1 e_n$, где $v_0, v_1 \in \Lambda^F(n-1)$. Ему соответствует матричное представление

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} v_0 & v_1 \\ 0 & v_0^* \end{pmatrix}.$$

Элементы v_0 и v_1 также можно представить в матричном виде. В результате получим, что \mathbf{M} является нижней треугольной матрицей, все элементы которой на главной диагонали равны a_0 . Определитель этой матрицы $\det \mathbf{M} = a_0^n$. Следовательно, элемент w обратим тогда и только тогда, когда $a_0 \neq 0$.

Укажем метод нахождения обратных элементов в алгебре Грассмана. Найдем обратный элемент в алгебрах $\Lambda^F(2)$ и $\Lambda^F(3)$. Произвольный элемент в $\Lambda^F(2)$ представим в виде: $w = a_0 e_0 + a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_{12} e_{12}$. Обозначим $\hat{w} = a_0 e_0 - (a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_{12} e_{12})$. Произведение $w \cdot \hat{w} = a_0^2 e_0$. Поэтому

$w^{-1} = \frac{\hat{w}}{a_0^2}$, $a_0 \neq 0$. В алгебре Грассмана $\Lambda^F(3)$: $w = a_0 e_0 + \sum_{\alpha \in \Gamma'_3} a_\alpha e_\alpha = a_0 e_0 + w_1$,

$\hat{w} = a_0 e_0 - \sum_{\alpha \in \Gamma'_3} a_\alpha e_\alpha = a_0 e_0 - w_1$. Найдем произведение $w \cdot \hat{w}$. Имеем

$$w \cdot \hat{w} = a_0^2 e_0 - w_1^2 = a_0^2 e_0 - (2a_1 a_{23} - 2a_2 a_{13} + 2a_3 a_{12}) e_{123},$$

$$w \cdot \hat{w} (a_0^2 e_0 + w_1^2) = (a_0^2 e_0 - w_1^2) (a_0^2 + w_1^2) = a_0^4 e_0.$$

Таким образом, если $a_0 \neq 0$, то обратный элемент находится по формуле

$$w^{-1} = \frac{(a_0 e_0 - w_1) (a_0^2 e_0 + w_1^2)}{a_0^4}.$$

Пусть $\Lambda^F(n)$ – произвольная алгебра Грассмана, а e_α – произвольный элемент базиса. Рангом элемента e_α ($\text{rang}(e_\alpha)$) назовём длину $|\alpha|$ элемента α . Элементы базиса длины $|i|$ будем называть элементами i ранга. Рассмотрим произведение $e_\alpha e_\beta$ двух базисных элементов. Произведение $e_\alpha e_\beta \neq 0$, если $\alpha \cap \beta = \emptyset$, $\text{rang}(e_\alpha e_\beta) = \text{rang}(e_\alpha) + \text{rang}(e_\beta)$. Коммутационные коэффициенты $a_{\alpha\beta}$ определяются из равенства $e_\alpha e_\beta = a_{\alpha\beta} e_\beta e_\alpha$. Заметим, что $a_{\alpha\beta} = 1$, если элементы e_α и e_β коммутируют друг с другом, и $a_{\alpha\beta} = -1$, если элементы e_α и e_β антикоммутируют друг с другом. Если $e_\alpha e_\beta \neq 0$, то коммутационные коэффициенты определяются из равенства

$$a_{\alpha\beta} = (-1)^{|\alpha| \cdot |\beta|}. \quad (22)$$

Произвольный элемент алгебры Грассмана возьмём в виде (20). Обозначим

$$\widehat{w} = a_0 e_0 - \sum_{\alpha \in \Gamma_n} a_\alpha e_\alpha = a_0 e_0 - w_1.$$

Найдём произведение $w \cdot \widehat{w}$. Имеем

$$w \cdot \widehat{w} = a_0^2 e_0 - \left(\sum_{\alpha \in \Gamma_n} a_\alpha e_\alpha \right) = a_0^2 e_0 - w_1^2. \quad (23)$$

В (23) отсутствуют элементы базиса первого и второго рангов. Действительно, так как $e_\alpha \neq e_0$, то в (23) нет элементов первого ранга. В силу равенства (22) $a_i a_j e_i e_j + a_i a_j e_j e_i = 0$, поэтому в (23) нет элементов второго ранга. Таким образом, в выражении $w_1^2 = \left(\sum_{\alpha \in \Gamma_n} a_\alpha e_\alpha \right)^2$ могут оставаться элементы третьего ранга и выше. Применяя аналогичные рассуждения, с помощью (22) можно показать, что в выражении $w_1^4 = \left(\sum_{\alpha \in \Gamma_n} a_\alpha e_\alpha \right)^4$ могут оставаться элементы седьмого ранга и выше, в выражении $w_1^8 = \left(\sum_{\alpha \in \Gamma_n} a_\alpha e_\alpha \right)^8$ могут оставаться элементы пятнадцатого ранга и выше. Таким образом, найдется такое k , что $w_1^{2^k} = 0$. Справедливо равенство

$$w(a_0 e_0 - w_1)(a_0^2 e_0 + w_1^2)(a_0^4 e_0 + w_1^4) \dots (a_0^{2^{k-1}} e_0 + w_1^{2^{k-1}}) = a_0^{2^k}.$$

Обратный элемент находится по формуле

$$w^{-1} = \frac{(a_0 e_0 - w_1)(a_0^2 e_0 + w_1^2)(a_0^4 e_0 + w_1^4) \dots (a_0^{2^{k-1}} e_0 + w_1^{2^{k-1}})}{a_0^{2^k}}. \quad (24)$$

Заметим, что если $1 \leq n < 3$, то $k=1$, $w^{-1} = \frac{a_0 e_0 - w_1}{a_0^2}$.

Для алгебр Грассмана $\Lambda^F(n)$, $3 \leq n < 7$, максимальное число множителей в (24) равно 2, $w^{-1} = \frac{(a_0 e_0 - w_1)(a_0^2 e_0 + w_1^2)}{a_0^4}$.

Для алгебр Грассмана $\Lambda^F(n)$, $7 \leq n < 15$, максимальное количество множителей в (24) равно 3, $w^{-1} = \frac{(a_0 e_0 - w_1)(a_0^2 e_0 + w_1^2)(a_0^4 e_0 + w_1^4)}{a_0^8}$.

Для алгебр Грассмана $\Lambda^F(n)$, $n < 2^{k+1} - 1$ обратный элемент находится по формуле (24).

Таким образом, в статье получены формулы для обратных элементов в действительной и комплексной алгебре Клиффорда и алгебре Грассмана. Исследована проблема нахождения делителей нуля в этих алгебрах. Для действительных алгебр Клиффорда малых размерностей получены формулы для нахождения делителей нуля. Для произвольных действительных и комплексных алгебр Клиффорда получены аналоги формул Фробениуса.

Выводы. В настоящей статье изучаются действительные и комплексные алгебры Клиффорда и Грассмана. В первом пункте рассматриваются матричные представления элементов этих алгебр, которые отличаются от известных представлений минимальной размерности. Изучены особые случаи формулы Фробениуса для нахождения обратного элемента блочной матрицы. Во втором пункте найдены формулы для нахождения делителей нуля в действительных алгебрах Клиффорда малых размерностей, получены формулы для нахождения обратных элементов в этих алгебрах. Найден алгоритм нахождения обратных элементов в произвольных действительных алгебрах Клиффорда. При этом рассмотрены все особые случаи. Получены аналоги формулы Фробениуса для нахождения обратных элементов в действительных алгебрах Клиффорда. В третьем пункте указан алгоритм нахождения обратных элементов в произвольных комплексных алгебрах Клиффорда, получены аналоги формулы Фробениуса для нахождения обратных элементов в комплексных алгебрах Клиффорда. В четвертом пункте в алгебрах Грассмана изучен вопрос существования обратных элементов и найдены формулы для их нахождения.

Выражаем благодарность доктору физико-математических наук, профессору Ю.М. Семенову за помощь в работе над статьей.

Литература

1. Ван-дер-Варден Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976. 648 с.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 548 с.
3. Думачев В.Н. Модели и алгоритмы квантовой информации. Воронеж: Воронеж. ин-т МВД России, 2009. 232 с.
4. Кузнецов С.П., Мочалов В.В., Чуев В.П. О группах Клиффорда и делителях нуля в алгебрах Клиффорда // Вестник Чувашского университета. 2015. № 2. С. 164–172.
5. Кузнецов С.П., Мочалов В.В., Чуев В.П. Об обратном элементе в алгебрах Клиффорда // Математика в образовании: сб. ст. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2016. Вып. 12. С. 182–187.
6. Марчук Н.Г. Уравнения теории поля и алгебры Клиффорда. Ижевск: РХД, 2009. 302 с.
7. Марчук Н.Г., Широков Д.С. Введение в теорию алгебр Клиффорда. М.: ФАЗИС, 2012, 590 с.
8. Петухов С.В. Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость. М.: РХД, 2008. 316 с.
9. Чернов В.М. Арифметические методы синтеза быстрых алгоритмов дискретных ортогональных преобразований. М.: Физматлит, 2007. 264 с.
10. Dorst L., Doran C., Lasenby J. Applications of Geometric Algebra in Computer Science and Engineering. New York, Springer-Verlag Inc., 2013, 478 p.
11. Garvey S., Prells U., Friswell M.I. Modal Correlation Measures for General Viscous-Damped Structures. Proc. 19th Int. Modal Analysis Conf. Orlando, Florida, USA, February 2001, pp. 653–660.
12. Lounesto P. Clifford Algebras and Spinors. Cambridge Univ. Press, 2011, 346 p.

ИВАНИЦКИЙ АЛЕКСАНДР ЮРЬЕВИЧ – кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой актуарной и финансовой математики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (phiz-matdek@mail.ru).

КУЗНЕЦОВ СЕРГЕЙ ПЕТРОВИЧ – старший преподаватель кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (chevchenka@mail.ru).

МОЧАЛОВ ВЛАДИМИР ВИКТОРОВИЧ – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (m622573@gmail.com).

ЧУЕВ ВАСИЛИЙ ПЕТРОВИЧ – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (570065@mail.ru).

A. IVANITSKIY, S. KUZNETSOV, V. MOCHALOV, V. CHUEV REVERSE ELEMENTS AND ZERO DEVISORS IN CLIFFORD AND GRASSMAN ALGEBRAS

Key words: signals coding theory, informatics, Frobenius and Schur formulas, block matrices, Clifford algebra, Grassmann algebra, zero divisors, inverse elements.

The mathematical model of step-by-step calculation of inverse elements in the Clifford and Grassmann algebras by numerical methods which can be used in computer science, and in particular in the theory of signal coding is constructed. Clifford and Grassmann algebras are considered. Various algorithms for finding the inverse elements are found. In Clifford algebras, formulas are obtained for finding the inverse elements of the analogous Frobenius matrix formulas. For the real Clifford algebras of small dimensions, equations are found for finding zero divisors. Formulas for inverse elements in Grassmann algebras are obtained. Numerical methods for computing inverse matrices using the Frobenius formula are constructed in exceptional cases, when determinants of matrix blocks vanish.

References

1. Van-der-Varden B.L. *Algebra* [Algebra]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 648 p.
2. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* [The theory of matrices]. Moscow, Nauka Publ., 1988, 548 p.
3. Dumachev V.N. *Modeli i algoritmy kvantovoi informatsii* [Models and algorithms for quantum information]. Voronezh, 2009, 232 p.
4. Kuznetsov S.P., Mochalov V.V., Chuev V.P. *O gruppakh Klifforda i delitelyakh nulya v algebrakh Klifforda* [The Clifford groups and the divisors of zero in Clifford algebras]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 2, pp. 164–172.
5. Kuznetsov S.P., Mochalov V.V., Chuev V.P. *Ob obratnom elemente v algebrakh Klifforda* [The reverse element in the Clifford algebra]. *Matematika v obrazovanii. sb. st.* [Mathematics in education: collection of articles]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2016, iss. 12, pp. 182–187.
6. Marchuk N.G. *Uraveneniya teorii polya i algebr Klifforda* [Equations of field theory and Clifford algebras]. Izhevsk, 2009, 302 p.
7. Marchuk N.G., Shirokov D.S. *Vvedenie v teoriyu algebr Klifforda* [Introduction to the theory of Clifford algebras]. Moscow, FAZIS Publ., 2012, 590 p.
9. Petukhov S.V. *Matrichnaya genetika, algebrы geneticheskogo koda, pomekhoustoichivost'* [Matrix genetics, algebras of the genetic code, noise immunity]. Moscow, 2008, 316 p.
10. Chernov V.M. *Arifmeticheskie metody sinteza bystrykh algoritmov diskretnykh ortogonal'nykh preobrazovaniy* [The arithmetic methods of synthesis of fast algorithms of discrete orthogonal transforms]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007, 264 p.

11. Dorst L., Doran C., Lasenby J. Applications of Geometric Algebra in Computer Science and Engineering. New York, Springer-Verlag Inc., 2002, 453 p.

12. Garvey S., Prells U., Friswell M.I. Modal Correlation Measures for General Viscous-Damped Structures. Proc. 19th Int. Modal Analysis Conf. Orlando, Florida, USA, February 2001, pp. 653–660.

IVANITSKIY ALEXANDR – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Actuarial and Financial Mathematics, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

KUZNETSOV SERGEY – Senior Lecturer, Department of Discrete Mathematics and Computer Science, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

MOCHALOV VLADIMIR – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Discrete Mathematics and Computer Science, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

CHUEV VASILIIY – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Discrete Mathematics and Computer Science, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Ссылка на статью: *Иваницкий А.Ю., Кузнецов С.П., Мочалов В.В., Чуев В.П.* Обратные элементы и делители нуля в алгебрах Клиффорда и Грассмана // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 207–221.

УДК 004.438

ББК 3973.2

С.О. ИВАНОВ, Д.В. ИЛЬИН, И.Ю. БОЛЬШАКОВ

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ ЯЗЫКОВ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Ключевые слова: языки программирования, тестирование, фрактал Мандельброта, C, C#, Java, JavaScript, RUST, Go, Swift.

Данная статья посвящена исследованию влияния языка программирования на эффективность и надежность программного обеспечения. Известно, что выбор языка программирования влияет на характеристики создаваемых программ. В данной работе производится сравнение ведущих языков программирования (C, C#, Java, JavaScript, RUST, Go и Swift) с помощью тестирования написанных на них программ. Для получения объективных и сравнимых результатов на каждом языке программирования написана программа, которая решает одну задачу – вычисление фрактала Мандельброта одним и тем же способом. Были выбраны следующие характеристики: скорость выполнения, объем используемой памяти и лаконичность исходного кода. В результате было выделено несколько языков-лидеров в своей области, ни один язык программирования не стал лучшим по всем критериям.

В настоящее время существует огромное количество языков программирования. Их более 2500, но наиболее значимых – около 700, и это без учета их диалектов. Споры от том, какой среди них лучший, ведутся давно. Существует объективно наблюдаемая разница в работе программ, написанных на разных языках. Так, например, функциональный язык SISAL в 6 раз медленнее C и в 2,5 раза больше использует оперативную память [6]. В каждом языке имеет место определенная зависимость между выразительностью языка и его эффективностью, а также существует множество других критериев, по которым можно оценить язык программирования. Таким образом, задача выбора языка программирования является сложной, многокритериальной задачей с большим (теоретически бесконечным) количеством оцениваемых объектов.

Выбор «живого» перспективного языка важен и для обучения, и для написания оптимальной программы как по производительности, так и по скорости написания и удобству дальнейшего сопровождения. Так, например, у ведущих языков программирования отсутствуют возможности для уточнения, автоматической верификации, безопасности [9]. С необходимостью выбора языка программирования чаще всего сталкиваются программисты при изучении первого языка программирования. Здесь на выбор первого языка программирования оказывает влияние множество факторов: дидактические, педагогические, отраслевые и технологические [7]. В работе [1] отмечено, что выбор самими учащимися подходящего языка программирования для решения конкретной задачи повышает их интерес к изучаемой дисциплине. Правильный выбор средств и инструментов оказывает существенное влияние на результат любого инженерного проекта, особенно для таких критических систем, как космические спутники [2, 4].

Существуют различные подходы к решению проблемы выбора языка программирования. В данной статье производится сравнение «продвинутых»

языков программирования с традиционными «ведущими» языками для выявления «перспективных» языков.

Особенности сравнения языков программирования. Среди огромного количества существующих языков программирования широко используются около 50. В различных рейтингах, например в TIOBE Index [13], учитываются только 100 наиболее популярных. Поэтому выбор языка программирования можно сократить до 100 из постоянно обновляемого списка TIOBE Index.

Языки программирования используются для различных задач. Хотя большинство языков являются универсальными, некоторые являются более подходящими для конкретных целей. Можно выделить следующие независимые группы целей: прототипирование (скорость) – проверка концепций и экспериментирование; переносимость (легкость) – многократно используемый, свободно распространяемый код; производство (надежность) – создание ПО для заказчика, быстрый, надежный, системный код. Таким образом в каждой категории будет свой язык-«лидер».

Так как язык программирования – это абстрактное описание вычислительного процесса, то объективно измерить можно только сам процесс и его результаты. Суть подобных методов сравнения языков программирования заключается в том, что оценивается код программы, написанной на разных языках. При этом следует учитывать разницу между языком программирования и программой при использовании этого метода и интерпретации результатов.

Рассмотрим особенности этого метода сравнения языков программирования.

1. *Зависимость от задачи.* Некоторые языки предназначены для решения определенных задач, поэтому выбор задачи для тестирования оказывает существенное влияние на результаты. Наиболее распространенный подход к выбору задач [5, 6, 8] – это использовать вычислительно трудоемкие задачи, такие, как функция Аккермана, триномины, серии экспоненциальных функций и др. В других работах [11, 12] задачи акцентированы на возможностях языка по распараллеливанию вычислений – проблемы Куочена (Cowichan), синхронизации и «бутылочного горлышка», эффективности коммуникации. Все предыдущие тесты основаны на реальных задачах из практики, что позволяет говорить о существовании оптимальных решений, на нахождение которых ориентированы языки программирования и программисты. Для проверки других случаев используются синтетические тесты [3, 10], проверяющие комбинации операций – whetstone, перебор комбинаций вариантов выполняемых действий.

2. *Зависимость от алгоритма.* Алгоритм решения выбранных задач также оказывает влияние на результаты сравнения, так как языки программирования предоставляют разные вычислительные примитивы (абстракции, конструкции). В работе [6] отмечают сильное влияние на производительность кода выбора рекурсии вместо итерации. Работы [11, 12] посвящены оценке влияния различных подходов к распараллеливанию на эффективность программы. Необходимо отметить также влияние на производительность программы эффективности реализации операций над структурами данных (массивы и списки) и средств ввода-вывода (необходимость дополнительного перекодирования данных).

Таким образом, для сопоставимости результатов программы для каждого языка должны быть либо самыми производительными, либо точно следовать

одному алгоритму. Для нахождения наилучших программ для решения определенной задачи на разных языках можно использовать системы, используемые в олимпиадах по программированию. Этот подход используется в существующем проекте [5].

3. *Зависимость от компилятора.* Компиляторы отличаются возможностями оптимизации и параметрами компиляции – результаты тестирования одной и той же программы, скомпилированной с разными параметрами, могут существенно отличаться. Для усложнения оптимизации в работе [3] используются трудно оптимизируемые для компиляторов выражения. Многие компиляторы для разных языков программирования используют также одинаковый «back-end», например LLVM для clang, swift, rust и т.п., который выполняет окончательную оптимизацию и генерацию кода. Таким образом результаты тестирования в первую очередь будут показывать, насколько хорошо работает «back-end» и насколько удобен язык программирования для него.

4. *Зависимость от платформы.* Достаточно очевидным фактом является то, что производительность компьютерной платформы непосредственно влияет на результаты выполнения кода. Так, например, машина Тьюринга теоретически может выполнить любую известную вычислительную задачу, но на практике ее реализация совершенно неэффективна и по удобству программирования, и по размеру кода, и по эффективности вычисления. Поэтому для сопоставимости результатов необходимо либо использовать только одну платформу для всех тестов, либо ввести поправочный коэффициент. Для вычисления коэффициента можно использовать результаты выполнения одного и того же эталонного кода. Кроме производительности платформы обладают различным набором вычислительных средств и компонент среды, что делает невозможным проведение некоторых тестов, например в некоторых случаях необходимо наличие веб-браузеров и сетевых средств [10].

Критерии тестирования. Рассмотрим критерии, с помощью которых можно оценить языки программирования:

- 1) скорость выполнения – время, затрачиваемое на выполнение программы – показывает производительность языка;
- 2) используемая память – объем необходимой оперативной памяти – показывает экономичность языка;
- 3) размер исходного кода – количество символов в программе без учета разделителей – показывает лаконичность языка;
- 4) размер результирующей программы – размер исполняемой программы – показывает громоздкость получаемых программ;
- 5) поддерживаемые абстракции – набор конструкций и парадигм – показывает удобство языка;
- 6) поддерживаемые специальные средства – количество компонент для решения специальных задач – показывает развитость языка;
- 7) популярность среди программистов и работодателей – распространенность языка – показывает перспективность языка.

Скорость выполнения программы можно считать основным критерием оценки языка программирования. С учетом используемых объемов памяти сегодня объем используемой памяти и размер результирующей программы не

существенны. Оценить популярность языка можно по специальным индексам, например TIOBE Index [13].

Для сравнения языков программирования были выбраны следующие критерии: время работы программы от запуска до конца ее выполнения; количество символов в исходном коде программы данного языка.

Тестирование языков программирования. Для сравнения были выбраны известные языки программирования: C, C#, Java, JavaScript, RUST, Go и Swift. На каждом из приведенных языков была написана линейная программа, которая выводила символьный рисунок фрактала Мандельброта размером 4096 на 4096 символа. Все программы имели один алгоритм и имели идентичные типы используемых переменных.

Пример программы на языке C:

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
double bias = 5.0;
int maxIter = 64;
char mandelbrot(double p, double q){
double x = 0;
double y = 0;
char res = 0;
while((x*x + y*y < bias) && (res < maxIter)){
double x1 = x, y1 = y;
x = x1*x1 - y1*y1 + p;
y = 2*x1*y1 + q;
res++;
}
return res;
}
int main(int argc, char **argv){
double fac;
char *buf;
int xi,yi;
int size = 1024;
if(argc > 1){
sscanf(argv[1], "%d", &size);
}
fac = 2.0 / size;
buf = (char *)calloc(size*size+1,sizeof(char));
for(yi=0; yi<size; yi++){
for(xi=0; xi<size; xi++){
double y = (yi*fac - 1.0);
double x = (xi*fac - 1.0);
buf[yi*size+xi] = mandelbrot(x,y)+ '0';
}
buf[yi*size + size - 1] = '\n';
}
buf[size*size] = 0;
printf("Mandelbrot: %d, %d\n",size,size);
puts(buf);
free(buf);
}
```

Все тесты были выполнены на выделенной удаленной машине, на которой была установлена ОС Ubuntu Server 16.04. Результаты приведены в таблице.

Результаты тестирования

| Язык программирования | Среднее время выполнения, с | | | Количество символов | |
|-----------------------|-----------------------------|----------|--------|---------------------|--------------|
| | общее | вне ядра | в ядре | с пробелами | без пробелов |
| RUST | 2:46 | 2:34 | 0:04 | 953 | 612 |
| C | 2:90 | 2:09 | 0:13 | 813 | 618 |
| JavaScript | 3:22 | 3:20 | 0:17 | 768 | 591 |
| Swift | 4:23 | 0:13 | 0:19 | 857 | 806 |
| Java | 4:21 | 2:90 | 0:24 | 1418 | 881 |
| Go | 7:09 | 6:20 | 0:97 | 750 | 575 |
| C# | 7:49 | 6:17 | 0:27 | 1161 | 750 |

В данном эксперименте по скорости выполнения программы новый системный язык программирования RUST оказался быстрее, чем классический системный язык Си. Язык Go по общему времени выполнения не оказался на последнем месте, но затратил существенно больше времени на вычисления, чем остальные языки. Схожие по синтаксису и возможностям языки программирования Java и C# показали одинаковую скорость вычисления, но на запуск программы на C# ушло больше времени.

Самым лаконичным языком оказался Go, а самым избыточным Java, что соответствует принципам, использовавшимся при их создании.

Выводы. Сравнение языков программирования способом тестирования программ, написанных на них, используется давно. В настоящее время основное внимание уделяется тестированию возможностей параллелизации и оптимизации. Но применение этого метода это сложная, многокритериальная задача, так как выразительность языка программирования зависит от его синтаксиса, а эффективность – от платформы, на которой выполняют программу. Поэтому однозначно выбрать лучший язык программирования невозможно, необходимо в зависимости от выбранных целей расставлять приоритеты между критериями. Например, по популярности среди работодателей уже несколько лет подряд первое место занимает язык программирования Java, который отстает по скорости и избыточен по синтаксису. При выборе языка программирования стоит помнить, что плохие, «неудачные» языки вымирают, поэтому выгоднее изучать перспективные языки.

Литература / References

1. Aparanji U., Kumar V. Improving Classroom Discussions of Programming Assignments via Language Choice. Proc. of 2016 IEEE Eighth Int. Conf. on Technology for Education (T4E), 2017. DOI: 10.1109/T4E.2016.017.
2. Blanco-Cuaresma S., Bolmont E. What can the programming language Rust do for astrophysics? Proc. of the Int. Astronomical Union, IAU Symposium, 2017, vol. 325, pp. 341–344.
3. Curnow H.J., Wichmann B.A. A synthetic benchmark. *Comput J* 1976; 19 (1): 43-49. doi: 10.1093/comjnl/19.1.43
4. Garrido J., Zamorano J., de la Puente J.A., Alonso A., Salazar E. ADA, the Programming Language of Choice for the UPMSat-2 Satellite. *DAta Systems in Aerospace, Proceedings of the conference held 19-21 May, 2015 in Barcelona, Spain. Edited by L. Ouwehand. ESA-SP vol. 732, 2015, id. 41.*
5. Gouy I. The Computer Language Benchmarks Game. Available at: <http://benchmarks-game.alioth.debian.org>.
6. Hammes J., Wim Bohm A.P. On the Performance of Functional Programming Languages on Realistic Benchmarks. *PDPTA*, 1997, pp. 296–304.

7. Ivanović M., Budimac Z., Radovanović M., Savić M. Does the choice of the first programming language influence students' grades? *CompSysTech '15 Proc. of the 16th Int. Conf. on Computer Systems and Technologies*. Dublin, Ireland, 2015, pp. 305–312.
8. Knoebel A. Benchmarks of programming languages for special purposes in the space station. *NASA. Marshall Space Flight Center Research Reports: 1986 NASA (ASEE Summer Faculty Fellowship Program)*, 1986, 20 p.
9. Koenig J., Rustan K., Leino M. Programming Language Features for Refinement. *EPTCS 209*, 2016, pp. 87–106. DOI: 10.4204/EPTCS.209.7
10. Kuuttila M., Mantyla M., Raulamo-Jurvanen P. Benchmarking Web-testing – Selenium versus Watir and the Choice of Programming Language and Browser. *eprint arXiv:1611.00578*. 2016. 40 p.
11. Nanz S., West S., Soares da Silveira K. Benchmarking Usability and Performance of Multicore Languages. *Proc. of the 7th ACM-IEEE Int. Symp. Empirical Software Engineering and Measurement (ESEM'13)*, 2013, pp. 183–192. doi:10.1109/ESEM.2013.10
12. Ricci A., Ben-Gurion G.W., Riken A.Y. Proceedings of the 2013 workshop on Programming based on actors, agents, and decentralized control. *SPLASH '13 Conference on Systems, Programming, and Applications: Software for Humanity*. ACM New York, 2013, pp. 115–126.
13. TIOBE Index. Available at: <https://www.tiobe.com/tiobe-index> (Accessed 01.05.2017).

ИВАНОВ СЕРГЕЙ ОЛЕГОВИЧ – старший преподаватель кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (v101-11@mail.ru).

ИЛЬИН ДМИТРИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (destr@mail.ru).

БОЛЬШАКОВ ИВАН ЮРЬЕВИЧ – студент IV курса факультета информатики и вычислительной техники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

S. IVANOV, D. ILIN, I. BOLSHAKOV
BENCHMARK OF PROGRAMMING LANGUAGES

Key words: programming languages, benchmark, Mandelbrot Fractal, C, C#, Java, JavaScript, RUST, Go, Swift.

This article is devoted to studying the influence of a programming language on the efficiency and reliability of software. It is known that the choice of a programming language has a strong influence on the programs characteristics that are being created. In this paper we compare the leading programming languages: C, C #, Java, JavaScript, RUST, Go and Swift, using the testing of programs written on them. The features of this method of comparison and their influence on results are considered. To obtain the objective and comparable results in each programming language, the program is written that solves one task – the calculation of the Mandelbrot fractal, using the same algorithm. Among the available characteristics, the following were selected: the speed of execution, the amount of memory used, and the conciseness of the source code. As a result, several languages-leaders in their field were determined, but no programming language has become the best by all the criteria.

IVANOV SERGEY – Senior Lecturer of Math and Hardware Information Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (v101-11@mail.ru).

ILIN DMITRY – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of Math and Hardware Information Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

BOLSHAKOV IVAN – Student of Informatics and Computing Faculty, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Ссылка на статью: Иванов С.О., Ильин Д.В., Большаков И.Ю. Сравнительное тестирование языков программирования // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 222–227.

УДК 621.391.037.372.7

ББК 3811.3-014

Н.Н. ИВАНОВА, Н.А. ГАЛАНИНА

АНАЛИЗ НАКОПЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ*

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов, марковские сигналы, случайный процесс, система счисления в остаточных классах (СОК), функция распределения сигнала, ряд Эджворта, полиномы Эрмита, характеристическая функция.

Нахождение функции распределения случайного процесса на выходе устройства в случае использования негауссового распределения на его входе возможно только с помощью приближенных методов. Для приближенного вычисления функции распределения сигнала на выходе накопителя цифрового фильтра марковских сигналов в непозиционных каналах СОК использован ряд Эджворта. В работе получены аналитические выражения для вычисления начальных и центральных моментов, которые используются в разложении функции распределения сигнала в ряд Эджворта. Полученные формулы могут быть использованы в дальнейших исследованиях непозиционных устройств марковских сигналов, построенных на основе СОК.

Известно, что определение закона распределения случайного процесса на выходе устройства при произвольном (негауссовом) распределении на ее входе представляет собой сложную задачу, не имеющую прямого решения. Существуют лишь приближенные методы. В основном эти методы основаны на использовании характеристических функций случайного процесса и известных соотношений между характеристической функцией и моментами распределения процесса [2].

Для вычисления функции распределения сигнала на выходе накопителя в непозиционных каналах устройства обработки марковских сигналов в СОК рассмотрим значения, которые формируют данные накопителя в S -м канале [5]:

$$\lambda'_S = \left\langle \sum_k \langle Z'_{\alpha\beta\dots\gamma}[N_S] \cdot x_S(kT) \rangle_{N_S} \right\rangle_{N_S}, \quad (1)$$

где $Z'_{\alpha\beta\dots\gamma}[N_S]$ – весовой коэффициент; $x_S(kT) = \langle x(kT) \rangle_{N_S}$ – вычет отсчета сигнала по S -му основанию СОК (N_S).

Распределение значений сигнала (1) на выходе накопителя будем искать с помощью разложения функции распределения случайной величины $F_1(c)$,

где $F_1(c) = \int_c^{\infty} dF_1(y)$, в ряд Эджворта, который имеет вид [3]:

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Кабинета министров Чувашской Республики в рамках научного проекта № 17-47-210790 p_a.

$$\begin{aligned}
F_1(c) = & \frac{1}{2} [1 + \Phi(y/\sqrt{2})] - \frac{e^{-y^2/2}}{24\sqrt{2\pi}} \{4kH_2(y) + \gamma H_3(y) + \frac{\chi_5}{5\chi_2^{5/2}} H_4(y) + \\
& + \left(\frac{k^3}{3} + \frac{\chi_6}{30\chi_2^3}\right) H_5(y) + \frac{k\gamma}{6} H_6(y) + \left(\frac{\gamma^2}{48} + \frac{\chi_5 k}{30\chi_2^{5/2}}\right) H_7(y) + \frac{k^3}{54} H_8(y) + \\
& + \frac{k^2\gamma}{432} H_9(y) + \frac{k^4}{1296} H_{11}(y)\},
\end{aligned} \quad (2)$$

где χ_k – выборочный кумулянт; $k = \frac{\chi_3}{\chi_2^{3/2}}$ – коэффициент асимметрии;

$y = \frac{c - \chi_1}{\chi_2^{1/2}}$ – нормированный аргумент; $\gamma = \frac{\chi_4}{\chi_2^2}$ – коэффициент эксцесса;

$\Phi(y/\sqrt{2})$ – интеграл вероятности; $H_i(y)$ – полином Эрмита i -го порядка [1]:
 $H_0(y) = 1$, $H_1(y) = 2y$, $H_{n+1}(y) = 2yH_n(y) - 2nH_{n-1}(y)$.

Выражения для вычисления выборочных кумулянтов первых шести порядков имеют следующий вид [4]:

$$\begin{aligned}
\chi_1 &= m_1; \quad \chi_2 = m_2 - m_1^2; \quad \chi_3 = m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3; \\
\chi_4 &= m_4 - 4m_1m_3 - 3m_1^2m_2 + 6m_1^4; \\
\chi_5 &= m_5 - 5m_1m_4 - 10m_2m_3 + 20m_2^2m_3 + 30m_1m_2^2 - 60m_1^3m_2 + 24m_1^5; \\
\chi_6 &= m_6 - 10m_3^2 - 6m_1m_5 - 15m_2m_4 + 30m_1^2m_4 + 120m_1m_3 + 30m_2^3 - 270m_1^2m_2^2 - \\
& - 120m_1^3m_3 + 360m_1^4m_2 - 120m_1^6,
\end{aligned}$$

где m_k – начальный момент k -го порядка.

Начальные моменты m_k находятся из равенства

$$m_k(\lambda'_S) = \left[i^{-k} \frac{d^k \psi_n(t)}{dt^k} \right]_{t=0}, \quad (3)$$

где ψ_n – характеристическая функция распределения (1), которая удовлетворяет разностному уравнению S -го порядка [6]:

$$\begin{vmatrix}
\psi - p_{11}e^{itz_1} & -p_{12}e^{itz_2} & \dots & -p_{1,S-1}e^{itz_{S-1}} & -p_{1S} \\
-p_{21}e^{itz_1} & \psi - p_{22}e^{itz_2} & \dots & -p_{2,S-1}e^{itz_{S-1}} & -p_{2S} \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
-p_{S-1,1}e^{itz_1} & -p_{S-1,2}e^{itz_2} & \dots & \psi - p_{S-1,S-1}e^{itz_{S-1}} & -p_{S-1,S} \\
-p_{S1}e^{itz_1} & -p_{S2}e^{itz_2} & \dots & -p_{S,S-1}e^{itz_{S-1}} & \psi - p_{SS}
\end{vmatrix} \psi^k = 0.$$

Разложив данный определитель по степеням ψ и заменив степени ψ^{k+S} на ψ_{k+S} , получим следующее однородное разностное уравнение:

$$\psi_{k+S} + a_1\psi_{k+S-1} + \dots + a_S\psi_k = 0, \quad (4)$$

которое можно записать в матричной форме:

$$|\mathbf{E} - \mathbf{P}^*| \boldsymbol{\psi}^S = 0,$$

где \mathbf{E} – единичная матрица порядка $S \times S$;

$$\mathbf{P}^* = \begin{bmatrix} p_{11}e^{it_{z_1}} & p_{12}e^{it_{z_2}} & \dots & p_{1S-1}e^{it_{z_{S-1}}} & p_{1S} \\ p_{21}e^{it_{z_1}} & p_{22}e^{it_{z_2}} & \dots & p_{2S-1}e^{it_{z_{S-1}}} & p_{2S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{S-11}e^{it_{z_1}} & p_{S-12}e^{it_{z_2}} & \dots & p_{S-1S-1}e^{it_{z_{S-1}}} & p_{S-1S} \\ p_{S1}e^{it_{z_1}} & p_{S2}e^{it_{z_2}} & \dots & p_{SS-1}e^{it_{z_{S-1}}} & p_{SS} \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты a_i ($i = 1, 2, \dots, S$) уравнения (4) не зависят от k , так как они представляют собой сумму главных миноров различных порядков определителя $|\mathbf{P}^*|$, который не зависит от k . Однако данные коэффициенты зависят от $t_{z_1}, t_{z_2}, \dots, t_{z_{S-1}}$ и являются непрерывно дифференцируемыми (любое число раз) функциями.

Тогда, если характеристическое уравнение

$$|\mathbf{E}\lambda - \mathbf{P}^*| = \lambda^S + a_1\lambda^{S-1} + \dots + a_{S-1}\lambda + a_S = 0 \quad (5)$$

имеет корни $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_\mu$ кратностей m_0, m_1, \dots, m_μ , то общее выражение характеристической функции $\psi_n(t)$ через характеристические числа λ_h имеет вид [6]:

$$\psi_n(t) = \sum_{h=0}^{\mu} A_h(n, t) \lambda_h^n, \quad (6)$$

где $A_h(n, t)$ – полиномы от n степеней m_{h-1} .

Характеристические числа λ_h можно разбить на три класса. Первый класс составляет одно характеристическое число, которое равно единице в точке M_0 ($t = 0$): $\lambda_0 = 1$. Второй класс состоит из k_1 характеристических чисел λ_{1f} , которые не равны единице в точке M_0 , но имеют в ней модули, равные единице. К третьему классу относятся k_2 характеристических чисел λ_{2g} , модули которых в точке M_0 менее единицы.

Тогда с учетом этого разбиения корней характеристическую функцию (6) можно записать в виде:

$$\psi_n(t) = A(n, t) \lambda_0^n + \sum_{f=1}^{k_1} B_f(n, t) \lambda_{1f}^n + \sum_{g=1}^{k_2} C_g(n, t) \lambda_{2g}^n. \quad (7)$$

Равенство (7) обладает следующими свойствами:

1) при $n \gg 1$ стремятся к нулю все члены, зависящие от характеристических чисел λ_{2g} ;

2) для неразложимых цепей Маркова (матрицы вероятностей перехода неразложимы) тождественно равны нулю члены, зависящие от λ_{1f} .

Так как сигнала был аппроксимирован неразложимой цепью Маркова, а также с учетом того, что при наличии слабого сигнала используется длительное накопление ($n \gg 1$), то

$$\psi_n(t) = A(n, t) \lambda_0^n, \quad \psi_0(t) = 1. \quad (8)$$

Производные характеристической функции первых четырех порядков в точке $t = 0$ имеют вид

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\Psi_n(t)}{dt} \right|_{t=0} &= n \frac{\partial \lambda_0}{\partial t}; \\ \left. \frac{d^2\Psi_n(t)}{dt^2} \right|_{t=0} &= n \left[\frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} + n \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 - \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \right]; \\ \left. \frac{d^3\Psi_n(t)}{dt^3} \right|_{t=0} &= n \left[\frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} + 3n \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} - 3 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} + \right. \\ &\quad \left. + n^2 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 - 3n \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 + 2 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 \right]; \\ \left. \frac{d^4\Psi_n(t)}{dt^4} \right|_{t=0} &= n \left[\frac{\partial^4 \lambda_0}{\partial t^4} + 4(n-1) \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} + 3(n-1) \left(\frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 6(n-1)(n-2) \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 + (n-1)(n-2)(n-3) \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^4 \right]. \end{aligned}$$

Тогда выражения для вычисления начальных m_k и центральных M_k моментов первых четырех порядков будут иметь вид

$$\left\{ \begin{aligned} m_1 &\cong -i \cdot n \cdot \frac{\partial \lambda_0}{\partial t}; \\ m_2 &\cong -n \left[\frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} + n \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 - \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \right]; \\ m_3 &\cong i \cdot n \left[\frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} + 3n \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} - 3 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} + n^2 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 - 3n \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 + 2 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 \right]; \\ m_4 &\cong n \left[\frac{\partial^4 \lambda_0}{\partial t^4} + 4(n-1) \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} + 3(n-1) \left(\frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 6(n-1)(n-2) \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 + (n-1)(n-2)(n-3) \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^4 \right]; \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\sigma^2 = M_2 = m_2 - m_1^2 = n \left[\left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 - \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \right]; \quad (10)$$

$$M_3 = m_3 - 3m_1 m_2 + 2m_1^3 = i \cdot n \left[3 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} - 2 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 - \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \right]; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} M_4 &= m_4 - 4m_3 m_1 + 6m_2 m_1^2 - 3m_1^4 = \\ &= n \left[\frac{\partial^4 \lambda_0}{\partial t^4} - 4 \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} + 3(n-1) \left(\frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 6(3n+2) \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 + 3(n-2) \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^4 + 12n \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Для определения частных производных $\mu_k = \frac{\partial^k \lambda_0}{\partial t^k}$ для $k = \overline{1,4}$ рассмотрим (5). Согласно (5) имеет место следующее тождество:

$$\lambda_0^S + a_1 \lambda_0^{S-1} + \dots + a_k \lambda_0^{S-k} + \dots + a_S = 0.$$

Обозначим

$$L(t) = \lambda_0^S + a_1 \lambda_0^{S-1} + \dots + a_k \lambda_0^{S-k} + \dots + a_S = \lambda_0^S + \sum_{k=1}^{S-1} a_k \lambda_0^{S-k} + a_S.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(t)}{\partial t} &= \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \left(S \lambda_0^{S-1} + \sum_{k=1}^{S-1} (S-k) \lambda_0^{S-k-1} a_k \right) + \sum_{k=1}^{S-1} \left(\lambda_0^{S-k} \frac{\partial a_k}{\partial t} \right) + \frac{\partial a_S}{\partial t}; \\ \frac{\partial^2 L(t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \left(S \lambda_0^{S-1} + \sum_{k=1}^{S-1} (S-k) \lambda_0^{S-k-1} a_k \right) + \\ &+ \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \left[\prod_{l=0}^1 (S-l) \lambda_0^{S-2} + \sum_{k=1}^{S-2} \left(\lambda_0^{S-k-2} a_k \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) \right] + \\ &+ 2 \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \lambda_0^{S-k-1} \frac{\partial a_k}{\partial t} \right) + \sum_{k=1}^S \left(\lambda_0^{S-k} \frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} \right); \\ \frac{\partial^3 L(t)}{\partial t^3} &= \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \left(S \lambda_0^{S-1} + \sum_{k=1}^{S-1} (S-k) \lambda_0^{S-k-1} a_k \right) + 3 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \lambda_0^{S-k-1} \frac{\partial a_k}{\partial t} \right) + \\ &+ \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \left(3 \prod_{l=0}^2 (S-l) \lambda_0^{S-3} + 3 \sum_{k=1}^{S-2} \left(\lambda_0^{S-k-2} a_k \prod_{l=0}^2 (S-k-l) \right) \right) + \\ &+ \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 \left(\prod_{l=0}^2 (S-l) \lambda_0^{S-3} + \sum_{k=1}^{S-3} \lambda_0^{S-k-3} a_k \prod_{l=0}^2 (S-k-l) \right) + \\ &+ 3 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \sum_{k=1}^{S-2} \left(\lambda_0^{S-k-2} \frac{\partial a_k}{\partial t} \prod_{l=0}^1 (S-l) \right) + 3 \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \lambda_0^{S-k-1} \frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} \right) + \\ &+ \sum_{k=1}^S \left(\lambda_0^{S-k} \frac{\partial^3 a_k}{\partial t^3} \right); \\ \frac{\partial^4 L(t)}{\partial t^4} &= \frac{\partial^4 \lambda_0}{\partial t^4} \left[S \lambda_0^{S-1} + \sum_{k=1}^{S-1} (S-k) \lambda_0^{S-k-1} a_k \right] + \\ &+ 4 \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \left[\prod_{l=0}^3 (S-l) \lambda_0^{S-4} + \sum_{k=1}^{S-2} \left(\lambda_0^{S-k-2} a_k \prod_{l=0}^3 (S-k-l) \right) \right] + \\ &+ 4 \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \lambda_0^{S-k-1} \frac{\partial a_k}{\partial t} \right) + 10 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \sum_{k=1}^{S-2} \left(\lambda_0^{S-k-2} \frac{\partial a_k}{\partial t} \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) + \\ &+ 6 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \lambda_0^{S-k-1} \frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} \right) + \\ &+ 3 \left(\frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \right)^2 \left[\prod_{l=0}^3 (S-l) \lambda_0^{S-4} + \sum_{k=1}^{S-2} \left(\lambda_0^{S-k-2} a_k \prod_{l=0}^3 (S-k-l) \right) \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 4 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \left[\prod_{l=0}^2 (S-l) \lambda_0^{S-3} + \sum_{k=1}^{S-3} \lambda_0^{S-k-3} a_k \prod_{l=0}^2 (S-k-l) \right] + \\
& + \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^4 \left[\prod_{l=0}^3 (S-l) \lambda_0^{S-4} + \sum_{k=1}^{S-4} \left(\lambda_0^{S-k-4} a_k \prod_{l=0}^3 (S-k-l) \right) \right] + \\
& + 4 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 \sum_{k=1}^{S-3} \left(\lambda_0^{S-k-3} \frac{\partial a_k}{\partial t} \prod_{l=0}^2 (S-k-l) \right) + \\
& + 4 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \sum_{k=1}^{S-2} \left(\lambda_0^{S-k-2} \frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) + 3 \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \lambda_0^{S-k-1} \frac{\partial^3 a_k}{\partial t^3} \right).
\end{aligned}$$

Принимая во внимание, что $L(t) = 0$ и то, что $\lambda_0 = 1$ при $t = 0$, получим:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \left(S + \sum_{k=1}^{S-1} (S-k) a_k \right) + \sum_{k=1}^S \frac{\partial a_k}{\partial t} = 0; \\
& \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \left(S + \sum_{k=1}^{S-1} (S-k) a_k \right) + \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \left[\prod_{l=0}^1 (S-l) + \sum_{k=1}^{S-2} \left(a_k \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) \right] + \\
& + 2 \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \frac{\partial a_k}{\partial t} \right) + \sum_{k=1}^S \frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} = 0; \\
& \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \left(S + \sum_{k=1}^{S-1} (S-k) a_k \right) + 3 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \frac{\partial a_k}{\partial t} \right) + \\
& + \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \left(3 \prod_{l=0}^1 (S-l) + 3 \sum_{k=1}^{S-2} \left(a_k \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) \right) + \\
