

ISSN 1810-1909

Вестник

ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 2018

Технические науки

Научный журнал

Основан в марте 1995 г.

Учредитель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Главный редактор

А.Ю. Александров, кандидат экономических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

Заместитель главного редактора

Г.А. Белов, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

Члены редакционной коллегии

А.А. Афанасьев, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

В.В. Афанасьев, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

А.В. Булычев, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

Н.А. Галанина, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

Л.С. Зимин, доктор технических наук, профессор (Самара, Россия)

Ю.К. Евдокимов, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

А.Г. Коробейников, доктор технических наук, профессор (Санкт-Петербург, Россия)

А.Б. Кувалдин, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

С.Л. Кужеков, доктор технических наук, профессор (Новочеркасск, Россия)

А.Л. Куликов, доктор технических наук, доцент (Нижний Новгород, Россия)

Ю.Я. Лямец, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

В.И. Мелешин, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)

Ю.М. Миронов, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

А.В. Мокеев, доктор технических наук, доцент (Архангельск, Россия)

В.А. Песошин, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

А.А. Потапов, доктор физико-математических наук, профессор (Москва, Россия)

В.В. Сагарадзе, доктор технических наук, член-корреспондент РАН (Екатеринбург, Россия)

И.Г. Сидоркина, доктор технических наук, профессор (Йошкар-Ола, Россия)

А.И. Федотов, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

Л.М. Шарнин, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

Ответственный секретарь

Н.И. Завгородняя

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук, в базы данных ВИНТИ РАН, Научную электронную библиотеку (elibrary.ru), электронную библиотеку «Cyberleninka», международную справочную систему «Ulrich's International Periodicals Directory», индексируется в базе данных «Российский индекс научного цитирования».

Адрес редакции: 428015, Чебоксары, Московский пр., 15,
тел. (8352) 45-20-96, 58-33-63 (доб. 2030)
e-mail: vestnik210@mail.ru, vestnik@chuvsu.ru
<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

ISSN 1810-1909

Vestnik

CHUVASHSKOGO UNIVERSITETA

№ 3 2018

Technical Sciences

Scientific Journal

Since March, 1995

Founder:
Federal State Educational Budgetary Institution
of Higher Education
the Ulyanov Chuvash State University

Editor-in-Chief

A.Yu. Aleksandrov, Candidate of Economics, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

Deputy Editor-in-Chief

G.A. Belov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

Editorial Board

A.A. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
V.V. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)
A.V. Bulychev, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
N.A. Galanina, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)
L.S. Zimin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Samara, Russia)
Yu.K. Evdokimov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)
A.G. Korobeinikov, Doctor of Technical Sciences, Professor (St. Petersburg, Russia)
A.B. Kuvaldin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)
S.L. Kuzhekov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Novocherkassk, Russia)
A.L. Kulikov, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Nizhny Novgorod, Russia)
Yu.Ya. Lyamets, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
V.I. Meleshin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)
Yu.M. Mironov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
A.V. Mokeev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Arkhangelsk, Russia)
V.A. Pesoshin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)
A.A. Potapov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Moscow, Russia)
V.V. Sagaradze, Doctor of Technical Sciences, Corresponding Member of Russian Academy of Sciences (Ekaterinburg, Russia)
I.G. Sidorkina, Doctor of Technical Sciences, Professor (Yoskar-Ola, Russia)
A.I. Fedotov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)
L.M. Sharnin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

Executive Editor

N.I. Zavgorodnyaya

The journal is included in the list of journals which are regarded as academic publications by the State Commission for Academic Degrees and Titles (VAK), in the Abstract Journal and VINITI databases, Ulrich's International Periodicals Directory, Scientific Electronic Library (elibrary.ru), Cyberleninka Electronic Library. The journal is indexed in Russian Science Citation Index.

Address: 15, Moskovskiy pr., Cheboksary, Chuvash Republic, 428015, Russia
Tel. +7(8352)45-20-96, 58-33-63 (2030)
E-mail: vestnik210@mail.ru, vestnik@chuvsu.ru
<http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm>

УДК 621.313

ББК 31.261

А.А. АФАНАСЬЕВ, В.В. ЕФИМОВ, Д.А. ТОКМАКОВ

МНОГОПОЛЮСНЫЕ ЗУБЦОВЫЕ ТРЁХФАЗНЫЕ ОБМОТКИ ДЛЯ РЕГУЛИРУЕМОГО МАГНИТНОГО РЕДУКТОРА*

Ключевые слова: типы и схемы зубцовых обмоток магнитного редуктора, гармонический состав магнитодвижущей силы (МДС) обмоток, расчёт магнитного поля методом сопряжения конформных отображений, электромагнитные моменты роторов.

Магнитные редукторы (МР) имеют воздушные зазоры, в которых магнитное поле содержит большое число полюсов. В МР с регулируемым коэффициентом редукции (РМР) многополюсное магнитное поле создаётся обмоткой переменного тока (обычно трёхфазной), питаемой от статического преобразователя частоты. Из-за ограниченного числа пазов статорного сердечника РМР катушки обмоток приходится располагать на каждом зубце сердечника. Такие обмотки называются сосредоточенными (в отличие от классических распределённых обмоток), или зубцовыми. Ввиду своей технологичности зубцовые обмотки получают всё большее распространение в электрических машинах. Можно выделить три типа таких обмоток: 1) с числом зубцов z статора, близким к числу полюсов $2p$; 2) с числом пазов на полюс и фазу $q = 0,5$; 3) с числом пазов на полюс и фазу $q < 0,5$ и $0,5 < q < 1$. Зубцовые обмотки типа 2 (с $q = 0,5$) имеют лучшую отстроенность рабочей гармоники от сопутствующих высших гармоник. МР с такими обмотками будут иметь меньший уровень вибрации и шума. При прочих равных условиях эти обмотки по сравнению с обмотками типа 1 имеют больший уровень амплитуды основной гармоники МДС и её постоянство для всех фазных зон. Зубцовые обмотки типов 2 и 3 имеют похожие рабочие свойства, которые несколько превосходят свойства обмотки 1. Главный недостаток обмотки 1 – наличие близких по порядку гармоник, имеющих амплитуды, соизмеримые с амплитудой рабочей гармоники. Эта особенность обмотки 1 приводит к появлению осцилляций в кривых электромагнитных моментов роторов МР. При равных значениях предельных (опрокидывающих) моментов вариант МР с постоянными магнитами на статоре требует в 5 раз большей величины МДС по сравнению с необходимой величиной МДС обмотки статора. Эта особенность связана с большим внутренним сопротивлением самих магнитов магнитному потоку. Указанное преимущество обмотки статора может быть реализовано либо при достаточно эффективном её охлаждении, либо при проектировании МР по современным стандартам энергоэффективных электрических машин, допускающим сравнительно низкие плотности тока в проводниках обмотки статора.

Регулируемые магнитные редукторы для реализации своих функциональных свойств, в том числе для получения больших значений коэффициента редукции, могут иметь на статоре трёхфазные обмотки большой полюсности, у которых число пазов на полюс и фазу q становится дробным и меньшим единицы.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 18-48-210004_p_поволжье_a.

Многополюсные обмотки статора с $q < 1$ состоят из катушек, расположенных на каждом зубце. Они называются также зубцовыми, или сосредоточенными, в отличие от классических распределенных обмоток.

Вследствие своей технологичности зубцовые обмотки получают всё большее распространение в электрических машинах. Можно выделить три типа таких обмоток:

- 1) с числом зубцов z статора, близким к числу полюсов $2p$;
- 2) с числом пазов на полюс и фазу $q = 0,5$;
- 3) с числом пазов на полюс и фазу $q < 0,5$ и $0,5 < q < 1$.

1. Зубцовая обмотка с числом зубцов, близким к числу полюсов.

Число зубцов z_1 таких обмоток отличается от числа полюсов $2p_1$ на 2-4 единицы [8].

Рассмотрим изготовленный с такой обмоткой макетный образец магнитного редуктора (МР)¹ с числом зубцов статора $z_1 = 36$ и числом полюсов $2p_1 = 34$. Число витков в катушке $w = 60$, число пазов на полюс и фазу $q = 6/17$.

Статорный сердечник редуктора выполнен на базе асинхронной машины АИР 132 М 6 мощностью 7,6 кВт, произведенной фирмой ООО «НасосЭлектроПром»².

Принадлежность катушек соответствующим фазам находится с помощью табл. 1, правила построения, которой изложены в [1]. Сначала определяется общий делитель k_p чисел $z_1 = 36$ и $p_1 = 17$, который, очевидно, равен единице, т.е. $k_p = 1$. Это означает, что обмотка не содержит одинаковых частей, из которых можно было бы выделить параллельные ветви.

Поскольку отношение $z_1 / k_p = 36/1$ кратно двум, то в обмотке каждой фазы будут катушки, принадлежащие как северному полюсу N , так и южному полюсу S .

Количество строк в табл. 1 будет равно $2p_1 / k_p = 34/1 = 34$.

Находим отношение $z_1 / 2p_1$ в виде дробного числа a_{p_1} / c_{p_1}

$$z_1 / 2p_1 = a_{p_1} / c_{p_1} = 36/34 = 18/17.$$

Количество столбцов табл. 1 будет равно $a_{p_1} = 18$. Число клеток между соседними пазами в табл. 1 составит $c_{p_1} = 17$.

Вертикальными линиями делим табл. 1 на три равные части. Номера катушек первой части, находящиеся в первых 6 столбцах, будут принадлежать фазе А, номера катушек второй части (следующие 6 столбцов) – фазе С, номера катушек третьей части (последние 6 столбцов) – фазе В.

¹ Модулятор (тихоходный ротор МР) содержит $z = 19$ шихтованных стержней. Быстроходный (внутренний) ротор с магнитами из сплава неодим-железо-бор высотой $h_m = 7,3$ мм имеет число пар полюсов $p_2 = 2$. Коэффициент редукции МР на постоянном токе равен $z / p_2 = 19/2 = 9,5$.

² Технические данные этого двигателя отличаются от стандартных, указанных в справочниках, например, в [5]. У него число пазов статора $z_1 = 36$, диаметр расточки $D_i = 148,5$ мм, $l = 170$ мм (по результатам измерений). У стандартного двигателя этого же типа (АИР 132 М6) имеем, соответственно, $z_1 = 54$; $D_i = 154$ мм, $l = 160$ мм [5].

Таблица 1

Распределение зубцовых катушек по фазам

	A					C					B					
N	1															2
S																3
N														4		
S													5			
N												6				
S											7					
N										8						
S										9						
N									10							
S									11							
N							12									
S							13									
N							14									
S							15									
N							16									
S							17									
N							18									
S	19															20
N																21
S																22
N																23
S																24
N																25
S																26
N																27
S																28
N																29
S																30
N																31
S																32
N																33
S																34
N																35
S																36

Катушки каждой фазы соединятся друг с другом согласно, если они принадлежат одинаковым полюсам, и встречно, если следующая катушка принадлежит другому полюсу.

Схема соединения зубцовых катушек обмотки показана на рис. 1.

Разложим МДС этой обмотки в ряд Фурье, выбрав в соответствии со схемой обмотки статора, пространственный период магнитного поля $T_1 = z_1 t_z$ и основную частоту $\Omega = 2\pi/T_1$. Имеем косинусные $a_v(k)$ и синусные $b_v(k)$ коэффициенты эти рядов

$$a_v(k) = \frac{2}{T_1} \sum_n \int_{x_{nv}}^{t_z} i_v w \cos(k\Omega x), \quad b_v(k) = \frac{2}{T_1} \sum_n \int_{x_{nv}}^{t_z} i_v w \sin(k\Omega x), \quad (1)$$

где $i_B = \sqrt{2}I \cos(\omega t - 2\pi/3)$, $i_C = \sqrt{2}I \cos(\omega t - 4\pi/3)$ – первые гармоники тока статора, сформированные статическим преобразователем частоты (ПЧ); $v = A, B, C$; t_z – зубцовое деление статора; $i_A = \sqrt{2}I \cos \omega t$; $n = 1, \dots, z_1$ – номер зубцовой катушки, принадлежащей соответствующей фазе v .

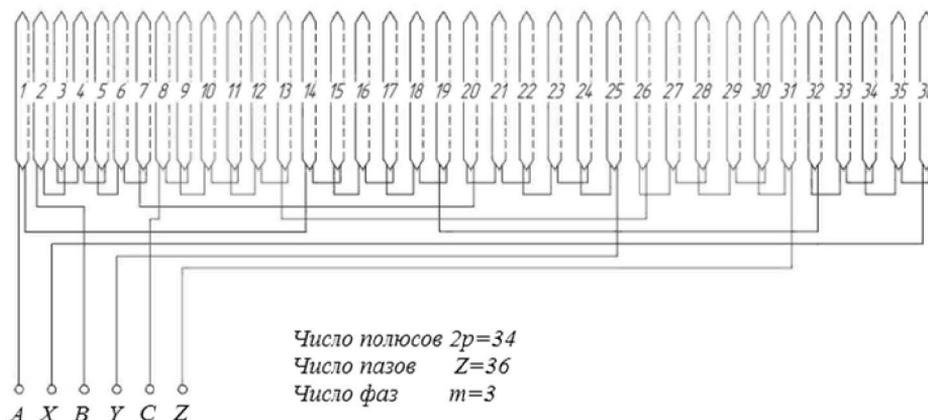


Рис. 1. Схема обмотки статора

Для МДС обмотки статора будет справедливо

$$F_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \{ [a_A(k) + a_B(k) + a_C(k)] \cos(k\Omega x) + [b_A(k) + b_B(k) + b_C(k)] \sin(k\Omega x) \}. \quad (2)$$

Амплитуда каждой k -й гармоники МДС обмотки определится по формуле

$$F(k) = \sqrt{[a_A(k) + a_B(k) + a_C(k)]^2 + [b_A(k) + b_B(k) + b_C(k)]^2}. \quad (3)$$

На рис. 2. показан график зависимости (3) для фазного тока $I = 5$ А. Видим, что данная обмотка может использоваться при числе пар полюсов 17 и 19. Наибольшую амплитуду МДС она будет иметь при выбранном числе пар полюсов 17. Соседняя гармоника с порядком $v = 19$, имея соизмеримую амплитуду с рабочей гармоникой $v = 17$, может вызывать вибрацию и шум МР.

Видим, что кривая МДС не содержит чётных гармоник, пятнадцатая гармоника составляет почти половину основной.

Форма МДС обмотки, рассчитанная по формуле (2) для фазного тока $I = 5$ А, показана на рис. 3 для времени $t = 0$. В это время ток в фазе A максимален. Пространственный период обмотки T_1 равен всей длине окружности с диаметром расточки статора. Видим, что амплитудные значения МДС у зон фазы A больше, чем у остальных зон, принадлежащих фазам B и C .

Был произведен численный расчёт МР с обмоткой 1 методом сопряжения конформных отображений. В качестве источника магнитного поля статора использовалась МДС обмотки 1, представляемая аналитической зависимостью (2), причём дискретные значения этой МДС присваивались соответствующим точкам наблюдения, расположенным на поверхности расточки статора.

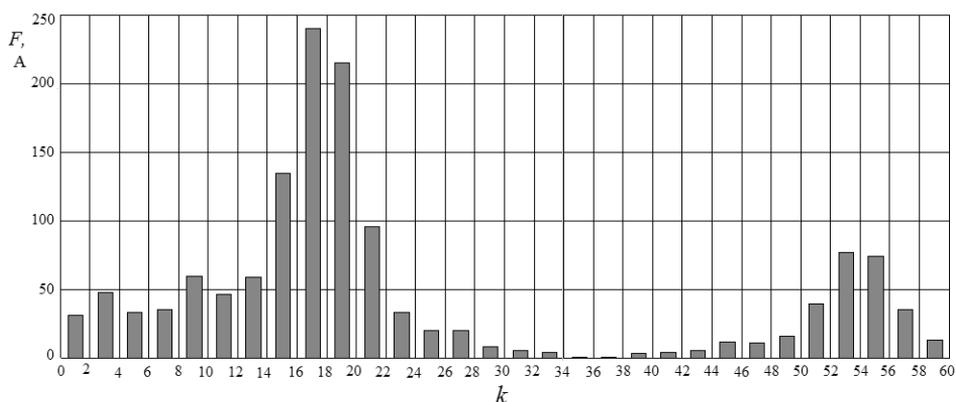


Рис. 2. Гармонический состав МДС обмотки статора (семнадцатая гармоника – рабочая)

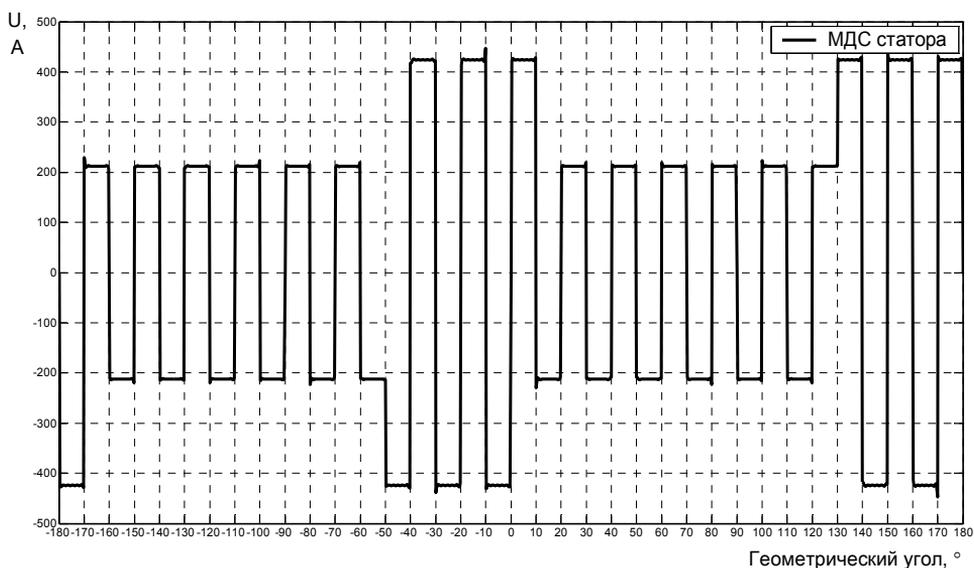


Рис. 3. Форма МДС обмотки статора для времени $t = 0$ (максимальную амплитуду имеют катушки фазы А)

На первом этапе расчёта пренебрегали зубчатой структурой этой поверхности ввиду полужакрытой формы пазов.

Воздушный зазор между статором и наружной поверхностью модулятора принимался равным 0,5 мм.

На рис. 4 показаны результаты численного расчёта электромагнитных моментов МР с рассматриваемой обмоткой статора, обтекаемой постоянным током величиной 5 А. Видим, что они содержат высокочастотные пульсации, амплитуда которых соизмерима с величиной электромагнитного момента быстрого ротора.

Следует обратить внимание также, что электромагнитный момент, воздействующий на внутреннюю поверхность статора (он совпадает с электро-

магнитным моментом, действующим на наружную поверхность модулятора), не содержит высокочастотных пульсаций.

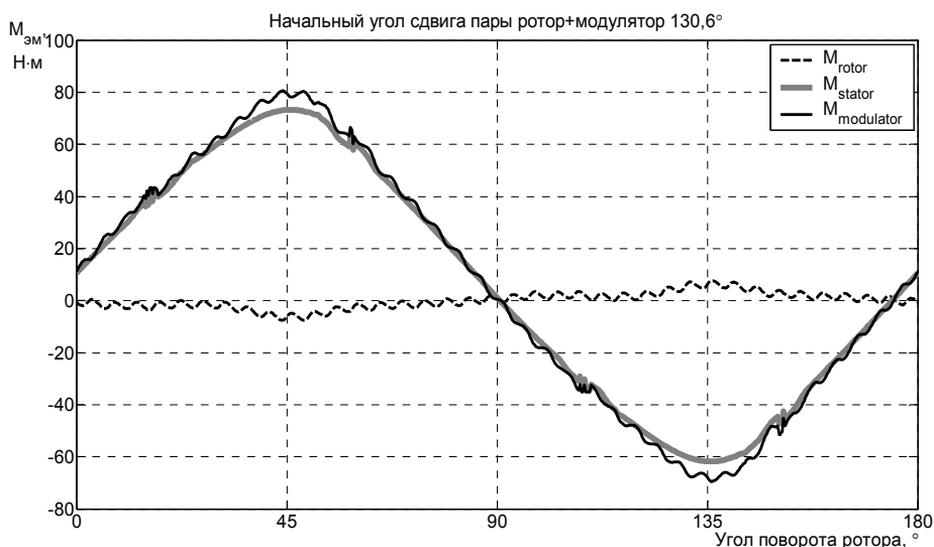


Рис. 4. Кривые электромагнитных моментов валов МР, по обмотке статора которого протекает постоянный ток 5 А

Кривые магнитной индукции на поверхности магнитов внутреннего ротора и на средней окружности наружного воздушного зазора при токе 5 А в обмотке статора показаны на рис. 5. Импульсные выбросы индукции связаны с резким изменением МДС обмотки статора на краях полюсных зон.

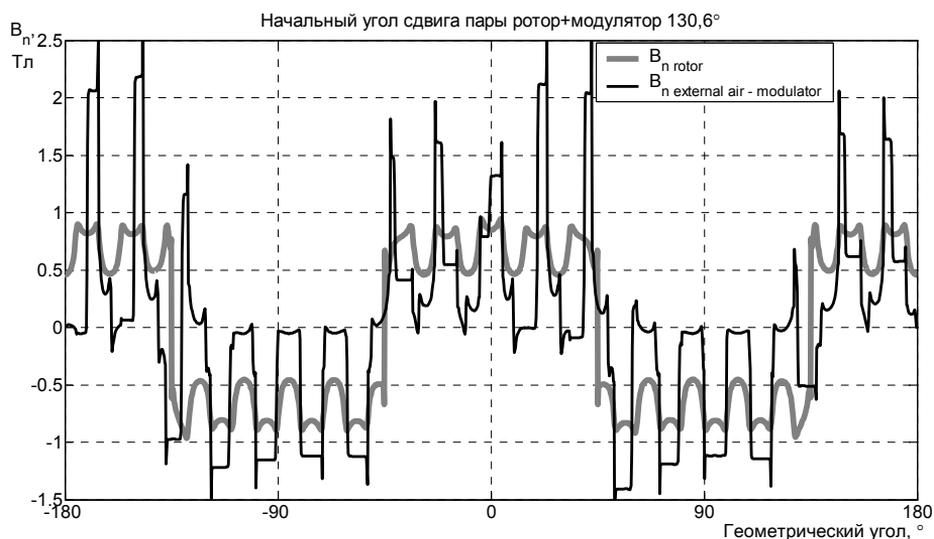


Рис. 5. Распределение магнитной индукции на наружной поверхности магнитов внутреннего ротора и на середине внешнего воздушного зазора при постоянном токе статора 5 А

Средние уровни индукции на поверхностях внутреннего ротора и снаружи модулятора составляют примерно 0,8 и 1,5 Тл, соответственно.

Проведены также аналогичные расчёты магнитного поля и электромагнитных моментов этого МР при токах статора 10 и 15 А. Результаты расчётов показывают, что моменты возросли примерно пропорционально току: их максимумы увеличились, соответственно, в 1,9 и 2,75 раза. Отсутствие строгой пропорциональности обусловлено появлением насыщения стальных участков магнитной цепи.

Амплитуда высокочастотных пульсаций моментов и их угловой сдвиг практически не изменились. Средний уровень магнитной индукции на поверхности внутреннего ротора остался почти прежним. На наружной поверхности модулятора этот уровень возрос примерно до значений, соответственно, 1,0 и 1,3 Тл. При токе статора 5 А он составлял примерно 0,8 Тл.

Следует отметить, что магнитная индукция в обоих воздушных зазорах регулируемого МР создаётся совместным действием магнитов ротора и током обмотки статора. Причём величины МДС этих источников сильно отличаются друг от друга (примерно в 10 раз). Численные значения их амплитуд равны:

$$U_{\max} = \frac{4}{\pi} H_{cb} h_m = \frac{4}{\pi} 800 \cdot 10^3 \cdot 7,3 \cdot 10^{-3} = 7400 \text{ А}; \quad (4)$$

$$F_{m17} = 240 \cdot 3 = 720 \text{ А (при токе 15 А)}. \quad (5)$$

При выполненном большом варьировании тока статора магнитные индукции в воздушных зазорах изменяются в сравнительно небольших пределах. Тем более, что при максимальных значениях моментов магнитные индукции в зазорах, вызванные током обмотки статора и магнитами ротора, ориентированы перпендикулярно друг другу.

На основе численного расчёта произведена также оценка влияния величины воздушного зазора между статором и модулятором.

Расчёты при токе статора в 5 А показывают, что переход на воздушный зазор величиной 0,25 мм (вместо прежнего 0,5 мм) приводит к росту максимальных значений моментов всего лишь на 25%. Средние уровни индукции на поверхностях внутреннего ротора и снаружи модулятора составляют, соответственно, примерно 0,8 и 1,25 Тл, т.е. у внутреннего ротора они остались прежними, а у модулятора возросли на 25%.

Был проведен также численный расчет этого МР при замене обмотки статора постоянными редкоземельными магнитами с высотой 7,1 мм. Воздушный зазор между наружными поверхностями магнитов ротора и модулятора принимался равным 1 мм.

Кривые электромагнитных моментов показаны на рис. 6. Их максимумы составили, соответственно, 223 и 28 Н·м.

Средние уровни индукции на поверхностях внутреннего ротора (рис. 7) и снаружи модулятора составляют, соответственно, примерно 0,75 и 1,25 Тл.

Отметим, что примерно такие уровни индукции имели место при токе обмотки статора 15 А, но при этом максимум момента модулятора составлял 115 Н·м вместо 223 Н·м при использовании постоянных магнитов на статоре.

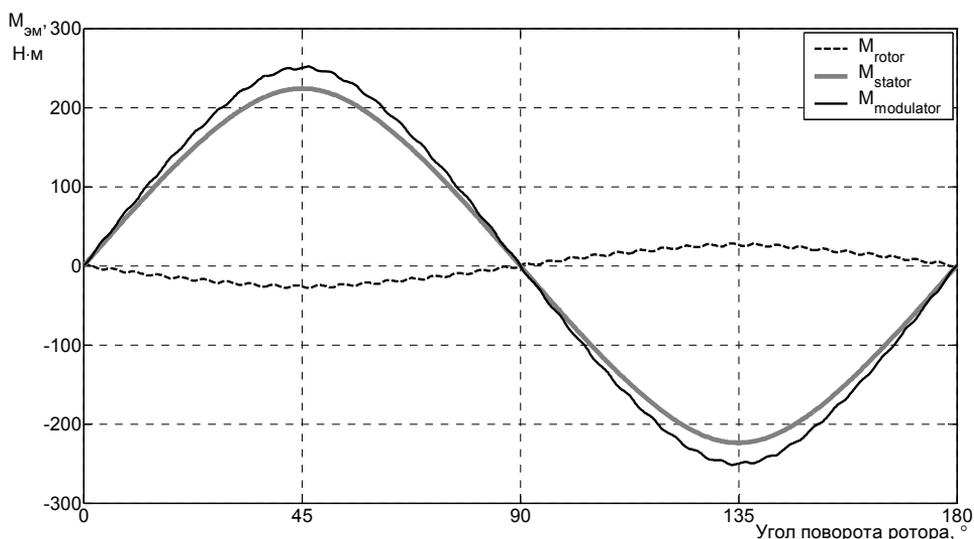


Рис. 6. Электромагнитные моменты МР, у которого обмотка статора заменена постоянными магнитами

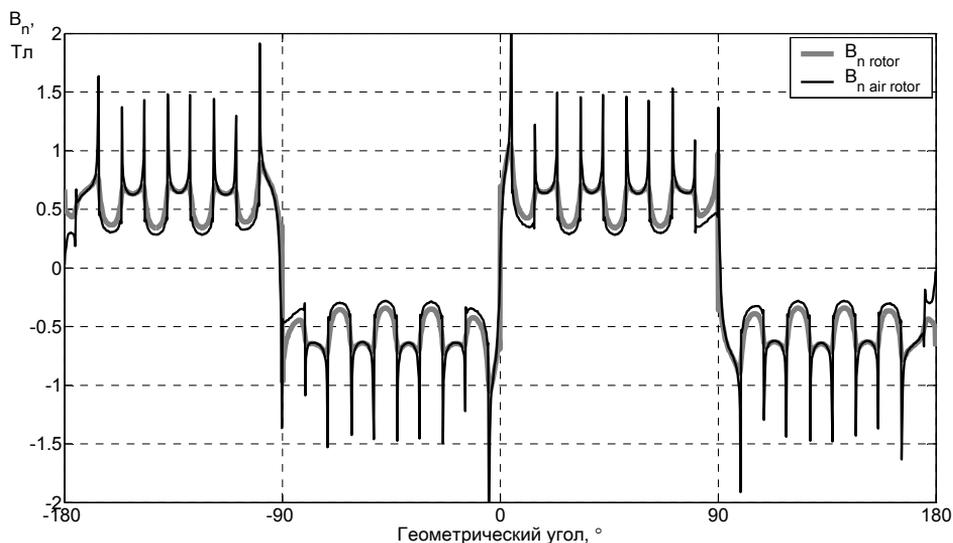


Рис. 7. Распределение магнитной индукции на поверхности магнитов внутреннего ротора

Можно ожидать, что МР с обмоткой на статоре будет иметь максимум момента модулятора в 223 Н·м при токе обмотки статора 30 А. В этом случае амплитуда МДС основной гармоники обмотки статора возрастет (сравни формулу (5)) до 1440 А при суммарной величине двух воздушных и одного немагнитного зазоров

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + h_{m2} = 1 + 1 + 7,3 = 9,3 \text{ мм.}$$

При использовании постоянных магнитов на статоре их МДС составит 7400 А (см. формулу (4)), т.е. МДС магнитов статора в этом случае возрастает в $7400/1440 \approx 5,1$ раза по сравнению с МДС обмотки статора. Суммарный зазор МР с магнитами на статоре

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + h_{m1} + h_{m2} = 1 + 1 + 7,3 + 7,3 = 16,6 \text{ мм}$$

возрастает только в $16,6/9,3 \approx 1,8$ раза.

Следовательно, при равных значениях предельных (опрокидывающих) моментов вариант МР с постоянными магнитами требует большей величины МДС статора, т.е. формирование удельных (приходящихся на единицу площади наружной поверхности роторов) касательных сил роторов более эффективно при использовании на статоре рассматриваемой обмотки вместо магнитов.

Однако из-за выделения в обмотке тепловых потерь при протекании тока (в отличие от постоянных магнитов) существует номинальное значение тока, при котором в длительном режиме средняя температура обмотки не должна превышать значение, соответствующее её классу изоляции. Для рассматриваемых типовых (неинтенсивных) условий охлаждения обмотки статора номинальный ток у неё составляет 5 А.

Удельная касательная сила определяется средним значением произведения

$$F_\tau = \frac{1}{T} \int_0^T B_n(x) H_\tau(x) dx, \quad (6)$$

где $B_n(x)$ и $H_\tau(x)$ – радиальная и тангенциальная составляющие в воздушном зазоре, соответственно, магнитной индукции и напряжённости магнитного поля [3].

У МР с постоянными магнитами на статоре и МР с постоянным током обмотки статора величиной 30 А значения удельных касательных сил в предельном режиме (на границе опрокидывания) будут одинаковы. Например, для поверхности статора, согласно рис. 7, удельные касательные силы этих МР будут равны

$$F_\tau = \frac{2 M_m}{\pi ID^2} = \frac{2 \cdot 225}{\pi \cdot 0,2 \cdot 0,149^2} = 32\,276 \text{ Н/м}^2 \approx 3,2 \text{ Н/см}^2.$$

Согласно [6], удельная касательная сила «даже у самых крупных машин обычно не превосходит (3 – 4) Н/см²».

Эти расчёты показывают следующее:

1. У нерегулируемых МР электромагнитные моменты возрастут примерно в 3 раза при применении на статоре постоянных магнитов вместо обмотки постоянного тока. Эта разница моментов вызвана ограниченным уровнем допустимого тока в обмотке статора из-за тепловых потерь в её проводниках.

2. Равные предельные моменты у МР с магнитами и обмоткой на статоре достигаются, если ток обмотки статора увеличивается в 6 раз от номинального значения.

3. При равных значениях предельных (опрокидывающих) моментов вариант МР с постоянными магнитами на статоре требует в 5 раз большей ве-

личины МДС по сравнению с необходимой величиной МДС обмотки статора. Эта особенность связана с большим внутренним сопротивлением самих магнитов магнитному потоку. Указанное преимущество обмотки статора может быть реализовано только при достаточно эффективном её охлаждении.

4. Для повышения удельных показателей (M/G , Н·м/кг или M/V , Н·м/м³) регулируемых МР необходимо интенсифицировать их охлаждение вплоть до применения непосредственного водяного охлаждения проводников обмотки статора.

5. Удельные касательные силы роторов МР, приходящиеся на единицу площади их поверхности, не уступают аналогичным силам самых крупных электрических машин.

6. Для снижения потерь в меди обмотки статора МР и повышения его КПД необходимо увеличивать диаметр расточки статора и площадь сечения статорных пазов, как это делается в современных европейских сериях энерго-сберегающих электрических двигателей стандартов IEC; EN [9].

2. Зубцовая обмотка с шагом $y/\tau=2/3$ (или $q=0,5$). У такой обмотки пространственный период содержит три зубцовых деления: $2\tau = 3t_z$ (рис. 8) [1, 2, 4]. Катушки этих трёх зубцов принадлежат, соответственно, фазам *A*, *B* и *C*. На других периодах, состоящих также из трёх зубцов, картина аналогичная. Катушки одноимённых фаз могут соединяться последовательно или параллельно.

Максимальное число возможных параллельных ветвей в каждой фазе равно числу пар полюсов p . Легко видеть, что катушки имеют укороченный шаг. Величина укорочения составляет $\tau/3$.

Число зубцов статора с такой обмоткой будет равно

$$z_1 = 3p_1. \quad (7)$$

Если выбрать $p_1 = 16$ и тогда в соответствии с (7) взять статор с $z_1 = 48$ от асинхронного двигателя 4А 112 МВ 8 (АИР 112 МВ 8) мощностью 3 кВт, у которого диаметр расточки $D_i = 132$ мм, активная длина статора $l = 130$ мм, то можем на базе ротора вентильного двигателя 6 ДВМ 215 с $p = 3$ изготовить регулируемый МР¹.

В табл. 2 указана принадлежность катушек отдельным фазам обмотки. Все катушки каждой фазы соединяются согласно. В соответствии с данными табл. 2 построена схема обмотки на рис. 9.

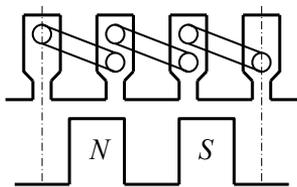


Рис. 8. Трёхфазная зубцовая обмотка с $q = 0,5$

Таблица 2

Принадлежность катушек отдельным фазам обмотки

A	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46
B	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47
C	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48

¹ Модулятор (тихоходный ротор МР) содержит $z = 19$ шихтованных стержней. Быстроходный (внутренний) ротор с магнитами на основе сплава неодим-железо-бор высотой $h_m = 7,3$ мм имеет число пар полюсов $p_2 = 3$. Коэффициент редукции МР на постоянном токе равен $z/p_2 = 19/3 = 6 \frac{1}{3}$.

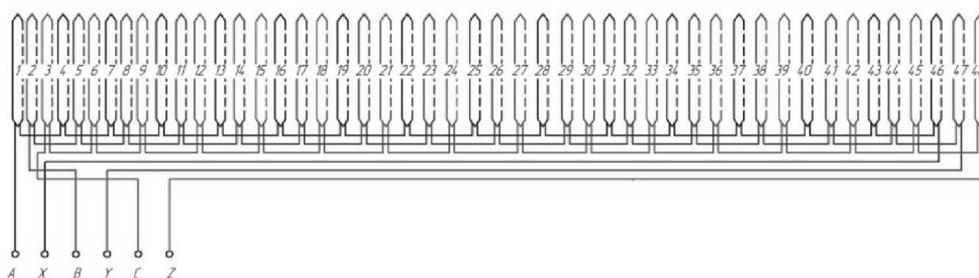


Рис. 9. Схема трёхфазной зубцовой обмотки с $q = 0,5$

По формулам (1) и (3) для обмотки рассматриваемого типа был рассчитан гармонический состав её МДС, показанный на рис. 10. Для удобства сравнения с предыдущей обмоткой числа витков в зубцовых катушках и их токи приняты одинаковыми.

Видим, что новая обмотка, в отличие от предыдущей, не имеет гармоник, близких к рабочей с соизмеримыми с ней амплитудами. Амплитуда её рабочей гармоники $\nu = p_1 = 16$ в два раза больше амплитуды ближайшей нерабочей гармоники с номером $\nu = 32$. Причём у этой обмотки амплитуда рабочей гармоники имеет величину 350 А, которая превышает аналогичную амплитуду (250 А) предыдущей обмотки в 1,4 раза.

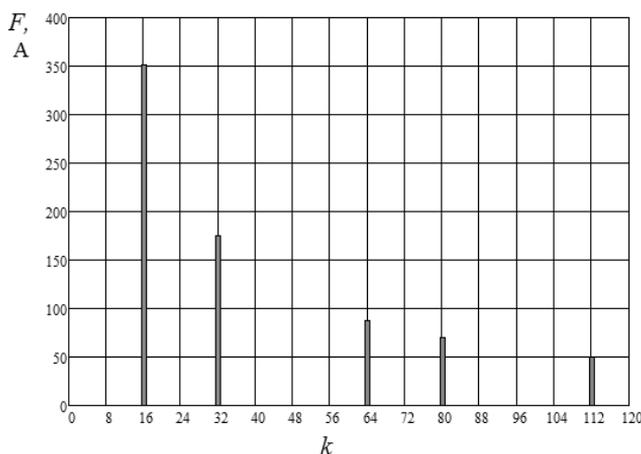


Рис. 10. Гармонический состав МДС обмотки статора с $q = 0,5$
(шестнадцатая гармоника – рабочая)

Форма МДС новой обмотки, рассчитанная по формуле (2) для фазного тока $I = 5$ А, показана на рис. 11 для времени $t = 0$.

Можно заметить, что за счёт укорочения шага обмотки на $\tau/3$ кривая МДС не содержит третьей гармоники и гармоник, кратным трём [7].

Пространственный период новой обмотки T_1 принят, как и у предыдущей обмотки, равным всей длине окружности с диаметром расточки статора. Физически же этот период, как отмечено выше, равен трём зубцовым делениям. У предыдущей обмотки и физический период равен длине окружности с диаметром расточки статора.

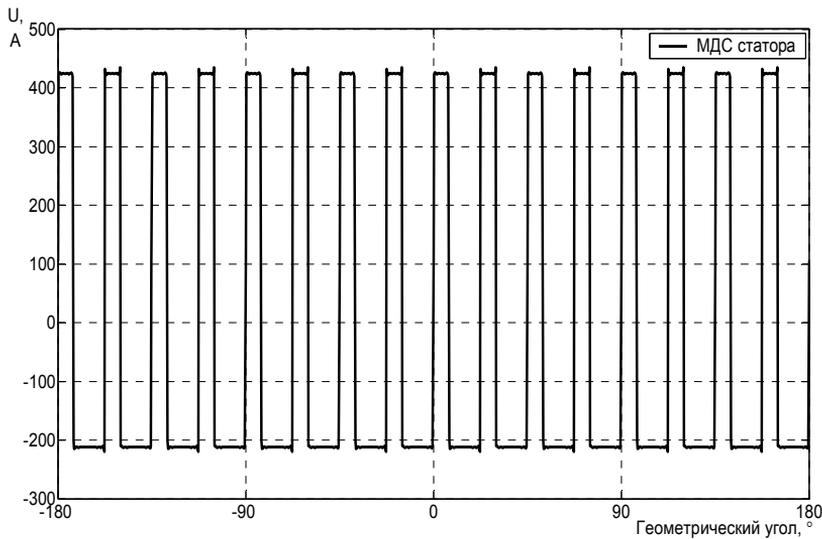


Рис. 11. Форма МДС обмотки статора с $q = 0,5$ для времени $t = 0$ (максимальную амплитуду имеют катушки фазы А)

Из рис. 11 следует, что амплитуды МДС всех фазных зон обмотки одинаковы (как у классических распределённых обмоток), но полюсные деления кривых МДС и их амплитуды разной полярности неодинаковы.

Из кривой ЭДС обмотки исчезают гармоники, кратные трем, но остальные гармоники уменьшаются незначительно. Обмоточные коэффициенты укорочения

$$k_{\text{ук}} = \sin k \frac{y}{\tau} \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

при $y = \frac{2}{3} \tau$ для отдельных гармоник указаны в табл. 3.

Таблица 3

Обмоточные коэффициенты

k	1	2	3	5	7
$k_{\text{ук}}$	0,865	-0,865	0	-0,865	0,865

Был произведен численный расчёт магнитного поля МР с обмоткой 2.

Распределение магнитной индукции в воздушных зазорах МР показано на рис. 12.

Кривые электромагнитных моментов МР с обмоткой 2 и активной длиной 100 мм показаны на рис. 13. Они близки к синусоидальным зависимостям, которые практически не содержат высших гармоник. Отметим также, что $M_{\text{ротор}}^{\text{max}} = 2,05 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $M_{\text{модулятор}}^{\text{max}} = 12,83 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Отношение максимальных электромагнитных моментов близко к теоретическому коэффициенту редукции МР при нулевой частоте тока статора $\left(i = 6\frac{1}{3}\right)$

$$i = \frac{M_{\text{модулятор}}^{\text{max}}}{M_{\text{ротор}}^{\text{max}}} = 6,24.$$

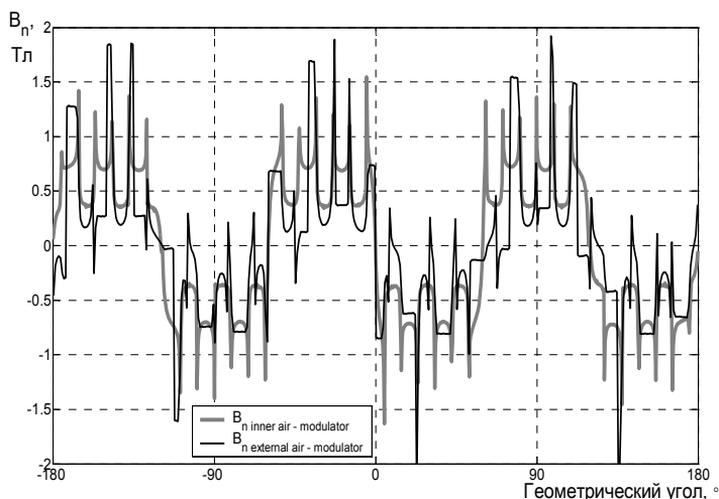


Рис. 12. Распределение нормальной составляющей магнитной индукции на внутренней и наружной поверхностях модулятора

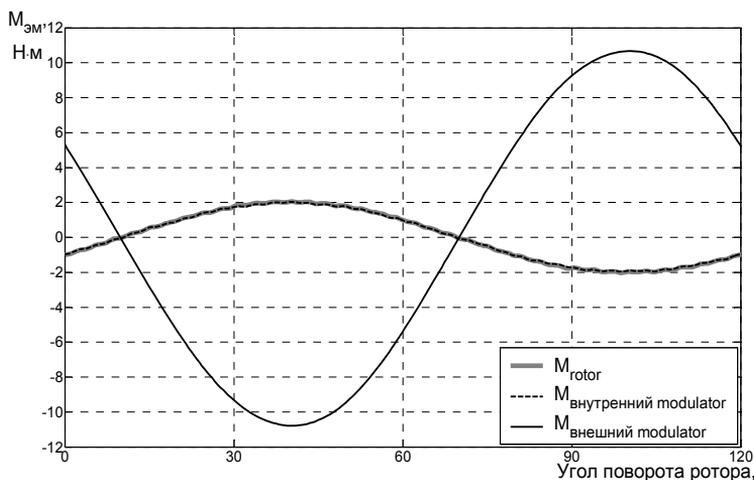


Рис. 13. Электромагнитные моменты ротора и модулятора

3. Зубцовые обмотки с шагом u/τ , близким к $2/3$ (или с q , близким (большим или меньшим) $0,5$). Катушки одной фазы такой обмотки МР¹ будут иметь различное положение относительно кривой магнитного поля, создаваемого магнитами ротора. Это обстоятельство приводит к снижению высших гармоник МДС.

Рассмотрим обмотку, имеющую то же число пар полюсов $p_1 = 16$, что и у предыдущей обмотки, но число зубцов z_1 выберем большим, равным 54. Та-

¹ Модулятор (тихоходный ротор МР) содержит $z = 19$ шихтованных стержней. Быстроходный (внутренний) ротор с магнитами из сплава неодим-железо-бор высотой $h_m = 7,3$ мм имеет число пар полюсов $p_2 = 3$. Коэффициент редукции МР на постоянном токе равен $z/p_2 = 19/3 = 6 \frac{1}{3}$.

кое число зубцов имеет статор асинхронного двигателя 4А 112 МВ 6 (АИР 112 МВ 6) мощностью 4 кВт, у которого диаметр расточки также $D_i = 132$ мм (как у уже рассмотренного выше асинхронного двигателя 4А 112 МВ 8 (АИР 112 МВ 8) мощностью 3 кВт), активная длина статора $l = 125$ мм.

Катушки будут иметь шаг $y/\tau = 16/27 = 0,59$ и $q = 9/16 = 0,56$.

Для определения принадлежности зубцовых катушек к той или иной фазе построим, согласно рекомендациям [1], табл. 4.

Сначала определяется общий делитель k_p чисел $z_1 = 54$ и $p_1 = 16$, который, очевидно, равен двум, т.е. $k_p = 2$. Это означает, что обмотка содержит две одинаковых части, из которых можно выделить две параллельные ветви. Количество строк в табл. 3 будет равно

$$2p_1/k_p = 32/2 = 16.$$

Находим отношение z_1/p_1 в виде дробного числа a_p/c_p

$$z_1/p_1 = a_p/c_p = 54/16 = 27/8.$$

Число столбцов табл. 4 будет равно $a_p = 27$. Число клеток между соседними пазами в табл. 3 составит $c_p = 8$.

Вертикальными линиями делим табл. 4 на три равные части. Номера катушек первой части, находящиеся в первых 12 столбцах, будут принадлежать фазе А, номера катушек второй части (следующие 12 столбцов) – фазе В, номера катушек третьей части (последние 12 столбцов) – фазе С.

Таблица 4

Распределение зубцовых катушек обмотки по фазам

А				В				С			
1			2			3			4		
		5			6			7			
	8				9			10			11
			12			13			14		
		15			16			17			
18				19			20				21
			22			23			24		
		25			26			27			
28				29			30				31
			32			33			34		
	35				36			37			38
			39			40			41		
		42			43			44			
45				46			47				48
			49			50			51		
		52			53			54			

Номера катушек совпадают с последовательной сквозной нумерацией зубцов статора.

Катушки, принадлежащие одной фазе, получают согласное соединение (конец данной катушки соединяется с началом следующей).

Из табл. 4 видно, что расположение катушек верхней и нижней половины таблицы идентично. Поэтому обмотка каждой фазы будет состоять из двух одинаковых частей, которые могут соединяться последовательно или параллельно.

Схема обмотки показана на рис. 14.

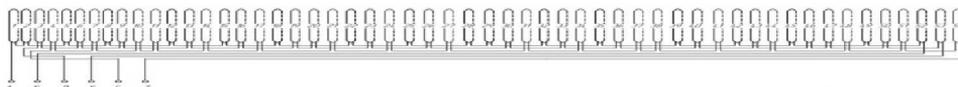


Рис. 14. Схема зубцовой обмотки 3

Формулы (1) и (3) позволяют определить гармонический состав МДС этой обмотки, показанный на рис. 15. Видим, что высшие гармоники с относительно большими амплитудами существенно отдалены от основной гармоники с $\nu = p = 16$. При этом третья гармоника не превышает 25% от основной, а гармоники, кратные шести (6, 12, 18 и т.д.), равны нулю. Максимальные амплитуды чётных гармоник остались на уровне предыдущей обмотки.

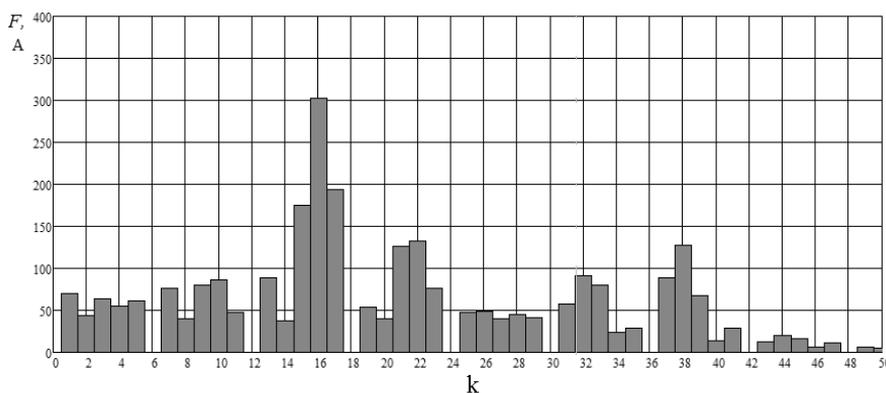


Рис. 15. Гармоники МДС обмотки 3

Зависимость МДС обмотки 3 вдоль окружности расточки статора, полученная с помощью формулы (2), показана на рис. 16.

Видим из рис. 16, что протяжённость соседних полюсных зон различны.

На рис. 17 показано распределение магнитной индукции в воздушных зазорах на поверхностях модулятора при токе статора $I=5$ А, при этом воздушный зазор модулятор–статор составляет 0,5 мм.

Сравним результаты моделирования МР с обмотками 2 и 3. Видим, прежде всего, что эти МР имеют одинаковые главные размеры и коэффициенты редукции на постоянном токе.

Амплитуды основных гармоник МДС, как видно из рис. 10 и 15, соответственно, равны 350 и 300 А. Сами кривые МДС (рис. 11, 16) мало отличаются друг от друга, но количество высших гармоник, соизмеримых с основной гармоникой, больше у обмотки 3. Распределение магнитной индукции в воздушных зазорах (рис. 12, 17) имеет близкий характер.

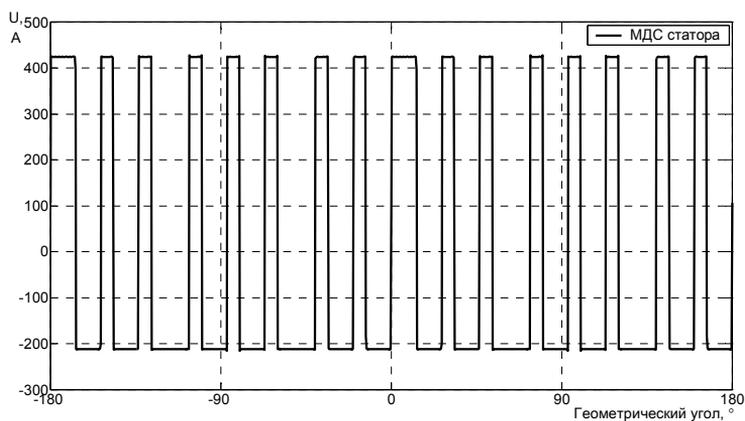


Рис. 16. Распределение МДС обмотки 3 статора

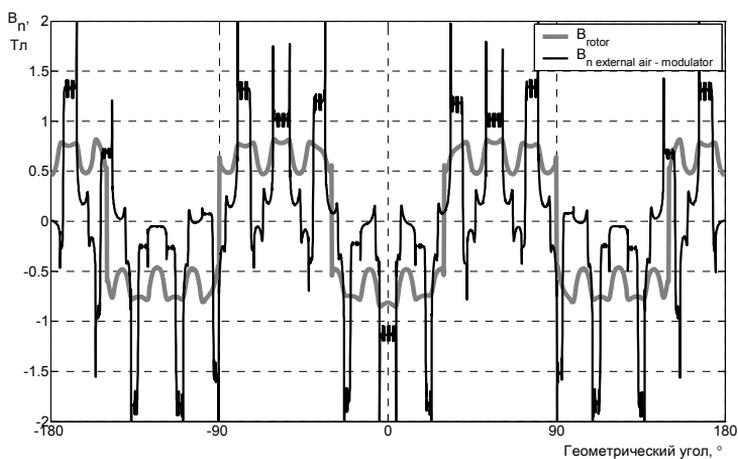


Рис. 17. Распределение нормальной составляющей магнитной индукции на внутренней и наружной поверхностях модулятора

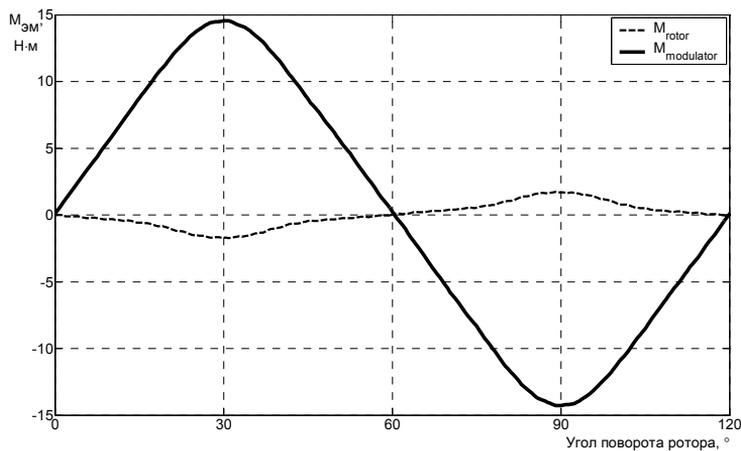


Рис. 18. Электромагнитные моменты роторов

Выводы. 1. Удельные касательные силы роторов МР, как с магнитами, так и с обмоткой на статоре, в предельном режиме (на границе опрокидывания) могут иметь значения (3-4) Н/см², которые характерны для самых крупных электрических машин.

2. При равных значениях предельных (опрокидывающих) моментов вариант МР с постоянными магнитами на статоре требует в 5 раз большей величины МДС по сравнению с необходимой величиной МДС обмотки статора. Эта особенность связана с большим внутренним сопротивлением самих магнитов магнитному потоку. Указанное преимущество обмотки статора может быть реализовано либо при достаточно эффективном её охлаждении, либо при проектировании МР по современным стандартам энергоэффективных электрических машин, допускающим сравнительно низкие плотности тока в проводниках обмотки статора.

3. У нерегулируемых МР электромагнитные моменты возрастут примерно в 3 раза при применении на статоре постоянных магнитов вместо обмотки постоянного тока. Эта разница моментов вызвана ограниченным уровнем допустимого тока в обмотке статора из-за тепловых потерь в её проводниках.

4. Зубцовые обмотки типа 2 ($c = 0,5$) имеют лучшую отстроенность рабочей гармоники от сопутствующих высших гармоник. МР с такими обмотками будут иметь меньший уровень вибрации и шума. При прочих равных условиях эти обмотки по сравнению с обмотками типа 1 имеют больший уровень амплитуды основной гармоники МДС и её постоянство для всех фазных зон.

5. Зубцовые обмотки типов 2 и 3 имеют похожие рабочие свойства, которые несколько превосходят свойства обмотки 1. Главный недостаток этой обмотки – наличие близких по порядку гармоник, имеющих амплитуды, соизмеримые с амплитудой рабочей гармоники. Эта особенность обмотки 1 приводит к появлению осцилляций в кривых электромагнитных моментов роторов МР.

Литература

1. *Алексеева М.М.* Машинные генераторы повышенной частоты. Л.: Энергия, 1967. 344 с.
2. *Альпер Н.Я., Терзян А.А.* Индукторные генераторы. М.: Энергия, 1970. 192 с.
3. *Афанасьев А.А.* Метод сопряжения конформных отображений в задачах электромеханики. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2011. 390 с.
4. *Касик П.Ю.* Тихоходные безредукторные микроэлектродвигатели. Л.: Энергия, 1974. 136 с.
5. *Кравчик А.Э., Шлаф М.М., Афонин В.И., Соболенская Е.А.* Асинхронные двигатели серии 4 А: Справочник. М.: Энергоиздат, 1982. 504 с.
6. *Сергеев П.С.* Электрические машины. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962. 280 с.
7. *Петров Г.Н.* Электрические машины: в 3 ч. Ч. I. Введение. Трансформаторы. М.: Энергия, 1974. 240 с.
8. *Шевченко А.Ф.* Многополюсные синхронные машины с дробными $q < 1$ зубцовыми обмотками с возбуждением от постоянных магнитов // *Электротехника*. 2007. № 9. С. 3–8.
9. *Шумов Ю.Н., Сафонов А.С.* Энергосберегающие электрические машины (обзор зарубежных разработок) // *Электричество*. 2015. № 4. С. 45–55.

АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

ЕФИМОВ ВЯЧЕСЛАВ ВАЛЕРЬЕВИЧ – кандидат технических наук, главный специалист отдела электрических машин, ЗАО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары.

ТОКМАКОВ ДМИТРИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ – технический директор, ЗАО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары.

A. AFANASYEV, V. EFIMOV, D. TOKMAKOV
MULTI-POLAR TOOTH THREE-PHASE WINDINGS
FOR ADJUSTABLE MAGNETIC GEAR

Key words: types and schemes of tooth windings of magnetic reducer, harmonic composition of MMF windings, calculation of magnetic field by method of conjugation of conformal mappings, electromagnetic moments of rotors.

The Magnetic reducers (MR) have air gaps in which the magnetic field contains a large number of poles. In magnetic reducers with adjustable reduction ratio (AMR), a multipole magnetic field is created by an alternating-current winding (usually three-phase) powered from a static frequency converter. Because of the limited number of stator core slots of the AMR, the winding coils have to be placed on each tooth of the core. The above windings are named the concentrated or tooth windings (in contrast to classical distributed windings). Because of their producibility, the tooth windings are becoming increasingly common in electric machines. There are three types of these windings: 1) the number z of stator teeth is close to the number of poles $2p$; 2) the number of slots per pole and phase $q = 0,5$; 3) the number of slots per pole and phase $q < 0,5$ and $0,5 < q < 1$. The tooth windings of type № 2 (with $q = 0,5$) have a better tuning of the fundamental harmonic from the associated higher harmonics. The MR with these windings will have a lower level of vibration and noise. All other conditions being equal, in comparison with windings of type № 1, these windings have a greater level of the amplitude of the fundamental harmonic of the MMF and its constancy for all phase zones. The spindle windings of types № 2 and № 3 have similar working properties, which slightly exceed the properties of the winding № 1. The main disadvantage of winding № 1 is the presence of the similar in order harmonics, having amplitudes commensurate with the amplitude of the fundamental harmonic. This feature of type № 1 winding leads to the appearance of oscillations in the curves of the electromagnetic moments of the MR rotors. At equal values of limiting (overturning) moments, the version of MR with permanent magnets on the stator requires 5 times the value of the MMF in comparison with the required value of the MMF of the stator winding. This feature is due to the large internal resistance of the magnets themselves to the magnetic flux. This advantage of the stator winding can be realized either by sufficiently effective cooling of the stator winding, or by designing the MR according to modern standards of energy efficient electric machines that allow for relatively low current densities in the conductors of the stator winding.

References

1. Alekseyeva M.M. *Mashinnyye generatory povyshennoy chastoty* [Machine generators of increased frequency]. Leningrad, Energiya Publ., 1967, 344 p.
2. Alper N.Ya., Terzyan A.A. *Induktornyye generatory* [Inductor generators]. Moscow, Energiya Publ., 1970, 192 p.
3. Afanas'yev A.A. *Metod sopryazheniya konformnykh otobrazheniy v zadachakh elektromekhaniki* [The method of conjugation of conformal mappings in problems of electromechanics]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2011, 390 p.

4. Kasik P.Yu. *Tikhokhodnyye bezreduktornyye mikroelektrodivigateli* [Low-speed gearless electric micromotors]. Leningrad, Energiya Publ., 1974, 136 p.
5. Kravchik A.E., Shlaf M.M., Afonin V.I., Sobolenskaya Ye.A. *Asinkhronnyye dvigateli serii 4 A: Spravochnik* [Asynchronous motors of 4A series: Reference-book]. Moscow, Energoizdat Publ., 1982, 504 p.
6. Sergeyev P.S. *Elektricheskiye mashiny* [Electric machines]. Moscow-Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1962, 280 p.
7. Petrov G.N. *Elektricheskiye mashiny: v 3 ch. Ch. I. Vvedeniye. Transformatory* [Electric machines in three books. Part I. Introduction. Transformers]. Moscow, Energiya Publ., 1974, 240 p.
8. Shevchenko A.F. *Mnogopol'yusnyye sinkhronnyye mashiny s drobnymi $q < 1$ zubtsovymi obmotkami s vzbuzhdeniyem ot postoyannykh magnitov* [Multipole synchronous machines with fractional $q < 1$ tooth windings with excitation from permanent magnets]. *Elektrotehnika* [Electrical Engineering], 2007, no 9, pp. 3–8.
9. Shumov Yu.N., Safonov A.S. *Energoberegayushchiye elektricheskiye mashiny (obzor zarubezhnykh razrabotok)* [Energy-saving electrical machines (review of foreign developments)]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2015, no 4, p. 45–55.

AFANASYEV ALEXANDER – Doctor of Technical Sciences, Professor of Management and Computer Science in Technical Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (afan39@mail.ru).

EFIMOV VYACHESLAV – Candidate of Technical Sciences, Chief Specialist of the Department of Electrical Machines, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary.

TOKMAKOV DMITRY – Technical Director, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary.

Формат цитирования: *Афанасьев А.А., Ефимов В.В., Токмаков Д.А.* Многополюсные зубцовые трёхфазные обмотки для регулируемого магнитного редуктора // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 5–23.

УДК 621.31: 658.588.2:53.082.4
ББК 32.873

А.В. БЫЧКОВ, Л.А. СЛАВУТСКИЙ

ВОЗМОЖНОСТИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ОБРАБОТКИ ИМПУЛЬСНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ ПРИ БЕСКОНТАКТНОМ ВИБРОКОНТРОЛЕ ОБОРУДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ

Ключевые слова: виброконтроль, электрооборудование, ультразвук, импульсные измерения, корреляционная обработка, спектральный анализ.

Показана возможность использования импульсного ультразвукового (УЗ) зондирования для задач вибродиагностики силового электрооборудования. Представлена и описана схема измерительной установки, а также алгоритм корреляционной обработки импульсных УЗ сигналов при активном, с использованием импульсного зондирования, вибрационном контроле. Проведены оценки пределов применимости бесконтактного ультразвукового способа измерения уровня вибраций. Предлагается алгоритм корреляционной и спектральной обработки сигналов при использовании эталонных линейно-частотно-модулированных импульсов. На его основе показана возможность использования импульсных ультразвуковых измерений для активного вибрационного контроля. На примере широко распространенной в ультразвуковых измерениях несущей частоты акустических сигналов 40 кГц представлены примеры обработки импульсных УЗ сигналов при рассеянии на объекте с частотой вибраций 100 Гц и 10 кГц. Показано, что алгоритмы корреляционной и спектральной обработки импульсных сигналов должны отличаться для контроля высокочастотных (единицы и десятки кГц) и низкочастотных (единицы и десятки Гц) вибраций. Для контроля низкочастотных вибраций предложен новый алгоритм обработки сигнала, который основан на анализе изменения формы взаимной корреляционной функции фазомодулированного принимаемого УЗ и эталонного сигнала. Предлагаемый подход позволяет создавать для виброконтроля электрооборудования адаптивные алгоритмы зондирования и обработки сигналов. Это дает практическую возможность измерения вибраций в диапазоне от единиц герц до десятков килогерц.

Контроль уровня вибраций (вращающихся электрических машин, трансформаторов, аппаратов) занимает значительное место в диагностике и мониторинге состояния электрооборудования. Вибродиагностика позволяет выявить разные типы дефектов и нештатных режимов работы оборудования: электродинамические воздействия при перегрузке оборудования; расслоение магнитопроводов и распрессовка обмоток; механические ослабления элементов конструкции; несоосность, изгибы валов генераторов и турбин; небаланс масс ротора; дефекты подшипников и т.д. [1, 6, 8–10, 17, 18, 20]. Вибродиагностирование проводится с помощью методов неразрушающего контроля. Для разных способов получения вибросигналов используются различные типы датчиков, которые являются основополагающей составляющей частью аппаратуры вибрационного контроля [11, 14–16]. Существует два принципа измерения: динамический и кинематический [4].

Динамический принцип измерения реализуется в датчиках инерционного действия. При этом измеряются абсолютные значения параметров вибрации исследуемых объектов. Как правило, это контактные датчики, которые нахо-

дятся в непосредственном соприкосновении с механизмом. Данный тип преобразователей делят на два класса: генераторные и параметрические [4]. Первые преобразуют колебания в электрический сигнал. Вторые под воздействием колебаний изменяют электрические параметры цепей: индуктивности, емкости, сопротивления. Наибольшее распространение среди контактных датчиков получили пьезоэлектрические датчики [12, 13]. Одним из основных факторов, ограничивающих применение пьезоэлектрических датчиков, является температура, при которой они эксплуатируются. При превышении определённого предела температуры пьезоэлектрический элемент теряет свои свойства или выходит из строя. Кроме того, пьезоэлектрические элементы датчиков чаще всего не обеспечивают необходимую чувствительность в широкой полосе частот. Прежде всего это относится к низкочастотным колебаниям [13].

Кинематический принцип измерения используется в бесконтактных датчиках. Они подразделяются на группы, согласно физическим принципам, используемым для их работы: магнитные, радиоволновые, оптические, электромагнитные, акустические [3, 16]. Наибольшей чувствительностью и селективностью обладают оптические (лазерные) методы виброконтроля, имеющие, однако, ограничения по условиям применения [19].

Акустические (в том числе ультразвуковые) методы вибрационного контроля чаще всего основаны на пассивных измерениях уровня шума оборудования в разных условиях и режимах [8]. Такие измерения не обладают селективностью – не дают непосредственной информации о месте и амплитуде вибраций. Необходим сравнительный анализ структуры шумовых сигналов и априорная информация об источнике шума (например, износ подшипников) [4, 8].

Перечисленные методы диагностики и контроля могут использоваться комплексно и дополнять друг друга [8].

В настоящей работе предлагаются схема измерений и алгоритм корреляционной обработки импульсных ультразвуковых (УЗ) сигналов при активном (при помощи импульсного зондирования) вибрационном контроле.

Методика виброконтроля. Структурная схема измерений и моделирования УЗ системы вибрационного контроля показана на рис. 1.

Отражение ультразвука происходит от вибрирующей с частотой f_V поверхности. В генераторе (Г) формируются пакеты УЗ импульсов с частотой 40 кГц. Акустическая волна излучается ультразвуковым преобразователем (УЗП), отражается от стенки и принимается вторым преобразователем. Электрический сигнал с выхода приёмного УЗП подается на смеситель (С), на второй вход которого подается линейно-частотно-модулированный (ЛЧМ) эталонный сигнал. В интеграторе (И) вычисляется взаимная корреляционная функция (ВКФ) принимаемого частотно-(фазово)-модулированного сигнала с эталонным ЛЧМ сигналом. Спектральная обработка производится в спектральном анализаторе (СА). Цифровая система формирования и обработки сигналов может быть реализована на программируемой логической интегральной схеме (ПЛИС). Соответствующие программно-аппаратные средства апробированы ранее в УЗ уровнемере [5] и при контроле газовых потоков [2]. Обработка сигналов по предлагаемому алгоритму может проводиться как цифровыми, так и аналоговыми средствами.

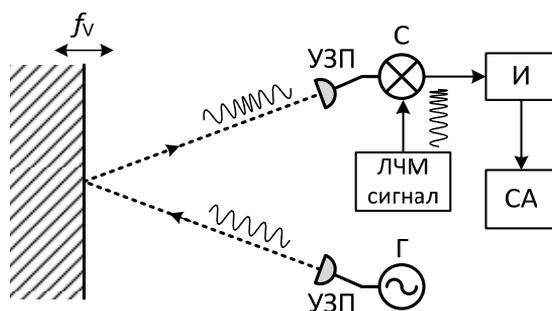


Рис. 1. Схема измерений и обработки сигналов

Моделирование и обработка сигналов. В простейшем случае лучевого приближения и гармонического закона колебаний отражающей поверхности сигнал в приемном УЗП может быть описан следующей формулой:

$$S(t) = A(t) \cdot \sin\left(\omega\left(t - \frac{2(L - \delta \cdot \sin(\omega_V t))}{c}\right)\right), \quad (1)$$

где $A(t)$ – временная огибающая УЗ импульса; ω – циклическая частота исходного сигнала; ω_V – циклическая частота колебаний поверхности $\omega_V = 2\pi f_V$; c – скорость звука; L – расстояние вдоль луча до поверхности; δ – проекция амплитуды колебаний поверхности на направление луча.

Непрерывный УЗ сигнал с постоянной амплитудой A_0 и начальной фазой можно разложить в ряд по гармоническим составляющим:

$$S(t) = A_0 \cos(\omega t + \alpha \sin(\omega_V t)) = A_0 [I_0(\alpha) \cos(\omega t) - I_1(\alpha) \cos((\omega - \omega_V)t) + I_1(\alpha) \cos((\omega + \omega_V)t) + I_2(\alpha) \cos((\omega - 2\omega_V)t) + I_2(\alpha) \cos((\omega + 2\omega_V)t) - \dots], \quad (2)$$

где α – глубина фазовой модуляции, определяется скоростью звука, амплитудой вибраций и углом отражения; $I_n(\alpha)$ – функции Бесселя порядка n , которые хорошо известны в теории специальных функций и табулированы в большинстве справочников.

Из (2) следует, что в спектре модулированного по фазе сигнала присутствуют боковые составляющие на частотах $\omega \pm n\omega_V$ с амплитудами $I_n(\alpha)$, где $n = 1, 2, \dots$

На рис. 2 показана взаимная корреляционная функция (ВКФ) сигнала в приемном УЗП и ЛЧМ сигнала (а), а также спектр этой функции (б). Длительность излучаемого и эталонного сигнала 10 мс.

Частота колебаний отражающей поверхности – 1 кГц. ВКФ имеет ярко выраженную модуляцию, и, как следствие, ее спектр в области основной частоты имеет боковые пики. Соотношение амплитуд в спектре рис. 2, б соответствует заданной амплитуде вибраций 1 мм.

Корреляционная обработка, предшествующая получению спектра сигнала, позволяет повысить точность определения амплитуды и частоты вибраций за счет подавления шумовых помех в приемном тракте. Однако диапазон частот при виброконтроле в данном случае ограничен соотношением периода

вибраций и длительности УЗ импульса. Точность измерений быстро понижается с уменьшением частоты вибраций и длительности зондирующих импульсов. Для контроля низкочастотных вибраций алгоритм измерений должен строиться на других принципах.

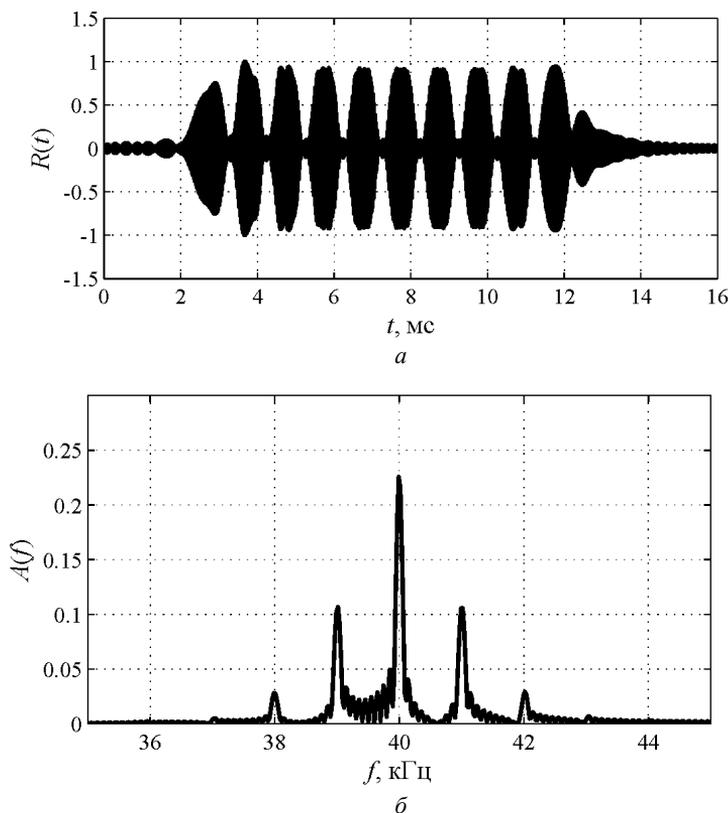


Рис. 2. ВКФ приемного сигнала и ЛЧМ сигнала эталона (а) и её спектральная плотность (б).
 Девиация частоты эталонного сигнала – 40 ± 2 кГц

Минимальная длительность импульсов, возбуждаемых резонансными УЗП, соответствует десяткам периодов несущей УЗ волны. Для частоты 40 кГц длительность импульса составляет порядка 1 мс [2]. В этом случае для частоты вибраций $f_V \ll 1$ кГц выделить характерные биения ВКФ (см. рис. 2) и оценить с необходимой точностью ее спектр затруднительно. Однако оценить фазовые сдвиги в отраженном от вибрирующей поверхности сигнале можно по искажению формы ВКФ, в частности, по изменению положения ее центра тяжести (рис. 3) [2]:

$$t_c = \frac{\int t \cdot W'(t) dt}{\int W'(t) dt}$$

где $W'(t)$ – огибающая мощности ВКФ.

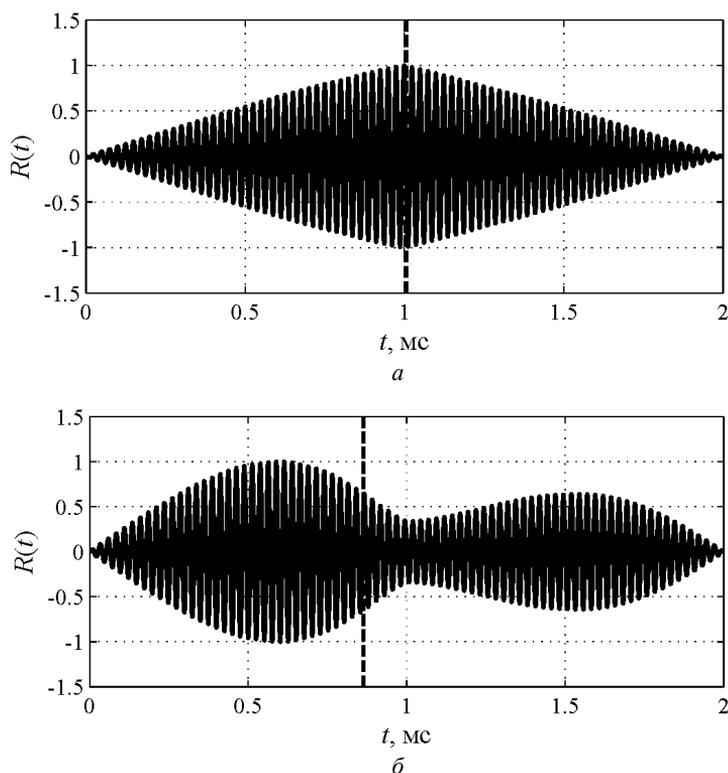


Рис. 3. ВКФ приемного сигнала и ЛЧМ эталонного сигнала и её центр тяжести (пунктир):
 при минимальной (а) и максимальной (б) частотной расстройке.
 Длительность – 1 мс, девиация частоты эталонного сигнала – $40 \pm 0,2$ кГц

Такой подход, при вычислении ВКФ с эталонным ЛЧМ сигналом обладает высокой чувствительностью к частотно-фазовой модуляции сигнала в приемном УЗП и позволяет оценить изменение фазы даже при частотах вибраций в единицы Гц (искажение ВКФ зависит от амплитуды вибраций).

На рис. 3 показаны изменение формы ВКФ и смещения ее «центра тяжести» при длительности импульса 1 мс, частоте вибраций 100 Гц и амплитуде 1 мм. Изменение формы ВКФ позволяет получить информацию о фазе колебаний поверхности в каждый момент времени. Соответственно, при низких частотах вибраций измерение их частоты и амплитуды может производиться дискретно, при помощи периодического импульсного зондирования.

На рис. 4 приведены результаты моделирования временного положения «центра тяжести» ВКФ при плавном временном изменении фазы колебаний отражающей поверхности и спектр этой зависимости. Параметры вибраций и УЗ сигналов соответствуют рис. 3.

При низких частотах вибраций зависимость (рис. 4, а) может быть восстановлена по дискретным измерениям, частота которых соответствует частоте зондирующих УЗ импульсов. В остальном анализ параметров вибраций может производиться аналогично вибрациям на высоких частотах (см. рис. 2).

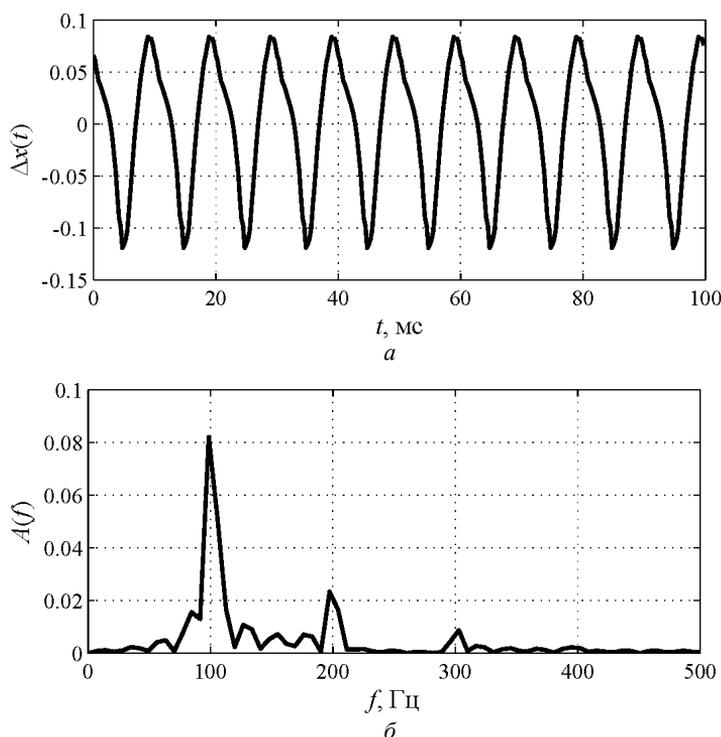


Рис. 4. Зависимость положения «центра тяжести» ВКФ от времени (а) и спектр этой зависимости (б)

Выводы. Предлагаемая методика вибрационного контроля основана на корреляционной и спектральной обработке импульсных УЗ сигналов. Активное зондирование вибрирующей поверхности предполагает возможность изменения угла отражения и длительности зондирующих импульсов. Это потенциально позволяет контролировать вибрации в диапазоне частот от единиц герц до десятков килогерц. Чувствительность измерений зависит от соотношения между частотой и амплитудой вибраций: в высокочастотной области этого диапазона ($f_V > 10$ кГц) высокая скорость колебаний отражающей поверхности позволяет регистрировать вибрации амплитудой от единиц микрон [7]. Для повышения точности измерений амплитуды и частоты вибраций импульсный режим позволяет создавать адаптивные алгоритмы зондирования и обработки УЗ сигналов.

Литература

1. Быстрицкий Г.Ф., Кудрин Б.И. Выбор и эксплуатация силовых трансформаторов. М.: Академия, 2003. 176 с.
2. Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Славутский Л.А. Цифровая фазовая модуляция и корреляционная обработка ультразвуковых сигналов для импульсных измерений в неоднородной среде // Приборы и техника эксперимента. 2018. № 3. С. 114–119.
3. Журавлев О.А., Шапошников Ю.Н., Ивченко А.В. Лазерная виброметрия механических конструкций. Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. 72 с.
4. Костюков В.Н. Основы виброакустической диагностики и мониторинга машин. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2011. 360 с.

5. Костюков А.С., Славутский Л.А. Разрешающая способность ультразвукового уровнемера с цифровой обработкой ЛЧМ сигнала // Вестник Чувашского университета. 2008. № 2. С. 272–275.
6. Матюшкова О.Ю., Тэттер В.Ю. Современные методы виброакустического диагностирования // Омский научный вестник. 2013. С. 294–299.
7. Николаев А.А., Славутский Л.А. Дистанционный контроль ультразвуковых магнитострикционных преобразователей противонакипных устройств // Вестник Чувашского университета. 2008. № 2. С. 228–232.
8. Русов В.А. Диагностика дефектов вращающегося оборудования по вибрационным сигналам. Пермь: ДимРус, 2012. 200 с.
9. Русов В.А. Обзор вибрационных методов и технических средств, предназначенных для диагностики подшипников качения // Главный энергетик. 2009. № 1. С. 56–59.
10. Русов В.А. Общий обзор отечественных приборов вибрационного контроля // Главный энергетик. 2009. № 7. С. 16–19.
11. Фрайден Дж. Современные датчики. Справочник. М.: Техносфера, 2005. 592 с.
12. Шаранов В.М., Мусиенко М.П., Шаранова Е.В. Пьезоэлектрические датчики. М.: Техносфера, 2006. 632 с.
13. Янич В.В. Пьезоэлектрические виброизмерительные преобразователи. Т. 7. Пьезоэлектрическое приборостроение. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2010. 304 с.
14. Bartoletti C., Desiderio M., Carlo D.Di., Fazio G., Muzi F., Sacerdoti G., Salvatori F. Vibro-acoustic techniques to diagnose power transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2004, no. 19, pp. 221–229.
15. Ben-Yosef N., Ginio O., Weitz A. Measurement and analysis of mechanical vibrations by means of optical heterodyning techniques. *Journal of physics E: Scient. Instruments*, 1974, no. 7, p. 218.
16. Cristallia C., Paoneb N., Rodriguez R.M. Mechanical fault detection of electric motors by laser vibrometer and accelerometer measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, no. 20, pp. 1350–1361.
17. Kang P., Birtwhistle D. Condition monitoring of power transformer on-load tap-changers. *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, 2001, no. 148, pp. 301–306.
18. Rivas E., Burgos J.C., Garcia-Prada J.C. Condition Assessment of Power OLTC by Vibration Analysis Using Wavelet Transform. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2009, no. 24, pp. 687–694.
19. Sapozhnikov O.A., Morozov A.V., Cathignol D. Piezoelectric transducer surface vibration characterization using acoustic holography and laser vibrometry. Proc. IEEE Int. Ultrasonics and UFFC 50th Anniv. Joint Conf., 2004, vol. 1, pp. 161–164.
20. Tavner P.J. Review of condition monitoring of rotating electrical machines. *IET Electric Power Applications*, 2008, no. 2, pp. 215–247.

БЫЧКОВ АНАТОЛИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (bav.xlab@gmail.com).

СЛАВУТСКИЙ ЛЕОНИД АНАТОЛЬЕВИЧ – доктор физико-математических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (las_co@mail.ru).

A. BYCHKOV, L. SLAVUTSKI
CAPABILITIES OF CORRELATION PROCESSING
OF PULSE ULTRASONIC SIGNALS
FOR NONCONTACT VIBRATION CONTROL
OF ELECTRIC POWER INDUSTRY EQUIPMENT

Key words: vibration control, electric power equipment, ultrasound, pulse measurement, correlation processing, spectral analysis.

The possibility of using pulsed ultrasonic probing for the vibration diagnostics of electric power equipment is shown. The scheme of the measuring device is presented and described. The algorithm of correlation processing of pulsed ultrasonic signals with active vibration

control is presented. The limits of applicability of a non-contact ultrasonic method for measuring the level of vibrations are estimated. An algorithm for correlation and spectral processing of signals using reference linear chirp pulses is proposed. Based on this, the possibility of using pulsed ultrasonic measurements for active vibration control is shown. Examples of processing pulsed ultrasonic signals in the case of scattering at an object with a vibration frequency of 100 Hz and 10 kHz are presented based on the carrier frequency of acoustic signals of 40 kHz, widely used in ultrasonic measurements. It is shown that the algorithms for correlation and spectral processing of pulsed signals should differ for controlling high-frequency (units and dozens of kHz) and low-frequency (units and dozens of Hz) vibrations. To control low-frequency vibrations, a new algorithm for signal processing is proposed. It is based on the analysis of changing the shape of the cross-correlation function of the phase-modulated received signal and the reference signal. The proposed approach makes it possible to create adaptive probing and signal processing algorithms for vibration control of electric power equipment. This gives a practical possibility to measuring vibrations in the range from units of hertz to dozens of kilohertz.

References

1. Bystritskii G.F., Kudrin B.I. *Vybor i ekspluatatsiya silovykh transformatorov* [Selection and operation of power transformers]. Moscow, Akademiya Publ., 2003, 176 p.
2. Bychkova I.Yu., Bychkov A.V., Slavutskii L.A. *Tsifrovaya fazovaya modulyatsiya i korrelyatsionnaya obrabotka ul'trazvukovykh signalov dlya impul'snykh izmerenii v neodnorodnoi srede* [Digital phase modulation and correlation processing of ultrasound signals for pulsed measurements in an inhomogeneous medium]. *Pribory i tekhnika eksperimenta* [General experimental techniques], 2018, no. 3, pp. 114–119.
3. Zhuravlev O.A., Shaposhnikov Yu.N., Ivchenko A.V. *Lazernaya vibrometriya mekhanicheskikh konstruktssii* [Laser vibrometry of mechanical structure]. Samara, Samara State Aerospace University Publ., 2006, 72 p.
4. Kostyukov V.N. *Osnovy vibroakusticheskoi diagnostiki i monitoringa mashin* [Fundamentals of machinery vibroacoustic analysis and monitoring]. Omsk, Omsk State Technical University Publ., 2011, 360 p.
5. Kostyukov A.S., Slavutskii L.A. *Razreshayushchaya sposobnost' ul'trazvukovogo urovnera s tsifrovoi obrabotkoi LChM signala* [Resolution of ultrasonic levelmeters with digital processing of linear chirp signal]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2008, no. 2, pp. 272–275.
6. Matyushkova O.Yu., Tetter V.Yu. *Sovremennye metody vibroakusticheskogo diagnostirovaniya* [Modern methods of vibroacoustic diagnostics]. *Omskii nauchnyi vestnik*, 2013, pp. 294–299.
7. Nikolaev A.A., Slavutskii L.A. *Distsionnyi kontrol' ul'trazvukovykh magnitostriksionnykh preobrazovatelei protivonakipnykh ustroystv* [Remote control of ultrasonic magnetostriuctive transducers for scale distortion devices]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2008, no. 2, pp. 228–232.
8. Rusov V.A. *Diagnostika defektov vrashchayushchegosya oborudovaniya po vibratsionnym signalam* [Diagnosis of defects in rotating equipment by vibration signals]. Perm, DimRus Publ., 2012, 200 p.
9. Rusov V.A. *Obzor vibratsionnykh metodov i tekhnicheskikh sredstv, prednaznachennykh dlya diagnostiki podshipnikov kacheniya* [Overview of vibration methods and technical means intended for the diagnosis of rolling bearings]. *Glavnyi energetik* [Chief power engineer], 2009, no. 1, pp. 56–59.
10. Rusov V.A. *Obshchii obzor otechestvennykh priborov vibratsionnogo kontrolya* [General overview of domestic vibration control devices]. *Glavnyi energetik* [Chief power engineer], 2009, no. 7, pp. 16–19.
11. Fraiden Dzh. *Sovremennye datchiki. Spravochnik*. [Modern sensors. Handbook]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2005, 592 p.
12. Sharapov V.M., Musienko M.P., Sharapova E.V. *P'ezoelektricheskie datchiki* [Piezoelectric sensors]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2006, 632 p.
13. Yanich V.V. *P'ezoelektricheskie vibroizmeritel'nye preobrazovateli. T. 7. P'ezoelektricheskie priboroostroenie* [Piezoelectric vibration measuring converters. Vol. 7. Piezo-electric instrument making]. Rostov, 2010, 304 p.
14. Bartoletti C., Desiderio M., Carlo D.Di., Fazio G., Muzi F., Sacerdoti G., Salvatori F. *Vibro-acoustic techniques to diagnose power transformers. IEEE Transactions on Power Delivery*, 2004, no. 19, pp. 221–229.

15. Ben-Yosef N., Ginio O., Weitz A. Measurement and analysis of mechanical vibrations by means of optical heterodyning techniques. *Journal of physics E: Scient. Instruments*, 1974, no. 7, p. 218.
16. Cristallia C., Paoneb N., Rodríguez R.M. Mechanical fault detection of electric motors by laser vibrometer and accelerometer measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, no. 20, pp. 1350–1361.
17. Kang P., Birtwhistle D. Condition monitoring of power transformer on-load tap-changers. *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, 2001, no. 148, pp. 301–306.
18. Rivas E., Burgos J.C., Garcia-Prada J.C. Condition Assessment of Power OLTC by Vibration Analysis Using Wavelet Transform. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2009, no. 24, pp. 687–694.
19. Sapozhnikov O.A., Morozov A.V., Cathignol D. Piezoelectric transducer surface vibration characterization using acoustic holography and laser vibrometry. Proc. IEEE Int. Ultrasonics and UFFC 50th Anniv. Joint Conf., 2004, vol. 1, pp. 161–164.
20. Tavner P.J. Review of condition monitoring of rotating electrical machines. *IET Electric Power Applications*, 2008, no. 2, pp. 215–247.

BYCHKOV ANATOLY – Post-Graduate Student of Department of Electrical and Electronic Apparatuses Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (bav.xlab@gmail.com).

SLAVUTSKII LEONID – Doctor of Physics and Mathematical Sciences, Professor of Automation and Management in Technical Systems Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (las_co@mail.ru).

Формат цитирования: Бычков А.В., Славутский Л.А. Возможности корреляционной обработки импульсных ультразвуковых сигналов при бесконтактном виброконтроле оборудования электроэнергетики // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 24–32.

УДК 621.318.3
ББК 3264.36-052

Е.Г. ВАСИЛЬЕВ, И.П. ИВАНОВ, Д.В. САМУИЛОВ, Г.П. СВИНЦОВ

ОБОБЩЕННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КЛАПАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТОВ МОДУЛЬНЫХ КОНТАКТОРОВ

Ключевые слова: клапанные электромагниты, модульные контакторы, обобщенные характеристики, усовершенствованный метод участков, безразмерная магнитно-движущая сила (МДС), безразмерная электромагнитная сила, расчетные зависимости.