& + \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 \left(\prod_{l=0}^2 (S-l) + \sum_{k=1}^{S-3} a_k \prod_{l=0}^2 (S-k-l) \right) + 3 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \sum_{k=1}^{S-2} \left(\frac{\partial a_k}{\partial t} \prod_{l=0}^1 (S-l) \right) + \\
& + 3 \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} \right) + \sum_{k=1}^S \frac{\partial^3 a_k}{\partial t^3} = 0; \\
& \frac{\partial^4 \lambda_0}{\partial t^4} \left[S + \sum_{k=1}^{S-1} (S-k) a_k \right] + 4 \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \left[\prod_{l=0}^1 (S-l) + \sum_{k=1}^{S-2} \left(a_k \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) \right] + \\
& + 4 \frac{\partial^3 \lambda_0}{\partial t^3} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \frac{\partial a_k}{\partial t} \right) + 10 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \sum_{k=1}^{S-2} \left(\frac{\partial a_k}{\partial t} \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) + \\
& + 6 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} \right) + 3 \left(\frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \right)^2 \left[\prod_{l=0}^1 (S-l) + \sum_{k=1}^{S-2} \left(a_k \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) \right] + \\
& + 4 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \left[\prod_{l=0}^2 (S-l) + \sum_{k=1}^{S-3} a_k \prod_{l=0}^2 (S-k-l) \right] + \\
& + \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^4 \left[\prod_{l=0}^3 (S-l) + \sum_{k=1}^{S-4} \left(a_k \prod_{l=0}^3 (S-k-l) \right) \right] + 4 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^3 \sum_{k=1}^{S-3} \left(\frac{\partial a_k}{\partial t} \prod_{l=0}^2 (S-k-l) \right) + \\
& + 4 \left(\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \right)^2 \sum_{k=1}^{S-2} \left(\frac{\partial^2 a_k}{\partial t^2} \prod_{l=0}^1 (S-k-l) \right) + 3 \frac{\partial \lambda_0}{\partial t} \sum_{k=1}^{S-1} \left((S-k) \frac{\partial^3 a_k}{\partial t^3} \right) = 0
\end{aligned}$$

Введем обозначения

$$V_0 = \frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^S a_j; \quad V_r = \prod_{j=0}^{r-1} (S-j) + \sum_{j=1}^{S-r} a_j \prod_{l=1}^r (S-j-l+1), \quad r = 1, 2, 3, 4.$$

Тогда окончательно получим следующие рекуррентные формулы:

$$\mu_1 = -\frac{V_0}{V_1}; \quad (13)$$

$$\mu_2 = -\frac{\mu_1^2 V_2 + 2\mu_1 \frac{\partial V_1}{\partial t} + \frac{\partial V_0}{\partial t}}{V_1}; \quad (14)$$

$$\mu_3 = -\frac{3\mu_2 \frac{\partial V_1}{\partial t} + 3\mu_2 \mu_1 V_2 + \mu_1^3 V_3 + 3\mu_1^2 \frac{\partial V_2}{\partial t} + 3\mu_1 \frac{\partial^2 V_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^3 V_0}{\partial t^3}}{V_1}; \quad (15)$$

$$\mu_4 = -\frac{1}{V_1} \left[4\mu_3 \mu_1 V_2 + 4\mu_3 \frac{\partial V_1}{\partial t} + 10\mu_2 \mu_1 \frac{\partial V_2}{\partial t} + 6\mu_2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial t^2} + 3\mu_2^2 V_2 + \right. \\ \left. + 4\mu_4 \mu_1^2 V_3 + \mu_1^4 V_4 + 4\mu_1^3 \frac{\partial V_3}{\partial t} + 4\mu_1^2 \frac{\partial^2 V_2}{\partial t^2} + 4\mu_1 \frac{\partial^3 V_1}{\partial t^3} + \frac{\partial^4 V_0}{\partial t^4} \right]. \quad (16)$$

Подставив далее значение $\mu_k = \frac{\partial^k \lambda}{\partial t^k}$ из соотношений (13)–(16) в формулы (9)–(12), можно рассчитать моменты распределения суммы (1) в каждом S -м канале.

Таким образом получены все необходимые данные для вычисления функции распределения сигнала на выходе накопителя в непозиционных каналах устройства обработки марковских сигналов в СОК, заданной уравнением (2).

Литература

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1966.
2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. 5-е изд., испр. М.: Дрофа, 2006. 719 с.
3. Лебедев Е.К. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. Красноярск: Изд-во Краснояр. ун-та, 1989. 192 с.
4. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978. 376 с.
5. Песошин В.А., Галанина Н.А., Иванова Н.Н. Марковская фильтрация цифровых сигналов в системе остаточных классов // Наука. Инновации. Технологии. 2015. № 1. С. 27–35.
6. Романовский В.И. Дискретные цепи Маркова. М.: Гостехиздат, 1949. 436 с.

ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (naadeezdaa@rambler.ru).

ГАЛАНИНА НАТАЛИЯ АНДРЕЕВНА – доктор технических наук, профессор кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (galaninacheb@mail.ru).

N. IVANOVA, N. GALANINA

**ANALYSIS OF DIGITAL FILTRATION RESULTS ACCUMULATION
ON THE BASIS OF RESIDUE NUMBER SYSTEM**

Key words: digital signal processing, Markov signals, stochastic process, Residue Number System (RNS), probability-distribution function, Edgeworth series, Hermite polynomial, characteristic function.

Finding distribution function of a random process at a device output in case of using non-Gaussian distribution at its input is possible only by approximation methods. For approximate computation of signal distribution function at the output of Markov signals digital filter drive in position-independent channels of Residue Number System (RNS), Edgeworth series was used. Analytical expressions to calculate primary and central moments that are used in resolution of signal distribution function to Edgeworth series are obtained during the study. The formulas obtained can be used in further research of position-independent devices of Markov signals based on RNS.

References

1. Berezin I.S., Zhidkov N.P. *Metody vychislenii. 3-e izd., pererab. i dop.* [Calculation methods. 3rd ed.]. Moscow, Nauka Publ., 1966.
2. Gonorovskii I.S. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly. 5-e izd., ispr.* [Radio circuits and signals. 5th ed.]. Moscow, Drofa Publ., 2006, 719 p.
3. Lebedev E.K. *Bystrye algoritmy tsifrovoy obrabotki signalov* [Fast algorithms for digital signal processing]. Krasnoyarsk, Krasnoyarsk University Publ., 1989, 192 p.
4. Malakhov A.N. *Kumulyantnyi analiz sluchainykh negaussovykh protsessov i ikh preobrazovaniy* [Non-Gaussian Processes Cumulant Analysis and their Transformation]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1978, 376 p.
5. Pesoshin V.A., Galanina N.A., Ivanova N.N. *Markovskaya fil'tratsiya tsifrovyykh signalov v sisteme ostatochnykh klassov* [Markov filtration of digital signals in residue number system]. *Nauka. Innovatsii. Tekhnologii*, 2015, no. 1, pp. 27–35.
6. Romanovskii V.I. *Diskretnye tsepi Markova* [Discrete Markov chains]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1949, 436 p.

IVANOVA NADEZHDA – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (naadeezdaa@rambler.ru).

GALANINA NATALIA – Doctor of Technical Sciences, Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Ссылка на статью: Иванова Н.Н., Галанина Н.А. Анализ накопления результатов цифровой фильтрации в системе остаточных классов // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 228–235.

УДК 62-83: 621.314.632

ББК 3291.074:3852.3

Г.П. ОХОТКИН, С.В. УГАРИН

СИНТЕЗ ЛОГИЧЕСКОГО УСТРОЙСТВА РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТОКА ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КОММУТАЦИИ КЛЮЧЕЙ ВЕНТИЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Ключевые слова: релейная система автоматического регулирования тока, вентильный преобразователь, законы коммутации транзисторных ключей, релейный регулятор тока.

Разработана методика синтеза логического устройства релейной системы автоматического регулирования тока при классической несимметричной коммутации и поочередной несимметричной коммутации ключей мостовой схемы вентильного преобразователя. Методика синтеза при классической несимметричной коммутации состоит из этапов разработки математической модели работы логического устройства и представления ее в виде абстрактного автомата с одним входом и выходом, абстрактного синтеза автомата и структурного синтеза, целью которого является построение схемы, реализующей автомат из логических элементов заданного типа. При поочередной несимметричной коммутации синтезируется дополнительная схема, обеспечивающая смену очередности переключения ключей вентильного преобразователя. Синтезированные схемы содержат минимальное количество логических элементов и элементов памяти.

Релейные системы автоматического регулирования (САР) тока находят широкое применение в следящих системах управления в качестве внутренне-го контура тока регулируемого электропривода постоянного и переменного тока. Обеспечение максимального быстродействия следящей системы является важной задачей при управлении высокودинамичными объектами. Динамические свойства САР тока, выполненные на полупроводниковых преобразователях электроэнергии, определяют динамические показатели следящей системы в целом, поэтому синтез дискретной и нелинейной САР тока на предельное быстродействие является актуальной задачей.

Существуют различные структуры системы управления САР тока [1]. В релейных системах обычно применяется структура с управлением по отключению, представленная на рис. 1. Схема включает в себя: релейный регулятор тока, состоящий из трех релейных элементов РЭ1 – РЭ3, включенных в состав блока релейных элементов (БРЭ); релейный элемент РЭ4, задающий направление вращения двигателя постоянного тока (ДПТ); логическое устройство (ЛУ); вентильный преобразователь (ВП), выполненный по мостовой схеме на четырех транзисторах $VT1-VT4$ и обратных диодах $VD1-VD4$; электрическая машина (М) и датчик тока (ДТ).

Существует множество различных законов коммутации транзисторных ключей мостовой схемы вентильного преобразователя. В работе [2] проведен анализ законов коммутации ключей мостовой схемы ВП. Наилучшими статическими, динамическими и энергетическими показателями обладает несимметричный закон коммутации транзисторов моста. На практике нашли широкое применение два варианта несимметричного закона коммутации: классическая несимметричная коммутация и поочередная несимметричная коммутация.

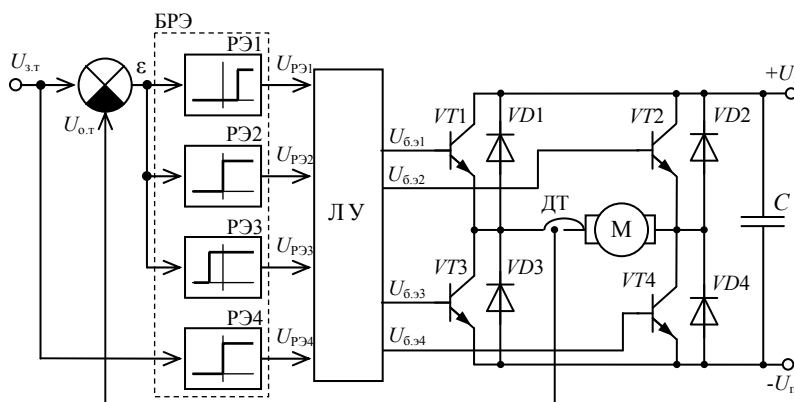


Рис. 1. Схема САР тока

Закон коммутации ключей ВП определяет структуру релейного регулятора тока и схему логического устройства. Методика структурного синтеза регулятора тока при различных законах коммутации представлена в работах [3, 4], а в работах [5–7] разработана методика синтеза логического устройства САР тока.

В имеющейся литературе вопросы проектирования логического устройства релейной САР тока с несимметричным законом коммутации транзисторов моста ВП не рассмотрены, поэтому синтез ЛУ САР тока является актуальной задачей.

Целью данной работы является синтез ЛУ релейной САР тока при классической несимметричной коммутации и поочередной несимметричной коммутации ключей ВП.

Вначале рассмотрим классическую несимметричную коммутацию ключей ВП. При этом отпирающие импульсы подаются в противофазе на транзисторы $VT1$ и $VT3$, расположенные в одной стойке моста, а транзистор $VT4$ постоянно открыт на интервале действия задающего воздействия $U_{зт}$ положительной полярности (рис. 1). В этом случае электродвигатель вращается «Вперед». Для направления вращения «Назад» в противофазе переключаются ключи $VT2$ и $VT4$, а транзистор $VT3$ постоянно открыт. В исходном состоянии все транзисторы моста выключены, двигатель находится в неподвижном состоянии и такое состояние мостовой схемы вентильного преобразователя обозначим как $P0$ – режим нуль, а состояние ЛУ – x_1 .

Для составления математической модели алгоритма работы ЛУ необходимо закодировать входные и выходные сигналы, а также внутренние состояния. Выходные сигналы логического устройства закодируем через v_j и представим результаты кодирования в табл. 1.

Таблица 1

Кодирование состояний выходов

| Коды состояний выходов | Выходные импульсы | | | | Состояния ВП |
|------------------------|-------------------|------------|------------|------------|------------------|
| | $U_{б.э1}$ | $U_{б.э2}$ | $U_{б.э3}$ | $U_{б.э4}$ | |
| v_1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $P0, P0ДВ, P0ДН$ |
| v_2 | 1 | 0 | 0 | 1 | $P2В$ |
| v_3 | 0 | 0 | 1 | 1 | $P1В, P1Н$ |
| v_4 | 0 | 1 | 1 | 0 | $P2Н$ |

Также в табл. 1 представлены состояния вентильного преобразователя. Так, при состояниях выхода ЛУ v_1 и v_3 (первая и третья строки) ВП может работать в нескольких дополнительных режимах, возникающих из-за наличия тока якоря и противо-ЭДС электродвигателя. Эти режимы работы ВП подробно описаны в работе [2].

Для кодирования состояний входных сигналов и внутренних состояний логического устройства необходимо учесть алгоритм работы САР тока в различных режимах работы электропривода. Состояния выходов релейных элементов РЭ1-РЭ4 определяются значениями входных воздействий ε и U_{3T} . Плавно изменяя во всем допустимом диапазоне значение сигнала ε для $U_{3T} > 0$ и отдельно для $U_{3T} < 0$, получаем все возможные состояния выходов релейных элементов. Затем кодируем внутренние состояния логического устройства как x_i , соответствующие определенным состояниям входов и выходов, и представим их в табл. 2.

Вкратце рассмотрим табл. 2 для направления вращения ДПТ «Вперед». При этом $U_{3T} > 0$ (рис. 1), поэтому $U_{PЭ4} = 1$. Когда сигнал рассогласования ε равняется «справа» порогу переключения РЭ1, он переключается с нуля в единицу. Перепад выходного сигнала первого релейного элемента $U_{PЭ1} = 0/1$ с нуля в единицу при $U_{PЭ2} = 1$, $U_{PЭ3} = 1$ и $U_{PЭ4} = 1$ переводит логическое устройство в состояние x_2 , а мостовую схему – в ВП в режим два «Вперед» (P2B), т.е. включаются транзисторы VT1 и VT4 моста (первая строчка табл. 2).

Таблица 2

Внутренние состояния ЛУ

| Коды состояний входов | Входные воздействия | | | | Состояния | |
|-----------------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|-------------------|-------------------|
| | $U_{PЭ1}$ | $U_{PЭ2}$ | $U_{PЭ3}$ | $U_{PЭ4}$ | ЛУ | ВП |
| λ_1 | 0/1 | 1 | 1 | 1 | $\rightarrow x_2$ | $\rightarrow P2B$ |
| λ_2 | 1 | 1 | 1 | 1 | x_2 | P2B |
| | 1/0 | 1 | 1 | 1 | | |
| λ_3 | 0 | 1/0 | 1 | 1 | $\rightarrow x_3$ | P1B |
| | 0 | 0 | 1 | 1 | | |
| λ_4 | 0 | 0/1 | 1 | 1 | x_3 | P1B |
| | 0 | 1 | 1 | 1 | | |
| λ_5 | 0 | 0 | 1/0 | 1 | $\rightarrow x_1$ | $\rightarrow P0$ |
| λ_6 | 0 | 0 | 0 | 1 | x_1 | P0 |
| | 0 | 0 | 0/1 | 1 | | |
| λ_7 | 0 | 0 | 1 | 1 | $\rightarrow x_4$ | $\rightarrow P2H$ |
| | 0 | 0 | 1/0 | 0 | | |
| λ_8 | 0 | 0 | 0 | 0 | x_4 | P2H |
| | 0 | 0 | 0/1 | 0 | | |
| λ_9 | 0 | 0 | 1 | 0 | $\rightarrow x_5$ | $\rightarrow P1H$ |
| | 0 | 0/1 | 1 | 0 | | |
| λ_{10} | 0 | 1 | 1 | 0 | x_5 | P1H |
| | 0 | 1/0 | 1 | 0 | | |
| λ_{11} | 0 | 0 | 1 | 0 | $\rightarrow x_1$ | $\rightarrow P0$ |
| | 0 | 0 | 1 | 0 | | |
| λ_{12} | 1 | 1 | 1 | 0 | x_1 | P0 |
| | 1/0 | 1 | 1 | 0 | | |
| | 0 | 1 | 1 | 0 | | |

Состояния входов ЛУ при этом закодировано как λ_1 .

Для сокращения обозначений состояний входов ЛУ следующие три строчки табл. 2 обозначены как λ_2 . Эти три строчки свидетельствуют о том, что изменение состояния РЭ1 с единицы на нуль не изменяет состояния ЛУ и ВП.

Так, в соответствии с алгоритмом работы САР тока проанализированы входные и внутренние состояния логического устройства и табл. 2 заполнена полностью. Из табл. 2 видно, что полный список входного алфавита $\Lambda = \{\lambda_i\}$, $i = \overline{1, 12}$ логического устройства содержит 24 состояния. При входных воздействиях с нечетными индексами λ_n , $n = 2i + 1$, $i = \overline{0, 5}$ осуществляется переход ЛУ в новое состояние, а при воздействиях с четными индексами λ_n , $n = 2i$, $i = \overline{1, 6}$ – запоминание предшествующего состояния.

Изменение внутреннего состояния логического устройства x_i $i = \overline{1, 5}$ происходит дискретно, поэтому алгоритм работы ЛУ может быть представлен как абстрактный автомат. Так, математическая модель ЛУ с одним входом, на который поступают сигналы входного алфавита $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_{12})$, и одним выходом, на котором появляются сигналы из алфавита $N = (v_1, \dots, v_4)$, представляется в виде таблицы переходов (табл. 3) и таблицы выходов (табл. 4).

Для построения схемы ЛУ на заданных логических элементах выполним структурный синтез автомата. Для этого закодируем входные, выходные сигналы и состояния абстрактного автомата двоичным алфавитом.

Таблица 3

Таблица переходов ЛУ

| | Состояния ЛУ | | | | |
|----------------|--------------|-------|-------|-------|-------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 |
| λ_1 | x_2 | x_2 | x_2 | — | — |
| λ_2 | x_1 | x_2 | x_3 | — | — |
| λ_3 | x_3 | x_3 | x_3 | — | — |
| λ_4 | x_1 | x_2 | x_3 | — | — |
| λ_5 | x_1 | x_1 | x_1 | — | — |
| λ_6 | x_1 | x_2 | x_3 | — | — |
| λ_7 | x_4 | — | — | x_4 | x_4 |
| λ_8 | x_1 | — | — | x_4 | x_5 |
| λ_9 | x_5 | — | — | x_5 | x_5 |
| λ_{10} | x_1 | — | — | x_4 | x_5 |
| λ_{11} | x_1 | — | — | x_1 | x_1 |
| λ_{12} | x_1 | — | — | x_4 | x_5 |

Таблица 4

Таблица выходов ЛУ

| | Состояния ЛУ | | | | |
|----------------|--------------|-------|-------|-------|-------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 |
| λ_1 | v_2 | v_2 | v_2 | — | — |
| λ_2 | v_1 | v_2 | v_3 | — | — |
| λ_3 | v_3 | v_3 | v_3 | — | — |
| λ_4 | v_1 | v_2 | v_3 | — | — |
| λ_5 | v_1 | v_1 | v_1 | — | — |
| λ_6 | v_1 | v_2 | v_3 | — | — |
| λ_7 | v_4 | — | — | v_4 | v_4 |
| λ_8 | v_1 | — | — | v_4 | v_3 |
| λ_9 | v_3 | — | — | v_3 | v_3 |
| λ_{10} | v_1 | — | — | v_4 | v_3 |
| λ_{11} | v_1 | — | — | v_1 | v_1 |
| λ_{12} | v_1 | — | — | v_4 | v_3 |

Абстрактный автомат имеет пять внутренних состояний x_i $i = \overline{1, 5}$. Разобьем их на две подгруппы: x_1^B, x_2, x_3 — для направления вращения ДПТ «Вперед»; x_1^H, x_4, x_5 — для направления вращения «Назад». При этом состояние x_1 автомата разбивается на два равнозначных состояния x_1^B и x_1^H . Для формирования этих состояний структурный автомат должен содержать два элемента памяти ЭП₁ и ЭП₂ и устройство контроля состояния полярности задающего воздействия $U_{зп}$, реализованное на РЭ4.

На первом элементе памяти ЭП₁ будут реализованы состояния x_2 ($U_{ЭП1} = 1$) и x_3 ($U_{ЭП1} = 0$) автомата, а на втором элементе памяти — x_1^B ($U_{ЭП2} = 1$) и x_3 ($U_{ЭП2} = 0$) для направления вращения ДПТ «Вперед». При состоянии входа λ_1 (табл. 2) элемент памяти ЭП₁ устанавливается в единичное состояние перепадом сигнала $U_{PЭ1} = 0/1$ ($U_{PЭ2} = 1$) и сбрасывается в нулевое состояние перепадом сигнала $U_{PЭ2} = 1/0$ ($U_{PЭ1} = 0$), когда состояние входа λ_3 (табл. 2). Второй элемент памяти ЭП₂ устанавливается в единичное состояние перепадом сигнала $U_{PЭ3} = 1/0$ при $U_{PЭ2} = 0$ (состояние входа λ_5) и сбрасывается в нулевое состояние перепадом сигнала $U_{PЭ2} = 0/1$ при $U_{PЭ3} = 1$ (состояние входа λ_4). В этом случае для направления вращения ДПТ «Назад» на элементе памяти ЭП₂ будут реализованы состояния x_4 ($U_{ЭП2} = 1$, состояние входа λ_7) и x_5 ($U_{ЭП2} = 0$, состояние входа λ_9) автомата, а на ЭП₁ — x_1^H ($U_{ЭП1} = 1$, состояние входа λ_{11}) и x_5 ($U_{ЭП1} = 0$, состояние входа λ_{10}).

Заменяя состояния и входные сигналы автомата двоичными кодами, можно составить таблицы переходов и возбуждений элементов памяти. Когда элементы памяти собраны на *RS*-триггерах, выражения для функций возбуждений представляются в виде

$$\begin{aligned} R_1 &= \overline{U_{PЭ2}}, & R_2 &= U_{PЭ2}, \\ S_1 &= U_{PЭ1}, & S_2 &= \overline{U_{PЭ3}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Закодируем состояния автомата двоичным алфавитом и представим в табл. 5. Затем составим таблицу переходов (табл. 6) и таблицу выходов (табл. 7).

Таблица 5
Состояния автомата

| $U_{PЭ4}$ | $U_{ЭП2}$ | $U_{ЭП1}$ | X |
|-----------|-----------|-----------|---------------|
| 1 | 1 | 0 | $x_1^B = 110$ |
| 1 | 0 | 1 | $x_2 = 101$ |
| 1 | 0 | 0 | $x_3 = 100$ |
| 0 | 0 | 1 | $x_1^H = 001$ |
| 0 | 1 | 0 | $x_4 = 010$ |
| 0 | 0 | 0 | $x_5 = 000$ |

Таблица 6
Кодированная таблица переходов

| Входные действия | | | Состояния ЛУ | | | | | |
|------------------|-----------|-----------|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $U_{PЭ4}$ | $U_{ЭП2}$ | $U_{ЭП1}$ | 110 | 101 | 100 | 001 | 010 | 000 |
| 0 | 0 | 0 | - | - | - | 000 | 000 | 000 |
| 0 | 0 | 1 | - | - | - | 001 | 001 | 001 |
| 0 | 1 | 0 | - | - | - | 010 | 010 | 010 |
| 1 | 0 | 0 | 100 | 100 | 100 | - | - | - |
| 1 | 0 | 1 | 101 | 101 | 101 | - | - | - |
| 1 | 1 | 0 | 110 | 110 | 110 | - | - | - |

Таблица 7
Кодированная таблица выходов

| Входные воздействия | | | Состояния выхода ЛУ | | | | | |
|---------------------|-----------|-----------|---------------------|------|------|------|------|------|
| $U_{PЭ4}$ | $U_{ЭП2}$ | $U_{ЭП1}$ | 110 | 101 | 100 | 001 | 010 | 000 |
| 0 | 0 | 0 | - | - | - | 0011 | 0011 | 0011 |
| 0 | 0 | 1 | - | - | - | 0000 | 0000 | 0000 |
| 0 | 1 | 0 | - | - | - | 0110 | 0110 | 0110 |
| 1 | 0 | 0 | 0011 | 0011 | 0011 | - | - | - |
| 1 | 0 | 1 | 1001 | 1001 | 1001 | - | - | - |
| 1 | 1 | 0 | 0000 | 0000 | 0000 | - | - | - |

Теперь составим аналитические выражения для выходных сигналов автомата в виде

$$\begin{aligned} U_{6э1} &= \overline{U_{ЭП1}} \overline{U_{ЭП2}} U_{PЭ4}; & U_{6э2} &= \overline{U_{ЭП1}} U_{ЭП2} \overline{U_{PЭ4}}; \\ U_{6э3} &= \overline{U_{ЭП1}} U_{ЭП2} \overline{U_{PЭ4}} \vee \overline{U_{ЭП1}} \overline{U_{ЭП2}} U_{PЭ4} \vee \overline{U_{ЭП1}} U_{ЭП2} U_{PЭ4} = \\ &= \overline{U_{ЭП1}} U_{ЭП2} \vee \overline{U_{ЭП1}} U_{PЭ4}; & & \\ U_{6э4} &= \overline{U_{ЭП1}} \overline{U_{ЭП2}} U_{PЭ4} \vee \overline{U_{ЭП1}} U_{ЭП2} \overline{U_{PЭ4}} \vee \overline{U_{ЭП1}} U_{ЭП2} U_{PЭ4} = \\ &= \overline{U_{ЭП1}} U_{ЭП2} \vee \overline{U_{ЭП2}} U_{PЭ4}. \end{aligned} \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) составляем логическую схему структурного автомата (рис. 2).

Схема автомата состоит из двух элементов памяти, выполненных на *RS*-триггерах, трех инверторов, двух трехвыходовых элементов «И», трех двухвыходовых элементов «И» и двух двухвыходовых элементов «ИЛИ».

Теперь рассмотрим поочередную несимметричную коммутацию ключей мостовой схемы ВП, при которой в противофазе переключаются транзисторные ключи, расположенные в одной из стоек моста и поочередно переключаются ключи другой стойки на каждом интервале дискретности.

В этом случае проектирование логического устройства проще выполнить введением дополнительной схемы, обеспечивающей смену очередности переключения ключей вентильного преобразователя. Между ВП и ЛУ вводится схема, синтезированная для классической несимметричной коммутации ключей вентильного преобразователя.

Для проектирования схемы, обеспечивающей смены очередности переключения ключей ВП, представим ее структурную схему в виде двух четырехканальных ключей $K1$ и $K2$, четырехканальной схемы «ИЛИ» и схемы управления (СУ) ключами (рис. 3). Четырехканальные ключи $K1$ и $K2$ обеспечивают поочередную подачу управляющих импульсов $U_{\bar{6}91} - U_{\bar{6}94}$, сформированных ЛУ, на транзисторы $VT1 - VT4$ мостовой схемы ВП. Очередность переключения формируется с помощью импульсов управления $U_{\bar{6}91}$ и $U_{\bar{6}92}$, переключающих верхние транзисторы $VT1$ и $VT2$ моста. При нечетных импульсах управления $U_{\bar{6}91}$ ($U_{\bar{6}92}$) управляющие импульсы могут быть поданы на транзисторы $VT1$, $VT4$ и $VT3$ ($VT2$, $VT3$ и $VT4$), а при четных импульсах $U_{\bar{6}91}$ ($U_{\bar{6}92}$) – на транзисторы $VT1$, $VT4$ и $VT2$ ($VT2$, $VT3$ и $VT1$).

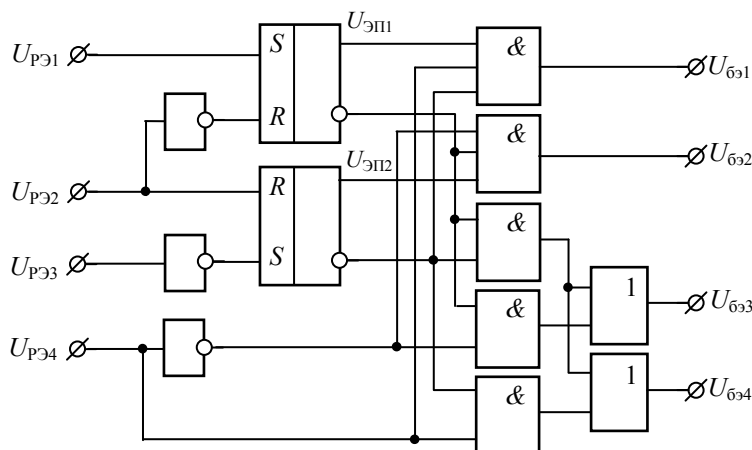


Рис. 2. Схема логического устройства

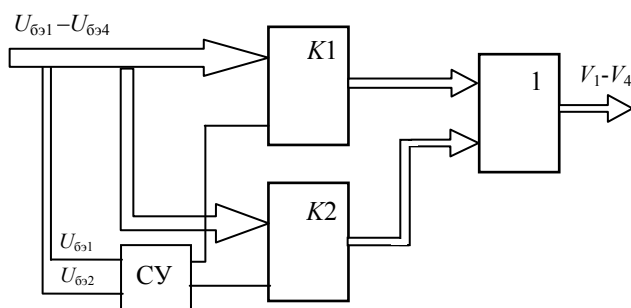


Рис. 3. Блок-схема смены очередности переключения ключей

Такой алгоритм поочередного переключения ключей математически описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= U_{\bar{6}91} U_{\text{ук}} \vee U_{\bar{6}94} \overline{U_{\text{ук}}} , \\
 V_2 &= U_{\bar{6}92} U_{\text{ук}} \vee U_{\bar{6}93} \overline{U_{\text{ук}}} , \\