Приведено описание отличительных особенностей конструкций электромагнитов модульных контакторов. Изложена общая методика расчета обобщенных нагрузочных и тяговых характеристик приводных электромагнитов, суть которой заключается в представлении уравнений этих характеристик в параметрической форме через напряженность магнитного поля и в решении этих уравнений методами вычислительного эксперимента и теории подобия. Предложен усовершенствованный метод расчета магнитной цепи по участкам, отличающийся упрощенной процедурой вычислений «снизу-вверх». Получены обобщенные безразмерные функции МДС обмотки и электромагнитной силы электромагнитов модульных контакторов. Для оценки точности полиномиальных моделей произведены расчеты магнитной системы по методу участков и обобщенным характеристикам. Показано, что расхождение результатов расчета магнитной системы не превышает 10%. Расчеты показывают возможность определения электромагнитной силы электромагнита модульного контактора при любом сочетании семейства геометрических размеров. В качестве примера приведены предварительные результаты расчета электромагнита модульного контактора на номинальный ток 63 А. Отмечено, что уточненную методику получения обобщенных магнитных характеристик и усовершенствованный метод расчета по участкам рекомендуется использовать при проектировании электромагнитов постоянного тока других типов.

В системах и устройствах управления и защиты потребителей электрической энергии широко применяются низковольтные электромагнитные контакторы, которые крепятся пружинными защелками на DIN-рейки. Их устанавливают, как правило, внутри щитов и комплектных устройств модульной конструкции и условно принято называть модульными. Основными достоинствами устройств на базе модульных аппаратов, определяющими их распространенность и перспективу, являются простота монтажа и замены и возможность реализовать практически все востребованные функции управления, защиты и автоматики для различных систем.

На российском рынке в основном предлагаются модульные контакторы (МК), разработанные и изготовленные ведущими зарубежными компаниями: Schneider Electric, ABB и Siemens. Также присутствуют МК под российским брендом, например, типа КМ компании ЕКФ, которые, как правило, воспроизведены в Китае по образцам европейских компаний. Все МК имеют единые габаритные и установочные размеры, по ширине кратные 18 мм.

В МК применяются электромагниты (ЭМ) разных типов [5]. Наиболее просты по конструкции МК на основе клапанного ЭМ постоянного тока, эс-

к из которого с указанием основных элементов и геометрических размеров приведен на рис. 1. Их отличительные особенности:

- электромагниты МК (ЭММК) на разные номинальные токи и количества контактов отличаются между собой в основном по ширине сердечника $b_c = b + 2r$ и скобы $b_{ск}$, при этом высота сердечника h_c остается практически неизменной;

- сердечники выполнены без шляпки и имеют сечение, превышающее сечение скобы (почти вдвое).

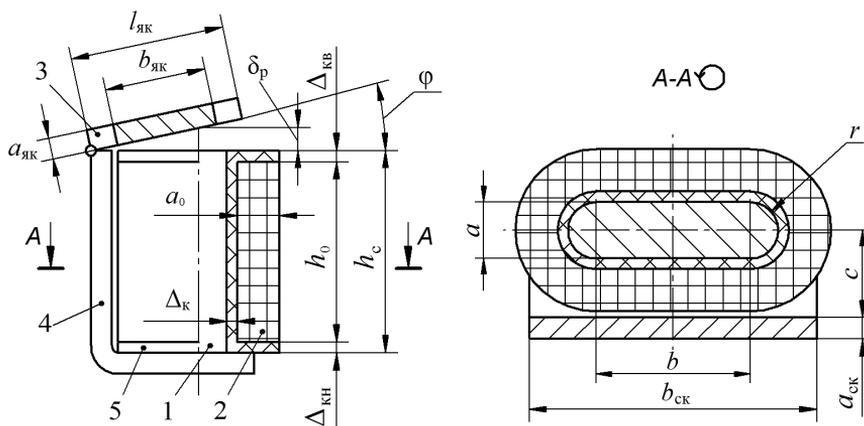


Рис. 1. Эскиз клапанного электромагнита модульного контактора:
1 – сердечник, 2 – обмотка, 3 – якорь, 4 – скоба (магнитопровод), 5 – каркас

В настоящее время отсутствуют МК российской разработки, а также публикации по методике проектирования ЭММК. Поэтому разработка электромагнитных характеристик ЭММК, которые должны составить основу создания российских импортозамещающих МК, является актуальной задачей.

Существующие методики проектирования ЭМ постоянного тока [1, 3–7, 11–13] разработаны применительно к классическим клапанным ЭМ и не учитывают закономерности распределения магнитных потоков и характер насыщения магнитопровода, определяемые указанными отличительными особенностями конструкций ЭММК.

Проектирование ЭММК с учетом их особенностей достаточно вести, используя их статические характеристики, так как к ним не предъявляются особые требования по быстродействию. Основными статическими характеристиками ЭМ являются [8]:

- нагрузочная характеристика: зависимость электромагнитной силы $P_{эм}$ (электромагнитного момента $M_{эм}$) от МДС обмотки F для фиксированного положения якоря ЭМ, т.е. при неизменном рабочем зазоре δ_p ;

- тяговая характеристика: зависимость силы $P_{эм}$ (момента $M_{эм}$) от зазора δ_p при постоянном значении МДС обмотки F .

Вместо зазора δ_p может быть использован соответствующий ему угол поворота якоря φ .

Тяговая характеристика получается из семейства нагрузочных характеристик при $F = \text{const}$. Поэтому исходным расчетным этапом проектирования ЭМ является определение нагрузочных характеристик. В общем случае МДС обмотки F и сила $P_{\text{эм}}$ зависят от большого числа геометрических параметров и магнитного состояния магнитопровода, имеющего сложную форму кривой намагничивания, и изменяются в широких пределах, что затрудняет их обобщенное математическое описание.

Из всех известных методик расчета обобщенных нагрузочных и тяговых характеристик приводных ЭМ [6, 7, 9, 12] получила распространение методика, основанная на параметрическом способе описания этих характеристик [2]. Суть этой методики заключается в определении нагрузочной характеристики в параметрической форме, в которой за общий параметр принята напряженность (индукция) магнитного поля и основные функции представлены в безразмерном виде:

$$F = F_{\text{баз}} \cdot F_* (H(B, B_m)) \Big|_{\{x_i\}, \delta_j^*}; \quad (1)$$

$$P_{\text{эм}} = P_{\text{баз}} \cdot P_* (H(B, B_m)) \Big|_{\{x_i\}, \delta_j^*}, \quad (2)$$

где $F_{\text{баз}} = B_m \cdot l_{\text{баз}} / \mu_0$ и $P_{\text{баз}} = B_m^2 \cdot l_{\text{баз}}^2 / 2\mu_0$ – базисные значения МДС обмотки F и электромагнитной силы $P_{\text{эм}}$, соответственно; B_m – магнитная индукция, усредненная по сечению участка магнитопровода, наиболее нагруженного магнитным потоком; $l_{\text{баз}}$ – базисный размер ЭМ, в наибольшей степени влияющий на магнитные характеристики, т.е. наиболее значимый размер ЭМ; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная вакуума; $F_* (H(B, B_m)) \Big|_{\{x_i\}, \delta_j^*}$ и $P_* (H(B, B_m)) \Big|_{\{x_i\}, \delta_j^*}$ – соответственно, безразмерные значения МДС F и силы $P_{\text{эм}}$ в функции от напряженности магнитного поля H участка магнитной цепи, определенной в зависимости от магнитной индукции B на этом участке, в том числе на участке с максимальным его значением B_m , по кривой намагничивания материала магнитопровода; $\{x_i\}$ – множество кодированных (преобразованных) значений факторов i (геометрических размеров), характеризующих конкретный типоразмер ЭМ; $\delta_j^* = \delta_j / l_{\text{баз}}$, δ_j – фиксированное значение рабочего воздушного зазора δ_p .

Такой подход к математическому описанию позволяет в явной и компактной форме выразить сложные неявные зависимости магнитных характеристик от множества факторов, изменяющихся в широких интервалах (без учета нагрева).

Основные этапы решения уравнений (1) и (2), уточненные по результатам опробования методики ранее при проектировании ЭМ разных типов:

1. По результатам анализа конструкции ЭМ разрабатывается перечень основных размеров и выбирается один из них $l_{\text{баз}}$ (например, диаметр или высота сердечника);

2. На основе кривых намагничивания и относительной магнитной проницаемости μ_r материала магнитопровода (рис. 2) оценивается магнитное состоя-

ние участка или всей магнитной цепи (МЦ) из условия, что индукция B_m больше или меньше граничного значения индукции $B_{гр}$. Для конкретного материала $B_{гр}$ устанавливается из следующих соображений: в процессе работы ЭМ магнитопровод перемагничивается по частной несимметричной петле гистерезиса 3'-3'' (рис. 2, а) [10]. Восходящая часть 3' петли гистерезиса, а у силовых ЭМ также нисходящая часть 3'', практически совпадает с прямой, определяемой величиной угла α_{max} , тангенс которого пропорционален магнитной проницаемости материала. Относительную магнитную проницаемость при расчетах МЦ на участке от нуля до $B_{гр}$ можно принять в достаточно близком приближении постоянной и равной величине $\mu_{r max}$ (рис. 2, б, кривая 4''). Следовательно, кривая намагничивания ЭМ, т.е. зависимость потокоцепления (магнитного потока в рабочем зазоре) от МДС обмоток F , является линейной. Если на каком-либо участке магнитопровода индукция превышает $B_{гр}$ (на 10-20% и более), то магнитная проницаемость μ_r этого участка уменьшается с ростом индукции нелинейно и кривая намагничивания будет нелинейной.

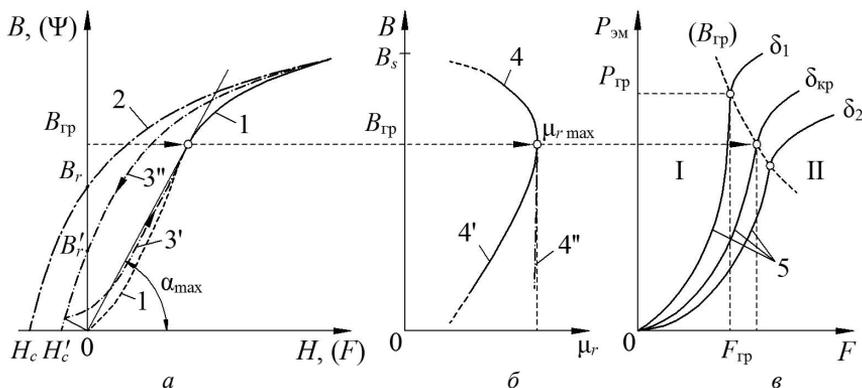


Рис. 2. Кривые намагничивания (а), относительной магнитной проницаемости стали магнитопровода (б) и нагрузочных характеристик (в) электромагнита:

1 – основная кривая намагничивания материала; 2 – нисходящая ветвь предельной симметричной петли гистерезиса (для тороида); 3 – частный цикл магнитного гистерезиса, соответствующий рабочему процессу электромагнита; 4 – кривая относительной магнитной проницаемости; 5 – нагрузочные характеристики при разных значениях рабочего зазора ($\delta_1 < \delta_{кр} < \delta_2$)

Таким образом, при расчетах характеристик конкретного ЭМ в зависимости от его магнитного состояния можно рассматривать его МЦ отдельно как линейную и нелинейную.

3. Расчет нагрузочной характеристики ЭМ по уравнениям (1) и (2) при линейной цепи сводится к определению координат одной точки, а именно – точки, соответствующей $B_m = B_{гр}$.

Для этого находят значения $F_{баз}$, $P_{баз}$, F_* и P_* при индукции $B_m = B_{гр}$ по результатам разового расчета линейной МЦ, например по упрощенной схеме замещения [1], и определяются соответствующие для этой точки значения $F_{гр}$ и $P_{гр}$ (на рис. 2, в показаны для зазора δ_1).

В результате нагрузочная характеристика при фиксированном зазоре δ_j определяется по формуле

$$P_{эм} = P_{гр} \cdot (F / F_{гр})^2. \quad (3)$$

По зависимости (3) изображаются части нагрузочных характеристик в зоне I (рис. 2, в).

Граничные значения индукции $B_{гр}$ основных магнитномягких материалов, применяемых в электромагнитных приводах (сталей 10895, 10850, стали 10, пермендюра 49К2Ф), находятся в диапазоне 0,8–0,95 Тл. Для ЭМ с большими рабочими зазорами (3–5 мм и более) следует принять меньшие значения $B_{гр}$.

На практике, как правило, ЭМ контакторов содержат участки с нелинейной МЦ.

4. При нелинейности МЦ или какого-либо ее участка математическая модель нагрузочных характеристик ЭМ определяется при решении уравнений, входящих в выражения (1) и (2) методами вычислительного эксперимента и теории подобия в такой последовательности:

а) выбираются определяющие факторы (x_i, δ_j^*, B_m) и диапазоны их варьирования (на основе результатов анализа известных и возможных конструкций ЭМ);

б) разрабатывается матрица вычислительного эксперимента;

в) проводятся физические или вычислительные эксперименты по определению численных значений функций цели ($F, P_{эм}$); наиболее эффективными являются вычислительные эксперименты, которые основаны на расчетах ЭМ методами теории полей и теории цепей;

г) полученные результаты представляются в безразмерном виде методами теории подобия;

д) после обработки результатов экспериментов определяются математические зависимости безразмерных МДС обмоток F_* и силы P_* .

5. Координаты какой-либо точки нагрузочной характеристики при заданном значении δ_3 устанавливаются в следующем порядке: при заданном значении $F = F_3$ из уравнения (1) с учетом полученных математических зависимостей F_* находится индукция B_m , а по значению B_m из уравнения (2) – сила $P_{эм}$. Графическое или табличное представление нагрузочных характеристик могут быть получены при фиксированных значениях B_m по тем же уравнениям (1) и (2).

Аналогично определяются тяговые характеристики для заданного множества размеров $\{x_i\}$ и МДС $F = F_3$ по уравнениям (1) и (2) путем исключения B_m :

$$P_{эм} = f(\delta) \Big|_{\{x_i\}, F_3}.$$

Основную расчетную часть изложенной методики составляет определение численных значений МДС F , силы $P_{эм}$ при вычислительных экспериментах на этапе 4, в, где должны быть выполнены расчеты ЭМ. Эти расчеты могут быть основаны как на методах теории цепей, так и на методах теории полей, общий

анализ которых приведен в [4]. Примеры использования методов теории полей при вычислительных экспериментах рассмотрены в [1]. Практический интерес при проектировании оптимизированных ЭМ представляют методы теории цепей, которые отличаются простотой, доступностью и достаточной для практики точностью (в пределах 5–15%) [7, 12]. Наиболее распространенным из них является метод расчета по участкам, которому присущи также наглядность, возможность более детального учета магнитного состояния магнитопровода и потоков рассеяния, что позволяет повысить точность расчетов.

Фиксированное значение индукции B_m в основании сердечника ЭМ, необходимое для выполнения вычислительного эксперимента, при традиционных подходах метода расчета по участкам может быть определено по результатам многократных процедур последовательных приближений при уточнении принятых начальных значений МДС F и магнитного потока Φ_δ в рабочем зазоре. Расчеты ведутся путем последовательного перехода от одного участка МЦ к другому, начиная от рабочего зазора до основания сердечника [12 и др.]. Такой расчет условно можно назвать расчетом «сверху-вниз», и он является весьма трудоемким.

Поэтому предлагается расчет вести при заданном значении индукции B_m , начиная от основания сердечника, который, соответственно, можно назвать расчетом «снизу-вверх». При этом существенно упрощается процедура вычислений. Результаты проверочных расчетов ЭМ «сверху-вниз» и «снизу-вверх» показали их высокую сходимость (разница не более 2%). Усовершенствованный метод расчета по участкам будет весьма удобным при проектировании оптимизированных ЭМ.

При описанных расчетах нелинейных МЦ следует использовать аналитические зависимости кривой намагничивания. По результатам сравнительных расчетов для материала 10895 можно использовать зависимость [3]:

$$H = 20 \cdot B_{гр}^{10}, (B_{гр} > 1,0 \text{ Тл}).$$

Общие подходы рассмотренной методологии получения математических моделей магнитных характеристик могут быть использованы для разных типов нейтральных ЭМ постоянного тока, в том числе ЭММК.

На начальном этапе разработки характеристик ЭММК в соответствии с изложенной методикой в качестве основных размеров выбираются ширина a и толщина без закруглений b сердечника. За базисный размер принимается высота сердечника h_c . Расчет магнитной системы осуществляется усовершенствованным методом по схеме замещения, показанной на рис. 3.

В дальнейшем для удобства расчетов вместо значения рабочего воздушного зазора используется значение угла поворота якоря, взаимосвязь которых, в соответствии с рис. 1, определяется выражением $\varphi = \arctg(\delta_p / (a_{ск} + c))$.

В качестве факторов вычислительного эксперимента выбираются геометрические размеры a и b , магнитная индукция в основании сердечника B_m . Выбранная область факторного пространства для проведения вычислительного эксперимента представлена в виде табл. 1, где x_i – кодированные значения факторов X_i .

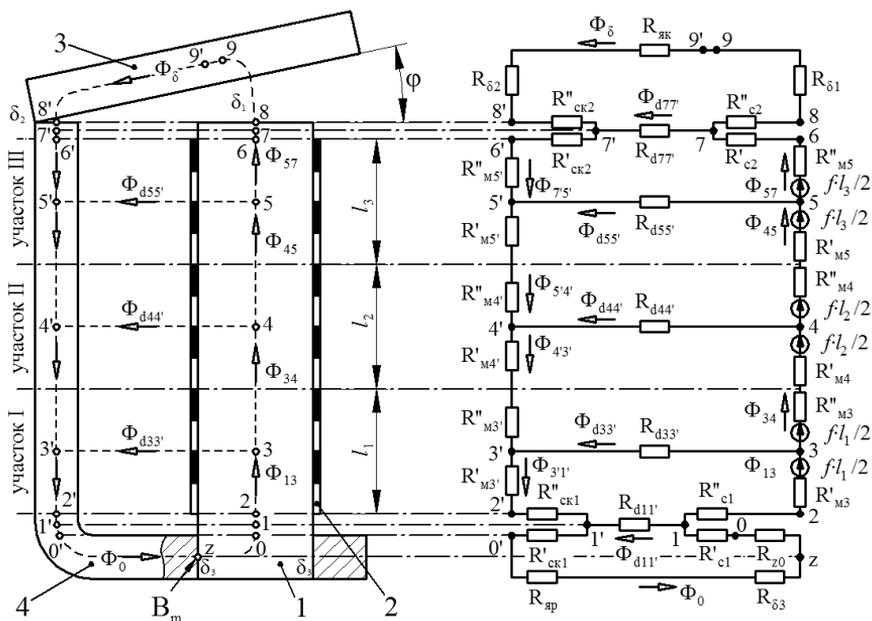


Рис. 3. Магнитная система и схема замещения электромагнита модульного контактора:
1 – сердечник, 2 – обмотка, 3 – якорь, 4 – скоба (магнитопровод)

Таблица 1

Основные уровни и звездные значения факторов

Вид фактора X_i	Кодированное значение фактора				
	-1,215	-1	0	+1	+1,215
$X_1 = a^* = a/h_c$	0,20	0,2053	0,23	0,2547	0,26
$X_2 = b^* = b/h_c$	0	0,06547	0,37	0,6745	0,74
$X_3 = B_m, \text{ Тл}$	1,10	1,153	1,40	1,647	1,70

Известно [8], что угол поворота якоря φ оказывает существенное влияние на характеристики ЭМ, поэтому для обеспечения приемлемой точности расчетов он выносится за список факторов, использующихся в матрице ортогонального центрально-композиционного плана второго порядка (ОЦКП). Значение угла поворота якоря φ фиксируется на 12 уровнях с шагом 1° в диапазоне $1-12^\circ$ и для каждого из них реализуется ОЦКП.

После обработки результатов вычислительного эксперимента были получены полиномиальные модели электромагнитных характеристик:

– безразмерная МДС обмотки F_*

$$F_* = (\alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_{22} x_2^2 + \alpha_{33} x_3^2 + \alpha_{12} x_1 x_2) \cdot 10^{-4}, \quad (4)$$

где $\alpha_0 = 38,15 + 1630\varphi - 7016\varphi^2 + 12651\varphi^3$; $\alpha_1 = 0,45 + 206\varphi - 773\varphi^2 + 1290\varphi^3$;

$\alpha_2 = -1,02 + 261\varphi - 624\varphi^2 + 711\varphi^3$; $\alpha_3 = 21,19 - 176\varphi + 1218\varphi^2 - 2731\varphi^3$;

$\alpha_{22} = 0,22 - 117\varphi + 383\varphi^2 - 551\varphi^3$; $\alpha_{33} = 14,46 - 108\varphi + 738\varphi^2 - 1636\varphi^3$;

$\alpha_{12} = 0,34 - 17\varphi + 31,9\varphi^2 - 130\varphi^3$;

– безразмерная электромагнитная сила P_*

$$P_* = (\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{33} x_3^2 + \beta_{12} x_1 x_2)^2 \cdot 10^{-4}, \quad (5)$$

где $\beta_0 = 16,48 - 142\varphi + 711\varphi^2 - 1417\varphi^3$; $\beta_1 = 1,12 - 4,46\varphi + 7,13\varphi^2$;

$$\beta_2 = 4,87 - 21,63\varphi + 44,66\varphi^2;$$

$$\beta_3 = -0,08 + 13,08\varphi - 248\varphi^2 + 2128\varphi^3 - 8677\varphi^4 + 13496\varphi^5;$$

$$\beta_{22} = -0,76 + 3,75\varphi - 7,13\varphi^2; \beta_{33} = 0,01 + 4,89\varphi - 66,8\varphi^2 + 349\varphi^3 - 646\varphi^4;$$

$$\beta_{12} = 0,17 + 0,46\varphi - 2,27\varphi^2.$$

Кодированные значения факторов:

$$x_1 = 40,486a_* - 9,312; x_2 = 3,284b_* - 1,215; x_3 = 4,049B_m - 5,668.$$

В соответствии с теорией подобия размеры a и b изменяются пропорционально величине h_c . При увеличении h_c , например, в 1,5 раза, во столько же раз изменяются размеры a и b . При этом расчетные значения F_* и P_* согласно выражениям (4) и (5) остаются неизменными, а абсолютные значения F и P изменяются за счет базисных значений соответствующих величин.

Возможный диапазон изменения геометрических параметров определяется по табл. 1, например, X_2 изменяется в пределах 0–0,74.

Для оценки точности полученных полиномиальных моделей были проведены расчеты МС двумя методами: по методу участков и по обобщенным характеристикам. Полученные результаты для различных сочетаний соизмерностей МС представлены в табл. 2. Значения P'_* и F'_* рассчитаны по методу участков, а значения P''_* и F''_* – по обобщенным характеристикам.

Таблица 2

Результаты расчета относительных значений P_* и F_*

Вариант	a , мм	b , мм	h_c , мм	B_0 , Тл	φ , °	P'_*	P''_*	F'_*	F''_*
1	7,36	11,84	32	1,153	12	25,62	24,62	184,10	184,54
2	7,36	11,84	32	1,153	6	62,26	60,68	142,45	142,83
3	7,36	11,84	32	1,153	1	206,01	201,93	58,38	58,85
4	8,15	21,58	32	1,647	12	61,99	61,21	254,50	248,73
5	8,15	21,58	32	1,647	6	137,68	135,63	196,85	194,44
6	8,15	21,58	32	1,647	1	383,39	376,32	100,38	101,33

Расхождения $\Delta\%$ результатов расчета МС по полученным полиномиальным моделям от результатов расчета методом участков, обладающим относительно высокой точностью, определены в процентах как $\Delta = (P'_* - P''_*)/P'_*$ и $\Delta = (F'_* - F''_*)/F'_*$ и не превышают 10%.

В качестве примера расчетных исследований с помощью полученных моделей была выбрана конструкция ЭМ модульного контактора на номинальный ток 63 А со следующими геометрическими размерами: $a = 8$ мм; $b = 22$ мм; $h_c = 28,7$ мм; $a_{ск} = a_{як} = 3$ мм; $b_{ск} = 41$ мм; $b_{як} = 38$ мм; $l_{як} = 20,9$ мм; $c = 12,1$ мм.

Полученные в результате расчетов нагрузочные и тяговые характеристики приведены на рис. 4.

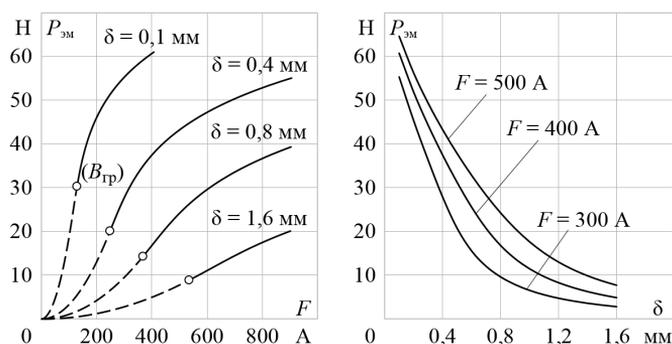


Рис. 4. Расчетные зависимости $P_{эм}(F)$ и $P_{эм}(\delta)$ электромагнита модульного контактора на номинальный ток 63 А

Расчеты показывают возможность определения электромагнитной силы ЭММК при любом сочетании семейства геометрических размеров, каждый из которых может изменяться в интервале, достаточном для практического пользования.

Окончательные результаты расчетов и оценка их расхождения будут установлены по результатам изготовления и испытания образцов МС, спроектированных по методике, основанной на предложенных обобщенных электромагнитных характеристиках.

Выводы. 1. Изложена методика получения обобщенных нагрузочных характеристик ЭМ постоянного тока, основанная на представлении их в параметрической форме в функции от напряженности магнитного поля и уточненная по результатам ранее опробованной этой методики при проектировании ЭМ разных типов.

2. Предложена усовершенствованная методика расчета магнитной цепи по участкам, отличающаяся алгоритмом вычислений, которая положена в основу вычислительного эксперимента.

3. Получены обобщенные безразмерные функции МДС обмотки и электромагнитной силы для клапанных ЭММК.

4. Уточненную методику получения обобщенных магнитных характеристик и усовершенствованный метод расчета по участкам рекомендуется использовать при проектировании ЭМ постоянного тока других типов.

Литература

1. Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Магнитные цепи, поля и программа FEMM. М.: Академия, 2005. 336 с.
2. Кадыков В.К., Руссова Н.В., Свинцов Г.П., Сизов А.В. Обобщенные экспериментальные зависимости потокораспределения, потокосцепления и магнитодвижущей силы в клапанных электромагнитных системах постоянного тока с круглыми полюсными наконечниками // Электротехника. 2007. № 4. С. 41–47.
3. Клименко Б.В. Форсированные электромагнитные системы. М.: Энергоатомиздат, 1989. 160 с.
4. Лобов Б.Н., Павленко А.В., Подберезная И.Б., Медведев В.В. К расчету характеристик электромагнитных приводов электрических аппаратов // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2017. Т. 60. № 1. С. 35–40.
5. Любчик М.А. Силовые электромагниты аппаратов и устройств автоматики постоянного тока (Расчет и элементы проектирования). М.: Энергия, 1968. 152 с.

6. Могилевский Г.В. Применение теории подобия к проектированию электромагнитов // Вестник электропромышленности. 1953. № 4. С. 34–38.
7. Никитенко А.Г. Проектирование оптимальных электромагнитных механизмов. М.: Энергия, 1974. 135 с.
8. Основы теории электрических аппаратов / Б.К. Буль, Г.В. Буткевич, А.Г. Годжело и др.; под ред. Г.В. Буткевича. М.: Высшая школа, 1970. 600 с.
9. Пеккер И.И. Физическое моделирование электромагнитных механизмов. М.: Энергия, 1969. 64 с.
10. Пик Р., Уэйгар Г. Расчет коммутационных реле. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961. 584 с.
11. Сахаров П.В. Проектирование электрических аппаратов (Общие вопросы проектирования). М.: Энергия, 1971. 560 с.
12. Шоффа В.Н. Методы расчета магнитных систем постоянного тока. М.: Изд-во МЭИ, 1998. 40 с.
13. Шоффа В.Н. Проектный метод расчета электромагнитов постоянного тока клапанного типа // Электротехника. 1968. № 5. С. 41–45.

ВАСИЛЬЕВ ЕВГЕНИЙ ГЕОРГИЕВИЧ – аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

ИВАНОВ ИВАН ПЕТРОВИЧ – главный научный сотрудник, ОАО «ВНИИР-Прогресс», Россия, Чебоксары (iivanov@vniir.ru).

САМУИЛОВ ДМИТРИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – магистрант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea_chuvsu@mail.ru).

E. VASILYEV, I. IVANOV, D. SAMUILOV, G. SVINTSOV
GENERALIZED ELECTROMAGNETIC CHARACTERISTICS
OF VALVE ELECTROMAGNETS OF MODULAR CONTACTORS

Key words: *valve electromagnets, modular contactors, generalized characteristics, improved method of sections, dimensionless MMF, dimensionless electromagnetic force, calculated dependencies.*

The description of distinctive features of designs of modular contactor electromagnets is given. The general procedure for calculating the generalized load and traction characteristics of driving electromagnets is presented. The essence of this is in the representation of the equations of these characteristics in parametric form through the strength of the magnetic field, and in solution of these equations by the methods of computational experiment and similarity theory. An improved method for calculating the magnetic circuit by sections is proposed, which is characterized by a simplified «down up» calculating procedure. Generalized dimensionless functions of MMF winding and the electromagnetic force of modular contactors are obtained. Examples of calculations are given. To estimate the accuracy of polynomial models, calculations of the magnetic system by the method of sections and generalized characteristics were made. It is shown that the discrepancy between the results of calculating the magnetic system does not exceed 10%. Calculations show the possibility of determining the electromagnetic force of an electromagnet of a modular contactor for any combination of a family of geometric dimensions. As an example, the preliminary results of the calculation of the electromagnet of a modular contactor at a rated current of 63 A. are given. It is noted that an improved method for obtaining generalized magnetic characteristics and an improved method for calculating the sections are recommended for the design of other types of DC electromagnets.

References

1. Bul' O.B. *Metody rascheta magnitnykh sistem elektricheskikh apparatov. Magnitnye tsepi, polya i programma FEMM* [Methods for calculating the magnetic systems of electrical apparatus. Magnetic circuits, fields and the FEMM program]. Moscow, Academia Publ., 2005, 336 p.
2. Kadykov V.K., Russova N.V., Svintsov G.P., Sizov A.V. *Obobshchennye eksperimental'nye zavisimosti potokoraspredeleniya, potokostsepleniya i magnetodvizhushchey sily v klapannykh elektromagnitnykh sistemakh postoyannogo toka s kruglymi polysnymi nakonechnikami* [Generalized experimental dependence of flow distribution, flux and magnetomotive force of the electromagnetic valve in systems with DC round pole pieces]. *Electrotehnika* [Electrical Engineering], 2007, no. 4, pp. 41–47.
3. Klimenko B.V. *Forsirovannye elektromagnitnye sistemy* [Forced electromagnetic system]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989, 160 p.
4. Lobov B.N., Pavlenko A.V., Podbereznaia I.B., Medvedev V.V. *K raschetu kharakteristik elektromagnitnykh privodov elektricheskikh apparatov* [To the calculation of the characteristics of electromagnetic drives of electrical apparatuses]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Elektromekhanika* [Russian Electromechanics], 2017, vol. 60, no. 1, pp. 35–40.
5. Lyubchik M.A. *Silovye elektromagnitnyye apparatov i ustroystv avtomatiki postoyannogo toka (Raschet i elementy proektirovaniya)* [Power electromagnets for devices and DC devices (Calculation and design elements)]. Moscow, Energiya Publ., 1968, 152 p.
6. Mogilevskiy G.V. *Primenenie teorii podobiya k proektirovaniyu elektromagnitov* [Application of the theory of similarity to the design of electromagnets]. *Vestnik elektropromyshlennosti*, 1953, no. 4, pp. 34–38.
7. Nikitenko A.G. *Proektirovanie optimal'nykh elektromagnitnykh mekhanizmov* [Designing optimal electromagnetic mechanisms]. Moscow, Energiya Publ., 1974, 135 p.
8. Bul' B.K., Butkevich G.V., Godzhelo A.G. et al. *Osnovy teorii elektricheskikh apparatov* [Fundamentals of the theory of electrical apparatuses]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1970, 600 p.
9. Pekker I.I. *Fizicheskoe modelirovanie elektromagnitnykh mekhanizmov* [Physical modeling of electromagnetic mechanisms]. Moscow, Energiya Publ., 1969, 64 p.
10. Peak R., Weigar G. *Raschet kommutatsionnykh rele* [Calculation of switching relays]. Moscow, St. Petersburg, Gosenergoizdat, 1961. 584 p.
11. Sakharov P.V. *Proektirovanie elektricheskikh apparatov (Obshie voprosy proektirovaniya)* [Design of electrical apparatus (General design issues)]. Moscow, Energiya Publ., 1971, 560 p.
12. Shoffa V.N. *Metody rascheta magnitnykh sistem postoyannogo toka* [Methods for calculating the magnetic systems of direct current]. Moscow, Energiya Publ., 1971, 560 p.
13. Shoffa V.N. *Proektnyy metod rascheta elektromagnitov postoyannogo toka klapannogo tipa* [The design method for calculating electromagnets of direct current of valve type]. *Electrotehnika* [Electrical Engineering], 1968, no. 5, pp. 41–45.

VASILYEV EVGENIY – Post-Graduate Student of Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

IVANOV IVAN – Chief Researcher, VNIIR Progress, Russia, Cheboksary (ipivanov@vniir.ru).

SAMUILOV DMITRIY – Master's Program Student of Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

SVINTSOV GENNADIY – Doctor of Technical Sciences, Professor of Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (eea_chuvsu@mail.ru).

Формат цитирования: Васильев Е.Г., Иванов И.П., Самуилов Д.В., Свинцов Г.П. Обобщенные электромагнитные характеристики клапанных электромагнитов модульных контакторов // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 33–43.

УДК 621.3
ББК 31.261.2

Р.Н. ГАНИЕВ, С.Н. ШАТУНОВ

ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД С РЕКУПЕРАЦИЕЙ В СОСТАВЕ КОРДНОЙ ЛИНИИ ПРОИЗВОДСТВА ГРУЗОВЫХ АВТОШИН

Ключевые слова: многодвигательный электропривод, взаимосвязанные электроприводы с рекуперацией энергии, частотно-регулируемый электропривод, кордная линия, производство автошин.

Цель данной работы заключается в разработке способа повышения энергоэффективности взаимосвязанных электроприводов с рекуперацией энергии. Для достижения цели определены режимы работы технологической линии производства корда, в которых возможна рекуперация энергии в сеть, разработаны требования к многодвигательной системе. Предложена идея управления, основанная на контроле режимов рекуперации. Исследования проведены путем моделирования в программе MatLab, пакет Simulink и SimPowerSystems. Представленный вариант частотно-регулируемого электропривода позволяет добиться повышения энергоэффективности при использовании рекуперированной энергии электропривода. Научная новизна состоит в разработанном алгоритме управления, повышающем энергоэффективность электроприводов поточных линий в технологии производства автомобильных шин за счет использования генераторных режимов асинхронных двигателей в составе частотно-регулируемых электроприводов.

Процесс изготовления корда состоит в пропитке кордной ткани специальным раствором – латексом с последующей двухсторонней обкладкой ткани резиной, что происходит на многовалковых каландрах. В качестве кордной ткани используют хлопчатобумажные, вязкие и полиамидные ткани со свойствами нейлона. В отличие от червячных машин каландры состоят из механизмов, приводимых в движение реверсивными многоквadrантными электроприводами с меняющимся знаком скорости и момента [3].

Поскольку в процессе каландрования меняется объем подаваемой резиновой смеси, необходимо управлять электромагнитным моментом привода. Однако несвязное управление без учета режимов рекуперации приводит к потере качества кордной ткани, а также к существенным затратам энергии на переработку материалов.

В этой связи вытекает необходимость в разработке способа повышения энергоэффективности взаимосвязанных приводов линии с режимами рекуперации энергии в сеть.

Рассмотрим технологические требования к многодвигательному электроприводу и действующую схему электроприводов на примере кордной линии КАМА-3.

Электропривод должен обеспечивать диапазон регулирования скорости не менее 1:15, так как скорость движения ткани корда, согласно технологическим требованиям, должна быть в пределах от 3 до 5 м/мин [2].

Задание и стабилизация натяжений на различных участках кордной линии должны поддерживаться с точностью 0,5%. Частота вращения в установившемся

режиме регулируется с точностью до $\pm 5\%$, а при изменении статического момента – от 0,25 до 1,00 от номинального момента двигателя. Динамические моменты должны компенсироваться. Время аварийного торможения валков должно быть ограничено (не более чем $\frac{1}{4}$ длины окружности валка).

Требования по верности поддержания назначенных характеристик таковы: наибольший установившийся сдвиг рабочей скорости линии в статических режимах – не более $\pm 1\%$ от номинального значения рабочей скорости при статических отклонениях напряжения питающей сети трёхфазного тока на $+10\%$, -15% , частоты сети – на $\pm 1\%$, температуры окружающей среды – на $\pm 10^\circ\text{C}$.

В схеме электропривода обязательно должны быть следующие элементы:

- цифровая индикация скоростей каждого приводного двигателя;
- необходимые блокировки и сигналы со стороны автоматизированной системы управления технологическим процессом.

В настоящее время каждый двигатель кордной линии питается индивидуально от преобразователей частоты. Для электроснабжения электроприводов используется силовой трансформатор из трех обмоток. Напряжение вторичной обмотки подключено на вход преобразователей частоты. На рис. 1 изображена схема подключения многодвигательного электропривода кордной линии [5].

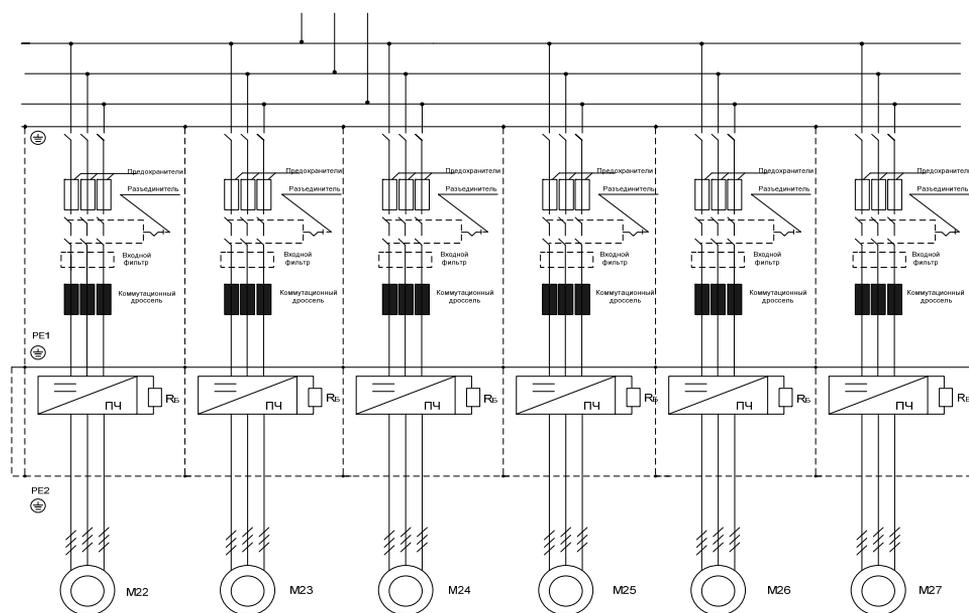


Рис. 1. Схема подключения многодвигательного электропривода кордной линии

Для проведения дальнейших исследований выбираем два электропривода оборудования «КАМА-3»: M20 – электропривод натяжного валика и M70 – электропривод раскатывающего устройства, двигатель одного из которых питается от преобразователя частоты Mitsubishi FR-A741-22k, а второго – от преобразователя частоты Mitsubishi FR-A740-00620 EC.

Для питания электродвигателя используется преобразователь частоты с возможностью рекуперации Mitsubishi FR-A741. Рекуперированную энергию электропривода натяжного валика возможно использовать для питания другого электропривода М70. Объединение преобразователей с общей шиной постоянного тока может стать решением проблемы повышения энергоэффективности линии за счет использования энергии рекуперации.

При исследовании режимов работы кордной линии было зарегистрировано повышение напряжения в звене постоянного тока электропривода натяжного валика в момент разгона технологической линии. Определено, что скорость линии опережает заданную частоту вращения ротора электродвигателя натяжителя, а скорость вращения ротора начинает превышать скорость вращения электромагнитного поля статора и двигатель переходит в генераторный режим.

Таким образом, научная новизна предлагаемого способа повышения энергоэффективности многодвигательного электропривода линии состоит в разработке алгоритма управления электроприводов каландров и натяжных роликов линии, основанного на отслеживании режимов торможения в процессе обрезаживания ткани.

Для исследования приняты два преобразователя частоты с возможностью рекуперации энергии. Схема подключения с общим звеном постоянного тока этих преобразователей представлена на рис. 2.

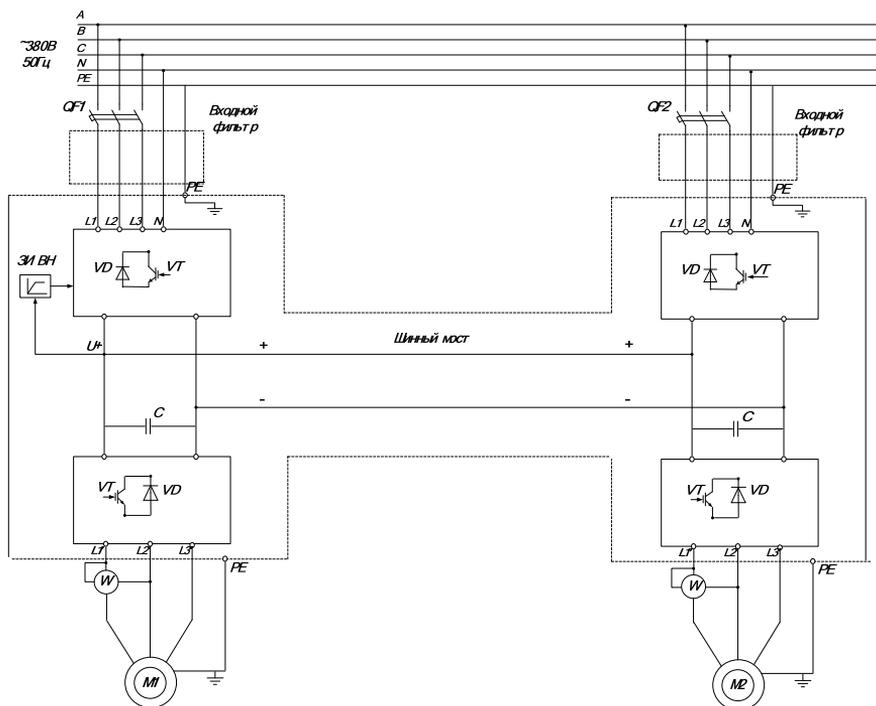


Рис. 2. Экспериментальная схема исследования

Алгоритм состоит в следующем: в момент, когда привод $M1$ работает в режиме торможения, а привод $M2$ – в режиме разгона, энергия, запасенная в $M1$, будет поступать в $M2$ путем переключения активного выпрямителя на сеть в качестве источника энергии. В случае, когда оба двигателя будут работать в тормозных режимах, активные выпрямители преобразователей частоты будут рекуперировать энергию в сеть. Задатчик интенсивности в данном случае (ЗИ) выполняет функцию регулятора для перевода выпрямителя в режим инвертора при повышении напряжения на шинном мосту звена постоянного тока в случае одновременной работы обоих электродвигателей в генераторном режиме. Одновременно с этим производится регулирование момента «разгоняющегося» и «тормозящего» приводов с уменьшением в генераторном режиме и увеличением в двигательном режиме.

Для исследования предложенного способа применено моделирование системы из двух взаимосвязанных электроприводов в программе MatLab/Simulink.

Схема исследования построена по принципу «Сеть – вторичный источник питания – силовой полупроводниковый преобразователь – электрическая машина». Модель изображена на рис. 3–6 [1, 4].

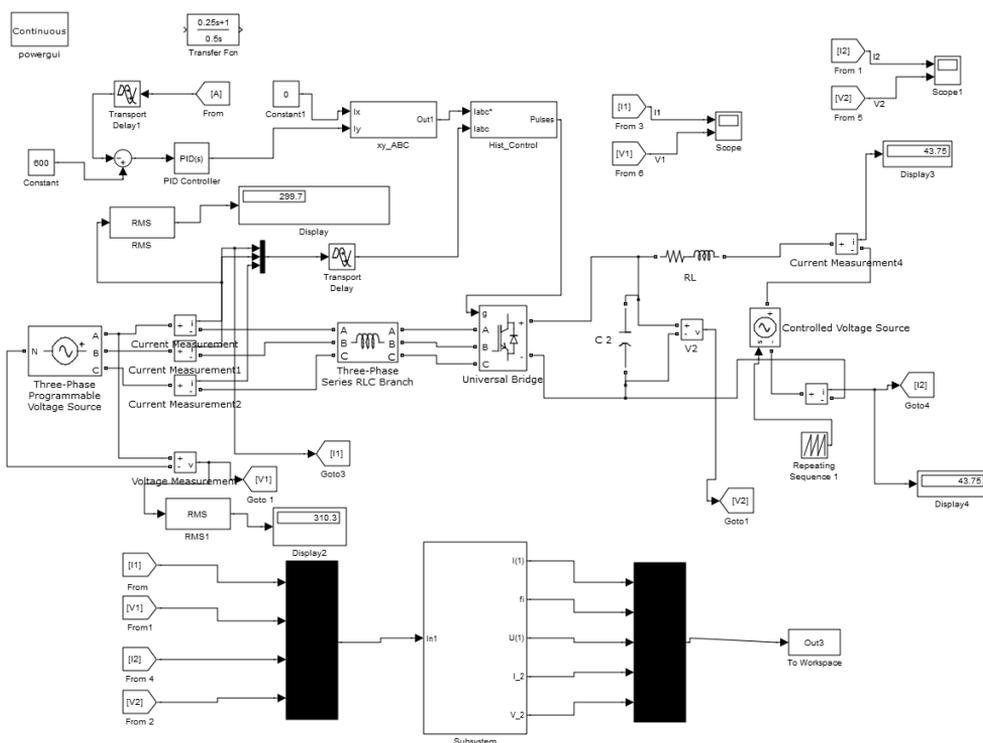


Рис. 3. Общая схема модели

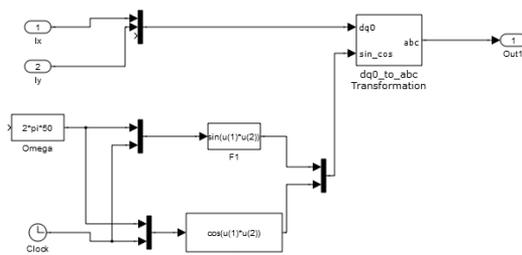


Рис. 4 Схема ху_ABC

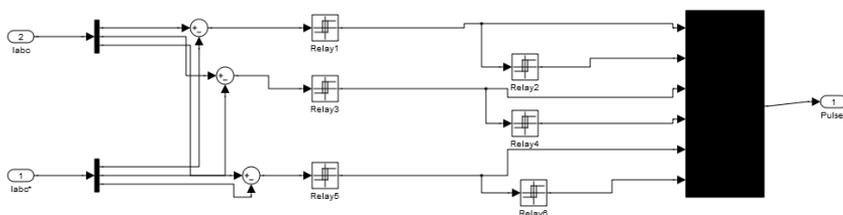


Рис. 5. Схема Hit_Control

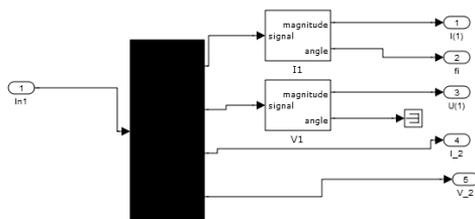


Рис. 6. Схема Subsystem

В созданной модели преобразователь и машина представляют собой звено постоянного тока и обозначены как R , L с регулируемым источником ЭДС. В представленной модели использовалась система переменного тока. Конденсатор необходим как емкостной фильтр. Дифференциальное уравнение для расчета тока нагрузки:

$$L \left(\frac{di_n}{dt} \right) + Ri_n = U_d - E(t), \quad (1)$$

где L – индуктивность обмотки; R – активное сопротивление; i_n – ток нагрузки; U_d – выпрямленное напряжение; $E(t)$ – ЭДС источника.

При работе электропривода в двигательном режиме U_d на конденсаторе будет выше $E(t)$ и ток нагрузки будет положительным. Энергия будет направлена в сторону электропривода. Если U_d будет меньше $E(t)$, то наоборот.

Для настройки основных параметров в каждом из этих блоков имеются соответствующие окна. В блоке ху_ABC (рис. 4) осуществляется превращение вращающихся координат в неподвижные. Процесс идет согласно следующим формулам:

$$u_\alpha = u_x \cos(\omega_1 t) - u_y \sin(\omega_1 t); \quad u_\beta = u_y \cos(\omega_1 t) + u_x \sin(\omega_1 t);$$

$$u_A = u_\alpha; \quad u_B = -0,5u_\alpha - \sqrt{0,865}u_\beta; \quad u_C = -0,5u_\alpha + \sqrt{0,865}u_\beta,$$

где u_A, u_B, u_C – напряжения в трехфазной системе координат «ABC»; u_x, u_y – проекции напряжений на оси в неподвижной системе координат «ху»; u_α, u_β – проекции напряжений во вращающейся системе координат « $\alpha\beta$ ».

Блок Hit_Control необходим для формирования «токового коридора» в инверторе. Ток по оси x (I_x) исходно задается нулевым, чтобы из сети не было потребление реактивной энергии. Для стабилизации напряжения звена постоянного тока контур управления током по оси y делаем подчиненным контуру стабилизации напряжения. В этом контуре находится ПИД-регулятор. В смоделированной схеме ток нагрузки изменяется с течением времени моделирования вследствие изменения противо-ЭДС. На рис. 5 изображена схема подсистемы ху_ABC. На рис. 6 изображена схема подсистемы Hit_Control. Модель подсистемы Subsystem предназначена для измерений, она изображена на рис. 7. В этой модели присутствуют входные и выходные порты и два блока гармонического анализа (библиотека SimPowerSystems Extras Measurement) [1, 4].

На рис. 7 изображен процесс изменения тока на выходе преобразователя по трапецеидальному закону. Система работает в установившемся режиме при постоянном токе нагрузки (двигательный при положительном токе, генераторный – при отрицательном). Если ток будет изменяться по линейному закону, значит происходит преходный режим работы.

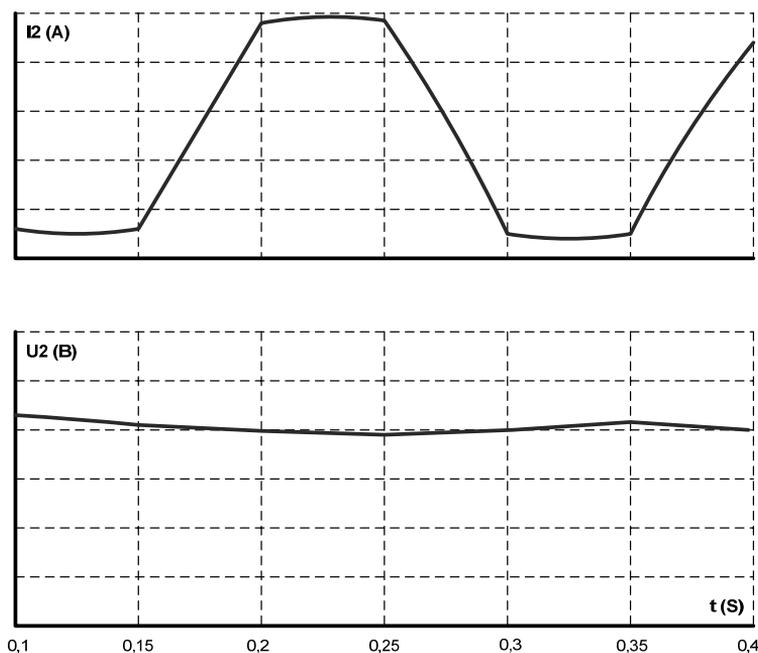


Рис. 7. Электромагнитные процессы в во вторичном источнике питания

На рис. 8 изображены электромагнитные характеристики. Для их получения необходимо формировать линейно изменяющийся сигнал. Данный

сигнал формируется в блоке Repeating Sequence. Генераторному режиму будет соответствовать отрицательное значение тока, двигательному – положительное значение.

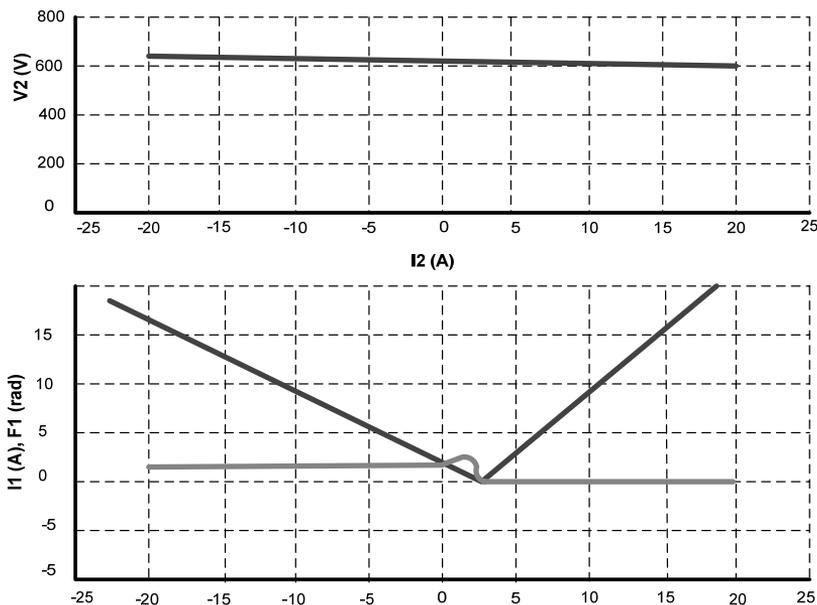


Рис. 8. Электромагнитные характеристики вторичного источника питания

Во время передачи энергии из сети в сторону нагрузки активная мощность будет положительной (режим выпрямителя). Во время рекуперации активная мощность будет с отрицательным знаком.

Таким образом, техническая реализация полученных результатов моделирования позволит настроить систему взаимосвязанных приводов кордной линии, повысив энергоэффективность работы линии за счет отслеживания и управления процессом рекуперации. Практическая значимость работы состоит в предложенном способе использования энергии рекуперации взаимосвязанных электроприводов в технологических линиях и механизмах, где возможны длительные режимы разгона и торможения.

Достоверность результатов исследования доказана экспериментом, проведенным на лабораторно-промышленном комплексе для двух электроприводов с преобразователями частоты Mitsubishi FR-A741 с номинальной мощностью $P_{\text{ном}} = 22$ кВт (двигатель АДЧР160М4У3) и Mitsubishi FR-A741 с номинальной мощностью $P_{\text{ном}} = 37$ кВт (двигатель АДЧР180М4У3) при объединении цепей звена постоянного тока.

Результаты, полученные моделированием работы указанных приводов, а также кривые тока и напряжения, представленные на рис. 9, подтверждают возможность рекуперации при разгоне и торможении линии (ток I_2 меняет свое направление).

Предварительные расчеты показали, что в случае реализации данной схемы потребляемая энергия из сети снижается на 5652,14 Вт и будет составлять 26 386,54 Вт. Приблизительная экономия электроэнергии будет составлять 25 787,9 кВт·ч в год.

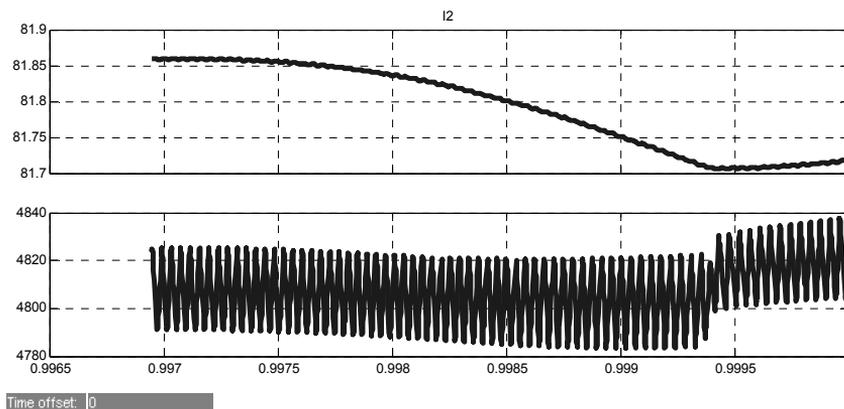


Рис. 9. Характеристики на выходе системы (верхний график – ток, нижний – напряжение)

Литература

1. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0. СПб.: Корона, 2001. 320 с.
2. Герман-Галкин С.Г. Моделирование устройств силовой электроники // Силовая электроника. 2009. № 4. URL: http://www.power-e.ru/2009_4_102.php (дата обращения: 05.04.2018).
3. Рагулин В.В., Вольнов А.А. Технология шинного производства. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Химия, 1981. 264 с.
4. Терехов В.М., Осипов О.И. Системы управления электроприводов. М.: Академия, 2005. 302 с.
5. Частотно-регулируемые электроприводы в технологиях шинопроизводства / Р.Н. Ганиев, Н.И. Горбачевский, В.Н. Дмитриев, С.Н. Сидоров; под ред. Н.И. Горбачевского. Ульяновск: УлГТУ, 2015. 223 с.

ГАНИЕВ РИШАТ НАИЛЬЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники и энергообеспечения предприятия, Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) Казанского национального исследовательского технологического университета, Россия, Нижнекамск (n7007@mail.ru).

ШАТУНОВ СТЕПАН НИКОЛАЕВИЧ – магистрант кафедры электротехники и энергообеспечения предприятия, Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) Казанского национального исследовательского технологического университета, Россия, Нижнекамск.

R. GANIEV, S. SHATUNOV

FREQUENCY-REGULATED ELECTRIC DRIVE WITH RECUPERATION OF THE CORD LINE IN THE TIRE PRODUCTION

Key words: multi-motor electric drive, interconnected electric drives with energy recovery, frequency-controlled electric drive, cord line, production of tires.

The purpose of this work is to develop a way to improve the energy efficiency of interconnected electric drives with energy recovery. To achieve the goal, the modes of operation of the technological cord production line are determined, in which energy recovery into the network is possible, and the requirements for a multi-motor system are developed. The control based on mode recovery control is proposed. Research has been carried out by simulation in the program MatLab, Simulink and SimPowerSystems. The presented variant of a frequency-adjustable electric drive allows achieving energy efficiency when using electric drive recovered energy. The scientific novelty consists of the developed control method that increases energy efficiency of electric drives of production lines in automobile tires production technology due to the use of generator modes of asynchronous motors as part of variable frequency drives.

References

1. German-Galkin S.G. *Komp'yuternoe modelirovanie poluprovodnikovyykh sistem v MATLAB 6.0* [Computer simulation of semiconductor systems in MATLAB 6.0]. St. Petersburg, Crown Publ., 2001, 320 p.
2. German-Galkin S.G. *Modelirovanie ustroystv silovoi elektroniki* [Modeling of devices of power electronics. Lesson 10. Secondary power supply of semiconductor electric drive with energy recovery to the network]. *Silovaya elektronika*, 2009, no. 4. Available at: http://www.power-e.ru/2009_4_102.php (Accessed 5 Apr. 2018).
3. Ragulin V.V., Vol'nov A.A. *Tekhnologiya shinnogo proizvodstva. 3-e izd., pererab. i dop.* [Technology of tire production. 3rd ed.]. Moscow, Chemistry Publ., 1981, 264 p.
4. Terekhov V.M., Osipov O.I. *Sistemy upravleniya elektroprivodov* [Control systems for electric drives]. Moscow, Academy Publ., 2005, 302 p.
5. Gorbachevskii N.I., ed., Ganiev R.N., Gorbachevskii N.I., Dmitriev V.N., Sidorov S.N. *Chastotno-reguliruemye elektroprivody v tekhnologiyakh shinoproizvodstva* [Frequency-regulated electric drives in tire production technologies]. Ulyanovsk, Ulyanovsk State University Publ., 2015, 223 p.

GANIEV RISHAT – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Electrical Engineering and Power Supply of the Enterprise, Nizhnekamsk Chemical-Technological Institute (Branch) of Kazan National Research Technological University, Russia, Nizhnekamsk (n7007@mail.ru).

SHATUNOV STEPAN – Master's Program Student, Department of Electrical Engineering and Energy Supply of the Enterprise, Nizhnekamsk Chemical and Technological Institute (Branch) of Kazan National Research Technological University, Russia, Nizhnekamsk.

Формат цитирования: *Ганиев Р.Н., Шатунов С.Н.* Частотно-регулируемый электропривод с рекуперацией в составе кордной линии производства грузовых автошин // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 44–52.

УДК 621.3.027.3:621.315.56

ББК 324:Л252

И. А. ГУЩИН

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ РАЗРУШЕНИЯ УГЛЕПЛАСТИКА ТОКАМИ МОЛНИИ

Ключевые слова: ток молнии, проводящий композит, среда с анизотропией проводящих свойств, разрушение углепластика, схема замещения углепластика, молниезащита.

Рассмотрены две модели разрушения углепластика токами молнии. Первая модель основана на анализе растекания токов в сплошной анизотропно-проводящей среде. Эта модель позволяет найти точное решение уравнения Лапласа методом Гринберга с граничными условиями Неймана и сделать вывод о характере растекания токов и разрушения материала в данной среде. Вторая модель учитывает реальную слоистую структуру углепластика. Расчет послойного растекания токов проведен на основе схемы замещения углепластика. Полученная система уравнений решена численным методом Гаусса. Найдены продольные и поперечные плотности токов. Определен критерий деструкции материала в виде эквивалентной глубины разрушения. Проведен сравнительный анализ двух моделей разрушения. Сделан вывод, что для анализа послойного разрушения углепластика лучше использовать метод, который учитывает его слоистую структуру.

Целью настоящей работы является сравнительный анализ моделей разрушения токами молнии проводящих композиционных материалов типа углепластиков с экспериментом. Интерес к композиционным материалам появился в конце XX в. и является актуальным и в настоящее время. Объем применяемых в авиастроении этих материалов постоянно увеличивается, делая летательные аппараты более легкими, но в то же время уязвимыми для разрядов молнии [1–4]. Повреждения углепластиков выражены в большей степени, чем у цельнометаллических конструкций, что приводит к снижению безопасности полетов. Поэтому для повышения молниестойкости изделий из проводящих композитов необходимы исследования, направленные на анализ растекания токов по материалу и его разрушения.

Для обеспечения молниестойкости летательных аппаратов необходимы следующие этапы:

- анализ и оценка деструкции изделий из углепластика токами молнии;
- проведение экспериментальных исследований проводящих свойств углепластиков при воздействии имитирующих разряд молнии импульсных токов;
- построение теоретической модели процесса деструкции проводящего композита;
- создание методов прогнозирования последствий воздействия молнии при проектировании изделий из углепластика;
- определение критериев при выборе способов молниезащиты и дальнейшей оптимизации.

В литературе достаточно хорошо представлены два первых этапа. Например, в работах [3–5] авторы рассматривают различные воздействия мол-

нии на воздушное судно и ее имитацию в лабораторных условиях с учетом зависимости тока молнии от времени. Приведены и обширные данные по испытаниям углепластиков и их электрофизическим характеристикам. Применение современных методов визуализации позволяет детально рассмотреть процессы разрушения композитов [6]. Следует учесть, что в последнее время появились новые инновационные нанотехнологии, благодаря которым можно изменить прочностные и электропроводящие свойства углепластиков в десятки раз [7].

Данные о параметрах разрушения, имеющиеся в различных источниках, сильно отличаются и крайне противоречивы, поэтому не дают возможность прогнозировать разрушения и выбирать способ повышения молниестойкости изделий из этих материалов.

Так как углепластики обладают анизотропными свойствами проводимости, которые влияют на распределение и протекание токов в радиальном и поперечном направлениях от входящего канала молнии, необходим анализ распределения токов в анизотропной среде. В данной работе рассмотрены две модели растекания токов (в сплошной и слоистой средах) и проведены сравнения теоретических моделей с экспериментом при тех же исходных данных.

В первой модели анализ проведен аналитическим методом для сплошной среды с анизотропией электропроводящих свойств. Ток растекался по протяженной пластине толщиной H от канала молнии до внешнего электрода. Зная уравнения сплошной среды с граничными условиями Неймана, удалось найти методом Гринберга точное решение уравнения Лапласа.

Это решение содержит функции Бесселя и представлено в виде

$$\varphi = \frac{2j_m r_{\text{кан}}}{R} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\rho z J_0(\xi_k r / R) J_1(\xi_k r_{\text{кан}} / R) \text{ch} g_k (H - z)}{J_0^2(\xi_k) \xi_k g_k \text{sh} g_k H} - \Delta, \quad (1)$$

где $\Delta = I_m \rho_r [(r/R)^2 - 1/2] / 4\pi H$; ξ_k – корни уравнения $J_1(\xi) = 0$; $g_k = \frac{\xi_k}{R} \sqrt{\frac{\rho_z}{\rho_r}}$; $r_{\text{кан}}$ – радиус канала; H , R – толщина и радиус пластины, соответственно.

Из уравнений $j_r = -\varphi_r / \rho_r$ и $j_z = -\varphi_z / \rho_z$ найдены продольная и поперечная плотности токов.

В случае бесконечно протяженной пластины $R \rightarrow \infty$ и $J_0^2(\xi R) \rightarrow 2/\pi \xi R$.

Если электроды, подводящие ток к пластине, расположены соосно, напротив друг друга, вид граничных условий изменяется:

$$(\varphi_z)_{z=0} = (\varphi_z)_{z=H} = f(r), \text{ при } 0 \leq r \leq r_{\text{кан}},$$

$$(\varphi_z)_{z=0} = (\varphi_z)_{z=H} = 0, \text{ при } r_{\text{кан}} < r \leq R,$$

$$(\varphi_r)_{r=0} = (\varphi_r)_{r=R} = 0.$$

Отличие этого решения от предыдущего заключается в симметрии относительно плоскости $z = H/2$:

$$\varphi = \frac{2j_m r_{\text{кан}}}{R} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\rho z J_0(\xi_k r / R) J_1(\xi_k r_{\text{кан}} / R) \text{ch} g_k (H/2 - z)}{J_0^2(\xi_k) \xi_k g_k \text{sh} g_k (H/2)} - \Delta. \quad (2)$$

Величиной, которую возможно было определить экспериментально, являлось сопротивление проходящему току. Оно находится из выражений (1) и (2):

$$R_{\text{прод}} = [\varphi(r_{\text{кан}}, 0) - \varphi(R, 0)]/I_{\text{м}} \text{ и } R_{\text{попер}} = [\varphi(r_{\text{кан}}, 0) - \varphi(r_{\text{кан}}, H)]/I_{\text{м}},$$

где $r_{\text{кан}}$, $I_{\text{м}}$ – радиус и ток молнии, соответственно; H – толщина пластины; R – радиус пластины; $\varphi(r, z)$ – потенциал.

Данная модель позволяет сделать вывод о характере растекания тока и энергораспределения и прогнозировать степень деструкции анизотропно-проводящего материала, однако не может учесть стадийность разрушения. В более поздних стадиях разрушения изменяется состояние самого материала, а значит, изменяются распределения токов во времени при деструкции. Чтобы понять динамику разрушения, необходимо учесть слоистую структуру.

Вторая модель растекания токов, в отличие от первой, позволила провести послойный анализ. Учет слоистой структуры сводился к задаче с дискретной проводимостью в известной схеме замещения углепластика (рис. 1). Решение полученной системы уравнений производилось численным методом.

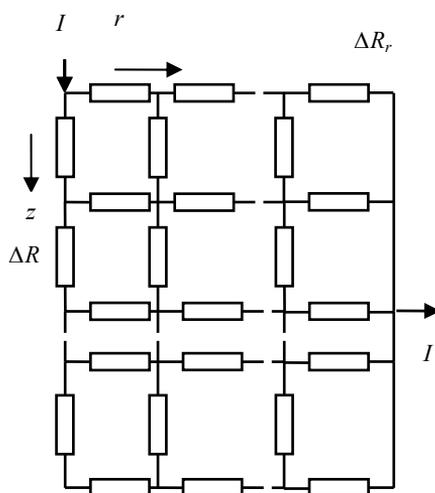


Рис. 1. Последовательно-параллельная схема замещения углепластика

Число элементарных сопротивлений по радиусу в этой схеме замещения ΔR_r считалось конечным и равным N , а число элементарных поперечных сопротивлений ΔR_z в любом сечении $n = n_{\text{сл}} - 1$, где $n_{\text{сл}}$ – число слоев углепластика. Началом цепочки продольных сопротивлений считалось значение при $r = r_{\text{кан}}$, а окончанием – при $r = R$. Число уравнений в схеме замещения равно $n \cdot N$. Система решалась численным методом Гаусса, а из него находилось распределение продольной и поперечной плотностей тока j_r и j_z , по которым проводился анализ их растекания по углепластику.

Чтобы использовать полученные результаты для нахождения степени разрушения проводящего композита, следует ввести эквивалентную глубину разрушения z_3 , которая находится из уравнения

$$z_3 = \frac{W_i \cdot d}{W_1},$$

где $W_1 = (j_r^2(1)\rho_r + j_z^2(1)\rho_z)A/2$ – энергия выделения, взятая при максимальной плотности тока в первом слое; $W_i = (j_r^2(i)\rho_r + j_z^2(i)\rho_z)A/2$ – суммарная энергия, выделяющаяся во всех слоях при неравномерном распределении тока; A – интеграл действия тока; d – толщина слоя пластины.

Для подтверждения правильности результатов теории растекания токов по углепластику и его разрушения под действием токов молнии требуются данные экспериментов. Экспериментально возможно определить продольное и поперечное сопротивления. Чтобы экспериментом подтвердить расчетные выражения теории, были подготовлены сделанные из углепластика образцы.

Определено поперечное сопротивление при варьировании числа слоев композита в образцах размером 70×70 мм. Чтобы исключить протекание тока по торцам образца, между слоями углепластика пролагалась по периметру диэлектрическая пленка. Цилиндрические электроды подводились контактно в средней части образца поперечно слоям с двух сторон. Один электрод учитывал моделирование канала разряда радиуса $r_{\text{кан}}$, а другой – конструкционный проводящий объект под обшивкой углепластика. В эксперименте использовались цилиндрические электроды диаметром от 4 до 50 мм.

Для определения продольного сопротивления при протекании тока вдоль слоев применялись образцы, в которых для предотвращения влияния между-слойных контактов на торцах образца размещалась металлическая фольга. В эксперименте она играла роль токоотвода от центрального электрода к земле. Обычно на практике подобная схема соответствует прохождению токов молнии в летательном аппарате по обшивке из проводящих композитов и отводу их на фюзеляж или другие проводящие конструкционные элементы.

Описанные схемы расположения электродов адекватны рассмотренному в моделях сплошной и слоистой сред случаю поперечного воздействия канала разряда молнии на углепластик. В сводной таблице представлены данные экспериментов по определению сопротивления проходящему току и результаты расчетов. В обеих моделях использовались значения $r_{\text{кан}}$, R , $H(n_{\text{сл}})$, ρ_r / ρ_z , соответствующие эксперименту. Результаты расчетов согласуются с результатами эксперимента с погрешностью, не превышающей 15%.

Экспериментальная проверка расчетных выражений

Характеристика	Расчет R , Ом	Эксперимент $R_{\text{сп}}$, Ом	Число образцов	Разброс, %
<i>Продольное сопротивление</i>				
$D = 4$ мм	0,052	0,050	4	15
$D = 20$ мм	0,024	0,023	4	12
<i>Поперечное сопротивление</i>				
$D = 4$ мм	0,202	0,185	4	10
$D = 50$ мм	0,173	0,178	4	10

Таким образом, рассмотренные в работах [5, 6] процессы растекания тока по углепластику в модели сплошной среды и в модели, учитывающей слоистую структуру композита, хорошо согласуются с экспериментом. Встает вопрос о применимости той или иной модели к конкретным расчетам. С этой целью выясним, при каких условиях это возможно.

Формулы, полученные в модели сплошной среды, достаточно наглядны, поскольку интересующие нас величины входят в них, как правило, в виде безразмерных функций, зависящих от геометрических размеров и проводящих свойств, например $f(r/R, H/R, \rho_r/\rho_z)$. Число таких параметров при приведении уравнений к относительным переменным минимально.

Результаты расчетов удобно представлять в виде графиков, так как аналитические выражения содержат ряды и специальные функции, расчет которых достаточно трудоемок. Если нас интересуют только процессы растекания тока и распределения энергии в материале без разрушения, следует пользоваться моделью сплошной среды.

Характер разрушения углепластика при воздействии молнии определяется размерами (радиусом и глубиной) разрушения. Исследование области разрушения углепластика в модели сплошной среды сравнимо, например, с известными результатами исследований эрозии металлических конструкций при воздействии постоянной составляющей тока молнии. Эрозия определяется характеристиками разрушения (радиусом и глубиной расплавленной зоны).

Учет слоистой структуры углепластика дает возможность проанализировать процессы его разрушения при протекании тока поперек слоев и оценить области этого разрушения в зависимости от интеграла действия или введенной энергии. Это позволяет целенаправленно вести поиск путей повышения молниестойкости материала и подобрать композит с требуемыми параметрами.

Из модели сплошной среды следует, что в реальном материале плотность тока по толщине слоя неравномерна. Иными словами, каждый отдельный слой обладает свойствами анизотропии, характерными для всего материала.

В модели, учитывающей слоистую структуру материала, плотность тока считалась равномерно распределенной в пределах каждого слоя. При малой толщине слоя (0,01 см) это предположение вполне оправданно.

Сравнение результатов расчетов, полученных обеими моделями, в частности для $j_r(r)$ и $j_z(r)$ при $n_{сл} = 10$, $\rho_z/\rho_r = 10^4$, $r_{кан} = 1$ см, $R = 10$ см, представлено на рис. 2 и 3. Сплошной линией показаны графики для сплошной среды, а штрихпунктирной – для слоистой.

Таким образом, результаты расчетов по двум независимым моделям растекания токов по углепластику полностью совпали с результатами эксперимента при тех же исходных данных. Это является подтверждением правильности выводов теории и возможности применения ее для прогнозирования последствий разрушения проводящего композита токами молнии.

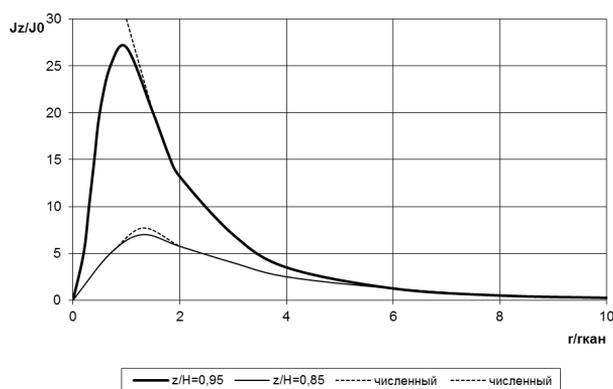


Рис. 2. Распределение радиальной плотности тока j_z/j_M по радиусу $r/r_{\text{кан}}$ при различных отношениях z/H

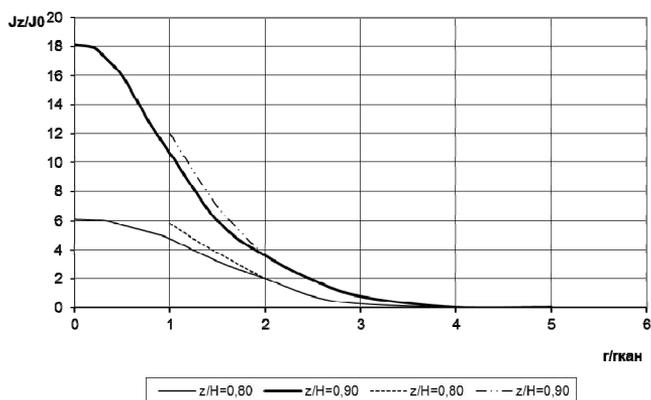


Рис. 3. Распределение поперечной плотности тока j_z/j_M по радиусу $r/r_{\text{кан}}$ при различных отношениях z/H

Простота модели для слоистой структуры материала позволяет производить с ее помощью наиболее оптимальный анализ его послойного разрушения. Из всех опробованных моделей механизм послойного разрушения в наибольшей степени отражает реальные процессы, происходящие в углепластике при воздействии на него канала молнии. Динамика послойного разрушения углепластика во времени будет рассмотрена в следующих работах.

Литература

1. Авруцкий В.А., Бизяев А.С., Гуцин И.А., Прохоров Е.Н., Сергиевская И.М. Оптимизация сеточной молниезащиты изделий из диэлектрических композиционных материалов // Электричество. 1992. № 1.
2. Авруцкий В.А., Бизяев А.С., Гуцин И.А., Прохоров Е.Н., Сергиевская И.М. Разрушение изделий из углепластика под действием токов молнии // Электричество. 1993. № 2.
3. Chemartin L., Lalande P., Peyrou B., Chazottes A., Elias P.Q., Delalandre C., Cheron B.G., Lago F. Direct Effects of Lightning on Aircraft Structure: Analysis of the Thermal, Electrical and Mechanical Constraints. *Journal AerospaceLab*, 2012, Iss. 5, Dec., pp. 1–15.
4. Karch C., Honke R., Steinwandel J., Dittrich K.W. Contributions of Lightning Current Pulses to Mechanical Damage of CFRP Structures, OU-04_KARCH ICOLSE, 2015.

5. Karch C., Metzner C. Lightning protection of carbon fibre reinforced plastics. 33rd Int. Conf. on Lightning Protection (ICLP), 2016, 25-30 Sept.

6. Sonehara T., Kusano H., Tokuoka N., Hirano Y. Visualization of Lightning Impulse Current Discharge on CFRP Laminate. ICLP, 2014. DOI: 10.1109/ICLP.2014.6973239.

7. Tomblin J. et al. Materials for Lightning Protection of Composite Airframe Structures, Report AFRL-RX-WP-TR-2013-0190 US Air Force Research Laboratory, 2013.

ГУЩИН ИГОРЬ АРДАЛЬЕНОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры безопасности жизнедеятельности и инженерной экологии, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elpardon@gmail.com).

I. GUSHCHIN

COMPARISON OF DESTRUCTION MODELS OF CFRP BY LIGHTNING CURRENTS

Key words: lightning current, conductive composite, medium with anisotropy of conductive properties, CFRP destruction, equivalent circuit of carbon fiber, lightning protection.

We consider two models of destruction of CFRP by lightning currents. The first model is based on the analysis of current flow in a continuous anisotropic-conducting medium. This model allows us to find the exact solution of Laplace equation by Greenberg method with Neumann boundary conditions and to conclude about the nature of the current flow and the destruction of the material in this medium. The second model takes into account the real layered structure of carbon fiber. Calculation of stratified flow of currents is conducted on the basis of carbon equivalent circuit. The obtained system of equations is solved numerically by Gauss method. Longitudinal and transverse current densities are found. The criterion of destruction of the material in the form of equivalent depth of destruction is determined. The paper presents a comparative analysis of two destruction models, the results of which are well matched. The conclusion is made about the use of a more acceptable method for the analysis of layer-by-layer destruction of carbon fiber, taking into account the layered structure.

References

1. Avruckii V.A., Bizyaev A.S., Gushchin I.A., Prohorov E.N., Sergievskaya I.M. *Optimizatsiya setochnoi molniezashchity izdelii iz dielektricheskikh kompozitsionnykh materialov* [Optimization of grid lightning protection of products from dielectric composite materials]. *Elektrichestvo* [Electricity], no. 1, 1992.

2. Avruckii V.A., Bizyaev A.S., Gushchin I.A., Prohorov E.N., Sergievskaya I.M. *Razrushenie izdelii iz ugleplastika pod deistviem tokov molnii* [Destruction of products from carbon fiber by the action of lightning currents]. *Elektrichestvo* [Electricity], no. 2, 1993.

3. Chemartin L., Lalande P., Peyrou B., Chazottes A., Elias P.Q., Delalondre C., Cheron B.G., Lago F. Direct Effects of Lightning on Aircraft Structure: Analysis of the Thermal, Electrical and Mechanical Constraints. *Journal AerospaceLab*, 2012, Iss. 5, Dec., pp. 1–15.

4. Karch C., Honke R., Steinwandel J., Dittrich K.W. Contributions of Lightning Current Pulses to Mechanical Damage of CFRP Structures, OU-04 KARCH ICOLSE, 2015.

5. Karch C., Metzner C. Lightning protection of carbon fibre reinforced plastics. 33rd Int. Conf. on Lightning Protection (ICLP), 2016, 25-30 Sept.

6. Sonehara T., Kusano H., Tokuoka N., Hirano Y. Visualization of Lightning Impulse Current Discharge on CFRP Laminate. ICLP, 2014. DOI: 10.1109/ICLP.2014.6973239.

7. Tomblin J. et al. Materials for Lightning Protection of Composite Airframe Structures, Report AFRL-RX-WP-TR-2013-0190 US Air Force Research Laboratory, 2013.

GUSHCHIN IGOR – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor of Life Safety and Environmental Engineering Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (elpardon@gmail.com).

Формат цитирования: Гушчин И.А. Сравнение моделей разрушения углепластика токами молнии // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 53–59.

УДК 621.316

ББК 31.19

В.В. КАРЧИН, Т.В. МЯСНИКОВА, М.К. ВОРОБЬЕВ

ПЛАНИРОВАНИЕ РЕЖИМА ПОТРЕБЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ПОТРЕБИТЕЛЯМИ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ ТАРИФНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Ключевые слова: электроэнергия, тариф, тарифное регулирование, режим потребления, рынок электроэнергии, затраты на электроэнергию, потери электроэнергии.

Как известно, существуют два товара на оптовом рынке электроэнергии: электроэнергия и мощность, которые продают поставщики (генерирующие компании) покупателям (сбытовым компаниям, экспортёрам электроэнергии и др.). В современных условиях рыночной экономики для промышленных потребителей особенно остро встает вопрос уменьшения платежей за потребленную электроэнергию. Рассмотрена структура затрат на электроэнергию в зависимости от выбранной ценовой категории для одного из литейных производств, расположенного в Республике Марий Эл. Установлено, что графики потребления и ценовые категории возможны для любого промышленного производства и являются существенным фактором оптимизации затрат на потребленную электроэнергию.

Одной из главных особенностей электроэнергетики является одновременность производства электрической энергии на электростанциях и ее потребления на различных предприятиях.

Определение перспективной потребности в электроэнергии и мощности в энергосистемах является одной из важных задач планирования. Актуальность этого вопроса определяется ролью электроэнергетики в развитии экономики всей страны. При решении этой проблемы возникает масса сложных вопросов, связанных между собой. При этом необходимо правильно планировать заявки потребителей электроэнергии (заводы, комбинаты, фабрики, предприятия и т.д.). Эти потребности удовлетворяются производством электроэнергии на генераторах электростанций в энергосистемах. При правильном определении масштабов на заявленную мощность предупреждается возможность появления дефицита мощности, т.е. это тот случай, когда спрос превышает предложение. Уменьшение заявленной мощности приводит к избыточным потерям мощности в сетях, перегреву, повышенному износу и, как следствие, сокращению срока службы электрооборудования. Поэтому ухудшатся качественные показатели электроэнергии: частота и напряжение. В отдельных случаях это может привести к аварийным ситуациям, отключениям линий и трансформаторов питающих потребителей.

Это, в свою очередь, приведет к ущербу или недоотпуску продукции на предприятиях. При избытке генерируемой мощности по линиям электропередач высокого напряжения будут протекать излишние мощности, которые приведут к повышенным потерям. В соответствии с вышесказанным необходимо соблюдать баланс между перспективной потребностью в электроэнергии и необходимыми масштабами ее производства электростанциями энергосистемы.

Правильное планирование режима потребления даст возможность правильно загрузить электростанции в энергосистемах. Таким образом, правильное распределение нагрузок между параллельно работающими электростанциями в энергосистеме позволит сделать минимальными суммарные затраты на производство энергии.

График электрической нагрузки может быть разработан на различные временные промежутки: год (годовой график), месяц (месячные), неделю (в составе текущего планирования) и на каждые сутки (оперативное планирование). Графиком электрической нагрузки (нагрузочной диаграммой) называется кривая, показывающая изменение нагрузок за определенный (заданный) промежуток времени. График электрической нагрузки показывает изменение потребляемой мощности в течение заданного промежутка времени (смены, суток, недели, месяца, года). Величина электрической нагрузки является наиболее важной при проектировании и управлении энергетическим хозяйством предприятия. Как известно, по характеру формирования электрическая нагрузка является случайным процессом. Ее случайность определяется установленной мощностью предприятия, его технологией, количеством одновременно работающих электроприемников и их загруженностью и т.д. Каждая отрасль промышленности имеет свой характерный график нагрузки, который определяется технологическим процессом и сменностью работы. Неравномерный график нагрузки характерен для предприятий, работающих в одну и две смены, а также для отдельных энергоемких приемников: электропечей, прокатных станов, электролизных установок и т.д. Невысокий коэффициент заполнения графика нагрузки $k_z = P_{\text{ср}} / P_{\text{макс}}$, где $P_{\text{ср}}$ и $P_{\text{макс}}$, соответственно, средняя и максимальная мощности, составляет 0,62–0,75, он характерен для предприятий машиностроительной, станкостроительной, автомобилестроительной и электротехнической отраслей. Таким образом, неравномерность графика нагрузки ухудшает режим работы сетей и требует дополнительных капитальных вложений на сооружение новых сетей, трансформаторных подстанций, генераторов электростанций, которые смогли бы обеспечить покрытие пиков нагрузки.

Одним из важнейших показателей, определяющих эффективность производства, является экономическая категория – цена товара. Цена – это денежное выражение стоимости товара. Она позволяет косвенно измерить затраченное на производство товара общественно необходимое рабочее время. В электроэнергетике цены на электроэнергию носят название тарифов.

Право на отбор электроэнергии уполномочивает его владельца на получение электроэнергии из сети на протяжении определенного периода времени в будущем. Лицо, отчуждаемое (реализующее) данные права, в течение того же периода времени обязано предоставить соответствующий объем электроэнергии [2]. Финансовое право представляет собой право требовать выдачи электроэнергии в сеть, соответствующая данному праву обязанность в конечном счете должна быть адресована генератору. Так, в литературе применительно к энергорынку Дании отмечается, что генератор «продает электроэнергию в сеть» [4].

В современном производстве тариф является важной технико-экономической категорией, от которой зависят основные показатели производственно-хозяйственной деятельности любого предприятия. В настоящее время

тарифы на электроэнергию являются ценами и формируются с учетом требований рынка энергоносителей. Тарифы на электроэнергию можно классифицировать как одно-, двух-, многоставочные, штрафные и льготные. Наибольшее распространение получила оплата за электроэнергию по многоставочным тарифам.

В современных условиях рыночной экономики для промышленных потребителей особенно остро встает вопрос уменьшения платежей за потребленную электроэнергию. В зависимости от отрасли производства удельный вес электроэнергии в себестоимости готовой продукции серьезно варьируется – от 400–500 кВт·ч/год на 1 т готовой продукции для сельскохозяйственных предприятий до 50 000–60 000 кВт·ч/год – для металлургических, нефтехимических производств.

При этом предусмотрен выбор потребителем определенной ценовой категории в расчетах за потребленную электроэнергию, позволяющий существенно снизить стоимость платежей и, как следствие, себестоимость выпускаемой продукции¹.

Основными положениями предусмотрены шесть ценовых категорий, основные отличительные особенности которых сведены в табл. 1.

Таблица 1

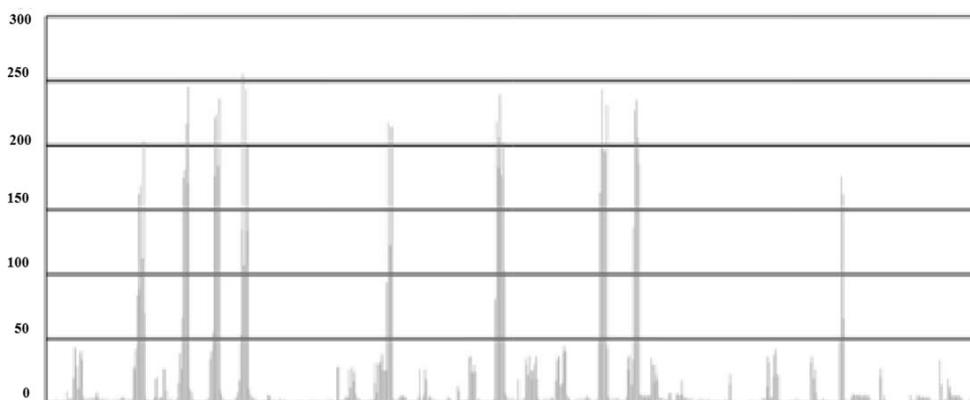
Ценовые категории на розничном рынке электроэнергии и их характеристики

Ценовая категория	Характеристика категории	Порядок определения объемов
1	Для объемов покупки электрической энергии (мощности), учет которых осуществляется в целом за расчетный период	совокупно за расчетный период
2	Для объемов покупки электрической энергии (мощности), учет которых осуществляется по зонам суток расчетного периода	по зонам суток
3	Для объемов покупки электрической энергии (мощности), когда осуществляется почасовой учет, а стоимость услуг по передаче электроэнергии определяется по тарифу на услуги по передаче электрической энергии в одноставочном выражении	почасовой учет
4	Для объемов покупки электрической энергии (мощности), когда осуществляется почасовой учет, а стоимость услуг по передаче электроэнергии определяется по тарифу на услуги по передаче электрической энергии в двухставочном выражении	почасовой учет
5	Для объемов покупки электрической энергии (мощности), когда осуществляются почасовое планирование и учет, а стоимость услуг по передаче электроэнергии определяется по тарифу на услуги по передаче электрической энергии в одноставочном выражении	почасовой учет и планирование
6	Для объемов покупки электрической энергии (мощности), когда осуществляются почасовое планирование и учет, а стоимость услуг по передаче электроэнергии определяется по тарифу на услуги по передаче электрической энергии в двухставочном выражении	почасовой учет и планирование

¹ О функционировании розничных рынков электрической энергии, полном и (или) частичном ограничении режима потребления электрической энергии: постановление Правительства РФ от 04.05.2012 г. № 442 (в ред. от 30.12.2007 г.) [Электронный ресурс] // Консультант плюс: сайт. URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_130498 (дата обращения: 10.06.2018).

Таким образом, анализируя в течение определенного временного диапазона (суток, месяца, года) режим потребления электроэнергии и статистику часов пиковой нагрузки, в которые цены электрической энергии и мощности имеют наибольшее значение, потребитель может выбрать наиболее подходящую для него ценовую категорию и оптимизировать затраты на электрическую энергию.