 V_3 &= U_{\bar{6}93} U_{\text{ук}} \vee U_{\bar{6}92} \overline{U_{\text{ук}}} , \\
 V_4 &= U_{\bar{6}94} U_{\text{ук}} \vee U_{\bar{6}91} \overline{U_{\text{ук}}} ,
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где $U_{\text{б}31} - U_{\text{б}34}$ – сигналы, формируемые ЛУ, $U_{\text{ук}}$ – сигнал, формируемый схемой управления ключами.

Схема управления ключами при нечетных импульсах управления $U_{\text{б}31}$ формирует сигнал $U_{\text{ук}} = U_{\text{б}31}$, а при четных импульсах – $U_{\text{б}31} - U_{\text{ук}} = \overline{U_{\text{б}31}}$. Простейшим устройством, осуществляющим эту операцию, является счетчик по mod 2, выполненный на T -триггере. Исходя из вышесказанного алгоритм формирования сигнала $U_{\text{ук}}$ математически может быть представлен в виде

$$U_f = U_{\text{б}31} \vee U_{\text{б}32}, \quad U_{\text{ук}}^+ = U_{\text{ук}} \oplus U_f, \quad (4)$$

где U_f – тактовый сигнал T -триггера; $U_{\text{ук}}$ – выходной сигнал T -триггера до изменения состояния; $U_{\text{ук}}^+$ – выходной сигнал T -триггера после изменения состояния.

По выражениям (3) и (4) разработана логическая схема смены очередности переключения ключей ВП (рис. 4). Схема состоит из двух четырехканальных ключей $K1$ и $K2$, выполненных на восьми элементах «И», блока из четырех элементов «ИЛИ» и схемы управления (СУ) ключами, выполненная на элементе «ИЛИ» и T -триггере. T -триггер работает в режиме простейшего счетчика по mod 2. Схема, представленная на рис. 4, содержит минимальное количество логических элементов и один элемент памяти.

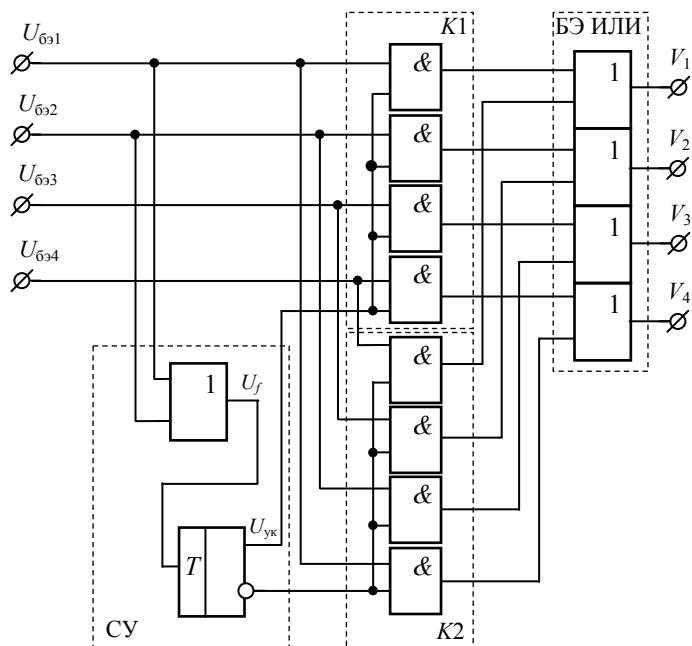


Рис. 4. Схема смены очередности переключения ключей

Выводы. 1. В работе разработана методика синтеза схемы логического устройства релейной системы автоматического регулирования тока при клас-

сической несимметричной коммутации и поочередной несимметричной коммутации ключей ВП, состоящая из нескольких этапов.

2. При поочередной несимметричной коммутации синтезируется дополнительная схема, обеспечивающая смену очередности переключения ключей вентильного преобразователя.

3. В ходе синтеза получены схемы, содержащие минимальное количество логических элементов и элементов памяти.

Литература

1. Охоткин Г.П. Анализ систем регулирования тока // Электромеханика. 1992. № 3. С. 66–70.
2. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Анализ законов коммутации ключей мостовой схемы импульсного преобразователя // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 142–149.
3. Охоткин Г.П. Разработка методики синтеза релейных регуляторов САР тока при симметричной и диагональной коммутациях транзисторов вентильного преобразователя // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 66–74.
4. Охоткин Г.П., Угарин С.В. Структурный синтез релейного регулятора системы автоматического регулирования тока при несимметричной коммутации транзисторов вентильного преобразователя // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 252–262.
5. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Синтез логического устройства и распределителя импульсов САР тока // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: материалы X Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. С. 194–203.
6. Охоткин Г.П. Разработка методики синтеза дискретного логического управляющего устройства САР тока // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 74–83.
7. Охоткин Г.П. Синтез логического устройства релейной САР тока при диагональной коммутации с поочередным переключением ключей мостовой схемы вентильного преобразователя // Вестник Чувашского университета. 2016. № 1. С. 65–70.

ОХОТКИН ГРИГОРИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор, декан факультета радиоэлектроники и автоматики, заведующий кафедрой автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elius@list.ru).

УГАРИН СТАНИСЛАВ ВАЛЕНТИНОВИЧ – аспирант кафедры промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ugarinsv@mail.ru).

G. OKHOTKIN, S. UGARIN SYNTHESIS OF LOGIC DEVICES OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL RELAY SYSTEM WITH ASYMMETRIC SWITCHING KEYS OF CONVERTER

Keywords: relay system of automatic current control, valve converter, switching laws of transistor switches, relay current controller.

The technique of synthesis of the logical device of automatic current control relay system is developed for classical asymmetric switching and alternating unbalanced switching of keys of the gate converter bridge circuit. The synthesis technique for classical asymmetric commutation consists of stages in the development of the mathematical model for the operation of the logical device and its representation in the form of abstract automaton with a single input and output, the abstract synthesis of automaton and structural synthesis, the purpose of which is to construct a circuit that implements automaton of the logical elements of the given type. When alternating unbalanced switching, an additional circuit is synthesized, which ensures the change in the order of switching the gate converter keys. The synthesized schemes contain minimum quantity of logical elements and memory elements.

References

1. Okhotkin G.P. *Analiz system regulirovaniya toka* [Analysis of current control systems]. *Elektromekhanika*, 1992, no. 3, pp. 66–70.
2. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Analiz zakonov kommutatsii klyuchej mostovoi skhemy impul'snogo preobrazovatelya* [Analysis of switching laws for pulse converter bridge keys]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 142–149.
3. Okhotkin G.P. *Razrabotka metodiki sinteza relejnyh regulyatorov SAR toka pri simmetrichnoj i diagonalnoj kommutacijah tranzistorov ventilnogo preobrazovatelya* [Developing techniques for synthesizing relay regulators of automatic current control system with symmetric and diagonal switching of valve inverter transistors]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 66–74.
4. Okhotkin G.P., Ugarin S.V. *Strukturnyj sintez relejnogo regulyatora sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya toka pri nesimmetrichnoj kommutacii tranzistorov ventilnogo preobrazovatelya*. [Structural synthesis of relay control of system of automatic current control at asymmetrical transistors switching of valve converter]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 1, pp. 252–262.
5. Okhotkin G.P., Romanova E.S. *Sintez logicheskogo ustrojstva i raspredelitelya impulsov SAR toka* [Synthesis of logic devices and pulse allocator of automatic current control system]. *Dinamika nelineinykh diskretnykh elektrotekhnicheskikh i elektronnykh sistem: materialy X Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 10th Rus. Sci. Conf. «Dynamics of non-linear discrete electric and electronic systems»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2013, pp. 194–203.
6. Okhotkin G.P. *Razrabotka metodiki sinteza diskretnogo logicheskogo upravlyayushhego ustrojstva SAR toka* [Development of synthesis methods of discrete logical control device of the systems of automatic current control]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 74–83
7. Okhotkin G.P. *Sintez logicheskogo ustrojstva relejnoj SAR toka pri diagonalnoj kommutacii s poocherednym pereklyucheniem klyuchej mostovoj skhemy ventilnogo preobrazovatelya* [The synthesis of logical devices of relay systems of automatic current regulation when diagonal switching with alternate switching keys the bridge circuit rectifier converter]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 1, pp. 65–70.

OKHOTKIN GRIGORY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of Radioelectronics and Automatics Faculty, Head of Department of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (elius@list.ru).

UGARIN STANISLAV – Post-Graduate Student of Industrial Electronics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ugarinsv@mail.ru).

Ссылка на статью: Охоткин Г.П., Угарин С.В. Синтез логического устройства релейной системы автоматического регулирования тока при несимметричной коммутации ключей вентиляционного преобразователя // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 236–244.

УДК 62-83: 621.314.632

ББК 3291.074:3852.3

Г.П. ОХОТКИН, С.В. УГАРИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ НА MULTISIM РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТОКА ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КОММУТАЦИИ КЛЮЧЕЙ ВЕНТИЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Ключевые слова: моделирование, релейная система автоматического регулирования тока, законы коммутации транзисторных ключей, вентильный преобразователь.

Разработаны модели на Multisim релейных систем автоматического регулирования тока при классической несимметричной и поочередной несимметричной коммутациях ключей мостовой схемы вентильного преобразователя. Схемы моделей систем автоматического регулирования тока имеют сходство со структурными схемами систем и интуитивно понятны разработчикам систем силовой электроники. Модели имитируют работу реальных систем и позволяют легко и быстро тестировать их. Моделирование на Multisim подтверждает достоверность полученных в ходе структурного синтеза результатов.

Моделирование осуществляется с целью проверки достоверности полученных в ходе синтеза результатов. После проведения синтеза релейных систем автоматического регулирования (САР) тока появляется математическая модель в виде структурной схемы, интуитивно понятная разработчику электронных схем и систем. Существует множество пакетов программ для моделирования электронных схем и систем. Одной из таких программ является программа схемотехнического моделирования *Multisim*, отличающаяся простым и легко осваиваемым пользовательским интерфейсом. *Multisim* имитирует работу системы в реальном масштабе времени и позволяет тестировать ее за минимальное время.

Проверка достоверности полученных в ходе синтеза релейных регуляторов САР тока при симметричной и диагональной коммутациях ключей вентильного преобразователя (ВП) проведена в работе [1], а в [2] проведена проверка достоверности работы схем логических устройств в составе САР тока.

В доступной литературе вопросы моделирования релейных САР тока при несимметричной коммутации ключей ВП не рассмотрены, поэтому моделирование на *Multisim* САР тока является актуальной задачей.

Целью данной работы являются разработка на *Multisim* моделей релейных САР тока при классической несимметричной коммутации и поочередной несимметричной коммутации ключей ВП и оценка достоверности полученных в ходе синтеза результатов.

Схема модели на *Multisim* релейной САР тока при классической несимметричной коммутации ключей ВП представлена на рис. 1. Релейный регулятор САР тока, состоящий из трех релейных элементов РЭ1-РЭ3, реализован на виртуальных компараторах с идеальными релейными характеристиками. Для формирования нижнего и верхнего порогов переключения транзисторов релейные характеристики элементов РЭ1 и РЭ3 сдвигаются по оси абсцисс влево и вправо от начала координат. Величины смещения характеристик задаются значениями напряжений U_{cm1} и U_{cm2} .

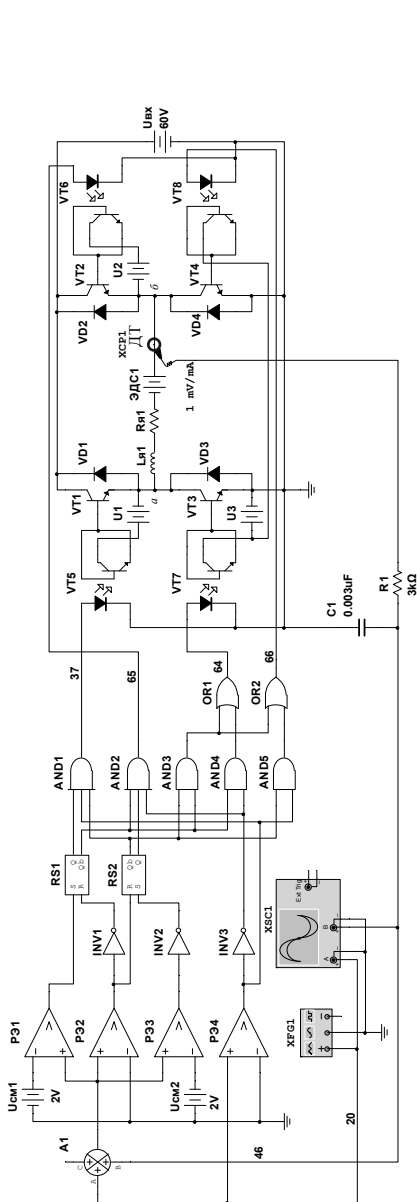


Рис. 1. Схема SAR тока при классической несимметричной коммутации ключей ВП

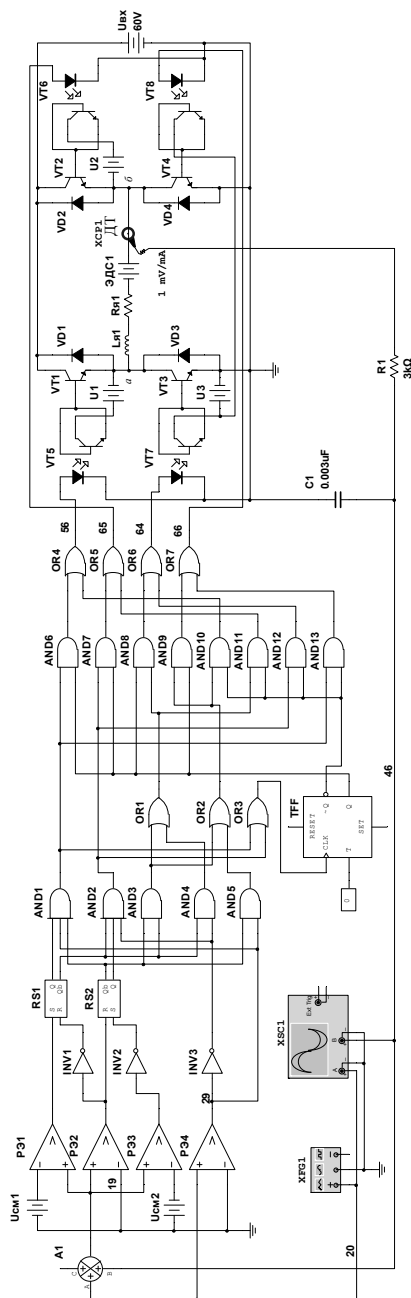


Рис. 2. Схема SAR тока при поочередной несимметричной коммутации ключей ВП

Релейный элемент РЭ4 служит для задания направления вращения двигателя постоянного тока (ДПТ).

Логическое устройство (ЛУ) САР тока состоит из инверторов $INV1$ – $INV3$, RS -триггеров $RS1$ и $RS2$, пяти логических элементов «И» $AND1$ – $AND5$ и двух логических элементов «ИЛИ» $OR1$ и $OR2$.

Модель схемы ВП реализована на виртуальных полупроводниковых приборах, представленных идеальными транзисторами $VT1$ – $VT4$ и диодами $VD1$ – $VD4$, соединенными в мостовую схему. Питание мостовой схемы ВП осуществляется от источника постоянного напряжения $U_{вх}$.

Гальваническая развязка цепей управления и силовых транзисторов моста выполнена на четырех драйверах, содержащих четыре оптотранзистора $VT5$ – $VT8$ и три источника питания $U1$ – $U3$.

Объединение эмиттеров транзисторов $VT3$ и $VT4$ в одну точку позволяет управлять ими от одного источника питания $U3$.

В диагональ моста, образованного транзисторными ключами, последовательно включены активно-индуктивная нагрузка ($L_{я} - R_{я}$) с противо-ЭДС, моделирующая работу якорной цепи ДПТ, и датчик тока ДТ ($XCP1$) с гальванической развязкой. Датчик тока выполнен на основе токового пробника, размещенного в библиотеке инструментов *Multisim*. Чувствительность ДТ соответствует 1 mV/mA , для сглаживания высокочастотных помех, снимаемых с датчика тока, используется RC -фильтр, выполненный на $R1$ и $C1$.

Задающее воздействие $U_{зт}$ формируется генератором $XFG1$, контроль переменных в схеме САР тока осуществляется осциллографом $XSC1$.

На рис. 2 приведена схема модели на *Multisim* релейной САР тока при поочередной несимметричной коммутации ключей ВП. Схема модели отличается от схемы САР тока, приведенной на рис. 1, дополнительно введенной схемой, обеспечивающей смены очередности переключения ключей ВП. Дополнительная схема введена между драйверами ключей $VT1$ – $VT4$ мостовой схемы ВП и схемой логического устройства, формирующей импульсы управления транзисторами $U_{бэ1} - U_{бэ4}$.

Схема смены очередности переключения ключей ВП, состоящая из двух четырехканальных ключей $K1$ и $K2$, четырехканальной схемы «ИЛИ» и схемы управления (СУ) ключами, выполнена на 8 логических элементах «И» ($AND6$ – $AND13$), 5 логических элементах «ИЛИ» ($OR3$ – $OR7$) и T -триггере (TFF).

Вначале рассмотрим процессы в релейной САР тока (рис. 1) при классической несимметричной коммутации ключей ВП.

Силовая схема САР тока может работать в режиме как непрерывного, так и знакопеременного тока. Тестирование работы схемы САР тока необходимо проводить в обоих токовых режимах при различных режимах работы ДПТ: в режиме разгона и работы электродвигателя «Вперед», режиме торможения вращающегося «Вперед» двигателя, режиме разгона и работы ДПТ «Назад» и режиме торможения вращающегося «Назад» электродвигателя.

На рис. 3 представлены временные диаграммы работы модели релейной САР тока в режиме непрерывного тока (РНТ) при противо-ЭДС $\varepsilon = 0$ и подаче на вход синусоидального сигнала задания тока с амплитудой $U_{зт} = 10 \text{ В}$ и частотой $f = 200 \text{ Гц}$.

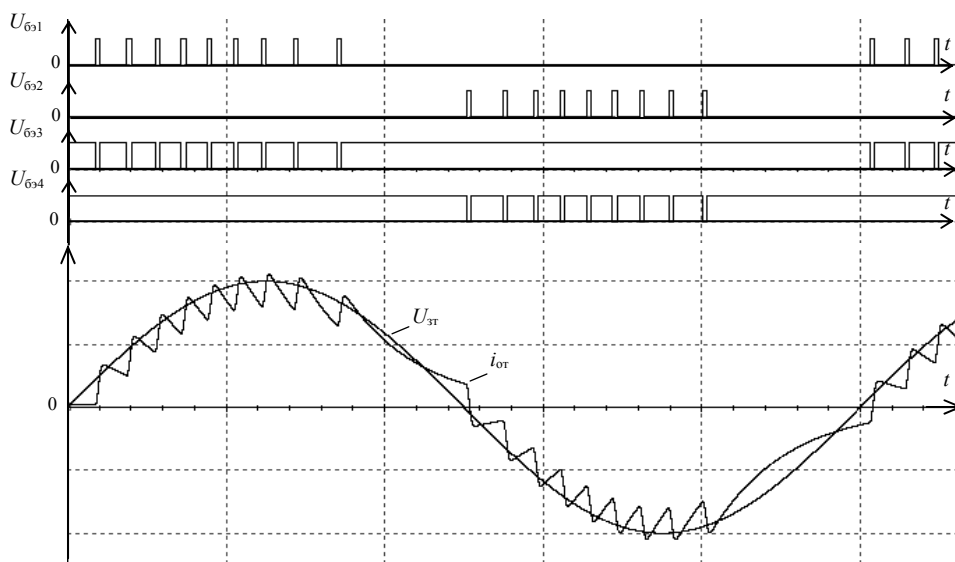


Рис. 3. Временные диаграммы работы схемы в РНТ при классической несимметричной коммутации ключей ВП

Также на рис. 3 приведены импульсы управления $U_{бэ1} - U_{бэ4}$ транзисторами $VT1$ и $VT4$ моста. На интервале $U_{зт} > 0$ транзистор $VT4$ постоянно открыт $U_{бэ4}=1$, а транзисторы $VT1$ и $VT3$ переключаются в противофазе, т.е. при $U_{бэ1}=1$ импульс $U_{бэ3}=0$ и наоборот. На интервале $U_{зт} < 0$ транзистор $VT3$ постоянно открыт, а транзисторы $VT2$ и $VT4$ переключаются в противофазе.

Теперь рассмотрим процессы в САР тока при поочередной несимметричной коммутации ключей ВП. Временные диаграммы работы модели САР тока (рис. 2) в режиме непрерывного тока при противо-ЭДС $\varepsilon = 0$ и подаче на вход синусоидального сигнала задания тока с амплитудой $U_{зт} = 10$ В и частотой $f = 200$ Гц представлены на рис. 4.

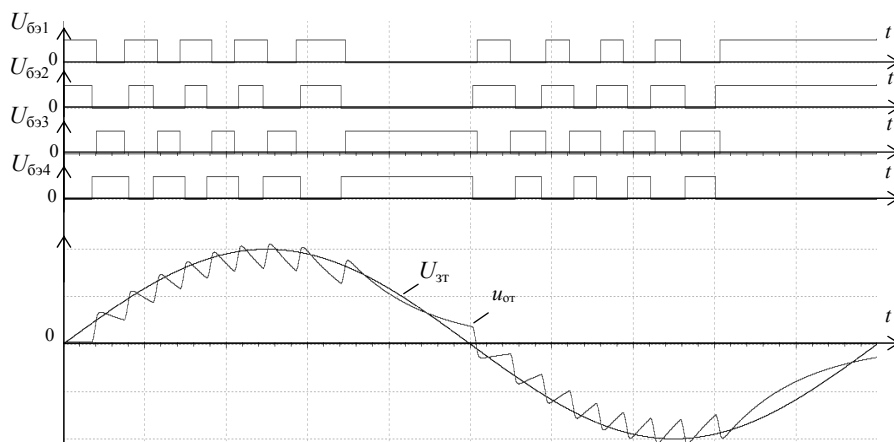


Рис. 4. Временные диаграммы работы схемы в РНТ при поочередной несимметричной коммутации ключей ВП

Импульсы управления $U_{\text{б}31} - U_{\text{б}34}$ иллюстрируют смену очередности переключения ключей ВП. При нечетных импульсах $U_{\text{б}31}$ ($U_{\text{б}32}$) короткозамкнутая цепь в силовой схеме формируется путем включения нижних транзисторов $VT3$ и $VT4$ моста, а при четных импульсах $U_{\text{б}31}$ ($U_{\text{б}32}$) – включением верхних транзисторов $VT1$ и $VT2$.

При принятых в модели значениях задающего воздействия и противо-ЭДС ток в цепи якоря (сигнал $u_{\text{от}}$) не отличается от кривой, приведенной на рис. 3. Это означает, что тип коммутации ключей ВП не влияет на статические и динамические показатели САР тока. Энергетические показатели САР тока при поочередной несимметричной коммутации ключей ВП выше из-за равномерного распределения между транзисторами суммарных потерь мощности, возникающих при переключении транзисторов. Кроме того, частота переключения ключей в два раза ниже, чем при классической коммутации.

На рис. 5 приведены временные диаграммы работы САР тока (рис. 1) при торможении вращающегося «Вперед» двигателя в режиме знакопеременного тока при $\varepsilon = 20$ В и прямоугольной формы сигнала задания тока $U_{\text{зт}} = 1,5$ В.

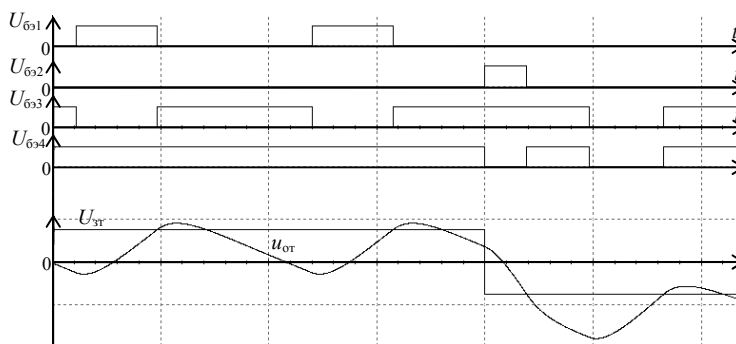


Рис. 5. Временные диаграммы торможения при классической несимметричной коммутации ключей ВП

Аналогичные временные диаграммы работы САР при поочередной несимметричной коммутации ключей ВП представлены на рис. 6.

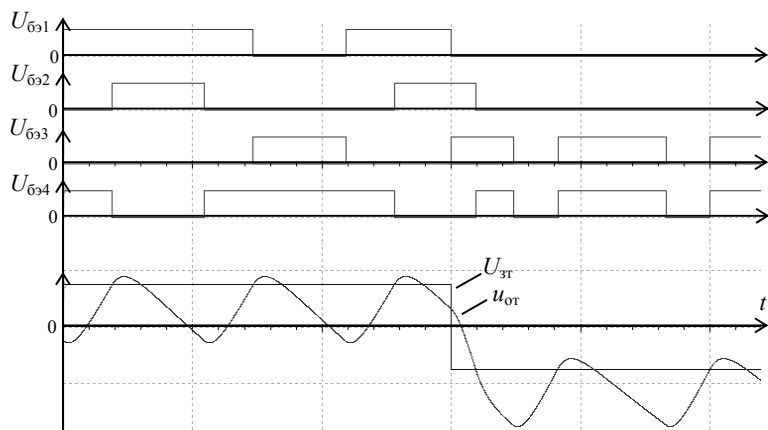


Рис. 6. Временные диаграммы торможения при поочередной несимметричной коммутации ключей ВП

Схемы управления САР тока формируют такие импульсы управления транзисторами $U_{\text{б}31} - U_{\text{б}34}$ моста, которые позволяют достаточно точно отслеживать току якоря ($U_{\text{от}}$) за задающим сигналом $U_{\text{ст}}$.

Временные диаграммы работы САР тока, приведенные на рис. 3–6, подтверждают достоверность полученных в ходе структурного синтеза результатов. Разработанные модели релейных САР тока сокращают материальные и временные затраты на проектирование систем силовой электроники.

Литература

1. Охоткин Г.П. Моделирование структурных схем релейных систем автоматического регулирования тока на Multisim // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 86–93.
2. Охоткин Г.П. Моделирование релейных систем автоматического регулирования тока на Multisim при симметричной и диагональной коммутациях ключей мостовой схемы вентильного преобразователя // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 94–103.

ОХОТКИН ГРИГОРИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор, декан факультета радиоэлектроники и автоматики, заведующий кафедрой автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elius@list.ru).

УГАРИН СТАНИСЛАВ ВАЛЕНТИНОВИЧ – аспирант кафедры промышленной электроники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ugarinsv@mail.ru).

G. OKHOTKIN, S. UGARIN

MULTISIM SIMULATION OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL RELAY SYSTEMS WITH ASYMMETRIC SWITCHING KEYS OF CONVERTER

Key words: simulation, relay system of automatic current control, switching laws of transistor switches, gate converter.

The models are developed at the Multisim relay systems of automatic current control with classical asymmetric and alternating unbalanced switchover of the gate converter bridge circuit. The models schemes of automatic current control systems have some similarity with the systems structural schemes and are intuitively understandable to the developers of power electronics systems. The models simulate the operation of real systems and allow them to be easily and quickly tested. Modeling on Multisim confirms the reliability of the results obtained in the course of structural synthesis.

References

1. Okhotkin G.P. *Modelirovanie strukturnykh skhem relejnykh sistem avtomaticheskogo regulirovaniya toka na Multisim* [Multisim simulation of block diagrams of automatic current control relay systems]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 86–93.
2. Okhotkin G.P. *Modelirovanie relejnykh sistem avtomaticheskogo regulirovaniya toka na Multisim pri simmetrichnoj i diagonalnoj kommutacijah klyuchej mostovoj skhemy ventilnogo preobrazovatelya* [Multisim simulation of automatic current control relay systems with symmetric and diagonal switching of valve inverter bridge keys]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 66–74.

OKHOTKIN GRIGORY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of Radioelectronics and Automatics Faculty, Head of Department of Automation and Management in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (elius@list.ru).

UGARIN STANISLAV – Post-Graduate Student of Industrial Electronics department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ugarinsv@mail.ru).

Ссылка на статью: Охоткин Г.П., Угарин С.В. Моделирование на Multisim релейных систем автоматического регулирования тока при несимметричной коммутации ключей вентильного преобразователя // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 245–250.

УДК 681.325

ББК 32.971

В.А. ПЕСОШИН, В.М. КУЗНЕЦОВ, А.Х. РАХМАТУЛЛИН

ГЕНЕРАТОРЫ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НЕМАКСИМАЛЬНОЙ ДЛИНЫ НА ОСНОВЕ РЕГИСТРА С ВНУТРЕННИМИ СУММАТОРАМИ ПО МОДУЛЮ ДВА (Часть 3)

Ключевые слова: $(M - 7)$ -, $(M - 15)$ -, $(M - 31)$ - $(M - 63)$ - и $(M - A)$ -последовательности, неоднородные генераторы, многообразие последовательностей, инверсно-сегментные последовательности.

Рассматриваются неоднородные генераторы псевдослучайных сигналов, формирующие рекуррентные последовательности не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два. На примерах демонстрируется многообразие одновременно формируемых последовательностей. Решаются задачи идентификации последовательностей и инициализации генератора на обеспечение рабочих режимов.

В первой части статьи было установлено, что генератор псевдослучайных последовательностей (ГПСП) по схеме Галуа, построенный на основе характеристического многочлена степени n вида:

$$\varphi(x) = (x \oplus 1)^{m_0} \varphi_1(x), \quad (3.1)$$

где сомножитель $\varphi_1(x)$ степени m_1 примитивен ($n = m_0 + m_1$) и позволяет получить набор структурно разных сигналов, если будет обеспечен неоднородный режим [1].

Основой многообразия являются инверсно-сегментные последовательности (ИСП), содержащие в сложно организованном виде известные M -последовательности и обозначенные в общей форме как $(M - A)$ -последовательности. Для их формирования достаточно использовать неоднородный режим линейного ГПСП регистрового типа [2].

Цель третьей части статьи – представление многообразия последовательностей при $m_0 \geq 4$, их идентификация на разрядных выходах ГПСП и инициализация генератора на обеспечение рабочих режимов.

1. Многообразие двоичных последовательностей на разрядных выходах регистра

Случай $m_0 = 4$. Двучлен вида $\varphi_0(x) = (x \oplus 1)^4$ с периодической структурой $\{2(8)\}$ способен порождать в неоднородном режиме две последовательности [3]:

$$\dots, 00001111, \dots, \quad (3.2)$$

$$\dots, 01011010, \dots, \quad (3.3)$$

обладающие равновероятностными свойствами.

В качестве многочлена $\varphi_1(x)$ степени $m_1 = n - 4 \geq 2$ выбирается примитивная форма с периодической структурой $\{1(1), 1(2^{n-4} - 1)\}$. Тогда аналогичная структура ГПСП и его многочлена $\varphi(x)$ в целом приобретает вид $\{2(8), 2(2^{n-1} - 8)\} = \{2(8), 2((2^{n-1} - 1) - 7)\}$, что свидетельствует о формировании двух $(M - 7)$ -последовательности n -го порядка. Последовательности (3.2) и (3.3)

образуют нерабочие циклы и участвуют в формировании указанных $(M - 7)$ -последовательностей [2]. Несмотря на то, что последовательности (3.2) и (3.3) образуют запрещенные циклы, в рабочем режиме они проявляют себя в форме слагаемых линейной суммы, формирующих псевдослучайные последовательности [2].

Рассмотрим последовательности, формируемые ГПСП на регистре сдвига с внутренними сумматорами. В качестве примера используем многочлен

$$\varphi(x) = x^6 \oplus x^5 \oplus x^4 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1, \quad (3.4)$$

который разлагается на $\varphi_0(x) = (x \oplus 1)^4$ и $\varphi_1(x) = x^2 \oplus x \oplus 1$.