В качестве примера рассмотрим структуру затрат на электроэнергию в зависимости от выбранной ценовой категории для одного из литейных производств, расположенного в Марий Эл. Почасовой график потребления электроэнергии такого производства за декабрь 2016 г. приведен на рисунке.



Почасовой график потребления электрической энергии литейным производством за декабрь 2016 г.

В табл. 2 приведена статистика контрольных часов максимального потребления электроэнергии по Республике Марий Эл в декабре 2016 г., опубликованная на официальном сайте АО «АТС» [1].

Сравнение стоимости потребленной электроэнергии для приведенного почасового графика, определенной в соответствии с Основными положениями для различных ценовых категорий, позволяет сделать следующие выводы.

Стоимость электроэнергии, определенная по первой ценовой категории, составляет 75 124,75 руб.; по второй – 83 542,34 руб.; по третьей – 68 358 руб., по четвертой ценовой категории – 57 498,75 руб. При этом объем потребленной электроэнергии составляет 17 627 кВт·ч.

График нагрузки, приведенный на рисунке, характеризуется ярко выраженными пиками потребления электроэнергии и мощности, которые характерны для литейного производства. При этом планирование потребления электрической энергии, при котором пиковые нагрузки не приходится на контрольные часы максимальной мощности (табл. 2), позволяет при одном и том же объеме потребляемой электрической энергии существенно снизить денежные траты на электроэнергию при грамотном выборе соответствующей ценовой категории. В рассматриваемом примере наиболее выгодной является четвертая ценовая категория, при выборе которой экономия составляет 26 043,59 руб., по сравнению с наиболее затратной второй ценовой категорией.

Таблица 2

**Статистика контрольных часов максимального потребления электроэнергии
по Республике Марий Эл в декабре 2016 г.**

Дата	Контрольный час	Дата	Контрольный час
01.12.2016	17	17.12.2016	-
02.12.2016	17	18.12.2016	-
03.12.2016	-	19.12.2016	17
04.12.2016	-	20.12.2016	17
05.12.2016	17	21.12.2016	10
06.12.2016	10	22.12.2016	17
07.12.2016	10	23.12.2016	10
08.12.2016	10	24.12.2016	-
09.12.2016	10	25.12.2016	-
10.12.2016	-	26.12.2016	10
11.12.2016	-	27.12.2016	17
12.12.2016	10	28.12.2016	17
13.12.2016	17	29.12.2016	17
14.12.2016	17	30.12.2016	17
15.12.2016	17	31.12.2016	-
16.12.2016	17		

Подобный анализ графиков потребления и ценовых категорий возможен для любого промышленного производства и является существенным фактором оптимизации затрат на потребленную электроэнергию.

Выводы. При планировании графиков электропотребления с некоторой степенью вероятности необходимо проводить расчёт объёма и максимума электропотребления. Расчёт объёма и максимума электропотребления базируется на заявках потребителей (хозяйственных договорах) и статистических данных многолетних наблюдений. Таким образом, графики разрабатываются нормативным методом и одним из экономико-математических – методом аналогии с прошлыми периодами.

Выравнивание суточного графика и снижение пиков нагрузки могут осуществляться потребителями, которые могут работать в часы минимальных нагрузок в энергосистеме с минимальной потребляемой мощностью в режиме максимальных нагрузок в энергосистеме.

Потери мощности в двухобмоточном трансформаторе состоят из активной ΔP_T и реактивной ΔQ_T составляющих, соответственно:

$$\Delta P_T = \Delta P_x + \Delta P \text{ и } \Delta Q_T = \Delta Q_x + \Delta Q,$$

где ΔP_x и ΔQ_x – потери холостого хода.

Потери мощности в сопротивлениях (в обмотках трансформатора) определяются по формулам

$$\Delta P = \Delta P_k \cdot S/S_{\text{ном}} \text{ и } \Delta Q = U_k \cdot (S_{\text{ном}} \cdot S^2) / 100 \cdot S_{\text{ном}}^2,$$

где S – мощность протекающая через трансформатор; $S_{\text{ном}}$ – номинальная мощность трансформатора.

Таким образом, уменьшая протекающую мощность (ток) через трансформатор, можно уменьшить нагрузочные потери в трансформаторе.

Стимулирующим фактором выравнивания графика нагрузки является оплата потребленной электроэнергии по двухставочному тарифу.

Многоставочные тарифы в настоящее время применяются везде, где есть приборы учета, позволяющие замерять расход электроэнергии по временам суток. Многоставочные (многотарифные) счетчики дают возможность потребителям снизить затраты на электроэнергию за счет перераспределения электрической нагрузки по часам суток. Надо отметить, что режим каждой подсистемы не остается постоянным, он меняется во времени в зависимости от схемы системы, состава потребителей и их влияния на качество электроэнергии (КЭ). КЭ в рассматриваемой точке будет обеспечено тогда, когда сумма фактических вкладов каждой подсистемы не превышает нормативный уровень, установленный ГОСТ 32144-2013, например, фактический вклад можно определить по методу эквивалентных источников тока [3]. Таким образом, регулируя потребление, можно влиять на качество электроэнергии, что является несомненным плюсом системам электроснабжения.

Литература

1. АО «Администратор торговой системы оптового рынка электроэнергии»: администратор торговой системы: сайт [Электронный ресурс]. URL: <http://https://www.atsenergo.ru> (дата обращения: 09.06.2018).
2. Monopolkommission, Sondergutachten Strom und Gas 2007: Wettbewerbsdefizite und zogerliche Regulierung, Bundestagsdrucksache 16/7087, Rn. 117.
3. Review methods for measurement and evaluation of the harmonic emission level from an individual distorting load. CIGRE 36.05/CIREN 2 joint WG CC02 (Voltage quality), 1999.
4. Roggenkamp M., Redgwell C., del Guayo I., Ronne A., eds. Energy Law in Europe. National, EU, and International Regulation. 2nd ed. Oxford University Press, 2007, pp. 503–508.

КАРЧИН ВИКТОР ВАСИЛЬЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (karchinvv@gmail.com).

МЯСНИКОВА ТАТЬЯНА ВЯЧЕСЛАВОВНА – кандидат педагогических наук, доцент кафедры автоматизированных электротехнологических установок и систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (tatyana.myasnikova@yandex.ru).

ВОРОБЬЕВ КОНСТАНТИН МУХТАРОВИЧ – старший преподаватель кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (wikonst@gmail.com).

V. KARCHIN, T. MYASNIKOVA, K. VOROBIEV

PLANNING OF CONSUMERS ELECTRICITY CONSUMPTION REGIME IN MODERN CONDITIONS OF TARIFF REGULATION

Key words: electricity, tariff, tariff regulation, consumption mode, electricity market, electricity costs.

It is known that in the wholesale electricity market, there are two kinds of goods which electricity suppliers (generating companies, importers of electricity) sell to buyers (sales companies, large consumers, and exporters of electric power) namely, electricity and capacity. In modern market economy conditions, the issue of reducing payments for consumed electricity is especially up-to-date for industrial consumers. The structure of elec-

tricity costs is considered depending on the chosen price category for one of the foundries located in the Republic of Mari El. It has been found that consumption schedules and price categories are possible for any industrial production and are an important factor in optimizing the cost of consumed electricity.

References

1. AO «Administrator *torgovoi sistemy optovogo rynka elektroenergii*»: *administrator torgovoi sistemy* [Administrator of the trading system of the wholesale electricity market]. Available at: <http://www.atsenergo.ru> (Accessed 09 June 2018).
2. Monopolkommission, Sondergutachten Strom und Gas 2007: Wettbewerbsdefizite und zögerliche Regulierung, Bundestagsdrucksache 16/7087, Rn. 117.
3. Review methods for measurement and evaluation of the harmonic emission level from an individual distorting load. CIGRE 36.05/CIRED 2 joint WG CC02 (Voltage quality), 1999.
4. Roggenkamp M., Redgwell C., del Guayo I., Ronne A., eds. Energy Law in Europe. National, EU, and International Regulation. 2nd ed. Oxford University Press, 2007, pp. 503–508.

KARCHIN VLADIMIR – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Power Supply Department, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (karchinvv@gmail.com).

MYASNIKOVA TATYANA – Candidate of Pedagogical Sciences, Assistant Professor, Department of Electrotechnologies, an Electric Equipment and the Automated Manufactures, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (tatyanamysnikova@yandex.ru).

VOROBIEV KONSTANTIN – Senior Lecturer, Power Supply and Technical Diagnostics Department, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (wikonst@gmail.com).

Формат цитирования: *Карчин В.В., Мясникова Т.В., Воробьев М.К.* Планирование режима потребления электроэнергии потребителями в современных условиях тарифного регулирования // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 60–66.

УДК 621.365.22:621.311.1
ББК 3292.3в615+3279в615

Э.Л. ЛЬВОВА, А.Н. МИРОНОВА

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ГРУППЫ ДУГОВЫХ ПЕЧЕЙ НА ПИТАЮЩЕЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Ключевые слова: дуговая сталеплавильная печь, питающие электрические сети, режимы работы, показатели качества электрической энергии, искажения напряжения, методика исследований и обработки результатов.

В статье рассмотрены вопросы влияния работы дуговых печей на питающую сеть и их взаимовлияния, приведены результаты экспериментальных исследований дуговых печей при совместном питании группы установок ДСП малой вместимости от одного силового двухобмоточного трансформатора с расцепленной обмоткой. Описана методика исследования и обработки экспериментальных данных изменения напряжения в питающих сетях. Рассмотрены основные выражения для определения коэффициента, учитывающего возрастание степени влияния работы группы печей на питающую сеть. Выявлены основные статические показатели качества напряжения на сборных шинах заводской подстанции при работе исследуемых ДСП. Отмечено, что показатели качества электрической энергии в распределительных сетях значительно отличаются от стандартизируемых ГОСТ 32144-2013. Приведен анализ влияния колебаний напряжения на режимы работы печей, показано, что в распределительных сетях необходимы их учет и минимизация. Предложены методы уменьшения воздействия режимов работы дуговых печей на характеристики установок ДСП.

Исследования вопросов электроснабжения дуговых электропечей (ДСП) в основном посвящены изучению влияния установок ДСП на систему электроснабжения в сетях общего назначения.

На практике часто возникает необходимость прогнозирования изменения величины питающего напряжения при различном сочетании режимов и числа одновременно работающих печей с учетом конкретной схемы электроснабжения и взаимного влияния печей. При работе дуговых сталеплавильных печей в сети возникают токи и напряжения всего спектра высших гармоник (как четных, так и нечетных). Эффект усиливается при одновременной работе нескольких ДСП.

Изучение качества электрической энергии в сетях с ДСП и рациональных методов улучшения режимов работы питающего напряжения в системе электроснабжения является актуальной задачей. Процесс влияния печей на сети характеризуется помехами, которые нормированы ГОСТ 32144-2013 «Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения». К помехам относятся значительные отклонения и колебания напряжения, несимметрия, несинусоидальность и высшие гармоники, возникающие в питающих и распределительных сетях.

Для литейных цехов машиностроительных заводов, кроме того, характерна значительная генерация реактивной мощности с отстающим током при больших скоростях наброса и сброса реактивной мощности в диапазоне $\Delta Q/\Delta t = 100\text{--}150$ Мвар/с.

Основной помехой являются колебания напряжения, которые отражаются на работе других потребителей, имеющих с ДСП общую точку присоединения к сети. Колебания напряжения в сетях являются следствием колебания токов дуг, диапазон которых изменяется от токов холостого хода до токов короткого замыкания электродов с шихтой. Резкопеременный характер нагрузки ДСП наиболее ярко проявляется в периоды расплавления. Частота колебаний токов в эти периоды лежит в диапазоне 0,1–25 Гц с заметным максимумом в интервале 0,5–3 Гц.

Изучение колебаний напряжения в электрических сетях в первую очередь вызвано тем, что частотный спектр колебаний при работе ДСП находится в наиболее неблагоприятном для осветительных нагрузок диапазоне частот от 0,25 до 20 Гц.

Несомненно, что колебания напряжения, вызванные ДСП, сказываются на работе и производительности самих ДСП. Распределение электроприемников с резкопеременной нагрузкой и нелинейной характеристикой (ДСП) и «спокойной» нагрузкой по разным источникам питания и секциям распределительных устройств (при проектировании схем электроснабжения) не позволяют достичь желаемого результата.

В соответствии с ПУЭ допускается подключать ДСП к электрическим сетям общего назначения без выполнения специальных расчетов колебаний напряжения и содержания в нем высших гармоник, если соблюдается условие [1]

$$\delta U = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n S_{Ti}^2}}{S_k} \leq 0,01D, \quad (1)$$

где S_{Ti} – номинальная мощность i -го печного понижающего трансформатора, МВ·А; S_k – мощность короткого замыкания (КЗ) сети в месте присоединения нагрузки, МВ·А; n – число присоединяемых установок ДСП; D – коэффициент при установках ДСП равен 1, а на печах постоянного тока (ДСПТ) – 2.

Следовательно, при подключении ДСП к системе электроснабжения надо знать номинальные мощности электропечных трансформаторов и мощности короткого замыкания в точке присоединения печной нагрузки.

Величина соотношения S_T/S_k зависит прежде всего от принятых норм на колебание напряжения. При работе группы печей одинаковой мощности соотношение (1) принимает вид

$$S_k \geq 100S_T \sqrt{m},$$

где m – число печей, одновременно находящихся в режиме расплавления из общего количества n ДСП в группе.

При определении допустимости подключения к питающей сети группы ДСП обычно принимают гипотезу о статической независимости суммируемых случайных функций мощностей (токов) параллельно работающих ДСП. При заданном расчетном значении группы печей m , работающих в режиме расплавления, и общем для всех одиночных печей отношении $S_T/S_k = K_m$,

имеем следующее равенство для определения результирующей граничной мощности [2, 3, 5]:

$$S_k = K_m \sqrt{\sum_{i=1}^m S_{Ti}^2}.$$

Влияние параметров системы электроснабжения на работу установок ДСП можно характеризовать изменением питающего напряжения на сборных шинах печных подстанций, расчеты по вышеприведенному уравнению приводят к завышенным значениям S_k , так как при этом не учитывается влияние печей друг на друга, следовательно, и снижение результирующих колебаний напряжения. Было проведено исследование дуговых сталеплавильных печей с целью снижения влияния их работы на качество электрической энергии в распределительных сетях одного из машиностроительных заводов. В работе исследовались печи типа ДС-6Н2 мощностью 4000 кВ·А. Питание печей осуществлялось на напряжении 10 кВ через цеховую распределительную подстанцию (РП) от главной понизительной подстанции завода (ГПП) с двумя трансформаторами мощностью по 63 МВ·А с расщепленными обмотками низкого напряжения [2]. Наиболее энергоёмким периодом плавки в ДСП является период расплавления металла, который характеризуется постоянными колебаниями тока, напряжений и мощности дуг. В процессе исследований 10–15 плавов при совпадении периода расплавления на нескольких печах рассматривались такие характерные моменты, как проплавление колодцев, обвалы шихты, окончание расплавления. Регистрация колебаний токов (так как основным источником информации о колебаниях нагрузки ДСП являются колебания токов) по выявлению воздействия ДСП на электросеть и на сами ДСП осуществлялась на первичной стороне печных трансформаторов.

Для регистрации мгновенных значений применялся осциллограф, обеспечивающий запись токов фаз *A* и *C* каждой печи (№ 4, 5, 6) и величины линейного напряжения между фазами *A* и *C*, и статический анализатор качества напряжения, служащий для определения средней величины отклонения напряжения за некоторый промежуток (длительный) времени.

В результате расчета статистических характеристик определялось среднестатистическое значение \bar{I} , дисперсия D_I и среднеквадратическое отклонение σ_I , а также коэффициент вариаций γ по формулам

$$\begin{aligned}\bar{I} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i, \\ D_I &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (I_i - \bar{I})^2, \\ \sigma_I &= \sqrt{D_I}, \\ \gamma &= \frac{\sigma_I}{\bar{I}}.\end{aligned}\tag{2}$$

Весь контролируемый диапазон отклонений напряжений разбит на восемь интервалов. Каждому интервалу соответствует свой цифровой индикатор

тор-счетчик. Программа расчета, в отличие от существующих в математическом обеспечении программ по статистике, учитывает особенности статистических данных, полученных с помощью статического анализатора качества напряжения.

Исходными данными для расчета являются показания статического анализатора качества напряжения:

- ширина интервала, который охватывает один счетчик прибора, т.е. разность между правой и левой границами интервала;
- сдвиг шкалы прибора;
- показания восьми счетчиков прибора до и после измерений.

Расчет числовых характеристик уровней напряжения производится по нижеприведенным формулам.

Математическое ожидание напряжения, %:

$$\bar{U} = \sum_{i=1}^8 p_i U_i,$$

где $p_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^8 n_i}$ – вероятность попадания напряжения в интервал, который охватывает i -й счетчик; n_i – значение напряжения в i -м интервале.

Дисперсия отклонений напряжения, %²:

$$D_U = \sum_{i=1}^8 p_i U_i^2 - (\bar{U})^2 - \left(\frac{\delta}{12}\right)^2,$$

где δ – ширина интервала, %.

Стандартное отклонение напряжения, %:

$$\sigma_U = \sqrt{D_U}.$$

Дискретизированные графики изменения напряжения на сборных шинах 10 кВ ГПП при работе ДСП представлены в виде вариационного ряда (табл. 1). Результаты обработки показателей изменения напряжения на стороне 10 кВ трансформатора 63 МВ·А за время работы трех печей за исследуемые сутки и за время работы печи № 5 в периоде расплавления с переходом на совместный с печью № 4 за исследуемые сутки представлены в табл. 2.

Таблица 1

Показания статического анализатора качества напряжения за время работы печей

Количество печей	Параметры	Границы разрядов, %							
		95	96,25	97,5	98,75	100,0	101,25	102,50	103,75
	
		96,25	97,5	98,75	100,0	101,25	102,5	103,75	105,0
2	n_i	25	246	1026	15	0	0	0	0
	p_i	0,019	0,187	0,781	0,011	0	0	0	0
3	n_i	62	816	9294	5889	5450	556	0	0
	p_i	0,002	0,036	0,421	0,266	0,246	0,025	0	0

Таблица 2

Показатели изменения напряжения на НН ГПП за время работы печей

Количество печей	$U_{max}, \%$	$U_{min}, \%$	$W = U_{max} - U_{min}, \%$	K	$\delta, \%$	$\bar{U}, \%$	$D_{U_s}, \%^2$	$\sigma_{U_s}, \%$
2	102,5	100	2,5	8	1,25	97,86	1,282	1,132
3	102,5	95	7,5	8	2,25	99,115	1,270	1,127

Анализ полученных результатов показал следующее. Диапазон изменения напряжения на стороне 10 кВ при работе трех исследуемых ДСП (№ 4, № 5, № 6) в сутки составлял (102,5–95)% от номинального (10,5 кВ). Среднее напряжение было равно 99,11%.

Был зафиксирован случай длительностью 1 ч 22 мин, когда совпали периоды расплавления двух ДС-6Н2 № 4 и № 5 (см. табл. 2).

Отклонения среднего напряжения за периоды расплавления при работе трех ДСП на секции РП представлены в табл. 3.

Таблица 3

Отклонения напряжения за периоды расплавления печей на секции РП

№ п/п	Режим работы	Число работающих печей	Среднее значение отклонений напряжения	Дисперсия	Средне-квадратичное отклонение
		n	$\bar{U}, \%$	$D_{U_s}, (\%)^2$	$\sigma_{U_s}, \%$
1	Холостой ход		105,365	0,127	0,356
	Период расплавления	1	103,933	0,713	0,844
2	Холостой ход		103,365	0,123	0,351
	Период расплавления, 2-я печь на конец расплавления	2	100,941	1,565	1,251
3	Холостой ход		100,408	0,151	0,388
	Период расплавления	2	97,682	2,71	1,645
4	Холостой ход		102,941	0,067	0,259
	Период расплавления	3	99,99	2,982	1,829

Примечание. Перед началом плавки, когда печь отключена, записывается напряжение холостого хода, что является фоном для работающих печей, который исключается из значений, полученных для ДСП.

Следует заметить, что за период расплавления среднее значение уровня питающего напряжения не выходит за допустимые пределы $\pm 10\%$. Величина дисперсии и среднеквадратического отклонения напряжения при расплавлении шихты в трех печах выше чем при работе двух и одной печи. Это свидетельствует о том, что уровень питающего напряжения при работе трех печей в периоде расплавления больше подвержен отклонениям, чем при работе одной печи. Экспериментальные данные (табл. 3) показывают, что потеря напряжения на РП составляет: при работе одной печи $\Delta U = 1,42\%$, при работе двух печей $\Delta U = 2,72\%$, а при работе трех печей $\Delta U = 2,95\%$.

Важной характеристикой режима питающего напряжения в распределительной сети с ДСП является величина колебаний напряжения в сети при работе одной и группы печей. Экспериментальные измерения колебаний напряжений проводились на секции РП. Результаты сведены в табл. 4.

Таблица 4

Экспериментальные данные колебаний напряжения на секции РП

Участок проплавления	Количество работающих печей	Колебания напряжения расчетное	Колебание напряжения (эксперимент)	Среднее напряжение на исследуемом участке	Дисперсия	Среднеквадратичное отклонение
	n	$\delta U = \sqrt{m} \frac{S_T}{S_k} 100\%$, $S_k = 253,3 \text{ МВ} \cdot \text{А}$	$\sigma U, \%$	$\bar{U}, \%$	$D_U, \%^2$	$\sigma_U, \%$
Прорезка Обвалы Конец расплавления	1	1,57	0,56	104,80	0,388	0,623
			1,74	103,62	0,391	0,625
			1,94	103,42	0,153	0,391
Прорезка Обвалы Конец расплавления	2	2,23	1,82	96,616	0,406	0,638
			1,96	97,352	0,498	0,706
			1,97	98,438	0,244	0,493
Прорезка Обвалы Конец расплавления	3	2,73	2,72	97,592	1,002	1,001
			2,57	97,032	1,623	1,274
			1,85	98,46	0,283	0,532

Анализ результатов показывает, что при любом количестве печей колебания напряжения в сетях 10 кВ выходят за рекомендуемые пределы (1).

При оценке случайных колебаний напряжений для группы печей по общепринятой зависимости [5] $K_m = \sqrt{m}$ приходим к завышенным значениям колебаний напряжений. По полученным экспериментальным данным можно рекомендовать следующие значения K_m для подсчета максимальных случайных колебаний: при работе одной печи – 1; при работе двух печей – 1,15–1,2; при работе трех печей – 1,3–1,4; при работе четырех печей – 1,4–1,5.

Совместная работа в режиме расплавления 5 печей нецелесообразна и маловероятна.

Результаты исследований показали, что зависимость $K_m = f(m)$ определяется выражением $K_m = m^{0,28}$ при среднеквадратичном отклонении $\sigma_{K_m} = 0,029$. При этом погрешность определения величины K_m не превышает 2,4% в диапазоне изменения $m \geq 3$ для ДСП.

Обычно электрические характеристики ДСП рассчитываются и строятся в предположении постоянства питающего напряжения на шинах печной подстанции. Однако уровень питающего напряжения в узлах распределительной сети вследствие изменения печной нагрузки и влияния других потребителей непрерывно изменяется. Наибольшие отклонения напряжения в узлах электрической сети возникают при работе ДСП на высшей ступени печного трансформатора в период расплавления. Отклонения напряжения в узле в общем случае есть функция тока печи, параметров сети и печного контура [5]: $\Delta U_n(t) = f[I_{cp}(t), r_c, x_c, r_{пк}, x_{пк}]$.

На основе однолинейной принципиальной схемы электроснабжения ДСП цеха составляется схема замещения электрической цепи печи в виде последовательно соединенных реактивных и активных сопротивлений сети и печной нагрузки. Параметры схемы замещения приводятся к стороне НН печного трансформатора. Питающую систему представляют источником ЭДС бесконечной мощности.

Вычисление токов короткого замыкания производится по расчетной схеме, составленной для такого режима работы системы электроснабжения, при котором токи короткого замыкания имеют максимальные значения.

Для расчета использовались параметры следующих установок, входящих в систему электроснабжения: ДС-6Н2, трансформатор ЭТЦПК-6300/10-72 мощностью 4 МВ·А, питание печей осуществляется на напряжение 10 кВ через цеховую РП от ГПП (два двухобмоточных трансформатора Т-1 и Т-2 ТРДЦН-63000/110 мощностью 63 МВ·А). Сопротивление питающей сети приведено к вторичной стороне электропечного трансформатора. Печи ДС-6Н2 № 1, № 2, № 3 питаются от первой секции РП (трансформатор Т-1), печи № 5, № 4, № 6 – от второй секции РП (трансформатор Т-2). Для измерения параметров электропечного контура использован опыт работы «Центроэнергочермета». По результатам эксперимента были рассчитаны значения активного $r_{пк}$ и реактивного $x_{пк}$, сопротивлений печной установки в зависимости от тока.

Проведем анализ схемы замещения при работе одной печи. Ток трехфазного КЗ на одной печи, кА:

$$I_{КЗ1}^{(3)} = U_{ФНН} \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + r_1^2}}, \quad (3)$$

где $x_1 = x_{В.Л.} + x_{С.Т} + x_{КАБ} + x_{пк}$, МОм; $r_1 = r_{КАБ} + r_{пк}$, МОм.

Напряжение КЗ на РП, приведенное к стороне ВН печного трансформатора, В:

$$U_{КЗ10,5} = \sqrt{3} \cdot I_{КЗК1}^{(3)} \cdot z \cdot \kappa_2, \quad (4)$$

где $\kappa_2 = \frac{10,5}{0,281} = 37,36$ – коэффициент трансформации печного трансформатора;

$z = \sqrt{(x_{В.Л.} + x_{С.Т} + x_{КАБ})^2 + (r_{КАБ})^2}$, МОм.

Отклонение напряжение при работе одной печи и неработающих двух остальных составит, %:

$$\Delta U_{РП} = \frac{U_{КЗ10,5}}{U_{Н}} 100. \quad (5)$$

Ток трехфазного КЗ на двух печах, кА:

$$I_{КЗ1}^{(3)} = U_{ФНН} \frac{1}{\sqrt{x_2^2 + r_2^2}}, \quad (6)$$

где $x_2 = x_{В.Л.} + x_{С.Т} + x_{КАБ} + \frac{x_{пк}}{2}$, МОм; $r_2 = r_{КАБ} + \frac{r_{пк}}{2}$, МОм.

Ток трехфазного КЗ на трех печах, кА:

$$I_{\text{КЗ1}}^{(3)} = U_{\text{ФНН}} \frac{1}{\sqrt{x_3^2 + r_3^2}}, \quad (7)$$

где $x_3 = x_{\text{В.Л.}} + x_{\text{С.Т}} + x_{\text{КАБ}} + x_{\text{ПК}}/3$, МОм; $r_3 = r_{\text{КАБ}} + r_{\text{ПК}}/3$, МОм.

Расчетные величины основных параметров схемы питания, вычисленных по формулам (3)–(7), приведены в табл. 5.

Таблица 5

Основные параметры схемы питания ДС-6Н2

Схема замещения $K_2=37,36$	Сопротивления			$I_{\text{К.З. К1}}^{(3)}$ кА	$U_{\text{К.З. 10,5}}$ В	$\Delta U_{\text{РП}}$ %
	z	$x_{1,2,3}$	$r_{1,2,3}$			
	МОм	МОм	МОм			
При работе одной печи	0,284	6,981	1,237	22,88	420,53	4,0
При работе двух печей	0,284	3,631	0,637	43,99	808,54	7,0
При работе трех печей	0,284	2,515	0,437	63,55	1168,12	11,2

Полученные данные показывают, что максимально возможные токи трехфазного короткого замыкания в системе при КЗ трех печей устанавливают наибольшие отклонения напряжения, которые составляют 11,2% от $U_{\text{н}}$.

Исследования показали, что в период расплавления трехфазные короткие замыкания одновременно на трех печах не бывают и крайне редки даже на одной. Этим объясняется существенная разница между экспериментальными и расчетными величинами отклонений напряжения (табл. 3 и 5). Поэтому следует учитывать те средние значения отклонений напряжения, которые максимально воздействуют на электрические характеристики (табл. 3) и производительность печи [4].

В [2] предложено выражение для определения влияния отклонений напряжения на производительность ДСП за интервал времени в период расплавления:

$$G = (1 \pm 2 \cdot \Delta U) \cdot G_{\text{н}}, \quad (8)$$

где ΔU – относительное значение среднего отклонения напряжения.

Тогда снижение напряжения:

- при работе одной печи на 1,43% (табл. 3) соответствует снижению производительности печи на 2,84%;
- при работе двух печей на 2,72% соответствует снижению на 5,45%;
- при работе трех печей на 2,95% соответствует снижению на 5,90%, что удлиняет время расплавления металла.

Анализ взаимного влияния группы ДСП и системы электроснабжения осуществлен по результатам исследований. На основании статистических данных (табл. 6) эксперимента были получены основные характеристики печи ДС-6Н2 № 5 при совместном и отдельном режимах работы параллельных ДС-6Н2 № 4, № 6, которые приведены в табл. 7.

Таблица 6

Совместные режимы работы печей в периоде расплавления

Режим работы печи	Фаза тока печи	Статические параметры								
		ДС-6Н2 №5			ДС-6Н2 №4			ДС-6Н2 №6		
		\bar{I}_1, A	DI_1, A^2	σ_B, A	\bar{I}_1, A	DI_1, A^2	σ_B, A	\bar{I}_1, A	DI_1, A^2	σ_B, A
Прорезки № 4, № 5	A	213,4	3657,0	60,47	189,23	3383,0	58,1	-	-	-
	C	217,5	3017,2	54,9	129,91	4620,8	67,9	-	-	-
Прорезка № 4 После прорезки № 5	A	193,7	1082,0	32,8	238,8	5416,0	30,8	-	-	-
	C	201,84	3559,7	59,4	143,5	2643,3	35,8	-	-	-
Обвалы	A	206,41	4123,1	64,2	229,81	7181,0	84,7	-	-	-
	C	218,53	5123,4	71,3	176,74	5267,0	75,5	-	-	-
Прорезки № 5, 6 Конец расплавления № 4	A	253,8	8571,0	92,5	191,9	1475	38,8	264,3	7095,9	84,2
	C	267,2	9061,0	95,1	190,4	585,8	24,1	288,9	5753,4	75,8
Обвалы	A	233,29	8751,7	93,5	-	-	-	287,8	3043,6	55,1
	C	265,3	9160,9	95,4	-	-	-	267,3	5150,2	71,5
Прорезка № 5 После прорезки № 4	A	225,62	9549,6	97,7	198,47	5656,4	75,2			
	C	195,39	8391,7	91,6	167,98	3025,2	32,7			
Обвалы	A	189,43	6526,9	80,7	153,66	2211,4	47,0			
	C	244,12	8488,0	92,1	163,53	4166,2	64,3			
Обвалы № 4 Доводка № 5	A	218,3	1155,1	33,9	179,98	5214,8	72,2			
	C	258,39	1641	40,5	183,63	2083,0	45,6			
Прорезки № 4, 5 Доводка № 6	A	196,11	6776,9	82,07	173,6	9774,3	98,8	235,96	1631,6	39,9
	C	247,25	2050,4	45,28	115,1	6192,4	78,4	213,1	1983,0	43,3
Конец расплавления № 5, начало расплавления № 6 После прорезки № 4	A	189,53	1131,9	33,54	201,10	3195,9	56,3	220,08	3434,4	58,6
	C	210,0	666,07	12,25	123,9	788,2	28,0	223,6	7688,6	87,6
Конец расплавления № 5, 6 Обвалы № 4	A	193,76	373,4	19,26	180,6	3797,7	61,43	236,7	2156,9	46,4
	C	215,36	663,9	25,6	120,2	1556,3	39,4	201,17	1236,2	35,1

Таблица 7

Характеристики печи при совместном режиме с остальными

Режим работы	Количество ДСП	Исходные данные из эксперимента					Рабочие характеристики			
		$\Delta U, \%$	U_{Φ}, B	$I_{2\text{зонт.}}, kA$	$r_{\text{инк}}, \text{МОм}$	$x_{\text{инк}}, \text{МОм}$	$W_{\text{удр}}, \text{кВт}\cdot\text{ч/т}$	$G, \text{т/ч}$	$t, \text{ч/т}$	
Прорезки	2	2,62	157,99	7,5	1,22	6,95	404,87	8,38	0,11	
Прорезка № 4 После прорезки № 5	2	1,27	160,14	6,88	1,25	7,12	402,48	8,168	0,122	
		0,84	160,87	7,34	1,25	7,05	404,81	8,29	0,12	
2 прорезки 1 конец расплавления	3	4,38	155,29	9,03	1,17	5,65	401,71	9,66	0,103	
		2,06	158,9	8,3	1,2	6,8	401,47	9,23	0,108	
Прорезка № 5 После прорезки № 4	2	2,0	158,95	8,03	1,2	6,8	401,79	8,95	0,111	
		2,82	157,62	6,74	1,26	7,2	411,04	7,37	0,135	
Обвалы № 4 Доводка № 5	2	1,23	160,2	7,71	1,22	7,0	393,4	8,72	0,114	
		3,44	156,65	6,9	1,27	7,15	417,4	7,57	0,132	
Конец расплавления № 5 Начало расплавления № 6 После прорезки № 4	3	3,50	156,56	6,7	1,26	7,2	412,07	7,31	0,136	
		2,29	158,52	6,8	1,25	7,12	409,23	7,62	0,131	

Окончание табл. 7

Режим работы	Количество ДСП	Электрические характеристики					
		S , кВ·А	U_d , В	$P_{пот}$, кВт	$P_{пол}$, кВт	$P_{акт}$, кВт	$\cos\varphi$
Прорезки	2	3601,7	133,6	211,3	3183,1	3394,4	0,942
Прорезка № 4 После прорезки № 5	2	3312,4	152,64	173,4	3114,01	3287,4	0,992
Обвалы	2	3544,9	143,12	202,3	3153,6	3355,9	0,946
2 прорезки 1 конец расплавления	3	4209,3	132,6	286,5	3594,1	3880,6	0,910
Обвалы	2	3965,6	138,49	249,1	3456,4	3705,6	0,934
Прорезка № 5 После прорезки № 4	2	3829,5	139,63	232,1	3364,2	3596,3	0,939
Обвалы	2	3188,4	141,45	171,8	2861,5	3033,4	0,951
Обвалы № 4 Доводка № 5	2	3734,7	141,20	221,0	3291,8	3433,0	0,919
2 прорезки 1 доводка	3	3282,3	139,6	235,8	2924,0	3159,8	0,963
Конец расплавления № 5 Начало расплавления № 6 После прорезки № 4	3	3168,9	140,3	172,07	2840,3	3012,3	0,950
Конец расплавления № 5, 6 Обвалы № 4	3	3268,2	142,09	178,3	2940,1	3118,4	0,95

Экспериментальные данные позволяют установить, что снижение уровня питающего напряжения оказывает непосредственное влияние на время расплавления, которое ведет к снижению производительности печи.

Учет снижения уровня питающего напряжения весьма значительно изменяет характеристики печи, причем совместная работа печей в рабочем диапазоне токов существенно снижает значения:

- мощности дуг при работе двух ДСП на 2,3%, а при трех ДСП на 4,3%,
- напряжение дуг при работе двух ДСП на 2,6%, а при трех ДСП на 4,6%,
- производительности при работе двух ДСП на 3,8%, что соответствует 2% отклонению напряжения, а при работе трех ДСП на 6,1%, что соответствует 3% отклонению напряжения.

Экспериментальные данные подтверждают приведенное в (8) положение о квадратичной зависимости производительности ДСП в период расплавления от величины питающего напряжения.

Таким образом, даже в том случае, когда отклонения напряжения не превышают установленную ГОСТ 32144-2013 норму, необходимо рассматривать вопрос об улучшении режимов питающего напряжения.

Экономическая эффективность улучшения режима напряжений в сетях с ДСП должна быть рассчитана по увеличению производительности печей с учетом затрат на установку средств для регулирования напряжения.

Наиболее просто задача регулирования напряжения в электрических сетях с ДСП решается применением на ГПП трансформаторов с регулированием под нагрузкой. Целесообразно предусмотреть автоматическое регулирование напряжения на ГПП.

Переключение отпаек тиристорным переключающим устройством может производиться за 0,04 с в каждые 30 мин, что обеспечит регулирование напряжения на секциях сборных шин печных подстанций.

Зафиксированная величина колебаний напряжения в системе электроснабжения в рассмотренной схеме питания нагрузок завода превышает значения 1% и доходит до 2,72%, что не сказывается на качестве освещения, но вызывает снижение полезной мощности в рабочем режиме на 4,3%. В связи с чем при работе трех печей производительность снижается на 6,1%, а расход электрической энергии увеличивается на 5,11%. Значения колебаний напряжения в результате работы нескольких печей одновременно в режиме расплавления выражается коэффициентом K_m , который при работе для одной печи принимается равным 1; для двух печей – 1,15–1,2; для трех печей – 1,3–1,4; для четырех печей – 1,4–1,5. Поэтому одним из существенных способов ограничения колебаний в питающей цех завода системе является установление жесткого графика работы печей, исключающего возможность одновременно плавить в двух печах и тем более в трех печах в режиме расплавления, включенных на одну секцию. В этом случае величина колебаний напряжения может быть ограничена на 1,5%.

Литература

1. Вагин Г.Я., Севостьянов А.А., Юртаев С.Н. Электромагнитная совместимость дуговых печей и систем электроснабжения // Труды Нижегородского государственного университета им. Р.Е. Алексеева. 2010. № 2(81). С. 202–210.
2. Жежеленко И.В., Рабинович М.Л., Божко В.М. Качество электроэнергии на промышленных предприятиях. Киев: Техника, 1981. 160 с.
3. Львова Э.Л. Влияние работы ряда ДСП в литейных цехах на качество электрической энергии и их взаимовлияние. Исследование специальных вопросов электротермии. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1983. С. 29–33.
4. Миронова А.Н., Миронов Ю.М. Энерготехнологическая эффективность дуговых сталеплавильных печей. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1999. 154 с.
5. Рыжнев Ю.Л., Минеев Р.В., Михеев А.П., Смелянский М.Я. Влияние дуговых печей на системы электроснабжения / под. ред. М.Я. Смелянского, Р.В. Минеева. М.: Энергия, 1975. 184 с.

ЛЬВОВА ЭЛЬВИРА ЛЬВОВНА – старший преподаватель, кафедры электротехнологий, электрооборудования и автоматизированных производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (elyalvov1@yandex.ru).

МИРОНОВА АЛЬВИНА НИКОЛАЕВНА – доктор технических наук, профессор кафедры электротехнологий, электрооборудования и автоматизированных производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (anmir37@mail.ru).

E. LVOVA, A. MIRONOVA

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS OF THE INFLUENCE OF ARC-FURNACE GROUP ON SUPPLY VOLTAGE

Key words: arc steel-smelting furnace EAF, supply networks, operating modes, electric power quality indicators, voltage distortion, research and processing methods.

The article discusses the influence of arc furnaces on the supply networks and their mutual influence. It presents the results of experimental studies of arc furnaces in case when they and a group of low capacity arc steel-smelting furnaces were powered from a single double-wound split-winding transformer. A technique for studying and processing experimental data of voltage variation in supply networks is described. The basic expressions for determining the coefficient, taking into account the increasing influence of a group of furnaces operation on the supply network, are considered. The main static indicators of the voltage quality on the plant sub-

station buses in arc steel-smelting furnace operation are revealed. It is noted that electrical energy quality index in distribution networks is significantly different from the standardized ones GOST 32144-2013. The analysis of the voltage fluctuation influence on the furnace operation is given. The methods of reducing the influence of arc furnaces operating modes on the performance of arc steel-smelting furnace plants are proposed.

References

1. Vagin G.Ya., Sevost'yanov A.A., Yurtaev S.N. *Elektromagnitnaya sovmestimost' dugovykh pechei i sistem elektrosnabzheniya* [Electromagnetic compatibility of arc furnaces and power supply systems]. *Trudy Nizhegorodskogo gosudarstvennogo universiteta im. R.E. Alekseeva*, 2010, vol. 2(81), pp. 202–210.
2. Zhezhelenko I.V., Rabinovich M.L., Bozhko V.M. *Kachestvo elektroenergii na promyshlennykh predpriyatiyakh* [The quality of electricity in industrial enterprises]. Kiev, Tekhnika Publ., 1981, 160 p.
3. Lvova E.L. *Vliyanie raboty ryada DSP v liteinykh tsekhakh na kachestvo elektricheskoi energii i ikh vzaimovliyanie. Issledovanie spetsial'nykh voprosov elektrotermii* [Influence of the work of a number of chipboards in foundries on the quality of electrical energy and their mutual influence]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 1983, pp. 29–33.
4. Mironova A.N., Mironov Yu.M. *Energotekhnologicheskaya effektivnost' dugovykh staleplavil'nykh pechei* [Energy efficiency of arc steel-smelting furnaces]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 1999, 154 p.
5. Smelyanskii M.Ya., Mineev R.V., eds.; Ryzhneev Yu.L., Mineev R.V., Mikheev A.P., Smelyanskii M.Ya. *Vliyanie dugovykh pechei na sistemy elektrosnabzheniya* [The effect of arc furnaces on power supply systems]. Moscow, Energiya Publ., 1975, 184 p.

LVOVA ELVIRA – Senior Lecturer, Department of Electrical Technologies, Electrical Equipment and Automated Production, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (elyalvov1@yandex.ru).

MIRONOVA ALVINA – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Electrotechnology, Electrical Equipment and Automated Production, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (anmir37@mail.ru).

Формат цитирования: Львова Э.Л., Миронова А.Н. Экспериментальные исследования влияния группы дуговых печей на питающее напряжение // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 67–78.

УДК 621.365.2:[602.9:502.174]

ББК К327.4

Ю.М. МИРОНОВ, А.Н. МИРОНОВА

ПОВЫШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДУГОВЫХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ С ПОМОЩЬЮ ОПТИМИЗАЦИИ ИХ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ

Ключевые слова: себестоимость выплавки тонны стали, расход электроэнергии, электрические потери, тепловые потери, снижение потерь, предварительный нагрев шихты, горелки, кислород, утилизация отходящих газов.

Из экономического анализа выявлены основные направления снижения себестоимости выплавки тонны стали на дуговых печах, определена роль в этом процессе снижения энергопотребления. Рассмотрены мероприятия по снижению электрических потерь за счет оптимизации режимов, изменения конструктивных элементов печей и уменьшения частоты тока. Описаны методы снижения тепловых потерь через футеровку, с отходящими газами и во время «горячих» и «холодных» простоев дуговых печей. Проанализирован энергетический баланс дуговой сталеплавильной печи. Показано, что существенное снижение энергопотребления кроме снижения потерь энергии может быть достигнуто за счет мероприятий по повышению энтальпии шихты с помощью ее подогрева с помощью топливно-кислородных горелок как вне печи, так и во время процесса расплавления металла. Эффективным методом оптимизации является утилизация тепла отходящих газов. Рассмотрены различные способы этого процесса. Описаны методы снижения расхода электроэнергии за счет оптимизации электрических режимов плавки.

Рассмотрим вопросы энергосбережения на наиболее распространенных и самых энергоемких электротехнологических установках (ЭТУ) – дуговых сталеплавильных печах (ДСП). Эти вопросы являются одними из главных в обеспечении высокой экономической эффективности электроплавки в ДСП.

Известно, что основным показателем экономической эффективности процесса плавки является себестоимость 1 т выплавленного металла при неукоснительном выполнении требований по его качеству.

Себестоимость выплавки стали

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = a + \frac{b}{G} + \sum c_i w_i,$$

где S_1 – условно-постоянные общезаводские и общецеховые расходы; S_2 – часть себестоимости, зависящая от производительности G ; S_3 – часть себестоимости, зависящая от расхода ресурсов (электроэнергии – $w_э$, электродов $w_{эл}$, ферросплавов $w_ф$, футеровочных материалов $w_{фут}$ и т.д.); c_i – цены соответствующих ресурсов.

При изменении условий производства происходит изменение технико-экономических показателей печей – производительности и расходов ресурсов. При этом относительное изменение себестоимости

$$\Delta \bar{S} = \frac{\Delta S}{S} = -\bar{S}_G \Delta \bar{G} + \sum \bar{S}_i \Delta \bar{w}_i,$$

где $\bar{S}_G = \frac{S_2}{S}$, $\bar{S}_i = \frac{S_i}{S}$ – доли себестоимости, приходящиеся на каждый показатель – производительность и ресурсы; $\Delta\bar{G} = \frac{\Delta G}{G}$, $\Delta w_i = \frac{\Delta w_i}{w_i}$ – относительные изменения технико-экономических показателей.

Производительность печи связана с «горячей» производительностью соотношением

$$G = G_{\text{ГОР}}K,$$

где $K = \tau_{\text{ГОР}}/\tau$, $\tau_{\text{ГОР}}$ и τ – «горячий» период и время полного цикла плавки. Тогда можно показать, что

$$\Delta\bar{S} = \frac{\Delta S}{S} = -\bar{S}_G(\Delta\bar{G}_{\text{ГОР}} + \Delta\bar{K}) + \sum \bar{S}_i\Delta\bar{w}_i. \quad (1)$$

Из вышесказанного следует, что минимизация себестоимости связана с увеличением доли «горячей» производительности печи и доли «горячего» времени плавки, а также снижением расхода всех ресурсов. Эта многоплановая нелинейная задача решается различными методами, причем каждый из них влияет как на производительность, так и на экономию ресурсов.

Экономия электроэнергии является одной из составляющих снижения себестоимости выплавки стали. Рассмотрим основные мероприятия по энергосбережению, попутно учитывая и изменение других составляющих себестоимости.

Рассмотрим энергетический баланс ДСП, который может быть записан следующим образом:

$$W_c + W_{\text{ш}} + W_x + W_r = W_m + W_{\text{э,п}} + W_{\text{т,п}} \pm W_{\text{акк}}, \quad (2)$$

где W_c – электроэнергия, потребляемая электропечной установкой из энергосистемы; $W_{\text{ш}}$ – энтальпия шихты и газов, поступающих в рабочее пространство ДСП; W_x – химическая энергия экзо- и эндотермических реакций окисления, восстановления и шлакообразования; W_r – количество тепловой энергии, вводимой в рабочее пространство ДСП с помощью топливно-кислородных горелок ТКГ; W_m – энтальпия сливаемого жидкого металла и шлака (полезный расход энергии); $W_{\text{э,п}}$ – электрические потери в источнике питания и вторичном токоподводе (до рабочего пространства печи); $W_{\text{т,п}}$ – тепловые потери из рабочего пространства печи; $W_{\text{акк}}$ – изменение энтальпии футеровки (плюс – при нагреве, минус – при остывании) [2]. При анализе баланса за весь период плавки этой составляющей можно пренебречь.

Главным в балансе является полезное тепло, необходимое для нагрева металла шихты до температуры плавления, его расплавления и перегрева до температуры слива W_m . Известно, что теоретический удельный расход энергии составляет для разных марок стали 360-390 кВт·ч/т. В то же время суммарный расход энергии на дуговых печах составляет 700-800 кВт·ч/т для печей малой и средней емкости и 480-580 кВт·ч/т для современных большегрузных печей, что свидетельствует о росте общего КПД печей от 0,4-0,45 до 0,7-0,75 (рис. 1) [1]. Это связано с уменьшением отношения теплоотдающих поверхностей к объему металла.

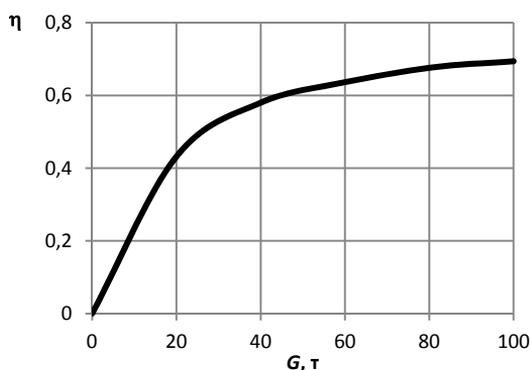


Рис. 1. Влияние емкости ДСП на КПД

Доля расхода электроэнергии в балансе будет иметь вид

$$W_c = W_m + W_{\text{э,п}} + W_{\text{т,п}} - (W_{\text{ш}} + W_x + W_{\text{т}}). \quad (3)$$

Из анализа (3) следует, что снижение расхода электроэнергии может быть получено как за счет снижения электрических и тепловых потерь, так и за счет использования других видов энергии, т.е. использования комплексного нагрева.

1. Мероприятия по снижению потерь энергии

Электрические потери. Электрические потери в электрическом контуре печи определяют электрический КПД $\eta_{\text{э}}$ и, соответственно, удельный расход электроэнергии. Они зависят от рабочего тока печи, активного сопротивления токоподвода и частоты используемого тока.

Одним из основных мероприятий по снижению электрических потерь является оптимизация конструкции токоподвода. Наибольшую долю в потерях (13–20%) дают кабельные гирлянды. Поэтому особое внимание уделяется рациональному взаимному расположению источника питания и печи. Для уменьшения длины гибких кабельных гирлянд ДСП располагают так, чтобы выводы средней фазы трансформатора или трансформатор в целом были сдвинуты относительно оси печи на 1–1,5 м в сторону сливного носка. Минимизируют и расстояния между печью и трансформатором, для чего оптимизируют расположение механизмов перемещения электродов, поворота свода и т.д. Для уменьшения протяженности участка расшихтовки в последние годы ряд зарубежных фирм перешел к изготовлению трансформаторов с выводами, соответствующими использованию на печи схемы вторичного токоподвода «триангулированная звезда на электродах».

На современных печах использование эркерного слива металла позволяет существенно сократить длину кабельных гирлянд. Это в совокупности с возможным снижением температуры слива из-за компактности струи дает снижение удельного расхода электроэнергии на 15–30 кВт·ч/т.

Для снижения потерь на сверхмощных печах отказываются от трубошин, заменяя их токоведущими биметаллическими рукавами электрододержателей. При этом удается добиться снижения активного (в 2,4 раза) и индуктив-

ного (в 1,6 раза) сопротивлений этого участка короткой сети, что позволило на печах емкостью 80-85 т фирмы Badiche Stalverke (ФРГ) увеличить полезную мощность на 8,5% и коэффициент мощности с 0,81 до 0,84 [6].

Для снижения электрических потерь и повышения электрического КПД η_{Σ} ДСП имеет значение не только активное сопротивление токоподвода, но и реактивное. Его снижение позволяет для обеспечения требуемой мощности дуг работать при меньших токах, что вызывает снижение электрических потерь и удельного расхода электроэнергии.

Значительная доля электрических потерь связана с электромагнитным взаимодействием токоподвода с окружающими конструкциями. Для их снижения необходимо удалять конструкции от проводников на расстояние не менее 0,4-0,5 м, для разрыва контуров предусматривать изоляционные вставки, а иногда и выполнять элементы конструкций из немагнитных материалов.

Очень важным фактором энергосбережения на ДСП является устойчивость горения дуги, особенно в начальный период плавки. Увеличение в этот период несинусоидальности тока вызывает рост потерь электроэнергии за счет более резкого проявления поверхностного эффекта в проводниках и снижение η_{Σ} [1]. Поэтому все меры по повышению устойчивости горения дуги благотворно сказываются на расходе электроэнергии. Сюда относятся и меры по повышению начальной температуры шихты и энтальпии шихты $W_{\text{ш}}$, что обеспечивается как ее предварительным нагревом, так и использованием топливно-кислородных горелок (ТКГ) в начальный период плавки.

Тепловые потери. Тепловые потери ДСП состоят из потерь через футеровку, с отходящими газами и потерь во время простоев.

Анализ *тепловых потерь через футеровку* показывает, что мощность тепловых потерь слабо меняется во время отдельных периодов плавки. В результате этого энергия потерь через футеровку изменяется примерно пропорционально длительности периодов, а суммарная – «горячему» времени плавки. Удельные тепловые потери составляют в среднем 0,4 кВт·ч/т(мин), а в конце плавки они достигают 1,7 кВт·ч/т(мин). Поэтому основным направлением снижения тепловых потерь является снижение времени плавки, т.е. повышение «горячей» производительности печей. Интенсификация плавки достигается самыми различными методами, главным из которых является повышение удельных мощностей печей. В настоящее время на современных сверхмощных печах удельные мощности достигают 1000 кВт·А/т и выше. Кардинальным решением является вынос большинства металлургических операций из ДСП в устройства внепечного рафинирования металла, обладающие более низкими энергетическими характеристиками. При этом длительность плавки снижается до 0,5-1,0 ч при удельных расходах электроэнергии 400 кВт·ч/т и ниже. Конечно, на таких печах футеровка заменяется водоохлаждаемыми панелями. Однако на крупных печах это не вызывает значительного роста тепловых потерь, особенно при использовании вспененных шлаков. Более того, с учетом уменьшения расходов огнеупоров в 5–10 раз и графитированных электродов на 30–40% это мероприятие обеспечивает не только снижение энергетических затрат, но и значительное снижение себестоимости стали [5].

Тепловые потери с отходящими газами составляют значительную часть всех потерь энергии. Они определяются энтальпией технологических высоконагретых газов.

Доля тепла, теряемого с отходящими газами за время плавки, в энергетическом балансе ДСП возрастает при сокращении цикла плавки с увеличением емкости и мощности ДСП, расходов топлива и кислорода. На печах небольшой и средней мощности емкостью 3–50 т $W_{\text{ТП,Г}}$ в период плавления составляет 6–8%, на 200-тонных ДСП мощностью 60 МВ·А 21–22%, а на высокомощных (75 МВ·А) 100-тонных ДСП при длительности плавления около 1 ч $W_{\text{ТП,Г}}$ достигает 25%.

Удаление и очистка газов требуют дополнительных энергетических затрат, увеличивающих расход электроэнергии на выплавку стали на 10–20%. Энергетические затраты на транспортировку газов во многом связаны с конструкцией системы принудительного отсоса газов. В последние годы чрезмерно энергоемкие системы газоудаления с вытяжными зонтами заменяют на значительно более экономичные с использованием газо-шумоизолирующих камер (укрытий) в комбинации с отсосом газов через дополнительное отверстие в своде и сводовый патрубок и тщательным уплотнением электродных отверстий с помощью керамических или водоохлаждаемых уплотнителей. Такие системы позволяют сочетать охрану окружающей среды от шума и пылегазовых выбросов. При этом экономия электроэнергии на газоудаление достигает 30%.

Характерной особенностью ДСП является одновременное присутствие в отходящих газах больших количеств окиси углерода и кислорода, что объясняется плохим смешиванием газов в рабочем пространстве. Поэтому происходит дожигание газов с помощью дальнейшего смешивания с воздухом или кислородом. Температура отходящих газов в период плавления составляет 1100–1300°C, а в окислительный период достигает 1350–1550°C. Для возможности использования газоочистки газы должны быть охлаждены до 80–250°C. На старых печах это производится с помощью дополнительного подсоса холодного воздуха. Для снижения энергетических затрат (в 2,0–2,5 раза) на современных печах охлаждение газов осуществляют в специальных конвективных трубчатых теплообменниках. Но наиболее эффективным является использование тепла отходящих газов для предварительного нагрева шихты или в энергетических целях для получения перегретого пара. Утилизация $W_{\text{ТП,Г}}$ в таких установках позволяет полностью скомпенсировать тепловые потери и энергетические затраты, связанные с газоудалением.

Тепловые потери во время простоев. Значительное влияние на производительность печей и расход электроэнергии оказывает длительность простоев ДСП, вызванных либо проведением таких технологических операций, требующих отключения дуг, как заправка подины, загрузка шихты, выпуск плавки и др., либо организационными задержками. Отношение времени работы ДСП под током к длительности цикла плавки в ряде случаев еще не превышает 0,5–0,6, хотя при современной организации производства этот показатель может достигать 0,7–0,9.

При технологических или аварийных простоях ДСП с закрытым рабочим пространством потери тепла и дополнительный расход электроэнергии относительно невелики. Каждый час такого простоя увеличивает ϖ_c примерно на 10 кВт·ч/т. При завалке или подвалке шихты, когда открытое рабочее пространство ДСП, нагретое до высоких температур, интенсивно излучает тепло в окружающую среду, энергетические потери увеличиваются во много раз. Каждая минута простоя ДСП с открытым рабочим пространством из-за потерь тепла связана с дополнительным расходом электроэнергии в среднем от 3,0 до 1,5 кВт·ч/т, что приводит к росту удельного расхода энергии до 10 кВт·ч/т при каждой подвалке шихты [5].

Уменьшению длительности таких операций и потерь тепла открытым рабочим пространством способствуют увеличение быстродействия механизмов поворота свода на крупных ДСП или выката ванны на малых ДСП, механизмов подъема и передвижения завалочного крана, ускорение заправки подины с помощью заправочных машин, а также рациональная организация операций по загрузке шихты и сокращение числа подвалок. Длительность отключения ДСП для загрузки одной корзины шихты на современных печах может быть сокращена до 3 мин. Получил распространение метод работы ДСП с оставлением части жидкого металла на подине, при котором наряду с другими преимуществами продолжительность заправки в расчете на одну плавку сокращается в 3-5 раз и составляет не более 6 мин даже с учетом установки графитированных электродов. Получают распространение и печи с увеличенным объемом ванны, что позволяет снизить число подвалок шихты.

Простои по организационным причинам могут быть разделены на простои из-за недостаточной согласованности работы плавильного и литейного отделений и на простои, вызванные спецификой графика работы цеха.

Простои из-за несогласованности работы отделений чаще всего являются «горячими» с нахождением в ванне печи подготовленного к сливу металла. При этом печь вынуждены периодически включать для подогрева металла, компенсируя тепловые потери. Каждая минута простоя увеличивает расход электроэнергии на выплавку одной тонны стали на 3–5 кВт·ч. При средней продолжительности «горячих» простоев 15–30 мин дополнительные потери электроэнергии могут достигать 45–150 кВт·ч/т. Более весомо отражается на экономике плавки выгорание легирующих элементов, что увеличивает расход ферросплавов, снижение выхода годного металла за счет его «угара», повышение расхода дорогих и дефицитных электродов и др.

Простои, связанные со спецификой графика работы цеха, в основном «холодные». Электрические печи простаивают без металла в выходные дни, при отсутствии заказов, а периоды максимальной нагрузки энергосистемы при наличии ограничения электропотребления, во время ремонтов и т.д. Во время «холодных» простоев печи энергии не потребляют. Однако при их остывании теряется тепло, аккумулированное футеровкой печи, которое соизмеримо с энергией, затрачиваемой на плавку. При включении печи после

простоя для компенсации этих потерь необходимо затратить электроэнергию примерно в два раза больше.

Большое значение имеет длительность простоя [9]. Печи остывают инерционно, но достаточно быстро. Так, в течение 20 мин температура футеровки стен снижается с 1900°C до 1350°C, а свода – с 1400 до 1000°C. Снижения скорости остывания печи можно достигнуть загрузкой ванны шихтой, чем широко пользуются на практике. Однако и при этом простой более 1 ч вызывает снижение температуры печи до 600-700°C и почти полную потерю запасенной в кладке энергии.

«Холодные» простои имеют и более серьезные, чем дополнительные расходы энергии, экономические последствия. При прерывистом режиме работы возрастает число теплосмен футеровки стен и свода и электродов. Это приводит к возникновению в них термических напряжений и значительному снижению их стойкости, уменьшению длительности межремонтных кампаний футеровки и резкому перерасходу огнеупорных материалов и электродов.

Вышесказанное свидетельствует от том, что даже без применения дополнительных видов энергии и утилизации тепла проведенные мероприятия по снижению потерь могут существенно повлиять на энергопотребление печей и повысить экономическую эффективность плавки стали в ДСП.

2. Экономия электроэнергии за счет подогрева шихты с помощью топливно-кислородных горелок (ТКГ) и применения кислорода

Из анализа выражения (3) видно, что одним из эффективных методов снижения расхода электроэнергии является увеличение энтальпии загружаемой шихты $W_{ш}$. Это можно осуществить двумя способами: подогревом шихты с помощью дополнительных источников энергии и с помощью утилизации тепла отходящих газов [2].

При реализации первого способа нагрев производится либо вне печи, либо внутри. В первом случае загрузочные корзины с шихтой устанавливаются в специальных камерах, имеющих топливно-кислородные горелки. Нагрев производят до 200–400°C, что обеспечивает введение дополнительного тепла 35–45 кВт·ч/т. При этом требуется израсходовать около 7 м³/т газа. Однако стоимость газового нагрева более чем в три раза ниже нагрева в электрических дугах [3], что и определяет экономический эффект от применения предварительного нагрева шихты. Нагрев корзин в камерах связан с рядом недостатков – снижением прочности корзин, возникновением экологических проблем, решение которых значительно снижает экономический эффект от применения такого вида нагрева шихты.

Значительно эффективнее происходит нагрев шихты непосредственно в самой печи при использовании альтернативных видов энергии (сжигание газа, применение кислорода) тем более, что при этом возникает ряд технологических эффектов, позволяющих повысить производительность печи. В современных печах в пространстве печи устанавливаются топливно-кислород-

ные горелки ТКГ различной конструкции (рис. 2). Их суммарная мощность может достигать 50% от мощности трансформатора.

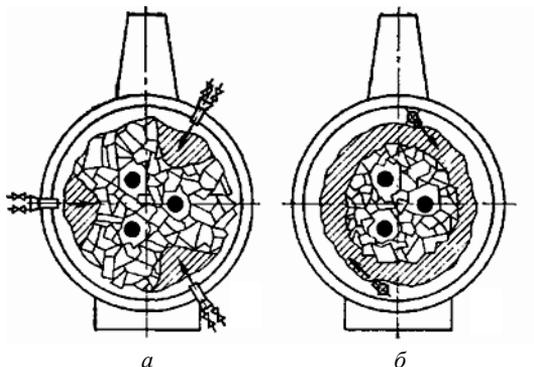


Рис. 2. Зоны нагрева шихты с помощью ТКГ (штриховка):
а – стеновые; б – поворотные вертикальные ТКГ

ТКГ применяют в начальный период плавки для подогрева еще сравнительно холодной шихты, устанавливают их так, чтобы в первую очередь греть шихту в «холодных» зонах между электродами. Это позволяет сократить время периода расплавления и уменьшить расход электроэнергии на 20–60 кВт·ч/т.

Одновременно с использованием ТКГ в этот период применяют газообразный кислород для дожигания СО и окисления углерода шихты и примесей. Необходимо отметить, что это связано с дополнительными затратами, связанными с получением кислорода (см. таблицу). Но значительное повышение химической составляющей W_x баланса энергии (3) и технологические возможности кислорода по ускорению расплавления «тяжелого» лома и предотвращению «настылей» позволяют не только повысить производительность печей, но и снизить расход электроэнергии до 30 кВт·ч/т. В современных печах ТКГ и кислородные фурмы объединяют в единые устройства.

Стоимость 1 кВт·ч энергии, усвоенной металлом и шлаком
при использовании ее различных видов [3]

Вид энергии	Стоимость 1 кВт·ч энергии, %
Электроэнергия, вводимая в печь	100
Энергия окисления углерода шихты (лома, кокса, порошка углерода) газообразным кислородом	125,4
Энергия от сжигания природного газа в газокислородных горелках	32,0

На рис. 3 показан типичный баланс энергии в высокомогущной дуговой печи. Его рассмотрение показывает, что применение ТКГ и кислорода позволяет в значительной степени заместить электроэнергию.



Рис. 3. Типичный энергетический баланс плавки стали в современной высокомошной печи (без утилизации тепла)

3. Экономия электроэнергии с помощью утилизации тепла отходящих газов

Эффективным методом снижения расхода электроэнергии является использование тепла отходящих газов для нагрева шихты. В настоящее время работают различные варианты установок, реализующих этот принцип.

Наиболее распространен внепечной метод, в котором камера нагрева шихты встроена в тракт отсоса газов. На рис. 4. приведена схема наиболее простой установки для нагрева шихты без рециркуляции отходящих газов. Ее недостатком является недостаточное снижение температуры газов. Поэтому чаще используют установки с двойной, а иногда и с тройной рециркуляцией газов.

Нагрев шихты отходящими газами в настоящее время осуществляется и с помощью устройств, совмещенных с самой печью. Наиболее распространены шахтные дуговые печи фирмы Fuchs Systemtechnik (Германия) [6] (рис. 5). Такие печи реализуют два метода экономии электроэнергии: использование тепла отходящих газов для нагрева шихты в шахте и снижение простоев и потерь энергии при дополнительных подвалках шихты.

Процесс плавки протекает следующим образом. После слива металла удерживающие пальцы в нижней камере шахты освобождаются и прогретая шихта падает в ванну. Пальцы поднимаются, пальцы второй камеры освобождаются, и шихта перемещается в нижнюю камеру и т.д. Так последовательно осуществляются прогрев шихты и ее перемещение в ванну с расплавленным металлом. Эксплуатация десятков печей Fuchs, в том числе и в России, показало, что экономия электроэнергии составляет 280-300 кВт·ч/т. Дополнительным преимуществом шахтных печей является задержка ломом выделяющейся в печи пыли, что приводит к увеличению выхода годного металла на 1%.

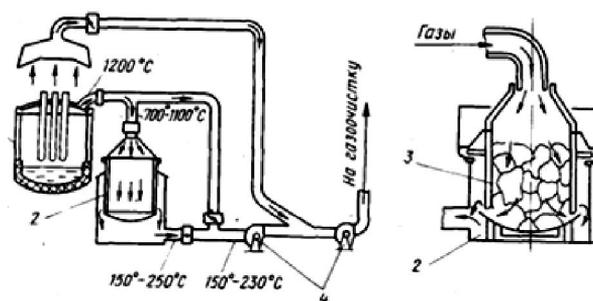


Рис. 4. Схема установка для нагрева шихты без рециркуляции отходящих газов: 1 – печь; 2 – установка для нагрева лома; 3 – загрузочная корзина; 4 – дымосос

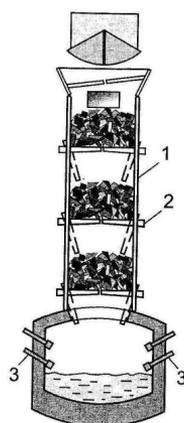


Рис. 5. Секционированный подогреватель шихты на шахтной печи: 1 – шахта; 2 – удерживающие пальцы; 3 – ТКГ

Другим вариантом утилизации тепла отходящих газов являются печи CONSTEEL (рис. 6) [4]. Нагрев шихты, перемещающейся в печь через туннель с помощью конвейера, осуществляется как с помощью ТКГ, так и с помощью утилизации тепла проходящих через туннель газов. Это позволяет сэкономить 53 кВт·ч/т электроэнергии.

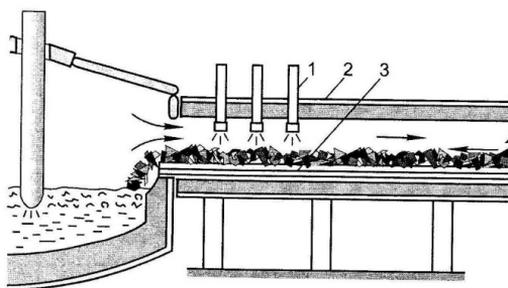


Рис. 6. Принцип действия печи CONSTEEL: 1 – топливно-кислородные горелки; 2 – корпус конвейера; 3 – шихта

4. Оптимизация электрических режимов плавки

Наряду с вышеописанными конструктивными, технологическими и энергетическими мероприятиями по повышению эффективности плавки в ЛСП большое значение имеют вопросы оптимизации электрических режимов печей.

Критерии оптимизации режимов различны в разные периоды плавки. Все они основываются на критерии минимизации себестоимости выплавленного металла при увеличении производительности и максимальном энергосбережении.

В период расплавления шихты при отсутствии ограничения электропотребления стремятся ввести максимальную мощность в режиме максимальной излучательной способности дуги («коэффициент износа футеровки» R_F) при относительных токах $\bar{I} = I/I_K = 0,5-0,6$ [2]. Это осуществляется использо-

ванием повышенных вторичных напряжений (до 1600 В), предвключенных реакторов и длинных дуг, обеспечивающих высокие КПД дуги и электрический КПД (рис. 7) [10]. В результате увеличивается скорость расплавления металла при снижении расхода электроэнергии. При этом обеспечивается уменьшение вредного влияния на сеть из-за низкой кратности тока КЗ [8]. По мере прохождения периода расплавления напряжение, а следовательно, и длина дуги должны постепенно снижаться и наводиться вспененный шлак.

В период нагрева жидкого металла критерии оптимизации режима меняются. Главным является согласование времени нагрева металла до температуры слива с временем технологических операций по рафинированию металла при максимальном снижении электропотребления.

Рабочая точка режима перемещается в сторону относительных токов, соответствующих максимуму коэффициента нагрева металла КИН ($\bar{I} = I/I_K = 0,8 - 0,85$) и выбору напряжения и мощности трансформатора по требуемой скорости нагрева металла (рис. 8) [2, 10]. При этом желательно обеспечить заглужение дуг в шлак и металл.

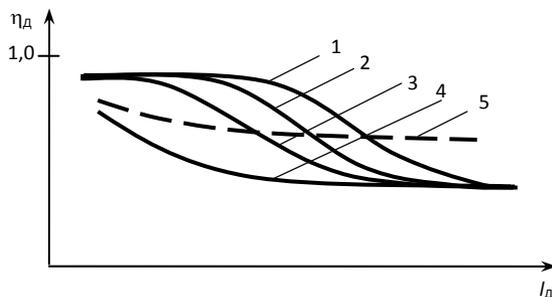


Рис. 7. Влияние длины дуги на КПД дуги в различные моменты плавки: кривая 1 – проплавление колодцев; 2 – начало раскрытия колодцев; 3 – доплавление шихты; 4 – нагрев жидкой ванны металла; 5 – нагрев металла с наведенным вспененным шлаком

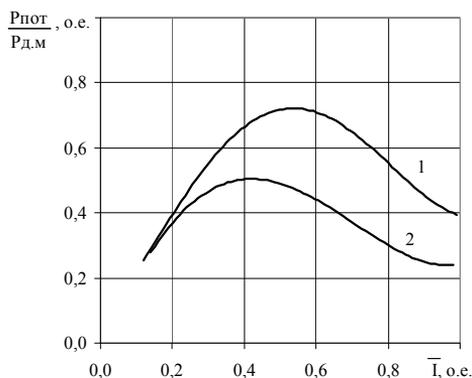


Рис. 8. Влияние тока печи на относительные тепловые потери: кривая 1 – ДСП-6; 2 – ДСП-25

Длительность периода нагрева жидкого металла велика только на литейных и спецэлектрометаллургических печах малой и средней емкостей. На печах большой емкости этот период значительно сокращен из-за переноса металлургических операций в агрегаты внепечного рафинирования.

Рассмотренный выше материал показывает, что в настоящее время в мире и в России применяются современные ДСП, реализующие разнообразные методы повышения экономической эффективности и снижения энергопотребления. Современные печи отличаются большими размерами корпуса и лучшими показателями работы. Удельные мощности в среднем составляют $1,0 \text{ МВ} \cdot \text{А/т}$ при максимуме $1,5 \text{ МВ} \cdot \text{А/т}$, коэффициент излучательной способности дуги увеличен до $250 \text{ кВт} \cdot \text{В/см}^2$. Снижение удельного расхода электроэнергии характерно в основном для печей в странах с запасами химической энергии и при использовании нового поколения газовых горелок и инжекторов кислорода, а также методов утилизации тепла. Уменьшение продолжительности плавки достигается путем увеличения количества горелок и инжекторов кислорода и повышения их мощности. В новых печах мощность горелок составляет до 40-50% электрической мощности.

Примером высокоэффективных современных ДСП может служить установленная на заводе компании Icdas Celik Energy Tersane v. Ulasim Sayayi AS 175-т дуговая печь конструкции фирмы Concast AG с трансформатором мощностью $168 \text{ МВ} \cdot \text{А}$, работающая с горелками мощностью 39 МВт и с подогревом лома [7]. Производительность печи составляет 230 т/ч при расходе электроэнергии $325 \text{ кВт} \cdot \text{ч/т}$ (с холодным ломом) и $290 \text{ кВт} \cdot \text{ч/т}$ (при нагреве лома до 200°C), удельном расходе кислорода $47 \text{ м}^3/\text{т}$.

Литература

1. Миронов Ю.М. Электротехника электрометаллургических печей дугового, резистивного и смешанного нагрева. М.: ИНФРА-М, 2018. 336 с. DOI: 10.12737/monography5ac67dd383773..64112431.

2. Миронова А.Н., Миронов Ю.М. Энерготехнологическая эффективность дуговых сталеплавильных печей / под ред. Ю.М. Миронова. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1999. 354 с.

3. Тулуевский Ю.Н., Зинуров И.Ю. Инновации для дуговых сталеплавильных печей. Научные основы выбора. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. 347 с.
4. Ферру М.Б. Самая крупная в мире установка CONSTEEL снабжает сталью производство полосы на заводе Arvedi // Сталь. 2010. № 11. С. 31–34.
5. Adams W., Allameddine S., Bowman B., Lugo M., Palge S., Stafford P. Total energy consumption in arc furnaces. *MPT Int.*, 2002, 25, no. 6, pp. 44–50.
6. Alzetta F., Poloni A., Ruscio E. Revolutionary new high-tech electric arc furnace. *MPT International*, 2006, no. 5, pp. 48–55.
7. Cottardi R., Miani G., Partyka A., Movak H.A. Design and performance of UUCP (Ultra-high chemical power) EAF. *Steel Times Int.*, 2006, no. 6, pp. 17–19.
8. Mironov Yu.M. Effect of the Secondary Current Lead Resistances on the Properties of an Arc Steel-Melting Furnace as a Receiver and Transformer of Electric Power. *Metally (Russian Metallurgy)*, vol. 2009, no. 8, pp. 1–5. DOI:10.1134/S0036029509080138.
9. Mironov Yu.M., Petrov V.G. Heat loss and energy efficiency of Arc Steel-Melting furnaces. *Russian Metallurgy (Metally)*, 2010, vol. 2010, iss. 12, pp. 1141–1144. DOI: 10.1134/S0036029510120141.
10. Mironov Yu.M., Petrov V.G. Thermal Operation of Arc Foundry Furnaces. *Metally (Russian Metallurgy)*, 2010, vol. 2010, iss. 6, pp. 522–525.

МИРОНОВ ЮРИЙ МИХАЙЛОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электротехнологий, электрооборудования и автоматизированных производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (mironovu@mail.ru).

МИРОНОВА АЛЬВИНА НИКОЛАЕВНА – доктор технических наук, профессор кафедры электротехнологий, электрооборудования и автоматизированных производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (Almir37@mail.ru).

Yu. MIRONOV, A. MIRONOVA

**ECONOMIC EFFICIENCY INCREASE OF ELECTRIC ARC FURNACES
BY OPTIMIZING THEIR ENERGY CONSUMPTION**

Key words: cost of smelting of a ton of steel, electricity consumption, power loss, heat loss, reduction of losses, preheating of charge, burners, oxygen, waste gas disposal.

The main directions of cost reduction in smelting a ton of steel in electric arc furnace have been determined and the role of reducing energy consumption in this process has been defined from economic analysis. Actions to reduce power losses due to melting conditions optimization, structural changes of the furnaces and current frequency reduction are considered. Methods to reduce heat losses from waste gases through the lining and during "hot" and "cold" downtime of arc furnaces are described. Energy balance of the electric arc furnace is analyzed. It is shown that significant energy consumption reduction in addition to reducing energy losses can be achieved due to the increase of charge enthalpy by heating it using fuel and oxygen burners both outside the furnace and during the process of metal melting. An effective method of optimization is waste gas heat recovery. Various ways of this process are considered. Methods to reduce energy consumption by optimizing electric melting conditions are described.

References

1. Mironov Yu.M. *Elektrotehnika elektrometallurgicheskikh pechei dugovogo, rezistivnogo i smeshanogo nagreva* [Electrical engineering to Electrometallurgy arc furnaces, resistive and mixed heating]. Moscow, INFRA-M. Publ., 2018, 336 p. DOI: 10.12737/monography5ac6f67dd383773..64112431.
2. Mironov Yu.M., ed.; Mironova A.N., Mironov Yu.M. *Energotehnologicheskaya effektivnost' dugovykh staleplavil'nykh pechei* [Effectiveness of Energotechnological arc steel furnaces]. Cheboксary, Chuvash State University Publ., 1999, 354 p.

3. Tuluevskii Yu.N., Zinurov I.Yu. *Innovacii dlya dugovykh staleplavil'nykh pechei. Nauchnye osnovy vybora* [Innovation for electric arc furnaces. Scientific basis for selection]. Novosibirsk, State Technical University Publ., 2010, 347 p.

4. Ferri M.B. *Samaya krupnaya v mire ustanovka CONSTEEL snabzhaet stal'yu proizvodstvo polosy na zavode Arvedi* [World's largest installation CONSTEEL supplying steel production at the plant strips Arvedi]. *Stal'*, 2010, no. 11, pp. 31–34.

5. Adams W., Allameddine S., Bowman B., Lugo M., Palge S., Stafford P. Total energy consumption in arc furnaces. *MPT Int.*, 2002, 25, no. 6, pp. 44–50.

6. Alzetta F., Poloni A., Ruscio E. Revolutionary new high-tech electric arc furnace. *MPT International*, 2006, no. 5, pp. 48–55.

7. Cottardi R., Miani G., Partyka A., Movak H.A. Design and performance of UUCP (Ultra-high chemical power) EAF. *Steel Times Int.*, 2006, no. 6, pp. 17–19.

8. Mironov Yu.M. Effect of the Secondary Current Lead Resistances on the Properties of an Arc Steel-Melting Furnace as a Receiver and Transformer of Electric Power. *Metally (Russian Metallurgy)*, vol. 2009, no. 8, pp. 1–5. DOI: 10.1134/S0036029509080138.

9. Mironov Yu.M., Petrov V.G. Heat loss and energy efficiency of Arc Steel-Melting furnaces. *Russian Metallurgy (Metally)*, 2010, vol. 2010, iss. 12, pp. 1141–1144. DOI: 10.1134/S0036029510120141.

10. Mironov Yu.M., Petrov V.G. Thermal Operation of Arc Foundry Furnaces. *Metally (Russian Metallurgy)*, 2010, vol. 2010, iss. 6, pp. 522–525.

MIRONOV YURI – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Electrotechnics, Electric Equipment and of Automated Productions, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (mironovu@mail.ru).

MIRONOVA ALVINA – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Electrotechnics, Electric Equipment and of Automated Productions, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (Almir37@mail.ru).

Формат цитирования: *Миронов Ю.М., Миронова А.Н.* Повышение экономической эффективности дуговых сталеплавильных печей с помощью оптимизации их энергопотребления // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 79–92.

УДК 621.3.06

ББК 31.2

А.И. ОРЛОВ, С.В. ВОЛКОВ

**СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ УСТРОЙСТВАМИ
ВЫРАВНИВАНИЯ НАГРУЗКИ ПРИ ИХ ГРУППОВОЙ РАБОТЕ**

***Ключевые слова:** устройство выравнивания нагрузки, симметрирующее устройство, несимметрия, несимметричная нагрузка, коэффициент несимметрии, симметричные составляющие, качество электрической энергии, потери электрической энергии.*

Статья посвящена сравнению алгоритмов управления группой устройств выравнивания нагрузки коммутационного типа, установленных в распределительном устройстве 0,4 кВ. Актуальность темы обусловлена необходимостью решения проблемы неравномерного распределения однофазной нагрузки по фазам трехфазной электрической сети, приводящей к отклонениям и несимметрии напряжения. В качестве объекта компьютерного моделирования выбрана схема типичной трехфазной разветвленной электрической сети 0,4 кВ, содержащая 4 трехфазные отходящие линии с однофазными потребителями. Рассмотрен алгоритм независимой и согласованной работы группы устройств. В первом случае выбор способа подключения отходящих линий к фазам источника производится блоком управления каждого устройства независимо; во втором используется единый блок управления всеми устройствами. Результаты моделирования позволяют установить, что алгоритм согласованной работы по сравнению с алгоритмом независимой работы позволяет снизить коэффициенты несимметрии напряжения по нулевой и обратной последовательностям в точке общего присоединения потребителей в большей степени, однако различие медианных значений полученных коэффициентов несимметрии не превышает 3%.

Неравномерность распределения однофазных нагрузок по фазам трехфазной электрической сети является причиной превышений нормируемых в стандарте¹ уровней показателей качества электроэнергии: отклонений напряжения, коэффициентов несимметрии напряжения по обратной и нулевой последовательности. Несимметрия напряжений вызывает дополнительные технологические потери в элементах электрических сетей и электрооборудовании потребителей, увеличивает риск его отказов. По мере развития электрических сетей указанная проблема только возрастает, особенно в сельских электрических сетях, где доминируют однофазные потребители. Так, за последнее десятилетие технологические потери в сельских электрических сетях выросли почти в 3 раза и достигают 30% от общей величины потерь в сетях 0,4 кВ [2, 9]. Внимание к данной проблеме со стороны электросетевых компаний² подтверждает актуальность исследований путей решения данной проблемы.

¹ ГОСТ 32144–2013. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. М.: Стандартинформ, 2014. 16 с.

² Положение ПАО «Россети» «О единой технической политике в электросетевом комплексе» [Электронный ресурс]. URL: <http://www.rosseti.ru/investment/science/tech/doc/tehpolitika.pdf> (дата обращения: 01.08.2018).

Наилучшим решением проблемы несимметрии было бы равномерное распределение однофазных потребителей по фазам. Однако в большинстве случаев количество и режимы работы таких потребителей постоянно меняются. Существуют разнообразные устройства с различным принципом действия, работа которых приводит к уменьшению несимметрии напряжений [5]. Наиболее технически совершенными можно считать устройства, перераспределяющие мгновенную мощность [10] между фазами электрической сети. Силовая часть таких устройств представляет собой инвертор напряжения или тока [1]. Несмотря на широчайшие возможности, устройства данного типа имеют высокую стоимость и неустраняемые рабочие потери. Симметрирующие трансформаторы типа ТМГСУ [3] ограничивают протекание тока нулевой последовательности за счет наличия дополнительной обмотки вокруг стержней с фазными обмотками, но не влияют на несимметрию по обратной последовательности. Основным недостатком подобных устройств является высокая стоимость. Устройства коммутационного типа выравнивают нагрузку за счет физического перераспределения нагрузки по фазам электрической сети [4–7].

В работе рассматриваются алгоритмы управления группы трехфазных устройств выравнивания нагрузки (УВН), устанавливаемых в распределительном устройстве трансформаторной подстанции. Алгоритм работы отдельного УВН приведен в работах [6, 7]. Сравнение алгоритмов произведено с использованием компьютерной модели разветвленной трехфазной электрической сети 0,4 кВ.

Цель работы состоит в разработке алгоритмов управления группой трехфазных устройств выравнивания нагрузки коммутационного типа и их сравнении по критерию минимизации коэффициентов несимметрии напряжения в точках общего присоединения нагрузки.

Научная новизна работы заключается в определении количественных характеристик эффективности алгоритмов управления группой трехфазных устройств выравнивания нагрузки коммутационного типа.

Методы исследования основаны на численном компьютерном моделировании разветвленной электрической сети при наличии неравномерно распределенной нагрузки по фазам. Методологическую основу исследования составили модифицированный метод узловых потенциалов, теория множеств, методическое обеспечение обработки статистических данных.

Большинство трансформаторных подстанций сельских электрических сетей 6(10)/0,4 кВ имеет 2-3 трехфазные отходящие линии. Существуют подстанции, имеющие 4 трехфазные отходящие линии, например, КТП № 271 10/0,4 кВ МТФ Шабыки Сернурских электрических сетей Республики Марий Эл. Схема моделируемой электрической сети показана на рис. 1. Топология схемы и параметры ее элементов приняты в соответствии с известными данными по указанной подстанции. Из четырех отходящих линий три (линии 1–3) подключены к источнику через УВН, линия 0 – непосредственно.

Решение электрической цепи выполнялось модифицированным методом узловых потенциалов. Рассматривались только установившиеся режимы работы при синусоидальных напряжениях и токах, расчеты выполнялись в ком-

плексной форме. Несмотря на то, что среди потребителей имеется большое количество устройств с нелинейными вольт-амперными характеристиками, амплитуда и фаза эквивалентных в отношении мощности синусоидальных кривых напряжения и тока могут быть легко получены по исходным периодическим несинусоидальным кривым. В связи с этим принятые допущения не влияют на сущность физических процессов и на полученные результаты.

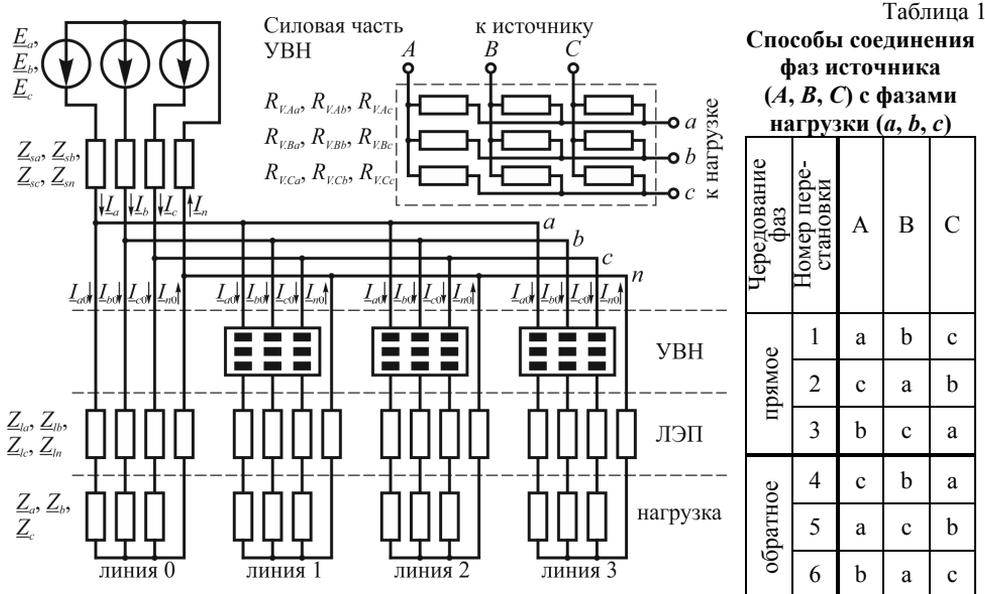


Рис. 1. Схема моделируемой электрической сети и схема силовой части устройства выравнивания нагрузки (УВН)

Схема моделируемой электрической сети включает трёхфазный симметричный источник ЭДС ($E_{sa} = 230$ В, $E_{sb} = 230 \cdot \exp(-j2\pi/3)$ В, $E_{sc} = 230 \cdot \exp(j2\pi/3)$ В) и суммарное сопротивление электрической системы, линий, трансформатора 10/0,4 кВ $Z_{sa} = Z_{sb} = Z_{sc} = 0,0055 + j0,0206$ А, $Z_{sn} = 0,0018 + j0,0069$ А (рис. 1). Сопротивления отходящих линий $Z_l = 0,206 + j0,164$ Ом приняты одинаковыми, что соответствует участку длиной 0,35 км, проложенному проводом А-50. Сопротивления нейтральных проводников приняты равными $0,069 + j0,055$ Ом. Фазные сопротивления Z_a, Z_b, Z_c каждой из трех отходящих линий, подключенных через УВН, приняты в модели ступенчато изменяемыми со значениями 10^6 Ом (холостой ход), 20 Ом, 10 Ом, 5 Ом. Одна отходящая линия (линия 0 на рис. 1) подключена к электрической сети непосредственно, сопротивления ее фазных нагрузок приняты равными 10 Ом.

Каждое устройство выравнивания нагрузки в модели представлялось 9 резисторами R_V , из которых 3 имеют низкое сопротивление 10^{-6} Ом в случае проводящего (открытого) состояния соответствующих ключей, остальные 6 – высокое сопротивление 10^6 Ом в случае непроводящего (закрытого) состояния (рис. 1). Возможны 6 состояний УВН, обозначенные номерами 1–6 в табл. 1, которые представляют собой различные способы перестановок соединений фаз источника (A, B, C) с фазами нагрузки (a, b, c).

В качестве контролируемых показателей качества при моделировании рассматривались коэффициенты несимметрии напряжения в точках a , b , c по нулевой K_{U0} и обратной K_{U2} последовательностям (рис. 1).

В данной работе рассматриваются алгоритмы независимого и согласованного функционирования устройств выравнивания нагрузки на примере группы из 3 УВН.

При невзаимной работе УВН выбор способа подключения отходящих линий к фазам источника производится блоком управления каждого устройства независимо с учетом распределения нагрузок за предшествующий период времени (рис. 2, *а*). Коммутации отдельных устройств не синхронизированы.

При согласованной работе УВН используется единый блок управления всеми устройствами (рис. 2, *б*). Блок управления принимает информационные сигналы от датчиков каждого устройства и вычисляет оптимальный способ распределения фазных нагрузок одновременно для всех УВН. Коммутации отдельных устройств происходят одновременно.

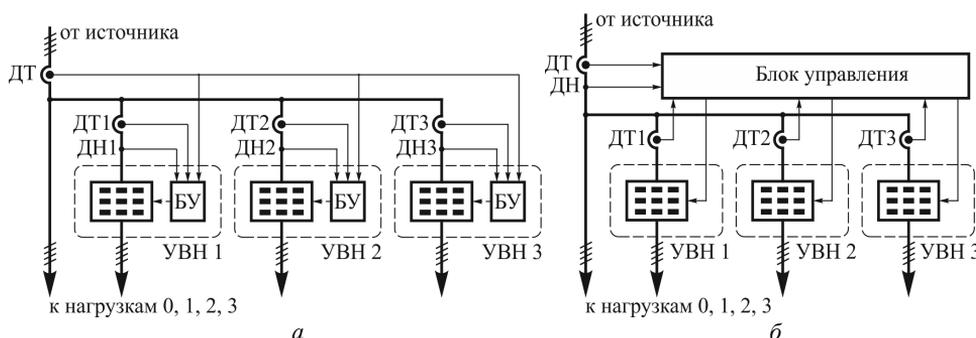


Рис. 2. Блок-схема управления группой устройств выравнивания нагрузки (УВН) при независимой (*а*) и согласованной (*б*) работе:

ДТ – датчики тока; ДН – датчики напряжения; БУ – блоки управления

Рассматривались все возможные комбинации распределения ступенчато изменяемых нагрузок по фазам (a , b , c) 3 линий, подключенных к источнику через УВН. Число ступеней нагрузок и количество отходящих линий в модели ограничивается количеством возможных комбинаций, которое резко возрастает при увеличении этих величин. В модели принято 4 ступени нагрузки, что соответствует $4^{3 \cdot 3} = 262\ 144$ комбинациям фазных нагрузок. Для каждой комбинации решались уравнения электрической цепи и определялись неизвестные потенциалы узлов и токи ветвей до выравнивания нагрузок. Вычислялись контролируемые показатели качества электроэнергии исходной цепи.

1. При независимой работе расчет выполнялся последовательно для УВН 1–3 в следующем порядке:

– определялся оптимальный способ соединения фаз нагрузки с фазами электрической сети для текущего УВН в соответствии с алгоритмом [6, 7];

- вносились изменения в соответствующие уравнения электрической цепи;
- решались уравнения электрической цепи и определялись неизвестные величины: потенциалы узлов, токи ветвей.

Таким образом, расчет состояния следующего УВН выполнялся на основе анализа цепи, измененной действием предыдущего УВН. Затем определялись контролируемые показатели качества электроэнергии для электрической цепи после срабатывания всех УВН.

2. В случае согласованной работы УВН учитывалось, что существует единый блок управления получающий информацию от датчиков всех устройств и формирующий команды на коммутации одновременно (рис. 2, б). Оптимальная комбинация состояний группы УВН вычислялась в следующем порядке.

Обозначим напряжения и токи, определяемые в результате решения уравнений исходной электрической цепи, в виде множеств: $\underline{U} = \{\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c\}$, $\underline{I} = \{\underline{I}_a, \underline{I}_b, \underline{I}_c\}$, $\underline{I}_1 = \{\underline{I}_{1a}, \underline{I}_{1b}, \underline{I}_{1c}\}$, $\underline{I}_2 = \{\underline{I}_{2a}, \underline{I}_{2b}, \underline{I}_{2c}\}$, $\underline{I}_3 = \{\underline{I}_{3a}, \underline{I}_{3b}, \underline{I}_{3c}\}$. Элементы множества общих фазных проводимостей всей цепи $\underline{Y} = \{\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c\}$ и фазных проводимостей отходящих линий $\underline{Y}_1 = \{\underline{Y}_{1a}, \underline{Y}_{1b}, \underline{Y}_{1c}\}$, $\underline{Y}_2 = \{\underline{Y}_{2a}, \underline{Y}_{2b}, \underline{Y}_{2c}\}$, $\underline{Y}_3 = \{\underline{Y}_{3a}, \underline{Y}_{3b}, \underline{Y}_{3c}\}$, $\underline{Y}_0 = \{\underline{Y}_{0a}, \underline{Y}_{0b}, \underline{Y}_{0c}\}$ поэлементно рассчитываются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \{\underline{i} / \underline{u} \mid \underline{i} \in \underline{I} \wedge \underline{u} \in \underline{U}\}; \\ \underline{Y}_1 &= \{\underline{i}_1 / \underline{u} \mid \underline{i}_1 \in \underline{I} \wedge \underline{u} \in \underline{U}\}; \\ \underline{Y}_2 &= \{\underline{i}_2 / \underline{u} \mid \underline{i}_2 \in \underline{I} \wedge \underline{u} \in \underline{U}\}; \\ \underline{Y}_3 &= \{\underline{i}_3 / \underline{u} \mid \underline{i}_3 \in \underline{I} \wedge \underline{u} \in \underline{U}\}; \\ \underline{Y}_0 &= \{\underline{y} - (\underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3) \mid \underline{y} \in \underline{Y} \wedge \underline{y}_1 \in \underline{Y}_1 \wedge \underline{y}_2 \in \underline{Y}_2 \wedge \underline{y}_3 \in \underline{Y}_3\}. \end{aligned}$$

Обозначим как σ операцию перестановки фаз нагрузки относительно фаз источника, выполняемую силовым модулем УВН; $s = \{1, 2, \dots, 6\}$ – множество номеров перестановок способов соединений фаз источника с фазами нагрузки по табл. 1; $\sigma_p(\underline{Y})$ – множество, полученное из множества \underline{Y} перестановкой $p \in s$. Тогда множество комбинаций состояний группы из 3 УВН $q = \{(i, j, k) \in s^{\times 3}\}$, где $s^{\times 3}$ – третья декартова степень множества s . Мощность множества $|q| = 6^3 = 216$. Для каждой комбинации состояний (i, j, k) из множества q вычислялась общая проводимость нагрузок по фазам:

$$\underline{Y}_q = \{\underline{y}_0 + \underline{y}_1 + \underline{y}_2 + \underline{y}_3 \mid \underline{y}_0 \in \underline{Y}_0 \wedge \underline{y}_1 \in \sigma_i(\underline{Y}_1) \wedge \underline{y}_2 \in \sigma_j(\underline{Y}_2) \wedge \underline{y}_3 \in \sigma_k(\underline{Y}_3)\}.$$

Оптимальной принималась комбинация состояний группы УВН $\underline{Y}_{q,opt} = \{\underline{y}_{q,opt,a}, \underline{y}_{q,opt,b}, \underline{y}_{q,opt,c}\} \in \underline{Y}_q$, в которой суммарное квадратичное отклонение проводимостей от среднего значения минимально:

$$\forall \underline{y}_q \in \underline{Y}_q : (\varepsilon_q(\underline{y}_q) < \varepsilon_q(\underline{y}_{q,opt}) \Rightarrow \underline{y}_{q,opt} = \underline{y}_q),$$

где $\varepsilon_q(\underline{y}_q) = |\underline{y}_{q,a} - c_q|^2 + |\underline{y}_{q,b} - c_q|^2 + |\underline{y}_{q,c} - c_q|^2$ – суммарное квадратичное отклонение элементов множества $\underline{y}_q = \{\underline{y}_{q,a}, \underline{y}_{q,b}, \underline{y}_{q,c}\}$ от среднего значения; $c_q(\underline{y}_q) = (\underline{y}_{q,a} + \underline{y}_{q,b} + \underline{y}_{q,c}) / 3$ – среднее арифметическое значение множества \underline{y}_q . Такая комбинация $\underline{y}_{q,opt}$ соответствует минимальному различию между величинами проводимостей из возможных.

Моделирование выполнено в программе, написанной авторами на языке Python.

Результаты моделирования представлены в виде гистограмм распределений коэффициентов несимметрии напряжения по нулевой K_{U0} и обратной K_{U2} последовательностям в точках a, b, c (см. рис. 1) до и после действия УВН (рис. 3). Формы распределений характеризуются положительной асимметрией. Значения некоторых статистических параметров приведены в табл. 2. Анализ результатов моделирования показывает, что медианы выборок коэффициентов несимметрии как по нулевой, так и по обратной последовательностям отличаются не более чем на 3%.

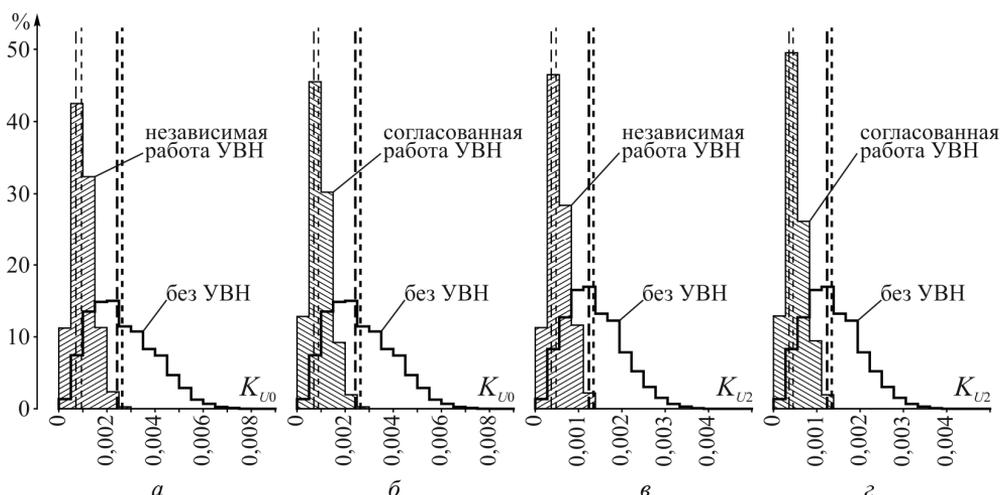


Рис. 3. Гистограммы коэффициентов несимметрии напряжения по нулевой K_{U0} и обратной K_{U2} последовательностям при независимой ($a, в$) и согласованной ($б, з$) работе устройств выравнивания нагрузки:
 □ – без УВН; ▨ – при независимой работе УВН; ▩ – при согласованной работе УВН;
 ---- – математические ожидания; - - - - – медианы распределений

Таблица 2

Значения статистических параметров распределения коэффициентов несимметрии по нулевой K_{U0} и обратной K_{U2} последовательностям до и после действия устройств выравнивания нагрузки

Режим работы	Параметр	Максимум	Мат. ожидание	Медиана
Без УВН	K_{U0}	0,008038	0,002636	0,002423
	K_{U2}	0,004147	0,001345	0,001239
Независимая работа УВН	K_{U0}	0,002715	0,000942	0,000711
	K_{U2}	0,001417	0,000481	0,000370
Согласованная работа УВН	K_{U0}	0,002715	0,000888	0,000698
	K_{U2}	0,001417	0,000453	0,000359

Алгоритм независимой работы группы из n УВН требует наличия $3 \cdot (n + 1)$ датчиков тока, n силовых модулей и блоков управления. Реализация алгоритма согласованной работы при том же количестве датчиков тока и си-

ловых модулей требует единого блока управления. Несмотря на то, что количество структурных элементов в первом случае больше, этот вариант можно считать более надежным с точки зрения снижения коэффициентов несимметрии напряжений. При отказе одного или нескольких устройств или их блоков управления лишь ограничиваются возможности группы УВН, но не нарушается ее работоспособность.

При независимой работе группы из n УВН блок управления каждого устройства выполняет вычисления проводимостей и 6 операций их сравнения. В случае согласованной работы единый блок управления группой УВН помимо вычисления проводимостей выполняет 6^n операций их сравнения. Типичное количество отходящих линий трансформаторных подстанций 10/0,4 кВ, как правило, не превышает 3-4, следовательно, число операций блока управления относительно невелико. Вычислительная мощность современных контроллеров не является ограничивающим фактором для исполнения предложенных алгоритмов.

Поскольку требуемая вычислительная мощность для исполнения указанных алгоритмов управления относительно невелика, наиболее эффективная и надежная работа группы УВН возможна в случае применения алгоритма их согласованной работы, когда роль единого блока управления выполняет блок управления одного из УВН.

К перспективам исследований относятся вопросы разработки алгоритмов управления УВН и оценки их эффективности при различном количестве отходящих линий с учетом наличия в отдельных линиях трехфазных потребителей, запрещающих изменение чередования фаз; моделирование работы группы УВН как приборов технического учета электроэнергии, в том числе при наличии нелинейных потребителей.

Выводы. 1. Группа устройств выравнивания нагрузки позволяет сократить коэффициенты несимметрии напряжений по нулевой K_{U0} и обратной K_{U2} последовательностям в точках общего присоединения нагрузки. Математические ожидания распределений коэффициентов K_{U0} и K_{U2} в выборке результатов моделирования снижаются на 64,2–66,3%, медианы – на 70,7–71,2%.

2. Алгоритм управления группой УВН, предполагающий их согласованную работу при едином блоке управления, по сравнению с алгоритмом управления, при котором каждое УВН в группе работает независимо, позволяет в большей степени сократить коэффициенты несимметрии напряжения в точке общего присоединения нагрузки. Различие медианных значений коэффициентов K_{U0} и K_{U2} в выборках, полученных по результатам моделирования с применением обоих алгоритмов, не превышает 3%.

3. Реализация алгоритма независимой работы группы УВН предполагает использование большего числа структурных элементов схемы по сравнению с реализацией алгоритма согласованной работы. Невысокая сложность алгоритмов управления позволяет использовать вычислительную мощность микроконтроллеров AVR.

4. Алгоритм независимой работы устройств выравнивания нагрузки является более предпочтительным по сравнению с алгоритмом согласованной работы с точки зрения надежности, так как при отказе одного устройства не нарушается работа остальных.

Литература

1. Долгингер С.Ю., Горюнов В.Н., Планков А.А., Сидоров О.А. Схематические решения активной фильтрации кривой тока в четырехпроводной трехфазной сети для обеспечения качества электрической энергии // Омский научный вестник. 2011. № 3(103). С. 214–217.
2. Железко Ю.С. Потери электроэнергии. Реактивная мощность. Качество электроэнергии: руководство для практических расчетов. М.: ЭНАС, 2009. 456 с.
3. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Математическая модель трансформатора, снабженного симметрирующим устройством // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2012. № 11(70). С. 191–199.
4. Орлов А.И., Волков С.В., Савельев А.А. Снижение потерь в трехфазных трансформаторах при выравнивании несимметричной нагрузки // Вестник Чувашского университета. 2018. № 1. С. 52–60.
5. Орлов А.И., Волков С.В., Савельев А.А. Анализ влияния устройства выравнивания нагрузки на показатели несимметрии электрической сети // Вестник Чувашского университета. 2016. № 3. С. 100–108.
6. Орлов А.И., Волков С.В., Савельев А.А. Алгоритмы управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки электрической сети // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 162–172.
7. Пат. 162639 РФ, (51) МПК, H02J 1/00(2006.01). Устройство симметрирования нагрузки / Орлов А.И., Савельев А.А. № 2015146070/07; заявл. 26.10.2015; опублик. 20.06.2016, Бюл. № 17.
8. Сидоров С.А., Рогинская Л.Э. Регулируемое симметрирующее устройство с индуктивным накопителем энергии // Вестник Южно-Уральского государственного университета. 2014. № 3, т. 14. С. 33–40.
9. Энергосбережение в низковольтных электрических сетях при несимметричной нагрузке / под общ. ред. Ф.Д. Косоухова. СПб.: Лань, 2016. 280 с.
10. Akagi H. Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning. Wiley-IEEE Press, 2007, 379 p.

ОРЛОВ АЛЕКСАНДР ИГОРЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (karlorlov@gmail.com).

ВОЛКОВ СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – кандидат технических наук, декан электроэнергетического факультета, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (eef@marsu.ru).

A. ORLOV, S. VOLKOV

**COMPARISON OF CONTROL ALGORITHMS
BY LOAD BALANCING DEVICES IN THEIR GROUP WORK**

Key words: load balancing device, balancer, asymmetry, unbalanced load, unbalance factor, symmetric components, quality of electric energy, loss of electrical energy.

The work is devoted to comparison of control algorithms for a group of load-balancing devices installed in 0,4 kV switchgear. The relevance of the topic is caused by the necessity to solve the problem of unequal distribution of a single-phase load between phases of a three-phase electrical network, leading to voltage deviations and unbalance. As the object of computer simulation a scheme of a typical three-phase branched electrical network 0.4 kV is considered. The scheme contains 4 three-phase lines with single-phase consumers. An algorithm for independent and coordinated operation of a group of devices is considered. In case of independent operation, the way to connect the phase of load line to phase of the source is selected by the control unit of each device independently. In case of coordinated operation, a single control unit for all devices is used. Based on the results of the simulation, it follows that the coordinated operation algorithm allows to reduce the unbalance coefficients of zero and reverse sequences at the point of common coupling to a greater extent than the independent operation algorithm, however, the difference in the median values of obtained unbalance coefficients does not exceed 3%.

References

1. Dolinger S.Yu., Goryunov V.N., Plankov A.A., Sidorov O.A. *Skhematicheskie resheniya aktivnoi fil'tratsii krivoi toka v chetyrekhprovodnoi trekhfaznoi seti dlya obespecheniya kachestva elektricheskoi energii* [Schematic solutions of active current flow filtering in a four-wire three-phase network to ensure the quality of electrical energy]. *Omskiy Nauchnyy Vestnik* [The Journal Omsk Scientific Bulletin], 2011, no. 3(103), pp. 214–217.
2. Zhelezko Yu.S. *Poteri elektroenergii. Reaktivnaya moshchnost'. Kachestvo elektroenergii: Rukovodstvo dlya prakticheskikh raschetov* [Loss of electricity. Reactive power. Quality of electricity: Guide for practical calculations]. Moscow, ENAS Publ., 2009, 456 p.
3. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. *Matematicheskaya model' transformatora, snabzhenogo simmetriuyushchim ustroystvom* [The mathematical model of a transformer equipped with a balancing device]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Irkutsk State Technical University], 2012, no. 11(70), pp. 191–199.
4. Orlov A.I., Volkov S.V., Savel'ev A.A. *Snizhenie poter' v trekhfaznykh transformatorakh pri vyravnivanii nesimmetrichnoi nagruzki* [Reduction of power loss in three-phase transformers at balancing of nonsymmetrical load]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2018, no. 1, pp. 52–60.
5. Orlov A.I., Volkov S.V., Savel'ev A.A. *Algoritmy upravleniya trekhfaznym ustroystvom vyravnivaniya nagruzki elektricheskoi seti* [Control algorithms of three-phase balancing unit for power supply network]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 1, pp. 162–172.
6. Orlov A.I., Volkov S.V., Savel'ev A.A. *Analiz vliyaniya ustroystva vyravnivaniya nagruzki na pokazateli nesimmetrii elektricheskoi seti* [Analysis of influence of load balancing unit on indicators of unbalance of power supply]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2016, no. 3, pp. 100–108.
7. Orlov A.I., Savel'ev A.A. *Ustroystvo simmetrirovaniya nagruzki* [Load balancing unit]. Patent RF 162639, no. 162639, 2016.
8. Sidorov S.A., Roginskaya L.E. *Reguliruemoe simmetriuyushchee ustroystvo s induktivnym nakopitelem energii* [Adjustable balancing device with inductive energy storage]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta*, 2014, no. 3, vol. 14, pp. 33–40.
9. Kosoukhov F.D., ed. *Energoberezhenie v nizkovol'tnykh elektricheskikh setyakh pri nesimmetrichnoi nagruzke* [Energy saving in low-voltage electrical mains with nonsymmetric load]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2016, 280 p.
10. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*. Wiley-IEEE Press, 2007, 379 p.

ORLOV ALEKSANDR – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Electromechanics Department, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (karlorlov@gmail.com).

VOLKOV SERGEY – Candidate of Technical Sciences, Dean of the Electro Energy Faculty, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (cef@marsu.ru).

Формат цитирования: Орлов А.И., Волков С.В. Сравнение алгоритмов управления устройствами выравнивания нагрузки при их групповой работе // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 93–101.

УДК 621.365:534.22

ББК 31.35

В.Н. ОРЛОВ, В.В. АФАНАСЬЕВ, В.Г. КОВАЛЕВ, В.А. ТАРАСОВ

**ВЛИЯНИЕ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ
НА ПРОЦЕСС ТЕРМОРАСПАДА ТВЁРДЫХ
УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЛИНЕЙНОМ НАГРЕВЕ***

Ключевые слова: твердые углеродные материалы, вторичные энергоресурсы, газификация, термораспад, термический анализ.

При современном уровне производства и потребления электрической энергии около 80% ее вырабатывается на ТЭС. Современное развитие топливно-энергетического комплекса требует приведения потребления органического топлива в соответствие с его имеющимися запасами. Доля потребляемого угля на порядок меньше, чем нефти и газа, несмотря на то, что энергетический потенциал разведанных запасов угля превосходит примерно в 20–30 раз соответствующий показатель запасов нефти и газа. Применение каменного угля в энергетике ограничивается трудоемкостью традиционного шахтного способа его разработки и неизбежными накладными транспортными расходами. Способом снижения транспортных расходов на доставку каменного угля, особенно низкого качества и из отдаленных районов РФ, может являться газификация твердого топлива в местах его добычи с отделением лишь горючей газовой части и менее затратной передачей по газопроводу. Наряду с этим ставится вопрос о рациональном использовании вторичных энергетических ресурсов (ВЭР) в виде бытовых отходов, побочных и промежуточных продуктов производств. Решением данных проблем может являться термохимическая переработка твёрдого топлива и вторичных энергетических ресурсов путем пиролиза и газификации. Целью работы являлось изучение процессов, протекающих при пиролизе и газификации твердых видов топлива. Методами дифференциально-термического анализа получены экспериментальные данные по термораспаду твердых видов топлива в окислительной среде. Показано, что неизотермические методы могут успешно использоваться для изучения механизма и кинетики термоокислительной деструкции твёрдых углеродных материалов. Установлено, что данный метод исследования высокотемпературного реагирования твердых видов топлива может быть применен для установления характера и интенсивности каталитического влияния ряда соединений и дисперсности частиц топлива на этот процесс в окислительной среде. Результаты исследований термораспада твердых видов топлива необходимы для определения особенностей газификации твердых видов топлива и выбора оптимальных технологических режимов пиролиза и газификации.

По оценкам специалистов, мировые запасы энергетических ресурсов каменного угля превышают ориентировочно по массе в 30–60 раз совокупные запасы нефти и газа. Соответственно разведанные запасы каменного угля на порядок выше, чем запасы нефти или природного газа.

Анализ мирового потребления энергоресурсов, проведенный МЭА в 2013 г. за предшествующее двадцатилетие, указывает на увеличение энергопотребления, существенно превышающее ранее прогнозировавшийся его рост [9]. Мировое энергопотребление выросло на 22,81% за период 1996–2006 гг. с 8,9 до 10,9 млрд т нефтяного эквивалента. Топливо-энергетический комплекс будет в состоянии удовлетворять рост энергопотребления за счет снижения энергоемкости производства и совершенствования технологии использования

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Кабинета министров Чувашской Республики в рамках научного проекта № 18-48-210006.

энергоресурсов. Следует также учитывать, что запасы химического топлива ограничены, а рост потребления органического топлива наряду с сопутствующим увеличением отходов производства создает экологические проблемы.

В настоящее время вклад органического топлива в производство тепловой и электрической энергии в РФ достигает примерно 90% (природный газ – 49%, нефть – 31% и уголь – 13%). Доля потребляемого угля примерно в 6 раз меньше, чем доля нефти и газа, несмотря на то, что энергетический потенциал разведанных запасов угля превосходит в 20 раз соответствующий показатель запасов нефти и газа.

На территории нашей страны энергоресурсы распределены неравномерно: большая часть энергоресурсов (90%) находится в восточной части, в то время как районы наибольшего энергопотребления – в западной части. Это обстоятельство способствует возникновению больших потоков топлив из мест их добычи и первичной обработки в регионы потребления, что приводит к существенным затратам на транспортировку топлив.

Применение каменного угля в энергетике ограничивается трудоемкостью традиционного шахтного способа его разработки и неизбежными накладными транспортными расходами. В мировой практике потребления каменного угля его транспортировка производится в основном железнодорожным транспортом в полувагонах. По данным РЖД, стоимость перевозки угля на 1000 км достигает 30% и выше стоимости добычи каменного угля. При этом следует учитывать и транспортировку негорючей части топлива, достигающей по массе 50%, включающей в себя влагу и неорганические соединения, образующиеся после сгорания шлак.

В России ежегодно образуется около 130 млн м³ вторичных органических ресурсов. Из этого количества промышленной переработке или применению в качестве энергоресурсов подвергается около 2%. Как правило, эти отходы вывозятся на полигоны для их захоронения в пригородных зонах. Этот фактор создает угрозу загрязнения окружающей среды, не говоря уже о несанкционированных свалках, число которых не уменьшается.

В последнее время ставится вопрос о рациональном использовании вторичных энергетических ресурсов (ВЭР), к числу которых относят бытовые отходы, побочные и промежуточные продукты промышленного и энергетического производства. Потенциальные запасы ВЭР в отраслях отечественного промышленного производства оцениваются приблизительно в 10^{18} Дж в год. Поэтому актуальной становится задача эффективного использования ВЭР и местных энергетических ресурсов (торф, горючие сланцы, промышленные и бытовые отходы, отходы лесного хозяйства).

Решением данных проблем может являться термохимическая переработка твердого топлива и вторичных энергетических ресурсов путем пиролиза и газификации. Перевод горючей части твердых топлив в газообразное состояние делает возможным экономически выгодный способ передачи горючей части твердого топлива по магистральному газопроводу. Полученный синтез-газ можно использовать в стандартных котельных установках, первоначально предназначенных для сгорания природного газа.

Газификация – высокотемпературный процесс взаимодействия органической массы твердых видов топлива с газами, чаще всего применяют воздух,

водяной пар и т.п., также их смеси в различном сочетании, которые при взаимодействии с компонентами топлива обеспечивают выход синтез-газа.

Для видов топлива с высоким содержанием летучих веществ целесообразна такая термическая переработка, как пиролиз, при котором получаются жидкие и газообразные горючие продукты и полукокс (углеродистый остаток). Наряду с этим находят применение и газификация. Сырьём для газификации обычно являются каменный и бурый угли, отходы лесного хозяйства, горючие сланцы, торф.

Диапазон температуры пиролиза составляет в среднем 300–850 °С, газификации – 850–2000 °С. Скорость этих процессов лимитируется одним из следующих факторов: скоростью химических реакций в газовой фазе, на поверхности твердых материалов или скоростью диффузии. Так как термохимическая переработка твердых видов топлива происходит при повышенных температурах, при проведении лабораторных исследований необходимо уделить внимание особенностям протекания химических реакций при температурах и давлениях, близких к процессам промышленной газификации. Наряду с этим научный и практический интерес представляет подбор эффективных катализаторов процессов пиролиза и газификации для уменьшения себестоимости генераторного газа.

Процесс газификации твердого топлива можно ускорить: путем увеличения температуры, повышения давления, а также объема дутья. Одним из недостатков газификации является невысокая производительность. Поэтому актуальным является нахождение возможностей повышения эффективности газификации путем сочетания физических факторов и использования катализаторов. Роль катализаторов в топливе могут играть также имеющиеся в нем минералы.

Процесс газификации с применением катализаторов проводится при сравнительно высоких температурах, поэтому необходима определенная стабильность каталитических веществ. Проблемой использования катализаторов является их дезактивация, вызванная спеканием, отравлением или изменением поверхности частиц. Отравление может быть обратимым и необратимым. Например, дезактивированный никель можно восстановить до первоначальных характеристик в атмосфере водорода при высоких температурах.

Одним из подходов к проблеме дезактивации катализаторов является использование вместо дорогих катализаторов дешевых каталитически активных веществ, регенерация которых не проводится. В качестве таких дешевых веществ могут использоваться природные материалы (например, CaCO_3) и шлаки металлургические, имеющие в своем составе Fe, Ni, Mn.

Для построения математической модели процесса газификации необходимы кинетические параметры распада твердых топлив. Поскольку газификация представляет собой сложную совокупность процессов теплопереноса, протекающих в химически реагирующей среде, для математического моделирования требуются знания механизма и параметров химических реакций в условиях, адекватных тем, которые присущи процессу газификации в реальных условиях. Экспериментальное исследование таких процессов затруднено в силу инерционности традиционных методов регистрации параметров, которые описывают процесс в экстремальных условиях. По этой причине зачастую применяемые кинетические данные для описания реальных процессов, проте-

кающих при высоких температурах, представляют собой порой необоснованное применение результатов низкотемпературных измерений.

При измерении скорости реагирования топливной массы в условиях высоких температур необходимо применять малоинерционные методы регистрации для адекватного описания параметров протекания процесса термораспада или термоокислительной деструкции. Не менее существенным ограничением возможностей применения изотермических методов при изучении кинетики термораспада топлив, является тепловая инерционность нагревателя вместе с образцом, вследствие чего основная масса образца успевает преагировать ещё до выхода на заданный температурный уровень [5].

Неизотермические методы исследования не имеют таких ограничений, поскольку динамика реагирования, привязанная к регистрируемой температуре, позволяет непрерывно фиксировать параметры реагирования во всем ее динамическом интервале, а следовательно, и количественно учтена. Несомненным достоинством неизотермических методов является также возможность разрешения во времени стадийных процессов, которые в высокотемпературных условиях изотермического эксперимента неразличимы.

Широкое распространение неизотермических методов исследования обусловлено быстротой получения физико-химической информации, возможностью изучения различных по своей природе объектов, а также наличием стандартного оборудования. Неизотермические методы широко применяются для исследования химических, фазовых или других физико-химических процессов, происходящих в веществе при его нагреве. Регистрируются параметры, связанные с изменением массы и тепловыделением реагирующих систем. Термические процессы, сопровождающиеся изменением массы и энтальпии системы, регистрируются методами дифференциально-термического анализа, а соответствующее изменение массы образца – термогравиметрическим методом [8].

В настоящей работе исследовались процессы термораспада разных по своей природе и происхождению местных твердых углеродистых материалов: торфа, различных видов древесины, которые характеризуются высоким выходом летучих веществ. Аналогичные исследования процессов термораспада образцов каменного угля и других углеродных материалов описаны в работах [1–3, 6, 7]. Ставилась задача установления влияния на термораспад таких факторов, как природа материала, его дисперсность и каталитическое воздействие неорганических соединений. Поскольку указанные исследования проводились для выбора оптимальных условий для газификации этих материалов, большое значение придавалось высокотемпературным измерениям вплоть до 800–1000 °С.

Неизотермические измерения термоокислительной деструкции навесок твердого топлива проводились на дериватографе Q-1500D. Применявшиеся образцы топлива предварительно измельчались и разделялись на фракции с помощью калиброванных ситовых полотен. Аналоговые сигналы датчиков дериватографа согласовывались с персональным компьютером (ОС Windows 7) посредством аналого-цифрового преобразователя ОБЕН МВА8 и интерфейса RS-485. Для последующей компьютерной обработки результатов исследования использовался программный комплекс Termo 3.3, разработанный фирмой «Кардиопротект» [4].

При проведении дериватографических исследований важную роль играет скорость нагрева образца. Повышение скорости нагрева приводит к увеличению разности температуры тиглей и температуры окружающей среды. В то же время повышение скорости нагрева снижает временное разрешение двух соседних пиков последовательно протекающих реакций вплоть до их слияния. Невысокие скорости нагрева могут привести к такому уменьшению максимума скорости реагирования, которая будет ниже абсолютной чувствительности применяемых средств регистрации.

Измельченные пробы изучавшегося твердого топлива ($180 \div 220$) мг, калиброванного на фракции по среднему размеру частиц, помещались в корундовые тигли, являвшиеся принадлежностью прибора, и закрывались платиновой крышкой. Навеска эталонного вещества помещалась в держатели, идентичные по размерам, форме и теплофизическим свойствам тиглю с исследуемым веществом. Измерение температуры держателей с исследуемым веществом и эталоном проводилось платино-платинородиевой термопарой, не имевшей непосредственного контакта с веществом, помещавшимся в оба держателя. В качестве эталона использовался прокаленный оксид алюминия Al_2O_3 .

В работе проведены исследования для установления характера и механизма каталитического влияния смеси оксидов железа Fe_xO_y в составе исследуемого образца (в принципе подобные изыскания могут быть проведены для соединений, каталитическая активность которых может быть прогнозируема).

Определение массы проводилось непрерывно с погрешностью, не превышавшей 1 мг в указанном диапазоне измерения убыли массы. Погрешность температурных измерений не превышала 0,3%. Калибровка измерения температуры проводилась с использованием стандартных веществ (цинк, оксид кальция и пентагидрат сульфата меди). Средняя скорость нагрева при проведении серии измерений в печи дериватографа составляла $\sim 5^\circ C/мин$. Опыты проводились при температурах до $900^\circ C$.

Экспериментальные результаты в первичной форме представляли собой зависимость параметров: температуры T (температурная кривая), массы (термогравиметрическая кривая ТГ), скорости убыли массы (дифференциально-термогравиметрическая кривая ДТГ), разности температур образца и эталона от времени (дифференциально-термическая кривая ДТА). Результаты измерений представлялись в графической и табличной форме.

Далее упомянутые первичные кривые сглаживались сплайнами. О внешнем виде полученных термограмм дают представление дериватограммы процессов термоокислительной деструкции торфа дисперсности ($0,1 \div 0,2$) и ($0,3 \div 0,4$) мм, приведенные на (рис. 1 и 2).

Сравнение кривых ДТА и ДТГ, соответствующих разным опытам, указывает на схожесть процессов в углеродных материалах при их нагреве в воздушной среде. Кривые скорости изменения массы в сравниваемых температурных интервалах в физически идентичных условиях указывают на стадийность процесса термораспада, первая эндотермическая стадия связана с удалением воды из топливной массы, вторая экзотермическая – с выходом и реагированием летучих веществ. Третий пик кривых ДТА и ДТГ (экзоэффект) обусловлен термодеструкцией оставшейся высокоуглеродной части

твердого топлива. Вторые минимумы у всех исследованных образцов находятся в соответствии со степенью углефикации [3].

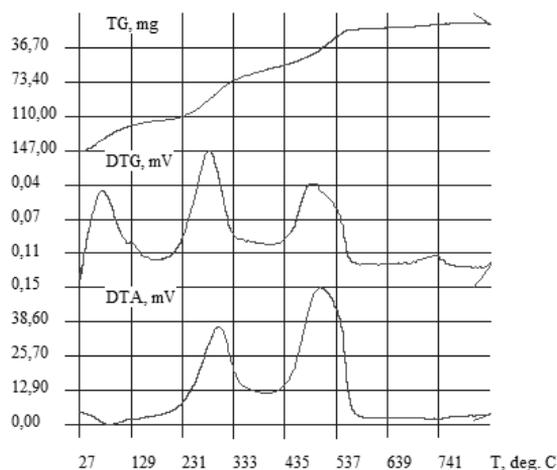


Рис. 1. Дериватограмма термоокислительной деструкции торфа дисперсностью 100–200 мкм

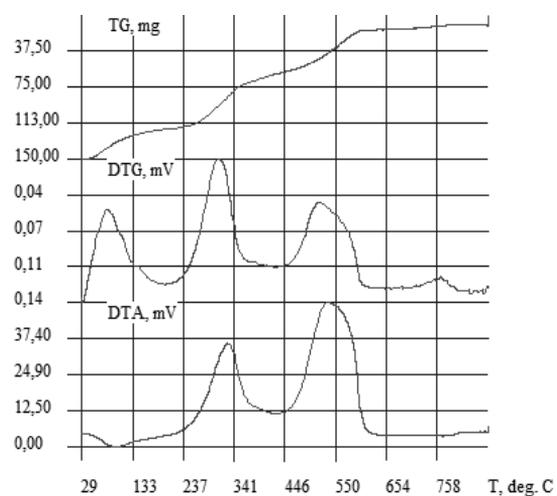


Рис. 2. Дериватограмма термоокислительной деструкции торфа дисперсностью 300–400 мкм

Зольный остаток торфа, определявшийся взвешиванием на аналитических весах после разложения навески торфа, составлял 19%. Влияние дисперсности подвергавшегося термораспаду исследуемого вещества сводится к смещению в область более низких температур соответствующих кривых при уменьшении среднего размера частиц. Наибольшая интенсивность выделения летучих происходит в температурном интервале 440–550 °С.

Уменьшение размеров частиц торфа в большей мере влияет на процесс сушки, чем на характер протекания других стадий. Каталитической активности оксида железа (рис. 3) на параметры протекания этой стадии термораспа-

да не обнаружено (табл. 1). В то же время добавки Fe_xO_y приводят к ускорению второй стадии, снижая температурные интервалы ее протекания в область более низких температур.

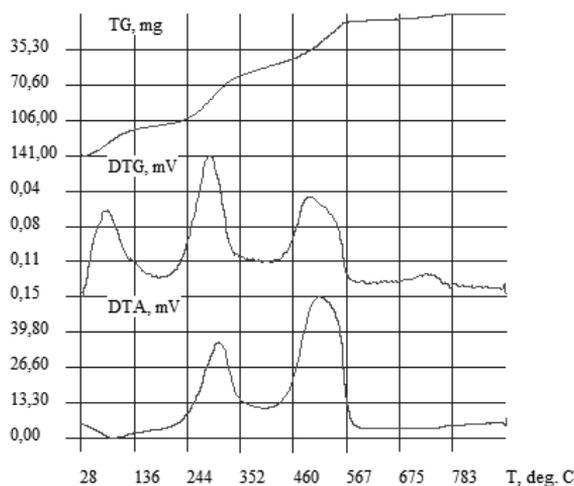


Рис. 3. Дериватограмма термораспада торфа дисперсностью 0,3–0,4 мм с добавкой 15% оксидов железа

Таблица 1

Температуры экстремумов кривых термораспада образцов торфа

Дисперсность, мм	0,1–0,2	0,3–0,4	(0,3+0,4) + Fe_xO_y
T_{1min} DTG, °C	75	83	81
T_{2min} DTG, °C	287	309	289
T_{3min} DTG, °C	496	492	493
T_{1max} DTA, °C	300	328	309
T_{2max} DTA, °C	506	534	537

Размер частиц влияет на скорость реакции, степень разложения и соответственно на форме соответствующих кривых, зарегистрированных на дериватограмме. Очевидно, что это связано с изменением газопроницаемости слоя. Установлено влияние дисперсности частиц торфа на протекание второй (экзотермической) стадии – для частиц меньших размеров наблюдается смещение максимума кривой ДТА в область более низких температур.

Влияния факторов дисперсности и наличия (отсутствия) добавок оксида железа на процесс термоокислительной деструкции при протекании третьей экзотермической стадии (реагирование углеродистого остатка) в пределах приборной погрешности при проведении измерений не обнаружено.

Для сравнения изучался процесс термоокислительной деструкции воздушно-сухой древесины (сосна, клен, береза) (рис. 4). Процесс термического разложения древесины в окислительной среде аналогичен процессу разложения торфа: имеет подобную же стадийность при идентичных внешних условиях, однако температурные интервалы их протекания не совпадают. Сравнение полученных дериватограмм позволяет отметить различие температурных интервалов протекания аналогичных стадий, соответствующих разным видам древесины и торфу.

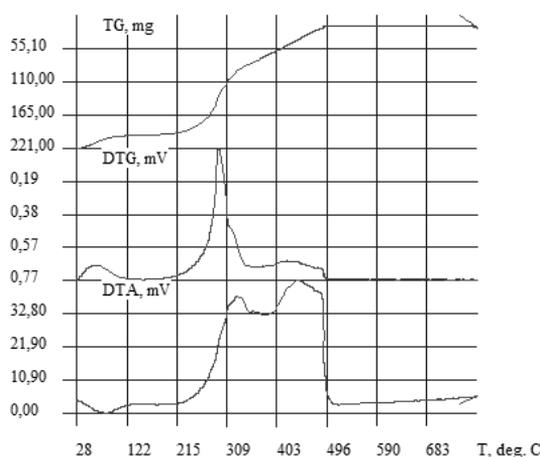


Рис. 4. Дериватограмма термоокислительной деструкции древесины (сосна) дисперсностью 0,3–0,4 мм

Сопоставление дериватограмм показывает различие в характере расположения экстремумов кривых, соответствующих разным типам древесины. Это обстоятельство хорошо иллюстрирует рис. 5, на котором представлены лишь кривые ДТГ, соответствующие разным видам древесины. При этом у второй стадии наблюдаются признаки ее стадийного протекания, что не имеет места у сосны.

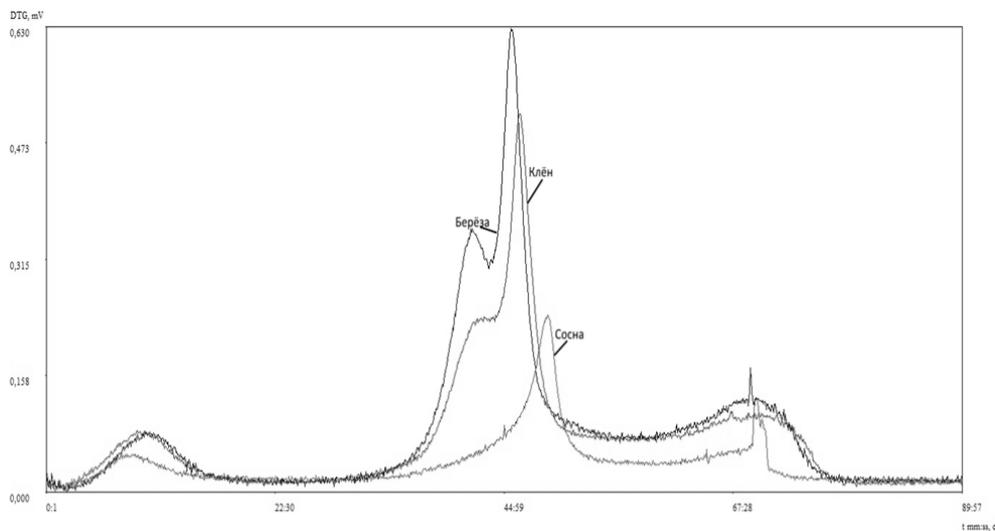


Рис. 5. Кривые ДТГ у образцов берёзы, клёна и сосны с дисперсностью 0,3–0,4

При термораспаде навесок измельченной древесины наблюдались экзо-термические энергетические реакции, которые в целом согласуются для различных типов углеродных материалов, что согласуется с выводами, приведенными в работе [9].

При термораспаде древесины наблюдались экзотермические энергетические реакции, которые в целом согласуются для различных типов углеродных материалов, что согласуется с выводами, приведенными в работе [9].

При сравнении величин температуры минимумов ДТГ можно сделать вывод о том, что процесс убыли массы твердой фазы, связанной с выделением и реагированием летучих веществ в присутствии катализатора, протекает при более низких температурах. Величина скорости реагирования, определяемая для этого процесса по ходу кривой ДТГ, остается примерно на том же уровне. Третий минимум скорости реагирования образца в присутствии катализатора смещен по времени в меньшую сторону, т.е. в область более низких температур (табл. 2, 3).

Таблица 2

Температуры максимумов и минимумов кривых термораспада образцов клена, °С

Дисперсность	T_{1max} , ДТА	T_{2max} , ДТА	T_{1min} , ДТГ	T_{2min} , ДТГ	T_{3min} , ДТГ
0,3–0,4 мм	357	504	66	327	495
0,3–0,4 мм с Fe_2O_3	375	485	62	303	476

Таблица 3

Температуры максимумов и минимумов кривых термораспада сосны, °С

Дисперсность	T_{1max} , ДТА	T_{2max} , ДТА	T_{1max} , ДТГ	T_{2max} , ДТГ	T_{3max} , ДТГ
0,3–0,4 мм	355	480	50	326	474
0,3–0,4 мм с Fe_2O_3	345	465	67	302	474

Эксперименты показали, что с увеличением дисперсности исследуемых материалов наблюдается смещение кривых термораспада в область более низких температур, а увеличение среднего размера частиц топлива приводит к смещению кривых в область более высоких температур, что связано с ухудшением газопроницаемости слоя реагента. Учет характера протекания всех стадий термораспада позволяет выбрать оптимальные параметры газификации. В то же время сочетание с кривыми ДТА удастся составить энергетический баланс установок для газификации твердых видов топлив. О возможностях данного метода можно судить по дериватограмме термораспада пеллетов (рис. 6), полученных из осадка на очистных сооружениях.

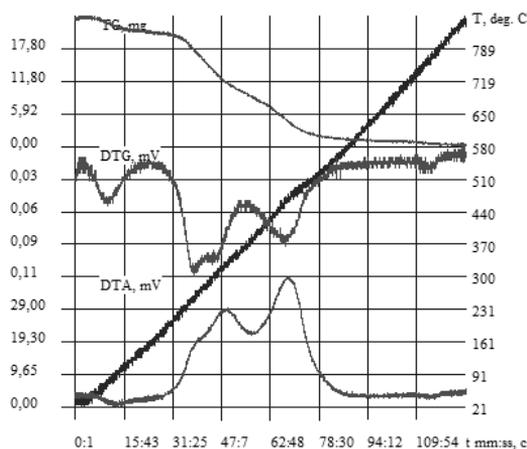


Рис. 6. Кривые термического анализа пеллетов

Размытость температурной (Т), термогравиметрической (ТG), дифференциально-термогравиметрической (DTG) и дифференциально-термической (DTA) кривых на дериватограмме (см. рис. 6) является следствием большого разброса размеров частиц пеллетов.

Выводы. Проведено экспериментальное исследование термоокислительной деструкции торфа, древесины и гранул искусственного топлива. Подтверждены сделанные ранее авторами данной работы выводы о влиянии среднего размера частиц топлива на процесс термораспада. Характер влияния добавок оксида железа на параметры термоокислительной деструкции углеродных материалов обнаруживает общие тенденции. При нагреве углеродных материалов в температурном интервале 300–550°C наблюдались экзотермические процессы. Результаты исследований показывают возможность использования методов термического анализа для выбора оптимальных режимов газификации.

Литература

1. Андреев В.В., Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Орлов В.Н., Тарасов В.А. Исследование термоокислительной деструкции местных видов топлив // Проблемы и перспективы развития энергетики, электротехники и энергоэффективности: материалы I Междунар. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2017. С. 15–23.
2. Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Орлов В.Н., Тарасов В.А. Исследование физико-химических свойств газификации местных видов топлив // Фундаментальные исследования. 2016. № 9(2). С. 227–232.
3. Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Орлов В.Н., Тарасов В.А. Оценка прикладных возможностей технологий газификации твердых топлив // Проблемы и перспективы развития энергетики, электротехники и энергоэффективности: материалы I Междунар. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2017. С. 44–52.
4. Бесплатный образовательный ресурс по пиротехнике и термографии. URL: <http://pyrotechnics.net.ru>.
5. Мержанов А.Г. Неизотермические методы в химической кинетике // Физика горения и взрыва. 1973. Т. 9, № 1. С. 4–36.
6. Орлов В.Н., Аверьянов В.Г., Бусыгин С.В., Казанцева К.С. Экспериментальное исследование кинетики термического разложения углеродных материалов методами термического анализа // Сборник научных трудов молодых ученых и специалистов. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2015. С. 214–218.
7. Соколовская Ю.Г., Фалюшин П.Л. Пиролиз отходов мебельного производства [Электронный ресурс]. URL: <http://www.ecology.basnet.by/journal/priroda20/Sokolovskaya.pdf>.
8. Уэнландт У. Термические методы анализа. М.: Мир, 1978. 526 с.
9. World Energy Resources: A Summary World Energy Council 2013 World Energy Council. Published 2013 by: World Energy Council Registered in England and Wales No. 4184478 VAT Reg. No. GB 123 3802 48 Registered Office Regency House 1–4 Warwick Street London W1B 5LT. p. 1–29.

ОРЛОВ ВИКТОР НИКОЛАЕВИЧ – кандидат физико-математических наук, профессор кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (vinior@mail.ru).

АФАНАСЬЕВ ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (avvteo@mail.ru).

КОВАЛЕВ ВЛАДИМИР ГЕННАДЬЕВИЧ – кандидат технических наук, профессор, декан факультета энергетики и электротехники, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (espp21@mail.ru).

ТАРАСОВ ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры теплоэнергетических установок, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (Vladimir_tarasov@inbox.ru).

V. ORLOV, V. AFANASYEV, V. KOVALEV, V. TARASOV
INFLUENCE OF PHYSICAL AND CHEMICAL FACTORS
ON THE THERMODORGANAGE PROCESS OF SOLID CARBON MATERIALS
WITH LINEAR HEATING

Key words: solid carbon materials, secondary energy resources, gasification, thermal decomposition, thermal analysis.

At the present level of production and consumption of electric energy, about 80% of it is produced at thermal power plants. The modern development of the fuel and energy complex requires bringing the consumption of organic fuel in line with its existing reserves. The share of coal consumed is an order of magnitude lower than that of oil and gas, despite the fact that the energy potential of the explored coal reserves exceeds by about 20-30 times the corresponding indicator of oil and gas reserves. The use of coal in the energy sector is limited by the complexity of the traditional mine method of its development and the inevitable overhead transport costs. A way to reduce transportation costs for the delivery of coal, especially of poor quality and from remote areas of the Russian Federation, can be the gasification of solid fuel in the field of its production with the separation of only the combustible gas part and less expensive transmission through the pipeline. Along with this, the question of rational use of secondary energy resources (re) in the form of household waste, by-products and intermediate products of production is raised. Thermochemical processing of solid fuels and secondary energy resources by pyrolysis and gasification can be a solution to these problems. The aim of the work was to study the processes occurring during pyrolysis and gasification of solid fuels. Experimental data on the thermal decomposition of solid fuels in an oxidizing medium are obtained by differential thermal analysis. It is shown that non-isothermal methods can be successfully used to study the mechanism and kinetics of thermal oxidative degradation of solid carbon materials. It is established that this method of studying the high-temperature response of solid fuels can be used to determine the nature and intensity of the catalytic effect of a number of compounds and the dispersion of fuel particles on this process in an oxidizing environment. The results of studies of the thermal decomposition of solid fuels are necessary to determine the characteristics of the gasification of solid fuels and the choice of optimal technological regimes of pyrolysis and gasification.

References

1. Andreev V.V., Afanasyev V.V., Kovalev V.G., Orlov V.N., Tarasov V.A. *Issledovanie termookislitel'noj destrukcii mestnyh vidov topliv* [Study of thermo-oxidative degradation of local fuels]. *Problemy i perspektivy razvitiya ehnerge-tiki, ehlektrotekhniki i ehnergoehffektivnosti: materialy I mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of I Int. Conf. «Problems and prospects of development of power engineering, electrical engineering and energy efficiency»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2017, pp. 15–23.
2. Afanasyev V.V., Kovalev V.G., Orlov V.N., Tarasov V.A. *Issledovanie fiziko-himicheskikh svoystv gazifikacii mestnyh vidov topliv* [Study of physical and chemical properties of gasification of local fuels]. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2016, no. 9(2), pp. 227–232.
3. Afanasyev V.V., Kovalev V.G., Orlov V.N., Tarasov V.A. *Ocenka prikladnyh vozmozhnostei tekhnologii gazifikacii tverdyh topliv* [Assessment of application possibilities of technologies for gasification of solid fuels]. *Problemy i perspektivy razvitiya ehnergetiki, ehlektrotekhniki i ehnergoehffektivnosti: materialy I mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of I Int. Conf. «Problems and prospects of development of power engineering, electrical engineering and energy efficiency»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2017, pp. 44–52.
4. *Besplatnyi obrazovatel'nyj resurs po pirotekhnike i termografii* [Free educational resource on pyrotechnics and thermography]. Available at: <http://pyrotechnics.net.ru>.
5. Merzhanov A.G. *Neizotermicheskie metody v himicheskoi kinetike* [Non-isothermal methods in chemical kinetics]. *Fizika goreniya i vzryva*, 1973, vol. 9, no. 1, pp. 4–36.

6. Orlov V.N., Averyanov V.G., Busygin S.V., Kazanceva K.S. *Eksperimental'noe issledovanie kinetiki termicheskogo razlozheniya uglerodnykh materialov metodami termicheskogo analiza* [Experimental study of thermal decomposition kinetics of carbon materials by thermal analysis methods]. In: *Sbornik nauchnykh trudov molodykh uchenykh i specialistov* [Collection of scientific works of young scientists and specialists]. Cheboksary, Chuvash University, 2015, pp. 214–218.

7. Sokolovskaya Yu.G., Falyushin P.L. *Piroliz othodov mebel'nogo proizvodstva* [The pyrolysis of waste furniture production]. Available at: <http://www.ecology.basnet.by/journal/priroda20/Sokolovskaya.pdf>.

8. Uehlandt U. *Termicheskie metody analiza* [Thermal analysis methods. Moscow, Mir Publ., 1978, 526 p.

9. World Energy Resources: A Summary World Energy Council 2013 World Energy Council. Published 2013 by: World Energy Council Registered in England and Wales No. 4184478 VAT Reg. No. GB 123 3802 48 Registered Office Regency House 1–4 Warwick Street London W1B 5LT p. 1–29.

ORLOV VIKTOR – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Heat and Power Plants, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (vinior@mail.ru).

AFANASYEV VLADIMIR – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Heat and Power Plants, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (avvteo@mail.ru).

KOVALEV VLADIMIR – Candidate of Technical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Power Engineering and Electrical Engineering, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (espp21@mail.ru).

TARASOV VLADIMIR – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Heat and Power Plants, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (Vladimir_tarasov@inbox.ru).

Формат цитирования: Орлов В.Н., Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Тарасов В.А. Влияние физико-химических факторов на процесс термораспада твёрдых углеродных материалов при линейном нагреве // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 102–113.

УДК 621.318.3
ББК 3264.36-052

В.Н. ПЕТРОВ, Н.В. РУССОВА, Д.В. САМУИЛОВ, Г.П. СВИНЦОВ

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ, СОРАЗМЕРНОСТЕЙ, УСЛОВИЙ ПИТАНИЯ И ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ДВУХОБМОТОЧНОГО КЛАПАННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ НА МИНИМИЗИРОВАННУЮ МАССУ ЕГО АКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Ключевые слова: клапанный электромагнит, форсированное управление, методика проектного расчета, срабатывание, возврат, нагрев, нагрузочная характеристика, механическая характеристика, диаметр сердечника.

При расчетах оптимизированного электромагнита по критериям «объем активных материалов» и «масса активных материалов» установлены соответствующие совпадения его размеров (d_c , H_o , A_o , $A_{но}$, d_n , c) и параметров ($B_{o,ср}$, $V_{o,омт}$, $V_{\delta,омт}$, $F_{ср}$, $F_{омт}$, P_n , $P_{уд}$, $\theta_{но}$, $\theta_{во}$, n) с расхождением, не превышающим 2-5%. Это позволяет с использованием упомянутых размеров и параметров, рассчитанных при минимизации критерия «объем активных материалов», определить оптимальную массу активных материалов по исходной аналитической формуле.

Попутно установлено, что при увеличении критического значения рабочего зазора $\delta_{кр}$ от 4 до 10 мм необходимая высота обмотки $H_{o,омт}$ уменьшается на 30%; необходимые ширина окна обмотки $A_{o,омт}$, ширина окна низкоомной обмотки $A_{но,омт}$, диаметр полюсного наконечника $d_{n,омт}$, расстояние $c_{омт}$ от оси сердечника до Г-образной скобы магнитопровода увеличиваются на 38, 37,7, 35,2 и 42,1%, соответственно; масса активных материалов электромагнита увеличивается на 91,2%; наблюдаются уменьшение магнитной индукции $B_{o,омт}$ на 27,9%, увеличение магнитодвижущей силы срабатывания $F_{ср}$ на 57,6%, уменьшение магнитодвижущей силы отпущения $F_{омт}$ на 27,9%, увеличение потребляемой электромагнитом мощности при включении P_n на 243%.

Показано, что при увеличении механического усилия при критическом значении рабочего воздушного зазора $P_{мх.кр}$ от 20 до 60 Н необходимый диаметр сердечника $d_{c,омт}$, высота обмотки $H_{o,омт}$, ширина окна обмотки $A_{o,омт}$, ширина окна низкоомной обмотки $A_{но,омт}$, диаметр полюсного наконечника $d_{n,омт}$ и расстояние $c_{омт}$ от оси сердечника до скобы магнитопровода увеличиваются на 43,1, 28,2, 52,2, 93,5, 42,9, 42,3%, соответственно; масса активных материалов увеличивается на 191%; увеличиваются индукции $B_{o,омт}$, $B_{\delta,омт}$ на 21,1 и 21,8%, соответственно, магнитодвижущие силы $F_{ср}$, $F_{омт}$ на 28,4 и 26,4%, соответственно, потребляемая электромагнитом мощность в режиме удержания $P_{уд}$ на 64,2%; уменьшается потребляемая электромагнитом мощность при включении P_n на 39,3%.

Расчетами проиллюстрировано, что с увеличением конечного значения электромагнитной силы $P_{мх.к}$ от 120 до 360 Н необходимые оптимальные $H_{o,омт}$, $V_{o,омт}$, $V_{\delta,омт}$, $F_{омт}$, $P_{уд}$, M_a увеличились, соответственно, на 83,5, 80, 81,4, 94, 80 и 20,9%, при этом P_n уменьшились на 48 и 47,2%, соответственно.

Клапанные электромагниты постоянного напряжения широко используются в качестве приводных в реле, контакторах и других электротехнических устройствах. Форсированное управление ими и их оптимизация позволяют улучшить массогабаритные показатели, увеличить ресурс- и энергосбережение [2, 3 и др.].

Конструктору приходится корректировать первоначально принятые размеры, соразмерности, коэффициенты, характеризующие условия питания и функционирования [1, 5].

Эскиз клапанного форсированного двухобмоточного электромагнита с обозначением его основных размеров, размещением обмоток и схема управления обмотками, соединенными последовательно, изображен на рис. 1.

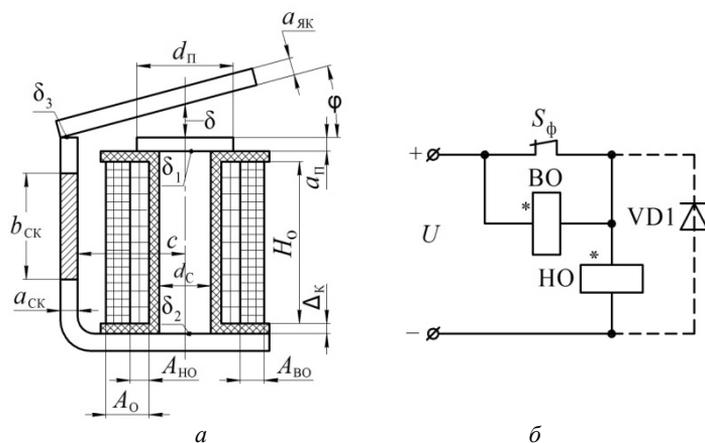


Рис. 1. Эскиз клапанного электромагнита (а) с обозначением основных размеров, размещением низкоомной (НО) и высокоомной (ВО) обмоток и схема управления (б) с форсировочным контактом (S_ϕ)

Методика синтеза построена на основе экспериментальной обобщенной нагрузочной [1] характеристики, условия возврата и уравнения нагрева [1, 4].

Таким образом, на этапе проектного расчета при принятых соразмерностях в электромагните, работающем в продолжительном режиме, путем преобразований уравнения срабатывания, отпускания, нагрева сводятся к нелинейному уравнению. Последнее решается численным методом относительно диаметра сердечника (d_c). Это равносильно определению всех размеров электромагнита. Исходные данные расчета и их фиксированные значения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения исходных данных проектирования

$\delta_{кп2}$, мм	$P_{мх.кп2}$, Н	$P_{мх.к3}$, Н	T_0 , °С	$\Theta_{доп2}$, °С	K_{max}	$K_{з.но}$	$K_{з.во}$	K	$\delta_{кп2}$, мм
7	40	240	55	130	1,5	0,5	0,37	0,3	0,25

На втором этапе проводится двухразовое сканирование области факторного пространства, представленные неравенствами, в пределах которых были описаны уравнения проектирования. После каждого решения проектной задачи рассчитывается значение функции качества, которое сравнивается с предыдущим значением. Меньшее из них значение запоминается в качестве оптимального. При этом запоминаются также текущие размеры и параметры электромагнита, соответствующие оптимальному значению функции качества.

В частности, контролировались и запоминались следующие:

а) *оптимальные размеры электромагнита*: $d_{с.опт}$ – диаметр сердечника; $H_{о.опт}$ – высота окна обмоток; $A_{о.опт}$ – ширина окна; $A_{но.опт}$ – ширина окна низкоомной обмотки; $d_{п.опт}$ – диаметр полюсного наконечника; $c_{опт}$ – расстояние от оси сердечника до скобы магнитопровода,

б) *оптимальные соразмерности электромагнита*: $\delta_{кр.опт*}$ – относительное критическое значение рабочего воздушного зазора ($\delta_{кр.опт*} = \delta_{кр.опт}/d_{с.опт}$); $H_{о.опт*}$ – относительная высота обмотки ($H_{о.опт*} = H_{о.опт}/d_{с.опт}$); $A_{о.опт*}$ – относительная ширина окна обмотки ($A_{о.опт*} = A_{о.опт}/d_{с.опт}$); $A_{но.опт*}$ – относительная ширина окна низкоомной обмотки ($A_{но.опт*} = A_{но.опт}/A_{о.опт}$); $d_{п.опт*}$ – относительный диаметр полюсного наконечника ($d_{п.опт*} = d_{п.опт}/d_{с.опт}$); $c_{опт*}$ – относительное расстояние от оси сердечника до скобы магнитопровода ($c_{опт*} = c_{опт}/d_{с.опт}$);

в) *параметры электромагнита*:

– усредненная магнитная индукция в поперечном сечении основания сердечника при срабатывании электромагнита ($B_{о.ср}$, Тл);

– усредненная магнитная индукция в поперечном сечении основания сердечника при возврате (отпускинии) электромагнита ($B_{о.отп}$, Тл);

– усредненная магнитная индукция в рабочем воздушном зазоре при отпускинии электромагнита ($B_{\delta.отп}$, Тл);

– магнитодвижущая сила низкоомной обмотки при срабатывании электромагнита ($F_{ср}$, А);

– магнитодвижущая сила обмоток при отпускинии электромагнита ($F_{отп}$, А);

– пусковая мощность, потребляемая низкоомной обмоткой при включении электромагнита ($P_{п}$, Вт);

– мощность, потребляемая электромагнитом в режиме удержания ($P_{уд}$, Вт);

– среднеобъемная температура нагрева низкоомной обмотки ($\theta_{но}$, °С);

– среднеобъемная температура нагрева высокоомной обмотки ($\theta_{во}$, °С);

– кратность числа витков высокоомной обмотки в долях низкоомной (n).

При расчете оптимальных электромагнитов по критериям «объем активных материалов» и «масса активных материалов» наблюдались практически одинаковые оптимальные размеры, соразмерности и параметры электромагнитов. Расхождения составляли от 2 до 5%. Это позволяет провести анализ минимизированных масс активных материалов электромагнитов при известных оптимальных размерах и соразмерностях, минимизирующих объем активных материалов. При этом оптимальную массу можно рассчитать по исходному выражению:

$$M_a = 7800 \cdot (V_{як} + V_c + V_{ск} + V_{п}) + 8900 \cdot (V_{м.но} + V_{м.во}), \quad (1)$$

где

$V_{як} = a_{як} \cdot b_{як} \cdot (a_{ск} + c + 0,5d_{п})$ – объем якоря;

$V_{ск} = a_{ск} \cdot b_{ск} \cdot (a_{п} + (H_o + 2a_k) + 2 \cdot 0,5a_{ск} + c + (r_c + a_b + a_k + A_o + a_k))$ – объем скобы магнитопровода;

$$V_c = \frac{\pi \cdot d_c^2}{4} \cdot (H_o + 2a_k) - \text{объем сердечника};$$

$$V_{\text{п}} = \frac{\pi \cdot d_{\text{п}}^2}{4} \cdot a_{\text{п}} - \text{объем полюсного наконечника};$$

$$V_{\text{м.но}} = A_{\text{но}} \cdot H_o \cdot l_{\text{ср.но}} \cdot K_{3,\text{но}} - \text{объем меди низкоомной обмотки};$$

$$V_{\text{м.во}} = A_{\text{во}} \cdot H_o \cdot l_{\text{ср.во}} \cdot K_{3,\text{во}} - \text{объем меди высокоомной обмотки};$$

$$l_{\text{ср.но}} = \pi \cdot (d_c + 2a_k + 2a_b + A_{\text{но}}) - \text{средняя длина витков низкоомной обмотки};$$

$$l_{\text{ср.во}} = \pi \cdot (d_c + 2a_k + 2a_b + A_{\text{но}} + A_o) - \text{средняя длина витков высокоомной обмотки}.$$

Влияние исходных данных проектирования, а именно: критического значения рабочего воздушного зазора $\delta_{\text{кр}}$, механического усилия при критическом значении рабочего воздушного зазора $P_{\text{мх.кр}}$, конечного значения механического усилия $P_{\text{мх.к}}$ на геометрические размеры, соразмерности и параметры клапанного электромагнита представлено в виде кривых на рис. 2–4. Соответствие номеров кривых на рисунках размерам, соразмерностям и параметрам клапанного электромагнита следующее: 1 – $d_{\text{с.опт}}$; 2 – $H_{\text{о.опт}}$; 3 – $A_{\text{о.опт}}$; 4 – $A_{\text{но.опт}}$; 5 – $d_{\text{п.опт}}$; 6 – $c_{\text{опт}}$; 7 – $B_{\text{о.ср}}$; 8 – $B_{\text{о.отп}}$; 9 – $B_{\delta,\text{отп}}$; 10 – M_a ; 11 – n ; 12 – $F_{\text{ср}}$; 13 – $F_{\text{отп}}$; 14 – $P_{\text{п}}$; 15 – $P_{\text{уд}}$; 16 – $\theta_{\text{но}}$; 17 – $\theta_{\text{во}}$.

С увеличением $\delta_{\text{кр}}$ значительно изменяются $d_{\text{с.опт}}$, $H_{\text{о.опт}}$, $d_{\text{п.опт}}$, $c_{\text{опт}}$; $B_{\text{о.отп}}$, $B_{\delta,\text{отп}}$, $F_{\text{ср}}$, $F_{\text{отп}}$, $P_{\text{п}}$, n , M_a . Вместе с тем, как показывают расчеты, практически не изменяются $B_{\text{о.ср}}$, $P_{\text{уд}}$, $\theta_{\text{но}}$, $\theta_{\text{во}}$ в узком диапазоне $0,552 \leq A_{\text{о.опт}^*} \leq 0,584$, $1,62 \leq d_{\text{п.опт}^*} \leq 1,69$, $1,65 \leq c_{\text{опт}^*} \leq 1,75$ при заметном изменении массы активных материалов.

При увеличении $P_{\text{мх.кр}}$ от 20 до 60 Н возрастают $d_{\text{с.опт}}$, $H_{\text{о.опт}}$, $A_{\text{о.опт}}$, $A_{\text{но.опт}}$, $d_{\text{п.опт}}$, $c_{\text{опт}}$, $B_{\text{о.отп}}$, $B_{\delta,\text{отп}}$, $F_{\text{ср}}$, $F_{\text{отп}}$, $P_{\text{уд}}$, $A_{\text{но.опт}^*}$. Монотонно уменьшаются n и $\delta_{\text{кр.опт}^*}$. Практически не изменяются $\theta_{\text{но}}$, $\theta_{\text{во}}$, $H_{\text{о.опт}^*}$, $A_{\text{о.опт}^*}$, $d_{\text{п.опт}^*}$, $c_{\text{опт}^*}$.

В исследованном диапазоне варьирования $P_{\text{мх.к}}$ почти вдвое возрастают высота обмотки ($H_{\text{о.опт}}$), индукции $B_{\text{о.отп}}$, $B_{\delta,\text{отп}}$, мощность $P_{\text{уд}}$, магнитодвижущая сила $F_{\text{отп}}$; уменьшаются мощность $P_{\text{п}}$, ширина окна $A_{\text{о.опт}}$; практически не изменяются $d_{\text{с.опт}}$, $\delta_{\text{кр.опт}}$; $A_{\text{о.опт}}$, $A_{\text{о.опт}^*}$; $d_{\text{п.опт}}$, $d_{\text{п.опт}^*}$; $c_{\text{опт}}$, $c_{\text{опт}^*}$; монотонно увеличивается масса активных материалов M_a .

Влияние температуры окружающей среды T_0 иллюстрируют данные табл. 2. Существенно изменяются $H_{\text{о.опт}}$, $H_{\text{о.опт}^*}$, M_a , $P_{\text{п}}$. Практически не изменяются $d_{\text{с.опт}}$, $\delta_{\text{кр.опт}}$; $A_{\text{о.опт}}$, $A_{\text{о.опт}^*}$; $B_{\text{о.ср}}$, $B_{\text{о.отп}}$, $B_{\delta,\text{отп}}$, $F_{\text{ср}}$; $\theta_{\text{но}}$, $\theta_{\text{во}}$, $d_{\text{п.опт}}$, $d_{\text{п.опт}^*}$; $c_{\text{опт}}$, $c_{\text{опт}^*}$.

Изменение допустимой температуры нагрева $\Theta_{\text{доп}}$ от 110 до 150 °С приводит: а) к уменьшению $H_{\text{о.опт}}$, $H_{\text{о.опт}^*}$, M_a ; б) незначительному изменению $d_{\text{с.опт}}$, $\delta_{\text{кр.опт}^*}$; $A_{\text{о.опт}}$, $A_{\text{о.опт}^*}$; $d_{\text{п.опт}}$, $d_{\text{п.опт}^*}$; $c_{\text{опт}}$, $c_{\text{опт}^*}$; $B_{\text{о.ср}}$, $B_{\text{о.отп}}$, $B_{\delta,\text{отп}}$; $F_{\text{ср}}$, $F_{\text{отп}}$; в) значительному увеличению $P_{\text{п}}$, $\theta_{\text{но}}$, $\theta_{\text{во}}$; г) экстремальному характеру изменения $A_{\text{но.опт}}$, $A_{\text{но.опт}^*}$; $P_{\text{уд}}$, n (табл. 3).

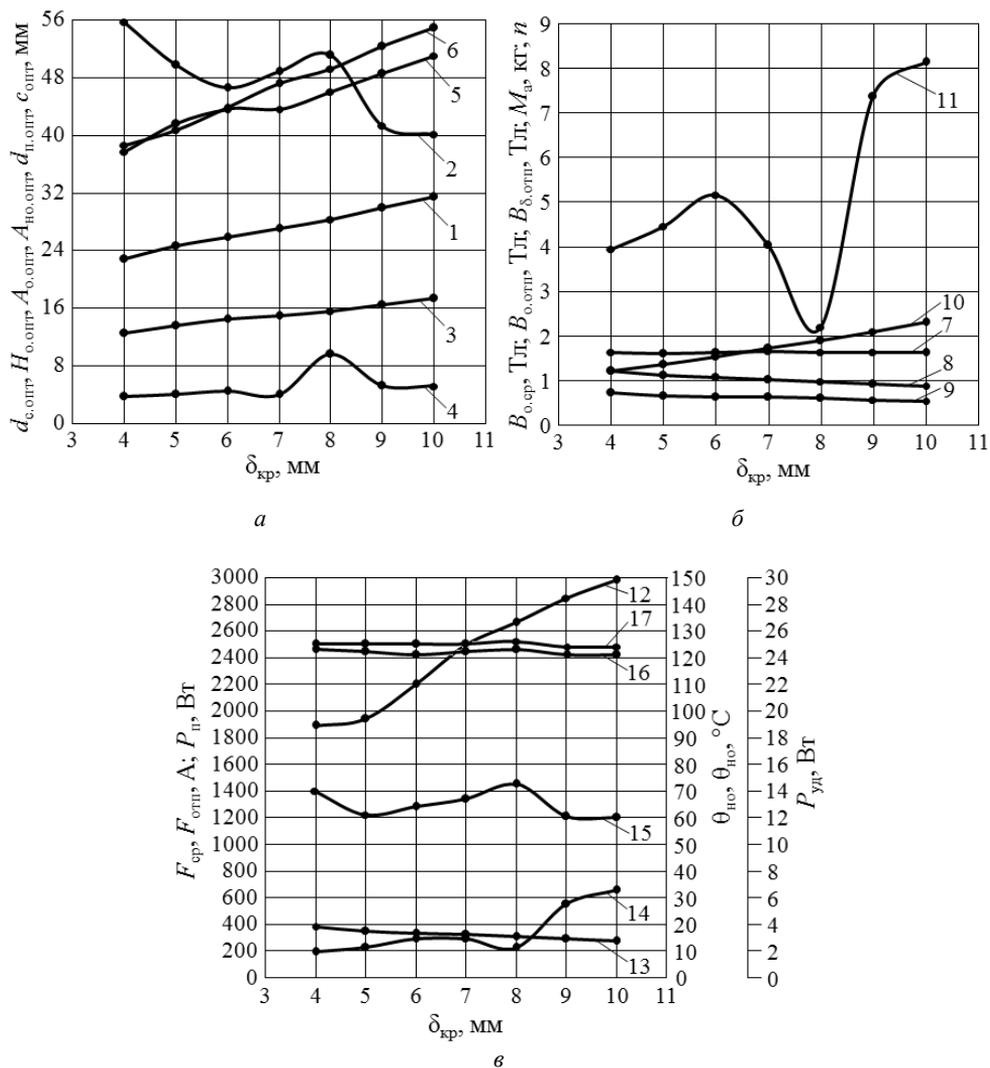


Рис. 2. Влияние критического значения рабочего воздушного зазора $\delta_{кр}$ на геометрические размеры, соразмерности и параметры клапанного электромагнита

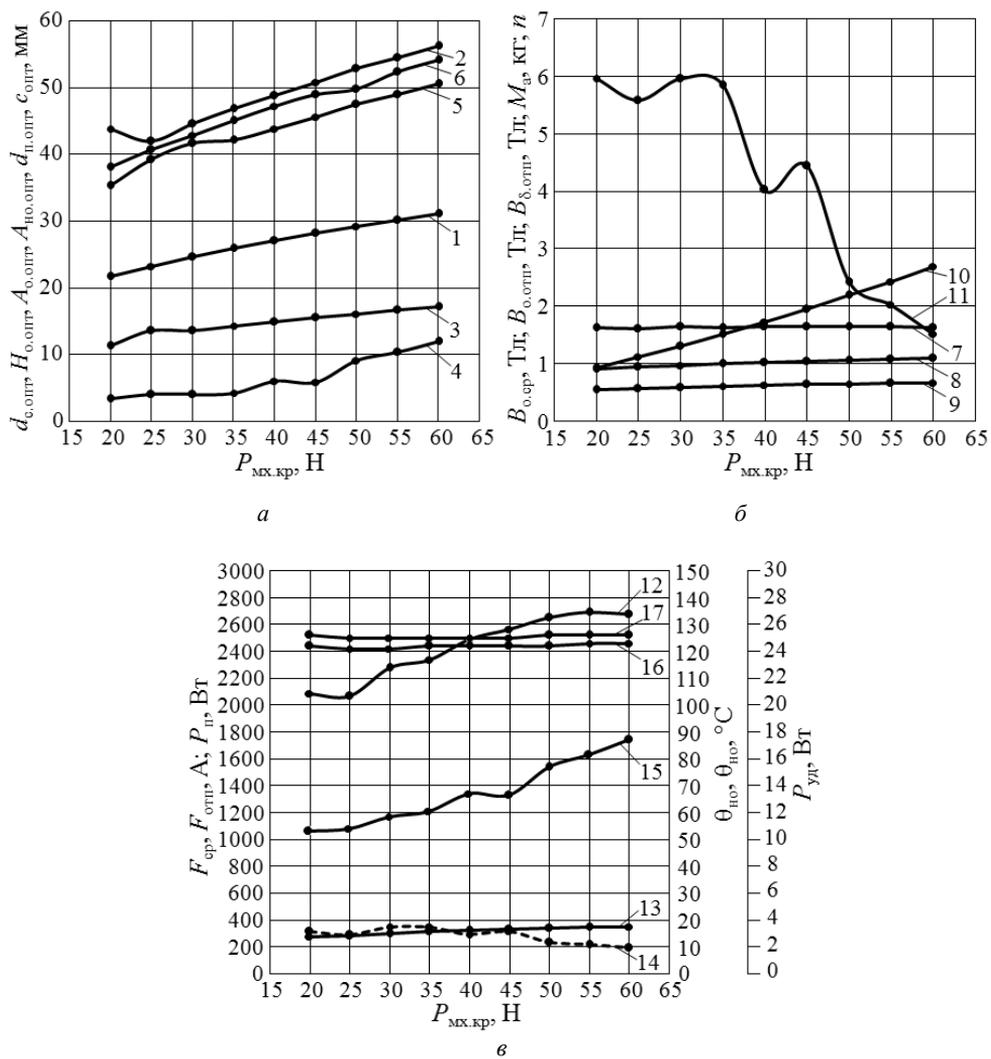


Рис. 3. Влияние механического усилия при критическом значении рабочего воздушного зазора $P_{\text{мх.кр}}$ на геометрические размеры, соизмерности и параметры клапанного электромагнита

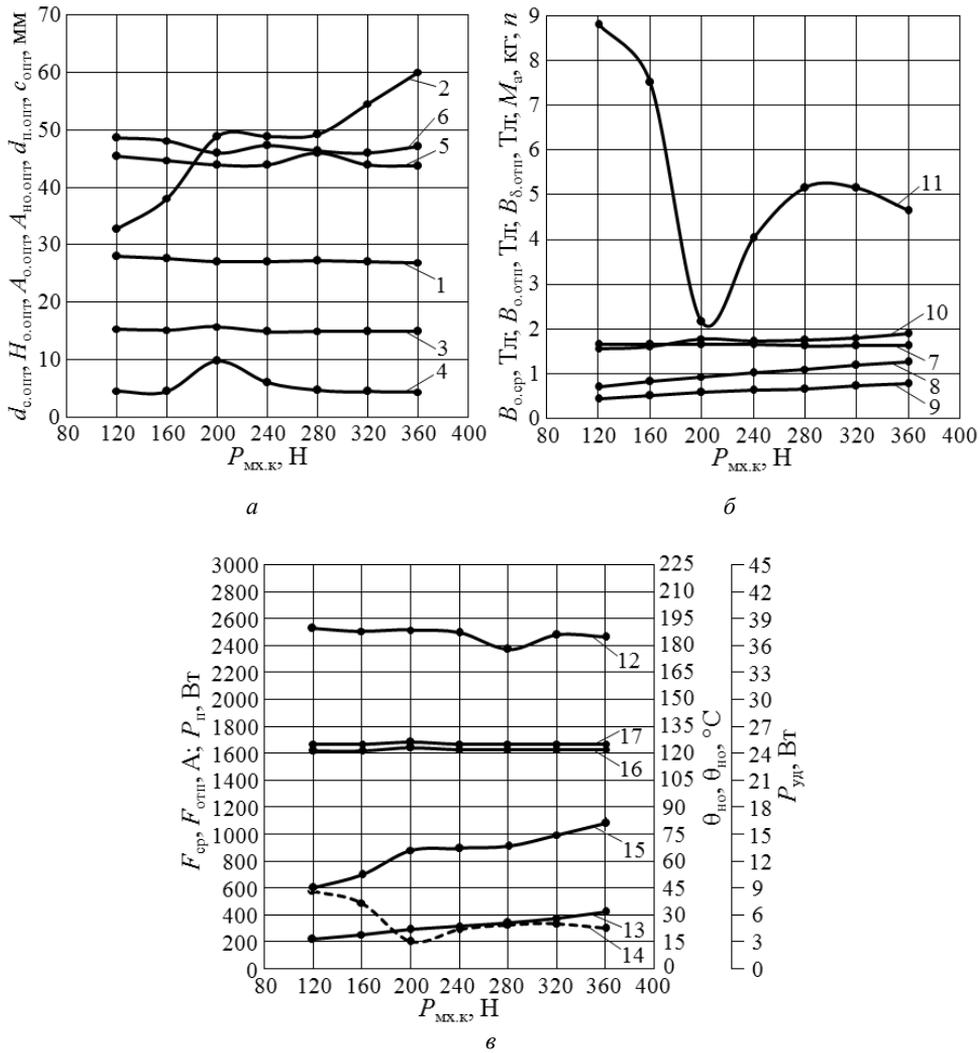


Рис. 4. Влияние механического усилия при конечном положении якоря $P_{MX.K}$ на геометрические размеры, соразмерности и параметры клапанного электромагнита

Таблица 2

Зависимости оптимальных геометрических размеров и параметров клапанного электромагнита при различных исходных данных проектирования $\delta_{кр} = 7 \cdot 10^{-3}$ м, $\delta_{к} = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м, $P_{мх.кр} = 40$ Н, $P_{мх.к} = 240$ Н, $K_{max} = 1,5$, $K = 0,3$, $K_{з.но} = 0,5$, $K_{з.во} = 0,37$, $\Theta_{доп} = 130$ °С при изменении T_0 от 25 до 85 °С

Параметры	$T_0, \text{°C}$						
	25	35	45	55	65	75	85
$d_{с.опт} \cdot 10^{-3}$	27,8	27,7	27,2	27,1	27,3	27,3	27,1
$H_{о.опт} \cdot 10^{-3}$	35,5	38,3	49,1	48,9	49,3	55,0	66,1
$A_{о.опт} \cdot 10^{-3}$	15,4	15,3	15,0	15,0	15,9	15,9	15,0
$A_{но.опт} \cdot 10^{-3}$	4,60	4,59	10,5	6,08	4,78	4,78	4,69
$d_{п.опт} \cdot 10^{-3}$	45,1	44,9	44,1	43,9	46,1	46,1	43,9
$c_{опт} \cdot 10^{-3}$	48,5	47,1	47,2	47,3	46,4	45,0	46,0
$\delta_{кр.опт}^*$	0,252	0,253	0,257	0,258	0,256	0,256	0,258
$H_{о.опт}^*$	1,276	1,381	1,804	1,804	1,804	2,015	2,438
$A_{о.опт}^*$	0,552	0,552	0,552	0,552	0,584	0,584	0,552
$A_{но.опт}^*$	0,300	0,300	0,700	0,407	0,300	0,300	0,313
$d_{п.опт}^*$	1,62	1,62	1,62	1,62	1,69	1,69	1,62
$c_{опт}^*$	1,75	1,70	1,74	1,75	1,70	1,65	1,70
$B_{о.ср.}$ ТЛ	1,64	1,64	1,62	1,65	1,60	1,62	1,65
$B_{о.отп.}$ ТЛ	1,00	1,00	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02
$B_{\delta.отп.}$ ТЛ	0,61	0,62	0,63	0,63	0,60	0,60	0,63
$F_{ср.}$ А	2488	2507	2389	2494	2303	2395	2540
$F_{отп.}$ А	308	310	320	321	315	317	328
$P_{п.}$ Вт	516	487	172	292	307	298	283
$P_{вд.}$ Вт	13,1	13,1	15,7	13,4	12,0	11,6	11,5
$\theta_{но.}$ °С	118	119	122	122	122	124	125
$\theta_{во.}$ °С	123	124	126	125	125	126	127
n	6,86	6,65	1,53	4,04	5,47	5,48	5,24
$M_a,$ кг	1,590	1,613	1,788	1,731	1,790	1,882	2,004

Таблица 3

Зависимости оптимальных геометрических размеров и параметров клапанного электромагнита при различных исходных данных проектирования $\delta_{кр} = 7 \cdot 10^{-3}$ м, $\delta_{к} = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м, $P_{мх.кр} = 40$ Н, $P_{мх.к} = 240$ Н, $K_{max} = 1,5$, $K = 0,3$, $K_{з.но} = 0,5$, $K_{з.во} = 0,37$, $T_0 = 55$ °С при изменении $\Theta_{доп}$ от 110 до 150 °С

Параметры	$\Theta_{доп}, \text{°C}$				
	110	120	130	140	150
$d_{с.опт} \cdot 10^{-3}$	27,1	27,2	27,1	27,1	27,7
$H_{о.опт} \cdot 10^{-3}$	54,6	49,1	48,9	48,9	38,3
$A_{о.опт} \cdot 10^{-3}$	15,8	15,9	15,0	15,8	16,2
$A_{но.опт} \cdot 10^{-3}$	4,75	4,77	6,08	10,23	4,85
$d_{п.опт} \cdot 10^{-3}$	45,7	45,9	43,9	43,9	44,6
$c_{опт} \cdot 10^{-3}$	46,0	46,2	47,3	46,0	47,0
$\delta_{кр.опт}^*$	0,258	0,257	0,258	0,258	0,253
$H_{о.опт}^*$	2,015	1,804	1,804	1,804	1,381
$A_{о.опт}^*$	0,584	0,584	0,552	0,584	0,584
$A_{но.опт}^*$	0,300	0,300	0,407	0,647	0,300
$d_{п.опт}^*$	1,69	1,69	1,62	1,62	1,61
$c_{опт}^*$	1,70	1,70	1,75	1,70	1,70
$B_{о.ср.}$ ТЛ	1,63	1,63	1,65	1,65	1,62
$B_{о.отп.}$ ТЛ	1,02	1,02	1,02	1,02	1,00
$B_{\delta.отп.}$ ТЛ	0,61	0,60	0,63	0,63	0,62

Окончание табл. 3

Параметры	$\Theta_{\text{доп}} \text{ } ^\circ\text{C}$				
	110	120	130	140	150
$F_{\text{ср}}, \text{ A}$	2387	2384	2494	2512	2425
$F_{\text{отп}}, \text{ A}$	319	316	323	323	311
$P_{\text{п}}, \text{ Вт}$	281	320	292	200	458
$P_{\text{вд}}, \text{ Вт}$	11,0	11,7	13,4	15,4	13,8
$\theta_{\text{но}}, \text{ } ^\circ\text{C}$	104	112	122	132	139
$\theta_{\text{во}}, \text{ } ^\circ\text{C}$	106	115	125	136	144
n	5,47	5,66	4,03	1,88	6,25
$M_{\text{з}}, \text{ кг}$	1,852	1,770	1,731	1,789	1,640

Расчеты показывают, что изменение кратности максимального напряжения питания к напряжению срабатывания K_{max} от 1,30 до 1,70 приводит:

- а) к уменьшению: $A_{\text{но.опт}}$ от 7,28 до 4,69 мм; $A_{\text{но.опт}*}$ от 0,487 до 0,313;

б) увеличению $P_{\text{п}}$ от 189 до 489 Вт;

в) сохранению на неизменном уровне остальных размеров, соразмерностей и параметров (табл. 4).

Таблица 4

Зависимости оптимальных геометрических размеров и параметров клапанного электромагнита при различных исходных данных проектирования
 $\delta_{\text{кр}} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $\delta_{\text{к}} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $P_{\text{мх.кр}} = 40 \text{ Н}$, $P_{\text{мх.к}} = 240 \text{ Н}$, $K = 0,3$, $K_{\text{з.но}} = 0,5$,
 $K_{\text{з.во}} = 0,37$, $\Theta_{\text{доп}} = 130 \text{ } ^\circ\text{C}$, $T_0 = 55 \text{ } ^\circ\text{C}$ при изменении K_{max} от 1,30 до 1,70

Параметры	K_{max}				
	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70
$d_{\text{с.опт}} \cdot 10^{-3}$	27,1	27,1	27,1	27,1	27,1
$H_{\text{о.опт}} \cdot 10^{-3}$	48,9	48,9	48,9	48,9	48,9
$A_{\text{о.опт}} \cdot 10^{-3}$	15,0	15,0	15,0	15,0	15,0
$A_{\text{но.опт}} \cdot 10^{-3}$	7,28	6,08	6,08	4,69	4,69
$d_{\text{п.опт}} \cdot 10^{-3}$	43,9	43,9	43,9	43,9	43,9
$c_{\text{опт}} \cdot 10^{-3}$	47,3	47,3	47,3	47,3	47,3
$\delta_{\text{кр.опт}*}$	0,258	0,258	0,258	0,258	0,258
$H_{\text{о.опт}*}$	1,804	1,804	1,804	1,804	1,804
$A_{\text{о.опт}*}$	0,552	0,552	0,552	0,552	0,552
$A_{\text{но.опт}*}$	0,487	0,407	0,407	0,313	0,313
$d_{\text{п.опт}*}$	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62
$c_{\text{опт}*}$	1,75	1,75	1,75	1,75	1,75
$B_{\text{о.ср}}, \text{ Тл}$	1,65	1,65	1,65	1,65	1,65
$B_{\text{о.отп}}, \text{ Тл}$	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02
$B_{\delta.\text{отп}}, \text{ Тл}$	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
$F_{\text{ср}}, \text{ A}$	2494	2494	2494	2494	2494
$F_{\text{отп}}, \text{ A}$	321	321	321	321	321
$P_{\text{п}}, \text{ Вт}$	189	255	292	416	469
$P_{\text{вд}}, \text{ Вт}$	13,5	13,1	13,4	12,7	12,9
$\theta_{\text{но}}, \text{ } ^\circ\text{C}$	123	122	122	122	122
$\theta_{\text{во}}, \text{ } ^\circ\text{C}$	126	125	125	125	125
n	2,72	3,79	4,03	6,07	6,41
$M_{\text{з}}, \text{ кг}$	1,741	1,731	1,731	1,720	1,720

Расчеты также свидетельствуют, что рост коэффициента заполнения низкоомной обмотки $K_{\text{з.но}}$ от 0,40 до 0,60 приводит к уменьшению пусковой мощности от 457 до 185 Вт и необходимости увеличения $A_{\text{но.опт}}$ от 4,69 до 8,48 мм и, соответственно, $A_{\text{но.опт}*}$ от 0,313 до 0,567. При этом практически

неизменными сохраняются $d_{с.опт}$ (27,1 мм) и $\delta_{кр.опт*}$ (0,258); $H_{о.опт}$ (48,9 мм) и $H_{о.опт*}$ (1,804); $d_{п.опт}$ (43,9 мм), $d_{п.опт*}$ (1,62).

При увеличении коэффициента заполнения высокоомной обмотки $K_{з.во}$ от 0,30 до 0,44 существенно изменяются $A_{но.опт}$ (от 4,54 до 9,67 мм), $A_{но.опт*}$ (от 0,300 до 0,647), $P_{п}$ (от 475 до 200 Вт), а также масса M_a (от 1,014 до 1,792 кг). Причем отношение чисел витков n имеет экстремальный характер. Остальные размеры соразмерности и параметры остаются практически на неизменном уровне: $d_{с.опт}=27,1$ мм, $H_{о.опт}=48,9$ мм, $A_{о.опт}=15,0$ мм, $d_{п.опт}=43,9$ мм, $c_{опт}=47,3$ мм, $A_{о.опт*}=0,552$, $d_{п.опт*}=1,621$, $c_{опт*}=1,746$, $B_{о.ср}=1,65$ Тл, $B_{о.отп}=1,02$ Тл, $B_{\delta.отп}=0,63$, $F_{ср}=2494$ А, $F_{отп}=321$ А, $P_{уд}=13,0$ Вт, $\theta_{но}=122$ °С, $\theta_{во}=125$ °С.

Выводы. 1. С увеличением $\delta_{кр}$ значительно изменяются $d_{с.опт}$, $H_{о.опт}$, $d_{п.опт}$, $c_{опт}$, $B_{о.отп}$, $B_{\delta.отп}$, $F_{ср}$, $F_{отп}$, $P_{п}$, n , M_a ; практически не изменяются $B_{о.ср}$, $P_{уд}$, $\theta_{но}$, $\theta_{во}$ в узком диапазоне $0,552 \leq A_{о.опт*} \leq 0,584$, $1,62 \leq d_{п.опт*} \leq 1,69$, $1,65 \leq c_{опт*} \leq 1,75$ при заметном изменении массы активных материалов.

2. При увеличении $P_{мх.кр}$ возрастают $d_{с.опт}$, $H_{о.опт}$, $A_{о.опт}$, $A_{но.опт}$, $d_{п.опт}$, $c_{опт}$, $B_{о.отп}$, $B_{\delta.отп}$, $F_{ср}$, $F_{отп}$, $P_{уд}$, $A_{но.опт*}$; монотонно уменьшаются n и $\delta_{кр.опт*}$; практически не изменяются $\theta_{но}$, $\theta_{во}$, $H_{о.опт*}$, $A_{о.опт*}$, $d_{п.опт*}$, $c_{опт*}$.

3. Изменение механического усилия при конечном положении якоря $P_{мх.к}$ от 120 до 360 Н приводит к уменьшению мощности $P_{п}$, ширины окна обмотки $A_{о.опт}$, почти двукратному увеличению высоты обмотки ($H_{о.опт}$), индукций $B_{о.отп}$ и $B_{\delta.отп}$, мощности $P_{уд}$, магнитодвижущей силы $F_{отп}$. Причем практически не изменяются $d_{с.опт}$, $\delta_{кр.опт}$; $A_{о.опт}$, $A_{о.опт*}$; $d_{п.опт}$, $d_{п.опт*}$; $c_{опт}$, $c_{опт*}$, а масса активных материалов M_a увеличивается монотонно.