Примитивный сомножитель $\varphi_1(x) = x^2 \oplus x \oplus 1$ порождает M -последовательность $\dots, 0 \ 1 \ 1, \dots$ с периодом 3 и запрещенным моноциклом $\dots, 0 \ 0 \ 0, \dots$. Поэтому кроме ИСП (3.2) и (3.3) многочлен (3.4) порождает еще две последовательности с периодом 24:

$$\begin{aligned} & \dots, 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1, 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1, 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1, \dots \\ & \oplus \\ & \dots, \underline{0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1}, \dots \\ & \dots, 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0, \dots \end{aligned} \quad (3.5)$$

и

$$\begin{aligned} & \dots, 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0, 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0, 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0, \dots \\ & \oplus \\ & \dots, \underline{0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1, 0 \ 1 \ 1}, \dots \\ & \dots, 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1, \dots \end{aligned} \quad (3.6)$$

Это две последовательности 6-го порядка (3.5) и (3.6) $(M - 7)_1^6$ - и $(M - 7)_2^6$ -типа, соответственно.

Схема генератора представлена на рисунке.

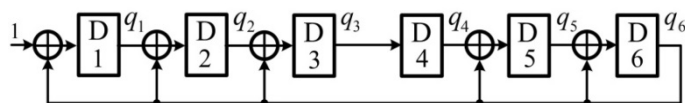


Схема ГПСП с внутренними сумматорами по модулю два в неоднородном режиме на основе многочлена $\varphi(x) = x^6 \oplus x^5 \oplus x^4 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1$

Схемотехническая структура устройства описывается с помощью следующей квадратной матрицы:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Формируемые циклические последовательности в зависимости от начального состояния представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Рабочие циклы многочлена (3.4)

| q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

На выходах триггеров q_1 и q_6 формируются последовательности типа $(M-7)_2^c$ (3.6) в первой группе и $(M-7)_1^c$ (3.5) во второй; выходы q_3 и q_4 выдают последовательности коротких циклов, определенных как запрещенные (3.2) в первой группе и (3.3) во второй; на выходах q_2 и q_5 образуются две *новые* последовательности, периоды которых равны периоду $(M-3)$ -последовательности (назовем их $(M-3)$ -подобными последовательностями). Они не являются ИСП, инверсны по отношению друг к другу в группах и между группами.

Выявим связь этих последовательностей с предыдущими типами линейных рекуррентных последовательностей (ЛРП), присущих генераторам в неоднородном режиме. Для этого в первой группе на выходах q_2 и q_5 получим по четыре последовательности таким образом, чтобы первая состояла из символов, стоящих на 1, 5, 9 позициях, вторая – на 2, 6, 10, третья – на 3, 7, 11, четвертая – на 4, 8, 12 позициях:

$$\begin{aligned}
 q_2: & \quad ,0011111100101, & q_5: & \quad ,000001101011, \\
 & \quad ,0---1---0, & & \quad ,0---0---1, \\
 & \quad ,0---1---1, & & \quad ,0---1---0, \\
 & \quad ,1---1---0, & & \quad ,0---1---1, \\
 & \quad ,1---0---1, & & \quad ,0---0---1.
 \end{aligned}$$

Полученное разложение свидетельствует о том, что на выходе q_2 $(M-3)$ -подобная последовательность организована и упорядочена из элементов трех M - и одной \bar{M} -последовательности (свяжем отмеченную организованность короткой бинарной последовательностью в форме нового запрещенного тетрацикла вида 0001). Аналогично разрядный выход q_5 комбинирует три \bar{M} - и одну M -последовательность, что соответствует запрещенному тетрациклу 1110. Сложно упорядоченные M - и \bar{M} -последовательности в указанных $(M-3)$ -подобных порождаются характеристическим многочленом $\phi(x)$, выбранным в данном примере в виде примитивного трехчлена $x^2 \oplus x \oplus 1$.

2. Идентификация последовательностей на выходах регистра

Для идентификации выходных последовательностей, не производя их поэтапного моделирования на полных периодах, целесообразно использовать запрещенные состояния ГПСР. Они образуют последовательности с малым периодом и могут быть использованы в качестве индикаторных последовательностей [3]. Для последовательностей с периодом 8 справедливо равенство

$$\mathbf{Q}(t+8) = \mathbf{C}^8 \mathbf{Q}(t) = \mathbf{Q}(t). \quad (3.8)$$

Например, возводя в 8-ю степень матрицу (3.7), получим

$$\mathbf{C}^8 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

На основании (3.8) запишем условие для разрядных выходов генератора вида $q_i(t+8) = q_i(t)$, где $i = \overline{1,6}$. Элементы матрицы \mathbf{C}^8 позволяют записать два независимых линейных уравнения

$$\begin{aligned} q_1(t) \oplus q_3(t) \oplus q_4(t) \oplus q_6(t) &= 0, \\ q_1(t) \oplus q_2(t) \oplus q_4(t) \oplus q_5(t) &= 1. \end{aligned}$$

Решения ищем перебором значений $q_i(t)$, $i = \overline{1,6}$, которые выявят непротиворечивым образом две группы из 8 состояний, соответствующих сформированным последовательностям (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Запрещенные циклы многочлена (3.4)

| q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

По табл. 3.2 определяем, что на выходах q_1 и q_6 в первой группе и q_3 и q_4 во второй должны формироваться последовательности типа $(M-7)_2^8$ (3.6), на выходах q_3 и q_4 в первой группе и q_1 и q_6 во второй – типа $(M-7)_1^6$ (3.5), на выходах q_2 и q_5 – $(M-3)$ -подобные последовательности.

Однако, как видно из табл. 3.1, на выходах q_3 и q_4 , соответственно, формируются запрещенные последовательности вида (3.2) в первой группе и ви-

да (3.3) во второй группе. Для выявления таких ситуаций необходимо дополнительно проверять формируемые последовательности длиной от n до $2n$.

Можно предположить, что при большем числе сумматоров на выходах регистра при одном начальном состоянии будут формироваться разные $(M-7)$ -последовательности. Для подтверждения этого рассмотрим ГПСП на основе многочлена 9-й степени

$$\varphi(x) = (x \oplus 1)^4 (x^5 \oplus x^4 \oplus x^3 \oplus x^2 \oplus 1) = x^9 \oplus x^8 \oplus x^7 \oplus x^6 \oplus x^5 \oplus x^3 \oplus x^2 \oplus 1. \quad (3.9)$$

Производя преобразования с (3.9), аналогичные рассмотренным в примере с многочленом (3.4), определим две группы из 8 запрещенных состояний (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Запрещенные циклы многочлена (3.9)

| q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_7 | q_8 | q_9 | q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_7 | q_8 | q_9 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Используя запрещенные последовательности как индикаторные, определяем, что на выходах q_1, q_2, q_9 и q_4, q_5, q_7 формируются последовательности типов $(M-7)_2^9$ и $(M-7)_1^9$, соответственно, в первой группе, $(M-7)_1^9$ и $(M-7)_2^9$, соответственно, во второй; q_3 и q_6 – две $(M-3)$ - и четыре $(M-1)$ -последовательности, соответственно, в обеих группах; q_8 – две $(M-3)$ -подобные последовательности по индикаторным последовательностям, состоящим из сдвоенных тетрациклов 1110 и 0001 в первой и второй группах соответственно.

Анализ показал, что последовательности, образованные из запрещенных состояний регистра, ни на одном из его выходов не формируются.

Таким образом, ГПСП при $m_0 = 4$ на основе многочлена (3.9) формируют разные $(M-7)$ -последовательности при одном начальном состоянии.

3. Инициализация рабочих режимов генератора

Для формирования необходимых последовательностей необходимо определить начальное состояние регистра. При известной M -последовательности на основе многочлена $\varphi_1(x)$ и последовательностей (3.2) и (3.3) находят фрагменты $(M-7)$ -последовательности. В качестве примера рассмотрим задание M -последовательности многочленом $\varphi_1(x) = x^5 \oplus x^4 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1$ в (3.8):

$$\begin{array}{r}
.0010101101000011001001111101110, \\
\oplus \\
\begin{array}{r}
00001111 \\
01011001
\end{array}
\oplus \\
\begin{array}{r}
01011010 \\
00010101.
\end{array}
\end{array}$$

Если использовать эти фрагменты как последовательности состояний разрядов регистра q_1 (или q_9), то остальные состояния $q_2 - q_8$ доопределяются следующим образом (табл. 3.4):

Таблица 3.4

Доопределение начальных состояний ГПСП
по фрагментам рабочих циклов

| q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_7 | q_8 | q_9 | q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_7 | q_8 | q_9 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| – | – | – | – | – | – | – | – | 1 | – | – | – | – | – | – | – | – | 1 |
| 0 | – | – | – | – | – | – | – | 0 | 0 | – | – | – | – | – | – | – | 1 |
| 1 | 0 | – | – | – | – | – | – | 1 | 0 | 0 | – | – | – | – | – | – | 1 |
| 0 | 1 | 1 | – | – | – | – | – | 0 | 0 | 0 | 1 | – | – | – | – | – | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | – | – | – | – | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | – | – | – | – | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | – | – | – | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | – | – | – | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | – | – | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | – | – | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | – | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | – | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

По полученным начальным состояниям, выделенным жирным шрифтом в табл. 3.4, и известному алгоритму работы ГПСП находим фрагменты последовательностей на выходах регистра (табл. 3.5):

Таблица 3.5

Начальные фрагменты
рабочих циклов многочлена (3.9)

| q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_7 | q_8 | q_9 | q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_7 | q_8 | q_9 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Из этих фрагментов видно, что ни на одном из выходов регистра не формируются запрещенные последовательности вида (3.2), (3.3) и сдвоенные из тетрациклов 1110 и 0001.

В отношении псевдослучайных последовательностей в форме ИСП можно применить более простой метод определения запрещенных состояний для инициализации генератора.

Рассмотрим сущность этого метода применительно к ГПСП основе многочлена $\varphi(x)$ 11-й степени $\varphi(x) = (x \oplus 1)^4 (x^7 \oplus x^5 \oplus x^4 \oplus x^3 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1) = x^{11} \oplus x^9 \oplus x^8 \oplus x^6 \oplus x^3 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1$ и допустим, что символы ИСП (3.2) и (3.3) формируются состоянием триггера q_{11} . Определим две группы из 8 запрещенных состояний (табл. 3.6):

Таблица 3.6

Формирование запрещенных циклов $q_1 - q_{10}$ по заданному циклу q_{11}

| q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_7 | q_8 | q_9 | q_{10} | q_{11} | q_1 | q_2 | q_3 | q_4 | q_5 | q_6 | q_7 | q_8 | q_9 | q_{10} | q_{11} |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Из табл. 3.6 определяем, что на выходах (q_1, q_{10} и q_{11}) и (q_3, q_7 и q_8) формируются последовательности $(M-7)_1^{11}$ и $(M-7)_2^{11}$, соответственно, в первой группе, $(M-7)_2^{11}$ и $(M-7)_1^{11}$, соответственно, во второй; на выходах q_9 и $q_4 - q_6$ – две $(M-3)$ - и четыре $(M-1)$ -последовательности, соответственно, в обеих группах; на выходе q_2 – две $(M-3)$ -подобные последовательности (1110) и (0001) в первой и второй группах, соответственно.

4. Многообразие двоичных последовательностей на выходе регистра при $m_0 > 4$

Случай $m_0 = 8$. Многочлен $\varphi_0(x) = (x \oplus 1)^8$ порождает 16 равновероятных последовательностей с периодом 16. В фигурных скобках предложена сокращенная запись этих ИСП, которая определяет количество повторяющихся одинаковых символов (любых) на половине периода, полагая, что вторая половина есть инверсия первой, что лишний раз повторит числовую структуру пачек символов:

$$,00000000 11111111, \{8\} \quad (3.10)$$

$$,00000010 11111101, \{6,1,1\} \quad (3.11)$$

$$,00000100 11111011, \{5,1,2\} \quad (3.12)$$

$$,00000110 11111001, \{5,2,1\} \quad (3.13)$$

$$,00001000 11110111, \{4,1,3\} \quad (3.14)$$

$$,00001010 11110101, \{4,1,1,1,1\} \quad (3.15)$$

$$,00001100 11110011, \{4,2,2\} \quad (3.16)$$

$$,00001110 11110001, \{4,3,1\} \quad (3.17)$$

$$,00010010 11101101, \{3,1,2,1,1\} \quad (3.18)$$

$$,00010100 11101011, \{3,1,1,1,2\} \quad (3.19)$$

$$,00010110 11101001, \{3,1,1,2,1\} \quad (3.20)$$

$$,00011010 11100101, \{3,2,1,1,1\} \quad (3.21)$$

$$,00011100 11100011, \{3,3,2\} \quad (3.22)$$

$$,00101010 11010101, \{2,1,1,1,1,1,1\} \quad (3.23)$$

$$,00100100 11010111, \{2,1,2,1,2\} \quad (3.24)$$

$$,00110110 11001001, \{2,2,1,2,1\} \quad (3.25)$$

Периодическая структура ГПСП и его многочлена $\varphi(x)$ определится следующим образом: $\{16(16), 16(2^{n-4} - 16)\} = \{16(16), 16((2^{n-4} - 1) - 15)\}$, т.е. формируются 16 $(M-15)$ -последовательностей n -го порядка. Последовательности (3.10)–(3.25) образуют нерабочие циклы, объединяющие 16 запре-

ценных состояний регистра, а также участвуют в формировании 16 рабочих $(M - 15)$ -последовательностей.

Исследуем последовательности, формируемые на выходах ГПСП. В качестве примера рассмотрим многочлен $\varphi(x)$ 42-й степени, в котором многочлен $\varphi_1(x)$ 34-й степени имеет вид $251132516577_{(8)}$ [4]:

$$\varphi_1(x) = x^{34} \oplus x^{32} \oplus x^{30} \oplus x^{27} \oplus x^{24} \oplus x^{22} \oplus x^{21} \oplus x^{19} \oplus x^{17} \oplus x^{15} \oplus x^{12} \oplus x^{11} \oplus x^{10} \oplus x^8 \oplus x^6 \oplus x^5 \oplus x^3 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1.$$

Допустим, что символы ИСП (3.10) и (3.12) определяют состояния триггера q_{42} . Индикаторные последовательности и формируемые при этом ЛРП 42-го порядка представлены в табл. 3.7.

Таблица 3.7

Результаты идентификации последовательностей ГПСП, порождаемых многочленом $251132516577_{(8)}$

| Выходы триггеров | Индикаторные последовательности | ЛРП | Индикаторные последовательности | ЛРП |
|-----------------------|---------------------------------|------------------------|---------------------------------|------------------------|
| q_1, q_{41}, q_{42} | 00000000 11111111 {8} | $(M-15)_{(3,10)}^{42}$ | 00000100 11111011 {5,1,2} | $(M-15)_{(3,12)}^{42}$ |
| q_2 | 01111111 {1,7} | $(M-7)^{42}$ -под | 00101111 {2,1,1,4} | $(M-7)^{42}$ -под |
| q_3 | 00000010 11111101 | $(M-15)_{(3,11)}^{42}$ | 00001000 11110111 | $(M-15)_{(3,14)}^{42}$ |
| q_4 | 01011111 {1,1,1,5} | $(M-7)^{42}$ -под | 00011011 {3,2,1,2} | $(M-7)^{42}$ -под |
| q_5 | 00001010 1110101 | $(M-15)_{(3,15)}^{42}$ | 00010010 11101101 | $(M-15)_{(3,18)}^{42}$ |
| q_6 | 01010111 {1,1,1,1,1,3} | $(M-7)^{42}$ -под | 00001011 {4,1,1,2} | $(M-7)^{42}$ -под |
| $q_7 - q_9$ | 00101010 1010101 | $(M-15)_{(3,23)}^{42}$ | 00011010 1100101 | $(M-15)_{(3,21)}^{42}$ |
| $q_{10} - q_{13}$ | 00101011 {2,1,1,1,1,2} | $(M-7)^{42}$ -под | 01101111 {1,2,1,4} | $(M-7)^{42}$ -под |
| q_{14} | 00100100 11011011 | $(M-15)_{(3,24)}^{42}$ | 00000110 11111001 | $(M-15)_{(3,13)}^{42}$ |
| q_{15} | 00001011 | $(M-7)^{42}$ -под | 01111111 {1,7} | $(M-7)^{42}$ -под |
| q_{16} | 00010110 1101001 | $(M-15)_{(3,20)}^{42}$ | 00000010 11111101 | $(M-15)_{(3,11)}^{42}$ |
| q_{17} | 00010111 (де Брейн) | $(M-7)^{42}$ -под | 00111111 | $(M-7)^{42}$ -под |
| q_{18} | 00010100 1101011 | $(M-15)_{(3,19)}^{42}$ | 00000000 11111111 | $(M-15)_{(3,10)}^{42}$ |
| q_{19}, q_{20} | 00010011 | $(M-7)^{42}$ -под | 00011111 | $(M-7)^{42}$ -под |
| q_{21} | 00001100 1110011 | $(M-15)_{(3,16)}^{42}$ | 00010100 11101011 | $(M-15)_{(3,19)}^{42}$ |
| q_{22} | 0011 | $(M-3)$ | 0011 | $(M-3)$ |
| q_{23} | 00110010 1001101 | $(M-15)_{(3,24)}^{42}$ | 00000110 11111001 | $(M-15)_{(3,13)}^{42}$ |
| q_{24} | 00111011 | $(M-7)^{42}$ -под | 00000111 | $(M-7)^{42}$ -под |
| q_{25} | 00100100 1011011 | $(M-15)_{(3,25)}^{42}$ | 00010110 1101001 | $(M-15)_{(3,20)}^{42}$ |
| $q_{26} - q_{29}$ | 00011011 | $(M-7)^{42}$ -под | 01011111 | $(M-7)^{42}$ -под |
| $q_{30} - q_{34}$ | 00011100 11100011 | $(M-15)_{(3,22)}^{42}$ | 00001110 11110001 | $(M-15)_{(3,17)}^{42}$ |
| q_{35} | 00111011 | $(M-7)^{42}$ -под | 00000111 | $(M-7)^{42}$ -под |
| $q_{36} - q_{38}$ | 00001100 1110011 | $(M-15)_{(3,16)}^{42}$ | 00010100 11101011 | $(M-15)_{(3,19)}^{42}$ |
| q_{39}, q_{40} | 00000011 | $(M-7)^{42}$ -под | 00010111 (де Брейн) | $(M-7)^{42}$ -под |

Отметим, что среди $(M - 7)^{42}$ -подобных последовательностей 42-го порядка встречаются равновероятностные последовательности, выделенные жирным шрифтом, в том числе последовательности де Брейна.

Можно предположить, что при большем числе сумматоров на выходах ГПСП при одном начальном состоянии будут формироваться все $(M - 15)$ -последовательности.

Случай $m_0 = 16$. В этом случае многочлен $\varphi_0(x) = (x \oplus 1)^{16}$ порождает 2048 равновероятностных последовательностей с периодом 32: $\{16\}$, $\{14, 1, 1\}$, $\{13, 1, 2\}$, ..., $\{2, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 1\}$.

Периодическая структура ГПСП и его многочлена $\varphi(x)$ определится следующим образом: $\{2048(32), 2048(2^{n-11} - 32)\} = \{2048(32), 2048((2^{n-11} - 1) - 31)\}$, т.е. формируются 2048 $(M - 31)$ -последовательностей n -го порядка. Последовательности $\{16\}$, ..., $\{2, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 1\}$ образуют нерабочие циклы, объединяющие 2048 запрещенных состояний регистра, а также участвуют в формировании 2048 рабочих $(M - 31)$ -последовательностей.

При $m_0 = 32$ будут формироваться 67 108 864 $(M - 63)$ -последовательности n -го порядка. Разработаны алгоритм и программа для определения структуры таких ИСП.

Используя символы различных ИСП как состояния триггеров q_1 (или q_m), путем увеличения параметра m_0 вполне реально получить любое, сколь угодно большое количество последовательностей на выходах ГПСП. Наборы такого рода последовательностей в форме множеств высокой мощности при использовании начального состояния регистра в качестве ключа актуальны для организации систем защиты информации, например, в форме «одноразового блокнота» [5].

Выводы. 1. Рассмотрен линейный неоднородный ГПСП по схеме Галуа, описываемый приводимым многочленом n -й степени $\varphi(x) = (x \oplus 1)^{m_0} \varphi_1(x)$, для которого многочлен-множитель $\varphi_1(x)$ степени m_1 примитивен ($n = m_0 + m_1$), где $m_0 = 2^k$, k – натуральное число, $m_0 \geq 4$. Такой генератор способен одновременно формировать нескольких разных ЛРП на разрядных выходах регистра.

2. В случае $m_0 = 4$ ГПСП к многообразию формируемых последовательностей меньшего порядка добавляет две $(M - 7)$ -последовательности n -го порядка, в которых нерабочими (запрещенными) является последовательное и периодическое разворачивание кодов 00001111 или 01011010. Эти последовательные коды целесообразно использовать как индикаторные последовательности. Кроме этого, могут формироваться новые последовательности $(n - 1)$ -го порядка, близкие к равновероятностным, периоды которых равны периоду $(M - 3)$ -последовательности (их назвали $(M - 3)$ -подобными последовательностями), для которых запрещенными и индицирующими являются сдвоенные тетрациклы 0001 или 1110. Как и в подобных генераторах меньшего порядка сохраняется уникальная способность одновременно формировать на разных разрядах регистра генератора отличающиеся друг от друга рабочие ЛРП.

3. Для идентификации формируемых ЛРП в рабочем режиме используются состояния регистра ГПСП в режиме формирования запрещенных последовательностей, которые можно эффективно использовать в качестве индикатора.

торных сигналов. Приведены примеры идентификации на малоразрядных генераторах. Рассмотрены два способа определения нерабочих (запрещенных) состояний регистра сдвига.

4. Рассмотрена инициализация генератора на обеспечение рабочих режимов. Для формирования последовательностей необходимо определить начальные состояния регистра при известных фрагментах M -последовательности на основе многочлена $\varphi_1(x)$ и одной из индикаторных последовательностей. С помощью фрагментов полученных последовательностей как состояния триггеров q_1 (или q_n) определяются состояния триггера q_n (или q_1) из соотношения $q_n(t) = \bar{q}_1(t+1)$, и на основе алгоритма работы ГПСП последовательно находятся состояния триггеров $q_2 - q_{n-1}$.

5. При $m_0 = 8$ ГПСП дополнительно формирует 16 равновероятностных $(M - 15)$ -последовательностей n -го порядка, причем одновременно на разных выходах могут формироваться разные последовательности. На некоторых выходах могут формироваться новые последовательности $(n - 1)$ -го порядка, также близкие к равновероятностным, периоды которых равны периоду $(M - 7)$ -последовательностей (их назвали $(M - 7)$ -подобными последовательностями), среди которых встречаются равновероятностные, в том числе последовательности де Брейна. Сделано предположение, что при большом числе сумматоров ГПСП при одном начальном состоянии будет формировать все $(M - 15)$ -последовательности.

6. Многочлены $\varphi_0(x)$ 16-й и 32-й степеней порождают, соответственно, 2048 $(M - 31)$ -последовательностей и 67 108 864 $(M - 63)$ -последовательности n -го порядка. Разработаны алгоритм и программа для определения структуры таких ИСП. Количество рабочих ЛРП, определяемое экспоненциальной зависимостью от степени многочленов, реально выбрать очень большим астрономическим числом, что способствует их использованию для защиты информации.

Литература

1. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Гумиров А.И. Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (Часть 1) // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 263–272.
2. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Ширшова Д.В. Генераторы равновероятностных псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра сдвига с линейной обратной связью // Автоматика и телемеханика. 2016. № 9. С. 136–149.
3. Песошин В.А., Кузнецов В.М. Генераторы псевдослучайных и случайных чисел на регистрах сдвига. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2007.
4. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
5. Шнайер Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке Си. М.: Триумф, 2003.

ПЕСОШИН ВАЛЕРИЙ АНДРЕЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (pesoshin-kai@mail.ru).

КУЗНЕЦОВ ВАЛЕРИЙ МИХАЙЛОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (kuznet_evm@mail.ru).

РАХМАТУЛЛИН АРСЛАН ХАНАФИЕВИЧ – магистрант Германно-Российского института новых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (arslan.rahmatullin@outlook.com).

V. PESOSHIN, V. KUZNETSOV, A. RAKHMATULLIN
NONMAXIMAL LENGTH PSEUDORANDOM NUMBER GENERATORS
BASED ON INTERNAL XORS SHIFT REGISTER
(Part 3)

Key words: $(M - 7)$ -, $(M - 15)$ -, $(M - 31)$ -, $(M - 63)$ - and $(M - A)$ -sequences, heterogeneous generators, diversity of sequences, segment-reversal sequences.

The article considers non-uniform pseudorandom signal generators that form recursive sequences of non-maximal length based on the register with internal adder on the module two. The examples demonstrate the diversity of simultaneously formed sequences. The tasks of identifying sequences and generator initializing for providing operating modes are solved.

References

1. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Gumirov A.I. *Generatory psevdosluchainykh posledovatel'nostei nemaksimal'noi dliny na osnove registra s vnutrennimi summatorami po modulyu dva (Ch. 1)* [Nonmaximal Length Pseudorandom Number Generators Based on Internal Xors Shift Register (Part I)]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 1, pp. 263–272.
2. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Shirshova D.V. Generators of the equiprobable pseudorandom nonmaximal-length sequences based on linear-feedback shift registers. *Automation and Remote control*, 2016, vol. 77, no. 9, R. 1622–1631 (Original Russian Text published in *Avtomatika i Telemekhanika*, 2016, no. 9, pp. 136–149).
3. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M. *Generatory psevdosluchainykh i sluchainykh chisel na registrakh sdviga* [Generators of Pseudorandom and Random Numbers Based on Shift Registers]. Kazan, Kazan State Technical University Publ., 2007.
4. Peterson W., Weldon E. *Error-Correcting Codes*. 2nd ed. MIT Press, 1972 (Russ. ed.: Moscow, Mir Publ., 1976).
5. Schneier B. *Applied Cryptography: Protocols, Algorithms, and Source Code in C*. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1993 (Russ. ed.: *Prikladnaya kriptografiya. Protokoly, algoritmy, iskhodnye teksty na yazyke C*. Moscow, Triumph Publ., 2003).

PESOSHIN VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (pesoshin-kai@mail.ru).

KUZNETSOV VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (kuznet_evm@mail.ru).

RAKHMATULLIN ARSLAN – Master of German-Russian Institute of Advanced Technologies, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (arslan.rahmatullin@outlook.com).

Ссылка на статью: *Песошин В.А., Кузнецов В.М., Рахматуллин А.Х.* Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (Часть 3) // *Вестник Чувашского университета*. – 2017. – № 3. – С. 251–261.

УДК 004.931

ББК 32.813

С.И. РОДЗИН, О.Н. РОДЗИНА, С.А. ЭЛЬ-ХАТИБ

ГИБРИДНЫЙ МУРАВЬИНЫЙ АЛГОРИТМ СЕГМЕНТАЦИИ МЕДИЦИНСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ*

Ключевые слова: муравьиный алгоритм, кластер, оптимизация, расстояние, сегментация изображений.

Приведена постановка задачи сегментации медицинских магнитно-резонансных изображений. Предлагается гибридный муравьиный алгоритм ее решения, который позволяет повысить качество и скорость обработки снимков. При решении задачи используются методология роевого интеллекта, кластерный анализ, теория эволюционных вычислений, математическая статистика, компьютерное моделирование и программирование. Приводятся результаты экспериментов, полученные на основе данных из библиотеки медицинских МРТ-снимков. Установлены оптимальные значения параметров, определяющих поведение и эффективность алгоритма. Результаты демонстрируют перспективность использования алгоритма в системах цифровой обработки медицинских снимков.

Востребованными областями распознавания цифровых изображений являются медицина, космос, промышленность, искусство и многие другие. Одними из наиболее сложных и ответственных объектов являются медицинские изображения, в частности, изображения, получаемые с помощью магнитно-резонансной томографии. МРТ-изображения компактны и мало контрастные по сравнению с окружающим фоном, а сами снимки являются сложными, размерными и вариабельными. Это накладывает повышенные требования к точности детектирования образований и объектов на снимках, является основным фактором, который ограничивает применение известных подходов для сегментации изображений.

Муравьиные алгоритмы показали свою конкурентоспособность при решении многих NP -полных трансвычислительных задач и представляют интерес для использования в задаче сегментации изображений. Необходимо выяснить, насколько точно муравьиный алгоритм может сегментировать МРТ-изображения различных участков тела и органов человека по сравнению с известными методами; какова оценка его вычислительной сложности; а также каковы оптимальные значения параметров настройки и как они влияют на конечный результат сегментации. Повышение качества результатов обработки МРТ-изображений позволит уверенней распознавать патологии, которые является значимым фактором в медицинской диагностике. Получение теоретической оценки муравьиного алгоритма сегментации позволило бы повысить продуктивность последующих исследований в данной области и показать их практический потенциал.

Постановка задачи сегментации изображений и методы ее решения. Сегментацией называется процесс разбиения исходного изображения размера $M \times N$ на K кластеров таким образом, чтобы они максимально отличались

* Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-07-00336) в Южном федеральном университете.

друг от друга и представляли собой объекты исходного снимка. При заданных исходных изображениях в виде набора пикселей с такими визуальными свойствами, как яркость, цвет, текстура, а также определенного размера, уровня шума, контрастирования и качества, необходимо в пределах имеющихся ресурсов найти такую разметку цифровых изображений на определенное количество K кластеров, которая обеспечивает высокую точность и качество распознавания изображений.

Пусть I обозначает всю область изображения. Процесс сегментации заключается в разбиении изображения I на K областей $S = \{S_1, S_2, \dots, S_K\}$, таких, при которых выполняются следующие условия:

- 1) $I = \bigcup_{i=1..K} S_i$;
- 2) $\forall i, j = \overline{1, K} : i \neq j, S_i \cap S_j = \emptyset$;
- 3) $\forall i = \overline{1, K}, P(S_i) = \text{истина}$;
- 4) $\forall i, j = \overline{1, K}, P(S_i \cup S_j) = \text{ложь}$,

где P – некоторый логический предикат, определенный на точках множества S_i .

Условие 1 означает, что каждый пиксель изображения I должен принадлежать некоторой области. Условие 2 показывает, что области не должны пересекаться. Условие 3 касается свойств, которые должны соблюдаться в пределах одного кластера. Условие 4 означает, что любые две области S_i, S_j должны быть различимы в смысле предиката P .

Любой способ получения изображений не исключает ошибок в интерпретации результатов. Ошибки обусловлены в основном техническими особенностями способов визуализации изображений. Данные ошибки принято называть артефактами. Артефакты – это погрешности, которые ухудшают качество визуализации изображений. Например, артефакты на МРТ-снимках делятся на две группы: физиологические (обусловлены движениями пациента) и аппаратные (связанные с неверными настройками МРТ-аппарата, неправильной калибровкой и т.п.).

В зависимости от возможных артефактов различают изображения хорошего качества, «зашумленные», «размытые» и «контрастные» снимки (снимки, которые получены при использовании контрастного вещества). Подходы к сегментации можно разделить на два класса: автоматические [1], не требующие участия пользователя, и интерактивные [4], использующие пользовательский ввод для уточнения непосредственно в процессе работы.

Методы и алгоритмы автоматической сегментации изображений не требуют взаимодействия с пользователем, подразумевают выделение областей с известными свойствами или же сегментацию изображения на однородные регионы. Это разные задачи, поскольку в одном случае ведется поиск областей с известной априорной информацией, а в другом случае свойства регионов не известны, зато на разбиение изображения накладываются условия однородности. Если априорная информация о свойствах областей на изображении не используется, то соответствующие методы и алгоритмы сегментации применимы к любым изображениям и являются универсальными. Наиболее значимыми из этой группы методов и алгоритмов являются алгоритм K -средних, гистограммные методы, а

также методы вейвлет-анализа на основе оценки фрактальной размерности изображений, методы выделения краёв, разрастания областей, разреза графа [2]. Автоматические методы и алгоритмы не могут решать произвольные задачи сегментации с гарантированным результатом. Ни один из них не идеален, в лучшем случае необходимо использовать гибридную сегментацию.

Отличительной особенностью интерактивных методов сегментации является то, что кроме исходного изображения пользователь подаёт на вход некоторую дополнительную информацию, например, указание конкретных пикселей, принадлежащих объекту, региона, ограничивающего объект, примерной границы объекта и т.п. При этом в дальнейшем пользователь имеет возможность дополнять или уточнять входные данные. Наиболее известными на сегодня алгоритмами интерактивной сегментации изображений являются *Magic Wand*, *Intelligent Scissors*, *Intelligent Paint*, *Graph Cut*, *Grab Cut*, *Lazy Snapping*, *Random Walker* [3]. Среди интерактивных методов наилучшие результаты позволяют получить те алгоритмы, которые используют для представления сегментируемого изображения дискретные модели в виде графов.

Для решения задачи сегментации изображений не вполне подходящим представляется нейросетевой подход: начальные условия снимков, как правило, приводят к тому, что коэффициенты веса для выходных нейронов зависят от входной последовательности; результаты сегментации получаются различными; завершение процесса обучения не основано на строгих оптимизационных математических моделях [9].

Сегментация изображений, основанная на использовании нечеткой логики, также имеет определенные недостатки: результаты в значительной мере зависят от начальных параметров алгоритма и специфики изображений, приемлемое решение получается в результате многократных итераций алгоритма, что в определенной степени усложняет процесс обработки в реальном масштабе времени [11].

Перспективным следует признать возможность применения для сегментации медицинских изображений гибридных биоинспирированных алгоритмов [6–8]. Эти алгоритмы представляют собой математические преобразования, описывающие коллективное поведение децентрализованной самоорганизующейся системы, состоящей из множества агентов, локально взаимодействующих между собой и с окружающей средой, а также основанные на статистическом подходе к исследованию ситуаций и итерационном приближении к искомому решению.

Примерами в живой природе могут служить колонии муравьев, рой пчел, стаи птиц, косяки рыб и др. Каждый агент функционирует автономно по набору простых правил. В отличие от почти примитивного поведения агентов поведение всей системы получается, на удивление, разумным.

Характерная особенность муравьиных алгоритмов – необходима определенная форма связи, чтобы сотрудничать при решении общей задачи. Например, для колонии муравьев связь предполагает изменение индивидуумом окружающей среды так, чтобы это изменило поведение других индивидуумов, проходящих через эту измененную среду в будущем. Оставляя следы феромона, муравьи обеспечивают коммуникацию через среду, придавая ей семиотиче-

ские характеристики. Колония или рой не имеет управляющей функции, она самоорганизуется за счёт согласованного взаимодействия множества элементов её составляющих. Самоорганизация является результатом взаимодействия таких компонентов, как положительная и отрицательная обратная связь; случайность и многократность. Имитация самоорганизации и составляет основу этого типа биоинспирированных алгоритмов.

Достоинства муравьиных алгоритмов известны: сравнительная простота выполняемых действий, возможности высокоэффективной реализации для многопроцессорных архитектур, гарантированная сходимость (хотя время сходимости не определено). Их недостатки, в основном, связаны с не всегда оптимальной настройкой параметров. Между тем объекты на МРТ-изображениях обладают большой степенью сложности и многофакторности, что налагает высокие требования к надежности и точности их исследования.

Поскольку задача сегментации изображений легко сводится к задаче оптимизации графов, то применение муравьиного алгоритма может оказаться весьма эффективным. Для сегментации изображения муравьиным алгоритмом необходимо: представить изображение в виде графа; определить пороговое значение «перепада» цветов, которые должны быть в разных сегментах; определить значение следа феромона; настроить параметры алгоритма.

Чтобы получить представление в виде графа, необходимо выписать яркость каждого пикселя, который представляется вершиной в графе, присвоить веса ребрам, соединяющим соседние вершины. «Муравьи» порождаются в графе периодически каждой вершиной. Каждый муравей следует в случайно выбранный соседний узел. Далее по уровню феромона на каждом узле происходит сегментация изображения.

Гибридный муравьиный алгоритм сегментации. Отличительными чертами предлагаемого биоинспирированного муравьиного алгоритма сегментации МРТ-изображений являются использование быстрого кластерного анализа (*k-means*) для перевычисления центра каждого сегмента и применение суперпозиции нескольких критериев оптимальности получаемых решений с учетом как цветовых, так и геометрических характеристик изображения. Изображение может быть как цветным, так и полутоновым, с различными начальными условиями (шум, высокое контрастирование, хорошее качество, размытость). Задача заключается в получении сегментированного изображения, максимально удовлетворяющего ограничениям. Алгоритм должен быть способен работать как в интерактивном, так и в автоматическом режиме.

Входными данными для алгоритма являются следующие параметры:

- K – количество кластеров, на которые необходимо разбить исходное изображение;
- m – количество муравьев, которые непосредственно выполняют сегментацию;
- n_{i0} – максимальное число итераций метода для поиска решения;
- α – параметр, контролирующий степень влияния уровня феромона;
- β – эвристический параметр, контролирующий степень принадлежности пикселя определенному кластеру.

Параметры α и β являются экспериментальными и специфичными для каждой оптимизационной задачи с использованием муравьиных алгоритмов и требуют установления путем экспериментальных исследований, о чем пойдет речь в следующем подразделе.

На первом этапе алгоритма необходимо установить значение количества кластеров K и инициализировать их центры. Далее определяется принадлежность каждого пикселя изображения определенному кластеру согласно вероятности, которая обратно пропорциональна расстоянию между пикселем, центром кластера и переменной τ , которая представляет уровень феромона:

$$P_i(X_n) = \frac{[\tau_i(X_n)]^\alpha [\eta_i(X_n)]^\beta}{\sum_{j=0}^K [\tau_j(X_n)]^\alpha [\eta_j(X_n)]^\beta}, \quad (1)$$

где $P_i(X_n)$ – вероятность принадлежности пикселя X_n кластеру i ; $\tau_i(X_n)$ и $\eta_i(X_n)$ – информация о феромоне и эвристическая переменная принадлежности пикселя X_n кластеру i , соответственно.

Эвристическая информация $\eta_i(X_n)$ вычисляется по формуле

$$\eta_i(X_n) = \frac{b}{CDist(X_n, CC_i) * PDist(X_n, PC_i)}, \quad (2)$$

где CC_i – i -й спектральный кластерный центр; PC_i – i -й пространственный центр кластера; $CDist(X_n, CC_i)$ – расстояние между (X_n, CC_i) согласно цветовым характеристикам пикселей; $PDist(X_n, PC_i)$ – евклидово расстояние между (X_n, PC_i) согласно расположения пикселя на изображении; b – константа, которая используется для балансировки значений η и τ . В (2) используется и цветовая, и геометрическая информация.

Важное значение для работы алгоритма имеет целевая функция. В предлагаемом гибридном муравьином алгоритме для решения задачи сегментации МРТ-изображений в качестве критерия поиска оптимального решения используется следующий набор правил:

$$1) \max_{1 \leq i \leq m} \left(\sum_{k=1}^{K-1} \sum_{j=k+1}^K CDist(C_k, C_j) \right) - \text{максимальное из значений сумм цветовых}$$

расстояний между кластерными центрами для всех муравьев, где $CDist(C_k, C_j)$ – цветное расстояние между двумя пикселями; C_k – центр кластера k ;

$$2) \min_{1 \leq i \leq m} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{S_k} PDist(C_k, X_p) \right) - \text{минимальное значение из сумм геометри-$$

ческих расстояний между центрами кластеров и пикселями, входящими в кластер, где S_k – количество пикселей в кластере k ; $PDist(C_k, X_p)$ – евклидово расстояние между C_k и X_p ;

$$3) \min_{1 \leq i \leq m} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{S_k} CDist(C_k, X_p) \right) - \text{минимальное значение из сумм цветовых}$$

расстояний между центрами кластеров и пикселями, входящими в кластер, где $CDist(C_k, X_p)$ – цветное расстояние между C_k и X_p .

Тогда целевая функция для муравья m_i имеет следующий вид:

$$f(m_i) = \begin{cases} f_{1m_i} = \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{j=k+1}^K CDist(C_{m_i,k}, C_{m_i,j}), \\ f_{2m_i} = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{S_{m_i,k}} PDist(C_{m_i,k}, X_{m_i,p}), \\ f_{3m_i} = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{S_{m_i,k}} CDist(C_{m_i,k}, X_{m_i,p}). \end{cases} \quad (3)$$

Выбор лучшего решения осуществляется как

$$f(best) = \{ \max_{1 \leq i \leq m} (f_{1m_i}), \min_{1 \leq i \leq m} (f_{2m_i}), \min_{1 \leq i \leq m} (f_{3m_i}) \}. \quad (4)$$

После того как выбрано лучшее решение, обновляется значение уровня феромона. Уровень феромона определяется пропорционально минимальному расстоянию между каждой парой центров кластеров и обратно пропорционально расстоянию между каждым пикселем и его центром. Таким образом, значение уровня феромона растет с увеличением дистанции между центрами кластеров, а также с увеличением компактности пикселей в кластере. При этих же условиях возрастает и вероятность присоединения пикселя к кластеру. Обновление уровня феромона предлагается производить согласно следующему выражению:

$$\tau_i(X_n) \leftarrow (1 - \rho)\tau_i(X_n) + \sum_i \Delta\tau_i(X_n), \quad (5)$$

где ρ – коэффициент испарения $0 \leq \rho \leq 1$, который воздействует на ранее установленный уровень феромона. Благодаря этому коэффициенту усиливается влияние более поздних приоритетных решений и ослабляется влияние более ранних решений. Параметр $\Delta\tau_i(X_n)$ в выражении (5) представляет собой разницу в уровне феромона по сравнению с предыдущим лучшим решением, т.е. испарение феромона, которое вычисляется согласно выражению

$$\Delta\tau_i(X_n) = \begin{cases} \frac{Q * Min(k')}{AvgCDist(k', i) * AvgPDist(k', i)}, & \text{если } X_n \subset \text{кластеру } i; \\ 0, & \text{в другом случае.} \end{cases} \quad (6)$$

где Q – положительная константа, которая связана с величиной добавленного муравьями феромона; $Min(k')$ – минимальное из цветовых расстояний между каждыми двумя центрами кластеров, найденное муравьем k' (самым успешным муравьем); $AvgCDist(k', i)$ – среднее значение цветовых расстояний и $AvgPDist(k', i)$ – среднее значение пространственных евклидовых расстояний между каждым пикселем и центрами (цветовым и пространственным) для самого успешного муравья.

Значение уровня феромона на начальном этапе устанавливается равным 1. После вычисления и обновления уровня феромона согласно процедуре K -средних происходит обновление кластерных центров путем пересчета среднего значения пикселей в каждом кластере. Это продолжается до тех пор, пока из-

менение значения кластерного центра существенно не меняется. Далее процесс кластеризации продолжают выполнять m муравьев, каждый из которых в конечном итоге находит свое индивидуальное решение. После того как m муравьев сегментировали изображение, выбирается лучшее решение для текущей итерации, для него увеличивается уровень феромона и происходит обновление всех центров кластеров согласно выбранному лучшему решению. Таким образом, на каждой итерации каждый из m муравьев находит индивидуальное решение, которое корректируется общим лучшим решением, найденным всеми муравьями. Это повторяется, пока будет найдено решение, удовлетворяющее всем заданным условиям. При выполнении критерия останова кластеризация завершается (в качестве критериев останова может рассматриваться ограничение на число итераций n_0 либо отсутствие изменения центров кластеров в течение некоторого количества итераций).

Результативность муравьиного алгоритма зависит от параметров его настройки: m , n_0 , τ_0 , α , β . Число муравьев m влияет на вычислительную сложность метода, При небольшом значении числа итераций n_0 алгоритм может «не успеть» найти оптимального решения. Начальная концентрация феромона τ_0 , степень влияния феромона α и степень принадлежности пикселя определенному кластеру β также оказывают непосредственное влияние на скорость поиска решений и сходимость к оптимуму.

Результаты экспериментов. Для оценки гибридного муравьиного метода сегментации были проведены экспериментальные исследования с помощью разработанного программного приложения. При тестировании алгоритма использовался набор известных медицинских МРТ-изображений компании *Ossirix* [5], а также снимки реальных пациентов. План экспериментов включал следующие шаги: оценку качества работы алгоритма; определение его оптимальных параметров при автоматическом и интерактивном режиме сегментации; исследование влияния масштабирования исходного снимка и возможности алгоритма для сегментации цветных изображений.

Качество методов сегментации медицинских изображений оценивается с помощью коэффициентов схожести, чувствительности, специфичности и точности, причем наиболее важным считается точность, в качестве меры которой чаще всего выступает индекс Жаккара ($0 \leq J \leq 1$).

Для определения оптимальных параметров настройки алгоритма все изображения были разбиты на 6 групп: головной мозг, сердце, легкие, печень, костные структуры, другие. Снимки исследовались при различных начальных условиях (зашумленность, контрастность, размытость, размеры снимка). План экспериментов включал в себя от 30 до 100 запусков гибридного муравьиного алгоритма сегментации для каждого изображения в группе с сохранением результатов в базе данных. В качестве примера в таблице представлены значения параметров α и β для различных групп и начальных условий МРТ-изображений.

Для улучшения сегментации цветных снимков было использовано цветовое пространство *HSV*.

Значения параметров α и β для различных групп и начальных условий МРТ-изображений

| Подтип | Группа | | | | | |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | мозг | сердце | легкие | печень | кости | другие |
| Зашумленность | $\alpha = 0,12$ | $\alpha = 0,20$ | $\alpha = 0,21$ | $\alpha = 0,31$ | $\alpha = 0,30$ | $\alpha = 0,15$ |
| | $\beta = 0,52$ | $\beta = 0,43$ | $\beta = 0,46$ | $\beta = 0,36$ | $\beta = 0,20$ | $\beta = 0,35$ |
| Контрастность | $\alpha = 0,22$ | $\alpha = 0,17$ | $\alpha = 0,17$ | $\alpha = 0,37$ | $\alpha = 0,20$ | $\alpha = 0,25$ |
| | $\beta = 0,7$ | $\beta = 0,33$ | $\beta = 0,36$ | $\beta = 0,46$ | $\beta = 0,10$ | $\beta = 0,34$ |
| Размытость | $\alpha = 0,32$ | $\alpha = 0,37$ | $\alpha = 0,27$ | $\alpha = 0,47$ | $\alpha = 0,30$ | $\alpha = 0,35$ |
| | $\beta = 0,6$ | $\beta = 0,23$ | $\beta = 0,26$ | $\beta = 0,56$ | $\beta = 0,20$ | $\beta = 0,24$ |
| Хорошее качество | $\alpha = 0,14$ | $\alpha = 0,12$ | $\alpha = 0,31$ | $\alpha = 0,21$ | $\alpha = 0,31$ | $\alpha = 0,35$ |
| | $\beta = 0,44$ | $\beta = 0,5$ | $\beta = 0,44$ | $\beta = 0,26$ | $\beta = 0,30$ | $\beta = 0,65$ |

Установлено, что найденные оптимальные значения параметров настройки гибридного муравьиного алгоритма позволяют уменьшить количество итераций метода в среднем на 9,7%.

Они инвариантны к изменению масштаба снимков, а первичные центры кластеров не оказывают влияния на конечное решение. Модификация гибридного муравьиного алгоритма с использованием цветовой модели *HSV* позволяет улучшить качество сегментации цветных изображений, что подтверждается значением индекса Жаккара, который отличается от эталона в среднем только на 4,6%.

Современным средством для оценивания трудоемкости эвристических алгоритмов является анализ, основанный на дрейф-теоремах [10]. Следствием результатов дрейф-анализа является то обстоятельство, что оценка значения дрейфа превращается в оценку времени работы метода, а локальное свойство (дрейф решений за один шаг) преобразуется в глобальное свойство (время работы алгоритма до нахождения оптимума) [12]. Оценить дрейф проще. Дрейф-теоремы определяют условия, выполнение которых гарантирует решение задач в среднем за полиномиальное время.

Теоретически установлено и экспериментально подтверждено, что гибридный муравьиный метод решает задачу сегментации за полиномиальное время.