4. Изменение температуры окружающей среды T_0 от 25 до 85 °С вызывает существенное изменение $H_{о.опт}$, $H_{о.опт*}$, M_a , $P_{п}$ и практически не оказывает влияния на $d_{с.опт}$, $\delta_{кр.опт}$; $A_{о.опт}$, $A_{о.опт*}$; $B_{о.ср}$, $B_{о.отп}$, $B_{\delta.отп}$, $F_{ср}$; $\theta_{но}$, $\theta_{во}$, $d_{п.опт}$, $d_{п.опт*}$; $c_{опт}$, $c_{опт*}$.

5. Варьирование допустимой температуры нагрева $\Theta_{доп}$ от 110 до 150 °С приводит: а) к уменьшению $H_{о.опт}$, $H_{о.опт*}$, M_a ; б) несущественному изменению $d_{с.опт}$, $\delta_{кр.опт*}$; $A_{о.опт}$, $A_{о.опт*}$; $d_{п.опт}$, $d_{п.опт*}$; $c_{опт}$, $c_{опт*}$; $B_{о.ср}$, $B_{о.отп}$, $B_{\delta.отп}$; $F_{ср}$, $F_{отп}$; в) значительному увеличению $P_{п}$, $\theta_{но}$, $\theta_{во}$; г) экстремальному характеру изменения $A_{но.опт}$, $A_{но.опт*}$; $P_{уд}$, n .

6. Расчеты размеров, соразмерностей, параметров, минимизирующих массу обмоточной меди и ферромагнитной стали, используемых в конструкции форсированного двухобмоточного электромагнита постоянного напряжения с коаксиально размещенными, последовательно и согласно соединенными обмотками, могут быть выполнены с использованием приведенных результатов, минимизирующих объем активных материалов.

7. Представление результатов оптимизационных расчетов форсированных электромагнитов в виде размерных зависимостей предпочтительно при необходимости корректировки, выборе окончательных размеров и значений параметров.

8. Приведенные результаты оптимизационного исследования в виде графических зависимостей наглядны при решении задач анализа и могут быть использованы для обеспечения легкого интерпретирования, восприятия информации на минимальном пространстве. Табличное изображение результатов расчета электромагнита удобно для их аппроксимации и интерполирования.

Литература

1. Зайцев Ю.М., Петров В.Н., Руссова Н.В., Свинцов Г.П. Методика синтеза форсированного клапанного электромагнита постоянного напряжения в схеме с балластным резистором // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 103–112.
2. Кадыков В.К. Потокораспределение в клапанных электромагнитных системах постоянного тока с сегментными полюсными наконечниками // Вестник Чувашского университета. 2006. № 2. С. 236–243.
3. Клименко Б.В. Форсированные электромагнитные системы. М.: Энергоатомиздат, 1989. 160 с.
4. Основы теории электрических аппаратов / Б.К. Буль, Г.В. Буткевич, А.Г. Годжело и др.; под. ред. Г.В. Буткевича. М.: Высшая школа, 1970. 600 с.
5. Руссова Н.В. Математическое моделирование тепловых параметров электромагнитов постоянного тока и напряжения // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: материалы IV Всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2002. С. 145–149.

ПЕТРОВ ВИКТОР НИКОЛАЕВИЧ – аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (viktor912012@yandex.ru).

РУССОВА НАТАЛИЯ ВАЛЕРЬЕВНА – кандидат технических наук, начальник научно-исследовательского отдела, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

САМУИЛОВ ДМИТРИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – магистрант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары.

СВИНЦОВ ГЕННАДИЙ ПЕТРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (eea_chuvsu@mail.ru).

V. PETROV, N. RUSSOVA, D. SAMUILOV, G. SVINTSOV

INFLUENCE OF DIMENSIONS, PROPORTIONS, POWER CONDITIONS AND OPERATION OF TWO-WINDING VALVED DC ELECTROMAGNET ON MINIMIZED MASS OF ITS ACTIVE MATERIALS

Key words: valved electromagnet, forced control, design calculation method, operation, return, heating, load characteristic, mechanical characteristic, core diameter.

In the calculations of an optimized electromagnet, according to the criteria "volume of active materials" and "mass of active materials", corresponding coincidences of its dimensions ($d_c, H_o, A_o, A_{no}, d_n, c$) and parameters ($B_{o,cr}, B_{o,omm}, B_{\delta,omm}, F_{cp}, F_{omm}, P_n, P_{y\delta}, \theta_{no}, \theta_{\delta o}, n$) with a discrepancy not exceeding 2-5% are established. This makes it possible to determine the optimum mass of active materials from the initial analytical formula using the dimensions and parameters calculated with the minimization of the criterion "volume of active materials".

Incidentally, it was established that with increasing the critical value of the working gap δ_{kp} from 4 to 10 mm the required winding height $H_{o,omm}$ decreases by 30%; the required winding window width $A_{o,omm}$, the window width of the low-resistance winding $A_{no,omm}$, the diameter of the pole piece $d_{n,omm}$, distance c_{omm} from the core axis increase to the L-shaped bracket of a magnetic circuit by 38, 37,7, 35,2, 42,1% respectively; the mass of active materials of the electromagnet increases by 91,2%; a reduction of magnetic induction $B_{o,omm}$ by 27,9%, an increase magneto motive force of operation F_{cp} by 57,6%, a reduction of magneto motive force of return F_{omm} by 27,9%, an increase in the power consumed by the electromagnet when on P_n is switched on by 243% are observed.

It is shown that when the mechanical force is increased at a critical value of the working air gap $P_{mx,kr}$ from 20 to 60 N the required diameter of the core $d_{c,omm}$, the winding height $H_{o,omm}$, winding window width $A_{o,omm}$, window width of low-resistance winding $A_{no,omm}$ the

diameter of a polar piece $d_{n,omn}$ and the distance c_{omn} from the core axis to the magnetic core bracket increase by 43,1, 28,2, 52,2, 93,5, 42,9, 42,3% respectively; the mass of active materials increases by 191%; the inductions $B_{o,omn}$, $B_{\delta,omn}$ increase by 21,1 and 21,8% respectively, the magneto motive forces by F_{cp} , F_{omn} by 28,4 and 26,4% respectively, the power consumed by an electromagnet in the holding mode $P_{y\delta}$ by 64,2%; the power consumed by an electromagnet decreases by 39,3% when P_n is switched on.

Calculations show that with the increase in the final value of the electro-magnetic force P_{max} from 120 to 360 N the required optimal values $H_{o,omn}$, $B_{o,omn}$, $B_{\delta,omn}$, F_{omn} , $P_{y\delta}$, M_a have increased by 83,5, 80, 81,4, 94, 80, 20,9% respectively, while P_n , n have decreased by 48 and 47,2% respectively.

References

1. Zaitsev Yu. M., Petrov V.N., Russova N.V., Svintsov G.P. *Metodika sinteza forsirovannogo klapannogo elektromagnita postoyannogo napryazheniya v skheme s ballastnym rezistorom* [Method of synthesis of forced valved dc electromagnets in circuit with ballast resistor]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 1, pp. 103–112.
2. Kadykov V.K. *Potokoraspredelenie v klapannykh elektromagnitnykh sistemakh postoyannogo toka s segmentnymi polyusnymi nakonechnikami* [Flow distribution in valve electromagnetic direct current systems with segmented pole pieces]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2006, no. 2, pp. 236–243.
3. Klimenko B.V. *Forsirovannyye elektromagnitnyye sistemy* [Forced electromagnetic system]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989, 160 p.
4. Bul' B.K., Butkevich G.V., Godzhelo A.G. et al. *Osnovy teorii elektricheskikh apparatov* [Fundamentals of the theory of electrical apparatuses]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1970, 600 p.
5. Russova N.V. *Matematicheskoe modelirovanie teplovykh parametrov elektromagnitov postoyannogo toka i napryazheniya* [Mathematical modeling of thermal parameters of DC and voltage electromagnets]. *Informatsionnyye tekhnologii v elektrotekhnike i elektroenergetike: materialy IV Vseros. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 4th Rus. Sci. Conf. «Information technology in electric and electric power engineering»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2002. pp. 145–149.

PETROV VIKTOR – Post-Graduate Student of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

RUSSOVA NATALIYA – Candidate of Technical Sciences, Head of Research and Development Division, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

SAMUILOV DMITRY – Master's Program Student of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

SVINTSOV GENNADIY – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electric and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Формат цитирования: Петров В.Н., Руссова Н.В., Самуилов Д.В., Свинцов Г.П. Влияние размеров, соизмерностей, условий питания и функционирования двухобмоточного клапанного электромагнита постоянного напряжения на минимизированную массу его активных материалов // Вестник Чувашиского университета. – 2018. – № 3. – С. 114–125.

УДК 620.22

ББК 31.234

А.В. ПРИКАЗЩИКОВ, А.М. МАКАРОВ, Г.А. КРАВЧЕНКО

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ И ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛИФЕНИЛЕНСУЛЬФИДА

Ключевые слова: полифениленсульфид, электроизоляционный материал, зависимость электрических параметров от температуры и частоты, электрические измерения.

Полифениленсульфид (ПФС) в настоящее время считается одним из перспективных материалов для использования в качестве конструкционного. Большое количество исследований посвящено изучению механических свойств этого материала. Электроизоляционные свойства ПФС в зависимости от различных внешних факторов изучены недостаточно. Ограниченные данные по диэлектрическим свойствам этого материала не позволяют в полной мере обоснованно использовать его в электроизоляционных конструкциях. Для прогнозирования поведения ПФС при различных внешних воздействиях необходимо расширить объем испытаний в этой области. В работе были проведены температурные и частотные испытания электроизоляционных параметров образцов ПФС. Выбраны методы исследования этих параметров и необходимая аппаратура. Частотные испытания проводились в диапазоне от 1 до 20 000 кГц. Получены зависимости диэлектрической проницаемости (ϵ) и тангенса угла диэлектрических потерь ($\operatorname{tg} \delta$). Влияние температуры на свойства ПФС проводились в диапазоне рабочих температур электрических аппаратов. Были получены температурные зависимости удельного объемного сопротивления (ρ_v) образцов ПФС. На основании проделанной работы и анализа полученных результатов даны рекомендации по применимости данного материала в электротехнических устройствах.

В настоящее время значительно возросли требования к электрической и электронной аппаратуре. Эти установки эксплуатируются в разнообразных условиях окружающей среды (широкий диапазон температур, давлений, агрессивные среды, влажность, различные излучения, механические нагрузки и т.д.). Эти воздействия приводят к постепенному ухудшению параметров электротехнических устройств и в дальнейшем к выходу их из строя.

Значительный процент отказа электрического оборудования приходится на электроизоляционные элементы конструкции. К ним относятся электрическая изоляция токоведущих частей установок, диэлектрические барьеры, изоляционные панели, корпуса реле и т.п.

Выход из строя изоляционных элементов электроаппаратуры обычно приводит к аварийным ситуациям. Поэтому надежность работы этого компонента устройств является одной из важнейших задач конструирования электроаппаратуры.

В соответствии с требованиями, предъявляемыми к различным электротехническим устройствам, при конструировании электрической аппаратуры могут применяться разнообразные изоляционные материалы. Выбор каждого элемента конструкции основывается на анализе свойств материала для его изготовления, внешних условий работы аппаратуры, требований к надежности её работы и т.д.

Выбор материалов, обладающих необходимыми свойствами для работы в конкретных условиях эксплуатации, является основным критерием для создания надежных электроустановок, которые могут длительное время функционировать без допустимого ухудшения параметров.

Одним из материалов, обладающих высокими электроизоляционными, механическими, технологическими и другими свойствами, является полифениленсульфид (ПФС). Этот материал успешно заменяет пластмассу АГ-4, которая представляет собой полимер на основе стекловолокна и фенолоформальдегидной терморепактивной смолы.

ПФС – это термопластичный полимер линейной или сетчатой структуры, обладающий рядом ценных свойств, которые позволяют применять его не только как конструкционный материал, но и как диэлектрик с повышенными электрическими характеристиками [2, 3].

Большой диапазон рабочих температур, достаточная механическая прочность, необходимый уровень электроизоляционных свойств дают возможность применять полифениленсульфид в изделиях электроаппаратостроения ответственного назначения.

Использование ПФС с различными наполнителями улучшает характеристики изделий. Полифениленсульфид со стекловолокнистым наполнителем обладает повышенными механическими и тепловыми характеристиками. Эта пластмасса может работать до температур 260°C (линейная структура) и 180°C (сетчатая структура). Материал допускает кратковременные перегревы до 400°C при сохранении основных механических и электрических характеристик.

Важным свойством полимеров на основе полифениленсульфида является возможность изготовления изделий из них методом экструзии. В отличие от высококачественного полимера – фторопласта-4 (Ф-4), технология переработки ПФС значительно проще, хотя технологические температуры изготовления изделий достаточно высоки (до 370°C) [1].

Следует учитывать, что при температурах около 280°C происходит неполное сшивание линейного полимера, но свойства термопласта при этом частично сохраняются.

ПФС по химической стойкости несколько уступает Ф-4.

В отличие от механических, электрические свойства ПФС изучены недостаточно. В частности, нет полных данных о частотных и температурных зависимостях основных электрических параметров данного материала.

Настоящее исследование посвящено получению частотных зависимостей относительной диэлектрической проницаемости (ϵ) и тангенса угла диэлектрических потерь ($\text{tg}\delta$) для ПФС со стекловолокнистым наполнителем.

На опытные образцы ПФС в виде плоских дисков толщиной 2 мм были нанесены алюминиевые фольговые электроды толщиной 0,1 мм. Для подключения образцов использовалась контактная система, позволяющая жестко фиксировать их с помощью микрометрического винта. Подключение контактной системы к измерительным установкам осуществлялось короткими соединительными проводами большого сечения, что особенно важно при измерениях на высоких час-

тотах. При несоблюдении этих требований при испытаниях на высоких частотах резко возрастают потери энергии в подводящих проводах и искажаются опытные данные. Для получения частотных зависимостей диэлектрических параметров опытных образцов использовались измерители добротности Е4-7, Е9-4, а на частоте 1000 Гц – измеритель LCR цифровой Е7-8.

Измерители добротности Е4-7 и Е9-4 проводят измерения резонансным методом, и результаты испытаний представлены в таблице.

Расчеты ϵ и $\text{tg}\delta$ проводились по стандартной методике для резонансного метода измерений [4].

Экспериментальные данные и результаты расчетов ϵ и $\text{tg}\delta$
для стеклонаполненного ПФС

f , кГц	C_0 , пФ	Q_0	C_1 , пФ	Q_1	C_x , пФ	ϵ	$\text{tg}\delta$
80	139,1	82	114,3	78	24,8	3,25	0,0061
300	79,2	124	53,1	117	26,1	3,39	0,0015
700	147,3	152	121,3	135	26,0	3,38	0,005
2 000	161,4	156	135,6	135	25,8	3,35	0,006
6 500	117,9	124	91,1	100	26,8	3,48	0,0085
20 000	117,5	110	90,4	81	27,1	3,52	0,013

Измерения на частоте 1000 Гц проводились мостовым методом на измерителе L-C-R Е7-8.

Эксперименты проводились на пяти образцах. Результаты были подвергнуты статистической обработке. Зависимость диэлектрической проницаемости от частоты приведена на рис. 1. Видно, что диэлектрическая проницаемость незначительно изменялась от частоты в диапазоне от 80 до 20 000 кГц. Разброс опытных данных находился в пределах погрешности измерительной установки.

ПФС является диэлектриком неоднородной структуры. В электрическом поле в нем происходят поляризационные процессы. Это электронная, ионная, ионно-релаксационная, структурная поляризации. ПФС относится к полярным диэлектрикам, его ϵ несколько больше 3, что подтверждается полученными результатами испытаний. Диэлектрики этой группы имеют релаксационный максимум, который на частотной характеристике приводит к значительному изменению величины ϵ . Релаксационный максимум, видимо, находится в области более высоких частот, поэтому в исследуемом частотном диапазоне он не отмечен.

В электрическом поле у ПФС наблюдаются потери на электропроводность и релаксационные виды поляризации. По опытным данным потери в исследуемом диапазоне частот незначительны и связаны в основном с токами проводимости. Это видно из частотной зависимости $\text{tg}\delta$, приведенной на рис. 2.

Для более обоснованного суждения о применимости данного диэлектрика в электроаппаратостроении были проведены дополнительные исследования в области объемной проводимости ПФС. Зависимость удельного объемного сопротивления от температуры представлена на рис. 3.

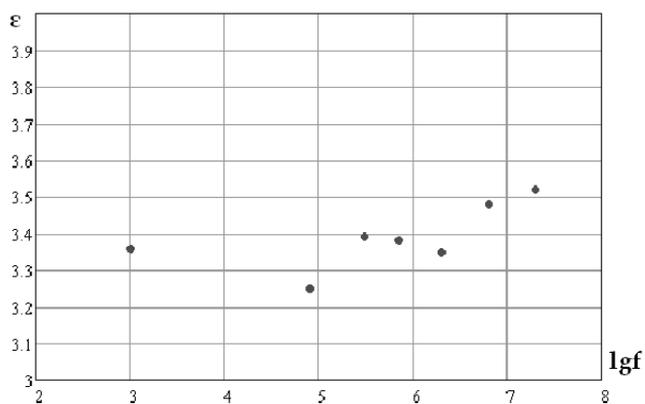


Рис. 1. Экспериментальная частотная зависимость ϵ ПФС

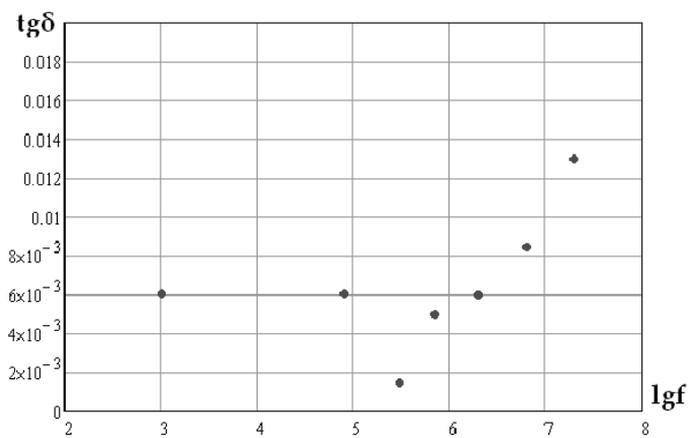


Рис. 2. Экспериментальная частотная зависимость tgδ образца ПФС

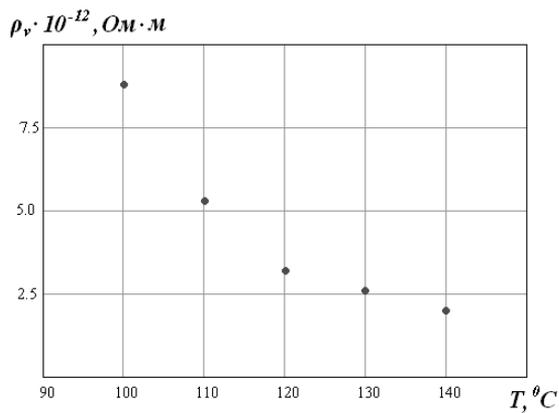


Рис. 3. Температурная зависимость удельного объемного сопротивления образца ПФС

Проведенные эксперименты подтверждают, что данный материал обладает высокими электроизоляционными свойствами, стабильными характеристиками в области диапазонов частот и температур работы электротехнической аппаратуры. Наряду с высокими механическими характеристиками это позволяет считать, что данный материал представляет большой интерес в качестве конструкционного и электроизоляционного материала в современной низковольтной электро- и радиоаппаратуре. Для суждения о применимости данного материала в сильных электрических полях необходимо провести дополнительные испытания этого материала на воздействие частичных разрядов и электрическую прочность.

Литература

1. Аскадский А.А. Структура и свойства теплостойких полимеров. М.: Химия, 1981. С. 275–276.
2. Йохэннинг Ф. Полифениленсульфид: производство, применение, перспективы // Полимерные материалы. 2012. № 12. С. 40–44.
3. Феофанов Б.Н. Новые литые термопластичные компаунды конструкционного назначения на основе полифениленсульфида (ПФС) [Электронный ресурс] // Материалы выставки Interplastica-2018 (Москва, 24 января 2018 г.) URL: http://interplastica.ru/files/interplastica/121637/24-01/boris_feofanov_npp_poliplastik.pdf.
4. Холодный С.Д., Серебрянников С.В., Боев М.А. Методы испытаний и диагностики в электроизоляционной и кабельной технике. М.: Изд. дом МЭИ, 2009. С. 45–50.

ПРИКАЗЩИКОВ АЛЕКСАНДР ВИКТОРОВИЧ – кандидат технических наук, генеральный директор, ООО «КБЭА», Россия, Чебоксары (info@kbea.ru).

МАКАРОВ АЛЕКСЕЙ МИХАЙЛОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехнологий, электрооборудования и автоматизированных производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (kaf_emtep@mail.ru).

КРАВЧЕНКО ГАЛИНА АЛЕКСЕЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехнологий, электрооборудования и автоматизированных производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (kaf_emtep@mail.ru).

A. PRIKAZSHCHIKOV, A. MAKAROV, G. KRAVCHENKO

STUDY OF FREQUENCY AND TEMPERATURE DEPENDENCES OF ELECTRICAL PARAMETERS OF POLYPHENYLENESULPHIDE

Key words: *glass-filled polyphenylene sulfide, electrical insulating material, dependence of electrical parameters on temperature and frequency, electrical measurements.*

Polyphenylene sulfide is currently considered to be one of the promising materials for use as a structural material. A large number of research are devoted to the study of the mechanical properties of this material. The electrical insulation properties of polyphenylene sulfide, depending on various external factors, have not been studied sufficiently. Limited data on the dielectric properties of this material do not allow to fully use it reasonably in electrical insulating structures. To predict the behavior of polyphenylene sulfide with various external influences, it is necessary to significantly expand the scope of tests in this area. In the work, temperature and frequency tests of the electrical insulation parameters of the polyphenylene sulfide samples were carried out. The methods for studying these parameters and the necessary equipment are chosen. Frequency tests were conducted in the range from 1 to 20,000 kHz. Dependences of the permittivity (ϵ) and the dielectric loss

tangent ($\operatorname{tg} \delta$) are obtained. The effect of temperature on the properties of polyphenylene sulfide was carried out in the operating temperature range of electrical apparatuses. The temperature dependences of the specific volume resistivity (ρ_v) of the polyphenylene sulfide samples were obtained. Based on the work done and analysis of the results obtained, recommendations are made on the applicability of this material to electrical devices.

References

1. Askadskii A.A. *Struktura i svoystva teplostoikikh polimerov* [Structure and properties of heat-resistant polymers]. Moscow, Khimiya Publ., 1981, pp. 275–276.
2. Iokhenning F. *Polifenilensul'fid: proizvodstvo, primeneniye, perspektivy* [Polyphenylene sulfide: production, use, prospects]. *Polimernye materialy*, 2012, no. 12, pp. 40–44.
3. Feofanov B.N. *Novye lit'evye termoplastichnye kompaundy konstruksionnogo naznacheniya na osnove polifenilensul'fida (PFS)* [New molded thermoplastic compounds for structural use based on polyphenylene sulfide (PPC)]. *Materialy vystavki Interplastica-2018, Moskva 24 yanvarya 2018 g.* [Proc. of the Exhibition «Interplastica-2018»]. Available at: http://interplastica.ru/files/interplastica/121637/24-01/boris_feofanov_npp_poliplastik.pdf.
4. Kholodnyi S.D., Serebryannikov S.V., Boev M.A. *Metody ispytaniy i diagnostiki v elektroizolyatsionnoi i kabel'noi tekhnike* [Methods of testing and diagnostics in electrical insulating and cable technology]. Moscow, 2009, pp. 45–50.

PRIKAZSHCHIKOV ALEXANDER – Candidate of Technical Sciences, Director, LLC KBEA, Russia, Cheboksary (info@kbea.ru).

MAKAROV ALEXEY – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Electrotechnologies, Electrical Equipment and Automated Production, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (kaf_emtep@mail.ru).

KRAVCHENKO GALINA – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Department of Electrotechnology, Electrical Equipment and Automated Production, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (kaf_emtep@mail.ru).

Формат цитирования: Приказшиков А.В., Макаров А.М., Кравченко Г.А. Исследование частотных и температурных зависимостей электрических параметров полифениленсульфида // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 126–131.

УДК 621.311.001.57
ББК 327-016:3261.8

А.Л. СЛАВУТСКИЙ

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМА ВЫБЕГА И САМОЗАПУСКА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В СОСТАВЕ УЗЛА КОМПЛЕКСНОЙ НАГРУЗКИ*

Ключевые слова: переходные процессы, узел комплексной нагрузки, асинхронный двигатель, выбег, самозапуск.

Разработана методика расчета переходных процессов в участках систем электрообеспечения с мощными электродвигателями. Моделирование проводится методом синтетических схем в мгновенных значениях величин. На его основе создано программное обеспечение. Рассмотрен режим отключения с последующим возобновлением питания узла комплексной нагрузки с мощным асинхронным двигателем. Приводятся основные результаты моделирования и краткий анализ режимов. Моделируются отключение и повторное включение выключателя на шинах низкого напряжения. Показано изменение электромагнитного момента двигателя в ходе протекания переходных процессов. Отмечено влияние режима электродвигателя на статическую нагрузку узла. Выбег двигателя с рекуперацией характеризуется влиянием генераторного режима двигателя на нагрузку узла, а режим самозапуска, – повышенным отбором мощности двигателем у остальных потребителей в рамках узла нагрузки. Режим самозапуска двигателя из режима неполного выбега укорочен относительно пуска из состояния покоя. Показаны перегрузки, возникающие в этом режиме в питающей сети и двигателе. Приведенные примеры показывают возможность рассматривать различные последовательные переходные процессы в узле нагрузки и оценивать взаимное влияние элементов нагрузок. Такой подход может быть полезен при наладке и выборе параметров работы защит и автоматики узла нагрузки.

В узлах комплексной нагрузки с мощными электродвигателями распространённым переходным режимом является выбег электродвигателей с последующим их самозапуском [2, 3, 12]. Эти режимы обусловлены частичным или полным пропаданием питания узла вследствие различных неполадок питающей сети [2]. Эти режимы обычно сопровождаются рекуперацией энергии двигателя в сеть и последующим самозапуском двигателя из состояния частичного выбега или покоя. Выбег двигателя с рекуперацией интересен влиянием генераторного режима двигателя на нагрузку узла [2], а режим самозапуска – повышенным отбором мощности двигателем у остальных потребителей в рамках узла [4, 8]. Кроме того, при протекании указанных режимов следует рассмотреть режим работы самого электродвигателя, поскольку в нем происходят значительные изменения электромагнитного момента, влияющие на сам двигатель и на приводимые им в движение механизмы.

Модель узла нагрузки. Рассматриваемый режим характеризуется частичным выбегом электродвигателя с рекуперацией энергии в сеть и последующим его самозапуском из режима неполного выбега. Проведено моделирование соответствующих переходных процессов в узле комплексной нагрузки, питающемся через двухобмоточный трансформатор 110/10 кВ. В со-

* Работа поддержана грантом Фонда содействия инновациям (конкурс «УМНИК»), договор 11555ГУ/2017.

став узла входят мощный асинхронный двигатель, статическая нагрузка и устройство компенсации реактивной мощности. Более подробно схема узла описана в [5]. Рассмотрен режим работы узла при отключении питания на стороне низкого напряжения с последующим его включением.

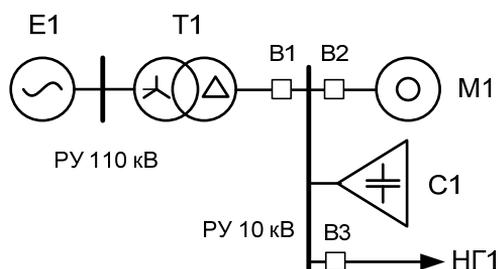


Рис. 1. Схема исследуемого узла нагрузки

Параметры элементов данного узла следующие: трансформатор Т1 марки ТДН-16000/110, двигатель М1 АЗМП-5000, нагрузка: $S_{НГ1} = 1 \text{ МВ} \cdot \text{А}$, $\cos\varphi_{НГ1} = 0,9$, компенсирующее устройство имеет мощность $Q_{C1} = 840 \text{ кВ} \cdot \text{Ар}$. Параметры моделей рассчитаны из паспортных данных [1]. Характеристика зависимости механической нагрузки на валу двигателя от угловой скорости задана вентиляторной и характеризуется квадратичной частотной зависимостью

$$T_M = \omega^2 / 6,6 \quad (1)$$

Моделирование переходных процессов производилось методом синтетических схем [6, 7]. Метод позволяет рассчитывать электромагнитные и электромеханические процессы в электрических цепях в мгновенных значениях величин с учетом изменяющихся во времени параметров модели [11]. Применена динамическая модель асинхронного двигателя [9, 10, 13].

Управление питанием нагрузки производится выключателем В1, расположенным со стороны выводов низкого напряжения трансформатора. Произведено моделирование в такой последовательности событий: из режима установившейся работы узла производится отключение выключателя В1 в момент времени 0,1 с. Двигатель переходит в режим выбега с рекуперацией. Через 1,4 с происходит возобновление питания узла включением выключателя В1, после чего двигатель переходит в режим самозапуска из состояния частичного выбега.

Результаты моделирования. На рис. 2 показан ток в статоре двигателя, напряжение на шинах 10 кВ и скольжение двигателя. В момент выбега именно двигатель является источником мощности и через него течет суммарный ток узла. Из графиков видно, что напряжение в узле снижается не мгновенно, а постепенно. При этом частота сети зависит от частоты вращения ротора двигателя, поскольку двигатель работает в генераторном режиме. Ток в статоре после отключения питания достаточно мал в силу малой мощности нагрузки.

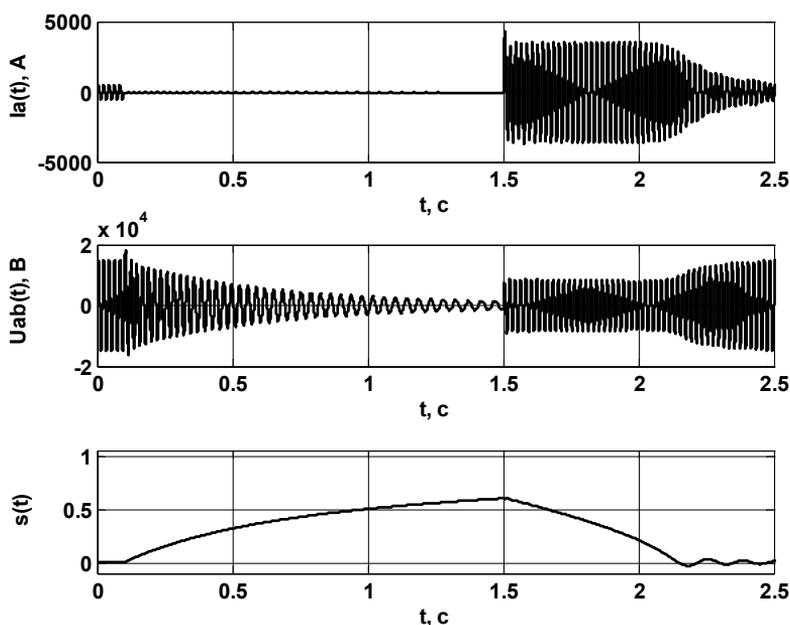


Рис. 2. График тока фазы A статора электродвигателя М1, напряжения на шинах узла нагрузки и скольжение двигателя М1

На рис. 3 показан ток статической нагрузки узла. Как видно из графика тока, после отключения выключателя нагрузка продолжает питаться от двигателя, находящегося в генераторном режиме.

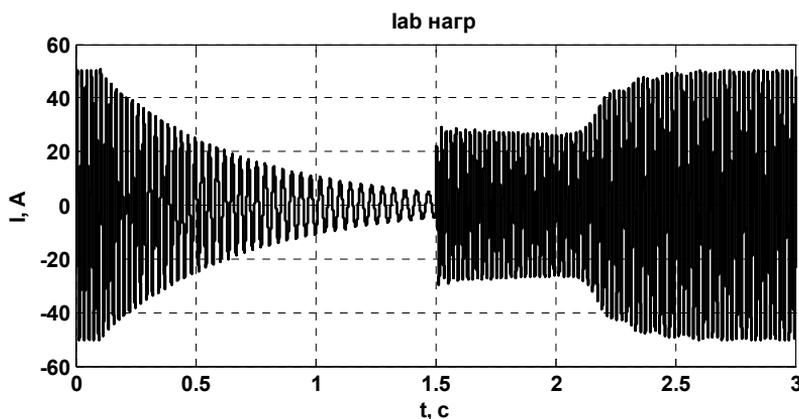


Рис. 3. Ток одной фазы A статической нагрузки

Рассмотрим изменение электромагнитного момента двигателя, показанного на рис. 4. Как видно из графика, при отключении питания электромагнитный момент начинает колебаться с высокой частотой, а его усредненное значение меняет знак на противоположный, что говорит о переходе из двига-

тельного режима в генераторный. Затем по мере перехода механической энергии, запасенной двигателем, в электромагнитную момент стремится к нулевому значению, аналогично амплитуде тока и напряжения, наведенных генераторным режимом двигателя, показанных на рисках 2 и 3.

На рис. 5 показана зависимость электромагнитного момента двигателя от угловой скорости. Выбег двигателя начинается из установившегося режима (стрелка 1). В момент отключения внешнего питания двигатель переходит в режим рекуперации (стрелка 2), характеризующийся спадом угловой скорости и переходом электромагнитного момента в отрицательную область (участок 2). При этом электромагнитный момент стремится к нулевому значению по мере выбега, т.е. по мере перехода механической энергии запасенной двигателем в электромагнитную, потребляемую элементами узла нагрузки, подключенными к шинам 10 кВ. В это время двигатель генерирует в сеть напряжение и ток уменьшающейся амплитуды и частоты (рис. 2). На участке 4 рисунка 5 наблюдается режим самозапуска двигателя из режима неполного выбега, когда скольжение двигателя $s = 0,6$.

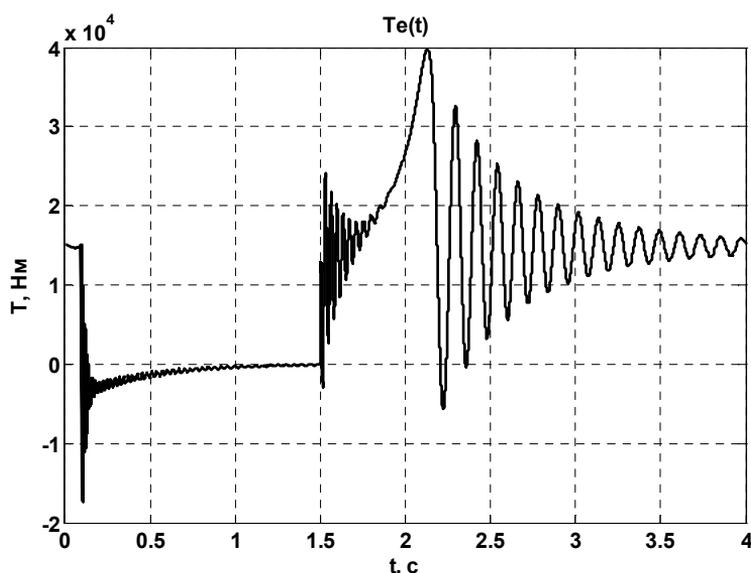


Рис. 4. График зависимости электромагнитного момента на валу двигателя от времени при его выбеге и последующем самозапуске

Этот режим укорочен относительно пуска из состояния покоя. Следует отметить, что в этом режиме питающая сеть и двигатель испытывают перегрузки, аналогичные перегрузкам, возникающим в момент запуска из состояния покоя, но в течение меньшего промежутка времени, что облегчает пуск и уменьшает негативное влияние пониженного напряжения сети на потребители. С другой стороны, пуск из состояния частичного выбега может привести к ударному воздействию электромагнитного момента в двигателе при появлении питания на сам двигатель и механизмы [2]. Это зависит от положения ротора двигателя в момент подачи питания.

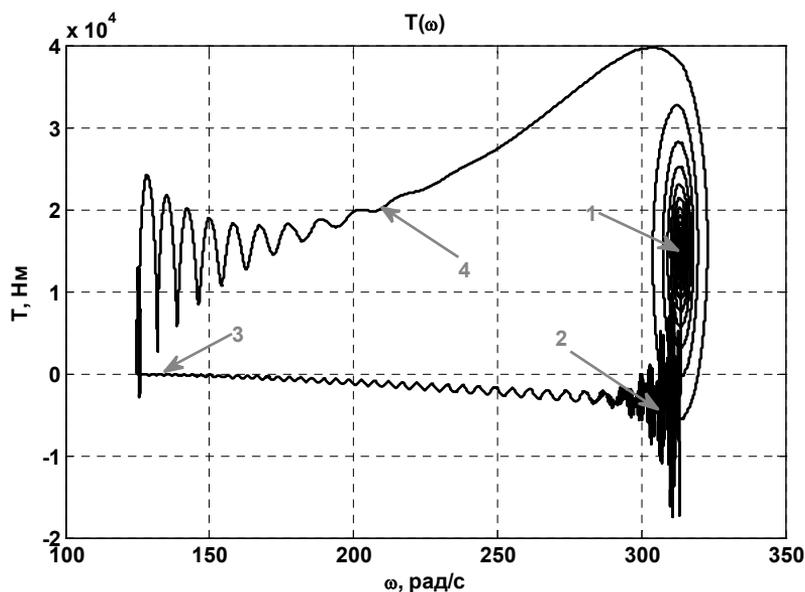


Рис. 5. График зависимости электромагнитного момента на валу двигателя от угловой скорости двигателя при его выбеге и последующем самозапуске

Резкое изменение электромагнитного момента двигателя при возобновлении питания узла нагрузки показано на рис. 4 и 5. На рис. 4 это момент времени 1,5 с, а на рис. 5 это момент перехода участка 3 в участок 4, где момент близок к нулю, а угловая скорость – к 125 рад/с. Именно такой скачек момента является ударным для механической части двигателя и приводимых им в движение механизмов. В данном случае важную роль играет не абсолютная величина момента, а скорость его изменения.

При отключении выключателя на стороне высокого напряжения трансформатора спад напряжения на шинах при выбеге двигателя происходит быстрее. Напряжение падает в 2 раза за 0,1 с после отключения. При отключении на нижней стороне перед шинами 10 кВ напряжение падает в 2 раза за 0,45 с. Это объясняется тем, что при отключении на верхней стороне трансформатора обмотки трансформатора участвуют в потреблении мощности, вырабатываемой двигателем в режиме рекуперации.

Выводы. Результаты дают возможность рассмотреть различные режимы узла комплексной нагрузки с мощным асинхронным двигателем. Приведенный пример показывает возможность рассматривать различные последовательные переходные процессы в узле и оценивать взаимное влияние элементов нагрузок при использовании разработанных методик и моделей. Более детальное моделирование различных вариантов переключений позволит оценить наиболее благоприятные и неблагоприятные комбинации режимов. Такой подход может быть полезен при наладке и выборе параметров работы защит и автоматики узла нагрузки.

Литература

1. Воронов П.Л., Щедрин В.А. О параметрах мощных электрических машин в симметричных и несимметричных режимах // Региональная энергетика и электротехника: проблемы и решения: сб. науч. тр. Вып. VIII. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2012. С. 45–57.
2. Гамазин С.И., Ставцев В.А., Цырук С.А. Переходные процессы в системах промышленного электроснабжения, обусловленные электродвигательной нагрузкой. М.: Изд-во МЭИ, 1997. 421 с.
3. Донской Н.В. Асинхронный двигатель в системах автоматического управления. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2012. 283 с.
4. Калинин А.Г., Аракелян А.К. Анализ провалов напряжения при пусках электродвигателей с вентиляторной нагрузкой // Электричество. 2011. № 6. С. 46–50.
5. Славутский А.Л. Моделирование переходных режимов узла нагрузки с асинхронным двигателем в фазных координатах // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2015. № 1. С. 38–45.
6. Славутский А.Л., Пряников В.С., Славутский Л.А. Моделирование переходных режимов узла нагрузки с трехобмоточным трансформатором на разных уровнях напряжения // Электротехника. 2017. № 7. С. 20–24.
7. Славутский А.Л. Оценка динамических характеристик измерительных органов при переходных процессах в энергосистеме // Вестник Чувашского университета. 2012. № 3. С. 161–165.
8. Щедрин В.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. 422 с.
9. Paul C.K., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. Krause Analysis of the machinery and drive systems. N.Y., IEEE PRESS, 2002, 630 p.
10. Marti J.R., Myers T.O. Phase-Domain Induction Motor Model for Power System Simulators. IEEE Wescanex '95 Proc., pp. 276–282.
11. Wang L., Jatskevich J., Dinavahi V. et al. Method of Interfacing Rotating Machine Models in Transient Simulation Programs. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2010, vol. 25, no. 2, pp. 891–903.
12. Vasylyv K.M. A mathematical model of thermal power plants smoke exhausters induction motors system operation modes. *Electrical engineering & electromechanics*, 2017, no. 3, pp. 19–26.
13. Wang L., Jatskevich J., Wang C., Li P. A Voltage-Behind-Reactance Induction Machine Model for the EMTP-Type Solution. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2008, vol. 23, no. 3, pp. 1226–1238.

СЛАВУТСКИЙ АЛЕКСАНДР ЛЕОНИДОВИЧ – кандидат технических наук, заместитель начальника отдела разработки программных продуктов, Обособленное подразделение ООО «Юнител Инжиниринг» в г. Чебоксары, Россия, Чебоксары (slavutskii@gmail.com).

A. SLAVUTSKIY
SIMULATION OF THE RUNNING-OUT MODE
AND SELF-STARTING OF INDUCTION MOTOR
IN THE COMPLEX LOAD NODE

Key words: *transient processes, the node of complex load, induction motor, running-out, self-starting.*

A method for calculating of transients in segments of power supply systems with powerful electric motors are designed. The simulation is done by the direct current synthetic schemes method in the instantaneous values of magnitudes. On the basis of the method the software was developed. The shutdown mode with the subsequent renewal of power supply of the complex load node with a powerful induction motor is considered. The main results of modeling and a brief analysis of the modes are presented. The switching off and back on of the switch on low-voltage bus is simulated. The change in the electromagnetic torque of the motor during the transient processes is shown. The influence of the electric motor mode on the static load of the node is noted. The running-out mode of the motor with recuperation is characterized by the influence of the generator mode of the motor on the load of the node. The self-starting mode is connected by increased power takeoff by motor from other power consumers within the load

node. The self-starting mode of the motor from the incomplete run-out mode is shortened relative to the start from the state of rest. The overloads occurring in this mode in the power supply network and the engine are shown. The overloads occurring in this mode in the power supply network and the motor are shown. These examples show the possibility to consider different sequential transients in the load node and to evaluate the mutual influence of load elements. This approach can be useful when setting up and selecting the parameters of protection and load node automation.

References

1. Voronov P.L., Shchedrin V.A. *O parametrakh moshchnykh elektricheskikh mashin v simmetrichnykh i nesimmetrichnykh rezhimakh* [About the parameters of powerful electric machines in symmetric and asymmetric modes]. In: *Regional'naya energetika i elektrotehnika: problemy i resheniya: sb. nauch. tr. Vyp. VIII* [Regional energy and electrical engineering: problems and solutions: collection of proceedings. Vol. 8]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2012, pp. 45–57.
2. Gamazin S.I., Stavtsev V.A., Cyruk S.A. *Perekhodnye processy v sistemakh promyshlennogo e'lektrosnabzheniya, obuslovlennyye e'lektrodvigatel'noi nagruzkoi* [Transient processes in power supplying systems with electrical driving load]. Moscow, MEI Publ., 1997, 421 p.
3. Donskoi N.V. *Asinkhronnyi dvigatel' v sistemakh avtomaticheskogo upravleniya* [Asynchronous motor in automatic control systems]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2012, 283 p.
4. Kalinin A.G., Arakelyan A.K. *Analiz provalov napryazheniya pri puskakh elektro dvigatelei s ventilyatornoi nagruzkoi* [Analysis of power failures during start-up of electric motors with fan load]. *Elektrichestvo*, 2011, no. 6, pp. 46–50.
5. Slavutskiy A. L. *Modelirovanie perehodnykh rezhimov uzla nagruзки s asinhronnim dvigatelem v faznikh koordinatah* [Modeling transients in the load nodes containing the induction motors in phase coordinates]. *Elektrotehnicheskie i informacionnye komplekсы i sistemy* [Electrical facilities and systems], 2015, no. 1, pp. 38–45.
6. Slavutskii A.L., Pryanikov V.S., Slavutskii L.A. *Modelirovanie perehodnykh rezhimov uzla nagruзки s trekhobmotchnym transformatorom na raznykh urovnyakh napryazheniya* [Simulating the transients in a load node with a triple-wound transformer at different voltage levels]. *Elektrotehnika*, 2017, vol. 88, no. 7. pp. 412–415.
7. Slavutskiy A.L. *Otsenka dinamicheskikh kharakteristik izmeritel'nykh organov pri perehodnykh protsessakh v energosisteme* [The estimate of dynamic characteristics of measuring elements to transient processes in power systems]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2012, no. 3, pp. 161–165.
8. Shchedrin V.A. *Elektromagnitnye perehodnye protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Electromagnetic transients in electrical systems]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2007, 422 p.
9. Paul C.K., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. *Krause Analysis of the machinery and drive systems*. N.Y., IEEE PRESS, 2002, 630 p.
10. Marti J.R., Myers T.O. Phase-Domain Induction Motor Model for Power System Simulators. *IEEE Wescanex '95 Proc.*, pp. 276–282.
11. Wang L., Jatskevich J., Dinavahi V. et al. Method of Interfacing Rotating Machine Models in Transient Simulation Programs. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2010, vol. 25, no. 2, pp. 891–903.
12. Vasylyv K.M. A mathematical model of thermal power plants smoke exhausters induction motors system operation modes. *Electrical engineering & electromechanics*, 2017, no. 3, pp. 19–26.
13. Wang L., Jatskevich J., Wang C., Li P. A Voltage-Behind-Reactance Induction Machine Model for the EMTP-Type Solution. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2008, vol. 23, no. 3, pp. 1226–1238.

SLAVUTSKIY ALEXANDR – Candidate of Technical Sciences, Deputy Head of Software Products Development, a Separate Division of LLC «Unitel Engineering» in Cheboksary, Russia, Cheboksary (slavutskii@gmail.com).

Формат цитирования: *Славутский А.Л.* Моделирование режима выбега и самозапуска асинхронного двигателя в составе узла комплексной нагрузки // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 132–138.

УДК 004.9:[519.852:519.6]

ББК В 183.41:В193.1

Б.В. АЛЕКСЕЕВ, А.Ю. ИВАНИЦКИЙ, Е.В. ПЛОТНИКОВА

ОБ ОЦЕНКЕ КОНСТАНТЫ В ЛЕММЕ ХОФФМАНА

Ключевые слова: оценка погрешности приближенных решений технических и инженерных задач, константа Хоффмана.

В работе предлагается новый способ оценки константы Хоффмана, более удобный при его практическом использовании в отличие от способов, предложенных в работах Белоусова Е.Г. «О вычислении точных констант Липшица и Хоффмана для систем линейных неравенств» и А.Хоффман «On Approximate Solutions of Systems of Linear Inequalities». Для пространства \mathbf{R}^2 приведены формулы для вычисления точного значения этой константы, в которых используется лишь скалярное произведение и длины векторов строк матрицы ограничений неравенств. На простом примере показано сравнение оценок константы, полученных различными способами. Результаты работы могут быть использованы для оценки погрешности приближенных решений технических и инженерных задач.

1. При использовании различных методов для инженерно-технических задач, сводящихся к математическим задачам с приближенными данными, возникает необходимость оценки погрешности аппроксимации искомых точных решений приближенными решениями. Для этой цели в некоторых случаях, когда множество решений задачи может быть представлено в виде линейных неравенств, можно использовать лемму Хоффмана [13]. В работах [5, 10] впервые она применена для оценки скоростей сходимости метода регуляризации, а затем в [4, 7] – метода поточечной невязки и в [2] – метода квазирешений для задач линейного программирования с приближенными данными. В работах [3, 12] (первое издание в 1998 г.) приводится доказательство расширенного варианта леммы Хоффмана для оценки расстояния от произвольной точки до полиэдра

$$U = \{ \mathbf{u} \in \mathbf{R}^n : \mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{b}, \mathbf{B}\mathbf{u} \leq \mathbf{d} \} \neq \emptyset,$$

где $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{p \times n}$ – матрицы порядка $m \times n$ и $p \times n$, $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^p$ – векторы размерности m и p , соответственно. В работах [6, 8, 9] этот вариант леммы использован для оценки аппроксимации точных решений приближенными, полученными методом поточечной невязки для систем линейных уравнений и неравенств, а также одновременного решения прямой и двойственной задачи линейного программирования с приближенными данными. Суть этой оценки состоит в следующем. Если в множестве U вместо матриц $\mathbf{A} \in \{a_{ij}\}$, $\mathbf{B} \in \{b_{sj}\}$ и векторов $\mathbf{b} \in [b_1, b_2, \dots, b_m]^T$, $\mathbf{d} \in [d_1, d_2, \dots, d_p]^T$ известны их приближения $\tilde{\mathbf{A}} \in \{\tilde{a}_{ij}\}$, $\tilde{\mathbf{B}} \in \{\tilde{b}_{sj}\}$, $\tilde{\mathbf{b}} \in [\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \dots, \tilde{b}_m]^T$, $\tilde{\mathbf{d}} \in [\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_p]^T$ такие, что

$$|\tilde{a}_{ij} - a_{ij}| \leq \Delta_{ij}, |\tilde{b}_{sj} - b_{sj}| \leq \Lambda_{sj}, |\tilde{b}_i - b_i| \leq \delta_i, |\tilde{d}_s - d_s| \leq \lambda_s, \quad (1)$$

где $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}, s = \overline{1, p}$, то мы имеем оценку

$$\sup_{\mathbf{u} \in U(\sigma)} \rho(\mathbf{u}, \mathbf{U}) \leq c \cdot (\hat{\Delta} + \hat{\Lambda} + \hat{\delta} + \hat{\lambda}) \quad (2)$$

где $U(\sigma), \sigma = \{\Delta_{ij}, \Lambda_{sj}, \delta_i, \lambda_s\}$ – множество, полученное методом поточечной невязки, $\hat{\Delta} = \max_{i,j} \Delta_{ij}$, $\hat{\Lambda} = \max_{s,j} \Lambda_{sj}$, $\hat{\delta} = \max_i \delta_i$, $\hat{\lambda} = \max_s \lambda_s$, c – константа, зависящая только от элементов матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} .

Эта оценка оптимальная по порядку, т.е. множество $U(\sigma)$ аппроксимирует множество \mathbf{U} с такой же точностью, что и порядок задания входных данных (1). В работах [8, 9] при численной реализации метода поточечной невязки для решения модельных, сильно неустойчивых задач с известным точным решением, в которых число обусловленности матрицы ограничений порядка 10^4 , обнаружилось, что если $\hat{\Delta} = \hat{\Lambda} = \hat{\delta} = \hat{\lambda} = 10^{-6}$, то $\sup_{\mathbf{u} \in U(\sigma)} \rho(\mathbf{u}, \mathbf{U}) \approx 10^{-2}$. Это означа-

ет, что константа Хоффмана имеет порядок 10^4 . На практике, как правило, мы не знаем точно множество \mathbf{U} , можем лишь оценить правую часть множества (2). В этой связи для оценки $\sup_{\mathbf{u} \in U(\sigma)} \rho(\mathbf{u}, \mathbf{U})$ важно уметь вычислять константу Хоффмана c .

В работах [1, 11, 13] рассматривается система линейных неравенств

$$U_1 = \{\mathbf{u} : \mathbf{A}\mathbf{u} \leq \mathbf{b}, \mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^m\}$$

и оценивается расстояние от произвольной точки до этого множества. В [11, 13] показано, что

$$F_n(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \leq c \cdot F_m(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})^+, \quad (3)$$

где F_n и F_m – положительно однородные функции, заданные в пространствах \mathbf{R}^n и \mathbf{R}^m , соответственно,

$$(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})^+ = \left[\max \left(0; \sum_{j=1}^n a_{1j} u_j - b_1 \right), \max \left(0; \sum_{j=1}^n a_{2j} u_j - b_2 \right), \dots, \max \left(0; \sum_{j=1}^n a_{mj} u_j - b_m \right) \right] -$$

срезка вектора $(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})$. При таком подходе для вычисления константы c необходимо знать ранг матрицы \mathbf{A} . В работе [1] для вычисления константы Хоффмана возникает необходимость обращения или вычисления собственных значений матриц Грама. При практическом вычислении этой константы использование обоих подходов становится проблематичным, если строки (столбцы) матрицы \mathbf{A} «почти линейно зависимы»: численное значение ранга матрицы \mathbf{A} может сильно отличаться от его реального значения и, как следствие, обратная матрица Грама или ее собственные значения также будут отличаться от точных значений. В этой связи хотелось бы получить способ оценки константы Хоффмана, во-первых, достаточно простой для вычисления, во-вторых, не требующий вычисления ранга матрицы, столь неустойчивого к погрешностям при вычислениях.

2. Рассмотрим совместную систему линейных неравенств в пространстве \mathbf{R}^2

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y \leq b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y \leq b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x + a_{m2}y \leq b_m \end{cases} \quad (4)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{A}\mathbf{u} \leq \mathbf{b}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Обозначим через \mathbf{U}_1 множество ее решений. В дальнейшем под \mathbf{U}_1 будем также подразумевать соответствующий этому множеству многоугольник на плоскости. Из оценки (3) следует, что

$$c = \sup_{\mathbf{u}} \frac{\mathbf{u}_0}{\mathbf{F}_m((\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})^+)}, \forall \mathbf{u}_0 \in \mathbf{U}_1, \forall \mathbf{u} \notin \mathbf{U}_1. \quad (5)$$

В дальнейшем будем считать, что $\mathbf{F}_n(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}\|_2 = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\mathbf{F}_m(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}\|_\infty = \max\{|x|, |y|\}$ и строки системы нормированы, т.е. для $\forall \mathbf{a}_i = [a_{i1}, a_{i2}]$ $\mathbf{F}_n(\mathbf{a}_i^T) = \|\mathbf{a}_i\|_2 = 1$.

Нормирование строк упростит операции с вектором $(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})$, поскольку каждая из положительных его компонент $\mathbf{a}_i\mathbf{u} - \mathbf{b}_i$ представляет собой длину проекции точки \mathbf{u} на прямую $\mathbf{a}_i\mathbf{u} - \mathbf{b}_i = 0$. Действительно, пусть \mathbf{u}^{pr} – проекция точки \mathbf{u} на эту прямую. Тогда $\mathbf{u} = \mathbf{u}^{\text{pr}} + t\mathbf{a}_i^T$ (рис. 1) и, следовательно,

$$\mathbf{a}_i\mathbf{u} - \mathbf{b}_i = \mathbf{a}_i(\mathbf{u}^{\text{pr}} + t\mathbf{a}_i^T) - \mathbf{b}_i = (\mathbf{a}_i\mathbf{u}^{\text{pr}} - \mathbf{b}_i) + t(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_i^T) = t \cdot \|\mathbf{a}_i^T\|_2 = t.$$

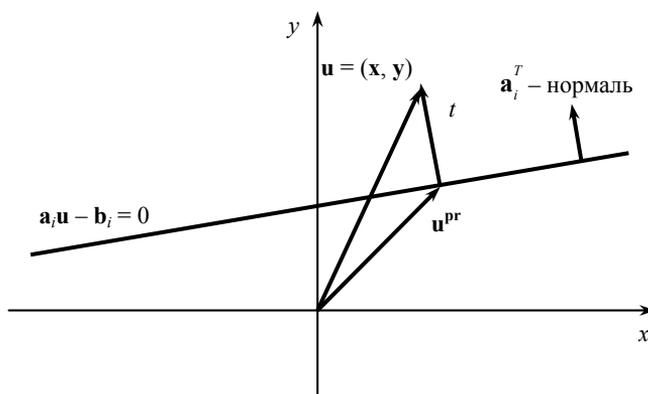


Рис. 1. Расстояние между точками \mathbf{u} и \mathbf{u}^{pr}

Расстояние между точками \mathbf{u} и \mathbf{u}^{pr}

$$\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_0\|_2 = t \|\mathbf{a}_i^T\|_2 = t.$$

Для определения $\inf_{\mathbf{u}_0} \mathbf{F}_n(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)$, т.е. для нахождения ближайшей внутренней точки многоугольника, нужно рассмотреть точки его границы. На плоскости граница выпуклого многоугольника состоит из отрезков и вершин. Поэтому рассмотрим два случая:

1) проекция точки \mathbf{u} на множество U_1 попадает на часть некоторой прямой $\mathbf{a}_i \mathbf{u} - \mathbf{b}_i = 0$ (рис. 2), являющейся отрезком границы множества U_1 , но не попадает на вершину многоугольника;

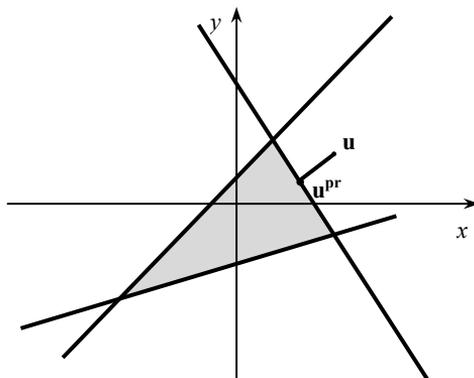


Рис. 2. Проекция точки попадает на границу множества U_1

2) проекция точки \mathbf{u} на множество U_1 попадает на вершину многоугольника, т.е. на пересечение каких-то прямых $\mathbf{a}_{i_1} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_1} = 0$ и $\mathbf{a}_{i_2} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_2} = 0$ (рис. 3).

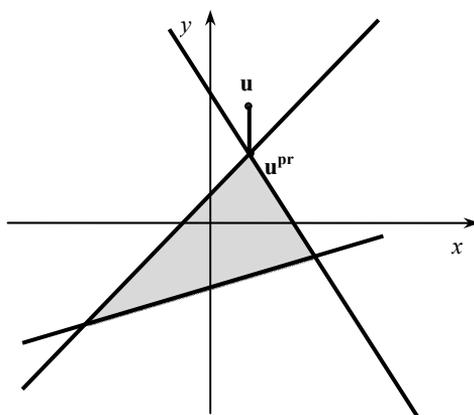


Рис. 3. Проекция точки попадает на вершину множества U_1

Рассмотрим первый случай. Проекция \mathbf{u}_0 точки \mathbf{u} на отрезок границы реализует искомое минимальное значение $\inf_{\mathbf{u}_0} \mathbf{F}_n(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)$ при условии, что

$\mathbf{a}_i \mathbf{u}_0 - \mathbf{b}_i \leq 0$, $\mathbf{a}_{i_0} \mathbf{u}_0 - \mathbf{b}_{i_0} = 0$. Так как \mathbf{F}_m – максимум абсолютных значений координат вектора, будем рассматривать только положительные компоненты вектора $(\mathbf{a}_i \mathbf{u} - \mathbf{b}_i)$, каждая из которых есть расстояние от точки \mathbf{u} до соответствующей прямой. Докажем, что максимум достигается для компоненты $i = i_0$. Прямая $\mathbf{a}_{i_0} \mathbf{v} - \mathbf{b}_{i_0} = 0$ касается в точке $\mathbf{v} = \mathbf{u}_0$ круга $\|\mathbf{v} - \mathbf{u}\|_2^2 = \|\mathbf{a}_{i_0} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_0}\|_2^2$ с центром в точке $\mathbf{v} = \mathbf{u}$ (рис. 4). Любая из прямых $\mathbf{a}_i \mathbf{v} - \mathbf{b}_i = 0$, $i \neq i_0$ является хордой в этом круге, так как разделяет точки $\mathbf{v} = \mathbf{u}_0$ и $\mathbf{v} = \mathbf{u}$ (поскольку $\mathbf{a}_i \mathbf{u}_0 - \mathbf{b}_i \leq 0$ в силу (4), мы учитываем только положительные компоненты вектора $(\mathbf{a}_i \mathbf{u} - \mathbf{b}_i)$). Расстояние до хорды в круге всегда меньше радиуса. Следовательно, искомое значение отношения

$$\frac{\mathbf{F}_n(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)}{\mathbf{F}_m((\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})^+)} = \frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_0\|_2}{\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_0\|_2} = 1.$$

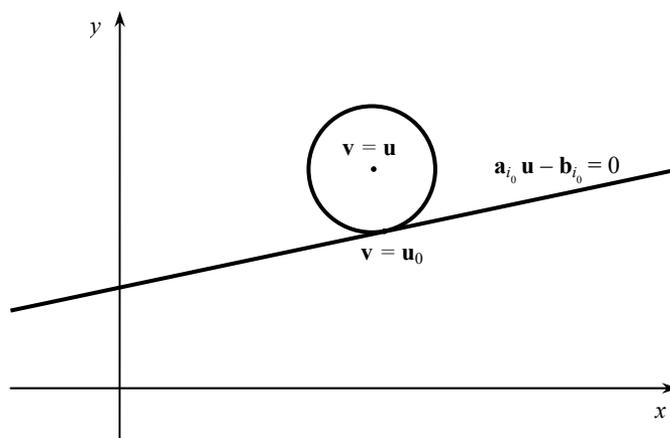


Рис. 4. В точке $\mathbf{v} = \mathbf{u}_0$ прямая касается круга с центром в точке $\mathbf{v} = \mathbf{u}$

Эти рассуждения будут справедливы и для любых пространств \mathbf{R}^n , $n \geq 3$. Если точка \mathbf{u} такая, что ее проекция \mathbf{u}_0 на границу области попадает на часть границы коразмерности 1: для двухмерного случая – на отрезок границы, для трехмерного – на грань, то максимальное значение отношения

$$\frac{\mathbf{F}_n(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)}{\mathbf{F}_m((\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})^+)} = 1.$$

Отсюда, кстати, следует, что константа ХOFFмана (и, соответственно, любая ее оценка сверху) не может быть меньше 1 (при данном выборе норм).

Далее рассмотрим случай 2. Проекция точки \mathbf{u} попадает на вершину многоугольника, определяемого системой (4). Вершина представляет собой пересечение некоторых двух прямых $\mathbf{a}_{i_1} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_1} = 0$ и $\mathbf{a}_{i_2} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_2} = 0$. Векторы нормалей $\mathbf{a}_{i_1}^T$ к прямым $\mathbf{a}_i \mathbf{u} - \mathbf{b}_i = 0$ можно упорядочить, например, по часовой стрелке. При проходе границы по часовой стрелке прямые i_1 и i_2 должны

иметь последовательные по направлению векторы нормалей, т.е. не должно быть вектора нормали (какой-либо другой прямой границы), занимающего промежуточное положение между векторами $\mathbf{a}_{i_1}^T$ и $\mathbf{a}_{i_2}^T$.

Допустим, проекции точки \mathbf{u} на эти прямые равны \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 . Никакая прямая границы не должна разделять точку \mathbf{u}_0 от точек \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 в треугольнике $\mathbf{u}_0\mathbf{u}_1\mathbf{u}_2$, т.е. точки \mathbf{u}_0 , \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 должны быть по одну сторону от прямой (рис. 5).

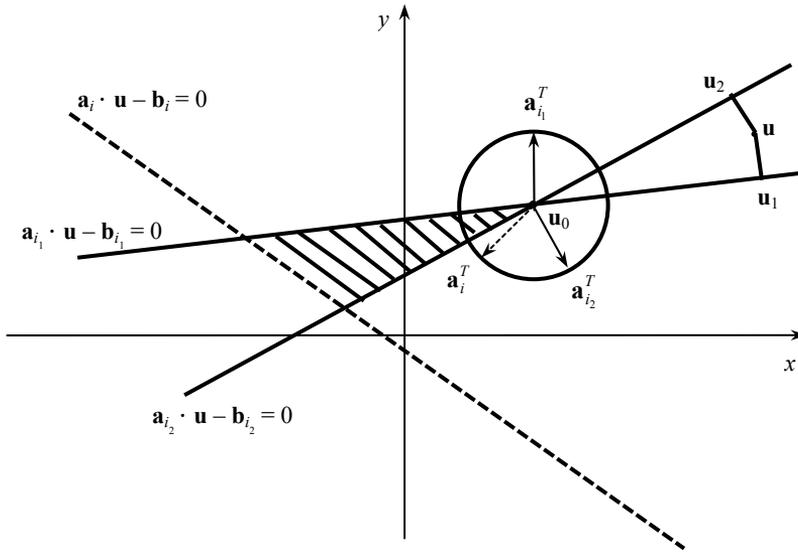


Рис. 5. Проекция точки попадает на пересечение двух прямых границы

Поэтому для любой прямой i хотя бы одна из двух пар точек \mathbf{u}_0 , \mathbf{u}_1 или \mathbf{u}_0 , \mathbf{u}_2 будет по одну сторону от этой прямой. Пусть, например, это пара \mathbf{u}_0 , \mathbf{u}_1 . Значит, эта прямая разделяет точки \mathbf{u}_1 и \mathbf{u} (так как точки \mathbf{u}_0 , \mathbf{u} лежат по разные стороны от этой прямой). Тогда по тем же соображениям, что и для случая 1 (хорда круга удалена от его центра не больше чем на радиус) компонента $(\mathbf{a}_i \mathbf{u} - \mathbf{b}_i)^+$ вектора $(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})^+$ не будет больше компоненты $(\mathbf{a}_{i_1} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_1})^+$. Поэтому все компоненты вектора $(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})^+$ не больше максимума из двух компонент $(\mathbf{a}_{i_1} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_1})^+$, $(\mathbf{a}_{i_2} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_2})^+$.

Таким образом, если точка \mathbf{u} расположена так, что ее проекция на границу множества попадает на вершину, то максимальное значение отношения

$$\frac{\mathbf{F}_n(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0)}{\mathbf{F}_m((\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b})^+)}$$

равно

$$\frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_0\|_2}{\max(\mathbf{a}_{i_1} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_1}, \mathbf{a}_{i_2} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_2})}, \quad (6)$$

где $\mathbf{a}_{i_1} \mathbf{u}_0 - \mathbf{b}_{i_1} = 0$; $\mathbf{a}_{i_2} \mathbf{u}_0 - \mathbf{b}_{i_2} = 0$; $\mathbf{a}_{i_1} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_1} > 0$; $\mathbf{a}_{i_2} \mathbf{u} - \mathbf{b}_{i_2} > 0$.

Разложим вектор \mathbf{u} по векторам $\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T$:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \alpha \mathbf{a}_{i_1}^T + \beta \mathbf{a}_{i_2}^T, \alpha \geq 0, \beta \geq 0.$$

Тогда выражение (6) принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{\|\alpha \mathbf{a}_{i_1}^T + \beta \mathbf{a}_{i_2}^T\|_2}{\max[\mathbf{a}_{i_1}(\mathbf{u}_0 + \alpha \mathbf{a}_{i_1}^T + \beta \mathbf{a}_{i_2}^T) - \mathbf{b}_{i_1}, \mathbf{a}_{i_2}(\mathbf{u}_0 + \alpha \mathbf{a}_{i_1}^T + \beta \mathbf{a}_{i_2}^T) - \mathbf{b}_{i_2}]} = \\ & = \frac{\|\alpha \mathbf{a}_{i_1}^T + \beta \mathbf{a}_{i_2}^T\|_2}{\max[\mathbf{a}_{i_1}(\alpha \mathbf{a}_{i_1}^T + \beta \mathbf{a}_{i_2}^T), \mathbf{a}_{i_2}(\alpha \mathbf{a}_{i_1}^T + \beta \mathbf{a}_{i_2}^T)]} = \\ & = \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\gamma}}{\max(\alpha + \beta\gamma, \alpha\gamma + \beta)}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\gamma = (\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T)$ – скалярное произведение векторов $\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T$. Максимальное значение этого выражения достигается при $\alpha = \beta$. Тогда выражение (7) примет вид

$$\frac{\sqrt{2 + 2\gamma}}{(1 + \gamma)} = \sqrt{\frac{2(1 + \gamma)}{(1 + \gamma)^2}} = \sqrt{\frac{2}{1 + \gamma}}. \quad (8)$$

Представим векторы $\mathbf{a}_{i_1}^T$ и $\mathbf{a}_{i_2}^T$ в виде (рис. 6)

$$\mathbf{a}_{i_1}^T = (\cos \varphi_1, \sin \varphi_1); \quad \mathbf{a}_{i_2}^T = (\cos \varphi_2, \sin \varphi_2).$$

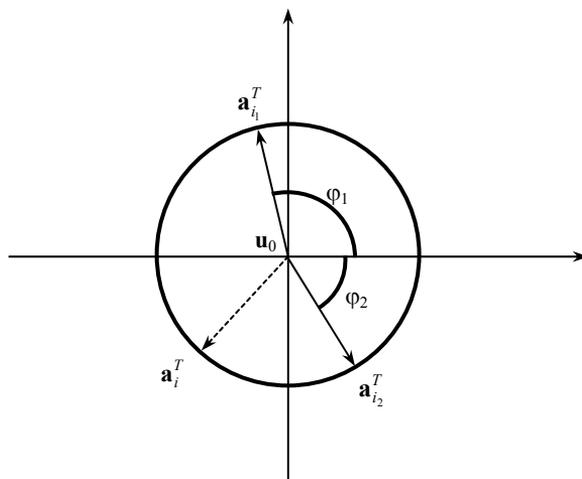


Рис. 6. Векторы нормалей к прямым границы множества U_1

Тогда $\gamma = \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 = \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ и выражение (8) примет вид

$$\sqrt{\frac{2}{1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}} = \sqrt{\frac{2}{2 \cos^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}.$$

Угол φ – угол между нормальными к смежным сторонам границы и дополняет внутренний угол в вершине до 180° : $180^\circ - \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.

Окончательно получаем, что при выбранных нормах \mathbf{F}_n и \mathbf{F}_m константа Хоффмана

$$c = \frac{1}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}, \quad (9)$$

где φ – минимальный внутренний угол многоугольника \mathbf{U}_1 .

В частности, для правильного многоугольника с n вершинами внутренний угол

$$\varphi = \pi \frac{n-2}{n}.$$

Константа Хоффмана для правильного многоугольника

$$c = \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi(n-2)}{2n}\right)} = \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}\right)} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}.$$

Например, при $n = 4$ (множество \mathbf{U}_1 – квадрат) получим

$$c = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \sqrt{2}.$$

Запишем формулу (9), используя элементы матрицы \mathbf{A} . Имеем

$$\gamma = (\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T) = a_{i_1,1} \cdot a_{i_2,1} + a_{i_1,2} \cdot a_{i_2,2}.$$

Тогда, если вернуться к первоначальным, не нормированным значениям коэффициентов матрицы \mathbf{A} , можно показать, что константа определяется по формуле

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot |\mathbf{a}_{i_1}^T| \cdot |\mathbf{a}_{i_2}^T|}{|\mathbf{a}_{i_1}^T| \cdot |\mathbf{a}_{i_2}^T| - (\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T)}}, \quad (10)$$

где справа надо брать максимум по всем строкам матрицы \mathbf{A} , пересечение уравнений прямых которых является вершиной. Действительно, угол между двумя прямыми есть угол между нормальными к этим прямым, который определяется по формуле

$$\cos \varphi = \frac{(\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T)}{|\mathbf{a}_{i_1}^T| \cdot |\mathbf{a}_{i_2}^T|}$$

и, следовательно,

$$\sin^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{1 - \cos \varphi}{2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T)}{|\mathbf{a}_{i_1}^T| \cdot |\mathbf{a}_{i_2}^T|} \right).$$

Тогда

$$c = \frac{1}{\sin \frac{\varphi}{2}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{(\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T)}{|\mathbf{a}_{i_1}^T| \cdot |\mathbf{a}_{i_2}^T|} \right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot |\mathbf{a}_{i_1}^T| \cdot |\mathbf{a}_{i_2}^T|}{|\mathbf{a}_{i_1}^T| \cdot |\mathbf{a}_{i_2}^T| - (\mathbf{a}_{i_1}^T, \mathbf{a}_{i_2}^T)}}}.$$

Отметим, что формула (9) и формула (10) (последняя – с учетом необходимости выбора максимального из ее значений при переборе всех вершин многоугольника решений системы) представляют собой не оценки константы Хоффмана, а ее точное, неуплощаемое значение для систем на плоскости.

3. Рассмотрим, как вычисляется константа Хоффмана на примере системы линейных неравенств

$$\begin{cases} -3x + 2y - 5 \leq 0 \\ x - y - 0,5 \leq 0 \\ 2x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$$

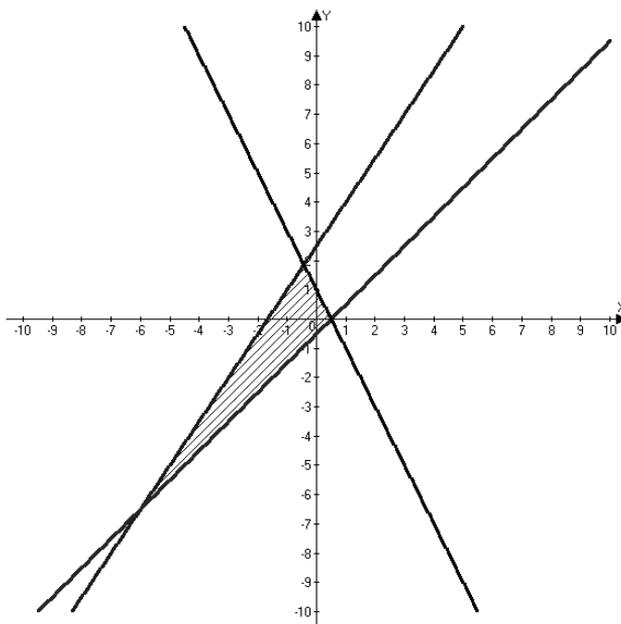


Рис. 7. Множество решений системы линейных неравенств

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Если проекция произвольной точки попадает на границу множества решений (случай 1), то $c = 1$. Если проекция попадает на вершину, то будем вычислять c по формуле (10):

Если $\mathbf{a}_{i_1}^T = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_{i_2}^T = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, то

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{2} - (-3 - 2)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt{26}}{\sqrt{26} + 5}} \approx 1,0049.$$

Если $\mathbf{a}_{i_1}^T = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_{i_2}^T = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, то

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{5} - (-6 + 2)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt{65}}{\sqrt{65} + 4}} \approx 1,16.$$

Если $\mathbf{a}_{i_1}^T = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_{i_2}^T = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, то

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - (2 - 1)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} - 1}} \approx 1,71.$$

Максимальная константа равна $c \approx 1,71$. Если оценивать константу для этого примера, следуя подходу из статьи Хоффмана [13], то получим $c \leq 1,88$, а если вычислять по способу, предложенному в работе [1], то $c = 5$.

Литература

1. Белоусов Е.Г. О вычислении точных констант Липшица и Хоффмана для систем линейных неравенств // Вестник Тамбовского университета. 2000. № 4. С. 416–417.
2. Васильев Ф.П. Оценка скорости сходимости метода квазиразностей для задач линейного программирования // Вестник Моск. ун-та. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 1991. № 1. С. 16–22.
3. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. М.: Факториал Пресс, 2008. 328 с.
4. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю., Морозов В.А. Оценка скорости сходимости метода невязки для задач линейного программирования с приближенными данными // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1990. Т. 30, № 8. С. 1257–1262.
5. Васильев Ф.П., Морозов В.В., Ячимоич М.Д. Оценка скорости сходимости метода регуляризации для задач линейного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т. 29, № 4. С. 631–635.
6. Иваницкий А.Ю., Васильев Ф.П., Морозов В.А. Метод поточечной невязки для решения некоторых задач линейной алгебры и линейного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1998. Т. 38, № 8. С. 1140–1152.
7. Иваницкий А.Ю., Васильев Ф.П., Морозов В.А. Оценка скорости сходимости метода поточечной невязки для решения задач линейной алгебры // О кооперируемых работах НИВЦ МГУ и БУВЦ: сб. тр. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990, С. 24–31.
8. Иваницкий А.Ю., Карасева Ж.К. Об одном методе регуляризации прямой и двойственной задачи линейного программирования с приближенными данными // Вестник Чувашского университета. 2015. № 3. С. 141–148.
9. Иваницкий А.Ю., Урусов А.М. Численный анализ метода поточечной невязки для решения прямой и двойственной неустойчивой задачи линейного программирования с приближенными данными // Вестник Чувашского университета. 2018. № 1. С. 108–116.
10. Морозов В.В., Ячимоич М.Д. Оценка скорости сходимости одного метода регуляризации задачи линейного программирования // Вычислительные комплексы и моделирование сложных систем: сб. тр. ф-та ВМиК МГУ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. С. 134–138.
11. Agmon S. The relaxation method for linear inequalities. *Canadian Journal of Mathematics*, 1954, no. 6, pp. 382–392.
12. Vasilyev F.P., Ivanitskiy A.Yu. In-depth analysis of linear programming. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 2001, 312 p.
13. Hoffman A. On Approximate Solutions of Systems of Linear Inequalities. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 1952, no. 4, pp. 263–265.

АЛЕКСЕЕВ БОРИС ВАСИЛЬЕВИЧ – кандидат физико-математических наук, доцент, программист, ООО «4 капли», Россия, Красногорск (a402539@yandex.ru).

ИВАНИЦКИЙ АЛЕКСАНДР ЮРЬЕВИЧ – кандидат физико-математических наук, профессор, декан факультета прикладной математики, физики и информационных технологий, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ivanitsky@hotmail.com).

ПЛОТНИКОВА ЕКАТЕРИНА ВАСИЛЬЕВНА – магистрант кафедры прикладной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ekplotnikova@mail.ru).

B. ALEKSEEV, A. IVANITSKIY, E. PLOTNIKOVA
ESTIMATION OF CONSTANT IN HOFFMAN'S LEMMA

Key words: error estimation of approximate solutions in technical and engineering problems, Hoffman's constant.

The article proposes a new method of estimation of Hoffman's constant which is more convenient for its practical use in comparison with those, offered in works by E. G. Belousov "On sharp Lipschitz and Hoffman constants for system of linear inequalities" and A. Hoffman "On Approximate solutions of systems of linear inequalities". For space \mathbf{R}^2 the formulas for finding more accurate value of this constant are given, and in these formulas, only scalar product and lengths of the vectors of rows of the inequality constraint matrix are used. The simple example shows comparison of constant estimations, obtained by different methods. The results of work can be used for error estimation of approximate solutions in technical and engineering problems.

References

1. Belousov E.G. *O vychuslenii tochnyh constant Lipshitsa i Hoffmana dlya system lineynykh neravenstv* [About calculation of sharp constant of Lipschitz and Hoffman for linear systems of inequalities]. *Vestnik of Tambov university*, 2000, no. 4, pp. 416–417.
2. Vasiliev F.P. *Otsenka skorosti shodimosti metoda kvaziresheniy dlya zadach lineynogo programmirovaniya* [Estimation of convergence rate of quasi-solution method for linear programming problems]. *Vestnik of Moscow state university. Ser. 15. Vychislitel'naya matematika i kibernetika*, 1991, no. 1, pp. 16–22.
3. Vasiliev F.P., Ivanitskiy A.Yu. *Lineynoye programmirovaniye* [Linear Programming]. Moscow, Factorial Press Publ., 2008, 328 p.
4. Vasiliev F.P., Ivanitskiy A.Yu., Morozov V.A. *Otsenka skorosti shodimosti metoda nevyazki dlya zadach lineynogo programmirovaniya s priblishennymi dannymi* [Estimation of convergence rate of residual method for linear programming problems with approximate data]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1990, vol. 30, no. 8, pp. 1257–1262.
5. Vasiliev F.P., Morozov V.V., Yachimovich M.D. *Otsenka skorosti shodimosti metoda regulyarisatsii dlya zadach lineynogo programmirovaniya* [Estimation of convergence rate of regularization method for linear programming problems]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1989, vol. 29, no. 4, pp. 631–635.
6. Ivanitskiy A.Yu., Vasil'ev F.P., Morozov V.A. *Metod potochechnoi nevyazki dlya resheniya nekotorykh zadach lineinoi algebry i lineinogo programmirovaniya* [Pointwise Residual Method for Solving Some Problems of Linear Algebra and Linear Programming]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1998, vol. 38, no. 8, pp. 1140–1152.
7. Ivanitskiy A.Yu., Vasil'ev F.P., Morozov V.A. *Otsenka skorosti shodimosti metoda potochechnoy nevyazki dlya resheniya zadach lineynoy algebry* [Estimation of convergence rate of pointwise residual method for solving of linear algebra problems]. In: *O kooperiruemyykh rabotakh NIVC MGU i BUVС: sb. tr.* [Collection of works «About cooperated works of NIVC MGU and BUVС»]. Moscow, Moscow State University Publ., 1990, pp. 24–31.

8. Ivanitskiy A.Yu., Karaseva Zh.K. *Ob odnom metode regulyazatsii pryamoy i dvoystvennoy zadachi lineynogo programmirovaniya s priblizhennymi dannymi* [About one method of regularization of the direct and dual linear programming problem with approximate data]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 3, pp. 141–148.

9. Ivanitskiy A.Yu., Urusov A.M. Chislenny analiz metoda potocheynoy nevyazki dlya resheniya pryamoy i dvoystvennoy neustoichivoy zadachi lineynogo programmirovaniya s priblizhennymi dannymi [Numerical analyses of pointwise residual method for solving direct and dual ill-posed problem of linear programming with approximate data]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2018, no. 1, pp. 108–116.

10. Morozov V.V., Yachimovich M.D. *Otsenka skorosti shodimosti odnogo metoda regulyazatsii zadachi lineynogo programmirovaniya* [Estimation of convergence rate of one regularization method of linear programming problem]. In: *Vychislitelnye komplekсы i modelirovaniye slozhnykh system: sb. rabot fakulteta VMiK MGU* [Collection of works of faculty VMiK MSU «Computer systems and modeling of complex systems»]. Moscow, Moscow State University Publ., 1989, pp. 134–138.

11. Agmon S. The relaxation method for linear inequalities. *Canadian Journal of Mathematics*, 1954, no. 6, pp. 382–392.

12. Vasilyev F.P., Ivanitskiy A.Yu. In-depth analysis of linear programming. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 2001, 312 p.

13. Hoffman A. On Approximate Solutions of Systems of Linear Inequalities. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 1952, no. 4, pp. 263–265.

ALEKSEEV BORIS – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, Programmer, LLC «4 kapli», Russia, Krasnogorsk (a402539@yandex.ru).

IVANITSKIY ALEXANDER – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Applied Mathematics, Physics and Information Technology, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ivanitskiy@hotmail.com).

PLOTNIKOVA EKATERINA – Master's Program Student of Department of Applied Mathematics and Informatics, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (ekplotnikova@mail.ru).

Формат цитирования: Алексеев Б.В., Иванецкий А.Ю., Плотникова Е.В. Об оценке константы в лемме Хорффмана // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 139–150.

УДК 004.9(045)
ББК 32.973-018.2

О.А. БАКАЕВА

АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЧИСЛА ПИ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Ключевые слова: число Пи, вычисление значения числа Пи, имитационное моделирование, метод Монте-Карло, MS Excel, среда программирования PascalABC, абсолютная и относительная ошибки.

Компьютерное моделирование благодаря огромным вычислительным возможностям, автоматизации обработки информации и наглядному представлению любого процесса активно применяется в различных научных областях. Цель данной статьи – сравнительный анализ процессов компьютерного моделирования вычисления числа Пи методом Монте-Карло с использованием табличного процессора MS Excel и языка программирования Pascal. Задачи ставятся следующим образом: оценить точность, надежность и вычислительную мощность метода статистических испытаний Монте-Карло при решении задачи нахождения числа Пи в каждой среде. Моделирование вычисления числа Пи осуществляется методом статистических испытаний Монте-Карло и сводится к заполнению некоторых областей точками, координаты которых определяются случайным образом с использованием генератора случайных чисел. Находится величина, равная отношению количества точек, которые попали в определенные области. Для моделирования используются два вычислительных инструмента: табличный процессор MS Excel и среда программирования PascalABC. Проведены серии вычислительных экспериментов в табличном процессоре MS Excel и среде PascalABC, в результате которых получены различные аппроксимации значения числа Пи. Серии экспериментов проводились для разного количества точек. При максимальной мощности получено значение числа, близкое к точному, вычислены абсолютная и относительная ошибки отклонения. Для наглядности процесса моделирования приведены несколько диаграмм, соответствующих разным мощностям эксперимента.

Моделирование – важный метод научного познания и активное средство мотивации учащихся. В тех случаях, когда натурный или технический эксперимент в силу каких-то причин невозможно осуществить, моделирование является единственным инструментом решения задач. Но в процессе моделирования могут возникнуть сложности, непосредственно связанные с выбором моделей, объемной вычислительной работой, представлением данных, визуализацией самого процесса моделирования и его результатов. Поэтому в настоящее время все больше применяется компьютерное моделирование.

На современном этапе развития науки компьютер, благодаря своим вычислительным возможностям, автоматизации обработки информации и наглядному представлению любого процесса, является неотъемлемым и эффективным инструментом моделирования. Методы компьютерного моделирования прочно вошли в практику решения широкого круга теоретических проблем и прикладных технических задач в различных сферах деятельности. Компьютерное моделирование активно применяется в образовании [12], техническом конструировании, строительстве и архитектуре, астрономии, физике, химии, в экономике и финансовом деле [7], в медицине, биологических и экологических системах.

Процесс компьютерного моделирования подразумевает использование различных программных средств. К самым популярным из них относятся: табличный процессор MS Excel, языки программирования Pascal, C++, пакеты компьютерной математики Mathcad, MATLAB, системы Model Vision Free (MVS), AnyLogic, Компас, 1С: Математический конструктор и др. [8].

Данные программные среды имеют свои характерные черты и особенности процесса моделирования, которые отражаются при решении задач в различных научных областях. Поэтому важно исследовать возможности различных сред моделирования и эффективно их использовать в том или ином случае.

Цель данной статьи заключается в том, чтобы провести сравнительный анализ процессов компьютерного моделирования вычисления числа Π методом Монте-Карло с использованием стандартных вычислительных средств. К таким вычислительным средствам относятся табличный процессор MS Excel как самый доступный и широко используемый вычислительный инструмент и PascalABC как наиболее распространенная и востребованная среда программирования. А локальные задачи ставятся следующим образом: оценить точность, надежность и вычислительную мощность метода статистических испытаний Монте-Карло при решении задачи нахождения числа Π в каждой среде.

Часто для решения широкого круга задач компьютерного моделирования используются методы программирования. Программирование как инструмент достаточно часто применяется для решения имитационных задач и разработки игр. Например, моделирование функционирования различных систем, потоков, очередей, расчет качества и надежности изделий, в теории передачи сообщений и при решении задач вычислительного характера: вычисление площадей фигур, определенных интегралов, вычисление числа Π и многих других. Последние из перечисленных задач относятся к имитационному стохастическому моделированию и решаются с использованием метода Монте-Карло [3]. Все расчеты осуществляются с использованием современных компьютеров.

Основная идея метода Монте-Карло состоит в использовании выборки случайных чисел для получения решения детерминированных задач, как, например, вычисление числа Π . Данный метод может быть реализован как в стандартном табличном процессоре MS Excel, так и в любой среде программирования, например, PascalABC.

Метод Монте-Карло имеет множество различных приложений. Он применяется в следующих областях: в промышленности для моделирования изменчивости производственных процессов; в физике, химии и биологии для моделирования разнообразных случайных явлений; в области игр для моделирования искусственного интеллекта; в области финансов для оценки производных финансовых инструментов и опционов и т.д. [13].

Число Π интересовало ученых и исследователей с древнейших времен. В трудах по истории математики описаны и приводятся методы вычисления числа Π и значения дробей, которые являются близкими по значению к данному числу. В Древнем Вавилоне соотношение между диаметром окружно-

сти и ее длиной оценивалось как $25/8 \approx 3,125$, а в Древнем Египте как $256/81 \approx 3,160$ (1850 г. до н.э.). Архимед многократно описывал вокруг окружности и вписывал в нее правильные многоугольники. Периметр вписанного многоугольника он принимал за минимальное значение числа π , а описанного – за максимальное. Его результаты оказались удивительно точными для того времени: $\pi \approx 3,142857142857143$ [4, 9].

В Средние века были получены следующие результаты по вычислению числа Пи: $339/108 \approx 3,139$ (Индия, IX в. до н. э.); 3,1416 – Лю Хуэй (Китай, 263 г.); $3,1415926 < \pi < 3,1415927$ – Цзу Чунчжи (Китай, ок. 480 г.). В дальнейшем точность вычисления числа Пи определялась уже десятками знаков после запятой.

Во времена классической эры, в эпоху становления математического анализа, интерес к числу π возрастает с новой силой. В XVIII–XIX вв. были произведены расчеты, где получены сотни знаков в дробной части, что отражено в работах Дж. Мэчина, З. Дазе, У. Шенкса и др. [6, 18].

Кроме известной формулы связи длины окружности и диаметра для вычисления числа Пи используются также методы вычисления через ряды: ряд Грегори – Лейбница, ряд Мадхавы, ряд Нилаканта, формула Эйлера, формула Валлиса и др. [1].

Начиная с середины XX в. для вычисления числа Пи использовались компьютеры и их вычислительные мощности. Огромный вклад в нахождении максимального количества знаков в дробной части числа Пи внесли Дж. фон Нейман (1949 г.), Ф. Женюи (1959 г.), Дж. Гийу и М. Буйе (1973 г.), Братья Чудновские (1989 г.), Я. Канада (2002 г.), А. Йи и С. Кондо [15].

Одной из перспективных формул недавнего времени стала формула Бэйли – Боруэйна – Плаффа, открытая С. Плаффом [16]. Эта формула позволяет извлечь любую конкретную шестнадцатеричную или двоичную цифру числа Пи без вычисления предыдущих.

В настоящее время вычисление числа Пи рассматривается с геометрической точки зрения [11], а также имеется много работ, посвященных вопросу точности вычисления. Этими исследованиями занимаются В.И. Чепасов, М.А. Токарева, О.В. Буреш и др. [14].

С середины XX в. для решения различных прикладных задач использовались случайные величины. Примером может служить способ определения числа Пи, который был предложен Бюффоном еще в 1777 г. Суть метода была в бросании иглы длиной L на плоскость, расчерченную параллельными прямыми, расположенными на расстоянии r друг от друга. Использование случайных величин и стало основой метода статистических испытаний.

Создателями метода статистических испытаний Монте-Карло считают американских математиков Д. Неймана и С. Улама. В 1944 г. в связи с работами по созданию атомной бомбы Д. Нейман предложил широко использовать аппарат теории вероятностей для решения прикладных задач с помощью ЭВМ. Первая работа, в которой этот вопрос подробно излагался, принадлежит Н. Метрополису и С. Уламу [17]. Одними из первых метод Монте-Карло для расчёта ливней частиц применили советские физики А.А. Варфоломеев и И.А. Светлолобов.

В дальнейшем метод Монте-Карло использовался не только в физике, но и в других научных областях, где проведение эксперимента невозможно или сопряжено с рядом трудностей. Использование метода Монте-Карло на современном этапе чаще всего реализуется с использованием средств программирования.

Материалы и методы. Для моделирования вычисления числа Пи могут быть использованы различные программные средства: табличный процессор MS Excel, языки программирования PascalABC, C++, Mathcad, MatLab и др.

Моделирование вычисления числа Пи сводится к двукратному подсчету количества точек, которые попадают в определенные области. Самый простой инструмент моделирования вычисления числа Пи в этом случае – это табличный процессор MS Excel. Он позволяет не только автоматически вычислить количество точек, но и наглядно представить процесс моделирования на диаграмме. Основным недостатком табличного процессора состоит в том, что для увеличения точности расчетов приходится проделать большую механическую работу по заполнению ячеек формулами.

Pascal, напротив, позволит с помощью циклов и корректного подбора типа данных (для точного вычисления целесообразнее использовать тип Int32, Int64 или LongInt) упростить и автоматизировать работу исследователя. К тому же при подключении графического режима также возможно визуальное представление процесса моделирования.

Метод Монте-Карло можно определить как метод моделирования случайной величины с целью вычисления характеристик его распределения [5]. Это численный метод решения математических задач при помощи моделирования случайных величин. Первоначально метод Монте-Карло использовался главным образом для решения задач нейтронной физики, где традиционные численные методы оказались малоприменимыми. Классические численные методы дают приближенную схему решения задачи, связанную, обычно с разбиением пространства на строго определенные клетки и заменой интегрирования суммированием, а дифференцирования – конечными разностями. Аналитические методы дают решение задачи либо в виде формулы, либо в виде разложения в ряды или интегралы по полному набору собственных функций какого-нибудь оператора [10]. Использование стохастического моделирования позволяет обойти эти фундаментальные математические методы и использовать «легкий» метод статистических испытаний.

К преимуществам применения метода Монте-Карло можно отнести достаточность описания вероятностного процесса и необязательность его формулировки в виде интегрального уравнения. Оценка погрешности данного метода проста, а точность слабо зависит от размерности пространства, но тесно связана с количеством испытаний n [2]. Это значит, что n должно быть велико, поэтому метод существенно опирается на возможности ЭВМ и качественно реализуется при моделировании в автоматических вычислительных средах.

Главный недостаток метода Монте-Карло заключается в том, что, являясь в основном численным методом, он не может заменить аналитические методы при расчете существенно новых явлений, где прежде всего нужно раскрытие качественных закономерностей.

Результаты исследования. Алгоритм вычисления числа Пи методом Монте-Карло состоит в следующем: необходимо вписать круг в квадрат так, чтобы диаметр круга ($2r$) был равен стороне квадрата, а центры совпадали. Далее точки со случайными координатами бросаются в область квадрата, причем некоторые из них попадают в круг.

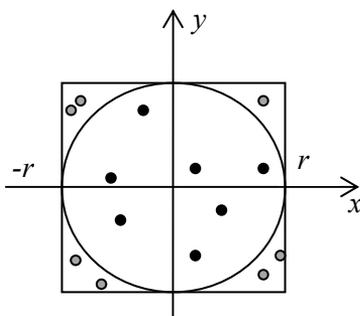


Рис. 1 Иллюстрация метода Монте-Карло

Если рассмотреть первую четверть указанных фигур, то площадь квадрата со стороной $2r$ равна $S_{\text{кв}} = 4r^2$. А площадь круга $S_{\text{кр}} = \pi r^2$. Отношение площади круга к площади квадрата определяется следующим образом:

$$\frac{S_{\text{кр}}}{S_{\text{кв}}} = \frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4}. \quad (1)$$

Чтобы получить значение числа Пи, необходимо умножить выражение (1) на 4. Площади же вычисляются через количество точек, которые попали внутрь фигур. При большом количестве точек заполнение областей происходит практически вплотную. А отношение количества точек, попавших в круг, к общему количеству точек и будет являться хорошей аппроксимацией отношения площадей и, соответственно, выражения $\pi/4$.

Реализация данного метода в MS Excel основана на использовании генератора случайных чисел, который задается функцией СЛЧИС(.). Данная функция возвращает равномерно распределенную случайную величину из диапазона $[0; 1)$. Поэтому радиус окружности лучше принять за единицу. Путем многократного использования этой функции будут получены координаты точек, принадлежащих первой четверти, часть из которых будет находиться внутри окружности, в часть – вне ее. Рассчитаем значение числа Пи для n , равного 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000.

Как видно, с увеличением разрядов числа экспериментов точность вычисления возрастает, а абсолютная и относительные ошибки уменьшаются даже с учетом случайности полученных координат. Табличный процессор MS Excel позволяет автоматически заполнить до одного миллиона ячеек в столбце и в дальнейшем производить расчеты с этими данными. Поэтому максимальная экспериментальная мощность ограничена числом точек $n = 1000000 = 10^6$. В этом случае при одном из возможных значений координат число $\pi \approx 3,14198$, абсолютная ошибка $\Delta = 0,00039$, а относительная $\varepsilon = 0,012\%$. В силу стохастиче-

ческой природы попадания точки со случайными координатами в область круга, вписанного в квадрат, следует понимать, что данные результаты справедливы для конкретного случая распределения точек, который равновероятен наряду с другими случаями. Но при сохранении мощности эксперимента $n = 10^6$ значения числа Пи и указанных погрешностей будут примерно того же порядка, как и в представленном случае.

Таблица 1

Результаты моделирования вычисления числа Пи в MS Excel

№	Число точек n	MS Excel	Δ	ε
1	10	3,60000	0,4584073464	14,592%
2	100	3,24000	0,0984073464	3,132%
3	1 000	3,18800	0,0464073464	1,477%
4	10 000	3,17080	0,0292073464	0,930%
5	100 000	3,14944	0,0078473464	0,250%
6	1 000 000	3,14198	0,0003873464	0,012%

Для наглядности процесса моделирования приведем несколько диаграмм, соответствующих разным мощностям эксперимента (рис. 2, 3).

Маркерами типа ■ показана граница единичной окружности, а маркерами типа ◆ – точки со случайными координатами, попадающие в первую четверть. При количестве точек больше 10000, практически вся окружность заполняется ими. Таким образом, визуально подтверждается метод вычисления площадей фигур с использованием метода Монте-Карло.

В PascalABC проведем аналогичные вычисления. Координаты точек будут генерироваться в цикле с помощью стандартного оператора Random при указании Randomize выше. Данный оператор возвращает случайное вещественное число из отрезка [0; 1], что соответствует координатам точек, расположенных внутри квадрата первой четверти.

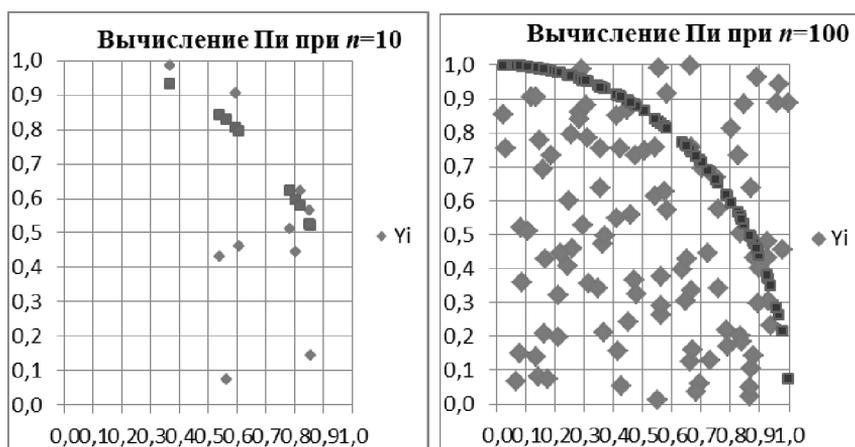


Рис. 2. Иллюстрации метода Монте-Карло при $n = 10$ (а) и $n = 100$ (б)

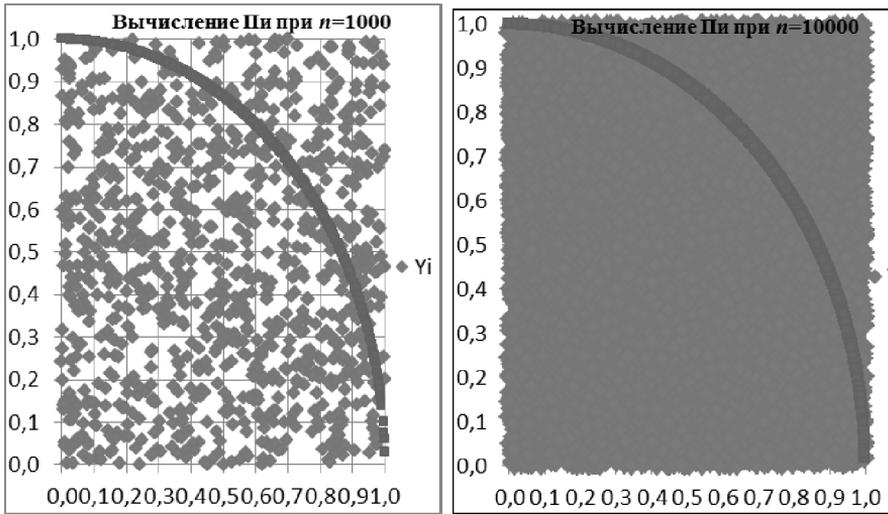


Рис. 3. Иллюстрации метода Монте-Карло при $n = 1000$ и $n = 10000$

Листинг кода программы представлен ниже.

```

Program Metod Monte-Karlo;
uses Crt;
const
r=1;
var
i,kolkr,n : Int64;
x,y,p : real;
begin
ClrScr;
WriteLn('Метод Монте-Карло вычисления числа Пи');
WriteLn(' n | pi ');
WriteLn('-----|-----');
Randomize;
p:=0;
n:=10;
While abs(pi-p)>0.00001 do
begin
kolkr:=0;
for i:=1 to n do
begin
x:=Random;
y:=Random;
if (sqr(x)+sqr(y)<r) then INC(kolkr);
end;
p:=kolkr/n*4;
WriteLn(n:11,' | ',p:12:10);
n:=n*10;
end;
WriteLn('Значение числа Пи=',p:12:10);
WriteLn('Абсолютная ошибка: ',abs(pi-p):12:10);
ReadLn;
end.

```

Результаты работы программы представлены на рис. 4.

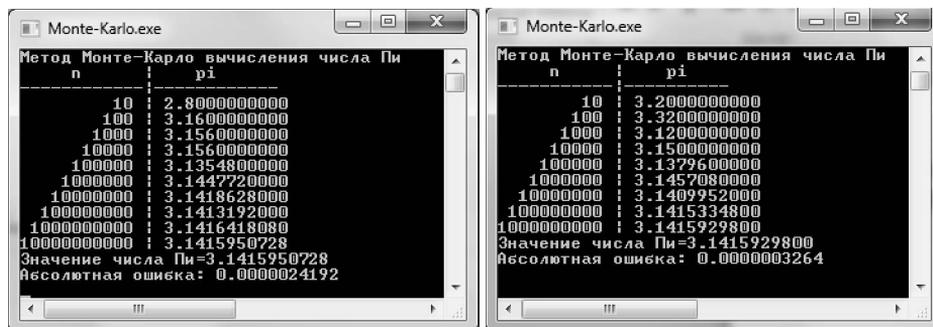


Рис. 4. Результаты вычисления числа Пи методом Монте-Карло в среде PascalABC

Таблица 2

Результаты моделирования вычисления числа Пи в среде PascalABC

№	Метод Монте-Карло	PascalABC	Δ	ε
1	10	2,8	0,3415926536	10,873%
2	100	3,16	0,0184073464	0,586%
3	1 000	3,156	0,0144073464	0,459%
4	10 000	3,156	0,0144073464	0,459%
5	100 000	3,13548	0,0061126536	0,195%
6	1 000 000	3,144772	0,0031793464	0,101%
7	10 000 000	3,1418628	0,0002701464	0,009%
8	100 000 000	3,1413192	0,0002734536	0,009%
9	1 000 000 000	3,141641808	0,0000491544	0,002%
10	10 000 000 000	3,1415950728	0,0000024192	0,000%

Как видно из приведенных результатов, число $\pi \approx 3,1415950728$. Абсолютная ошибка $< 2,5 \cdot 10^{-6}$, а относительная – меньше тысячной доли процента, т.е. незначительна.

Таким образом, методы программирования при корректном выборе типа данных позволяют существенно увеличить экспериментальную мощность до $n = 10^{10}$, что в последующем значительно уменьшает погрешность вычисления и приводит к более точному значению числа Пи. Также значительно уменьшается время на проведения вычислительного эксперимента. В этом и состоят основные преимущества моделирования вычисления числа Пи в среде программирования PascalABC.

Обсуждение. Для проведения сравнительного анализа полученных результатов моделирования вычисления числа Пи в двух вычислительных средах перенесем все данные в итоговую таблицу (табл. 3).

Проведя вычислительный эксперимент по нахождению числа Пи в двух средах, можно сделать следующие выводы. Моделирование вычисления числа Пи в табличном процессоре MS Excel позволяет продемонстрировать изучаемый алгоритм в учебном процессе, так как большая часть времени исследования тратится на механическое заполнение ячеек данными и не требует глубоких знаний. В научных исследованиях более универсальным инструментом является среда PascalABC, так как затраты времени на расчеты значительно меньше в силу использования циклических конструкций.

Таблица 3

Сводная таблица анализа результатов моделирования вычисления числа Π

Метод Монте-Карло	PascalABC	Δ	ε	MS Excel	Δ	ε
10	2,8	0,3415926536	10,873%	3,6	0,4584073464	14,592%
100	3,16	0,0184073464	0,586%	3,24	0,0984073464	3,132%
1 000	3,156	0,0144073464	0,459%	3,188	0,0464073464	1,477%
10 000	3,156	0,0144073464	0,459%	3,1708	0,0292073464	0,930%
100 000	3,13548	0,0061126536	0,195%	3,14944	0,0078473464	0,250%
1 000 000	3,144772	0,0031793464	0,101%	3,14198	0,0003873464	0,012%
10 000 000	3,1418628	0,0002701464	0,009%			
100 000 000	3,1413192	0,0002734536	0,009%			
1 000 000 000	3,141641808	0,0000491544	0,002%			
10 000 000 000	3,1415950728	0,0000024192	0,000%			

Вычисления в среде PascalABC для количества точек $n = 10^9$ занимают около 8 мин. А для максимального количества точек, вычисленных в MS Excel ($n = 10^6$), PascalABC выдает ответ сразу при загрузке программы. Поэтому среда программирования PascalABC является менее трудозатратной и более эффективной средой решения задач имитационного моделирования.

Вывод. Анализ возможностей визуализации процесса моделирования вычисления числа Π показал, что визуализация в среде PascalABC, так же как и в MS Excel, возможна и не представляет больших трудностей. В табличном процессоре графическая интерпретация моделирования осуществляется через Мастер диаграмм, а в среде PascalABC необходимо подключить для этого графический модуль Graph.

Таким образом, общий вывод состоит в том, что более эффективной средой реализации процесса компьютерного моделирования вычисления числа Π является среда программирования PascalABC, так как она имеет ряд значимых преимуществ по сравнению с табличным процессором MS Excel. Это полная автоматичность вычисления без необходимости временных затрат на механическое заполнение данных, большая вычислительная мощность, т.е. количество точек в эксперименте и, как следствие, высокая точность вычисления. Можно отметить, что точность вычислений очень сильно зависит от качества используемого генератора псевдослучайных чисел. Другими словами, точность тем выше, чем более равномерно случайные точки распределяются по единичному квадрату и чем больше количество точек, тем ближе полученное значение к истинному значению числа Π .

Программирование позволяет практически беззатратно проводить вычислительные эксперименты. Если количество требуемых опытов велико, то полученные результаты с достаточной точностью могут характеризовать исследуемую величину или процесс. В ходе модельных экспериментов с помощью имитационной модели и средств программирования прежде всего воспроизводится влияние случайных факторов; при этом, естественно, для получения статистических данных о свойствах объекта или процесса требуется его многократное воспроизведение в ходе моделирования. Наличие в программировании генератора случайных чисел позволяет автоматически фор-

мировать серию экспериментов, что и необходимо в имитационном моделировании. Также возможность многократного повторения вычислительных операций с помощью циклических конструкций позволяет программированию эффективно моделировать серию экспериментов и получать неизвестные характеристики с высокой долей надежности и устойчивости.

Литература

1. Бакаева О.А. Сравнительный анализ методов вычисления числа Пи стандартными средствами // Программные продукты и системы. 2018. Т. 31, № 2. С. 409–413. DOI: 10.15827/0236-235X.031.2.409-413.
2. Григорьев Ю.Д. Метод Монте-Карло: вопросы точности асимптотических решений и качества генераторов псевдослучайных чисел // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2016. Т. 82. № 7. С. 72–84.
3. Девятков В.В. Некоторые вопросы развития методологии имитационных исследований // Прикладная информатика. 2014. № 4(52). С. 81–88.
4. Жуков А.В. О числе π . М.: МЦНМО, 2013. 32 с.
5. Знакомство с методом Монте-Карло [Электронный ресурс]. URL: <http://datareview.info/article/znakomstvo-s-metodom-monte-karlo/> (дата обращения: 10.06.2018).
6. Как вычислить значение Пи? [Электронный ресурс]. URL: <http://ru.wikihow.com/вычислить-значение-Пи> (дата обращения: 09.06.2018).
7. Карягина Т.В., Тусова А.Е. Анализ и прогноз результатов финансово-хозяйственной деятельности предприятий: возможности современных компьютерных программ // Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы XII Междунар. науч.-практ. конф. / Воронежский Центральный научно-технический институт – филиал ФГБУ «РЭА» Минэнерго России. Воронеж, 2016. С. 350–354.
8. Кормилицына Т.В. Исследование имитационных моделей в специализированных математических системах // Учебный эксперимент в образовании. 2010. № 3. С. 32а–36.
9. Кымпан Ф. История числа Пи. М.: Наука, 1971. 217 с.
10. Орлов А.И. Пределные теоремы и метод Монте-Карло // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2016. Т. 82. № 7. С. 67–72.
11. Сальников М.М. О точности исчисления числа Пи // Вестник Пермского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2009. № 7. С. 148–156.
12. Сафонов В.И. Использование компьютерного моделирования в школьном образовании // Информатика: проблемы, методология, технологии: материалы XVI Междунар. науч.-метод. конф. Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2016. С. 573–575.
13. Целищева М.С., Мутагирова А.И. Имитационное моделирование – метод Монте-Карло // Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям. СПб.: Санкт-Петербургский гос. электротехнический ун-т «ЛЭТИ» имени В.И. Ульянова (Ленина), 2016. Т. 1. С. 425–428.
14. Чепасов В.И., Токарева М.А., Буреш О.В. Вычисление числа Пи методом касательных в длинной арифметике. Оренбург: Оренбургский гос. ун-т., 2011. 119 с.
15. Arndt J., Haenel C. Pi. Algorithmen, Computer, Arithmetik. Springer, 2000, 264 p.
16. Bailey D., Borwein J.M. Pi: The Next Generation A Sourcebook on the Recent History of Pi and Its Computation. Springer, 2016, 507 p.
17. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*, 1949, vol. 44, no. 247, pp. 335–341.
18. Shanks D., Wrench J.W. Calculation of pi to 100,000 Decimals. *Mathematics of Computation*, 1962, vol. 16(77), pp. 76–99. doi:10.1090/s0025-5718-1962-0136051-9.

БАКАЕВА ОЛЬГА АЛЕКСАНДРОВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры информатики и вычислительной техники, Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева, Россия, Саранск (helga_rm@rambler.ru).

O. BAKAEVA

ANALYSIS OF PROCESSES OF COMPUTER MODELING
OF NUMBER PI CALCULATION BY MONTE CARLO METHOD

Key words: number Pi, calculation of number Pi value, imitating modeling, Monte-Carlo method, MS Excel, PascalABC programming environment, absolute and relative errors of calculation.

Computer modeling, due to huge computing opportunities, automation of information processing and visual representation of any process, is actively used in various scientific areas. The purpose of this article is the comparative analysis of processes of computer modeling of number Pi calculation by Monte-Carlo method, using the Excel MS tabular processor and the Pascal programming language. Tasks are set as follows: to estimate the accuracy, reliability and computing power of Monte-Carlo statistical tests method, when solving the problem of finding number Pi in each environment. Modeling of calculation of number Pi is carried out by Monte-Carlo statistical tests method and is reduced to filling some areas with points, the coordinates of which are randomly determined with the use of a random number generator. There is a value equal to the ratio of the number of points that fall into certain areas. For modeling, two computing tools are used: the Excel MS tabular processor and the PascalABC programming environment. We conducted series of computing experiments in the Excel MS tabular processor and the PascalABC environment, as a result of which various approximations of number Pi value are received. The series of experiments were carried out for a different number of points. At maximum power, the value of the number is close to accurate, absolute and relative deviation errors are calculated. To illustrate the modeling process, several diagrams, corresponding to different experimental powers, are presented.

References

1. Bakaeva O.A. *Sravnitelnyy analiz metodov vychisleniya chisla Pi standartnymi sredstvami* [A comparative analysis of methods of calculation the number Pi by standard means]. *Mezhdunarodnyy nauchno-prakticheskiy zhurnal "Programmnye produkty i sistemy" [«Software & Systems»]*, 2018, Vol. 31, № 2, pp. 409–413. DOI: 10.15827/0236-235X.031.2.409-413.
2. Grigorev Yu.D. *Metod Monte-Karlo: voprosy tochnosti asimptoticheskikh resheniy i kachestva generatorov psevdosluchaynykh chisel* [Monte-Carlo method: questions of accuracy of asymptotic decisions and quality of generators of pseudorandom numbers]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov* [Factory laboratory. Diagnostics of materials], 2016, Vol. 82, № 7, pp. 72-84.
3. Devyatkov V.V. *Nekotoryye voprosy razvitiya metodologii imitatsionnykh issledovaniy* [Some questions of development of methodology of imitating researches]. *Prikladnaya informatika* [Applied informatics], 2014, № 4 (52), pp. 81-88.
4. Zhukov A.V. *O chisle π* [About number π]. Moscow, MCNMO Publ., 2013, 32 p.
5. *Znakomstvo s metodom Monte-Karlo* [Acquaintance to the Monte-Carlo method]. Available at: <http://datareview.info/article/znakomstvo-s-metodom-monte-karlo/> (Accessed 10 June 2018).
6. *Kak vychislit' znachenie Pi?* [How to Calculate Pi?]. Available at: <https://www.wikihow.com/Calculate-Pi> (Accessed 9 June 2018).
7. Karyagina T.V., Tusova A.E. *Analiz i prognoz rezultatov finansovo-khozyaystvennoy deyatel'nosti predpriyatiy: vozmozhnosti sovremennykh kompyuternykh programm* [Analysis and forecast of results of financial and economic activity of the enterprises: possibilities of modern computer programs]. *Materialy XII mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Ekonomicheskoe prognozirovaniye: modeli i metody»* [Proc. of XII Int. Sci. and Pract. Conf. «Economic forecasting: models and methods»]. Voronezh, 2016, pp. 350–354.
8. Kormilitsyna T.V. *Issledovaniye imitatsionnykh modeley v spetsializirovannykh matematicheskikh sistemakh* [Research of imitating models in specialized mathematical systems]. *Uchebniy eksperiment v obrazovanii* [The Educational experiment in education], 2010, no. 3, pp. 32a–36.
9. Kympan F. *Istoriya chisla Pi* [History of number of Pi]. Moscow, Science Publ., 1971, 217 p.

10. Orlov A. I. *Predelnyye teoremy i metod Monte-Karlo* [Limit theorems and Monte-Carlo method]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov* [Factory laboratory. Diagnostics of materials], 2016, vol. 82, no. 7, pp. 67–72.
11. Salnikov M.M. *O tochnosti ischisleniya chisla Pi* [About the accuracy of calculation of number of Pi]. *Vestnik Permskogo universiteta. Seriya: Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of the Perm university. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics], 2009, no. 7, pp. 148–156.
12. Safonov V.I. *Ispolzovaniye kompyuternogo modelirovaniya v shkolnom obrazovanii* [Use of computer modeling in school education]. *Materialy XVI Mezhdunarodnoy nauchno-metodicheskoy konferentsii «Informatika: problemy, metodologiya, tekhnologii»* [Proc. of XVI Int. Sci. Conf. «Informatics: problems, methodology, technologies»]. Voronezh, 2016, pp. 573–575.
13. Tselishcheva M.S., Mutagirova A.I. *Imitacionnoe modelirovanie – metod Monte-Karlo*. [Imitating modeling – the Monte Carlo method]. *Mezhdunarodnaya konferentsiya po myagkim vychisleniyam i izmereniyam* [Proc. of Int. Conf. on Soft Calculations and Measurements]. St. Petersburg, 2016, vol. 1, pp. 425–428.
14. Chepasov V.I., Tokareva M.A., Buresh O.V. *Vychisleniye chisla Pi metodom kasatelnykh v dlinnoy arifmetike* [Calculation of number of Pi by method of tangents in long arithmetics]. Orenburg, Orenburg State University Publ., 2011, 119 p.
15. Arndt J., Haenel C. *Pi. Algorithmen, Computer, Arithmetik*. Springer, 2000, 265 p.
16. Bailey David, Jonathan M. Borwein. *Pi: The Next Generation A Sourcebook on the Recent History of Pi and Its Computation*, Springer, 2016, 507 p.
17. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*, 1949, vol. 44, no. 247 (Sep., 1949), pp. 335-341.
18. Shanks D., Wrench J. W. Calculation of pi to 100,000 Decimals. *Mathematics of Computation*, 1962, vol. 16(77), pp. 76–99. doi: 10.1090/s0025-5718-1962-0136051-9.

БАКАЕВА ОЛГА – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor Department of Informatics and Computer Engineering, Mordovian State Pedagogical Institute named after M.E. Evseyev, Russia, Saransk (helga_rm@rambler.ru).

Формат цитирования: Бакаева О.А. Анализ процессов компьютерного моделирования вычисления числа Пи методом Монте-Карло // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 151–162.

УДК 681.586.48
ББК 32.873

И.Ю. БЫЧКОВА, А.В. БЫЧКОВ,
Л.Н. ВАСИЛЬЕВА, Б.М. ГИЛЬДЕНБЕРГ, В.И. ГОРБУНОВ

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ИМПУЛЬСНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Ключевые слова: ультразвук, импульсные измерения, корреляционная обработка сигналов, фазовая модуляция, статистическая погрешность.

Приводятся результаты цифровой обработки сигналов при импульсных ультразвуковых измерениях. Анализ построен на сравнении двух подходов в измерении задержки ультразвуковых импульсов: традиционного, по определению положения фронта импульса, и предлагаемого авторами подхода с помощью корреляционной обработки фазово-модулированных сигналов. Представлены сравнительные показатели статистической погрешности в измерении задержки импульсов: математическое ожидание, дисперсия, коэффициент асимметрии распределения. Анализ показывает, что ширина статистического распределения измеряемой задержки с помощью предлагаемого корреляционного алгоритма на два порядка меньше ширины статистического распределения при измерении задержки по фронту. Предлагаемый алгоритм менее подвержен влиянию шума в приемном тракте ультразвуковых приборов: при корреляционной обработке сигналов с цифровой фазовой модуляцией с ростом уровня помех математическое ожидание, дисперсия и асимметрия статистического распределения погрешности измерений временной задержки сигналов меняются незначительно. Значительно уменьшается также влияние аperiodических и низкочастотных составляющих сигнала в приемном тракте. При этом снижается не только статистическая погрешность, но и регулярная погрешность, неизбежно возникающая при импульсном контроле в неоднородной среде. Предлагаемый алгоритм регистрации задержки импульсов может позволить значительно повысить точность и быстродействие импульсных ультразвуковых контрольно-измерительных приборов.

Импульсные ультразвуковые (УЗ) измерения основаны на определении временной задержки сигналов и широко используются при измерениях скоростей потоков газов [17, 19], при определении положения и позиционирования объектов на конвейерном производстве и в робототехнике [5, 6, 21], в дальномергах, уровнемерах, толщиномергах, расходомерах [6, 7, 11] и др.

Чаще всего в качестве передатчиков и приемников ультразвука используются резонансные преобразователи. Они не позволяют реализовать короткий широкополосный импульс с устойчивым передним фронтом. Это приводит к значительным погрешностям при измерении задержки сигналов. Существуют различные инженерные приемы для уточнения положения начала фронта: использование интерполяции огибающей нарастающего фронта импульса [14], фильтровой коррекции приемного сигнала [2], а также применение амплитудной модуляции сигнала [22].

Для увеличения разрешения УЗ прибора и повышения помехоустойчивости используются корреляционные методы [18, 25–27], которые реализуют фильтрацию сигнала во временной области. В целях осуществления эффективного корреляционного приема применяются модулированные сигналы, по-

скольку малая ширина автокорреляционной функции (АКФ) дает возможность повысить точность определения временной задержки импульса [15, 20, 23, 24]. При использовании резонансных преобразователей частотную модуляцию невозможно использовать в полной мере, амплитудная же модуляция менее эффективна с точки зрения помехоустойчивости. В таких случаях, как правило, используется фазовая модуляция (ФМ) передаваемого сигнала.

В данной работе приведено сравнение результатов моделирования погрешности при измерении задержки по фронту импульса и с помощью корреляционной обработки модулированных сигналов. Модуляция осуществляется переключением фазы сигнала по коду Баркера [16]. Кодирование импульсного сигнала позволяет дополнительно повысить разрешение импульсных УЗ устройств.

Цифровая фазовая модуляция импульсов и их корреляционная обработка. Важной особенностью резонансных преобразователей является то, что они позволяют воспроизводить без искажений только лишь узкополосные воздействия и сигналы, в спектре которых преобладают частоты, близкие к собственной резонансной частоте преобразователя.

На рис. 1, *a* показаны спектры модулированных импульсов длительностью 1 мс по коду Баркера 5-го порядка (верхний график) и по коду Баркера 11-го порядка (средний график), а также амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) УЗ резонансных преобразователей Murata MA40S4S / MA40S4R с собственной частотой 40 кГц и добротностью 12 (нижний график). Как видно из рис. 1, *б*, для указанных ФМ сигналов полоса преобразователя искажает форму сигнала, причем тем существеннее, чем больше число переключений фазы сигнала, т.е. чем больше порядок кода Баркера. Таким образом, при использовании резонансных преобразователей к возникновению ошибки измерения приводит не только наложение помех, но и искажение формы сигнала.

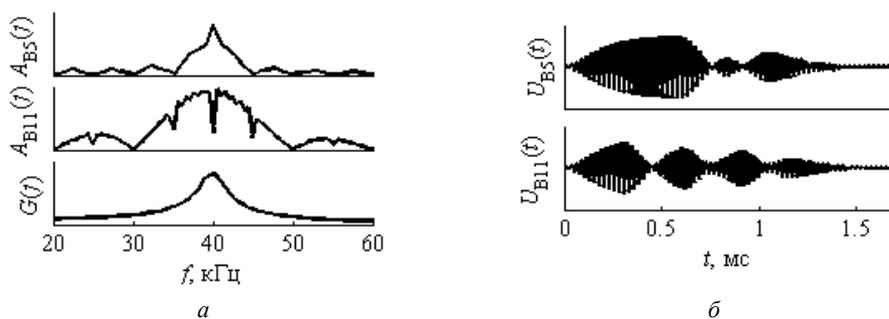


Рис. 1. Спектры модулированных по кодам Баркера импульсов и АЧХ УЗ резонансных преобразователей (*a*); форма модулированных по кодам Баркера сигналов (*б*)

АКФ сигналов имеют максимум и центр симметрии в начале координат [12]. АКФ белого шума, если исключить ярко выраженный максимум в начале координат, с учетом погрешности оцифровки подобна самому шуму, но с

гораздо меньшей дисперсией [1]. Взаимная корреляционная функция (ВКФ) искаженного приемного сигнала и эталонного сигнала с учетом его искажения при передаче из излучателя в приемник (см. рис. 1), хоть и в меньшей степени, также обладает фильтрующими свойствами и отображает момент максимального совпадения сигналов. Использование оптимальной фильтрации на основе корреляционного приема позволяет существенно уменьшить ошибку измерений [4, 9, 10, 13].

Измерения задержки по фронту импульса и с помощью корреляционной обработки. Резонансные системы обладают большим коэффициентом усиления на резонансной частоте (рис. 1, *a*). Следствием этого являются длительные переходные процессы в резонансном контуре, т.е. такая резонансная система долго «раскачивается» при возбуждении преобразователя, и соответствующие колебания долго затухают. Фронты импульсов оказываются сильно растянутыми. При моделировании погрешности измерения задержки по фронту для возбуждения УЗ передатчика был подобран такой одиночный импульс (рис. 2, *a*), чтобы приемный сигнал после двух преобразований излучатель – приемник (рис. 2, *б* и *в*, соответственно) был максимально коротким (рис. 2, *в*). При длительности возбуждающего импульса, равной периоду УЗ колебаний, принимаемый сигнал оказывается наименьшей длины.

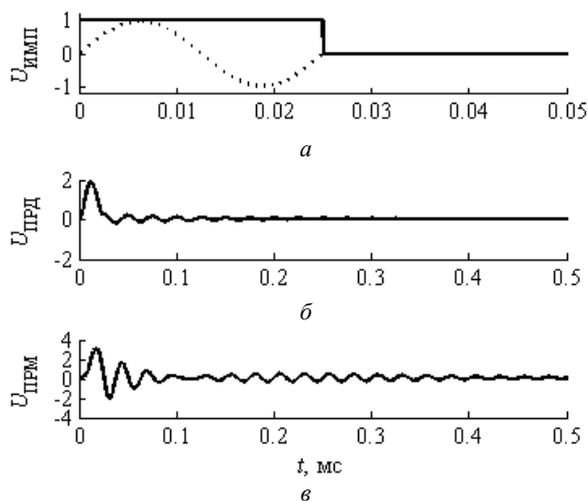


Рис. 2. Форма возбуждающего прямоугольного импульса (*a*), сигналы на выходе передатчика (*б*) и на выходе приемника (*в*)

Для моделирования погрешности измерения задержки с помощью корреляционной обработки в качестве входного сигнала УЗ передатчика использовался сигнал с ФМ по коду Баркера 5-го порядка (рис. 1, *б* – верхний график), спектр которого незначительно искажается в соответствии с полосой пропускания преобразователей и форма которого максимально сохраняется.

Сравнительный анализ статистической погрешности. При измерении по фронту временная задержка УЗ импульса определялась по пороговому

значению, равному половине максимального значения амплитуды импульса. Расчеты проводились при частоте дискретизации, равной 40 МГц.

При измерениях временной задержки с помощью корреляционной обработки сначала вычислялась ВКФ эталонного сигнала и зашумленного сигнала на входе приемника, после чего определялся «центр тяжести» огибающей мощности ВКФ [3]. Все расчеты проводились при частоте дискретизации, равной 4 МГц, на порядок меньшей, чем в случае с традиционным методом измерения.

Для обоих методов измерения учитывалось наличие белого шума в сигнале, где дисперсия шума составляет 1–9% от амплитуды сигнала. Для каждого уровня шума измерения проводились тысячу раз, и в итоге были получены гистограммы статических распределений задержки при уровне отсечки 0,5 и гистограммы статических распределений временного положения «центра тяжести» огибающей мощности ВКФ (рис. 3).

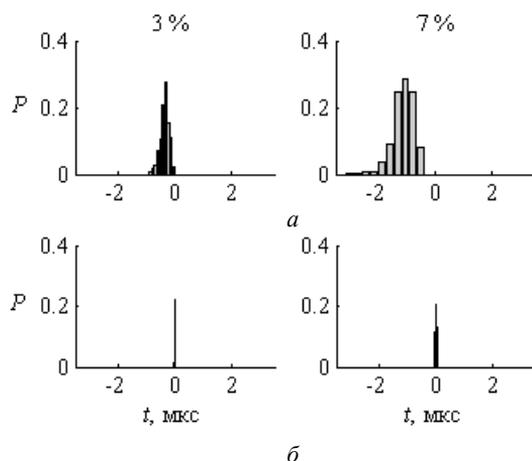


Рис. 3. Гистограммы распределения измеренного значения задержки по фронту (а) и по положению «центра тяжести» сигнала (б) при дисперсии шума 3 и 7%

Из рис. 3 видно, что ширина статистического распределения измеряемой задержки с помощью предлагаемого алгоритма приблизительно на два порядка меньше ширины статистического распределения при измерении задержки по фронту.

По полученным временным распределениям обоих методов измерения были построены зависимости математического ожидания с указанием минимального и максимального значений (a), дисперсии (b) и асимметрии (c) от уровня шума в диапазоне 1–9%. Для сравнения результаты отображены в одном графике (рис. 4). С уровнем шума более 10% при измерениях задержки по фронту проявляются ложные срабатывания и в гистограмме задержки возникают аномальные выбросы.

Как видно из рис. 4, в указанном масштабе с увеличением шума в сигнале измеренное значение «центра тяжести» ВКФ практически не изменяет по-

ложения, в то время как в измерениях по уровню отсечки 0,5 проявляется регулярная погрешность (рис. 4, *а*), которая вместе со случайной ошибкой (рис. 4, *б*) сильно искажает результаты измерений. К тому же при измерении задержки по фронту с ростом зашумленности статистическое распределение регистрируемой величины становится асимметричным с удлинением левого «хвоста» функции распределения (рис. 4, *в* – пунктир). Статистическое же распределение «центра тяжести» огибающей мощности ВКФ сохраняется близким к нормальному с ростом уровня шума в сигнале, что проявляется в незначительных колебаниях коэффициента асимметрии относительно нуля (рис. 4, *в* – сплошная линия).

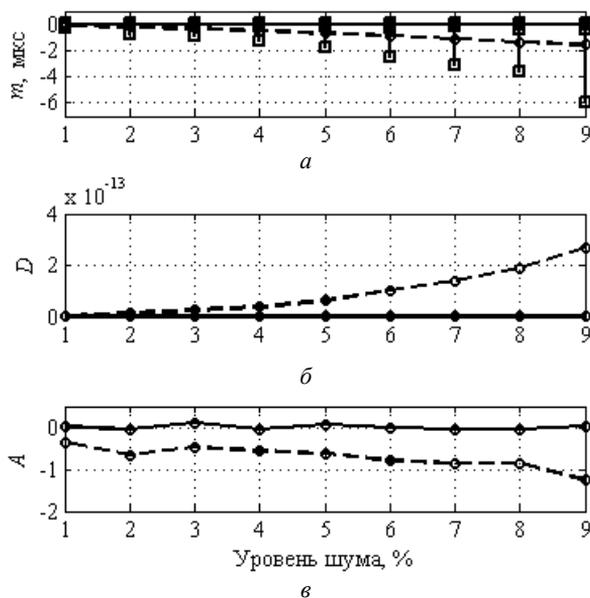


Рис. 4. Математические характеристики статистических распределений (*а* – математическое ожидание m , *б* – дисперсия D и *в* – асимметрия A) при измерении задержки по фронту (пунктир) и при измерении задержки с помощью корреляционной обработки (сплошная линия)

Выводы. Таким образом, сравнительный анализ разных способов регистрации временной задержки сигналов при импульсных УЗ измерениях показал, что статистическая погрешность измерений может быть существенно снижена за счет цифровой модуляции и корреляционной обработки сигналов. Оптимальная фильтрация, реализуемая при корреляционной обработке, позволяет существенно снизить влияние шума в приемном тракте регистрирующей УЗ аппаратуры и повысить разрешающую способность импульсных измерений. Значительно уменьшается также влияние аperiodических и низкочастотных составляющих сигнала в приемном тракте. При этом снижается не только статистическая погрешность, но и регулярная погрешность, неизбежно возникающая при импульсном контроле в неоднородной среде [8]. При этом цифровая корреляцион-

ная обработка позволяет на порядок снизить статистический разброс измеряемой задержки (или значительно уменьшить количество импульсных УЗ посылок при усреднении). Это, в свою очередь, потенциально позволяет значительно повысить быстродействие импульсных УЗ контрольно-измерительных приборов. Кроме того, корреляционная обработка является эффективным способом предотвращения ложных срабатываний и возникновения аномальных выбросов в измеряемых значениях временной задержки.

Литература

1. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов: практический подход. 2-е изд. М.: Вильямс, 2004. 992 с.
2. Бархатов В.А. Нормализация ультразвуковых импульсов в системах измерения задержки и расстояния // Дефектоскопия. 2009. № 6. С. 76–82.
3. Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Славутский Л.А. Цифровая фазовая модуляция и корреляционная обработка ультразвуковых сигналов для импульсных измерений в неоднородной среде // Приборы и техника эксперимента. 2018. № 3. С. 114–119.
4. Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Славутский Л.А. Импульсный ультразвуковой контроль стратификации воздуха над нагретой поверхностью // Вестник Чувашского университета. 2016. № 1. С. 39–46.
5. Жданкин В. Ультразвуковые датчики для систем управления // Современные технологии автоматизации. 2003. № 4. С. 48–62.
6. Жмудь В.А., Кондратьев Н.О., Кузнецов К.А., Трубин В.Г., Димитров Л.В. Ультразвуковой датчик измерения расстояния HC-SR04 // Автоматика и программная инженерия. 2017. № 4. С. 18–26.
7. Колесников А.Е. Ультразвуковые измерения. М.: Изд. стандартов, 1970. 210 с.
8. Костюков А.С., Никандров М.В., Славутский Л.А. Изменчивость случайной погрешности ультразвуковых импульсных и доплеровских измерений в неоднородной среде // Нелинейный мир. 2009. Т. 7, № 9. С. 700–705.
9. Костюков А.С., Славутский Л.А. Моделирование статистической погрешности ультразвуковых уровнемеров // Вестник Чувашского университета. 2007. № 2. С. 257–260.
10. Костюков А.С., Славутский Л.А. Статистическая погрешность ультразвуковых измерений уровня жидкости при измерении состояния ее поверхности // Вестник Чувашского университета. 2009. № 2. С. 272–275.
11. Кремлевский П.П. Расходомеры и счетчики количества вещества. Справочник. 5-е изд., перераб. и доп. СПб.: Политехника, 2004. Кн. 2. 412 с.
12. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
13. Славутский Л.А. Волновые процессы и устройства. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2001. 224 с.
14. Шульгина Ю.В., Солдатов А.И. Повышение точности ультразвуковых измерений методом двух компараторов // Известия ЮФУ. Технические науки. 2010. № 9. С. 102–106.
15. Aldawi F.J., Longstaff A.P., Fletcher S., Mather P., Myers A. A high accuracy ultrasound distance measurement system using binary frequency shift-keyed signal and phase detection. Proc. of Computing and Engineering Annual Researchers, 2007, pp. 1–7.
16. Barker R.H. Group synchronizing of binary digital sequences. In: Communication theory. London, Butterworth Publ., 1953, pp. 273–287.
17. Bui G.T., Jiang Y.T. Pang D.C. Two Capacitive Micro-Machined Ultrasonic Transducers for Wind Speed Measurement. *Sensors*, 2016, vol. 16, no. 6, pp. 814–822.
18. Coulthard J., Yan Y. Ultrasonic cross-correlation flowmeters. *Measurement and control*, 1993, vol. 26, pp. 164–167.
19. Cruette D., Marillier A., Dufresne J.L., Grandpeix J.Y. Fast Temperature and True Airspeed Measurements with the Airborne Ultrasonic Anemometer–Thermometer. *Journal of atmospheric and oceanic technology*, 1999, vol. 17, pp. 1020–1039.

20. Elmer H., Schweinzer H. Effect of frequency dependent radiation of ultrasonic transducers to correlation based distance measurement systems. In: Intelligent Components and Instruments for Control Applications, 2003, pp. 273–278.

21. Hazas M., Hopper A. Broadband Ultrasonic Location Systems for Improved Indoor Positioning. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2006, vol. 5, iss. 5, pp. 536–547.

22. Huang Y.P., Wang J.S., Huang K.N., Ho C.T., Huang J.D., Young M.S. Envelope pulsed ultrasonic distance measurement system based upon amplitude modulation and phase modulation. *Review of Scientific Instruments*, 2007, vol. 78, no. 6.

23. Kupnik M., Schröder A., O'Leary P., Benes E., Gröschl M. Adaptive Pulse Repetition Frequency Technique for an Ultrasonic Transit-Time Gas Flowmeter for Hot Pulsating Gases. *IEEE Sensors journal*, 2006, vol. 6, no. 4, pp. 906–915.

24. Ma S., Wilkinson A.J., Paulson K.S. A Phase Modulation-based Ultrasonic Communication System using Variable Structure Control. In: Communication Technology (ICCT), 2010.

25. Sato Y., Mori M., Takeda Y., Hishida K., Maeda M. Signal processing for advanced correlation ultrasonic velocity profiler. In: The third International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering EPFL, 2002, pp. 5–11.

26. Teufel M., Suchánek M. Cross correlation – the better Ultra Sonic Doppler – technique/ Proc. of 6th Int. Symposium on Ultrasonic Doppler Method for Fluid Mechanics and Fluid Engineering (ISUD-6), 2008, pp. 167–170.

27. Velmurugan R., Rajalakshmy P. Ultrasonic Flowmeter using Cross-Correlation Technique. *International Journal of Computer Applications*, 2013, vol. 66, no. 10, pp. 19–22.

БЫЧКОВА ИРИНА ЮРЬЕВНА – аспирантка кафедры автоматике и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (biy.quint@gmail.com).

БЫЧКОВ АНАТОЛИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (bav.xlab@gmail.com).

ВАСИЛЬЕВА ЛИДИЯ НИКОЛАЕВНА – кандидат педагогических наук, доцент кафедры автоматике и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (oln2404@mail.ru).

ГИЛЬДЕНБЕРГ БОРИС МОИСЕЕВИЧ – доцент кафедры автоматике и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (bor-gildenberg@yandex.ru).

ГОРБУНОВ ВЛАДИМИР ИВАНОВИЧ – кандидат педагогических наук, доцент кафедры автоматике и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (vigor21@mail.ru).

**I. BYCHKOVA, A. BYCHKOV, L. VASILEVA,
B. GILDENBERG, V. GORBUNOV**

**CORRELATION PROCESSING OF SIGNALS FOR REDUCING
THE ERROR OF PULSE ULTRASONIC MEASUREMENTS**

Key words: *ultrasound, pulse measurements, correlation processing of signals, phase modulation, statistical error.*

The results of digital signal processing for pulsed ultrasonic measurements are presented. The analysis is based on comparison of two approaches for measuring the delay of ultrasonic pulses: the traditional approach by definition of the pulse front's position and the approach proposed by the authors, using correlation processing of phase-modulated signals. Comparative parameters of the statistical measurement error of the delay of pulses are presented: mathematical expectation, variance, skewness of distribution. The analysis shows that the width of the statistical distribution of the measured delay, using the proposed correlation algorithm, is two orders smaller than the width of the statistical distri-

tribution, when measuring the delay through the front. The proposed algorithm is less exposed to noise in the receiver of ultrasonic devices: when using correlation processing of signals and digital phase modulation with increasing noise level, the mathematical expectation, variance and skewness of the statistical distribution of the measurement error of the time delay of signals vary slightly. The influence of the aperiodic and low-frequency components of the signal in the receiver also decreases significantly. In this case, not only the statistical error is reduced, but also the regular error that inevitably arises in pulsed control in an inhomogeneous medium. The proposed pulse delay detection algorithm can significantly improve the accuracy and speed of pulsed ultrasonic devices.

References

1. Ayficher E., Dzhervis B. *Tsifrovaya obrabotka signalov: prakticheskiy podkhod. 2-e izd.* [Digital signals processing: practical approach.] Moscow, Williams publ. house, 2004, 992 p.
2. Barkhatov V.A. *Normalizatsiya ul'trazvukovykh impul'sov v sistemakh izmereniya zaderzhki i rasstoyaniya* [Normalization of ultrasonic pulses in delay and distance measurement systems]. *Defektoskopiya* [Defectoscopy], 2009, no. 6, pp. 76–82.
3. Bychkova I.Yu., Bychkov A.V., Slavutskii L.A. *Tsifrovaya fazovaya modulyatsiya i korelyatsionnaya obrabotka ul'trazvukovykh signalov dlya impul'snykh izmerenii v neodnorodnoi srede* [Digital phase modulation and correlation processing of ultrasound signals for pulsed measurements in an inhomogeneous medium]. *Pribory i tekhnika eksperimenta* [General experimental techniques], 2018, no. 3, pp. 114–119.
4. Bychkova I.Yu., Bychkov A.V., Slavutskii L.A. *Impul'snyy ultrazvukovoy control stratifikatsii vozduha nad nagretoy poverkhnostyu* [Pulse ultrasonic control of the air stratification over the heated surface]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta* [Bulletin of the Chuvash State University], 2016, no. 1, pp. 39–46.
5. Zhdankin V. *Ul'trazvukovye datchiki dlya sistem upravleniya* [Ultrasonic sensors for control systems]. *Sovremennye tekhnologii avtomatizatsii* [Modern automation technologies], 2003, no. 4, pp. 48–62.
6. Zhmud' V.A., Kondrat'ev N.O., Kuznetsov K.A., Trubin V.G., Dimitrov L.V. *Ul'trazvukovoy datchik izmereniya rasstoyaniya HC-SR04* [Ultrasonic distance sensor HC-SR04]. *Avtomatika i programmaya inzheneriya* [Automation and software engineering], 2017, no. 4, pp. 18–26.
7. Kolesnikov A.E. *Ul'trazvukovye izmereniya* [Ultrasonic measurements]. Moscow, Publ. of standards, 1970, 210 p.
8. Kostyukov A.S., Nikandrov M.V., Slavutskii L.A. *Izmenchivost' sluchainoi pogreshnosti ul'trazvukovykh impul'snykh i doplerovskikh izmerenii v neodnorodnoi srede* [The Statistical Error Variations of Pulsed and Doppler Ultrasonic Measurements in Inhomogeneous Medium]. *Nelineinyi mir* [Nonlinear world], 2009, vol. 7, no. 9, pp. 700–705.
9. Kostyukov A.S., Slavutskii L.A. *Modelirovanie statisticheskoi pogreshnosti ul'trazvukovykh urovnerov* [Simulation of statistical error of ultrasonic level meter]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta* [Bulletin of the Chuvash State University], 2007, no. 2, pp. 257–260.
10. Kostyukov A.S., Slavutskii L.A. *Statisticheskaya pogreshnost' ul'trazvukovykh izmerenii urovnya zhidkosti pri izmenenii sostoyaniya ee poverkhnosti* [Statistic error of ultrasonic level measurements for different surface conditions]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2009, no. 2, pp. 272–275.
11. Kremlevskiy P.P. *Raskhodometry i schetchiki kolichestva veshchestva. Spravochnik. 5-e izd. pererab. i dop.* [Flowmeters and counters of the amount of matter. Handbook. 5th ed. revised and enlarged]. St. Petersburg, Politehnika Publ., 2004, book 2, 412 p.
12. Marple S.L. *Digital Spectral Analysis: With Applications*. Prentice-Hall, 1987, 492 p. (Russ. ed.: *Tsifrovoy spektral'nyy analiz i ego prilozheniya*. Moscow, Mir Publ., 1990, 584 p.).
13. Slavutskii L.A. *Volnovye protsessy i ustroystva* [Wave processes and devices]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2001, 224 p.
14. Shul'gina Yu.V., Soldatov A.I. *Povyshenie tochnosti ul'trazvukovykh izmereniy metodom dvukh komparatorov* [Increase the accuracy of ultrasonic measurements by the method of two comparators]. *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie nauki* [Proceedings of The South Federal University. Engineering Sciences], 2010, no. 9, pp. 102–106.

15. Aldawi F.J., Longstaff A.P., Fletcher S., Mather P., Myers A. A high accuracy ultrasound distance measurement system using binary frequency shift-keyed signal and phase detection. Proc. of Computing and Engineering Annual Researchers, 2007, pp. 1–7.
16. Barker R.H. Group synchronizing of binary digital sequences. In: Communication theory. London, Butterworth Publ., 1953, pp. 273–287.
17. Bui G.T., Jiang Y.T. Pang D.C. Two Capacitive Micro-Machined Ultrasonic Transducers for Wind Speed Measurement. *Sensors*, 2016, vol. 16, no. 6, pp. 814–822.
18. Coulthard J., Yan Y. Ultrasonic cross-correlation flowmeters. *Measurement and control*, 1993, vol. 26, pp. 164–167.
19. Cruette D., Marillier A., Dufresne J.L., Grandpeix J.Y. Fast Temperature and True Airspeed Measurements with the Airborne Ultrasonic Anemometer–Thermometer. *Journal of atmospheric and oceanic technology*, 1999, vol. 17, pp. 1020–1039.
20. Elmer H., Schweinzer H. Effect of frequency dependent radiation of ultrasonic transducers to correlation based distance measurement systems. In: Intelligent Components and Instruments for Control Applications, 2003, pp. 273–278.
21. Hazas M., Hopper A. Broadband Ultrasonic Location Systems for Improved Indoor Positioning. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2006, vol. 5, iss. 5, pp. 536–547.
22. Huang Y.P., Wang J.S., Huang K.N., Ho C.T., Huang J.D., Young M.S. Envelope pulsed ultrasonic distance measurement system based upon amplitude modulation and phase modulation. *Review of Scientific Instruments*, 2007, vol. 78, no. 6.
23. Kupnik M., Schröder A., O’Leary P., Benes E., Gröschl M. Adaptive Pulse Repetition Frequency Technique for an Ultrasonic Transit-Time Gas Flowmeter for Hot Pulsating Gases. *IEEE Sensors journal*, 2006, vol. 6, no. 4, pp. 906–915.
24. Ma S., Wilkinson A.J., Paulson K.S. A Phase Modulation-based Ultrasonic Communication System using Variable Structure Control. In: Communication Technology (ICCT), 2010.
25. Sato Y., Mori M., Takeda Y., Hishida K., Maeda M. Signal processing for advanced correlation ultrasonic velocity profiler. In: The third International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics and Fluid Engineering EPFL, 2002, pp. 5–11.
26. Teufel M., Suchánek M. Cross correlation – the better Ultra Sonic Doppler – technique/ Proc. of 6th Int. Symposium on Ultrasonic Doppler Method for Fluid Mechanics and Fluid Engineering (ISUD-6), 2008, pp. 167–170.
27. Velmurugan R., Rajalakshmy P. Ultrasonic Flowmeter using Cross-Correlation Technique. *International Journal of Computer Applications*, 2013, vol. 66, no. 10, pp. 19–22.

BYCHKOVA IRINA – Post-Graduate Student, Department of Automatics and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (biy.quint@gmail.com).

BYCHKOV ANATOLY – Post-Graduate Student, Electrical and Electronic Apparatuses Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (bav.xlab@gmail.com).

VASILEVA LIDIYA – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Automatics and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (oln2404@mail.ru).

GILDENBERG BORIS – Associate Professor, Department of Automatics and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (bor-gildenberg@yandex.ru).

GORBUNOV VLADIMIR – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Automatics and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (vigor21@mail.ru).

Формат цитирования: Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Васильева Л.Н., Гильденберг Б.М., Горбунов В.И. Корреляционная обработка сигналов для уменьшения погрешности импульсных ультразвуковых измерений // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 163–171.

УДК 621.391.037.37

ББК 3811.3

Н.А. ГАЛАНИНА, Н.Н. ИВАНОВА

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ И ВОПРОСЫ ЕГО РЕАЛИЗАЦИИ НА ПЛИС*

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов (ЦОС), дискретное преобразование Фурье (ДПФ), быстрое преобразование Фурье (БПФ), алгоритм Кули – Тьюки, алгоритм Гуда – Томаса, алгоритм Рейдера, алгоритм Винограда, алгоритм поразрядного ДПФ (ПДПФ), программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС), язык описания аппаратуры Verilog HDL, система счисления в остаточных классах (СОК).

Аппаратная реализация ДПФ на ПЛИС, сводящаяся традиционно к вычислению БПФ, является в ряде практических применений непростой задачей. Для разработчиков современных цифровых устройств (ЦУ) представляют интерес результаты моделирования известных методов вычисления БПФ на языке описания аппаратуры Verilog HDL и их сравнительный анализ по таким критериям, как скорость обработки сигналов, площадь, занимаемая кристаллом, максимальная тактовая частота и др., а также выработка практических рекомендаций по их использованию. Программирование ПЛИС, выбранных в качестве аппаратной реализации моделируемых алгоритмов анализа спектра ЦУ, проводилось в среде Xilinx ISE WebPACK 14.3 на языке описания аппаратуры Verilog HDL с использованием системы моделирования цифровых схем ModelSim Xilinx edition (МХЕ III). В качестве методов спектрального анализа были апробированы алгоритмы БПФ по основанию 2, Кули – Тьюки, Гуда – Томаса и Рейдера.

Постановка проблемы. Известно, что дискретное преобразование Фурье является основной операцией ряда алгоритмов ЦОС, а поэтому эффективность его реализации оказывает существенное влияние на такую характеристику вычислительного устройства, как быстродействие, вопрос о котором стоит очень остро в связи с обработкой цифровых сигналов в реальном времени. Значительную роль быстрые алгоритмы спектрального анализа играют при обработке многомерных дискретных периодических сигналов. Наиболее популярным и по-прежнему востребованным является быстрое преобразование Фурье.

Сегодня вопросы практического синтеза методов цифровой обработки сигналов на базе программируемых логических интегральных схем и сигнальных процессоров (СП) представляют большой интерес для разработчиков радиоэлектронных устройств. Анализ результатов синтеза ЦУ на ПЛИС и СП показал, что семейства ПЛИС превосходят по производительности СП, при этом ПЛИС имеют меньшую стоимость и энергопотребление. Благодаря новым методам проектирования устройств на базе ПЛИС время разработки цифровых устройств на их основе стало сравнимо со временем разработки устройств на базе СП. Та-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Кабинета министров Чувашской Республики в рамках научного проекта № 17-47-210790 p_a.

ким образом, использование ПЛИС для разработки сложных устройств ЦОС выглядит предпочтительнее [3]. Для решения же задач ЦОС, не требующих большой вычислительной мощности, как показывает практика, более целесообразным будет использование СП.

Представляет практический интерес выбор оптимальной структуры алгоритма спектрального анализа для длины обрабатываемой последовательности N на основе известных БПФ-алгоритмов. С точки зрения оценки вычислительной сложности используемого алгоритма спектрального анализа, а также последующего выбора и оценки варианта его аппаратной реализации не менее интересными являются моделирование известных быстрых алгоритмов вычисления ДПФ, последующая реализация разработанных моделей на ПЛИС возможностями языка описания аппаратуры Verilog HDL с использованием программного пакета Xilinx ISE WebPACK 14.3 и системы моделирования цифровых схем ModelSim, проведение сравнительного анализа полученных результатов по таким критериям, как скорость обработки сигналов, площадь, занимаемая кристаллом, максимальная тактовая частота и др., а также выработка практических рекомендаций по их использованию.

В настоящий момент трудно назвать область науки и техники, где при использовании методов ЦОС в той или иной степени не применялся бы спектральный анализ сигналов. Так, например, в области передачи данных широкое развитие получили беспроводные сети. Одним из наиболее перспективных методов их построения является применение сигналов OFDM. На практике сигналы OFDM получаются путём использования БПФ. Цифровой спектральный анализ позволяет охарактеризовать частотный состав измеряемого сигнала.

Известно [1], что математической основой спектрального анализа цифровых сигналов является дискретное преобразование Фурье

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W^{nk},$$

где $X(k)$ – k -я гармоника спектра для чисел входной последовательности $x(n)$; $W = e^{-j(2\pi/N)}$ – весовая функция (поворачивающий множитель); N – размер входной последовательности.

Таким образом, вычисление всего ДПФ, содержащего N коэффициентов, требует N^2 пар операций «умножение – сложение».

На практике при спектральном анализе, как правило, используется быстрое преобразование Фурье [8]. Алгоритмы быстрого преобразования Фурье – это способы быстрого вычисления ДПФ, которые устраняют вычислительную избыточность, свойственную ДПФ, за счет свойств комплексной экспоненты, ее симметрии и периодичности.

Сегодня актуальным является применение алгоритмических методов улучшения качества вычислительных процедур и в первую очередь – теоретико-числовых алгоритмов (ТЧА). Основная идея, заложенная в ТЧА – переиндексация чисел во временной последовательности, в результате которой

появляется возможность перехода к многомерным процедурам на укороченных выборках данных.

Следует отметить, что в современных устройствах цифрового спектрального анализа наибольшее распространение получили следующие варианты реконфигурации данных для вычисления N -точечных ДПФ, приводящие к синтезу быстрых алгоритмов преобразования:

1. $N = p^t$, где $p = 2k$, t – целое число, $k = 0, 1, 2$;
2. $N = p^t$, где $p = 2k + 1$;
3. $N = \prod_{s=1}^{\nu} N_s$.

В первом случае чаще других применяется БПФ как частный случай алгоритма Кули – Тьюки. Во втором случае для реализации ДПФ используется алгоритм Рейдера. В третьем случае – наиболее распространено использование алгоритма Гуда – Томаса, преобразующего одномерный массив в многомерный в соответствии с китайской теоремой об остатках. В ней утверждается, что можно однозначно восстановить целое число по множеству его остатков от деления на числа из некоторого набора попарно взаимно простых чисел.

Алгоритмы БПФ

Алгоритм Кули – Тьюки. Выбор используемого алгоритма БПФ зависит от арифметических свойств длины периода сигнала. Если эта длина число составное, то применим алгоритм Кули – Тьюки [6]. Как известно, наиболее популярным алгоритмом БПФ Кули – Тьюки является его частный случай для последовательностей, длина которых равна целой степени двойки. В его основе, как и в других известных быстрых алгоритмах, лежит принцип разбиения анализируемого набора отсчетов на части, а также вычисление их ДПФ и объединение результатов. Различие алгоритмов заключается в способах вычисления мало-точечных ДПФ и последующего объединения этих частичных результатов. При этом размер преобразования не обязательно равен степени двух, т.е. становится возможным вычисление БПФ произвольной длины, что очень важно для ряда практических задач. Так, в технике связи при цифровом преобразовании многоканальных сигналов размер БПФ определяется числом объединяемых каналов.

1. Обобщенный алгоритм Кули – Тьюки с произвольным основанием. При построении алгоритма предполагается, что $N = N_1 N_2$, где N_1 и N_2 – положительные целые числа. В этом случае вычисление исходного N -точечного ДПФ можно свести к вычислению $N_1 N_2$ -точечных и $N_2 N_1$ -точечных ДПФ и N умножениям на поворотные множители [8]. ДПФ по алгоритму Кули – Тьюки требует не более $N(N_1 + N_2 + 1)$ комплексных умножений и $N(N_1 + N_2 - 2)$ комплексных сложений. Переупорядочиваемые входные индексы n определяются из соотношения $n = \langle N_2 \times n_1 + n_2 \rangle_N$, а выходные индексы k получаются из выражения $k = \langle k_1 + N_1 \times k_2 \rangle_N$, где $\langle \dots \rangle$ – операция вычета. Структурная схема этого метода для $N = 15$ показана на рис. 1.

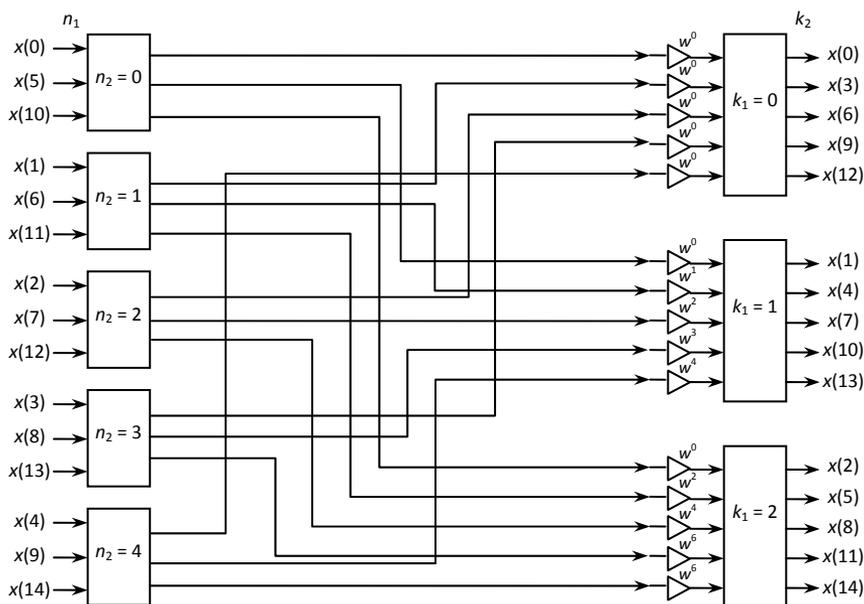


Рис. 1. Вычисление 15-точечного ДПФ по обобщенному алгоритму Кули – Тьюки

2. Алгоритм Кули – Тьюки для случая $N = 2^m$. Если $N_1 = 2$, а $N_2 = 2^{m-1}$, то алгоритм называют алгоритмом Кули – Тьюки по основанию два с прореживанием по времени. Если $N_1 = 2^{m-1}$, а $N_2 = 2$, то алгоритм называют алгоритмом Кули – Тьюки по основанию два с прореживанием по частоте. Известно, что число требуемых пар вычислительных операций «умножение – сложение», затрачиваемых при реализации БПФ по основанию 2, составляет $N \log_2(N)$ [6]. Чаще всего поворотные множители вычисляются заранее и хранятся в специальном массиве.

Известно, что вычислительное ядро алгоритма составляют операции «бабочка», сводящиеся к вычислению суммы двух комплексных чисел, а также к вычислению их разности с последующим умножением на комплексное число. Их количество – $(1/2)n \log_2 n$, при этом в $(n/2)$ из них умножение не выполняется. Макроструктура алгоритма лучше всего описывается рекурсивно как $n/2$ преобразований Фурье порядка 2, умножение $n/2$ пар комплексных чисел и затем 2 БПФ порядка $n/2$. Блок-схема алгоритма ДПФ по алгоритму Кули – Тьюки по основанию 2 для $N = 16$ представлена на рис. 2.

Несмотря на то, что эффективные алгоритмы БПФ разработаны практически для произвольного периода, длина, равная степени 2, является самой популярной: ДПФ достаточно просто синтезируется, а реализация основного вычислительного модуля «бабочка» имеет тривиальное решение. Хотя, ради справедливости, заметим, что простой алгоритм Кули – Тьюки не является оптимальным даже для векторов размером, равным степени двойки: он проигрывает другим алгоритмам Кули – Тьюки, которые используют специфику, например, чётных степеней двойки и потому являются более экономичными.

Применяемый метод дополнения нулевыми отсчетами обрабатываемой выборки до степени 2 также приводит к ухудшению спектрального разрешения сигналов и другим негативным последствиям.

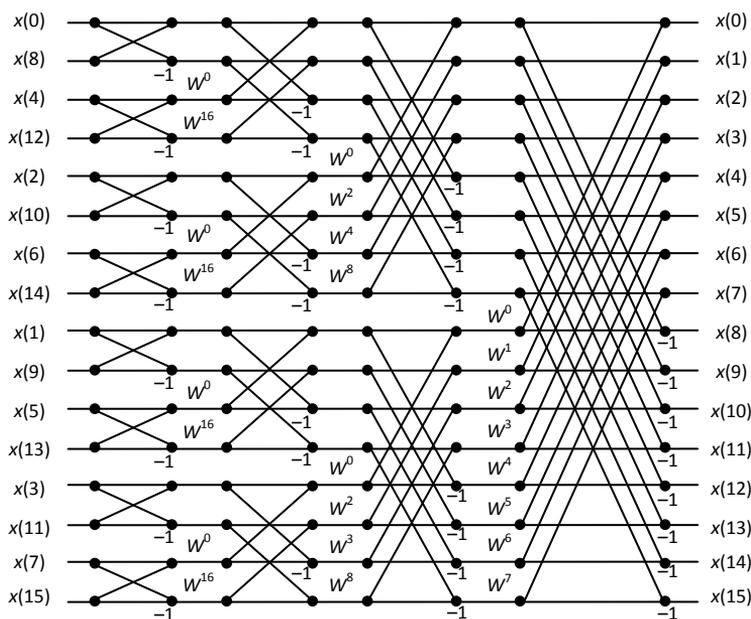


Рис. 2. Вычисление ДПФ по алгоритму Кули – Тьюки по основанию 2 для $N = 16$

Известны другие эффективные алгоритмы вычисления ДПФ произвольной длины. Одним из таких алгоритмов является алгоритм Винограда [1], который позволяет значительно (до 80%) сократить число умножений по сравнению с алгоритмом Кули – Тьюки по основанию 2. Однако данный алгоритм обладает исключительно сложной нерегулярной структурой, вследствие чего редко применяется на практике. Наиболее приемлемым с этой точки зрения является алгоритм вычисления БПФ Гуда – Томаса. Его применение позволяет сократить вычислительные затраты по сравнению с алгоритмом Кули – Тьюки.

Алгоритм Гуда – Томаса. Для случая длины сигнала, представленной в виде произведения попарно взаимно простых чисел N_1 и N_2 , применим алгоритм Гуда – Томаса [6]. С вычислительной точки зрения он проще алгоритма Кули – Тьюки. Алгоритм Гуда – Томаса представляет собой способ отображения линейной последовательности из $N = N_1 \cdot N_2$ целых чисел в двухмерную таблицу $N_1 \times N_2$: одномерное преобразование Фурье таким образом преобразуется в двухмерное. При этом способ переупорядочивания входной и выходной последовательностей определяется на основе известной китайской теоремы об остатках [6]. Опыт практической реализации показал, что с точки зрения повышения быстродействия для вычисления ДПФ по строкам и столбцам наиболее целесообразным является использование алгоритма Винограда. Структурная схема алгоритма Гуда – Томаса для $N = 15$ (N_1 и N_2 равняются 3 и 5, соответственно) показана на рис. 3.

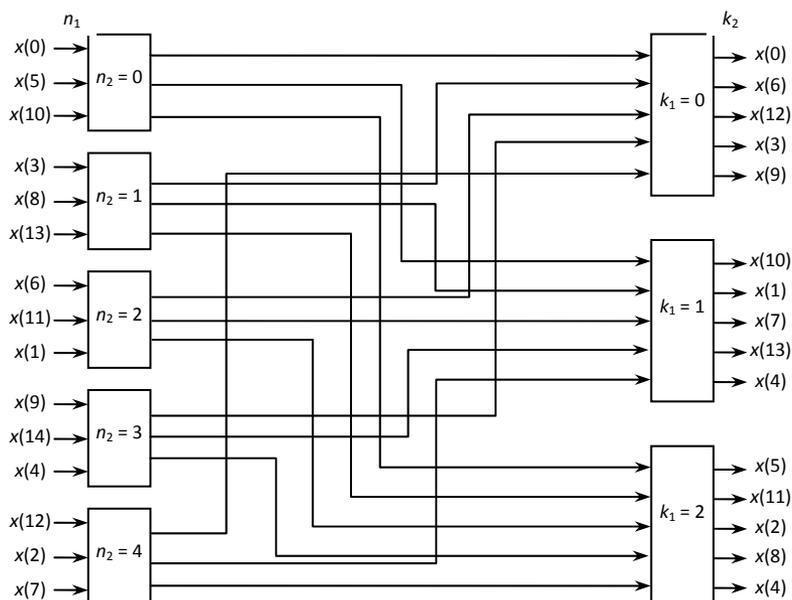


Рис. 3. Вычисление 15-точечного ДПФ по алгоритму Гуда – Томаса

Алгоритм Рейдера. Если длина сигнала N является простым числом, то для синтеза алгоритмов с минимальным количеством умножений можно воспользоваться алгоритмом Рейдера [7]. В этом случае задача вычисления ДПФ сводится к эффективному вычислению циклической свертки длины $(N-1)$. Переход от преобразования Фурье к свертке содержит совокупность операций по переиндексации входных данных и эффективному вычислению циклической свертки длины $(N-1)$. Циклическая часть алгоритма Рейдера представлена на рис. 4.

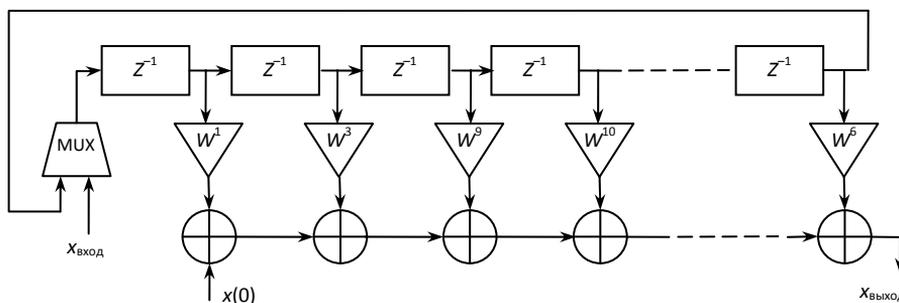


Рис. 4. Схема циклической части алгоритма Рейдера

Аппаратная реализация алгоритмов БПФ на ПЛИС. Программирование ПЛИС проводилось в среде Xilinx ISE WebPACK 14.3 с использованием языка описания аппаратных средств VHDL на чипе FPGA Xilinx XC6VLX75T. В качестве средства моделирования алгоритмов БПФ была выбрана система ModelSim Xilinx Edition (MXE III). Получены временные характеристики и оценены погрешности вычислений. Проведен сравнительный анализ площади чипа и максимальной рабочей частоты.

Результаты использования области микросхемы ПЛИС, включая количество использованных Slices и FlipFlops алгоритмами БПФ, показаны на рис. 5–7.

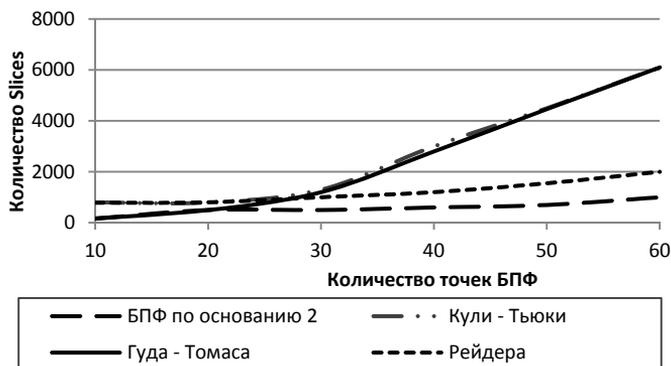


Рис. 5. Результаты сравнительного анализа алгоритмов БПФ по использованию Slices

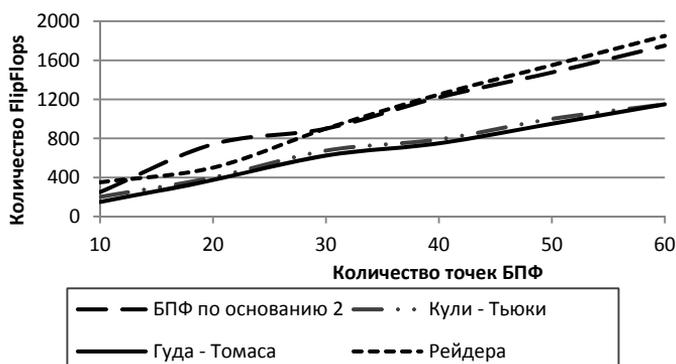


Рис. 6. Результаты сравнительного анализа алгоритмов БПФ по использованию FlipFlops

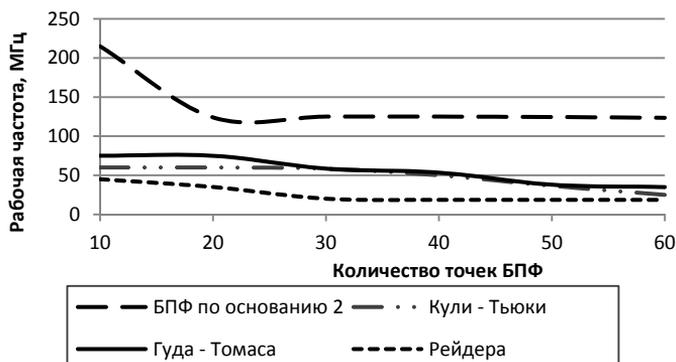


Рис. 7. Результаты сравнительного анализа алгоритмов БПФ по максимальной рабочей частоте

Выводы. В работе представлена методика выбора алгоритма БПФ для его последующей аппаратной реализации на ПЛИС типа FPGA по критерию

вычислительной сложности, быстрдействию, аппаратурным затратам. Рассмотрены способы формирования эффективных алгоритмов БПФ для различных случаев длин обрабатываемых последовательностей.

Из анализа графиков (см. рис. 6, 7) следует, что наибольшее количество базовых логических элементов Slices используется при синтезе БПФ по алгоритмам Гуда – Томаса и Кули – Тьюки, а минимальное – по методу БПФ по основанию 2. С точностью до наоборот дело обстоит с массивом триггеров Flip-Flop: методы Гуда – Томаса и Кули – Тьюки используют их меньше в отличие от алгоритмов Рейдера и БПФ по основанию 2. Кроме того, для всех методов спектрального анализа использованная площадь кристалла ПЛИС увеличивается при росте количества точек БПФ. Самым быстрым методом вычисления БПФ в тестовых испытаниях оказался БПФ по основанию 2 (см. рис. 7). Метод Гуда – Томаса оказался медленнее его, но быстрее, чем метод Кули – Тьюки. На последнем месте – метод Рейдера. Оценка вычислительной сложности алгоритмов позволяет сделать вывод, что программная реализация алгоритма Гуда – Томаса имеет более простую структуру.

Как показали результаты, алгоритм Гуда – Томаса уступает БПФ по основанию, если вычисляются короткие ДПФ прямым методом. Поэтому на практике используются его разновидности, эффективность реализации которых на ПЛИС в дальнейшем предполагается исследовать: алгоритм простых множителей, объединяющий алгоритм Гуда – Томаса и Рейдера; алгоритм Винограда для ДПФ; алгоритм поразрядного ДПФ. Особый интерес представляют поразрядные алгоритмы ДПФ, число пересылок данных в которых не выше, чем в БПФ, но большинство сложных операций может выполняться на этапе проектирования.

Несмотря на хорошие показатели в области обеспечения высокой скорости обработки сигналов, БПФ характеризуется и рядом недостатков: значительные схемные затраты и погрешности при реализации ортогональных преобразований вследствие конечной длины обрабатываемых операндов и пр. Одним из путей решения этих проблем является использование представления обрабатываемых данных в нетрадиционных непозиционных системах счисления, в частности в системе счисления в остаточных классах (СОК). При предварительном кодировании в СОК целое число представляется в виде упорядоченного набора неотрицательных вычетов по группе взаимно простых оснований (модулей). Арифметические операции сложения, вычитания и умножения в СОК выполняются с этими вычетами меньшей разрядности независимо друг от друга и без межразрядных переносов. Небольшая разрядность оснований системы позволяет реализовать модульные операции табличным способом: появляется возможность повысить быстрдействие и точность обработки цифровых сигналов [2, 4, 5].

Литература

1. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: пер. с англ. М.: Мир, 1989. 451 с.
2. Галанина Н.А. Синтез функциональных модулей БПФ в СОК // Вестник Чувашского университета. 2005. № 2. С. 124–127.
3. Галанина Н.А., Дмитриев Д.Д. Синтез БПФ на ПЛИС с применением системы остаточных классов // Программные системы и вычислительные методы. 2013. № 1. С. 129–133.

4. Галанина Н.А., Иванова Н.Н., Иванов А.А. Реализация блоков шифрации и дешифрации в непозиционных устройствах ЦОС // Вестник Чувашского университета. 2007. № 2. С. 209–216.

5. Галанина Н.А., Песошин В.А., Иванова Н.Н. Разработка устройств цифровой фильтрации и спектрального анализа с индексированием данных в системе остаточных классов // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 93–97.

6. Макклеллан Дж.Х., Рейдер Ч.М. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов: пер. с англ. М.: Радио и связь, 1983. 263 с.

7. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления свёрток: пер. с англ. М.: Радио и связь, 1985. 248 с.

8. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов / пер. с англ. под ред. Ю.Н. Александрова. М.: Мир, 1978. 848 с.

ГАЛАНИНА НАТАЛИЯ АНДРЕЕВНА – доктор технических наук, профессор кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (galaninacheb@mail.ru).

ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (naadeezdaa@rambler.ru).

N. GALANINA, N. IVANOVA

**COMPUTING ASPECTS OF FAST FOURIER TRANSFORM
AND ISSUES OF ITS FPGA REALIZATION**

Key words: digital signal processing (DSP), discrete Fourier transform (DFT), fast Fourier transform (FFT), Cooley – Tukey method, Good – Thomas algorithm, Rader's algorithm, Vinogradov algorithm, bitwise DFT algorithm, FPGA, Verilog HDL, residual number classes (RNS).

The hardware implementation of the DFT on FPGAs, which is traditionally reduced to the calculation of FFT, is not a simple task in a number of practical applications. For the developers of modern digital devices, the results of known methods modeling of the FFT calculation in Verilog HDL description language and their comparative analysis by such criteria as the signal processing speed, the area occupied by the crystal, the maximum clock frequency, etc., as well as the development practical recommendations on their use are their fields of interest. Programming of FPGAs selected as the hardware implementation of the simulated spectrum analysis algorithms for the digital devices was carried out in the Xilinx ISE WebPACK 14.3 environment in Verilog HDL hardware description language using the ModelSim Xilinx edition (MXE III) digital circuit modeling system. As methods of spectral analysis, algorithms of FFT on base 2, Cooley – Tukey, Hood – Thomas and Rader's were tested.

References

1. Blahut R. E., Fast Algorithms for Digital Signal Processing, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1985 (Russ. ed.: Bystrye algoritmy tsifrovoi obrabotki signalov. Moscow, Mir Publ., 1989, 451 p.).

2. Galanina N.A. Sintez funktsional'nykh modulei BPF v SOK [Synthesis of functional FFT modules in RNS]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2005, no. 2, pp. 124–127.

3. Galanina N.A., Dmitriev D.D. Sintez BPF na PLIS s primeneniem sistemy ostatochnykh klassov [Synthesis of FFT on FPGA using a system of residual classes]. *Programmnye sistemy i vychislitel'nye metody*, 2013, no. 1, pp. 129–133.

4. Galanina N.A., Ivanova N.N., Ivanov A.A. Realizatsiya blokov shifratsii i deshifratsii v nepozitsionnykh ustroystvakh TsOS [Implementation of encryption and decryption units in non-position DSP devices]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2007, no. 2, pp. 209–216.

5. Galanina N.A., Pesoshin V.A., Ivanova N.N. Razrabotka ustroystv tsifrovoi fil'tratsii i spektral'nogo analiza s indeksirovaniem dannykh v sisteme ostatochnykh klassov [Development of

devices of digital filtration and spectral analysis with the index of the data in residue number system]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2014, no. 2, pp. 93–97.

6. McClellan J.H., Rader C.M. Number theory in digital signal processing. Englewood Cliffs, New Jersey, 1979 (Russ. ed.: *Primenenie teorii chisel v tsifrovoi obrabotke signalov*. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1983, 263 p.).

7. Nussbaumer H.J. Fast Fourier Transform and Convolution Algorithms. Springer, 1982, 286 p. (Russ. ed.: *Bystroe preobrazovanie Fur'e i algoritmy vychisleniya svertok*. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1985, 248 p.).

8. Rabiner L.R., Gold B. Theory and application of digital signal processing. Prentice-Hall Inc, 1975, 772 p. (Russ. ed.: *Teoriya i primeneniye tsifrovoi obrabotki signalov*. Moscow, Mir Publ., 1978, 848 p.).

GALANINA NATALIYA – Doctor of Technical Sciences, Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (galaninacheb@mail.ru).

IVANOVA NADEZHDA – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (naadeezdaa@rambler.ru).

Формат цитирования: *Галанина Н.А., Иванова Н.Н.* Вычислительные аспекты быстрого преобразования Фурье и вопросы его реализации на ПЛИС // *Вестник Чувашского университета*. – 2018. – № 3. – С. 172–181.

УДК 004.421.2:517.443

ББК 3811.3:В161.911

Н.Н. ИВАНОВА, Н.А. ГАЛАНИНА, Д.В. МОИСЕЕВ

**ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМА БПФ
НА ПЛИС ТИПА FPGA***

Ключевые слова: быстрое преобразование Фурье (БПФ), конвейерная архитектура, БПФ по основанию 2^2 , программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС), ПЛИС типа FPGA.

Быстрое преобразование Фурье (БПФ) является одним из часто используемых алгоритмов в цифровой обработке сигналов. В статье описываются алгоритм БПФ по основанию 2^2 (БПФ- 2^2) и его реализация в виде одноканального конвейерного процессора с обратной связью. Данная архитектура БПФ имеет такую же мультипликативную сложность, как и БПФ по основанию 4, но сохраняет простую структуру так называемой «бабочки» БПФ по основанию 2. Реализация была выполнена на ПЛИС типа FPGA, поскольку они могут обеспечить более высокую вычислительную скорость, чем цифровые сигнальные процессоры. Процессор БПФ по основанию 2^2 был разработан с использованием языка описания аппаратных средств VHDL на Xilinx XC6VLX75T. Моделирование показало, что частота разработанного процессора равна 465 МГц, а время выполнения 256-точечного алгоритма БПФ – 0,113 мс. Полученные результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях при выборе оптимального варианта реализации алгоритма БПФ.

Быстрое преобразование Фурье (БПФ) используется во многих областях науки и техники [1, 6, 8, 9, 12]. При этом одним из наиболее важных его применений можно считать цифровую обработку сигналов (ЦОС), осуществляемую в режиме реального времени [2, 3, 7]. В ЦОС данное преобразование позволяет перейти от вычислений во временном пространстве к вычислениям в частотном пространстве, благодаря чему для выполнения фильтрации сигналов и получения оценки степени их корреляция необходимо произвести наименьшее количество операций.

При выборе способа реализации алгоритма БПФ необходимо учитывать такие критерии, как скорость и точность выполнения преобразования, сложность его аппаратной реализации и т.д. При этом для систем реального времени скорость выполнения заданного алгоритма, очевидно, является одним из приоритетных критериев.

В настоящее время известны несколько способов аппаратной реализации БПФ. Ниже перечислим некоторые из них:

1) архитектура, в которой используется один блок памяти (процессор соединен с единственным блоком памяти двунаправленной шиной, на каждом этапе обработки сигнала происходит обмен данными между процессором и памятью);

2) архитектура, в которой используются два блока памяти (обе памяти соединены с процессором двумя отдельными двунаправленными шинами

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Кабинета министров Чувашской Республики в рамках научного проекта № 17-47-210790 p_a.

данных; данные передаются от одной памяти до другой через процессор и наоборот, пока преобразование не будет полностью завершено);

3) архитектура на основе кэш-памяти (основана на архитектуре с одной памятью, в отличие от которой между блоком памяти и процессором имеется блок кэш-памяти, используемый для увеличения скорости доступа к памяти и сокращения потребляемой мощности);

4) конвейерная архитектура (характеризуются непрерывной обработкой информации в реальном времени, низким энергопотреблением, что делает ее пригодной для большинства применений) [10, 11].

Конвейерные БПФ процессоры – это специфический класс процессоров для вычисления дискретного преобразования Фурье (ДПФ), который основан на использовании алгоритма Кули – Тьюки. Существует множество различных архитектур построения конвейерных процессоров БПФ, которые отличаются структурой так называемых «бабочек» [3], а также наличием или отсутствием обратных связей.

Алгоритм Кули – Тьюки позволяет эффективным образом организовать вычисления ДПФ, когда N является степенью 2 [5]. А БПФ по основанию 2 имеет самую простую базовую операцию «бабочка». Поэтому алгоритм БПФ по основанию 2^2 интересен для реализации.

Если для реализации алгоритмов БПФ рассматривать такие устройства, как DSP и ПЛИС, то следует отметить следующее: несмотря на то, что первые ориентированы именно на быстрое выполнение алгоритмов ЦОС, они значительно уступают вторым по производительности для решения класса задач, в которых требуется параллельная и многопоточная обработка данных [4]. Это вызвано тем, что DSP имеют ограничение на количество одновременно обрабатываемых потоков данных [11], что, очевидно, негативно сказывается на скорости выполнения заданного алгоритма обработки сигналов.

Современные ПЛИС используют десятки тысяч списков и триггеров, позволяющих реализовывать параллельную обработку данных и тем самым существенно сократить скорость вычислений.

На сегодняшний момент наиболее популярными архитектурами ПЛИС являются CPLD (Complex Programmable Logic Device) и FPGA (Field-Programmable Gate Array).

Основой архитектуры CPLD являются крупные логические блоки (микроблоки), в которой реализованы логические соединения вентилях или более сложные логические операции. В CPLD имеется большое количество логических вентилях (от нескольких тысяч до десятков тысяч), что позволяет реализовать достаточно сложные устройства ЦОС.

Архитектура FPGA базируется на вентилях матрицах (Look-up tables – LUTs). Количество вентилях в современных FPGA может достигать нескольких миллионов. При этом на FPGA возможно программирование более гибкой и сложной логики, чем реализация простейших выражений, вплоть до реализации элементов ЦОС, цифровых фильтров, процессоров общего назначения. Возможности блоков ввода-вывода у ПЛИС FPGA существенно выше

таковых у ПЛИС CPLD, что позволяет подключать к FPGA устройства с самыми разнообразными цифровыми электрическими стандартами [15].

В статье представлена реализация конвейерного алгоритма БПФ по основанию 2^2 на ПЛИС FPGA.

Алгоритм БПФ по основанию 2^2 (БПФ- 2^2). Известно, что для вычисления N -точечного дискретного преобразования Фурье (ДПФ) последовательности $x(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ используется формула

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, \quad (1)$$

где $W_N = \exp\left(\frac{-j2\pi}{N}\right)$ – весовые функции (или поворотные коэффициенты);

$$j = \sqrt{-1}.$$

Из (1) после декомпозиции входного сигнала [13]

$$n = \left\langle \frac{N}{2}n_1 + \frac{N}{4}n_2 + n_3 \right\rangle_N, \quad k = \langle k_1 + 2k_2 + 4k_3 \rangle_N,$$

получаем

$$X(k_1 + 2k_2 + 4k_3) = \sum_{n_3=0}^{\frac{N}{4}-1} \left[H(k_1, k_2, n_3) W_N^{n_3(k_1+2k_2)} \right] W_{\frac{N}{4}}^{n_3 k_3},$$

где

$$H(k_1, k_2, n_3) = \left[x(n_3) + (-1)^{k_1} x\left(n_3 + \frac{N}{2}\right) \right] + (-j)^{(k_1+2k_2)} \left[x\left(n_3 + \frac{N}{4}\right) + (-1)^{k_1} x\left(n_3 + \frac{3N}{4}\right) \right]. \quad (2)$$

В результате декомпозиции сигнала N -точечный ДПФ (1) заменяется суммой четырех $N/4$ -точечных ДПФ.