Базовыми величинами для оценки пространственной сложности алгоритма являются количества пикселей изображения n и число муравьев m . Для хранения кластеров решений каждому из m муравьев требуется nB ячеек памяти, где B – количество ячеек памяти, необходимых системе для хранения целого числа (8). Необходимо также хранить значения предыдущих кластеров для муравья, что составляет nB ячеек. Для хранения карты феромонов необходимо также дополнительно nB ячеек памяти. Следовательно, одному муравью для хранения решений, а также карты феромонов требуется $3nB$ ячеек памяти. Общие затраты памяти m муравьями составляют $3nBm$ ячеек.

Для хранения карты цветов изображения требуется $4nB$ ячеек памяти. Тогда суммарно затраты памяти гибридного муравьиного алгоритма составляют $3nBm + 4nB$ ячеек памяти.

При параллельном выполнении алгоритма затраты памяти равны $T \cdot (3nBm + 4nB)$, где T – количество потоков.

Выводы. Получены сравнительные оценки качества, времени работы и сходимости гибридного муравьиного алгоритма сегментации на различных МРТ-изображениях; проведено сравнение алгоритма с известным биоинспирированным аналогом – генетическим алгоритмом сегментации изображений, с результатами сегментации из известной мировой коллекцией МРТ-снимков системы *Osirix*, а также с алгоритмом автоматической сегментации *k-means* и алгоритмом интерактивной сегментации *Magic Wand*; получена оценка точности гибридного муравьиного метода для МРТ-изображений хорошего качества, зашумленных и контрастных. Экспериментально полученные научные данные свидетельствуют о следующем:

– на всех наборах тестовых изображений гибридный муравьиный алгоритм показал гораздо лучшую сходимость и в три раза меньшее, нежели генетический алгоритм, время сегментации при сопоставимых по точности результатах;

– алгоритм превосходит по качеству сегментации в среднем на 9% алгоритмы *C-means* и *Magic Wand* при обработке изображений хорошего качества, зашумленных и контрастных;

– алгоритм рекомендуется применять для сегментации зашумленных и контрастных изображений в задачах сегментации с повышенными требованиями к точности распознавания.

Результаты демонстрируют преимущество и подтверждают перспективность использования разработанного гибридного муравьиного алгоритма в системах цифровой обработки медицинских снимков для решения задачи сегментации изображений.

Литература

1. *Вежневцев А., Баринаова О.* Методы сегментации изображений: автоматическая сегментация // Компьютерная графика и мультимедиа. 2006. № 4.
2. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005.
3. *Жук С.В.* Обзор современных методов сегментации растровых изображений // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2009. № 6. С. 116-118.
4. *Конушин В., Вежневцев В.* Методы сегментации изображений: интерактивная сегментация // Компьютерная графика и мультимедиа. 2007. № 1.
5. Медицинская система *OsiriX* [Электронный ресурс]. URL: <http://www.osirix-viewer.com> (Дата обращения: 04.04.2016).
6. *Родзин С.И., Эль-Хатиб С.А.* Оптимизация параметров биоинспирированной гиперэвристики в задаче сегментации изображений // Кибернетика и программирование. 2016. № 5. С. 89–102.
7. *Родзин С.И., Эль-Хатиб С.А.* Совершенствование алгоритмов сегментации магнитно-резонансных изображений на основе роевого интеллекта // Вестник Чувашского университета. 2016. № 3. С. 217–226.
8. *El-Khatib S., Rodzin S., Skobtcov Y.* Investigation of Optimal Heuristical Parameters for Mixed ACO-k-means Segmentation Algorithm for MRI Images. *Proc. of the Conf. on Information Technologies in Science, Management, Social Sphere and Medicine*, 2016, vol. 51, pp. 216–221.
9. *Fu J.C., Chen C.C., Chai J.W., Wong S.T.C., Li I.C.* Image segmentation by EM-based adaptive pulse coupled neural networks in brain magnetic resonance imaging. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2010, no. 34(4), pp. 308–320.
10. *He J., Yao X.* Drift analysis and average time complexity of evolutionary algorithms. *Artificial intelligence*, 2001, vol. 127, no. 1, pp. 57–85.

11. Kanung G.K., Singh N., Dash J., Mishra A. Mammogram Image Segmentation Using Hybridization of Fuzzy Clustering and Optimization Algorithms. *Intelligent Computing, Communication and Devices. Springer India*, 2015, vol. 309, pp. 403–413.

12. Rodzin S. Smart Dispatching and Metaheuristic Swarm Flow Algorithm. *Computer and Systems Sciences International*, 2014, vol. 53, no. 1, pp. 109–115.

РОДЗИН СЕРГЕЙ ИВАНОВИЧ – кандидат технических наук, профессор кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ, Южный федеральный университет, Россия, Таганрог (srodzin@sfedu.ru).

РОДЗИНА ОЛЬГА НИКОЛАЕВНА – старший преподаватель кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ, Южный федеральный университет, Россия, Таганрог (orodzina@sfedu.ru).

ЭЛЬ-ХАТИБ САМЕР АДНАН – соискатель ученой степени кандидата технических наук кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ, Южный федеральный университет, Россия, Таганрог (samer_elkhatib@mail.ru).

S. RODZIN, O. RODZINA, S. EL-KHATIB

HYBRID SEGMENTATION ANT ALGORITHMS OF MEDICAL IMAGES

Key words: *ant algorithm, cluster, optimization, distance, image segmentation.*

The problem formulation of medical magnetic resonance imaging segmentation is considered. A hybrid ant algorithm for its solutions is proposed. It allows the quality improvement and speed of the image processing. In solving the problem we use the methodology of swarm intelligence, cluster analysis, theory of evolutionary computation, mathematical statistics, computer modeling and programming. The experimental results obtained on the basis of data from the library of medical MRI images. The optimal values of the parameters are defined to determine the behavior and the effectiveness of the algorithm. The results demonstrate some promising use of the algorithm in the digital processing of medical images.

References

1. Vezhnevets A. Barinov O. *Metody segmentacii izobrazhenii: avtomaticheskaya segmentaciya* [Methods of Image Segmentation: automatic segmentation]. *Komp'yuternaya grafika i mul'timedia: setevoi zhurnal* [Computer graphics and multimedia: an online journal], 2006, no. 4.
2. Gonsales R., Vuds R. *Cifrovaya obrabotka izobrazhenii* [Digital image processing]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2005.
3. Zhuk S.V. *Obzor sovremennykh metodov segmentacii rastroyvkh izobrazhenii* [Overview of modern methods of segmentation of bitmaps]. *Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2009, no. 6 pp. 116–118.
4. Konushin V., Vezhnevets V. *Metody segmentacii izobrazhenii: interaktivnaya segmentaciya* [Methods of image segmentation: an interactive segmentation]. *Komp'yuternaya grafika i mul'timedia* [Computer graphics and multimedia], 2007, no. 1.
5. *Meditinskaya sistema OsiriX* [Medical system OsiriX]. Available at: <http://www.osirix-viewer.com>.
6. Rodzin S.I., El-Khatib S.A. *Optimizaciya parametrov bioinspirirovannoi giperevristiki v zadache segmentacii izobrazhenii* [Optimization parameters bioinspired giperevristiki problem in image segmentation]. *Kibernetika i programirovanie* [Cybernetics and Programming], 2016, no. 5, pp. 89–102.
7. Rodzin S.I., El-Khatib S.A. *Sovershenstvovanie algoritmov segmentacii magnitno-rezonansnykh izobrazhenii na osnove roevogo intellekta* [Improved algorithms for segmentation of magnetic resonance images based on swarm intelligence]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 3, pp. 217–226.
8. El-Khatib S., Rodzin S., Skobtcov Y. Investigation of Optimal Heuristical Parameters for Mixed ACO-k-means Segmentation Algorithm for MRI Images. *Proc. of the Conf. on Information Technologies in Science, Management, Social Sphere and Medicine*, 2016, vol. 51, pp. 216–221.

9. Fu J.C., Chen C.C., Chai J.W., Wong S.T.C., Li I.C. Image segmentation by EM-based adaptive pulse coupled neural networks in brain magnetic resonance imaging. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2010, no. 34(4), pp. 308–320.

10. He J., Yao X. Drift analysis and average time complexity of evolutionary algorithms. *Artificial intelligence*, 2001, vol. 127, no. 1, pp. 57–85.

11. Kanung G.K., Singh N., Dash J., Mishra A. Mammogram Image Segmentation Using Hybridization of Fuzzy Clustering and Optimization Algorithms. *Intelligent Computing, Communication and Devices. Springer India*, 2015, vol. 309, pp. 403–413.

12. Rodzin S. Smart Dispatching and Metaheuristic Swarm Flow Algorithm. *Computer and Systems Sciences International*, 2014, vol. 53, no. 1, pp. 109–115.

RODZIN SERGEY – Candidate of Technical Sciences, Professor, Department of Mathematical Support of Computer Applications, Southern Federal University, Russia, Taganrog (srodzin@sfnu.ru).

RODZINA OLGA – Senior Lecturer, Department of Mathematical Support of Computer Applications, Southern Federal University, Russia, Taganrog (orodzina@sfnu.ru).

EL-KHATIB SAMER – Post-Graduate Student of the Department of Mathematical Support of Computer Applications, Southern Federal University, Russia, Taganrog (samer_elkhatib@mail.ru).

Ссылка на статью: Родзин С.И., Родзина О.Н., Эль-Хатиб С.А. Гибридный муравьиный алгоритм сегментации медицинских изображений // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 262–272.

УДК 621.96
ББК 32.0

В.И. СМИРНОВ, И.Г. СИДОРКИНА

МЕТОДИКА АНАЛИЗА ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ РАЗВЕДКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФИЗИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ

Ключевые слова: технический канал утечки информации, техническое средство разведки, системный подход, подход с использованием физических эффектов, физический эффект.

В данной статье представлена методика анализа технических средств разведки с использованием подхода, опирающегося на физические эффекты. Данный подход дополняет системный подход к выявлению технических каналов утечки информации. Показано, что при применении подхода с использованием физических эффектов важно уметь применять аналитический и синтетический методы исследования. Для этого специалисту по защите информации необходимо уметь разрабатывать физические схемы технических систем и решать задачи информационного поиска по физическим эффектам.

В настоящее время номенклатура технических средств незаконного получения конфиденциальной информации неуклонно расширяется. С усложнением технических средств разведки (ТСР) по количеству деталей и используемых физических эффектов (ФЭ), а также с появлением новых потенциально возможных каналов утечки информации возникает потребность в более глубоком изучении их физических основ.

Любые ТСР в каналах утечки вносят некоторые изменения в окружающую среду. По этим изменениям физических параметров их можно обнаружить и обезвредить, следовательно, можно выявить и блокировать технические каналы утечки информации (ТКУИ).

Целью данных исследований является разработка методики анализа применяемых в ТКУИ технических средств разведки с использованием физических эффектов.

Подходы к решению проблемы защиты информации от утечки по техническим каналам. Утечка информации по техническому каналу связана с источником (генератором) информативного сигнала, физической средой (линией связи), в которой распространяется информативный сигнал от источника, и приёмником (техническим средством, осуществляющим перехват информации). Таким образом, ТКУИ (рис. 1 [18]) являются техническими системами с пространственно распределёнными структурными элементами [11]. Устанавливать структурные связи между элементами технической системы позволяет системный подход.

При системном подходе к решению проблемы защиты информации от утечки по техническим каналам необходимо учитывать [8]:

- влияние состояния физической среды, разделяющей источник информативного сигнала и приёмник, на принимаемые меры защиты;
- демаскирующие признаки ТСР и ТКУИ по физическим полям;
- способы и средства защиты конфиденциальной информации;
- технический контроль эффективности и надёжности принимаемых мер защиты и нормативные требования.

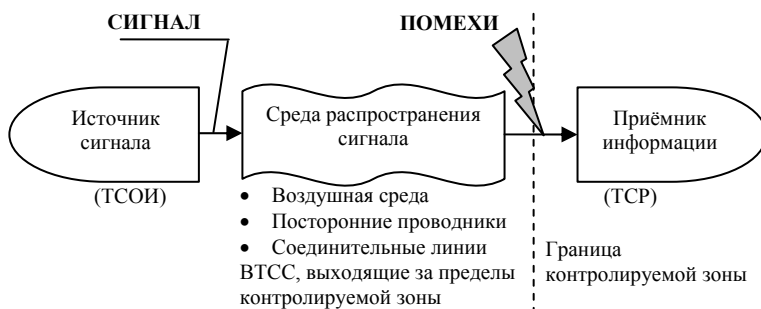


Рис. 1. Схема технического канала утечки информации (системный подход)

А.Н. Соболев и В.М. Кириллов выделили шесть основных составляющих системного подхода при разработке систем информационной безопасности [15]. По некоторым составляющим (в частности, взаимосвязи и взаимозависимости технических средств перехвата информации, противодействию перехвату и контролю состояния системы информационной безопасности) системный подход может быть дополнен подходом к выявлению ТКУИ, опирающимся на физические эффекты.

В основе подхода с использованием ФЭ – взгляд на физический путь переноса информации от её источника к несанкционированному получателю в ТКУИ как на совокупность взаимосвязанных совместимых физических эффектов (рис. 2) [11, 19]. Два последовательно расположенных ФЭ считаются совместимыми, если результат воздействия предыдущего ФЭ эквивалентен входному воздействию последующего ФЭ [2, 10].

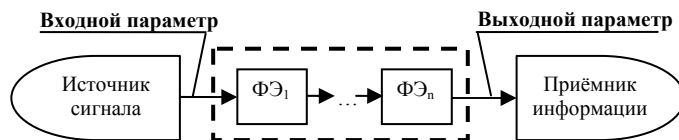


Рис. 2. Схема технического канала утечки информации (подход с использованием ФЭ)

Г.А. Атаманов отмечает тот факт, что возникновение ТКУИ обусловлено «особенностями функционирования технических средств, используемых владельцем для обработки, передачи и хранения информации» [4]. Очевидно, что особенности функционирования технических средств обработки информации (ТСОИ) и вспомогательных технических средств и систем (ВТСС) тесно связаны с проявлением в них тех или иных физических эффектов [7].

Физические эффекты являются фундаментальными знаниями о существующих результатах взаимодействий объектов материального мира. Они могут использоваться в ТРИЗ [10], инноватике [3], нанотехнологиях [14, 16], машиностроении [17], микротеплотронике [1], микроэлементной базе [6], области энергоинформационных взаимодействий [13], области защиты информации от утечки по техническим каналам [9, 15].

Функциональные элементы ТСОИ, ВТСС, ТСР, а также свойства материалов и конструкций, применяемых в инженерно-технической защите информации, основываются на использовании различных ФЭ (совокупностей взаимосвязанных ФЭ). Сложность анализа этих элементов и свойств заключается в том, что специалисту по инженерно-технической защите приходится абстрагироваться на уровне ФЭ.

Аналитический и синтетический методы исследования. Для эффективного применения подхода с использованием ФЭ специалист по защите информации должен обладать системным мышлением, поскольку при исследовании ТСР и/или ТКУИ необходимо применять аналитический и синтетический методы (рис. 3).

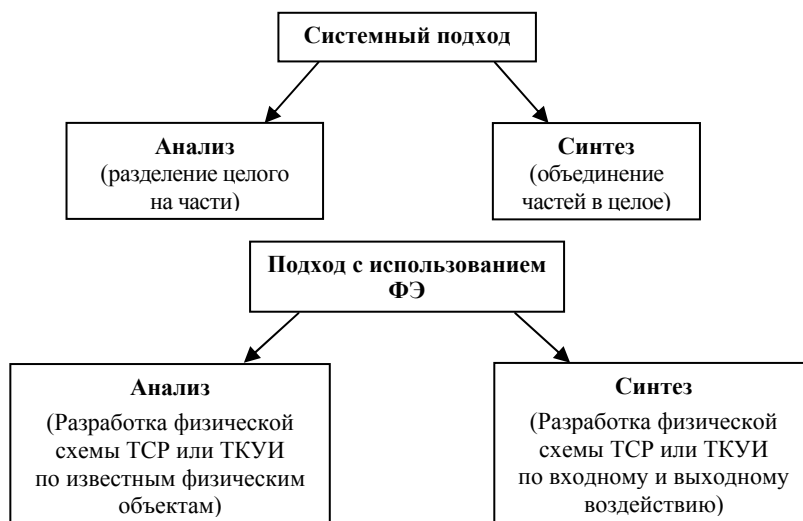


Рис. 3. Аналитический и синтетический методы

При синтетическом методе исходными данными для разработки физической схемы (ФСх) нового ТСР являются: длина цепочки совместимых ФЭ, входное и выходное воздействие. Пусть длина равна трём, на входе имеем воздействие A_1 , а на выходе – C_3 , тогда получим ситуацию, представленную на рис. 4.

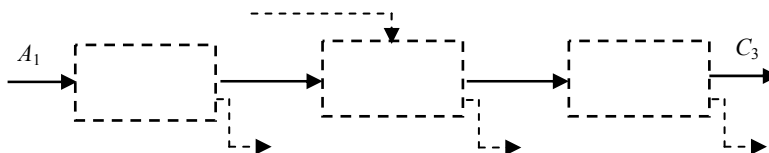


Рис. 4. Исходные данные для разработки ФСх (пример)

Чтобы разработать физическую схему нового ТСР или ТКУИ, необходимо последовательно решать определённого класса задачи информационного поиска [12] (табл. 1). В табл. 1 и 2 приняты следующие обозначения: A – входное воздействие, $A_{\text{доп}}$ ($A_{\text{упр}}$) – дополнительное (управляющее) воздействие, B – объект, C – результат воздействия.

Таблица 1

Классы задач информационного поиска по ФЭ

| Класс | Схема | Формулировка | Примечание |
|-------|-------|---|--|
| Кл. 1 | | Найти перечень всех ФЭ, имеющих заданное входное воздействие А. Найти все результаты воздействия С, которые можно получить от заданного воздействия | Задачи данного класса необходимо решать при разработке ФСх по входному воздействию. Удобно использовать систематизированные таблицы (по воздействиям А) для поиска подходящих ФЭ |
| Кл. 2 | | Определить, от каких воздействующих факторов может быть получен заданный эффект. Найти все ФЭ, имеющие заданный результат воздействия С | Задачи данного класса необходимо решать при разработке ФСх по выходному воздействию. Удобно использовать систематизированные таблицы (по воздействиям С) для поиска подходящих ФЭ |
| Кл. 3 | | Найти ФЭ, которые могут проявляться на заданном физическом объекте В | Задачи данного класса иногда приходится решать для анализа ТСР, с принципами работы которых специалист не знаком. Также с ними можно столкнуться при поиске потенциальных ТКУИ |
| Кл. 4 | | Какие эффекты вызовет заданный воздействующий фактор А на заданных марках материалов (объект В с известным кортежем параметров) | Задачи данного класса полезны для оценки возможности практического применения новых материалов и изделий в области инженерно-технической защиты информации |
| Кл. 5 | | Найти перечень ФЭ, имеющих заданный результат воздействия С на заданных марках материалов | Задачи данного класса необходимо решать при разработке ФСх по выходному воздействию С и известному кортежу параметров объекта В |
| Кл. 6 | | Найти ФЭ и физические объекты, которые обеспечивают заданное преобразование | Задачи данного класса являются наиболее сложными для специалиста. Задача решается в два этапа: поиск подходящих ФЭ и выбор марки материалов для объекта В |
| Кл. 7 | | Определить, при каких внешних воздействующих факторах А _{упр} прекратится проявление заданного ФЭ | Задачи данного класса интересны тем, что направлены на поиск управляющих воздействий А _{упр} . Дают возможность прекращать проявление нежелательных ФЭ |
| Кл. 8 | | Определить ФЭ, имеющие заданные результат воздействия С и дополнительное воздействие А _{доп} | Задачи данного класса необходимо решать при разработке ФСх по выходному воздействию С и известному А _{доп} . Задача решается в два этапа: поиск подходящих ФЭ и исключение тех ФЭ, для которых не характерно А _{доп} |
| Кл. 9 | | Определить ФЭ, имеющие заданные основное А и дополнительное воздействие А _{доп} | Задачи данного класса полезны для оценки возможности практического применения новых материалов и изделий в области инженерно-технической защиты информации с учётом А _{доп} |

Ясно, что в нашем случае (рис. 4) сначала необходимо решить задачу класса 1 (если больше исходных данных, то задачи класса 4 или 9). Разработка ФСх заканчивается решением задачи класса 6. Большую роль играют задачи класса 7, поскольку они позволяют находить $A_{\text{упр}}$. Это может позволить найти воздействия, при которых утечка информации по техническому каналу не будет происходить, или те воздействия, которые будут позволять обнаруживать демаскирующие признаки нового ТСР.

Аналитический метод позволяет производить анализ средств перехвата конфиденциальной информации по техническим каналам путём выделения элементов ТСР и проявляющихся ФЭ. Например, если ТСР делим на три элемента, то получаем исходные данные, представленные на рис. 5.

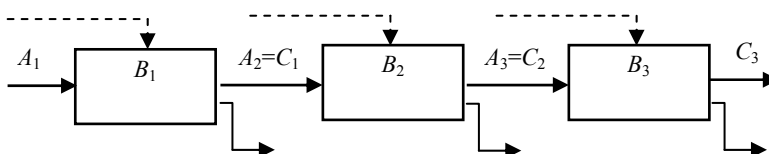


Рис. 5. Исходные данные для анализа ФСх (пример)

Большую роль играют задачи класса 7, поскольку они позволяют находить $A_{\text{упр}}$. Это может позволить найти воздействия, при которых ТКУИ отсутствует, или воздействия, позволяющие обнаружить демаскирующие признаки известного ТСР. Анализируя проявляющиеся на элементах ТСР физические эффекты, можно спрогнозировать, какие ФЭ можно заменить на новые ФЭ на том же уровне иерархии, другими словами, какие альтернативные варианты физической основы ТСР могут использоваться.

Следует помнить, что аналитический и синтетический методы дополняют (но не заменяют) друг друга [5]. Важно, чтобы специалист по защите информации умел использовать оба метода.

Методика анализа ТСР с использованием ФЭ

Этап 1. Описание ТСР как системы. На данном шаге приводятся основные характеристики и изображения ТСР. Составляется модель технического средства, описывающая внешний вид, излучаемые поля, внутреннюю структуру и химический состав содержащихся веществ. Для этого рассматриваются следующие группы демаскирующих признаков: видовые признаки, признаки сигналов и признаки веществ.

Этап 2. Система разбивается на элементы или компоненты (подсистемы) системы в зависимости от цели описания (цели системы). Затем заполняется табл. 2.

Таблица 2

Декомпозиция технической системы

| № | Элементы | A | $A_{\text{доп}}$ | C | Название ФЭ |
|-----|--------------|-------|-------------------|-------|------------------------------|
| 1 | Элемент_1 | A_1 | $A_{\text{доп1}}$ | C_1 | ФЭ ₁ |
| 2 | Компонент_1 | A_2 | $A_{\text{доп2}}$ | C_2 | ФЭ ₂ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| N | Элемент_ N | A_N | $A_{\text{доп}N}$ | C_N | ФЭ _{N} |

Для каждой подсистемы (компоненты) строится аналогичная таблица с указанием уровня иерархии ФЭ. Следует отметить, что ограничениями для процедуры декомпозиции объекта на компоненты (цепочки взаимосвязанных ФЭ более низкого уровня иерархии) являются её целесообразность и уровень информированности специалиста о существующих физических эффектах.

Этап 3. Для каждого элемента/компоненты соответствующие ФЭ представляем в виде модели чёрного ящика с указанием всех результатов воздействия.

Этап 4. Используя полученные модели, разрабатываем следующие ФСх:

- ФСх технического средства разведки;
- ФСх технического средства разведки с побочными результатами воздействий;
- ФСх технического средства разведки при воздействии интересующего поля (зависит от вида ТКУИ).

Этап 5. По ФСх технического средства разведки с побочными результатами воздействий определяем те управляющие воздействия, которые влияют на обнаружение демаскирующих признаков ТСР.

Этап 6. Составляется таблица базовых ФЭ и соответствующих производных ФЭ на определённом уровне иерархии (табл. 3), в которой отмечаются наиболее перспективные производные ФЭ.

Таблица 3

Поиск перспективных производных ФЭ

| № | Базовый ФЭ | Производные ФЭ | | | |
|-----|-----------------|------------------|------------------|-----|------------------|
| | | 1-й уровень | 2-й уровень | ... | К-й уровень |
| 1 | ФЭ ₁ | ФЭ ₁₁ | ФЭ ₁₂ | ... | ФЭ _{1К} |
| 2 | ФЭ ₂ | ФЭ ₂₁ | ФЭ ₂₂ | ... | ФЭ _{2К} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| N | ФЭ _N | ФЭ _{N1} | ФЭ _{N2} | ... | ФЭ _{NК} |

Выполнение всех представленных этапов позволит лучше понять взаимосвязь и взаимозависимость технических средств перехвата информации, противодействия перехвату и осуществлять контроль состояния системы информационной безопасности.

Выводы. Предлагаемая методика позволяет выявлять управляющие воздействия, которые влияют на обнаружение демаскирующих признаков ТСР. Также она может помочь в оценке альтернативных вариантов физической основы перспективных ТСР.

Сложно учесть влияние появления новых ФЭ. Эффективность применения подхода с использованием ФЭ во многом зависит от имеющихся баз данных по ФЭ, а также от умения решать задачи информационного поиска.

Литература

1. Алейников А.Ф., Матасова Ю.А., Морозов Ю.В. Преобразователь тепловых сигналов. Новосибирск: Изд-во СО РАСХН, 2006. 68 с.

2. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Компьютерная поддержка изобретательства (методы, системы, примеры применения). М.: Машиностроение, 1998. 476 с.

3. *Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н.* Системный анализ и синтез стратегических решений в инноватике: Концептуальное проектирование инновационных систем. М.: ЛЕНАНД, 2014. 432 с.
4. *Атаманов Г.А.* Технические каналы утечки информации: определение, сущность, классификация // Защита информации. INSIDE. 2010. № 1. С. 28-33.
5. *Горохов А.В.* Основы системного анализа. Йошкар-Ола: Поволжский гос. технол. ун-т, 2013. Ч. 1. 140 с.
6. *Денисенко В.В.* Новые физические эффекты в нанометровых МОП-транзисторах // Компоненты и технологии. 2009. № 12(101). С. 157–162.