Каждое слагаемое в уравнении (2) представляет собой алгоритм БПФ по основанию 2 (БПФ- 2_1), сумма этих слагаемых – алгоритм БПФ по основанию 2 с тривиальным умножением на $-j$ (БПФ- 2^2).

На рис. 1 показан пример 16-точечного алгоритма БПФ- 2^2 с прореживанием по частоте. Результаты, полученные после выполнения алгоритмов БПФ- 2_1 и БПФ- 2_2 первого этапа, умножаются на поворотные коэффициенты $W^{n_3(k_1+k_2)}$ (в блоке $У_{ПК}$). На рис. 2 показана схема N -точечного процессора БПФ- 2^2 .

Для выполнения каждого i -го этапа алгоритма БПФ в схеме используются следующие блоки: БПФ- 2_1 , БПФ- 2_2 , задержки обратной связи, ПЗУ, умножителей на поворотные коэффициенты. Контроллер используется для управления процессором. Структура блоков схемы для выполнения последнего этапа БПФ ($i = \log_2 N - 1$) зависит от размерности БПФ: если $N = 2$, то блок БПФ- 2_2 отсутствует, данные обрабатываются только в блоке БПФ- 2_1 , если же $N = 4$, то данные обрабатываются в обоих блоках – БПФ- 2_1 и БПФ- 2_2 .

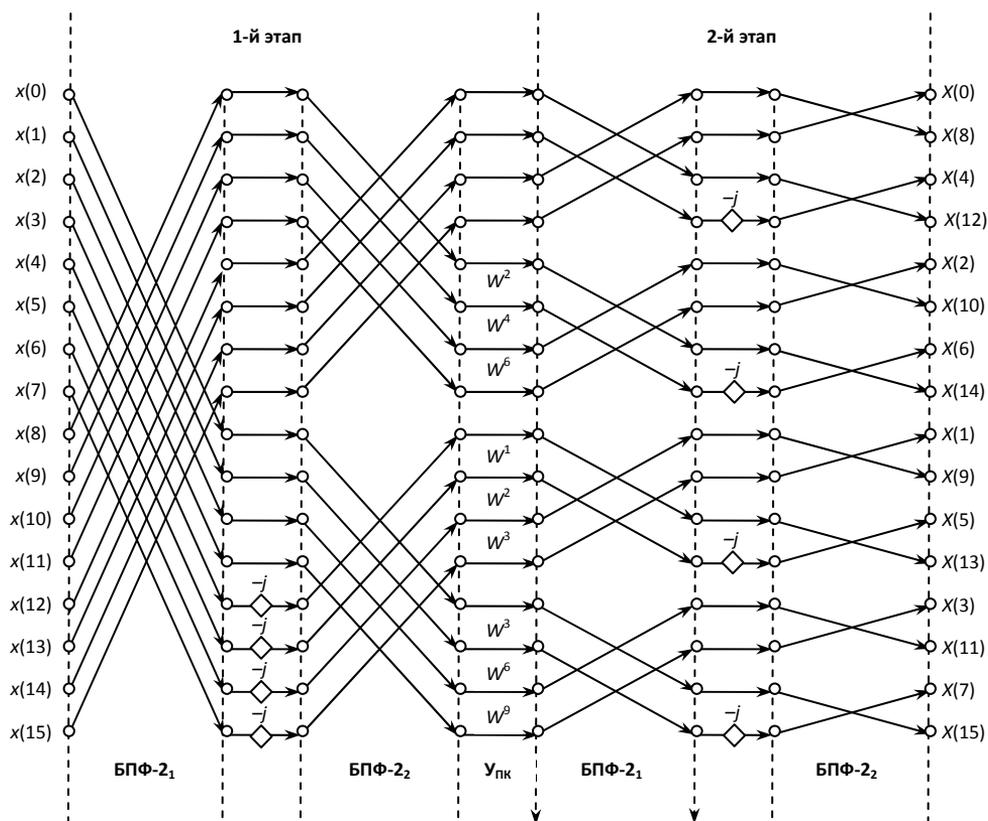


Рис. 1. Схема 16-точечного алгоритма БПФ-2² с прореживанием по частоте

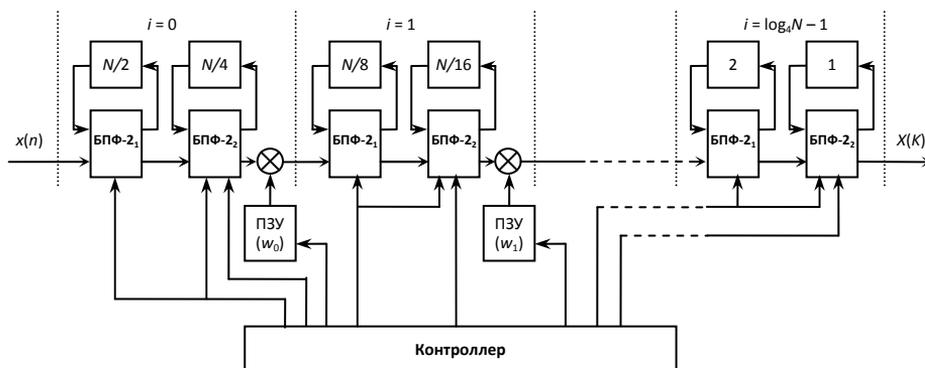


Рис. 2. Схема N -точечного процессора БПФ Radix-2²

Реализация алгоритма БПФ-2² на ПЛИС типа FPGA. При выборе конкретной микросхемы ПЛИС для реализации заданного конвейерного алгоритма БПФ необходимо учитывать все используемые им элементы: сложные умножители и сумматоры (вычитатели) для блоков БПФ-2₁ и БПФ-2₂, регистры и память для осуществления обратной связи и конвейерной обработки, ПЗУ для хранения поворотного коэффициента и блока управления.

Схема блока БПФ-2₁ показана на рис. 3. Входные сигналы $Re A$ и $Im A$ (соответствующие мнимой и действительной частям комплексного числа A) поступают от блока $У_{ПК}$ предыдущего этапа. Выходные сигналы $Re B$ и $Im B$ подаются на вход блоков следующего этапа, обычно это блоки БПФ-2₂. Сначала (первые $N/2i + 1$ цикл) мультиплексоры направляют входные данные в регистры обратной связи до их заполнения (позиция «0»). Затем мультиплексоры выбирают вывод сумматоров/вычитателей (позиция «1»), и с помощью алгоритма «бабочка» вычисляется двухточечный ДПФ для входящих данных и данных, сохраненных в регистрах обратной связи.

Схема блока БПФ-2₂ показана на рис. 4. На вход B поступает сигнал из предыдущего блока БПФ-2₁. Полученные сигналы, сигналы с выхода Z , подаются на вход следующего блока, обычно это блок $У_{ПК}$, выполняющий умножение на поворотные коэффициенты. Здесь так же, как и в блоке БПФ-2₁, мультиплексоры сначала направляют входные данные в регистры обратной связи до их заполнения (позиция «0»), затем выбирают вывод сумматоров/вычитателей (позиция «1»), после чего вычисляется двухточечный ДПФ.

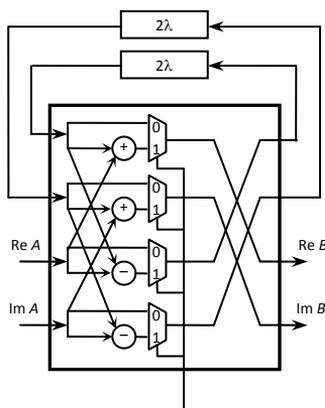
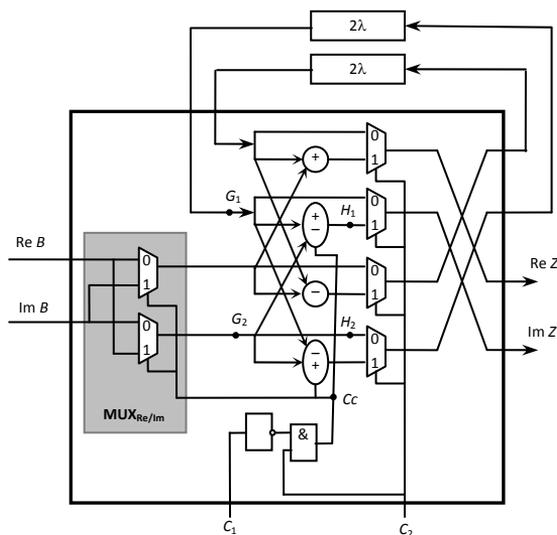
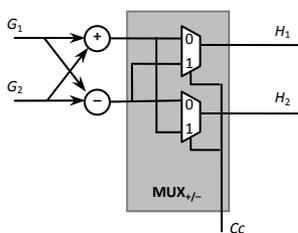
Рис. 3. Схема блока БПФ-2₁Рис. 4. Схема блока БПФ-2₂

Рис. 5. Схема замены знака

Замена вещественных данных на мнимые выполняется мультиплексорами $MUX_{Re/Im}$ (см. выделенный фоном блок на рис. 3), а инверсия знака, переключающая операцию сложения на вычитание, – мультиплексорами $MUX_{+/-}$ (рис. 5). Когда возникает потребность в умножении на $-j$, все мультиплексоры переключаются в положение «1», реальные данные заменяются мнимыми, а вместо операции сложения выполняется вычитание.

Из-за постоянного выполнения операций сложения/вычитания размерность обрабатываемых данных постоянно растет. Для ограничения динамического диапазона переменных до определенного значения данные масштабируются. При этом если масштабирующий коэффициент выбран недостаточным, то значения обрабатываемых данных могут выходить за пределы динамического диапазона и вызывать переполнение данных. Для уменьшения ошибок масштабирования используется округление данных.

Для реализации схемы $Y_{ПК}$, в которой производится умножение данных $(Z_r + jZ_i)$, полученных на выходе блоков БПФ₂, на поворотные коэффициенты $(c + js)$

$$(Z_r + jZ_i) \cdot (c + js) = (Z_r \cdot c - Z_i \cdot s) + j(Z_i \cdot c - Z_r \cdot s),$$

необходимы четыре умножителя, один сумматор и один вычитатель.

Генератор поворотных коэффициентов является основным компонентом вычисления БПФ. Существует много известных методов для генерации этих коэффициентов. При небольшой длине данных (диапазон $N = 64-512$) лучше использовать схемы на основе ПЗУ.

В нашем исследовании поворотные коэффициенты были сгенерированы в приложении MatLab и затем сохранены в ПЗУ.

Поворотные коэффициента i -го этапа, где $i = 0, 1, \dots, (\log_4 N) - 2$, определяются из следующего выражения:

$$W_i = \left(\exp\left(\frac{-j2\pi v}{N}\right) \right), x = 0, 1, \dots, N/2^{2i},$$

где

$$v = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq \frac{N}{2^{2+2i}}; \\ 2^{2+2i} \left(x - \frac{N}{2^{2+2i}} \right), & \frac{N}{2^{2+2i}} \leq x < \frac{2N}{2^{2+2i}}; \\ 2^{2i} \left(x - \frac{2N}{2^{2+2i}} \right), & \frac{2N}{2^{2+2i}} \leq x < \frac{3N}{2^{2+2i}}; \\ 3 \cdot 2^{2i} \left(x - \frac{3N}{2^{2+2i}} \right), & \frac{3N}{2^{2+2i}} \leq x < \frac{4N}{2^{2+2i}}. \end{cases}$$

Обратная связь используется для задержки отчетов сигнала, поступающих на первый вход блоков БПФ-2₁ и БПФ-2₂, до тех пор, пока на второй вход этих блоков не поступит необходимый отчет сигнала, после этого расчеты «бабочек» начнут выполняться.

Задержка обратной связи на i -й стадии определяется по формуле

$$\lambda = \frac{N}{2^{2(1+i)}}.$$

Контроллер управляет работой «бабочек». Он также используется как адрес ПЗУ при выборе поворотного коэффициента для определенного этапа БПФ.

В качестве инструмента, реализующего цифровой сигнальный процессор, рассмотрим шаблон модуля DSP48E1, представленный инструментом Xilinx CORE Generator, подходящим для определенных FPGA, в том числе и для Virtex-6. С помощью данного модуля можно реализовать сумматоры, вычитатели, блоки управления и умножения на поворотные коэффициенты. Virtex-6 оптимизирован для выполнения быстродействующих логических операций, обработки данных специального назначения, высокопроизводительной ЦОС, быстродействующих конвейерных интерфейсов, высокоскоростных систем передачи данных [14].

Для представления сигнала в цифровой форме был использован дополнительный код, который позволяет заменить операцию вычитания на операцию сложения и сделать их одинаковыми для знаковых и беззнаковых чисел, что упрощает архитектуру устройства.

Для выбора оптимальной длины обрабатываемой последовательности рассмотрим, как влияет ее длина на отношение сигнал/шум. На рис. 6 показана зависимость отношения сигнал/шум (дБ) от длины обрабатываемой последовательности (бит) 256-точечного БПФ. Характеристикам DSP48E1 соответствует длина последовательности, равная 16 битам.

Далее рассмотрим, как влияет размерность поворотного коэффициента (бит) на отношение сигнал/шум (рис. 7). Как видно из данного рисунка, отношение сигнал/шум остается постоянным (равным 46 дБ), начиная с размерности поворотного коэффициента, равного 12 битам.



Рис. 7. Отношение сигнал/шум для БПФ ($N = 256$, без учета эффекта квантования поворотных коэффициентов)

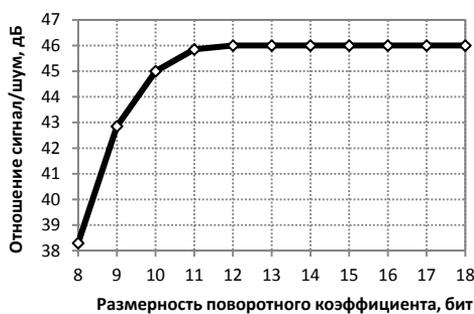


Рис. 8. Отношение сигнал/шум для разных размерностей поворотного коэффициента

Размерность поворотного коэффициента была выбрана равной 11 битам, чтобы гарантировать отношение сигнал/шум менее 46 дБ.

Процессор БПФ был описан на языке VHDL как арифметика с фиксированной запятой и синтезирован с помощью инструмента XST в Xilinx ISE версии 10.1 на чипе FPGA Xilinx XC6VLX75T. В качестве средства моделирования устройства была выбрана система ModelSim Xilinx Edition (MXE III).

Результаты моделирования следующие: максимальная рабочая частота процессора БПФ получилась равной 465 МГц (это обеспечивает время выполнения 256 комплексных преобразований точек данных за 0,113 мс).

Выводы. 1. Разработана схема устройства БПФ по основанию 2^2 , подробно описаны все ее блоки.

2. В качестве инструмента, реализующего цифровой сигнальный процессор, был рассмотрен шаблонный модуль DSP48E1 Xilinx CORE Generator, подходящий для FPGA Virtex-6.

3. Для обеспечения отношения сигнал/шум, соответствующего DSP48E1, были выбраны размерности входной последовательности (12 бит) и поворотных коэффициентов (11 бит).

4. Были получены следующие результаты моделирования процессора БПФ на чипе FPGA Xilinx XC6VLX75T в системе ModelSim Xilinx Edition (MXE III): максимальная рабочая частота процессора – 465 МГц (это обеспечивает время выполнения 256 комплексных преобразований точек данных за 0,113 мс).

5. Полученные результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях при выборе оптимального варианта реализации алгоритма БПФ.

Литература

1. Бахмутский М.Л., Романцева Л.Ф. Алгоритм БПФ и повышение устойчивости явных разностных схем для уравнения теплопроводности // Стратегия развития геологического исследования недр: настоящее и будущее (к 100-летию МГРИ-РГГРУ): материалы Междунар. науч.-практ. конф.: в 7 т. / Российский гос. геологоразведочный ун-т имени Серго Орджоникидзе (МГРИ-РГГРУ). М., 2018. С. 89–90.

2. Выдрин Д.Ф., Абзалилова Ю.Р., Вдовин А.К. Быстрое преобразование Фурье в цифровой обработке сигналов // Теория и практика современной науки. 2017. № 2(20). С. 161–163.

3. Галанина Н.А. Методы и вычислительные устройства цифровой обработки сигналов в системе остаточных классов: дис. ... д-ра техн. наук. Казань, 2010. 268 с.

4. Галанина Н.А., Ефимов А.Д. Моделирование оптимальных алгоритмов быстрого преобразования Фурье и их сравнительный анализ // Вестник Чувашского университета. 2009. № 2. С. 200–209.

5. Гасилин Д.В., Котельников В.Г. Реализация алгоритма Radix-2(k) для быстрого преобразования Фурье с прореживанием по частоте на ПЛИС // Достижения науки и образования. 2018. № 7(29). URL: <https://scientifictext.ru/images/PDF/2018/DNO-7-29/realizatsiya-algoritma-radix.pdf>.

6. Губанова Э.Р., Шемахин А.Ю., Желтухин В.С. Расчет ряда характеристик ВЧЕ-разряда пониженного давления в одномерном приближении с помощью метода БПФ // Крымская осенняя математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам (КРОМШ-2017): сб. материалов Междунар. конф. Симферополь, 2017. С. 39–40.

7. Колегов Н.Е., Жукова И.Н., Быстров Н.Е. Корреляционно-фильтровая обработка амплитудно-фазоманипулированных сигналов с использованием алгоритма полифазного БПФ // Наука в России: перспективные исследования и разработки: сб. материалов I Всерос. науч.-практ. конф. Новосибирск: ООО «Центр развития научного сотрудничества», 2017. С. 146–152.

8. Орехова Л.Г., Денисов О.В., Нафиков Т.А. Мониторинг нарушений работы ШСНУ путем анализа динамограмм методом БПФ // Достижения, проблемы и перспективы развития нефтегазовой отрасли: материалы Междунар. науч.-практ. конф., посвященной 60-летию высшего нефтегазового образования в Республике Татарстан / Альметьевский государственный нефтяной институт. Альметьевск, 2016. С. 207–209.

9. Петров А.С. Применение итерационного метода БПФ для синтеза диаграмм направленности линейных и планарных антенных решеток // Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации: материалы 10-й Междунар. науч.-техн. конф. / Российское НТОРЭС им. А.С. Попова. Суздаль, 2017. С. 101–103.

10. Птичкин Е.А., Рассветалов Л.А. Исследование путей реализации алгоритма поточного БПФ // Вестник Новгородского государственного университета. 2003. № 23. С. 70–74.

11. Чкан А.В. Методы и средства создания параллельно-конвейерных программ с масштабируемой разрядностью для решения задач цифровой обработки сигналов на реконфигурируемых вычислительных системах: дис. ... канд. техн. наук. Таганрог, 2016.

12. Янина Д.А., Сержантова Н.А. Особенности автоматизированного анализа электрокардиограммы // Научный альманах. 2016. № 3-3(17). С. 362–365.

13. He Shousheng, Torkelson M. A new approach to pipeline FFT processor. Proc. of IPPS, 1996, pp. 766-770. DOI: 10.1109/IPPS.1996.508145.
14. Virtex-6 // XILINX: сайт. URL: <http://fpga.su/virtex-6>.
15. Xiujie Qu, Cuimei Ma, Shixin Zhang, Sitong Lian. High Real-Time Design of Digital Pulse Compression Based on FPGA. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, vol. 2015. <http://dx.doi.org/10.1155/2015/792862>.

ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (naadeezdaa@ Rambler.ru).

ГАЛАНИНА НАТАЛИЯ АНДРЕЕВНА – доктор технических наук, профессор кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (galaninacheb@mail.ru).

МОИСЕЕВ ДЕНИС ВЛАДИМИРОВИЧ – аспирант кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (dmsmv@gmail.com).

N. IVANOVA, N. GALANINA, D. MOISEEV

FFT ALGORITHM REALIZATION FEATURES ON FPGA

Key words: Fast Fourier Transform (FFT), pipeline architecture, FFT base 2^2 , FPGA.

Fast Fourier Transform (FFT) is one of the most commonly used algorithms in digital signal processing. The article describes the FFT algorithm for base 2^2 (FFT- 2^2) and its implementation in the form of a single-channel pipeline processor with feedback. This FFT architecture has the same multiplicative complexity as the FFT on the base 4, but retains a simple structure, the so-called "butterfly", FFT on the base 2. The implementation was performed on FPGA because they can provide higher computational speed, than digital signal processors. The base FFT- 2^2 was developed using the VHDL hardware description language on the Xilinx XC6VLX75T. The simulation showed that the frequency of the developed processor is 465 MHz, and the execution time of the 256-point FFT algorithm is 0,113 ms. The obtained results can be used in further studies when choosing the optimal implementation of the FFT algorithm.

References

1. Bakhmutskii M.L., Romantseva L.F. *Algoritm BPF i povyschenie ustoychivosti vavnykh raznostnykh skhem dlya uravneniya teploprovodnosti* [FFT algorithm and increase in the stability of explicit difference schemes for the heat equation]. *Strategiya razvitiya geologicheskogo issledovaniya nedr: nastoyashchee i budushchee (k 100-letiyu MGRI-RGGRU): materialy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.: v 7 t.* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Strategy for the development of geological subsoil research: the present and the future»]. Moscow, 2018, pp. 89–90.
2. Vydrin D.F., Abzalilova Yu.R., Vdovin A.K. *Bystroe preobrazovanie Fur'e v tsifrovoi obrabotke signalov* [Fast Fourier Transformation at Digital Signal Processing]. *Teoriya i praktika sovremennoi nauki*, 2017, no. 2(20), pp. 161–163.
3. Galanina N.A. *Metody i vychislitel'nye ustroystva tsifrovoi obrabotki signalov v sisteme ostatochmykh klassov: dis. ... d-ra tekhn. nauk* [Methods and computing devices of digital signal processing in the system of residual classes. Doct. Diss.]. Kazan, 2010, 268 p.
4. Galanina N.A., Efimov A.D. *Modelirovanie optimal'nykh algoritmov bystrogo preobrazovaniya Fur'e i ikh sravnitel'nyi analiz* [Optimum fft algorithms modeling and their comparative analysis]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2009, no. 2, pp. 200–209.
5. Gasilin D.V., Kotelnikov V.G. *Realizatsiya algoritma Radix-2(k) dlya bystrogo preobrazovaniya Fur'e s prorezhivaniem po chastote na PLIS* [Realization of the Radix-2 (k) algorithm for fast Fourier transform with frequency-thinning on the FPGA]. *Dostizheniya nauki i obrazovaniya*, 2018, no. 7(29). Available at: <https://scientifictext.ru/images/PDF/2018/DNO-7-29/realizatsiya-algoritma-radix.pdf>.
6. Gubanova E.R., Shemakhin A.Yu., Zheltukhin V.S. *Raschet ryada kharakteristik VChE-razryada ponizhennogo davleniya v odnomernom priblizhenii s pomoshch'yu metoda BPF* [Calcula-

tion of a number of characteristics of a high-frequency capacitive discharge of a reduced pressure in the one-dimensional approximation using the FFT method]. *Krymskaya osennyaya matematicheskaya shkola-simpozium po spektral'nykh i evolyutsionnym zadacham (KROMSh-2017): sb. materialov Mezhdunar. konf.* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Krymskaya Autumn Mathematical School-Symposium on Spectral and Evolutionary Problems (KROMSh-2017)»]. Simferopol, 2017, pp. 39–40.

7. Kolegov N.E., Zhukova I.N., Bystrov N.E. *Korrelyatsionno-fil'trovaya obrabotka amplitudno-fazomanipulirovannykh signalov s ispol'zovaniem algoritma polifaznogo BPF* [Correlation-filter processing of amplitude-phase-shifted signals using the polyphase FFT algorithm]. *Nauka v Rossii: perspektivnye issledovaniya i razrabotki: sb. materialov I Vseros. nauch.-prakt. konf.* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Science in Russia: Perspective Research and Development»]. Novosibirsk, 2017, pp. 146–152.

8. Orekhova L.G., Denisov O.V., Nafikov T.A. *Monitoring narushenii raboty ShSNU putem analiza dinamogramm metodom BPF* [Monitoring of disturbances in the work of the LSNU by the analysis of dynamometers using the FFT method]. *Dostizheniya, problemy i perspektivy razvitiya neftegazovoi otrasli: materialy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., posvyashchennoi 60-letiyu vysshego neftegazovogo obrazovaniya v Respublike Tatarstan* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Developments, problems and prospects for the development of the oil and gas industry»]. Almet'evsk, 2016, pp. 207–209.

9. Petrov A.S. *Primenenie iteratsionnogo metoda BPF dlya sinteza diagramm napravlenosti lineinykh i planarnykh antenykh reshetok* [Iterative fast fourier transform method employing for the synthesis of periodic linear and planar arrays]. *Akustoopticheskie i radiolokatsionnye metody izmerenii i obrabotki informatsii: materialy 10-i Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 10th Int. Sci. Conf. «Acoustooptical and radar methods for measuring and processing information»]. Suzdal, 2017, pp. 101–103.

10. Ptichkin E.A., Rassvetalov L.A. *Issledovanie putei realizatsii algoritma potochnogo BPF* [Investigation of ways to implement the flow FFT algorithm]. *Vestnik Novgorodskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2003, no. 23, pp. 70–74.

11. Chkan A.V. *Metody i sredstva sozdaniya parallel'no-konveirnykh programm s masshtabiruemoi razryadnost'yu dlya resheniya zadach tsifrovoi obrabotki signalov na rekonfiguriruemyykh vychislitel'nykh sistemakh: dis. ... kand. tekhn. nauk* [Methods and tools for creating parallel-conveyor programs with scalable bit capacity for solving digital signal processing problems on reconfigurable computing systems. Doct. Diss.]. Taganrog, 2016.

12. Yanina D.A., Serzhantova N.A. *Osobennosti avtomatizirovannogo analiza elektrokardiogrammy* [Features automatic analysis of the electrocardiogram]. *Nauchnyi al'manakh*, 2016, no. 3-3(17), pp. 362–365.

13. He Shousheng, Torkelson M. A new approach to pipeline FFT processor. *Proc. of IPSS*, 1996, pp. 766–770. DOI: 10.1109/IPSS.1996.508145.

14. Virtex-6. Available at: <http://fpga.su/virtex-6>.

15. Xiujie Qu, Cuimei Ma, Shixin Zhang, Sitong Lian. High Real-Time Design of Digital Pulse Compression Based on FPGA. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, vol. 2015. Available at: <http://dx.doi.org/10.1155/2015/792862>.

IVANOVA NADEZHDA – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (naadeezdaa@rambler.ru).

GALANINA NATALIYA – Doctor of Technical Sciences, Professor, Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (galaninacheb@mail.ru).

MOISEEV DENIS – Post-Graduate Student of Information Systems Math and Hardware Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (dnsmsv@gmail.com).

Формат цитирования: Иванова Н.Н., Галанина Н.А., Моисеев Д.В. Особенности реализации алгоритма БПФ на ПЛИС типа FPGA // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 182–191.

УДК [336.761:005.334]:510.67

ББК У26-971в63

Т.В. ИШМУРАТОВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТЕРЬ В СЛУЧАЕ НАСТУПЛЕНИЯ ДЕФолТА НА УРОВНЕ КРЕДИТНОГО ОБЯЗАТЕЛЬСТВА

Ключевые слова: Базель II, скоринг, потери в случае наступления дефолта на уровне кредитного обязательства, линейная регрессия, бета-регрессия, бета-трансформация, бинарная трансформация.

Рассматриваются различные модели оценки потерь в случае наступления дефолта на уровне кредитного обязательства (Account level LGD (Loss Given Default)) по портфелю необеспеченных кредитов, такие как линейная регрессия, бета-регрессия, бета-трансформация, линейная трансформация. Результаты моделирования представлены наглядно на графиках. Описаны характеристики кредитного обязательства, которые были проанализированы на предмет включения в модель. Вводится понятие периода возврата для кредитов, находящихся в состоянии дефолта. Приведена схема создания выборки данных для построения моделей LGD. Обсуждаются проблемы моделирования бимодального распределения LGD. В статье представлены способы оценки предсказательной силы моделей, получены формулы для KS и Gini для показателя LGD. Выявлены преимущества и недостатки каждой из рассмотренных моделей. Приведенные алгоритмы построения указанных моделей могут применяться в практике рискованных подразделений кредитных организаций.

В России с недавнего времени началось активное продвижение стандартов «Базель II» и «Базель III» для качественного управления кредитным риском. С 1 октября 2015 г. Центральный банк РФ ввел дополнительные нормативы достаточности базового и основного капитала российских банков в рамках требований «Базель III» [2].

При использовании усовершенствованных методов одной из важных компонент оценки капитала, согласно Basel II, является величина LGD – потери кредитной организации (КО) в случае наступления события дефолта по кредитному обязательству¹[4]. Методологически корректный и прозрачный расчет показателя LGD является важной ступенькой перехода КО на усовершенствованный подход расчета величины экономического капитала, поэтому точному расчету показателя LGD уделяется особенно большое внимание.

В настоящее время методология Базель требует проводить оценку величины LGD на уровне всего портфеля однородных ссуд (ПОС) [3]. Поэтому значительное число работ и методик посвящено именно оценке LGD на уровне всего портфеля кредитов физических лиц. Тем не менее оценки на уровне кредитных обязательств являются более точными и могут быть агрегированы в единый для всего портфеля показатель. Кроме того, оценка показателя LGD на уровне кредита может быть также использована в таких направлениях банковской деятельности, как коллекторская деятельность и ценообразование на уровне кредита.

¹ О порядке формирования кредитными организациями резервов на возможные потери по ссудам, по ссудной и приравненной к ней задолженности: Положение Центрального банка РФ от 26.03.2004 № 254-П (в ред. от 02.02.2009) // Гарант.ру: инфом.-правовой портал. URL: <http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71621612>.

Согласно [1], потери в случае наступления дефолта по кредиту рассчитываются как отношение потерь по кредиту вследствие наступления события дефолта к сумме обязательств на момент дефолта.

Расчет LGD по кредиту проводится по следующей формуле:

$$LGD(a) = 1 - \frac{\sum_i \frac{C_{t_i}(a)}{(1+r)^t}}{EAD(a)},$$

где $LGD(a)$ – реализованные потери (LGD) по данному дефолтному кредиту a ; $EAD(a)$ – сумма долга в момент дефолта по данному дефолтному кредиту a ; $C_{t_i}(a)$ – сумма возврата по данному дефолтному кредиту a в течение периода t_i , уменьшенная на расходы, связанные с работой по возврату долга по данному кредиту; r – ставка дисконтирования; i – номер отчетной даты.

Целью работы является разработка методов оценки LGD на уровне кредитного обязательства клиента как для только выданных кредитов, так и для кредитов, находящихся в состоянии дефолта, а также исследование применимости разработанной методики к портфелю необеспеченных кредитных обязательств.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- описание методов оценки LGD по розничным ПОС;
- разработка алгоритма оценки показателя LGD на уровне кредитного обязательства;
- исследование применимости описанного алгоритма к оценке показателя LGD;
- адаптация методов построения моделей оценки PD к моделям оценки LGD;
- тестирование параметрических моделей оценки LGD на уровне кредитного обязательства по портфелю необеспеченных ссуд;
- вычисление и анализ характеристик кредитного обязательства, наиболее влияющих на показатель LGD кредита;
- построение и валидация финальной модели оценки LGD по необеспеченным кредитным обязательствам, находящимся в состоянии дефолта.

Алгоритм построения модели LGD:

- подготовка данных (исследование качества всех доступных данных, вычисление новых переменных);
- создание выборки данных для разработки (выбор репрезентативного периода, сегментация выборки);
- анализ переменных на предмет включения в модель;
- корреляционный анализ;
- построение модели;
- валидация модели.

Для построения моделей был подготовлен набор данных, содержащий последний срез портфеля с дефолтными кредитами, по которым есть, как минимум, 36 месяцев с даты попадания в дефолт. Размер выборки составил 38 933 кредита (рис. 1). 80% выборки данных использовалось для разработки модели и 20% для валидации.

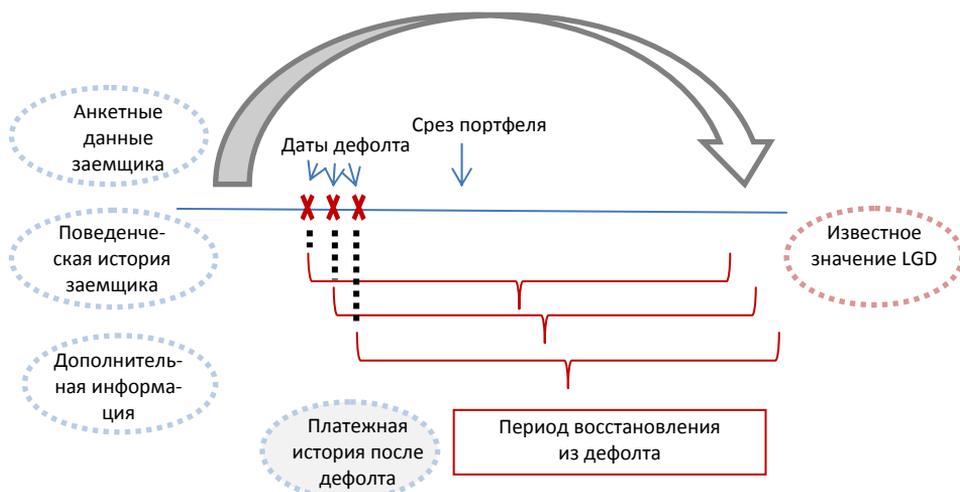


Рис. 1. Создание выборки данных для разработки модели

Период возврата долга по кредиту-дефолту считался законченным, если выполнены следующие условия:

- прошло 36 месяцев с даты, когда кредит выпал в дефолт;
- кредит был продан или списан;
- кредит вышел из состояния дефолта.

Если кредит вышел из состояния дефолта, то мы считаем, что потерями по данному кредиту являются только затраты банка на выведения данного кредита из состояния дефолта.

Показатель LGD выборки имеет бимодальное распределение с большой концентрацией потерь (~50%) в граничных значениях распределения (рис. 2).

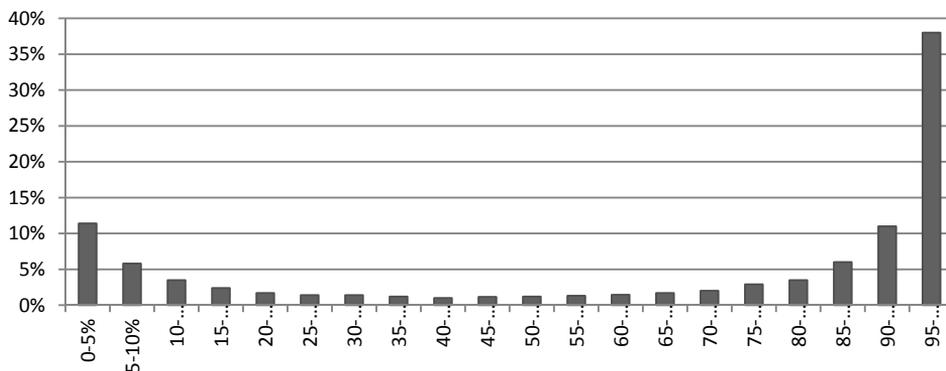


Рис. 2. Распределение LGD по дефолтным кредитам

Для построения модели были проанализированы все доступные данные по потребительским кредитам банка (данные по заявкам и поведенческие данные по кредитам). На предмет включения в модель была рассмотрена следующая информация.

Социально-демографическая информация: возраст, образование, тип работы, сфера работы, семейное положение, размер ежемесячного дохода, место проживания и т.д.

Поведенческая информация по клиенту: информация о платежах, сумме основного долга, история платежей и просрочек, например: заявочный скоринговый балл, поведенческий скоринговый балл, срок кредита, сумма кредита, количество активных кредитов заемщика, наличие поручителя, тип обеспечения, максимальная сумма просрочки за всю доступную историю, максимальное количество дней просрочки за последние 6 или 12 месяцев, доля погашенного основного долга, доля оставшегося к погашению основного долга, количество месяцев без просрочек и т.д.

Для кредитов в статусе дефолт также доступна следующая информация: количество месяцев в статусе дефолт, количество месяцев, прошедших с момента последнего платежа, количество погашенной просрочки по кредиту и т.д.

Для моделирования LGD были рассмотрены следующие методы: линейная регрессия, бета-регрессия, бета-трансформация, бинарная трансформация. Все расчеты проводились в SAS Base 9.2.

Линейная регрессия. Линейная регрессия позволяет найти связь между переменными в виде линейной функции:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon_i,$$

где коэффициенты β_i представляют собой веса значений независимых переменных X_i в оценке зависимой переменной Y ; член ε_i – это величина ошибки – разница между действительным и предсказанным значениями зависимой переменной Y . Коэффициенты уравнения регрессии определяются таким образом, чтобы минимизировать сумму квадратов ошибок ε_i (метод наименьших квадратов).

На рис. 3 приведено распределение полученных линейной регрессией оценок. Как видно на графике, распределение полученных оценок больше соответствует нормальному закону и отличается от исходного бимодального распределения значительно.

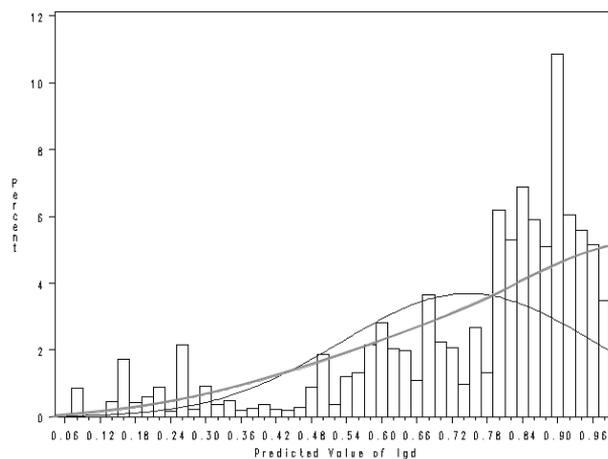


Рис. 3. Распределение, полученное по модели линейной регрессии

Бета-регрессия. Наиболее популярным инструментом для предсказания LGD является модель бета-регрессии. Большим преимуществом данного инструмента является возможность описывать широкий класс распределений.

Плотность такого распределения задается бета-функцией

$$\text{Beta}(x, \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1},$$

где $\alpha > 0$, $\beta > 0$; $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция.

Бета-функция описывает только распределения со значениями в диапазоне (0,1).

Если значения обоих параметров распределения α , β меньше единицы, то распределение – бимодальное.

Среднее и среднеквадратическое отклонения распределения имеют вид

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}, \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(1 + \alpha + \beta)}}. \quad (2)$$

Среднеквадратическое отклонение можно также выразить через среднее значение μ и параметр $\phi = \alpha + \beta$:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\mu(1-\mu)}{1+\phi}}. \quad (3)$$

В результате функция плотности бета-распределения $\text{Beta}(y, \mu, \phi)$ может быть выражена через параметры μ и ϕ .

Для вычисления параметров бета-регрессии можно использовать следующую технику [5].

Пусть A – множество кредитов с известными значениями уровней возврата $RR(a)$ и множеством доступных значений характеристик $x(a)$. Предполагается, что $RR(a)$ имеют бета-распределение с параметрами $\mu(a)$ и $\phi(a)$. Требуется построить уравнение регрессии $rr(a)$ на $x(a)$.

Так как значения μ лежат в интервале (0, 1), то можно записать, используя логистическую трансформацию:

$$\mu(a) = L(x(a)'\beta) = \frac{e^{x(a)'\beta}}{1 + e^{x(a)'\beta}}.$$

Для того чтобы уменьшить число параметров, обычно параметр $\phi(a)$ принимается в качестве константы, несмотря на то, что в уравнении (1) стандартное отклонение является функцией μ , где μ – регрессия на $x(a)$.

Далее применяется функция максимального правдоподобия для поиска коэффициентов регрессии:

$$l(b, \phi) = \sum_{a \in A} \ln \text{Beta}(y(a), L(x(a)'\beta), \phi).$$

Оценки максимального правдоподобия получают, используя статистический пакет путем максимизации функции с помощью метода нелинейной оп-

тимизации. Согласно [6], возможна реализация данного алгоритма в SAS. Так как алгоритм является итеративным, необходима инициализация первоначальных значений. Рекомендуется в качестве начальных значений оценок β_0 использовать оценки, полученные из линейной регрессии:

$$L(y(a)) = x(a)' \beta_0 + \varepsilon(a), a \in A. \quad (4)$$

В качестве начального значения ϕ_0 обычно принимают:

$$\phi_0 = \frac{1}{n} \sum_{a \in A} \frac{L^{-1}(\hat{y}(a))(1 - L^{-1}(\hat{y}(a)))}{\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} / (n - k) \{L'[L^{-1}(\hat{y}(a))]\}^2} - 1,$$

где $\hat{y}(a)$ и $\hat{\varepsilon}$ – решения уравнения (4) (k – длина вектора $x(a)$).

Распределение оценок LGD по портфелю потребительских кредитов, полученных бета-регрессией, по форме ближе к исходному, чем оценки, полученные линейной регрессии (рис. 4).

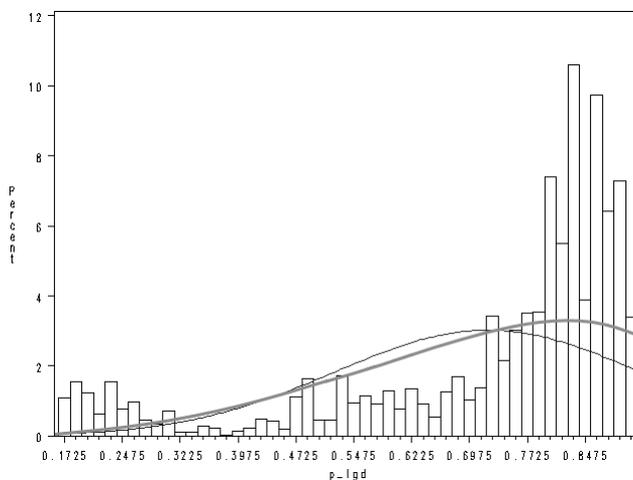


Рис. 4. Распределение предсказанных бета-регрессией значений LGD

Бета-трансформации. В модели бета-трансформация подразумевается, что зависимая переменная имеет бета-распределение, которое трансформируется в нормальное распределение. В результате трансформации становится возможным применение модели линейной регрессии для прогнозирования трансформированной величины.

Реализация трансформации возможна следующим образом.

Пусть $lgd(a)$, $a \in A$ – множество известных значений LGD, которые будут использоваться для моделирования (A – однородная группа кредитов со схожими характеристиками). Предполагается, что эти значения имеют бета-распределение.

Среднее эмпирическое значение LGD вычисляется по формуле:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{a \in A} lgd(a),$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{a \in A} (\lg d(a) - \mu)^2.$$

Используя уравнения (1) и (2), можно рассчитать теоретические параметры α и β бета-распределения, по которым можно получить численную функцию кумулятивного распределения $Q(x)$. По этой функции можно получить трансформированные нормально распределенные значения LGD:

$$y(a) = N^{-1}(Q(\lg d(a))),$$

где N – функция кумулятивного стандартного нормального распределения.

Таким образом, можно построить стандартную нормальную регрессию трансформированных значений LGD $y(a)$ на вектор характеристик кредита $x(a)$:

$$y(a) = \tilde{n} \cdot x(a) + \varepsilon(a). \quad (5)$$

Важно сохранять значения параметров α и β для того, чтобы можно было получать ретрансформированные значения LGD по уравнению (5):

$$\overline{\lg d(a)} = N(Q^{-1}(\tilde{n} \cdot x(a))).$$

Алгоритм реализации метода:

Шаг 1. Получение оценок параметров бета-распределения α и β .

Шаг 2. Исходные значения LGD трансформируются к нормально распределенным вероятностям с помощью кумулятивного бета-распределения.

Шаг 3. Строится модель оценки трансформированных значений LGD.

Шаг 4. Нормально распределенные вероятности, полученные на шаге 2, ретрансформируются с помощью обратного стандартного нормального распределения к исходному распределению.

Так как значения функции бета-распределения неопределенны на границах интервала $(0, 1)$, вводится специальная корректировка граничных значений 0, 1. Для этого к значению 0 прибавляется величина ε , а из 1 вычитается величина ε . Таким образом, величина $0+\varepsilon$ трансформируется в $-\infty$, а величина $1-\varepsilon$ в $+\infty$.

Если бета-распределение имеет большую концентрацию в границах 0 и 1, то трансформированная нормально распределенная величина будет иметь толстые хвосты в $+\infty$ и $-\infty$ [8, 9]. Поэтому важно подобрать оптимальное значение ε , которое будет компромиссом между корректировкой значений исходного распределения и экстремальными значениями трансформированного распределения.

Для реализации бета-трансформации значения потерь 0 были заменены на 0,0001, а значения потерь 1 – на 0,9999.

Параметры исходного бета-распределения представлены ниже (рис. 5).

Parameters for Beta		
Parameter	Symbol	Estimate
Shape	Alpha	0.548031
Shape	Beta	0.270212
Mean		0.669765
Std Dev		0.348776

Рис. 5. Параметры бета-аппроксимации исходного распределения

График распределения потерь на выборке данных разработки показан на рис. 6.

На рис. 7 изображено трансформированное в нормальное распределение.

По трансформированным значениям LGD строится модель линейной регрессии (рис. 8).

После этого происходит ретрансформация оценок, полученных линейной регрессией в исходную шкалу. На рис. 9 представлено распределение оценок, полученных в результате проведения процедуры бета-трансформация. Данное распределение является наиболее приближенным к исходному по сравнению с предыдущими моделями.

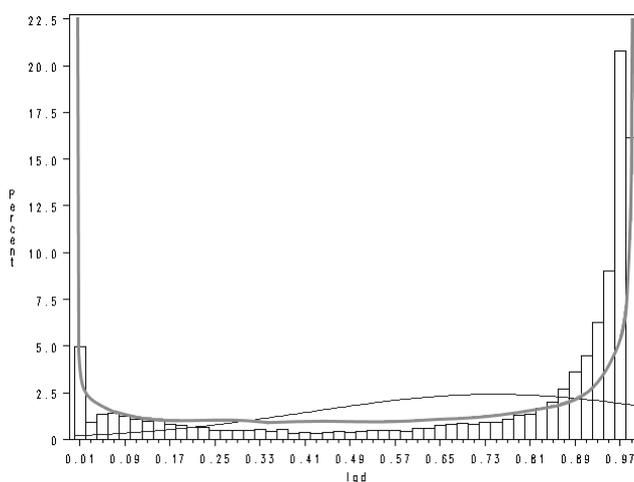


Рис. 6. Бета-аппроксимация исходного распределения

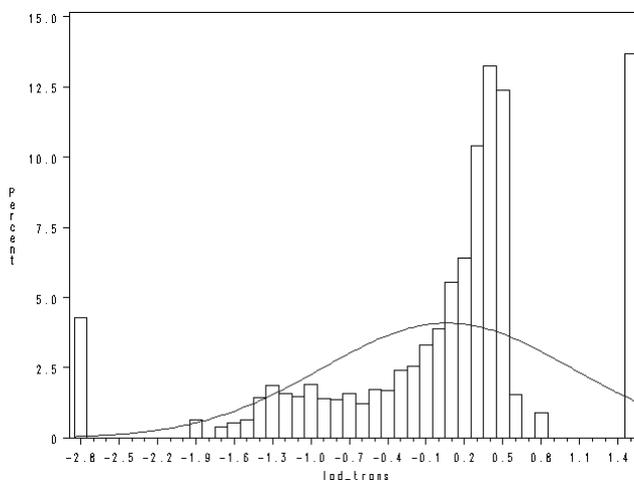


Рис. 7. Распределение трансформированной исходной величины LGD

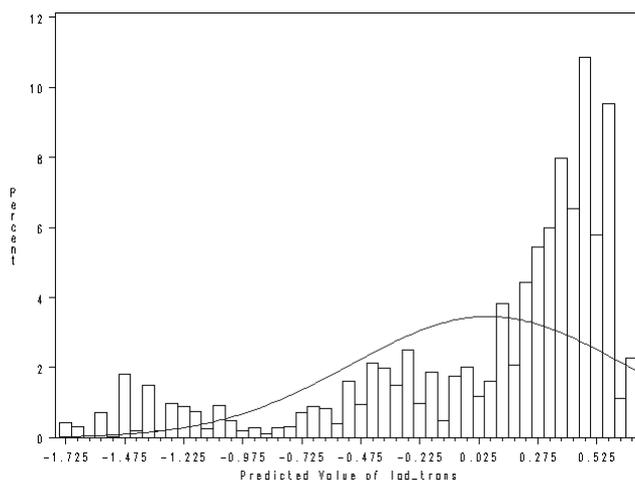


Рис. 8. Распределение предсказанных трансформированных значений LGD

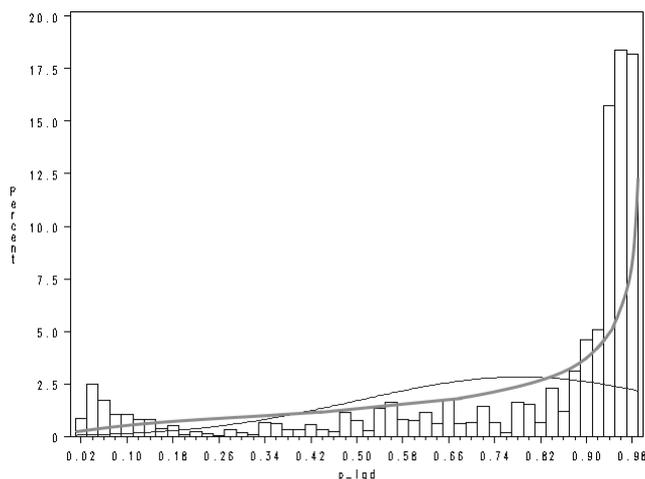


Рис. 9. Оценки LGD, полученные методом бета-трансформация

Бинарная трансформация. Модель бинарной трансформации подразумевает трансформацию непрерывной величины LGD в бинарную величину. В рассматриваемом в данной работе случае модель может дать хорошие результаты тогда, когда значения потерь либо очень высокие (около 100%), либо очень низкие (около 0%).

Трансформация происходит следующим образом: по каждому дефолтному кредиту с известным значением LGD проставляются два флага с различными весами – флаг $bad = 1$ с весом равным реализованному значению показателя LGD и флаг $good = 1$ с весом равным реализованному значению $100\% - LGD$.

Например (рис. 10), известно, что по кредиту $LGD = 72\%$. Тогда запись по кредиту дублируется на две записи – одна запись «good» (0% потерь) с

весом 28% и другая запись «bad» (100% потери) с весом 72%. В таком случае ожидаемое значение потерь

$$\begin{aligned} LGD &= P(\text{bad}) \times LGD_{\text{bad}} + P(\text{good}) \times LGD_{\text{good}} = \\ &= 72\% \times 100\% + 28\% \times 0\% = 72\%. \end{aligned}$$

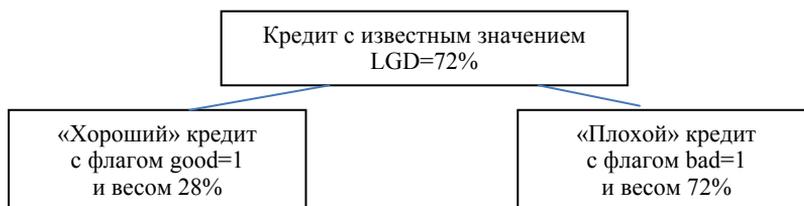


Рис. 10. Реализация бинарной трансформации

Таким образом, количество записей в выборке данных удваивается.

В результате мы получаем бинарное значение зависимой переменной с соответствующим весом. Для такой переменной возможно применение логистической регрессии и всех стандартных методов разработки скоринговой карты, таких как использование статистик Джини и Колмогорова – Смирнова для оценки силы модели, использование показателей Weight of evidence, Information value для оценки силы переменной (все перечисленные показатели будут описаны позже).

Уравнение логистической регрессии для оценки LGD задается как

$$\ln\left(\frac{LGD}{1-LGD}\right) = \sum_i x_i \beta_i + \alpha.$$

Оценки, полученные с использованием модели бинарной трансформации, так же как и в случае с бета-распределением, дают неплохие результаты. На рис. 11 видно, что метод бинарной трансформации сохраняет бимодальность исходного распределения.

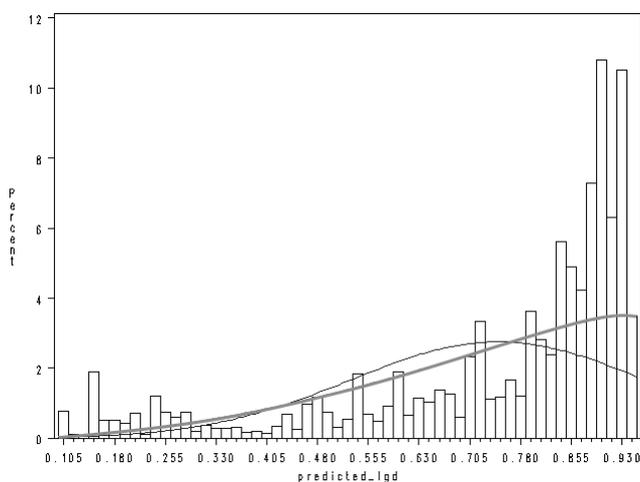


Рис. 11. Распределение предсказанных значений LGD

Оценка качества моделей. Для оценки предсказательной силы модели с бинарным результативным признаком обычно используют статистику Колмогорова – Смирнова или индекс Джини [7].

Опишем алгоритм вычисления данных показателей.

Предположим, что мы по построенной модели получили оценку функции, которую обозначим $f(x)$. В лучшей модели частота встречаемости одного из значений бинарной переменной на малых значениях оцененной функции должны в несколько раз превосходить частоту встречаемости другого значения бинарной переменной. Эта идея может быть описана через эмпирическое распределение функций $f(x)$ различных значений бинарной зависимой переменной. Определим через $F_1(s)$ долю наблюдений, где $f(x) \leq s$ среди наблюдений с первым значением бинарной переменной, аналогично через $F_2(s)$ долю наблюдений, где $f(x) \leq s$ среди наблюдений со вторым значением бинарной переменной. Тогда кривая Лоренца – это графическая разница между $F_1(s)$ и $F_2(s)$.

На рис. 12 изображена кривая Лоренца. Чем ближе кривая Лоренца к оси абсцисс, тем выше предсказательная сила модели.

Статистика Колмогорова – Смирнова – это максимальная разница $|F_1(s) - F_2(s)|$. Чем выше значение статистики, тем выше предсказательная сила модели.

Коэффициент Джини определяется как $1 - 2 \int_0^1 F_1(s) dF_2(s)$.

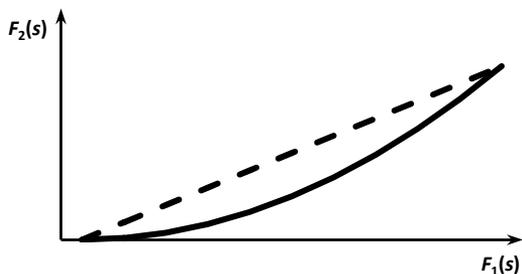


Рис. 12. Кривая Лоренца

Для оценки силы моделей с зависимой переменной, принимающей больше двух значений, формулы для вычисления статистик Колмогорова – Смирнова и Джини будут выглядеть следующим образом:

$$KS = \max_i (Cumulative_good\%_i - Cumulative_bad\%_i)$$

$$Gini = 1 - \sum_i Cumulative_good\%_i - Cumulative_good\%_{i-1}) \times \\ \times (Cumulative_bad\%_i + Cumulative_bad\%_{i-1}),$$

где $Cumulative_bad\%_i$ – накопленное значение доли кредитов с флагом $bad = round(LGD \cdot 100)$; $Cumulative_good\%_i$ – накопленное значение доли кредитов с флагом $good = 100 - bad$.

Тем не менее нужно учитывать, что в силу того, что величина LGD непрерывна, максимальные значения статистик *KS* и *Gini* будут зависеть от формы распределения непрерывной величины.

Для оценки точности моделей с непрерывной зависимой переменной также используют среднюю квадратичную ошибку (MSE, mean squared error):

$$MSE = \frac{\sum_{a \in A} (y(a) - \hat{y}(a))^2}{n - 1},$$

где $y(a)$ и $\hat{y}(a)$ – наблюдаемое и предсказанное значения характеристик кредита a , соответственно.

Для работы в шкале зависимой переменной используют статистику RMSE (root mean squared error) – корень из статистики MSE.

Для всех перечисленных моделей были получены оценки показателей *KS*, *Gini*, RMSE.

Результат оценки предсказательной силы моделей представлен в табл. 1.

Таблица 1

Оценка предсказательной силы моделей

Модель	RMSE	KS	Gini
Бинарная трансформация	0,2490	45,8%	58,4%
Бета-трансформация	0,2646	45,8%	57,7%
Линейная регрессия	0,2510	46,0%	58,3%
Бета-регрессия	0,2530	45,7%	57,8%

Основные выводы, полученные в результате работы, описаны в табл. 2.

Таблица 2

Сравнение различных методик моделирования LGD

Модель	Преимущества	Недостатки
Линейная регрессия	легкость внедрения модели; простая интерпретируемость модели	требует нормального распределения результирующего показателя
Бета-регрессия	возможность моделирования различных типов распределений; возможность получения прямых оценок	ограниченное число объясняющих переменных может быть включено в модель; сложность внедрения модели
Бета-трансформация	возможность моделирования различных типов распределений; возможность получения косвенных оценок (трансформированных к нормальному распределению)	сложная интерпретация результатов моделирования
Бинарная трансформация	возможность использования тех же техник моделирования, как и для стандартной PD-модели	может быть потеряна информация о распределении при трансформации реализованных значений LGD в бинарную величину; рекомендуется использовать данный метод для портфелей с высоким процентом потерь в 0 и 1

Выводы по результатам исследования:

– приведена схема построения моделей LGD, которая может быть адаптирована в коммерческом банке и представлена регулятору для перехода на усовершенствованный подход к оценке капитала;

– исследовано применение методов бета-регрессии, бета-трансформации и бинарной трансформации к оценке LGD на уровне необеспеченного кредитного обязательства;

– описана адаптация статистик оценки предсказательной силы моделей с бинарным исходом (PD модели) к моделям с непрерывным исходом (LGD модели);

– описана методология и приведены алгоритмы методов построения оценок LGD.

Научная новизна исследования состоит в апробации параметрических методов для прогнозирования величины LGD: методов бета-трансформации, бинарной трансформации, бета-регрессии, которые были применены к оценке параметра LGD на уровне необеспеченного кредитного обязательства физического лица. Кроме этого, в работе приведен алгоритм, позволяющий построить качественную систему оценки LGD, которая может быть представлена регулятору как инструмент для оценки экономического капитала.

Описанные методы позволяют осуществить качественную оценку потерь по кредитному обязательству физического лица и принимать обоснованные решения по управлению кредитным риском.

Разработанная в процессе исследования модель оценки кредитного риска физических лиц внедрена в деятельность подразделения риск-менеджмента физических лиц ЗАО «Райффайзенбанк» и будет применяться в моделях Risk Based Pricing, стратегии Collection Division и оценке капитала усовершенствованным подходом на уровне портфеля необеспеченных ссуд (одна агрегированная оценка).

Литература

1. Круи М., Галай Д., Марк Р. Основы риск менеджмента. М.: Юрайт, 2011. 390 с.
2. О мерах по реализации Базеля III и о регулировании деятельности системно значимых банков [Электронный ресурс] // Центральный банк Российской Федерации: сайт. URL: http://www.cbr.ru/press/PR/?file=15072015_190947ik2015-07-15T19_06_47.htm.
3. Basel Committee on banking supervision, International convergence of capital measurement and capital standards. Available at: <https://www.bis.org/publ/bcBS128.pdf>.
4. Baesens B., Rosch D., Scheule H. Credit Risk Analytics: Measurement Techniques, Applications and Examples in SAS. New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2016, 498 p.
5. Ferrari L.P.S., Cribari-Neto F. Beta Regression for Modelling Rates and Proportions. *Journal of Applied Statistics*, 2004, vol. 31, iss. 7, pp. 799–815.
6. Thomas C. Lyn Consumer credit models – pricing, profit and portfolios. New York, Oxford University Press Inc., 2009, 385 p.
7. Siddiqi N. Intelligent Credit Scoring. Building and Implementing better credit risk scorecards. New Jersey, John Wiley&Sons, Inc., Hoboken, 2017, 438 p.
8. Smithson M., Verkuilen J. Beta regression: practical issues in estimation. Available at: <http://www.michaelsmithson.online/stats/betareg/Readme.pdf>.
9. Smithson M., Verkuilen J. A better lemon squeezer? Maximumlikelihood regression with beta-distributed dependent variables. *Psychological Methods*, 2006, no. 11, pp. 54–71.

ИШМУРАТОВА ТАМАРА ВЯЧЕСЛАВОВНА – главный менеджер, ПАО «ВТБ»; старший преподаватель кафедры актуарной и финансовой математики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (ishmuratovatamara@gmail.com).

T. ISHMURATOVA

MATHEMATICAL MODELS FOR ESTIMATING LGD

Key words: Basel II, scoring, estimating LGD, linear regression, beta regression, beta transformation, binary transformation.

The article considers different models for estimating loss given default (LGD) on unsecured loans, like linear regression, beta regression, beta transformation and linear transformation. The results of the simulation are presented graphically. The characteristics of credit liabilities that were analyzed for inclusion in the model are described. The definition of the repayment period for loans in a condition of default is given. Data sample scheme for constructing LGD models is described. Also the problems of modeling LGD bimodal shaped distribution are discussed. The article describes the ways to estimate predictive power of the model. Formulas for KS and Gini for LGD calculation are obtained. Advantages and disadvantages for each model are described. The proposed algorithms for constructing these models can be applied at work of risk departments of credit organizations.

References

1. Crouhy M., Galai D., Mark R. The Essentials of Risk Management. McGraw-Hill, 2005 (Russ. ed.: Osnovy risk menedzhmenta. Moscow, 2011).
2. O merakh po realizatsii Bazelya III i o regulirovanii deyatel'nosti sistemno znachimykh bankov [On measures for the implementation of Basel III and on the regulation of the activities of systemically important banks]. Available at: http://www.cbr.ru/press/PR/?file=15072015_190947ik2015-07-15T19_06_47.htm.
3. Basel Committee on banking supervision, International convergence of capital measurement and capital standards. Available at: <https://www.bis.org/publ/bcBS128.pdf>.
4. Baesens B., Rosch D., Scheule H. Credit Risk Analytics: Measurement Techniques, Applications and Examples in SAS. New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2016, 498 p.
5. Ferrari L.P.S., Cribari-Neto F. Beta Regression for Modelling Rates and Proportions. *Journal of Applied Statistics*, 2004, vol. 31, iss. 7, pp. 799–815.
6. Thomas C. Lyn Consumer credit models – pricing, profit and portfolios. New York, Oxford University Press Inc., 2009, 385 p.
7. Siddiqi N. Intelligent Credit Scoring. Building and Implementing better credit risk scorecards. New Jersey, John Wiley&Sons, Inc., Hoboken, 2017, 438 p.
8. Smithson M., Verkuilen J. Beta regression: practical issues in estimation. Available at: <http://www.michaelsmithson.online/stats/betareg/Readme.pdf>.
9. Smithson M., Verkuilen J. A better lemon squeezer? Maximumlikelihood regression with beta-distributed dependent variables. *Psychological Methods*, 2006, no. 11, pp. 54–71.

ISHMURATOVA TAMARA – Chief Manager, PJSC «VTB»; Senior Lecturer, Department of Actuarial and Financial Mathematics, Chuvash State University, Russian, Cheboksary (ishmuratovatamara@gmail.com).

Формат цитирования: Ишмуратова Т.В. Математическое моделирование потерь в случае наступления дефолта на уровне кредитного обязательства // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 192–205.

УДК [514.116:517.9123]:519.6
ББК В181.12в631.7

А.О. КАЗАКОВА

О СХОДИМОСТИ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА ЛИНЕЙНЫХ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ*

Ключевые слова: полигармоническое уравнение, численное решение, линейные граничные элементы, оценка погрешности, скорость сходимости.

Получены оценки точности численного метода линейных граничных элементов для решения плоских задач для полигармонического уравнения. Доказательство сходимости указанного метода проведено в два этапа: 1) оценка погрешности вычисления значений искомой функции при переходе от плоской области к многоугольнику; 2) доказательство сходимости интегральных сумм в системе линейных алгебраических уравнений к интегралам в соотношениях для полигармонических функций. Показано, что метод обеспечивает хорошую сходимость для рассматриваемого класса задач. Приведены тестовые примеры, в которых построены графики и таблицы относительных погрешностей искомых функций в зависимости от числа граничных элементов.

В работах [4, 6] был разработан численный алгоритм решения краевых задач для полигармонических уравнений, с помощью которых, как известно, могут быть описаны математические модели многих задач механики сплошных сред [3, 8]. Этот алгоритм основывается на методе линейных граничных элементов [1], который является одним из наиболее эффективных и перспективных для указанного класса задач. Вопрос о строгом математическом обосновании этого метода на сегодняшний день остается открытым. В настоящей статье представлены результаты, позволяющие произвести некоторые оценки точности данного алгоритма в случае плоских задач, и предложена схема доказательства его сходимости. Поскольку численный метод линейных граничных элементов предполагает аппроксимацию границы области некоторым многоугольником и аппроксимацию полигармонических функций в пределах сторон этого многоугольника, то и доказательство сходимости метода должно проводиться в два этапа. Во-первых, следует оценить погрешность вычисления значений искомой функции при переходе от плоской области T к многоугольнику, ограниченному граничными элементами. Во-вторых, необходимо доказать сходимость интегральных сумм в системе линейных алгебраических уравнений к интегралам в соотношениях для полигармонических функций.

1. Основное интегральное тождество для полигармонической функции. Полигармонической функцией n -го порядка в некоторой плоской области T называется функция u действительных переменных (x, y) , определенная и непрерывная в области T , имеющая в этой области непрерывные частные

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-00220.

производные до порядка $2n$ включительно и удовлетворяющая всюду в T дифференциальному уравнению $\Delta^n u = 0$, где Δ – оператор Лапласа, n – натуральное число. В [4] дана классификация краевых задач для полигармонической функции по аналогии с краевыми задачами для гармонической функции.

С помощью интегрального тождества Грина [5] можно получить формулу, выражающую значение полигармонической функции u внутри плоской области T и на ее гладкой границе через граничные значения вспомогательных функций:

$$\varepsilon u(P_0) = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\partial T} \left(\frac{\partial u_k}{\partial n}(P) G_k(P, P_0) - u_k(P) \frac{\partial G_k}{\partial n}(P, P_0) \right) ds(P), \quad (1)$$

где $G_k = \frac{1}{2\pi} \frac{r^{2k}}{4^k (k!)^2} \left(\ln \frac{1}{r} + \sum_{m=1}^k \frac{1}{m} \right)$, $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$, $\Delta^k u = u_k$

($k = \overline{0, n-1}$), $\frac{\partial}{\partial n}$ – оператор дифференцирования по направлению внешней нормали к границе области ∂T ; $P_0(x_0, y_0)$ – фиксированная точка внутри области или на её границе; $P(x, y)$ – переменная точка интегрирования,

$$\varepsilon = \begin{cases} 1, & P_0 \in T, \\ 0.5, & P_0 \in \partial T. \end{cases}$$

Запись $G_k(P, P_0)$ означает, что функции G_k зависят только от расстояния между точками P и P_0 . Равенство (1) будем называть *основным интегральным тождеством* для полигармонической функции.

Каждая вспомогательная функция u_p является полигармонической функцией $(n-k)$ -го порядка, и, следовательно, для всех этих введенных промежуточных функций также справедливы соотношения, аналогичные (1). Окончательно получим систему интегральных соотношений вида

$$\varepsilon u_j = \sum_{k=0}^{n-j-1} \int_{\partial T} (v_{j+k} G_k - u_{j+k} H_k) ds, \quad (j = \overline{0, n-1}), \quad (2)$$

где введены обозначения $H_k = \frac{\partial G_k}{\partial n}$, $v_k = \frac{\partial u_k}{\partial n}$.

Таким образом, полигармоническая функция $u = u_0$ определяется через значения n функций u_p и их нормальных производных v_k на границе области. Кроме того, должны выполняться n интегральных соотношений (2).

2. Краткое описание численного алгоритма. Для дальнейшего необходимо кратко изложить основные этапы построения численного алгоритма, разработанного в [4] для решения краевых задач для полигармонического уравнения. Пусть граница ∂T плоской области T разбита на N сегментов

$\partial T = \bigcup_{j=1}^N (\partial T)_j$, каждый из которых аппроксимируется граничным элементом

L_j , начальная и конечная точка которого совпадают с началом и концом дуги

$(\partial T)_j$ и имеют координаты (x_j, y_j) и (x_{j+1}, y_{j+1}) , соответственно. Внутри каждого граничного элемента выбран узел P_j – точка с координатами (x_j^*, y_j^*) . Тогда соотношение (1) для i -го узла можно записать в виде

$$\varepsilon u(P_i) + \sum_{k=0}^{n-1} \left(\sum_{j=1}^N \int_{L_j} u_k(P) H_k(P, P_i) ds(P) - \sum_{j=1}^N \int_{L_j} v_k(P) G_k(P, P_i) ds(P) \right) = 0. \quad (3)$$

Соотношение (3) будем называть *основным соотношением* метода линейных граничных элементов. В силу (2) оно справедливо и для всех вспомогательных полигармонических функций $u_p, k = \overline{1, n-1}$:

$$\begin{aligned} \varepsilon u_1(P_i) + \sum_{k=0}^{n-2} \left(\sum_{j=1}^N \int_{L_j} u_k(P) H_k(P, P_i) ds(P) - \sum_{j=1}^N \int_{L_j} v_k(P) G_k(P, P_i) ds(P) \right) &= 0, \\ \dots\dots\dots \\ \varepsilon u_{n-2}(P_i) + \sum_{j=1}^N \int_{L_j} u_{n-2}(P) H_0(P, P_i) ds(P) - \sum_{j=1}^N \int_{L_j} v_{n-2}(P) G_0(P, P_i) ds(P) + & \quad (4) \\ + \sum_{j=1}^N \int_{L_j} u_{n-1}(P) H_1(P, P_i) ds(P) - \sum_{j=1}^N \int_{L_j} v_{n-1}(P) G_1(P, P_i) ds(P) &= 0, \\ \varepsilon u_{n-1}(P_i) + \sum_{j=1}^N \int_{L_j} u_{n-1}(P) H_0(P, P_i) ds(P) - \sum_{j=1}^N \int_{L_j} v_{n-1}(P) G_0(P, P_i) ds(P) &= 0. \end{aligned}$$

Следующий шаг построения алгоритма основан на предположении о том, что значения функций u_p и v_k ($k = \overline{0, n-1}$) постоянны на каждом элементе и равны их значениям во внутренних узлах элементов. В случае такой аппроксимации рассматриваемых функций в качестве граничного элемента выбирается прямолинейный отрезок, а в качестве узлов – точки, лежащие на середине граничного элемента, т.е. $x_j^* = 0,5(x_j + x_{j+1})$, $y_j^* = 0,5(y_j + y_{j+1})$. Для каждого такого элемента граница является гладкой, поэтому множитель $\varepsilon = 0,5$. С учетом такой аппроксимации система равенств (2) окончательно может быть сведена к системе линейных уравнений относительно значений вспомогательных функций в контрольных точках:

$$\begin{aligned} (\varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{A}^{(0)}) \mathbf{U}^{(n-1)} - \mathbf{B}^{(0)} \mathbf{V}^{(n-1)} &= 0, \\ (\varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{A}^{(0)}) \mathbf{U}^{(n-2)} - \mathbf{B}^{(0)} \mathbf{V}^{(n-2)} + \mathbf{A}^{(1)} \mathbf{U}^{(n-1)} - \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{V}^{(n-1)} &= 0, \\ \dots\dots\dots \\ (\varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{A}^{(0)}) \mathbf{U}^{(0)} - \mathbf{B}^{(0)} \mathbf{V}^{(0)} + \mathbf{A}^{(1)} \mathbf{U}^{(1)} - \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{V}^{(1)} + \dots + \mathbf{A}^{(n-1)} \mathbf{U}^{(n-1)} - \mathbf{B}^{(n-1)} \mathbf{V}^{(n-1)} &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где \mathbf{E} – единичная матрица, $\mathbf{U}^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)}$ – вектор-столбцы, компонентами которых являются значения функций в контрольных точках:

$$U_j^{(k)} = u_k(P_j), \quad V_j^{(k)} = v_k(P_j), \quad j = \overline{1, N}, \quad k = \overline{0, n-1},$$

$\mathbf{A}^{(k)}, \mathbf{B}^{(k)}$ – матрицы, элементы которых вычисляются интегрированием соответствующих функций по граничным элементам:

$$A_{i,j}^{(k)} = \int_{L_j} H_k(P, P_i) ds, \quad B_{i,j}^{(k)} = \int_{L_j} G_k(P, P_i) ds, \quad i, j = \overline{1, N}, \quad k = \overline{0, n-1}.$$

Для построения системы (5) необходимо проинтегрировать функции G_k и их производные H_k вдоль отдельных элементов. В [2] была доказана теорема, согласно которой ни одна из функций G_k, H_k не имеет неинтегрируемых особенностей, поэтому при вычислении значений интегралов не возникает серьезных трудностей. Их можно вычислить численно с любой степенью точности с помощью формул численного интегрирования; при этом следует учесть, что интегралы $B_{i,i}^{(0)}$ имеют логарифмические особенности и для их вычисления необходимо использовать специальные квадратурные формулы [7]. Можно также получить и аналитические выражения для $A_{i,j}^{(k)}$ и $B_{i,j}^{(k)}$.

3. Оценка погрешности при аппроксимации границы. Выясним сначала вопрос о том, как влияет на значение искомой полигармонической функции аппроксимация границы области ∂T некоторой ломаной L . Пусть эта ломаная ограничивает некоторую многоугольную область Ω . По формуле (1) значение n -гармонической функции внутри области T определяется значениями на границе области вспомогательных полигармонических функций и их нормальных производных:

$$u(x_0, y_0) = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\partial T} \left(\frac{\partial u_k}{\partial n} G_k - u_k \frac{\partial G_k}{\partial n} \right) ds. \quad (6)$$

Чтобы оценить погрешность вычисления значения функции u , следует записать модуль разности одного из интегралов в правой части последнего равенства и интеграла от того же выражения по ломаной L . В силу тождества Грина получим равенство

$$\begin{aligned} & \left| \int_{\partial T} \left(\frac{\partial u_k}{\partial n} G_k - u_k \frac{\partial G_k}{\partial n} \right) ds - \int_L \left(\frac{\partial u_k}{\partial n} G_k - u_k \frac{\partial G_k}{\partial n} \right) ds \right| = \\ & = \left| \iint_T (\Delta u_k G_k - u_k \Delta G_k) d\tau - \iint_{\Omega} (\Delta u_k G_k - u_k \Delta G_k) d\tau \right|. \end{aligned} \quad (7)$$

Далее, обозначая для краткости $Q_k(x, y) = \Delta u_k G_k - u_k \Delta G_k$, имеем

$$\left| \iint_T Q_k d\tau - \iint_{\Omega} Q_k d\tau \right| = \left| \iint_{T-\Omega} Q_k d\tau \right| \leq \iint_{T-\Omega} |Q_k| d\tau \leq M_k \cdot S, \quad (8)$$

где S – площадь области $T - \Omega$, а M_k – наибольшее значение $|Q_k|$ в этой области.

Тогда с учетом (7) и (8) получим окончательно для правой части (6)

$$\left| \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\partial T} \left(\frac{\partial u_k}{\partial n} G_k - u_k \frac{\partial G_k}{\partial n} \right) ds - \sum_{k=0}^{n-1} \int_L \left(\frac{\partial u_k}{\partial n} G_k - u_k \frac{\partial G_k}{\partial n} \right) ds \right| \leq n \cdot M \cdot S, \quad (9)$$

где $M = \max(M_k, k = \overline{0, n-1})$.

Из (9) видно, что погрешность при аппроксимации границы прямо пропорциональна площади S , заключенной между границей области ∂T и ломаной L , составленной из граничных элементов. Понятно, что чем больше число N граничных элементов, аппроксимирующих границу, тем эта площадь меньше, и площадь S должна стремиться к нулю при неограниченном возрастании N .

4. Сходимость интегральных сумм Римана – Стильтьеса. Перейдем теперь ко второму шагу доказательства, т.е. покажем, что суммы в системе (5) сходятся к интегралам (3), (4). В самом деле, можно заметить, что суммы в системе уравнений (5) представляют интегральные суммы Римана – Стильтьеса. Поскольку, согласно определению полигармонической функции, решение ищется непрерывное с непрерывными частными производными до порядка $2n$, то, следовательно, справедлива интегральная формула Грина, а значит, интегралы, входящие в (3), (4), существуют. Поэтому при беспредельном увеличении числа N граничных элементов интегральные суммы Римана – Стильтьеса (5) должны сходиться к интегралам (3), (4), что служит обоснованием применяемого численного метода и одновременно доказывает единственность решения. Интеграл Стильтьеса является непосредственным обобщением обычного определенного интеграла Римана. Определение интеграла Стильтьеса, а также информация об условиях его существования, подробно изложены, например, в [9].

Ниже приведены демонстрационные примеры, в которых дано сравнение численных расчетов с аналитическими данными и построены графики погрешности данного метода, из которых видно, что при увеличении числа граничных элементов погрешность быстро убывает. Эти примеры свидетельствуют о высокой эффективности численного алгоритма.

5. Примеры. В этом пункте рассмотрим числовые примеры решения различных краевых задач для полигармонического уравнения до четвертого порядка в плоских областях. Все представленные примеры построены по следующей схеме:

- в качестве эталона задается некоторая полигармоническая функция, по которой строятся граничные условия той или иной краевой задачи;
- данная задача решается с помощью описанного метода линейных граничных элементов;
- полученное таким образом решение сравнивается с соответствующими значениями для заданной эталонной функции, которая, очевидно, будет являться точным решением рассматриваемой задачи.

Сравнение численных результатов с аналитическими данными показано на графиках. Введем также понятие средней относительной погрешности, которое используется для оценки точности результатов численного решения:

Определение 1. *Средней относительной погрешностью* вычисления значений функции u на некоторой кривой Γ будем называть величину

$$\delta(u) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{\tilde{u}_k - u(s_k)}{u(s_k)} \right| \cdot 100\%, \quad (10)$$

где N – число узловых точек s_k на кривой Γ ; $u(s_k)$ – точное значение функции u в узловой точке s_k ; \tilde{u}_k – соответствующее значение, найденное численно.

5.1. Основная краевая задача в односвязной области. Пусть искомая функция составлена из гармонической, бигармонической функций и полигармонической функции третьего порядка

$$u = \operatorname{Im}(x + iy)^4 + \frac{28}{15}xy(x^2 + y^2) + (x + y)(x^4 + y^4). \quad (11)$$

Для построения граничных условий основной краевой задачи необходимо задать на границе значения самой функции u , а также ее первой и второй производных. В [6] показан способ определения u_1 по указанным граничным условиям. Искомыми являются вспомогательные функции v_1 , u_2 , v_2 , необходимые для определения полигармонической функции по формуле (3).

На рис. 1 представлены результаты вычислений для основной краевой задачи для полигармонической функции третьего порядка (11) в эллипсе с полуосями $a = 1$, $b = 0,75$; $p = 5,526$ – периметр этого эллипса. Зависимость заданных краевых значений функций u , u_n , u_{nn} от s/p показана на рис. 1, а, б, в сплошными линиями, а график функции u_1 показан на рис. 1, в штриховой линией. Результаты вычислений в узловых точках при $N = 40$ изображены на рис. 1, г, д, е точками; сплошные линии – графики функций, найденных аналитически.

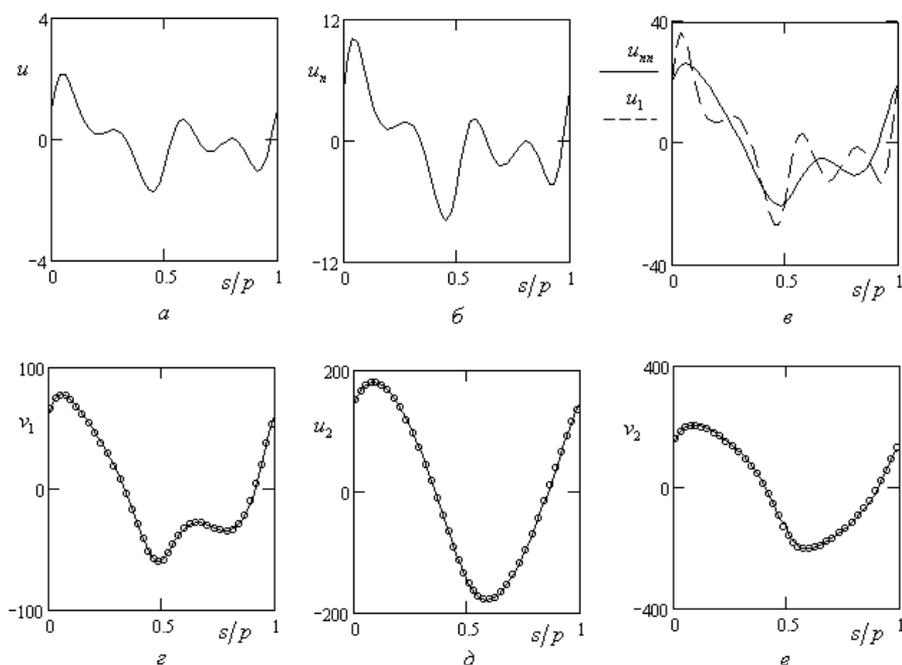


Рис. 1. Результаты численного решения основной краевой задачи

На рис. 2 черными линиями показаны графики зависимости от числа граничных элементов N средней относительной погрешности, вычисляемой по формуле (10), для функций v_1 , u_2 , v_2 ; серыми линиями изображены графики функции c/N^2 , где c – некоторая константа. Из графиков видно, что с уве-

личением числа N граничных элементов погрешность убывает как $1/N^2$, а также что уже при небольшом значении N можно говорить о высокой точности предложенного метода.

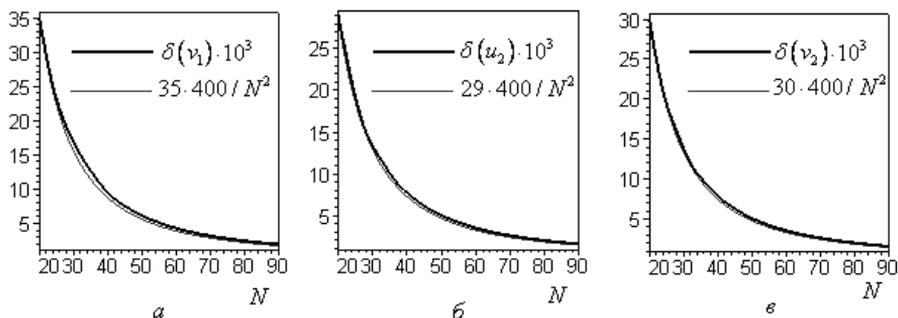


Рис. 2. Графики средних относительных погрешностей основной краевой задачи

5.2. Задача Дирихле в двусвязной области. Рассмотрим теперь задачу Дирихле для бигармонического уравнения в двусвязной области, ограниченной двумя эллипсами, фокусы которых лежат на оси абсцисс:

$$\partial T_1 : \begin{cases} x = a_1 \cos t + x_0, \\ y = -b_1 \sin t, \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi),$$

$$\partial T_2 : \begin{cases} x = a_2 \cos t, \\ y = b_2 \sin t, \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi).$$

На рис. 3 изображена такая область при значениях $a_1 = 1$, $b_1 = 0,75$, $x_0 = 0,5$, $a_2 = 2$, $b_2 = 1,5$.

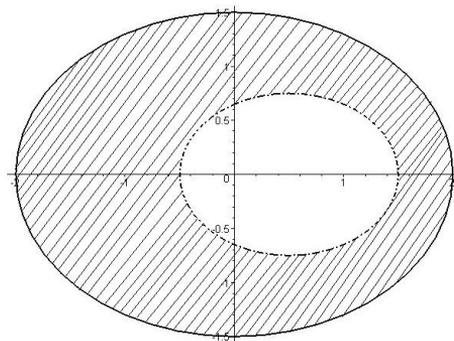


Рис. 3. Двусвязная область, ограниченная эллипсами

В качестве эталонной выбрана бигармоническая функция

$$u = x^3(x^2 - 5y^2) + \frac{25}{12}xy(x^2 + y^2). \quad (12)$$

По ней составим граничные условия задачи Дирихле: заданные граничные значения функции (12) и ее лапласиана u_1 . Искомыми согласно формуле (3) при $n = 2$ являются вспомогательные функции v_0, v_1 .

На рис. 4, а, б показано сравнение результатов численного решения задачи с аналитическими данными, полученными из функции (12). Здесь представлена зависимость функций v_0, v_1 от нормированной дуговой координаты на границе области: значения функций на внешней границе изображены сплошными линиями, на внутренней – штрихпунктирными. Число граничных элементов на каждой границе $N_1 = N_2 = 50$.

В таблице приведены значения средних относительных погрешностей (10) на указанных эллипсах для различных значений числа граничных элементов.

Из таблицы видно, что с увеличением числа граничных элементов погрешность убывает. При этом можно заметить, что скорость убывания погрешности соответствует квадратичной сходимости, что согласуется с результатами, представленными на графиках относительных погрешностей на рис. 2.

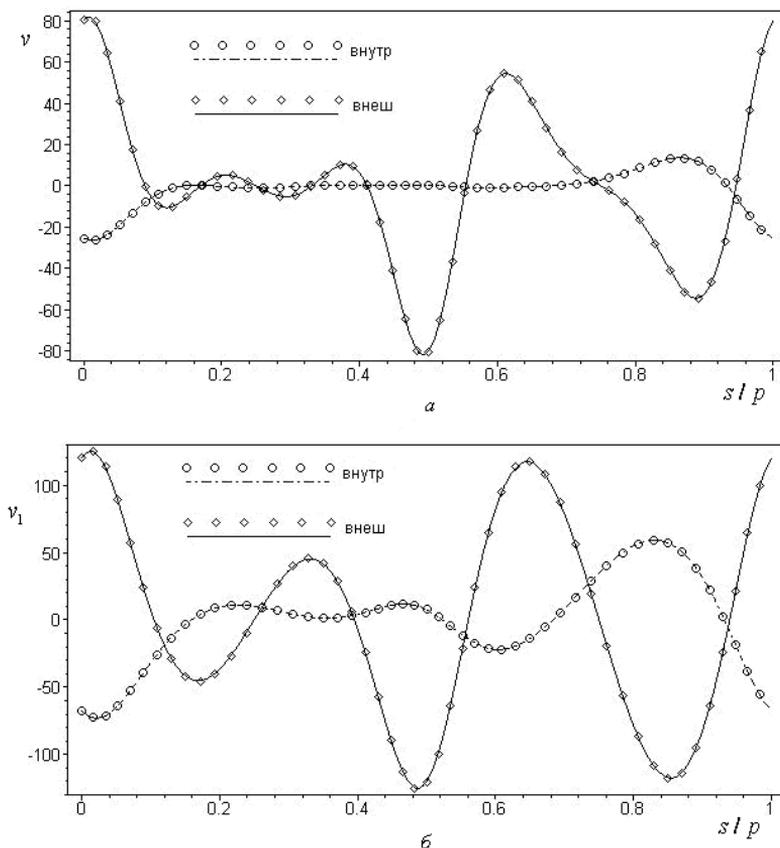


Рис. 4. Результаты численного решения задачи Дирихле

Средние относительные погрешности в задаче Дирихле

$N_1 = N_2$	$\delta(v _{\partial\Omega_1})$	$\delta(v _{\partial\Omega_2})$	$\delta(v_1 _{\partial\Omega_1})$	$\delta(v_1 _{\partial\Omega_2})$
30	0,517	0,708	0,383	0,603
50	0,186	0,255	0,138	0,216
70	0,095	0,130	0,070	0,110
90	0,057	0,079	0,043	0,067

5.3. Задача Неймана в односвязной области. В эллипсе с полуосями $a=1$, $b=0,4$ рассматривается задача Неймана для полигармонической функции четвертого порядка $u = xy(x^6 + y^6)$, т.е. на границе области зададим значения функций v , v_1 , v_2 , v_3 . Кроме того, для однозначности решения задачи Неймана необходимо также задать значение искомой функции u в некоторой заданной точке: пусть, например, $u(a, 0) = 0$. Искомыми являются граничные

значения вспомогательных функций u , u_1 , u_2 , u_3 . Зная граничные значения всех восьми функций, можно по формуле (3) определить значение искомой полигармонической функции четвертого порядка в любой точке области.

На рис. 5, а показана зависимость граничных значений функций v , v_1 , v_2 , v_3 от нормированной криволинейной координаты s/p , на рис. 5, б, в, г, д – результаты вычислений. Число элементов на эллипсе $N = 160$; $p = 4,603$ – периметр эллипса. Граничные значения всех функций имеют период $T = 0,5p$ и антисимметричны относительно $s_0 = T/2 = 0,25p$.