7. *Ляшко Е.В., Смирнов В.И.* Особенности защиты речевой информации от утечки по техническим каналам и применение знаний о физических эффектах // Инженерные кадры – будущее инновационной экономики России: материалы II Всерос. студ. конф. (Йошкар-Ола, 21-25 ноября 2016 г.): в 8 ч. Ч. 4. Информационные технологии – основа стратегического прорыва в современной промышленности. Йошкар-Ола: Поволжский гос. технол. ун-т, 2016. С. 76–81.
8. *Меньшаков Ю.К.* Основы защиты от технических разведок. М.: Изд-во МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2011. 478 с.
9. *Петраков А.В., Федяев Ю.С., Шенурев Н.П.* Физические эффекты и законы утечки аудиовидеоинформации техническими каналами // Спецтехника и связь. 2013. № 5. С. 23–28; № 6. С. 20–27.
10. *Половинкин А.И.* Основы инженерного творчества. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2017. 364 с.
11. *Смирнов В.И., Пекуннов А.А.* Защита информации от утечки по техническим каналам: системный подход и подход с использованием физических эффектов // Инженерные кадры – будущее инновационной экономики России: материалы Всерос. студ. конф. (Йошкар-Ола, 23-28 ноября 2015 г.): в 8 ч. Ч. 4. Информационные технологии – основа стратегического прорыва в современной промышленности. Йошкар-Ола: Поволжский гос. технол. ун-т, 2015. С. 95–99.
12. *Соболев А.Н.* Физические эффекты. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2001. 168 с.
13. *Соболев А.Н.* Энергоинформационные взаимодействия и информационная безопасность. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2010. 408 с.
14. *Соболев А.Н., Галочкин В.И., Аврамчик Г.Н., Бурмистрова Н.П.* Физические эффекты в нанотехнологиях. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2000. 184 с.
15. *Соболев А.Н., Кириллов В.М.* Физические основы технических средств обеспечения информационной безопасности. М.: Гелиос АРВ, 2004. 224 с.
16. *Соболев А.Н., Кириллов В.М., Киселев А.В.* Физические основы перспективной вычислительной техники и обеспечение информационной безопасности. М.: Гелиос АРВ, 2012. 256 с.
17. *Физические эффекты в машиностроении: справочник / З.И. Алмазова, Н.П. Бурмистрова, Р.Р. Газизьянов и др.* М: Машиностроение, 1993. 224 с.
18. *Хорев А.А.* Способы перехвата информации, обрабатываемой техническими средствами // Защита информации. INSIDE. 2008. № 1. С. 28–36.
19. *Чемоданова И.Д., Смирнов В.И.* Проблемы применения подхода с использованием физических эффектов при защите информации от утечки по техническим каналам // Инженерные кадры – будущее инновационной экономики России: материалы II Всерос. студ. конф. (Йошкар-Ола, 21-25 ноября 2016 г.): в 8 ч. Ч. 4. Информационные технологии – основа стратегического прорыва в современной промышленности. Йошкар-Ола: Поволжский гос. технол. ун-т, 2016. С. 217–221.

СМИРНОВ ВЛАДИМИР ИВАНОВИЧ – аспирант кафедры информационной безопасности, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола (s_mir_vl@mail.ru).

СИДОРКИНА ИРИНА ГЕННАДЬЕВНА – доктор технических наук, профессор кафедры информационной безопасности, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола (igs592000@mail.ru).

V. SMIRNOV, I. SIDORKINA
METHODS OF ANALYZING TECHNICAL MEANS
OF ECONNAISSANCE EQUIPMENT USING PHYSICAL EFFECTS

Key words: technical channel of information leakage, technical reconnaissance equipment, system-wide approach, approach using physical effects, physical effect.

This article examines the methods of analyzing the means of technical reconnaissance equipment using the approach which is based on physical effects. This approach complements the system-wide approach for revealing technical channels of information leakage. It is shown that while applying the approach using physical effects, it is important to be able to use analytic and synthetic methods of investigation. To do this, an information security specialist should be capable to develop physical schemes of technical systems and solve information search tasks in terms of physical effects.

References

1. Aleinikov A.F., Matasova Yu.A., Morozov Yu.V. *Preobrazovatel' teplovykh signalov* [Thermal Signal Converter]. Novosibirsk, SO RASKhN Publ., 2006, 68 p.
2. Andreichikov A.V., Andreichikova O.N. *Kompyuternaya podderzhka izobretatel'stva (metody, sistemy, primery primeneniya)* [Computer Support of invention (methods, systems, application examples)]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1998, 476 p.
3. Andreichikov A.V., Andreichikova O.N. *Sistemnyi analiz i sintez strategicheskikh reshenii v inovatike: Kontseptual'noe proektirovanie innovatsionnykh sistem* [System analysis and synthesis of strategic decisions: conceptual designing of innovation systems]. Moscow, LENAND Publ., 2014, 432 p.
4. Atamanov G.A. *Tekhnicheskie kanaly utechki informatsii: opredelenie, sushchnost', klassifikatsiya* [Technical channel of information leakage: definition, essence, classification]. *Zashchita informatsii. INSIDE* [Information Security. Inside], 2010, no. 1, pp. 28–33.
5. Gorohov A.V. *Osnovy sistemnogo analiza* [Basis of system analysis]. Yoshkar-Ola, Volga State University of Technology Publ., 2013, vol. 1, 140 p.
6. Denisenko V.V. *Novye fizicheskie efekty v nanometrykh MOP-tranzistorakh* [New physical effects in nanometer MOSFETs]. *Komponenty i tekhnologii* [Components and Technologies], 2009, no. 12(101), pp. 157–162.
7. Lyashko E.V., Smirnov V.I. *Osobennosti zashchity rechevoi informatsii ot utechki po tekhnicheskim kanalami i primenenie znaniy o fizicheskikh effektakh* [Features of protection of speech information from leakage through technical channels and application of knowledge about physical effects]. *Inzhenernyye kadry – budushchee innovatsionnoi ekonomiki Rossii: materialy II Vseros. stud. konf. (Ioshkar-Ola, 21-25 noyabrya 2016 g.): v 8 ch. Ch. 4. Informatsionnye tekhnologii – osnova strategicheskogo proryva v sovremennoi promyshlennosti* [Engineers as the Future of Innovative Russian Economy: materials of the second All-Russian Student Forum (Yoshkar-Ola, 21-25 November 2016). 8 vols. Vol. 4. Information technologies as the basis of a strategic breakthrough in modern industry]. Yoshkar-Ola, Volga State University of Technology Publ., 2016, pp. 76–81.
8. Men'shakov Yu.K. *Osnovy zashchity ot tekhnicheskikh razvedok* [Bases of protection from technical intelligences]. Moscow, MG TU im. N.E. Bauman Publ., 2011, 478 p.
9. Petrakov A.V., Fedyaev Yu.S., Shepurev N.P. *Fizicheskie efekty i zakony utechki audio-videoinformatsii tekhnicheskimi kanalami* [Physical effects and laws of leakage of audio-video information by technical channels]. *Spetsstekhnika i svyaz'* [Special Equipment and Communication], 2013, no. 5, pp. 23–28; no. 6, pp. 20–27.
10. Polovinkin A.I. *Osnovy inzhenernogo tvorchestva* [Basis of engineering creativity]. 5th ed. Saint Petersburg, Lan Publ., 2017, 364 p.
11. Smirnov V.I., Pekunov A.A. *Zashchita informatsii ot utechki po tekhnicheskimi kanalami: sistemnyi podkhod i podkhod s ispol'zovaniem fizicheskikh efektov* [Information protection from leakage through technical channels: a system-wide approach and an approach using physical effects]. *Inzhenernyye kadry – budushchee innovatsionnoi ekonomiki Rossii: materialy Vseros. stud. konf. (Ioshkar-Ola, 23–28 noyabrya 2015 g.): v 8 ch. Ch. 4. Informatsionnye tekhnologii – osnova strategicheskogo proryva v sovremennoi promyshlennosti* [Engineers as the Future of Innovative Russian Economy: materials of the

first All-Russian Student Forum (Yoshkar-Ola, 23-28 November 2015). 8 vols. Vol. 4. Information technologies as the basis of a strategic breakthrough in modern industry]. Yoshkar-Ola, Volga State University of Technology Publ., 2015, pp. 95–99.

12. Sobolev A.N. *Fizicheskie efekty* [Physical effects]. Yoshkar-Ola, MarGTU Publ., 2001, 168 p.

13. Sobolev A.N. *Energoinformatsionnye vzaimodeistviya i informatsionnaya bezopasnost'* [Energy-informational interactions and information security]. Yoshkar-Ola, MarGTU Publ., 2010, 408 p.

14. Sobolev A.N., Galochkin V.I., Avramchik G.N., Burmistrova N.P. *Fizicheskie efekty v nanotekhnologiyakh* [Physical effects in nanotechnology]. Yoshkar-Ola, MarGTU Publ., 2000, 184 p.

15. Sobolev A.N., Kirillov V.M. *Fizicheskie osnovy tekhnicheskikh sredstv obespecheniya informatsionnoi bezopasnosti* [Physical basis of technical means of information security]. Moscow, Gelios ARV Publ., 2004, 224 p.

16. Sobolev A.N., Kirillov V.M., Kiselev A.V. *Fizicheskie osnovy perspektivnoi vychislitel'noi tekhniki i obespechenie informatsionnoi bezopasnosti* [Physical basis of advanced computer technology and information security]. Moscow, Gelios ARV Publ., 2012, 256 p.

17. *Fizicheskie efekty v mashinostroenii* [Physical effects in mechanical engineering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993, 224 p.

18. Khorev A.A. *Sposoby perekhvata informatsii, obrabatyvaemoi tekhnicheskimi sredstvami* [Methods of interception of information processed by technical means]. *Zashchita informatsii. INSIDE* [Information Security. Inside], 2008, no. 1, pp. 28–36.

19. Chemodanova I.D., Smirnov V.I. *Problemy primeneniya podkhoda s ispol'zovaniem fizicheskikh effektov pri zashchite informatsii ot utechki po tekhnicheskim kanalams* [Problems in applying the approach using physical effects when protecting information from leakage through technical channels]. *Inzhenernye kadry – budushchee innovatsionnoi ekonomiki Rossii: materialy II Vseros. stud. konf. (Yoshkar-Ola, 21-25 noyabrya 2016 g.): v 8 ch. Ch. 4. Informatsionnye tekhnologii – osnova strategicheskogo proryva v sovremennoi promyshlennosti* [Engineers as the Future of Innovative Russian Economy: materials of the second All-Russian Student Forum (Yoshkar-Ola, 21-25 November 2016). 8 vols. Vol. 4. Information technologies as the basis of a strategic breakthrough in modern industry]. Yoshkar-Ola, Volga State University of Technology Publ., 2016, pp. 217–221.

SMIRNOV VLADIMIR – Post-Graduate Student of Information Security Department, Volga State Technological University, Russia, Yoshkar-Ola (s_mir_vl@mail.ru).

SIDORKINA IRINA – Doctor of Technical Sciences, Dean of the Faculty of Computer Science, Volga State University of Technology, Russia, Yoshkar-Ola (igs522000@yandex.ru).

Ссылка на статью: *Смирнов В.И., Сидоркина И.Г.* Методика анализа технических средств разведки с использованием физических эффектов // Вестник Чувашского университета. – 2017. – № 3. – С. 273–281.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Вестник Чувашского университета» просит авторов руководствоваться нижеприведенными правилами.

1. Авторские оригиналы представляются на бумажном и электронном носителе. Авторский текстовый оригинал должен быть пронумерован и подписан авторами на титульном листе с указанием даты.

2. К статьям, направляемым в редакцию, прилагаются:

- 1) *заявление автора на имя главного редактора;*
- 2) *анкета авторов;*
- 3) *две внешние рецензии;*
- 4) *ходатайство научного руководителя;*
- 5) *экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати.*

3. Авторы должны указать рубрику, в которой следует поместить статью.

4. Оформление статьи:

- 1) *классификационные индексы Универсальной десятичной классификации (УДК), Библиотечно-библиографического классификатора (ББК);*
- 2) *инициалы и фамилия авторов;*
- 3) *название статьи;*
- 4) *ключевые слова;*
- 5) *аннотация статьи;*
- 6) *название статьи, инициалы и фамилия автора на английском языке;*
- 7) *ключевые слова на английском языке;*
- 8) *аннотация на английском языке;*
- 9) *текст статьи;*
- 10) *пристатейный библиографический список;*
- 11) *транслитерированный библиографический список References;*
- 11) *сведения об авторе.*

Авторские оригиналы подготавливаются с помощью компьютера в среде Microsoft Word (файлы типа doc). Формат бумаги А4, поля: справа и слева 4 см, сверху 4,5 см, снизу 5,7 см, от края до верхнего колонтитула 3 см, красная строка 0,75 см. Текст статьи набирается шрифтом Times New Roman размера 11 пт через 1 интервал.

Текст статьи представляется в двух экземплярах с приложением файла в электронном виде.

5. Рисунки. Количество рисунков не более 4. На рисунки должны быть ссылки. Рисунки должны быть внедрены в режиме Вставка Объект Рисунок Microsoft Word. Подрисуночные подписи выполняются шрифтом размера 9 пт.

6. Формулы и буквенные обозначения по тексту. Формулы набираются в редакторе формул Microsoft Equation. Шрифт для греческих букв – Symbol, для всех остальных – Times New Roman, основной размер 11 пт, крупный индекс 7 пт, мелкий 5 пт.

Латинские буквы набираются курсивом, буквы греческого алфавита и кириллицы – прямым шрифтом, обозначения матриц, векторов, операторов – прямым полужирным шрифтом.

Формулы располагаются по центру страницы. Номер формулы ставится у правого края. Нумеруются лишь те формулы, на которые имеются ссылки.

При выборе единиц физических величин рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

7. Таблицы. Текст в таблицах набирается шрифтом размером 9 пт, заголовки выделяются полужирным шрифтом. На таблицы должны быть ссылки.

8. Список литературы. Список строится по алфавиту, записи рекомендуется располагать сначала на языке издания, в которое включен список, затем на других языках. Источники набираются шрифтом Times New Roman размера 9 пт. При оформлении списка литературы необходимо руководствоваться ГОСТом Р 7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила оформления».

Ссылки на источники в тексте даются в квадратных скобках, например [1], [1. С. 5].

9. Список References. Транслитерацию русского текста в латиницу следует производить в соответствии со стандартом BSI.

10. Сведения об авторах набираются полужирным шрифтом размера 10 пт *на русском и английском языках в именительном падеже* по следующей форме: *Фамилия, имя, отчество – ученая степень, должность, место работы, страна, город. Контактная информация (e-mail).*

11. Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, возвращаются без рассмотрения. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответами на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

12. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

13. В одном номере журнала может быть опубликовано, как правило, не более двух статей одного автора, в том числе в соавторстве.

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭНЕРГЕТИКА

| | |
|---|-----|
| Афанасьев А.А., Ефимов В.В., Токмаков Д.А. Электромагнитные моменты магнитоэлектрического вентильного двигателя со встроенным магнитным редуктором | 5 |
| Глухов С.В., Чичерин С.В. Методика оптимизации распределительной тепловой сети | 13 |
| Гущин И.А. Учет слоистой структуры композита в модели растекания тока молнии | 23 |
| Ермолаева Н.М., Кокорев Н.А., Щедрин В.А. Анализ и оптимизация режимов работы систем электроснабжения с трансформаторными связями | 30 |
| Зайцев Ю.М., Михайлов А.В., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Методика параметрического синтеза форсированных четырехобмоточных П-образных электромагнитов постоянного напряжения в схеме последовательного соединения обмоток | 38 |
| Иванчина Е.И. Сравнительный анализ математических моделей высоковольтного асинхронного двигателя с постоянными и переменными параметрами | 47 |
| Иванчина Е.И. Модель высоковольтного частотно-регулируемого электропривода с двумя силовыми блоками в фазе | 56 |
| Ильгачёв А.Н. Учет неоднородности проводимости среды ванны круглой одноэлектродной печи | 62 |
| Ильгачёв А.Н. Учет влияния боковых стенок и неоднородности проводимости среды ванны многоэлектродных прямоугольных печей | 73 |
| Карчин В.В., Мясникова Т.В. Снижение потерь электроэнергии путем уменьшения неравномерности электропотребления | 90 |
| Михайлов А.В., Руссова Н.В., Самуилов Д.В., Свинцов Г.П. Минимизация массы стали и меди форсированного П-образного электромагнита с последовательно соединенными обмотками | 99 |
| Нгуен Конг Там ЭДС обмотки статора и момент магнитоэлектрического беспазового вентильного двигателя | 109 |
| Нестерин В.А., Генин В.С., Романов Р.А., Токмаков Д.А., Щербаков А.В., Юнин С.А., Артыкаева Э.М., Ярыш Р.Ф. Конструктивные особенности сверхминиатюрных магнитоэлектрических машин | 115 |
| Расулзода Х.Н. Исследования системы возбуждения синхронных генераторов с ПИД-регулятором | 123 |

| | |
|--|-----|
| Рыбаков Л.М., Макарова Н.Л., Захватаева А.О. Совершенствование средств молниезащиты, используемых в сельской местности..... | 130 |
| Семькина И.Ю., Кипервассер М.В., Герасимук А.В. Исследование переходного процесса в цепи тока при дефекте мультипликатора турбокомпрессора и разработка структурной схемы системы обнаружения дефекта мультипликатора..... | 138 |
| Славутский А.Л. Моделирование совместного (группового) выбега асинхронных двигателей в узле комплексной нагрузки при потере питания..... | 145 |
| Соколов Н.С., Викторова С.С. Разрядное устройство для изготовления буровой набивной сваи | 152 |
| Соколов Н.С., Кадышев Е.Н. Электроразрядная технология для устройства буроинъекционных свай..... | 159 |
| Тарасов В.А., Тарасова В.В. Статистический анализ электрических режимов дуговой электропечи постоянного тока..... | 165 |

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

| | |
|--|-----|
| Бычкова И.Ю. Моделирование задержки импульсных ультразвуковых сигналов в конвективном потоке над нагретой поверхностью | 173 |
| Галанина Н.А., Охоткин Г.П., Иванова Н.Н., Алексеев А.Г. Системы обработки сигналов на базе ПЛИС и цифровых сигнальных процессоров | 180 |
| Гришенцев А.Ю., Елсуков А.И., Коробейников А.Г., Сидоркина И.Г. Разработка и модельная реализация приёмопередающего устройства скрытого подшумового обмена широкополосными радиосообщениями..... | 195 |
| Иваницкий А.Ю., Кузнецов С.П., Мочалов В.В., Чуев В.П. Обратные элементы и делители нуля в алгебрах Клиффорда и Грассмана..... | 207 |
| Иванов С.О., Ильин Д.В., Большаков И.Ю. Сравнительное тестирование языков программирования | 222 |
| Иванова Н.Н., Галанина Н.А. Анализ накопления результатов цифровой фильтрации в системе остаточных классов . | 228 |
| Охоткин Г.П., Узарин С.В. Синтез логического устройства релейной системы автоматического регулирования тока при несимметричной коммутации ключей вентильного преобразователя | 236 |
| Охоткин Г.П., Узарин С.В. Моделирование на Multisim релейных систем автоматического регулирования тока при несимметричной коммутации ключей вентильного преобразователя | 245 |
| Песошин В.А., Кузнецов В.М., Рахматуллин А.Х. Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (Часть 3)..... | 251 |
| Родзин С.И., Родзина О.Н., Эль-Хатиб С.А. Гибридный муравьиный алгоритм сегментации медицинских изображений | 262 |
| Смирнов В.И., Сидоркина И.Г. Методика анализа технических средств разведки с использованием физических эффектов | 273 |
| Правила для авторов | 282 |

CONTENTS

ELECTRICAL TECHNOLOGY AND POWER ENGINEERING

Afanasyev A., Efimov V., Tokmakov D.
ELECTROMAGNETIC TORQUES OF BRUSHLESS DCMOTORS
WITH INTERGRATED MAGNETIC GEAR 5

Glukhov S., Chicherin S.
OPTIMIZATION MODEL OF THE DISTRIBUTION NETWORK
OF DISTRICT HEATING SYSTEM 13

Gushchin I.
LAMINAR STRUCTURE ACCOUNTING OF COMPOSITE IN MODEL
OF LIGHTNING CURRENT SPREADING 23

Ermolaeva N., Kokorev N., Shchedrin V.
ANALYSIS AND OPTIMIZATION OF OPERATING MODES
OF POWER SUPPLY SYSTEMS TRANSFORMER CONNECTIONS 30

Zaitsev Yu., Mikhailov A., Russova N., Svintsov G.
METHOD OF PARAMETRIC SYNTHESIS OF BOOSTED FOUR-WINDING P-SHAPED
DIRECT VOLTAGE ELECTROMAGNETS IN THE SCHEME OF SERIES CONNECTION
OF WINDINGS 38

Ivanchina E.
COMPARATIVE ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL
OF HIGH-VOLTAGE ASYNCHRONOUS MOTOR WITH CONSTANT
AND VARIABLE PARAMETERS 47

Ivanchina E.
MODEL OF HIGH-VOLTAGE VARIABLE-FREQUENCY DRIVE
WITH TWO POWER BLOCKS ON THE PHASE 56

Ilgachev A.
ACCOUNT OF MEDIUM CONDUCTANCE HETEROGENEITY
IN ONE-ELECTRODE ROUND FURNACE BATH 62

Ilgachev A.
ACCOUNT OF SIDEWALLS INFLUENCE AND MEDIUM CONDUCTANCE
NON-UNIFORMITY IN THE MULTI-ELECTRODE RECTANGULAR FURNACE BATH 73

Karchin V., Myasnikova T.
DECREASE OF POWER LOSSES THROUGH REDUCTION OF POWER CONSUMPTION 90

Mikhailov A., Russova N., Samuilov D., Svintsov G.
MINIMIZATION OF STEEL AND COPPER MASS
OF FORCED U-WAVE ELECTROMAGNET WITH SERIESCONNECTED WINDINGS 99

Nguyen Cong Tam
EMF OF STATOR WINDING AND MOMENT
OF MAGNETOELECTRIC SLOTLESS VALVE ENGINE 109

*Nesterin V., Genin V., Romanov R., Tokmakov D., Shcherbakov A.,
Yunin S., Artykaeva E., Yarysh R.*
DESIGN FEATURES OF SUBMINIATURE MAGNETOELECTRIC MACHINES 115

Rasulzoda Kh.
STUDIES OF EXCITATION SYSTEM OF THE SYNCHRONOUS GENERATORS
WITH PID-CONTROLLER 123

| | |
|--|-----|
| Rybakov L., Makarova N., Zakhvataeva A. IMPROVING MEANS OF LIGHTNING PROTECTION USED IN RURAL AREAS..... | 130 |
| Semykina I., Kipervasser M., Gerasimuk A. STUDY OF THE TRANSIENT PROCESS IN THE CIRCUIT IN CASE OF TURBOCOMPRESSOR MULTIPLIER DEFECT AND DEVELOPMENT OF SYSTEM STRUCTURAL SCHEME TO DISCOVER MULTIPLIER DEFECT | 138 |
| Slavutskiy A. MODELLING OF THE RUN-OUT FOR THE GROUP OF INDUCTION MOTORS IN COMPLEX LOAD NODEWHEN POWER IS LOST | 145 |
| Sokolov N., Viktorova S. RESEARCH AND DEVELOPMENT OF DISCHARGING DEVICE TO MANUFACTURE BORED – FILLING PILE..... | 152 |
| Sokolov N., Kadyshch E. ELECTRO-DISCHARGE TECHNOLOGY FOR CONTINUOUS FLIGHT AUGERING PILES.. | 159 |
| Tarasov V., Tarasova V. STATISTICAL ANALYSIS OF ELECTRIC MODES OF ELECTRICAL ARC FURNACE | 165 |

INFORMATICS, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL

| | |
|---|-----|
| Bychkova I. MODELLING OF THE PULSE ULTRASONIC SIGNALS DELAY IN A CONVECTIVE FLOW OVER THE HEATED SURFACE..... | 173 |
| Galanina N., Okhotkin G., Ivanova N., Alekseev A. THE SIGNAL PROCESSING SYSTEMS BASED ON FPGA AND DIGITAL SIGNAL PROCESSORS | 180 |
| Grishentsev A., Elsukov A., Korobeynikov A., Sidorkina I. DEVELOPMENT AND MODEL IMPLEMENTATION OF THE TRANSCIEIVING DEVICE OF THE HIDDEN SUBNOISE EXCHANGE BY BROADBAND RADIO SIGNALS..... | 195 |
| Ivanitskiy A., Kuznetsov S., Mochalov V., Chuev V. REVERSE ELEMENTS AND ZERO DEVISORS IN CLIFFORD AND GRASSMAN ALGEBRAS..... | 207 |
| Ivanov S., Ilin D., Bolshakov I. BENCHMARK OF PROGRAMMING LANGUAGES..... | 222 |
| Ivanova N., Galanina N. ANALYSIS OF DIGITAL FILTRATION RESULTS ACCUMULATION ON THE BASIS OF RESIDUE NUMBER SYSTEM | 228 |
| Okhotkin G., Ugarin S. SYNTHESIS OF LOGIC DEVICES OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL RELAY SYSTEM WITH ASYMMETRIC SWITCHING KEYS OF CONVERTER | 236 |
| Okhotkin G., Ugarin S. MULTISIM SIMULATION OF AUTOMATIC CURRENT CONTROL RELAY SYSTEMS WITH ASYMMETRIC SWITCHING KEYS OF CONVERTER | 245 |
| Pesoshin V., Kuznetsov V., Rakhmatullin A. NONMAXIMAL LENGTH PSEUDORANDOM NUMBER GENERATORS BASED ON INTERNAL XORS SHIFT REGISTER (Part 3) | 251 |
| Rodzin S., Rodzina O., El-Khatib S. HYBRID SEGMENTATION ANT ALGORITHMS OF MEDICAL IMAGES..... | 262 |
| Smirnov V., Sidorkina I. METHODS OF ANALYZING TECHNICAL MEANS OF ECONNAISSANCE EQUIPMENT USING PHYSICAL EFFECTS | 273 |
| RULES FOR THE AUTHORS | 282 |

ВЕСТНИК ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Технические науки № 3 2017

Редактор *Н.И. Завгородняя*
Технический редактор *Н.Н. Иванова*

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзоре)

Свидетельство о регистрации средства массовой информации
ПИ № ФС77-66541 от 21.07.2016 г.

Сдано в набор 30.06.17. Подписано в печать 20.09.17. Выход в свет 29.09.17.
Формат 70×100/16. Бумага писчая. Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 23,2. Уч.-изд. л. 23,2.

Тираж 200 экз. Заказ № 1040. Свободная цена.

Адрес редакции и издателя
428015, Чебоксары, Московский просп., 15

Типография Чувашского университета
428015, Чебоксары, Московский просп., 15