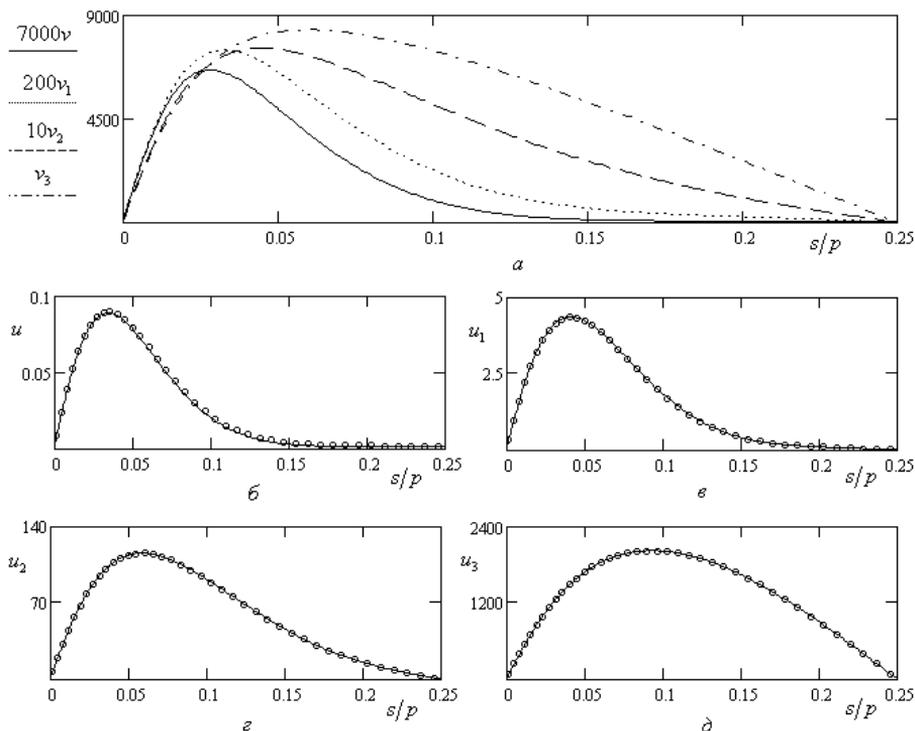


Рис. 5. Результаты численного решения задачи Неймана

На рис. 6 показана зависимость величин $\delta(u)$, $\delta(u_1)$, $\delta(u_2)$, $\delta(u_3)$, вычисленных по формуле (10), от N (сплошная толстая линия); сплошными тонкими линиями изображены графики функции c/N^2 , где c – некоторая константа.

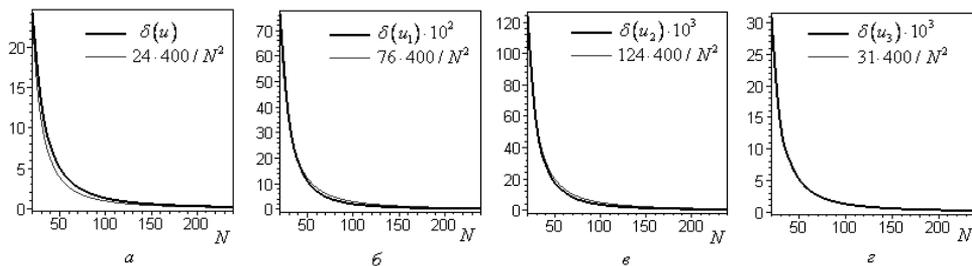


Рис. 6. Графики средних относительных погрешностей в задаче Неймана

Выводы. Для плоского случая проведена оценка точности численного алгоритма решения краевых задач для полигармонического уравнения, предложенного в [4, 6], и дана схема доказательства его сходимости. Показано, что указанный алгоритм обеспечивает хорошую сходимость. Рассмотрены тестовые примеры, в которых приведены графики и таблицы зависимости от числа граничных элементов средних относительных погрешностей искомых вспомогательных функций. Расчеты показывают, что с увеличением числа N граничных элементов погрешность убывает как c/N^2 .

Литература

1. Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 1982. 248 с.
2. Казакова А.О. Граничное интегральное представление полигармонической функции // Научный форум: Технические и физико-математические науки: сб. ст. по материалам XI Междунар. науч.-практ. конф. М.: МЦНО, 2018. С. 76–87.
3. Казакова А.О., Микишанина Е.А., Терентьев А.Г. Математическое моделирование в механике сплошных сред с использованием полигармонических уравнений и их систем // Современные проблемы механики сплошной среды: тез. докл. Междунар. конф., посвященной памяти академика Л.И. Седова в связи со 110-летием со дня его рождения / Математический институт имени В.А. Стеклова; Российский фонд фундаментальных исследований. М, 2017. С. 116–118.
4. Казакова А.О., Терентьев А.Г. Численное решение краевых задач для полигармонического уравнения // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2012. Т. 52, № 11. С. 2050–2059.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. СПб.: БХВ-Петербург, 2017. Т. II. 842 с.
6. Терентьев А.Г. Компьютерное моделирование решений полигармонических уравнений // Механика: современное состояние, проблемы, перспективы: материалы Всерос. науч.-практ. конф., посвященной 95-летию первого ректора Чувашского государственного университета С.Ф. Сайкина. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2009. С. 174–185.
7. Терентьев А.Г., Афанасьев К.Е. Численные методы в гидродинамике. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1987. 80 с.
8. Терентьев А.Г., Казакова А.О. Применение полигармонических функций к решению двумерных задач теории упругости // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сб. докл. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015. С. 3703–3706.
9. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Физматлит, 2008. Т. III. 728 с.

КАЗАКОВА АНАСТАСИЯ ОЛЕГОВНА – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры актуарной и финансовой математики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (kazakova_anastasia@bk.ru).

A. KAZAKOVA ON THE CONVERGENCE OF NUMERICAL LINEAR BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR SOLVING POLYGARMONIC EQUATION

Key words: polyharmonic equation, numerical solution, linear boundary elements, error estimation, rate of convergence.

Estimates of the accuracy of the numerical linear boundary element method for the solution of plane problems for a polyharmonic equation are obtained. The proof of the convergence of this method was carried out in two stages: 1) the estimation of the error in

calculating the values of the desired functions when going from a plane domain to a polygon; 2) the proof of the convergence of integral sums in a system of linear algebraic equations to integrals in relations for polyharmonic functions. It is shown that the method provides good convergence for the class of problems under consideration. Test examples are given, and graphs and tables of relative errors of the unknown functions, depending on the number of boundary elements, are constructed.

References

1. Brebbia K., Walker S. *Boundary Element Techniques in Engineering*, Newnes-Butterworths, London, 1980 (Russ. ed.: *Primenenie metoda granichnykh elementov v tekhnike*. Moscow, Mir Publ., 1982, 248 p.).
2. Kazakova A.O. *Granichnoe integral'noe predstavlenie poligarmonicheskoi funktsii* [The boundary integral representation of polyharmonic function]. *Nauchnyi forum: Tekhnicheskie i fiziko-matematicheskie nauki: sb. st. po materialam XI Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Scientific forum: Technical and physical and mathematical sciences»]. Moscow, 2018, pp. 76–87.
3. Kazakova A.O., Mikishanina E.A., Terent'ev A.G. *Matematicheskoe modelirovanie v mekhanike sploshnykh sred s ispol'zovaniem poligarmonicheskikh uravnenii i ikh sistem* [Mathematical modeling on continuum mechanics with using of polyharmonic equations and systems of those]. *Sovremennye problemy mekhaniki sploshnoi sredy: tez. dokl. Mezhdunar. konf., posvyashchennoi pamyati akademika L.I. Sedova v svyazi so 110-letiem so dnya ego rozhdeniya* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Modern problems of continuum mechanics»]. Moscow, 2017, pp. 116–118.
4. Kazakova A.O., Terent'ev A.G. *Chislennoe reshenie kraevykh zadach dlya poligarmonicheskogo uravneniya* [Numerical solution of the boundary-value problems for polyharmonic equation]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Journal of computational mathematics and mathematical physics], 2012, vol. 52, no. 11, pp. 2050–2059.
5. Smirnov V.I. *Kurs vysshei matematiki* [Course of higher mathematics]. St. Petersburg: BKhV-Peterburg, 2017, vol. 2, 842 p.
6. Terent'ev A.G. *Komp'yuternoe modelirovanie reshenii poligarmonicheskikh uravnenii* [Computer modeling of solutions of polyharmonic equations]. *Mekhanika: sovremennoe sostoyanie, problemy, perspektivy: materialy Vseros. nauch.-prakt. konf., posvyashchennoi 95-letiyu pervogo rektora Chuvashskogo gosuniversiteta S.F. Saikina* [Proc. of Rus. Sci. Conf. «Mechanics: current state, problems, prospects»]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 2009, pp. 174–185.
7. Terent'ev A.G., Afanas'ev K.E. *Chislennyye metody v gidrodinamike* [Numerical methods on the hydrodynamics]. Cheboksary, Chuvash State University Publ., 1987, 80 p.
8. Terent'ev A.G., Kazakova A.O. *Primenenie poligarmonicheskikh funktsii k resheniyu dvumernykh zadach teorii uprugosti* [The application of polyharmonic functions to the solution of two-dimensional problems of the theory of elasticity]. *XI Vseros. s"ezd po fundamental'nykh problemam teoreticheskoi i prikladnoi mekhaniki: sb. dokl.* [Proc. XI Rus. Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics]. Kazan, 2015, pp. 3703–3706.
9. Fikhtengol'ts G.M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya* [Course of the differential and integral calculus]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008, vol. 3, 728 p.

KAZAKOVA ANASTASIYA – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor of Actuarial and Financial Mathematics Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary.

Формат цитирования: Казакова А.О. О сходимости численного метода линейных граничных элементов для решения полигармонического уравнения // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 206–216.

УДК 519.85

ББК 22.17+32.973

Е.А. МИКИШАНИНА

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ, СОДЕРЖАЩИМИ ПАРАМЕТР

Ключевые слова: алгоритм, блок-схема, математическое программирование, оптимизация.

Настоящая работа посвящена построению алгоритма решения задачи квадратичного программирования с ограничениями типа равенств и неравенств, в одном из которых (ограничении–равенстве) содержится параметр. Математическое решение данной задачи основано на модифицированном методе множителей Лагранжа, который позволяет параметрически определить искомые переменные как функции от введенного параметра λ . Графики искомых функций представляют кусочно-ломанные линии. Те значения параметра λ , в которых хотя бы одна из функций терпит излом, будут угловыми, а соответствующие им векторы, состоящие из значений искомых функций – угловыми векторами. Угловые векторы доставляют условный экстремум исходной задаче. Вектор, являющийся линейной комбинацией двух соседних угловых векторов, тоже будет доставлять условный экстремум исходной задаче. На основе предложенного вычислительного алгоритма в виде блок-схемы строится графическое решение поставленной задачи, которое также можно записать в табличной форме. Приводится тестовый пример, описывающий применение данного алгоритма при решении прикладной задачи управления финансовыми активами, а именно – определения эффективного множества оптимальных портфелей в общем виде, когда минимизируется функция оценки риска, связанного с инвестированием в портфель, а ожидаемая доходность портфеля равна произвольному значению t из определенного интервала.

При моделировании различных процессов в механике, физике, математике, технике, экономике нередко возникает необходимость решения оптимизационных задач, в том числе и задач квадратичного программирования [2]. Если задача имеет ограничения типа равенств, то аналитическое решение не представляет никакого труда. Проблема усложняется с появлением ограничений типа неравенств. Еще сложнее решить оптимизационную задачу, если одно из ограничений содержит параметр и решение требуется получить для каждого значения параметра из его области определения. Функциональную зависимость целевой функции от параметра получить довольно сложно, однако в некоторых случаях возможно получение табличного и графического представления этой зависимости с использованием современных компьютерных программ.

Например, рассмотрим задачу управления финансовыми ресурсами в рамках концепции «риск – доходность», решение которой актуально для финансовых аналитиков. Классическим подходом в решении данной проблемы является подход, предложенный Г. Марковицем, который заключается в минимизации риска, связанного с инвестированием капитала в финансовые активы, при указанном уровне ожидаемой доходности портфеля этих

активов [4]. Результатом поставленной задачи математического программирования будет единственный выбранный из множества всевозможных портфелей с указанным уровнем ожидаемой доходности портфель, который математически будет представлять вектор, являющийся решением поставленной оптимизационной задачи. С точки зрения математики и программирования подобная задача не вызывает никаких сложностей [3]. Более интересным и значимым вопросом является определение всего эффективного множества оптимальных портфелей, когда уровень ожидаемой доходности не определен единственным образом, а является параметром. Построению алгоритма решения оптимизационной задачи квадратичного программирования с ограничениями, содержащими параметр, и его компьютерной реализации будет посвящена следующая статья.

Задача управления капиталом. Классическая задача определения оптимального портфеля имеет следующий вид. Существует n активов с ожидаемыми доходностями $m_i, i = 1, n$, и ковариациями σ_{ij} i -го и j -го активов, соответственно. Тогда, считая капитал инвестора равным 1, задачу определения оптимального портфеля в предложенном Г. Марковицем виде математически можно записать:

$$\begin{cases} D_p = \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \rightarrow \min, \\ M_p = \sum_{i=1}^n m_i x_i = m, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, \end{cases} \quad (1)$$

где x_i – доля капитала, вложенная в i -й актив; m – требуемый уровень ожидаемого дохода, $m \in [\min_i \{m_i\}, \max_i \{m_i\}]$. В матричном виде задача нелинейного программирования в силу нелинейности целевой функции запишется в виде

$$\begin{cases} X^T \Sigma X \rightarrow \min, \\ X^T M = m, \\ X^T e = 1, \\ x_i \geq 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $\Sigma = \{\sigma_{ij}\}_{i,j=1}^n$ – заданная матрица размерности $n \times n$; $M = \{m_i\}_{i=1}^n$ – заданный вектор-столбец размерности $n \times 1$; e – вектор-столбец размерности $n \times 1$, состоящий из единиц $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ – вектор-столбец неизвестных размерности $n \times 1$.

Решение задачи квадратичного программирования. Решим задачу (2) в общем виде, т.е. считая m параметром. Множество всевозможных решений задачи (2) и будет являться искомым множеством.

Для решения (2) требуется перейти к задаче математического программирования [1]

$$\sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j - \lambda \sum_{i=1}^n m_i x_i \rightarrow \min \quad (3)$$

при условиях

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ -x_i \leq 0, \end{cases} \quad (4)$$

Решением (3)–(4) будут кусочно-ломаные функции $x_i(\lambda)$, $\lambda \in [0, +\infty)$ – параметр. То значение параметра λ , при котором хотя бы одна из функций $x_i(\lambda)$ терпит излом, являются угловыми, а вектор X , состоящий из значений $x_i(\lambda)$, соответствующих угловому значению λ – угловым вектором. Любой вектор, являющийся линейной комбинацией двух соседних угловых векторов

$$\bar{X} = \alpha X_k + (1 - \alpha) X_{k+1}, \alpha \in [0, 1]$$

принадлежит множеству решений задачи (2).

Решение задачи (3)–(4) математически сведется к решению системы

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ \mu_i \cdot x_i = 0, \\ \mu_i, x_i \geq 0, \\ i = 1..n, \end{cases} \quad (5)$$

где

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij} - \lambda \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot m_i + \mu \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i - 1 \right) - \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot x_i. \quad (6)$$

Далее построим полный алгоритм решения оптимизационной задачи (2), который необходим для дальнейшего компьютерного моделирования.

Алгоритм

1. Введем вектор M и матрицу Σ так, чтобы элементы вектора удовлетворяли условию $m_i \leq m_{i+1}$, $i = \overline{1, n-1}$, соответственно.

2. Определяем функции по формулам

$$D_p = \sum_{i,j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j, \quad m_p = \sum_{i=1}^n m_i x_i,$$

где x_i , $i = 1, 2, \dots, n$, – искомые переменные.

3. Запишем функцию (6) и систему (5). Найдём решение системы (5). Для этого требуется рассмотреть $m = 2^n - 1$ случаев. В каждом из случаев необходимо рассмотреть $\mu_i = 0$ или $x_i = 0$, но так, чтобы эти условия не выполнялись одновременно. Случай одновременного равенства нулю всех пере-

менных $x_i = 0$ не рассматривается в силу невыполнения условия равенства 1 суммы всех переменных.

4. В некоторых из рассмотренных случаев система не будет иметь решений. Каждому случаю, в котором система будет иметь решение, будет соответствовать промежуток для параметра $\lambda \in [0, +\infty)$.

5. Числовой луч разобьется на промежутки $[\lambda_0 = 0, \lambda_1) \cup [\lambda_1, \lambda_2) \cup \dots \cup [\lambda_K, +\infty)$,

на каждом из которых будут определены $x_i(\lambda)$.

6. Векторы, состоящие из функций $x_i(\lambda)$, вычисленных в точках λ_k , $k = 0, 1, \dots, K$, будут угловыми:

$$X_0 = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ \dots \\ x_n(0) \end{bmatrix}, \quad X_1 = \begin{bmatrix} x_1(\lambda_1) \\ \dots \\ x_n(\lambda_1) \end{bmatrix}, \quad \dots, \quad X_K = \begin{bmatrix} x_1(\lambda_K) \\ \dots \\ x_n(\lambda_K) \end{bmatrix}.$$

7. Для каждого вектора X_k ($k = 0, 1, \dots, K$) определим значение функции m_p и упорядочим векторы X_k по значениям m_p в порядке возрастания. Составляя всевозможные линейные комбинации двух соседних векторов, определим значения m_p и D_p . В результате чего решение исходной оптимизационной задачи получим в табличном виде.

Схема алгоритма представлена ниже (рис. 1).

Подобный алгоритм может быть общим для широкого класса задач оптимизации, встречаемых в различных областях науки.

Числовой пример. Для заданных векторов ожидаемых доходностей и матрицы ковариации

$$M = \begin{bmatrix} 0,461 \\ 0,345 \\ 1,262 \end{bmatrix},$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 2,138 & 1,148 & -0,943 \\ 1,148 & 1,643 & -0,72 \\ -0,943 & -0,72 & 5,395 \end{bmatrix}.$$

Решить задачу нахождения множества оптимальных портфелей (2).

Угловые векторы имеют структуру

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0,2839 \\ 0,4464 \\ 0,2696 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0,4425 \\ 0 \\ 0,5575 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

На рис. 2 построено решение оптимизационной задачи (2). По оси абсцисс отложено значение корня квадратного из целевой функции $\sigma = \sqrt{D_p}$, а по оси ординат – значение параметра m .

Для реализации алгоритма использовалась программная среда Maple.

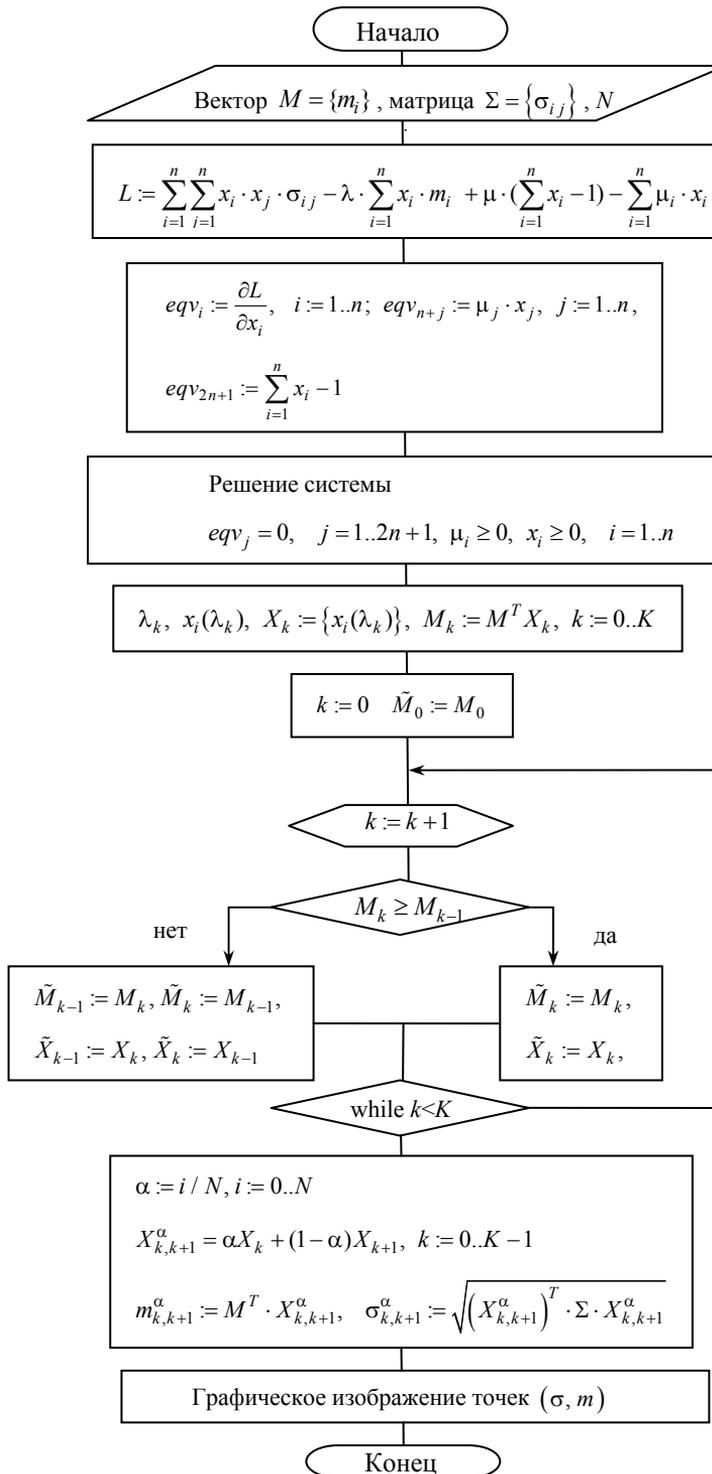


Рис. 1. Схема алгоритма

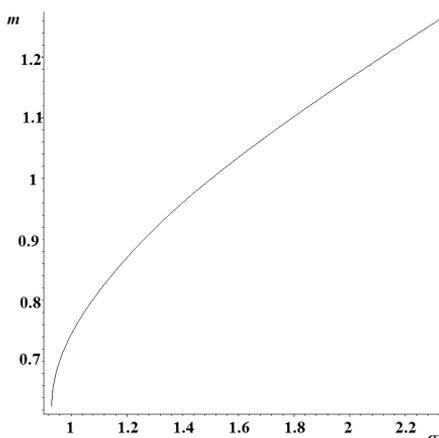


Рис. 2. Графическое представление зависимости между σ и m

Выводы. Представлен алгоритм решения задачи квадратичного программирования с ограничениями, содержащими параметр, составлена его схема, иллюстрирующая реализацию алгоритма, показано его применение при решении задачи построения эффективного множества портфелей финансовых активов, построен с использованием программы Maple график зависимости между целевой функцией и параметром.

Подобный алгоритм может быть общим для широкого класса задач оптимизации с ограничениями, содержащими параметр, встречаемых в различных областях науки: технических, экономических, физико-математических.

Литература

1. Афанасьева Д.В., Бальбекова Е.А., Иваницкий А.Ю. Вероятностные модели рынка ценных бумаг. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. 92 с.
2. Балдин К.В., Брызгалов Н.А., Рукоусев А.В. Математическое программирование. М.: Дашков и Ко, 2013. 220 с.
3. Васильева О.Г., Игошкина Н.Г. Управление риском портфеля с помощью показателя дюрации // Вестник Российского университета кооперации. 2014. № 2. С. 116–120.
4. Шведов А.С. Теория эффективных портфелей ценных бумаг. М.: Изд-во ГУ ВШЭ, 1999. 140 с.

МИКИШАНИНА ЕВГЕНИЯ АРИФЖАНОВНА – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры актуарной и финансовой математики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (evaeva_84@mail.ru).

E. MIKISHANINA

ALGORITHM FOR SOLVING THE PROBLEM OF QUADRATIC PROGRAMMING WITH CONSTRAINTS, CONTAINING THE PARAMETER

Key words: algorithm, block diagram, mathematical programming, optimization.

This work is devoted to the construction of an algorithm for solving the problem of quadratic programming with restrictions of the type of equations and inequalities, one of which (restriction-equality) contains a parameter. Mathematically, the solution of this

problem is based on the modified Lagrange multiplier method, which allows parametrically determining the sought variables as functions of the entered parameter λ . Graphics of sought functions represent piecewise polyline. Those parameter λ values, in which at least one of the functions suffers a fracture, will be angular, and their corresponding vectors, consisting of values of the sought functions, will be angular vectors. Angular vectors deliver a conditional extremum to the initial problem. The vector, which is a linear combination of two adjacent angular vectors, will also deliver a conditional extremum to the original problem. On the basis of the proposed computational algorithm in the form of a flowchart, a graphical solution of the problem is constructed, which can also be written in tabular form. The article provides a test example, describing the application of this algorithm in solving the applied problem of financial asset management, namely, determining the effective set of optimal portfolios in general, when the function of risk assessment associated with investing in a portfolio is minimized, and the expected return of the portfolio is equal to an arbitrary value m from a certain interval.

References

1. Afanasieva D.V., Bal'bekova E.A., Ivanickij A.Yu. *Veroyatnostnye modeli rynka cennyh bumag* [Probabilistic models of the securities market]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2007, 92 p.
2. Baldin K.V., Bryzgalov N.A., Rukosuev A.V. *Matematicheskoe programmirovaniye* [Mathematical programming]. Moscow, Dashkov i Ko Publ., 2013, 220 p.
3. Vasilieva O.G., Igoshina N.G. *Upravlenie riskom portfelya s pomoshch'yu pokazatelya dyuracii* [Managing portfolio risk using duration]. *Vestnik Rossijskogo universiteta kooperacii* [Bulletin of the Russian University of cooperation], 2014, no. 2, pp. 116–120.
4. Shvedov A.S. *Teoriya ehffektivnyh portfelej cennyh bumag* [Theory of efficient securities portfolios]. Moscow, 1999, 140 p.

MIKISHANINA EVGENIA – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Lecturer, Department of Actuarial and Financial Mathematic, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (evaeva_84@mail.ru).

Формат цитирования: Микишанина Е.А. Алгоритм решения задачи квадратичного программирования с ограничениями, содержащими параметр // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 217–223.

УДК 681.325

ББК 32.971

В.А. ПЕСОШИН, В.М. КУЗНЕЦОВ, А.Х. РАХМАТУЛЛИН,
Р.Р. ГАЛИМОВ, А.Д. ЯМЩИКОВА

**ГЕНЕРАТОРЫ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ
НЕМАКСИМАЛЬНОЙ ДЛИНЫ НА ОСНОВЕ РЕГИСТРА
С ВНУТРЕННИМИ СУММАТОРАМИ ПО МОДУЛЮ ДВА
(Часть 4)***

Ключевые слова: $(L - 5)$ -, $(L - 9)$ -, ..., и $(L - (2m_0 - 1))$ -последовательности, неоднородные генераторы, многообразие последовательностей, инверсно-сегментные последовательности.

Рассматриваются неоднородные генераторы псевдослучайных сигналов, формирующие последовательности не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два. Математической основой генераторов выбран составной характеристический многочлен, одним из множителей которого является двучлен в степени $m_0 \neq 2^k$ (k – целое положительное число), благодаря чему расширен класс формируемых инверсно-сегментных последовательностей. На примерах демонстрируется многообразие одновременно формируемых последовательностей. Решаются задачи идентификации последовательностей и определения их периодических автокорреляционных функций.

В третьей части статьи были рассмотрены неоднородные генераторы псевдослучайных последовательностей (ГПСП) по схеме Галуа, построенные на основе приводимого характеристического многочлена степени n вида

$$\varphi(x) = \varphi_0(x)\varphi_1(x) = (x^{2^k} \oplus 1)\varphi_1(x), \quad (4.1)$$

где сомножитель $\varphi_1(x)$ примитивен; k – целое положительное число. Генераторы позволяют получить набор структурно разных сигналов, если будет обеспечен неоднородный режим (за счет подачи константы $\alpha = 1$) [5].

Основой многообразия являются инверсно-сегментные последовательности (ИСП), содержащиеся в сложно организованном виде прямые M - и инверсные M -последовательности (МП и \overline{MP}) [6].

Цель четвертой части статьи – представление многообразия последовательностей при

$$\varphi_0(x) = x^{m_0} \oplus 1, \quad (4.2)$$

где $m_0 \neq 2^k$ (k – целое положительное число), идентификация последовательностей на разрядных выходах ГПСП и определение их периодических автокорреляционных функций.

1. Многообразие двоичных последовательностей на разрядных выходах регистра. При аппаратной реализации двучлену (4.2) при $\alpha = 1$ соответствует m_0 -разрядный счётчик Джонсона, который формирует элементарные ИСП с периодом $2m_0$ [2]. В табл. 4.1 приведены периодические структуры (ПС) многочлена (4.2) для $m_0 = \overline{1, 16}$.

* Работа поддержана грантом РФФИ, проект № 18-47-160001.

Таблица 4.1

ПС многочлена (4.2) для $m_0 = \overline{1, 16}$

m_0	ПС	m_0	ПС
1	{1(2)}	9	{1(2), 1(6), 28(18)}
2	{1(4)}	10	{1(4), 51(20)}
3	{1(2), 1(6)}	11	{1(2), 93(22)}
4	{2(8)}	12	{2(8), 170(24)}
5	{1(2), 3(10)}	13	{1(2), 315(26)}
6	{1(4), 5(12)}	14	{1(4), 585(28)}
7	{1(2), 9(14)}	15	{1(2), 1(6), 1092(30)}
8	{16(16)}	16	{2048(32)}

В предыдущих частях статьи [4–6] показано, что при $m_0 = 1, 2, 4, 8$ и 16 генератор на основе многочлена (4.1) формирует, соответственно, $(M - 1)$ -, $(M - 3)$ -, $(M - 7)$ -, $(M - 15)$ - и $(M - 31)$ -сложные ИСП n -го порядка.

Как видно из табл. 4.1, при $m_0 \neq 2^k$ количество **новых ИСП существенно увеличилось**: при $m_0 = \overline{1, 16}$ суммарное количество ИСП было 2068, стало 4420, т.е. увеличилось более чем в 2 раза. При дальнейшем увеличении m_0 это соотношение будет возрастать. Совокупность формируемых последовательностей при рассматриваемых условиях синтеза ГПСИ ($m_0 \neq 2^k$) и представленных в предыдущих частях статьи ($m_0 = 2^k$) определим как **расширенный класс ИСП**. Рассмотрим ряд характерных примеров.

Если ПС многочлена $\varphi_0(x)$ описывается в виде $\{1(k_0), \mu_0(L_0)\}$, а многочлена $\varphi_1(x)$ – в виде $\{1(1), 1(L_1)\}$, где k_0, L_0 и L_1 – длины периодов; μ_0 – количество периодов длиной L_0 , то ПС, соответствующая многочлену $\varphi(x)$ (1), представляет собой совокупность простых и комбинационных периодов [9]:

$$[1(k_0) + \mu_0(L_0)] \cdot [1(1) + 1(L_1)] = 1(k_0) + \mu_0(L_0) + 1(k_0L_1) + \mu_0(L_0L_1). \quad (4.3)$$

Рассмотрим случай, когда периоды k_0 и L_0 взаимно просты с периодом L_1 . Тогда общий период рабочей последовательности определится следующим образом:

$$\begin{aligned} L_0L_1 &= 2m_0(2^{n-m_0} - 1) = 2^{n-m_0+1}m_0 - 2m_0 = \\ &= (2^{n-m_0+1}m_0 - 1) - (2m_0 - 1) = L - (2m_0 - 1). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Обозначим и назовем последовательность с наибольшим периодом относительно других элементов (4.3) как $(L - (2m_0 - 1))$ -последовательность n -порядка, где период $L = (2^{n-m_0+1}m_0 - 1)$.

ПС, соответствующая многочлену $\varphi(x)$ (1) при других числовых данных многочлена $\varphi_0(x)$, определяется аналогично (4.3) как формальное произведение членов.

2. Случай минимальной величины $m_0 = 3$, не являющейся степенью двух. Тогда $\varphi_0(x) = x^3 \oplus 1$ и ПС принимает вид $\{1(2), 1(2m_0)\} = \{1(2), 1(6)\}$, что соответствует формированию следующих ИСП с периодами 2 и 6: 0 1 и 0 0 0 1 1 1 (сокращенная запись ИСП через размеры пачек одинаковых символов $\{1, 1\}$ и $\{3\}$, соответственно) [5].

Пример 1. Пусть

$$\varphi_1(x) = x^3 \oplus x \oplus 1 \quad (13_8), \quad (4.5)$$

где в скобках указано восьмеричное представление многочлена [7]. Тогда

$$\varphi(x) = (x^3 \oplus x \oplus 1)(x^3 \oplus 1) = x^6 \oplus x^4 \oplus x \oplus 1. \quad (4.6)$$

ПС многочлена (4.6) определится как

$$\begin{aligned} \{1(1), 1(7)\} \{1(2), 1(6)\} &= \{1(2), 1(6), 1(14), 1(42)\} = \\ &= \{1(2), 1(6), 1(16-2), 1((48-1)-5)\}, \end{aligned}$$

т.е. получим запрещенные ИСП с периодами 2 и 6 и рабочие – с периодами 14 и 42, где последняя – **(L – 5)-последовательность 6-го порядка**.

Рассмотрим схему соответствующего генератора, представленную на рисунке.

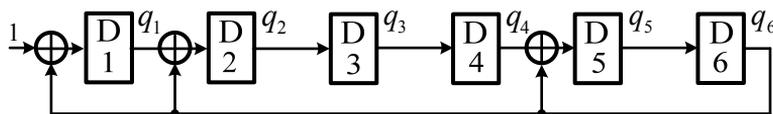


Схема ГПСП на основе многочлена $\varphi(x) = (x^3 \oplus x \oplus 1)(x^3 \oplus 1) = x^6 \oplus x^4 \oplus x \oplus 1$

Формируемые циклические последовательности, полученные моделированием работы ГПСП при разных начальных условиях, представлены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Рабочие циклы многочлена (4.6)

q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1																		

При начальном состоянии регистра 0 0 0 1 0 1 на выходах триггеров q_1 , q_5 и q_6 формируются последовательности

$$,001111101100001, \quad (4.7)$$

с различными сдвигами (далее подобное замечание указываться не будет) и периодом 14, а на выходах $q_2 - q_4$ – две последовательности

$$,00101111, \quad (4.8)$$

с периодом 7. Это МП, порождаемая многочленом $\varphi_1(x) = x^3 \oplus x \oplus 1$.

Сформируем из (4.7) две последовательности, состоящие из символов, стоящих на нечетных и четных позициях:

$$\begin{aligned} & ,00111101100001, \\ & 0-1-1-0-1-0-0- \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$-0-1-1-1-0-0-1. \quad (4.10)$$

В результате выясним, что последовательность (4.7) содержит $\overline{\text{МП}}$ и МП (4.8), определяемые многочленом $\varphi_1(x)$.

При начальном состоянии регистра 000000 на выходах триггеров q_1 , q_5 и q_6 формируются ИСП:

$$,01111100110111010010100000011001000101101, \quad (4.11)$$

с периодом 42, а на выходах $q_2 - q_4$ – последовательности

$$,001111101010011000100, \quad (4.12)$$

с периодом 21.

Сформируем из $(L - 5)$ -последовательности (4.11) шесть последовательностей из символов на позициях 1, 7, ...; 2, 8, ...; 3, 9, ...; 4, 10, ...; 5, 11, ... и 6, 12, ...:

$$\begin{aligned} & ,01111100110111010010100000011001000101101, \\ & ,0-----1-----1-----0-----0-----0-----1-----,\dots \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$, -1-----0-----1-----1-----0-----0-----0-----,\dots \quad (4.14)$$

$$, --1-----0-----1-----0-----0-----1-----1-----,\dots \quad (4.15)$$

$$, ---1-----1-----0-----1-----0-----0-----1-----,\dots \quad (4.16)$$

$$, ----1-----1-----1-----0-----1-----0-----0-----,\dots \quad (4.17)$$

$$, -----1-----0-----0-----0-----1-----0-----1-----,\dots \quad (4.18)$$

Полученное разложение показывает, что три МП (4.15)–(4.17) и три $\overline{\text{МП}}$ (4.13), (4.14) и (4.18) **определяются многочленом, сопряженным с $\varphi_1(x)$** , т.е.

$$\varphi_{1c}(x) = x^3 \oplus x^2 \oplus 1 \quad (15_8). \quad (4.19)$$

Сформируем из (4.12) три последовательности из символов на позициях 1, 4, ...; 2, 5, ...; 3, 6:

$$\begin{aligned} & ,001111101010011000100, \\ & ,0--1--1--0--0--0--1-- \dots \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$, -0--1--0--1--1--0--0--,\dots \quad (4.21)$$

$$, --1--1--1--0--1--0--0--,\dots \quad (4.22)$$

$\overline{\text{МП}}$ (4.19), (4.20) и МП (4.21) **также определяются сопряженным многочленом** (4.19) $\varphi_{1c}(x)$.

Алгоритм формирования последовательностей (4.9), (4.10), (4.13)–(4.18) и (4.20)–(4.22) с s -шаговым сдвигом, при котором происходит выбор каждого s -го члена последовательности, называется децимацией исходной последовательности по индексу s . Следует отметить, что децимацией можно получить любые другие МП данного порядка [8].

Работа ГПСП описывается с помощью квадратной матрицы C , которая для схемы рис. 1 имеет следующий вид:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В этом случае ГПСП на регистре с s -шаговым сдвигом функционирует в соответствии с матрицей C^s [1], при этом происходит децимация и МП по соответствующей ей матрице. В качестве примера для ГПСП по многочлену (4.5) при известной матрице C определим матрицы C^2 , C^3 и C^6 :

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C^6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

по которым найдем соответствующие им характеристические многочлены как определитель матрицы $C^s - xE$ (E – единичная матрица).

При $s = 2$ для матрицы C^2 характеристический многочлен равен $\varphi_1(x)$ (4.5), поэтому МП (4.9) и МП (4.10) определяются многочленом $\varphi_1(x)$.

При $s = 3$ для C^3 и $s = 6$ для C^6 характеристический многочлен равен сопряженному $\varphi_{1c}(x)$, порождающему последовательности (4.13)–(4.18) и (4.20)–(4.22).

Формируемые ПС последовательностей можно определить из анализа запрещенных циклов многочлена (4.6), представленных в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Запрещенные циклы многочлена (4.6)

q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
						1	0	1	1	0	0
						1	1	0	1	1	0
						1	1	1	0	1	1
						0	0	1	1	1	1

Как видно из табл. 4.3, на выходах триггеров q_1 , q_5 и q_6 запрещенными или индикаторными [4] последовательностями (ИП) являются 0 1 или 0 0 0 1 1 1, следовательно, соответствующие им рабочие последовательности (4.7) содержат МП и $\overline{\text{МП}}$, (4.10) – три МП и три $\overline{\text{МП}}$. На выходах $q_2 - q_4$ при ИП 0 0 или 0 1 1 последовательности содержат две МП или П и две $\overline{\text{МП}}$ (4.22).

Таким образом, циклические последовательности символов 0 0 0 1 1 1 и 0 1 1, количество которых равно $2m_0$ и m_0 , соответственно, индицируют о **структурно новых последовательностях**. Причем ИП 0 0 0 1 1 1 определяют равновероятностную ИСП, а 0 1 1 (или 0 0 1) свидетельствуют о рабочих последовательностях, структурно отличных от инверсно-сегментных с вероятностными характеристиками, близкими к МП.

Пример 2. Интересным представляется рассмотрение всех трех многочленов $\varphi_1(x)$ 5-го порядка:

$$\begin{aligned}\varphi_1^{(1)}(x) &= x^5 \oplus x^2 \oplus 1 \quad (45_8), \\ \varphi_1^{(2)}(x) &= x^5 \oplus x^4 \oplus x^3 \oplus x^2 \oplus 1 \quad (75_8), \\ \varphi_1^{(3)}(x) &= x^5 \oplus x^4 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1 \quad (67_8),\end{aligned}$$

которые порождают МП с периодом 31. В этих случаях ПС многочленов $\varphi(x)$ определится как

$$\begin{aligned}\{1(2), 1(6)\} \{1(1), 1(31)\} &= \{1(2), 1(6), 1(62), 1(186)\} = \\ &= \{1(2), 1(6), 1(64-2), 1((192-1)-5)\},\end{aligned}$$

т.е. получим три **(L – 5)-последовательности 8-го порядка** с периодом 186.

При разложении этих ИСП на шесть последовательностей образуются три МП и три $\bar{\text{МП}}$, которые при $\varphi_1^{(1)}(x)$ в (L – 5)-последовательности **соответствуют многочлену** $\varphi_1^{(2)}(x)$, при $\varphi_1^{(2)}(x)$ – **многочлену** $\varphi_1^{(3)}(x)$, а при $\varphi_1^{(3)}(x)$ – **сопряженному многочлену** $\varphi_{1c}^{(3)}(x)$. Это определяется децимацией МП для трех многочленов $\varphi_1(x)$ 5-го порядка по индексу 6 [8].

3. Случай $m_0 = 5$. Пусть дан многочлен $\varphi_0(x) = x^5 \oplus 1$. Его ПС имеет вид $\{1(2), 3(2m_0)\} = \{1(2), 3(10)\}$, т.е. формируется ИСП с периодом 2 и три – с периодом 10 (в скобках приведена сокращенная запись):

$$\dots, 0000011111, \dots \quad \{5\}, \quad (4.23)$$

$$\dots, 0001011101, \dots \quad \{3, 1, 1\}, \quad (4.24)$$

$$\dots, 0011011001, \dots \quad \{2, 2, 1\}, \quad (4.25)$$

Пример 3. Рассмотрим случай, когда

$$\varphi_1(x) = x^3 \oplus x \oplus 1 \quad (13_8).$$

Тогда

$$\varphi(x) = (x^3 \oplus x \oplus 1)(x^5 \oplus 1) = x^8 \oplus x^6 \oplus x^5 \oplus x^3 \oplus x \oplus 1. \quad (4.26)$$

ПС этого многочлена определится из (4.3) как

$$\begin{aligned}\{1(2), 3(10)\} \{1(1), 1(7)\} &= \{1(2), 3(10), 1(14), 3(70)\} = \\ &= \{1(2), 3(10), 1(16-2), 3((80-1)-9)\},\end{aligned}$$

т.е. получим одну ИП с периодом 2, три – с периодами 10 и рабочие последовательности: одну с периодом 14 и три с периодом 70. Определим последнюю как **(L – 9)-последовательность**. ПС рабочих последовательностей с периодом 70 найдем из анализа циклов ИП многочлена (4.26), представленных в табл. 4.4–4.6.

Таблица 4.4

Таблица 4.5

Таблица 4.6

Запрещенные циклы многочлена (4.26)

q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0

q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1
0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0

q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8
1	0	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0

Табл. 4.4–4.6 показывают, что на выходах триггеров q_1 , q_7 и q_8 индикаторными являются последовательности символов (4.23)–(4.25), поэтому при разных начальных состояниях регистра формируются следующие ИСП-работчие ($L - 9$)-П:

$$,001110010001100101101000000001101011100011011100110100101111111001010, \quad (4.27)$$

$$,00101001100111010100100100001110111101011001100010101010101110001000, \quad (4.28)$$

$$,00011000000100010010101000010110001111001111101110110101011101001110. \quad (4.29)$$

В (4.27)–(4.29) полужирным шрифтом выделены символы, стоящие на позициях 1, 11, 21, ..., 61. Они образуют МП $,0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1$, которая определяется сопряженным многочленом $\varphi_{1c}(x)$.

На выходах q_4 и q_5 индикаторными являются также циклы (4.23)–(4.25). Моделирование показало, что на этих выходах в рабочем режиме продолжают формироваться последовательности коротких циклов, определенные как запрещенные.

На выходах q_2 , q_3 и q_6 индикаторными являются циклы $0\ 0\ 0\ 1\ 1$, $0\ 0\ 1\ 0\ 1$ и $0\ 1\ 1\ 1\ 1$. Эти сочетания символов (и другие комбинации 0 и 1 длиной $m_0 = 5$), а также циклы (4.23)–(4.25) длиной $2m_0 = 10$ определяют **новые структурно сложные последовательности**. По вероятностным характеристикам они близки к рассмотренным ранее.

Подобным же образом могут быть исследованы циклические и структурные свойства последовательностей при других значениях m_0 . Так, при $m_0 = 7$ формируются 9 ($L - 13$)-последовательностей, при $m_0 = 15 - 1092$ ($L - 29$)-последовательностей и т.д., причем на разных выходах могут быть получены одновременно разные ИСП и новые структурно сложные последовательности не инверсно-сегментного типа. Разработаны алгоритм и программа для исследования ГПСП.

4. Автокорреляционные функции. При $m_0 \neq 2^k$ с ростом количества ($L - (2m_0 - 1)$)-последовательностей увеличится и количество различных АКФ.

В работе [3] показано, что периодическая автокорреляционная функция (ПАКФ) $r_\varphi(\tau)$ ИСП, определяемой многочленом (4.1), имеет вид

$$r_\varphi(\tau) = r_{\varphi_0}(\tau) r_{\varphi_1}'(\tau),$$

где

$$r'_{\varphi_1}(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau = 0 \pmod{M_1}, \\ -\frac{1}{M_1} & \text{при } \tau \neq 0 \pmod{M_1}, \end{cases}$$

где M_1 – период МП m_1 -го порядка.

Зная количество единиц и пар единиц n_1 и $n_{11}(\tau)$ на периоде n , ПАКФ $r_{\varphi_0}(\tau)$ можно выразить как [2]

$$r_{\varphi_0}(\tau) = \frac{n \cdot n_{11}(\tau) - n_1^2}{n_1(n - n_1)}.$$

Результаты моделирования и расчетов ПАКФ для $m_0 = \overline{1, 8}$ представлены в табл. 4.7.

Таблица 4.7

Условное название ИСП, их изображение, условное обозначение и ПАКФ для $m_0 = \overline{1, 8}$ (значения нормированной ПАКФ необходимо делить на m_0)

m_0	Условное название ИСП	ИСП, условное обозначение на половине периоде	ПАКФ, фоновые значения на половине периоде
1	(M-1)	0 1, {1}	
2	(M-3)	00 11, {2}	(0)
3	(L-5)	000 111, {3}	(1, -1)
4	(M-7)	0000 1111, {4} 0010 1101, {2,1,1}	(2, 0, -2) (-2, 0, 2)
5	(L-9)	00000 11111, {5} 00010 11101, {3,1,1} 00110 11001, {2, 2, 1}	(3, 1, -1, -3) (-1, 1, -1, 1) (-1, -3, 3, 1)
6	(L-11)	000000 111111, {6} 000010 111101, {4,1,1} 000100 111011, {3,2,1} 000110 111001, {3,1,2} 001110 110001, {2,1,1,1}	(4, 2, 0, -2, 4) (0, 2, 0, -2, 0) (0, -2, 0, 2, 0) (0, -2, 0, 2, 0) (-4, 2, 0, -2, 4)
7	(L-13)	.0000000 1111111, {7} .0000010 1111101, {5,1,1} .0000110 1111001, {4,2,1} .0000100 1111011, {4,1,2} .0001000 1110111, {3,1,3} .0001010 1110101, {3,1,1,1} .0001100 1110011, {3,2,2} .00001110 11110001, {2,1,2,1,1} .00010010 11101101, {2,2,1,1,1}	(5, 3, 1, -1, -3, -5) (1, 3, 1, -1, -3, -1) (1, -1, 1, -1, 1, -1) (1, -1, 1, -1, 1, -1) (1, -1, -3, 3, 1, -1) (-3, 3, -3, 3, -3, 3) (1, -5, -3, 3, 5, -1) (-3, -1, 5, -5, 1, 3) (-3, -1, 1, -1, 1, 3)
8	(M-15)	.00000000 11111111, {8} .00000010 11111101, {6,1,1} .00000100 11111011, {5,1,2} .00000110 11111001, {5,2,1} .00001000 11110111, {4,1,3} .00001010 11110101, {4,1,1,1} .00001100 11110011, {4,2,2} .00001110 11110001, {4,3,1} .00010010 11101101, {3,1,2,1,1} .00010100 11101011, {3,1,1,1,2} .00010110 11101001, {3,1,1,2,1} .00011010 11100101, {3,2,1,1,1} .00011000 11100111, {3,2,3} .00101010 111010101, {2,1,1,1,1,1,1} .00100100 11101011, {2,1,2,1,2} .00101100 11100011, {2,1,1,2,2}	(2, 4, 2, 0, -2, -4, -2) (6, 4, 2, 0, -2, -4, -6) (2, 0, 2, 0, -2, 0, -2) (2, 0, 2, 0, -2, 0, -2) (2, 0, -2, 0, 2, 0, -2) (-2, 4, -2, 0, 2, -4, 2) (2, -4, 2, 0, 2, 4, -2) (2, 0, -2, 0, 2, 0, -2) (-2, 0, 2, 0, -2, 0, 2) (-2, 0, -2, 0, 2, 0, 2) (-2, 0, 2, 0, -2, 0, 2) (-2, 0, 2, 0, -2, 0, 2) (-2, 0, -2, 0, 2, 0, 2) (2, -4, -6, 0, 6, 4, -2) (-6, 4, -2, 0, 2, -4, 6) (-2, -4, 6, 0, -6, 4, 2) (-2, -4, 2, 0, -2, 4, 2)

Выводы. 1. Рассмотрен линейный неоднородный ГПСП по схеме Галуа, описываемый приводимым многочленом n -й степени $\varphi(x) = (x^{m_0} \oplus 1)\varphi_1(x)$, для которого многочлен-множитель $\varphi_1(x)$ степени m_1 примитивен ($n = m_0 + m_1$), где $m_0 \neq 2^k$, k – натуральное число, $m_0 \geq 3$. Такой генератор в совокупности с рассмотренным в предыдущих частях статьи способен формировать расширенный класс ИСП, которые условно назвали как $(L - (2m_0 - 1))$ -последовательностями n -порядка. Их период $L = (2^{n-m_0+1}m_0 - 1)$ является максимальным для данного порядка генератора. При этом количество новых ИСП существенно увеличилось: при $m_0 = 1, 16$ суммарное количество ИСП было 2068, стало 4420, т.е. увеличилось более чем в 2 раза. При дальнейшем росте m_0 это соотношение будет прогрессивно возрастать.

2. В случае $m_0 = 3$ ГПСП формирует $(L - 5)$ -последовательности n -го порядка, в которых запрещенной или индикаторной последовательностью является цикл 000111. Количество символов 0 и 1 в цикле ИП определяет число МП и $\overline{\text{МП}}$: в своем составе $(L - 5)$ -последовательности содержат три МП и три $\overline{\text{МП}}$. Одновременно на других выходах формируются структурно новые последовательности, индикаторными являются циклы 001 или 011. Выявлена связь МП и $\overline{\text{МП}}$ с порождающим их многочленом, которая определяется децимацией исходной последовательности по индексу s . Формируемые циклические рабочие последовательности получены моделированием работы ГПСП при разных начальных условиях. ПС последовательностей определяются из анализа запрещенных циклов многочлена $\varphi(x)$. Индикаторные последовательности 000111 и 011 (001), количество которых равно $2m_0$ и m_0 , соответственно, определяют структурно новые рабочие последовательности. Цикл 000111 индицирует равновероятностную ИСП. Последовательности, определяемые ИП 011 (или 001), ИСП не являются, а по вероятностным характеристикам они близки к МП. Приведены примеры построения ГПСП.

3. При $m_0 = 5$ ПС многочлена $\varphi_0(x)$ имеет вид $\{1(2), 3(10)\}$, т.е. формируются ИСП с периодом два и ИСП с периодом десять: ,0000011111, ,0001011101, и ,0011011001,. ГПСП на основе многочлена $\varphi(x)$ при разных начальных состояниях регистра формирует три $(L - 9)$ -последовательности, а также новые структурно сложные последовательности, индикаторными в которых являются совокупности символов 00011, 00101 и 01111 (возможны и другие сочетания символов). Проведенное моделирование работы ГПСП показало, что на некоторых выходах формируются только ИСП коротких циклов, определенные как запрещенные. ПС рабочих последовательностей также определяются из анализа запрещенных циклов многочлена $\varphi(x)$.

4. Подобным же образом могут быть исследованы последовательности при других значениях m_0 . Так, в случае $m_0 = 7$ формируются 9 $(L - 13)$ -последовательностей, при $m_0 = 15$ – 1092 $(L - 29)$ -последовательностей и т.д., причем на разных выходах могут быть получены одновременно разные ИСП и различные новые структурно сложные последовательности.

5. С ростом количества $(L - (2m_0 - 1))$ -последовательностей увеличится и число различных ПАКФ. Определены ПС и ПАКФ ИСП, формируемых при $m_0 = 1, 8$. Отмеченное разнообразие способствует расширению возможностей

выбора последовательностей для имитационного моделирования реальных процессов с необходимым видом автокорреляционных функций. Разработаны алгоритм и программа для исследования ГПСЦ, определения ПС последовательностей и их ПАКФ.

6. Количество рабочих ИСП можно выбрать очень большим, что способствует их использованию для защиты информации.

Литература

1. Кирьянов Б.Ф., Мансуров Р.М. Об анализе последовательности псевдослучайных чисел, генерируемых устройством с многоразрядным сдвигом // Методы и средства преобразования сигналов. Рига: Зинатне, 1978. Т. 2. С. 56–58.
2. Кузнецов В.М., Песошин В.А. Генераторы случайных и псевдослучайных последовательностей на цифровых элементах задержки. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2013.
3. Песошин В.А., Кузнецов В.М. Генераторы псевдослучайных и случайных чисел на регистрах сдвига. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2007.
4. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Гумиров А.И. Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (Часть 2) // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 273–284.
5. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Рахматуллин А.Х. Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (Часть 3) // Вестник Чувашского университета. 2017. № 3. С. 251–261.
6. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Ширинова Д.В. Генераторы равновероятностных псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра сдвига с линейной обратной связью // Автоматика и телемеханика. 2016. № 9. С. 136–149.
7. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
8. Сорвате Д.В., Персли М.Б. Взаимно-корреляционные свойства псевдослучайных и родственных последовательностей // ТИИЭР. 1980. Т. 68, № 5. С. 59–90.
9. Элпас Б. Теория автономных линейных последовательных сетей // Кибернетический сборник. М.: ИЛ, 1963. № 7. С. 90–128.

ПЕСОШИН ВАЛЕРИЙ АНДРЕЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (pesoshin-kai@mail.ru).

КУЗНЕЦОВ ВАЛЕРИЙ МИХАЙЛОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (kuznet_evm@mail.ru).

РАХМАТУЛЛИН АРСЛАН ХАНАФИЕВИЧ – магистрант Германо-Российского института новых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (arslan.rahmatullin@outlook.com).

ГАЛИМОВ РУСЛАН РАДИКОВИЧ – бакалавр кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (ruselg@mail.ru).

ЯМЩИКОВА АНАСТАСИЯ ДМИТРИЕВНА – бакалавр кафедры компьютерных систем, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева-КАИ, Россия, Казань (ya.anastasiyadmitrievna@yandex.ru).

V. PESOSHIN, V. KUZNETSOV, A. RAKHMATULLIN,
R. GALIMOV, A. YAMSHCHIKOVA

NONMAXIMAL LENGTH PSEUDORANDOM NUMBER GENERATORS
BASED ON INTERNAL XORS SHIFT REGISTER
(Part 4)

Key words: $(L - 5)$ -, $(L - 9)$ -, ..., - and $(L - (2m_0 - 1))$ -sequences, heterogeneous generators, diversity of sequences, segment-reversal sequences.

The article considers non-uniform pseudorandom signal generators that form recursive sequences of non-maximal length based on the register with internal adder on module two. Characteristic polynomial is chosen as a mathematical foundation for the generators. It contains a binomial in the power $m_0 \neq 2^k$ (k – positive integer), therefore expanding of classes variants of inverse-segment sequences has been achieved. Diversity of the sequences generated at the same time is shown with examples. The problems of identifying sequences and determining their periodic autocorrelation functions are solved.

References

1. Kiryanov B.F., Mansurov R.M. *Ob analize posledovaty psevdosluchainykh chisel, generiruemizh ustroistvom s mnogorazryadnim sdvigom* [On the analysis of a sequence of pseudorandom numbers generated by a device with a multi-digit shift]. In: *Metodi i sredstva preobrazovaniya signalov* [Methods and means of signal conversion]. Riga, Zinatne Publ., 1978, vol. 2, pp. 56–58.
2. Kuznetsov V.M., Pesoshin V.A. *Generatory sluchainykh i psevdosluchainykh i posledovatel'nostei na tsifrovyykh elementakh zaderzhki* [Generators of Pseudorandom and Random Sequences Based on Digital Delay Elements]. Kazan, Kazan State Technical University Publ., 2013.
3. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M. *Generatory psevdosluchainykh i sluchainykh chisel na registrakh sdviga* [Generators of Pseudorandom and Random Numbers Based on Shift Registers]. Kazan, Kazan State Technical University Publ., 2007.
4. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Gumirov A.I. *Generatory psevdosluchainykh posledovatel'nostei nemaksimal'noi dliny na osnove registra s vnutrennimi summatorami po modulyu dva (Ch. 2)* [Nonmaximal Length Pseudorandom Number Generators Based on Internal Xors Shift Register (Part I)]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 1, pp. 273–284.
5. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Rakhmatullin A.H. *Generatory psevdosluchainykh posledovatel'nostei nemaksimal'noi dliny na osnove registra s vnutrennimi summatorami po modulyu dva (Ch. 3)* [Nonmaximal Length Pseudorandom Number Generators Based on Internal Xors Shift Register (Part 3)]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 3, pp. 251–261.
6. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Shirshova D.V. *Generators of the equiprobable pseudorandom nonmaximal-length sequences based on linear-feedback shift registers. Automation and Remote control*, 2016, vol. 77, no. 9, pp. R. 1622–1631.
7. Peterson W., Weldon E. *Error-Correcting Codes*. 2nd ed. MIT Press, 1972 (Russ. ed.: *Kody, ispravlyayushchie oshibki*. Moscow, Mir Publ., 1976).
8. Sarwate D.V., Pursley M.B. *Vzaimno-korrelatsionnie svoystva psevdosluchainykh i rodstvennykh posledovatel'nostei* [Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences], *TIIER*, 1980, vol. 68, no. 5, pp. 59–90.
9. Elspas B. *Teoria avtonomnykh lineinykh posledovatel'nykh setei* [The Theory of Autonomous Linear Sequential Networks]. In: *Kiberneticheskii sbornik* [Cyber collection]. Moscow, IL Publ., 1963, no. 7, pp. 90–128.

PESOSHIN VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (pesoshin-kai@mail.ru).

KUZNETSOV VALERY – Doctor of Technical Sciences, Professor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (kuznet_ev@mail.ru).

RAKHMATULLIN ARSLAN – Master of German-Russian Institute of Advanced Technologies, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (arslan.rahmatullin@outlook.com).

GALIMOV RUSLAN – Bachelor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (ruselg@mail.ru).

YAMSHCHIKOVA ANAZTASIYA – Bachelor of Computer Systems Department, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia (ya.anastasiyadmitrievna@yandex.ru).

Формат цитирования: *Песошин В.А., Кузнецов В.М., Рахматуллин А.Х., Галимов Р.Р., Ямщикова А.Д.* Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (Часть 4) // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 224–234.

УДК 004.8.032.26:159.922.7.016.2

ББК 397:Ю983.402

П.Н. ФЕДОРОВА, Г.Ф. ИВАНОВА, Е.В. СЛАВУТСКАЯ

**НЕЙРОННАЯ СЕТЬ:
СЕЛЕКТИВНАЯ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА
ВНУТРИСИСТЕМНЫХ СВЯЗЕЙ
НЕОДНОРОДНЫХ ПСИХОДИАГНОСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ**

***Ключевые слова:** искусственные нейронные сети, системный анализ, неоднородные многомерные данные, психодиагностика.*

Предлагается алгоритм обработки и системного анализа неоднородных случайных данных с использованием аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС). Для обработки применяется нейронная сеть прямого распространения с простой архитектурой. В качестве исходного статистически неоднородного массива данных для анализа используются результаты психодиагностики, полученные при помощи тестов с разными числовыми шкалами. Распределение данных в выборке отлично от нормального (гауссова). ИНС позволяет количественно оценить связи между отдельными частями общего массива данных (значениями признаков) вне зависимости от их размерности. Контроль результатов обучения и тестирования нейронной сети позволяет сразу оценить наличие и степень структурирования связей между входными данными и целевой функцией. Показано, что использование нейросетевых моделей для системного анализа неоднородных многомерных данных позволяет делать выводы о наличии внутрисистемных связей и провести их количественную оценку как на основе статистических критериев, так и селективно – между отдельными элементами и группами внутри массива исходных данных. Обучение ИНС, как результат решения задачи многопараметрической нелинейной оптимизации, не накладывает ограничений, характерных для традиционных статистических методов анализа.

Для исследования структуры и взаимосвязей многомерных случайных данных широко используются факторный, кластерный, регрессионный анализ, многомерное шкалирование и т.д. [3, 7, 17]. Наряду с этими (статистическими) методами быстро развиваются так называемые методы интеллектуального анализа данных (Data Mining) [4, 14], основанные на нечеткой логике и использовании аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС) [8, 13, 18]. Оценка связей, в том числе латентных, внутри массива многомерных данных как единой системы является актуальной задачей для самых разных областей. Использование для этих целей перечисленных выше статистических методов связано с рядом ограничений: необходимостью задания меры связей (кластерный анализ) [19], требованиями к размерности данных и размерам статистической выборки. Классическим примером идентификации латентных связей и группировки данных на их основе является факторный анализ [6], однако он основан на корреляционных связях и позволяет идентифицировать только линейные взаимозависимости случайных величин. Это относится в большинстве случаев и к регрессионному анализу.

В настоящей работе показана возможность селективной оценки внутрисистемных нелинейных связей неоднородного по размерности многомерного

массива данных при помощи аппарата ИНС. В качестве исходных данных использованы результаты психодиагностики респондентов при помощи тестов с различными числовыми шкалами. Нормировка данных и приведение их к единой размерности [10] ведут к возникновению погрешностей и не позволяют выбрать единую меру связей для использования кластерного анализа, адекватно применить для обработки данных факторный и регрессионный анализ. Обучение ИНС, как результат решения задачи многопараметрической нелинейной оптимизации [15, 18], не накладывает таких ограничений при оценке внутрисистемных связей [2].

ИНС позволяет количественно оценить связи между отдельными частями общего массива данных (значениями признаков) вне зависимости от их размерности. Такие зависимости могут быть построены для каждого респондента, т.е. селективно. При этом статистические показатели таких связей могут быть получены уже при обучении и тестировании нейронной сети [8, 9].

Выборка и методика анализа данных. В качестве программного обеспечения использовалась платформа Deductor [1]. Исходными данными для анализа служили результаты психологического тестирования респондентов по трём разным методикам с разными числовыми шкалами:

1. 14-факторный опросник Р.Б. Кеттелла [16], который выявляет личностные черты. Их дифференцируют по группам: группа коммуникативных свойств, группа интеллектуальных свойств, группа эмоциональных свойств, группа поведенческих и регуляторных свойств. Значения соответствующих признаков принимают целочисленные значения от 0 до 10.

2. Диагностика социально-психологической адаптации проводилась на основе теста К. Роджерса, Р. Даймонд [12]. Обобщенные результаты представлялись в виде двух признаков – адаптивность и дезадаптивность, принимающих целочисленные значения в диапазоне 50–180 и 35–130, соответственно.

3. Мотивационные характеристики выявлялись при помощи теста Ю.М. Орлова «Потребность в достижении» [5] (диапазон целочисленных значений 0–15).

Респондентами выступали подростки 14-15 лет. После предварительной обработки и очистки исходных данных от аномальных значений и дублирующих комбинаций была получена матрица размером 17×57 , которая использовалась для анализа связей между результатами разных тестов. Применялась ИНС прямого распространения с одним скрытым слоем, на вход которой подавались значения личностных черт, а в качестве целевой функции последовательно использовались признаки с другими числовыми шкалами – адаптация *AD*, дезадаптация *DZ* и потребность в достижении *PD* (см. рис. 1, 2).

Гистограммы исходных значений трех выходных признаков показаны на рис. 2. Статистическое распределение несимметрично (негауссово), значения признаков распределены в разных числовых диапазонах.

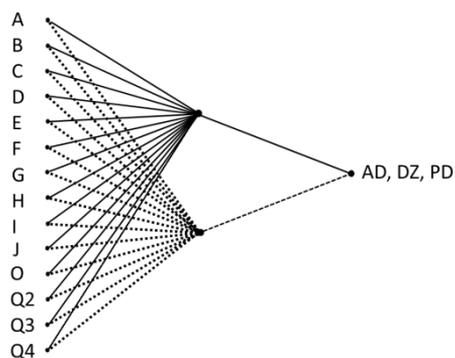


Рис. 1. Структура ИНС:

группа коммуникативных черт: А – общительность (аффектомия – шизотимия); Н – (смелость – робость в контактах); Е – (стремление к доминированию – пассивность); Q2 – самостоятельность (степень групповой зависимости); *группа интеллектуальных черт:* В – вербальный интеллект; *группа эмоциональных черт:* С – (степень эмоциональной устойчивости); D – (возбудимость – флегматичность); F – (легкомыслие – осторожность); I – эмоциональная чувствительность (сензитивность – реализм); J – (неврастения, фактор Гамлета – интерес к участию в общих делах); O – тревожность (склонность к чувству вины – самоуверенность); Q4 – (степень внутреннего напряжения); *группа поведенческих регуляторных черт:* Q3 – (степень самоконтроля); G – моральная нормативность (степень принятия моральных норм); *адаптация* – AD, *дезадаптация* – DZ (тест К. Роджерса, Р. Даймонд); *потребность в достижении* – PD

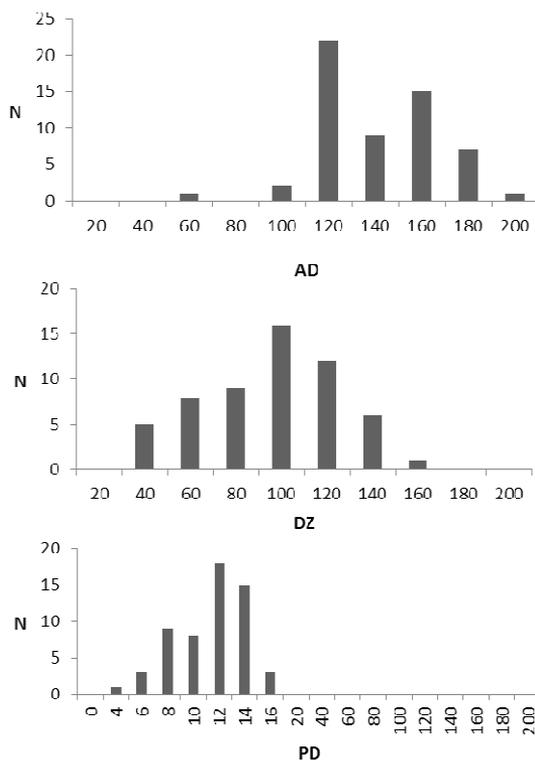


Рис. 2. Гистограммы значений признаков на выходе ИНС

Результаты и обсуждение. Контроль результатов обучения и тестирования нейронной сети позволяет сразу оценить наличие и степень структурирования связей между входными данными и целевой функцией. В таблице приведены соответствующие результаты для ИНС-модели, представленной на рис. 1. Максимальная σ_{\max} и среднеквадратичная σ_s ошибка обучения могут служить основанием для предварительного вывода о том, что исходные данные действительно являются сильно неоднородными не только по размерности, но и по уровню внутрисистемных связей. Если первые два признака *AD* и *DZ* оказываются по результатам обучения ИНС практически не связанными с входными данными ИНС (неприемлемо высокий уровень ошибок σ_{\max} , σ_s и очень низкий процент распознавания связей), то третий признак *PD* демонстрирует 100%-ное распознавание связей с входными данными и приемлемый для такой небольшой выборки уровень ошибок. Для некоторых практических задач в психологии даже такие качественные (сравнительные) выводы, сопровождающиеся количественными оценками, бывают востребованы.

Результаты обучения ИНС (рис. 1)

Признак на выходе	Максимальная ошибка (σ_{\max})	Среднеквадратичная ошибка (σ_s)	Распознавание связей (S)
<i>AD</i>	$2,67 \times 10^{-1}$	$1,29 \times 10^{-2}$	91,23%
<i>DZ</i>	$1,13 \times 10^{-1}$	$9,37 \times 10^{-3}$	92,98%
<i>PD</i>	$4,68 \times 10^{-2}$	$5,07 \times 10^{-3}$	100%

Результаты, полученные при обучении ИНС по признаку *PD*, при распознавании 100% связей позволяют проводить дальнейший селективный анализ данных для каждого респондента. ИНС даёт возможность построить вычислительные модели (зависимости) $PD(x)$, где x – значения каждого из входных признаков. Соответствующие кривые (рис. 3) носят самый разнообразный характер в зависимости от индивидуального набора показателей (комбинации чисел в строках исходной матрицы данных).

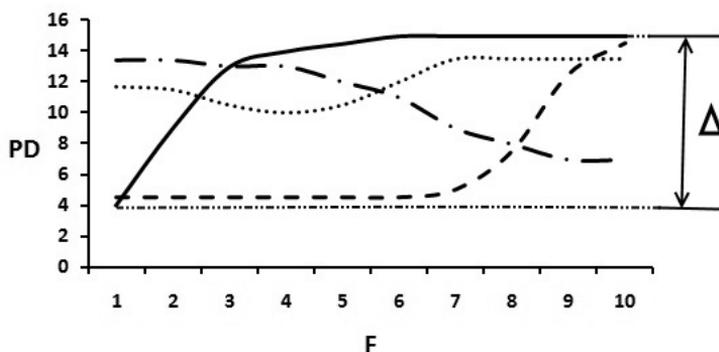


Рис. 3. Примеры зависимостей $PD(F)$ для разных респондентов

В данном случае информативным является диапазон изменения зависимости по вертикальной оси [11]. Величина этого диапазона Δ определяет сте-

пень влияния соответствующего входного признака на целевую функцию для каждого респондента. Диапазон меняется для разных признаков и респондентов от 0 до 14. Обнаружено, что максимальный диапазон Δ соответствует признакам F и G .

На рис. 4 показаны гистограммы распределение диапазона Δ по признакам на входе ИНС. Как видно из рисунка, ИНС-модели PD в статистическом смысле имеют существенно разное поведение для разных входных признаков. По гистограмме рис. 4 можно определить признаки, наиболее и наименее связанные с PD . Например, максимум гистограмм для признаков C , D , F , смещённый в область больших диапазонов Δ , позволяет оценить общее количество респондентов из выборки, для которых характерна устойчивая связь мотивационных характеристик PD с этими личностными чертами.

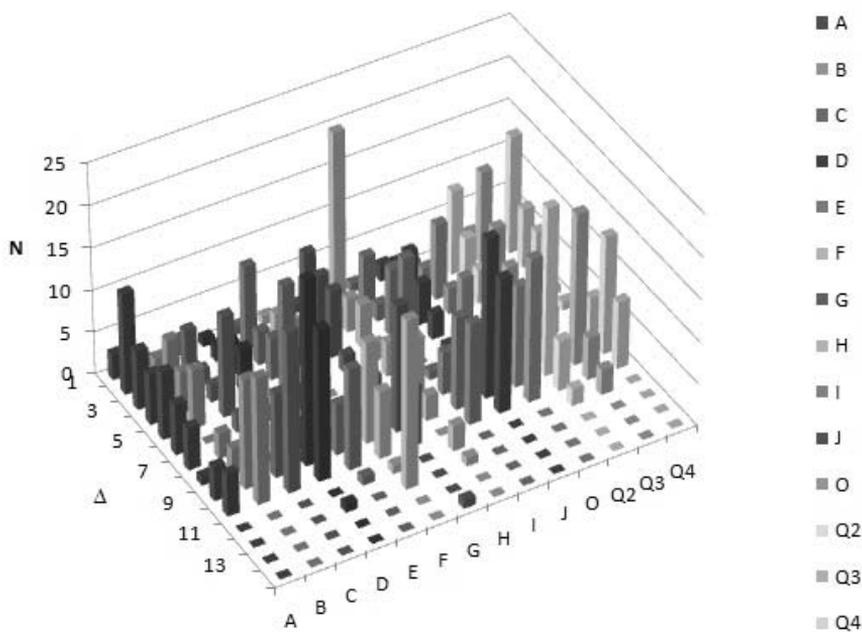


Рис. 4. Гистограммы распределения диапазона изменения Δ для зависимостей $PD(x)$ от значений признаков на входе ИНС

Выводы. Таким образом, использование нейросетевых моделей для системного анализа неоднородных многомерных данных позволяет делать выводы о наличии внутрисистемных связей и провести их количественную оценку как на основе статистических критериев, так и селективно – между отдельными элементами и группами внутри массива исходных данных. При этом использование аппарата искусственных нейронных сетей позволяет избежать априорного задания меры латентных связей и не накладывает ограничений на степень нелинейности этих связей.

Литература

1. Аbrukov В.С., Ефремов Л.Г., Коцеев И.Г. Возможности создания системы поддержки принятия решений и управления вузом с помощью аналитической платформы deductor // Интеграция образования. 2013. № 1(70). С. 17-23.
2. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа. СПб.: СПбГТУ, 1997. 510 с.
3. Воробьев А.В. Обзор применения математических методов при проведении психологических исследований // Психологические исследования. 2010. № 2(10).
4. Дюк В.А., Самойленко А.П. Data Mining. СПб.: Питер, 2001. 370 с.
5. Елисеев О.П. Практикум по психологии личности. СПб.: Питер, 2003. С. 427–428.
6. Иберла К. Факторный анализ. М.: Статистика, 1980. 308 с.
7. Ким Дж., Мюллер Ч., Клекка У., Олдендерфер М., Блэшифилд Р. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ. М.: Финансы и статистика, 1989. 216 с.
8. Круглов В.В., Борисов В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. М.: Горячая линия – Телеком, 2002. 382 с.
9. Славутская Е.В., Аbrukov В.С., Славутский Л.А. Нейросетевой системный анализ уровней психологических характеристик // Вестник Чувашского университета. 2016. № 1. С. 164–173.
10. Славутская Е.В. Гендерные различия в личностных качествах, определяющих дезадаптацию младших подростков // Психологическая наука и образование. 2011. № 3. С. 151–160.
11. Славутская Е.В., Славутский Л.А. Нейросетевой анализ взаимосвязи вербального и невербального интеллекта младших подростков // Психологический журнал. 2014. Т. 35, № 5. С. 28–36.
12. Фетискин Н.П., Козлов В.В., Мануйлов Г.М. Социально-психологическая диагностика развития личности и малых групп. М.: Изд-во Ин-та психотерапии. 2002. С. 193–197.
13. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. 2-е изд.: пер. с англ. М.: И.Д. Вильямс, 2006. 1104 с.
14. Abrukov V.S., Karlovich E.V., Afanasyev V.N., Semenov Y.V., Abrukov S.V. Creation of propellant combustion models by means of data mining tools. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, 2010, vol. 9, no. 5, pp. 385–394.
15. Baxt W.G. Complexity, chaos and human physiology: the justification for non-linear neural computational analysis. *Cancer Lett.*, 1994, vol. 77, no. 2-3, pp. 85–93.
16. Cattell R.B. Advanced in Cattellian Personality Theory. Handbook of Personality Theory and Research. New York, The Guilford Press, 1990.
17. Esbensen K. Multivariate Data Analysis – in Practice. 5th ed. Oslo, Norway, CAMO Process AS, 2002.
18. Hebb D. Organization of behavior: New York, Science Edition, 1961.
19. Slonim N., Atwal G.S., Tkachic G., Bialek W. Information-based clustering. Proc. of the National Academy of Sciences, 2005, vol. 102, pp. 18297–18302.

ФЕДОРОВА ПОЛИНА НИКОЛАЕВНА – студентка IV курса факультета радиоэлектроники и автоматики, Чувашский государственный университет, Чебоксары, Россия (feodorowa.polya@yandex.ru).

ИВАНОВА ГУЛЬНАРА ФАРХАДОВНА – аспирантка кафедры психологии и социальной педагогики, Чувашский государственный педагогический университет, Чебоксары, Россия (gulnara_biametov@mail.ru).

СЛАВУТСКАЯ ЕЛЕНА ВЛАДИМИРОВНА – доктор психологических наук, профессор кафедры психологии и социальной педагогики, Чувашский государственный педагогический университет, Чебоксары, Россия (elena@slavutskii.ru).

P. FEDOROVA, G. IVANOVA, E. SLAVUTSKAYA

NEURAL NETWORK:
SELECTIVE AND STATISTICAL ASSESSMENT OF INTRA SYSTEMIC LINKS
OF INHOMOGENEOUS PSYCHODIAGNOSTIC DATA

Key words: artificial neural networks, system analysis, inhomogeneous multidimensional data, psycho-diagnostics.

The algorithm of processing and system analysis of heterogeneous random data, using the apparatus of artificial neural networks (ANN), is proposed. A neural network of forward propagation with a simple architecture is used. As the initial statistically inhomogeneous matrix of data for analysis, the results of psycho-diagnostics obtained, using tests with different numerical scales, are used. The data distribution in the sample is different from the normal (Gaussian). ANN allows to quantify the relationships between different parts of a general data set (characteristic's values), regardless of their dimensionality. Monitoring the learning and testing results of a neural network allows to immediately evaluate presence and the degree of structuring of the links between the input data and the objective function. It is shown that the use of neural network models for system analysis of inhomogeneous multidimensional data allows to draw conclusions about the presence of intra systemic links and make their quantitative assessment, both on the basis of statistical criteria and selectively – between individual elements and groups within an array of initial data. Training ANN, as a result of solving the problem of multiparametric nonlinear optimization, does not impose restrictions which are typical for traditional statistical methods of analysis.

References

1. Abrukov V.S., Efremov L.G., Kosheev I.G. *Vozможности sozdania sistemi prinyatia reshenii i upravleniya vuzom s pomosh'iu platformi deductor* [Opportunities to create a decision support and management system with the help of the analytic platform deductor]. *Integratsia obrazovaniya* [Integration of education], 2013, no. 1(70), pp. 17–23.
2. Volkova V.N., Denisov A.A. *Osnovi teorii sistem i sistemnogo analiza* [Fundamentals of systems theory and systems analysis]. St. Petersburg, 1997, 510 p.
3. Vorobev A.V. *Obzor primeneniya matematicheskix metodov pri provedenii psichologicheskikh issledovaniy* [The review of mathematical methods application in psychological researches]. *Psichologicheskie issledovaniya* [Psychological research], 2010, no. 2(10).
4. Diuk V.A., Samoilenko A.P. *Data Mining* [Data Mining]. St. Petersburg, Piter Publ., 2001, 370 p.
5. Eliseev O.P. *Praktikum po psichologii lichnosti* [Practicum on psychology of personality]. St. Petersburg, 2003, pp. 427–428.
6. Iberla K. *Factornyy analiz* [Factor analysis]. Moscow, Statistika Publ., 1980, 308 p.
7. Kim J., Mueller W. et al. *Factor Analysis: Statistical Methods and Practical Issues*. Eleventh Printing, 1986 (Russ. ed.: *Factornii, diskriminantii i klasternii analiz*. Moscow, Finansi i statistika Publ., 1989, 216 p.).
8. Kruglov V.V., Borisov V.V. *Iskustvennii neironnii seti. Teoria i praktika* [Artificial neural networks. Theory and practice]. Moscow, Goryachaiya liniya – Telecom Publ., 2002, 382 p.
9. Slavutskaya E.V., Abrukov V.S., Slavutskii L.A. *Neirosetevoi sistemnyy analiz urovnevykh psichologicheskikh kharakteristik* [Neural network systems analysis of the split level psychological characteristics]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta.*, 2016, no. 1, pp. 164–173.
10. Slavutskaya E.V. *Gendernie razlischia v lichnostnykh kachestvakh, opredelyayushchikh dezadaptatsiyu mladchih podrostkov* [Gender differences in personal qualities which define maladaptation of younger adolescents]. *Psichologicheskaya nauka i obrazovanie*, 2011, no. 3, pp. 151–160.
11. Slavutskaya E.V., Slavutskii L.A. *Neirosetevoi analiz vzaimosvyazi verbal'nogo i neverbal'nogo intellekta mladchih podrostkov* [Neural network analysis of the interrelation between verbal and nonverbal intelligence of younger adolescents]. *Psichologicheskii zhurnal* [Psychological journal], 2014, vol. 35, no. 5, pp. 28–36.

12. Fetiskin N.P., Kozlov V.V., Manuylov G.M. *Sotsialno-psixologicheskaya diagnostika razvitiya lichnosti i malix grupp* [Social-psychological diagnosis of personality development and small groups]. Moscow, 2002, pp. 193–197.

13. Haykin S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. 2nd ed. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 1999 (Russ. ed.: *Neironnii seti: polnyi kurs*. 2nd ed. Moscow, Williams Publ., 2006, 1104 p.).

14. Abrukov V.S., Karlovich E.V., Afanasyev V.N., Semenov Y.V., Abrukov S.V. Creation of propellant combustion models by means of data mining tools. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, 2010, vol. 9, no. 5, pp. 385–394.

15. Baxt W.G. Complexity, chaos and human physiology: the justification for non-linear neural computational analysis. *Cancer Lett.*, 1994, vol. 77, no. 2-3, pp. 85–93.

16. Cattell R.B. *Advanced in Cattelian Personality Theory*. Handbook of Personality. Theory and Research. New York, The Guilford Press, 1990.

17. Esbensen K. *Multivariate Data Analysis – in Practice*. 5th ed. Oslo, Norway, CAMO Process AS, 2002.

18. Hebb D. *Organization of behavior*: New York, Science Edition, 1961.

19. Slonim N., Atwal G.S., Tkachic G., Bialek W. Information-based clustering. *Proc. of the National Academy of Sciences*, 2005, vol. 102, pp. 18297–18302.

FEDOROVA POLINA – 4th year Student, Radioelectronics and Automation Faculty, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (feodorowa.polya@yandex.ru).

IVANOVA GULNARA – Post-Graduate Student of Psychology and Social Pedagogic Department, Chuvash State Pedagogical University, Russia, Cheboksary (gulnara_biametov@mail.ru).

SLAVUTSKAYA ELENA – Doctor of Psychological Sciences, Professor of Psychology and Social Pedagogic Department, Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia (elena@slavutskii.ru).

Формат цитирования: Федорова П.Н., Иванова Г.Ф., Славутская Е.В. Нейронная сеть: селективная и статистическая оценка внутрисистемных связей неоднородных психодиагностических данных // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 235–242.

УДК 519.24:681.3

ББК 32.971

Д.В. ШИРШОВА

**КРИТЕРИЙ ЗНАЧИМОЙ ОДНОРОДНОСТИ
ДВОИЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ***

Ключевые слова: статистическая неразличимость, критерий статистической однородности, случайная последовательность, псевдослучайная последовательность, длина выборки, имитационная модель, доверительный полуинтервал, вероятностный момент, оценка вероятностного момента.

Целью данной статьи является формирование комплекса алгоритмических процедур, образующих критерий статистической однородности двух последовательностей на всех длинах частных выборок до заданной максимальной, или критической. Актуальность данного комплекса обусловлена задачей замены всех или ряда последовательностей, используемых при имитационном моделировании, более простыми в алгоритмическом отношении их эквивалентами, т.е. альтернативными реализациями для освобождения части аппаратных ресурсов ЭВМ. Рассмотренные подходы к применению двухэтапного вида критерия статистической однородности выборок случайных или псевдослучайных последовательностей по вероятностным моментам первого и второго порядков реализованы в многоцикловом варианте, что является отличительной особенностью данного метода. В качестве основного аргумента используется длина выборки. Приведены примеры работы критерия для зон статистической однородности и неоднородности псевдослучайных последовательностей (ПСП). Разработанный критерий позволяет дать оценку статистической однородности последовательностей на выборках, не кратных периоду. Особенность рассмотренного подхода заключается в его двухэтапности, подразумевающей сравнение по АКФ для последовательностей, имеющих внутренние корреляционные зависимости. Применение данного критерия в имитационных моделях позволит сократить аппаратные, временные или алгоритмические затраты, что достигается путем замены одной последовательности другой, но более простой в плане реализации.

Из года в год сложность имитационных моделей растет, возникает необходимость в формировании все большего числа последовательностей, имитирующих внешние воздействия на объект моделирования. Алгоритмически сложные, они перегружают ресурсные возможности ЭВМ, что приводит к невозможности реализации многомерных моделей при традиционных алгоритмических формированиях двоичных чисел. Поэтому актуальной является задача замены всех или ряда последовательностей более простыми в алгоритмическом отношении их эквивалентами, т.е. альтернативными реализациями.

Идеальное решение состоит в попарной проверке последовательностей по всем вероятностным моментам, основываясь на соблюдении стационарности в узком смысле. Однако такое решение в рамках конечной размерности невозможно. Практически для ограниченных временных фрагментов имитирующих процессов достаточно обеспечить их стационарность в широком смысле. Это означает неизменчивость моментных функций до второ-

* Работа поддержана грантом РФФИ, проект № 18-47-160001.

го порядка, чем для двоичной последовательности являются вероятность и корреляция.

Таким образом, требуется создать такой инструмент взаимного сравнения последовательностей, который бы выявлял значимую сопоставимость основных параметров вероятностных распределений на заданных выборках. Основания для формулировки сходства последовательностей следует искать на основе критериев согласия или интервального оценивания [3, 5, 7].

Цель статьи – сформировать комплекс алгоритмических процедур, образующих критерий статистической однородности двух последовательностей на всех длинах частных выборок до заданной максимальной, или критической. В качестве кратко реализуемых процедур критерия уместно воспользоваться известными решениями задач определения значимой однородности числовых последовательностей при фиксированной длине выборки.

Отметим особенность выражения начальных вероятностных моментов k -го порядка для случайных событий бинарного типа через вероятности совпадений k событий. Эти события могут быть как однородными (например, появление единиц на k различных временных позициях относительно друг друга), так и смешанными (единицами и нулями). Для двоичных последовательностей, стационарных в широком смысле, достаточно, например, воспользоваться в качестве начального момента первого порядка вероятностью появления единицы, а второго порядка – вероятностью появления двух единиц, разнесенных интервалом времени τ . Первое представление соответствует математическому ожиданию, а второе вместе с первым – корреляционной функции от аргумента τ . Следовательно, выбор параметров критериального поиска статистической однородности в любом смысле можно свести к набору соответствующих вероятностей.

Назовем случайную последовательность, удовлетворяющую условиям имитационного эксперимента, базовой (БП), а претендента на эквивалентную обозначим как альтернативную (АП). Двоичные последовательности признаются статистически однородными, если дисперсионный разброс оценок выбранных вероятностей не позволяет их значимо различить как на заданной длине частных выборок, так и на всех предыдущих меньших.

Признаком отличия псевдослучайных последовательностей (ПСП) как моментом первого порядка является математические ожидания базовой (БП) и альтернативной (АП) последовательностей. Фактом значимого отличия является возможность статистически наблюдать оригинальные вероятностные свойства каждой последовательности. Существующие классические критерии проверки гипотез о виде распределения или однородности выборок использовать для решения данной задачи нельзя ввиду невозможности аппроксимации реального распределения практически апробированными распределениями по генеральной выборке, а также ввиду наличия внутренних зависимостей исходных исследуемых выборок [1, 2, 4, 6].

Эти зависимости подразумевают создание нового двухэтапного критерия, основная часть которого – сравнение исследуемых выборок на предмет

схожести по моментам первого порядка, а дополнительная часть – по моментам второго порядка с использованием в качестве «калибровки» функции СКО оценок автокорреляционной функции (АКФ), определяющей внутренние зависимости ПСП [8].

Общий вид критерия значимой однородности ПСП. Постановка критерия определяется задачей нахождения максимальной длины двоичных последовательностей $\langle a \rangle$ и $\langle b \rangle$ при условии их статистической однородности с заданным уровнем значимости α . Пусть $a_i, b_i \in \{0, 1\}$ – элементы этих последовательностей, $\langle a \rangle$ – БП, удовлетворяющая условиям имитационной модели; $\langle b \rangle$ – заданная тестируемая АП. В общем случае элементы последовательностей зависимы, что выражается необходимой для имитационной модели формой АКФ.

Признак однородности – это математические ожидания P и \tilde{P} БП и АП, соответственно. В качестве признака однородности выберем средние значения последовательностей, которые при указанном двоичном алфавите совпадают со средней частотой появления символа 1. На генеральных выборках они представляются вероятностями P_a и P_b , где индексы обозначают принадлежность к соответствующей последовательности. Основная независимая переменная, максимальное значение которой надо найти, n – длина (размер, объем) частной выборки, заданная независимо от периодических свойств БП и АП. Глубина корреляционного анализа по аргументу сдвига τ_{\max} . Величина n_{\max} ограничивает n в тестовом эксперименте ($n = 1, n_{\max}$). Заданный уровень значимости критерия α – вероятность ошибки первого рода. Для выборок, состоящих из зависимых элементов, тестируемым параметром однородности служит автокорреляционная функция АКФ. В общем случае для двух выборок, в том числе и зависимых, определение их однородности по математическому ожиданию можно осуществить на основе статистики, пропорциональной эмпирическому расхождению средних значений обеих последовательности и обратно пропорциональной стандартному отклонению этих расхождений вида

$$t_{\text{эмп}} = \frac{M^*[\Delta P^*]}{\sqrt{D_{\Delta P^*}}}, \quad (1)$$

где $\Delta P^* = P_a^* - P_b^*$ и $D_{\Delta P^*}$ – разности средних значений и дисперсия этой разности.

Завершается процедура одной итерации статистического критерия однородности сравнением полученной эмпирической статистики $t_{\text{эмп}}$ с критическими значениями $t_{\text{кр}}(\alpha)$ на основании принятия подходящего закона распределения случайных величин ΔP^* и уровня значимости α . Тогда

$$\text{если } t_{\text{эмп}} \begin{cases} < t_{\text{кр}}(\alpha), \text{ то } H_0, \\ \geq t_{\text{кр}}(\alpha), \text{ то } H_1, \end{cases} \quad (2)$$

где H_0 – принятие нуль-гипотезы об однородности с вероятностью ошибки α ; H_1 – отклонение H_0 , т.е. принятие альтернативной гипотезы о неоднородности.

В предлагаемой постановке задачи необходимо проследить на заданном уровне значимости α многократные факты принятия нуль-гипотезы H_0 при

Образуя суммы вида $m_{ni} = \sum_{h=1}^n d_{hi}$, нетрудно выразить оценки погрешности совпадения по вероятности $\Delta P_i^* = P_i^* - \tilde{P}_i^* = m_{ni}/n$ для каждого $n = \overline{1, n_{\max}}$. Слагаемыми в сумме являются элементы частных выборок длиной n . В качестве примера для m_{1i} и m_{ni} , связь этих сумм с элементами матрицы $\|d_{ni}\|$ как слагаемыми показана на следующей схеме:

$$\begin{array}{c}
 \left(\begin{array}{cccc|cccc}
 d_{11} & d_{12} & d_{13} & \dots & d_{1N_0} & m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1N_0} \\
 d_{21} & d_{22} & d_{23} & \dots & d_{2N_0} & m_{21} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2N_0} \\
 d_{31} & d_{32} & d_{33} & \dots & d_{3N_0} & m_{31} & m_{32} & m_{33} & \dots & m_{3N_0} \\
 \dots & \dots \\
 d_{n1} & d_{n2} & d_{n3} & \dots & d_{nN_0} & m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \dots & m_{nN_0} \\
 \dots & \dots \\
 d_{n_{\max}1} & d_{n_{\max}2} & d_{n_{\max}3} & \dots & d_{n_{\max}N_0} & m_{n_{\max}1} & m_{n_{\max}2} & m_{n_{\max}3} & \dots & m_{n_{\max}N_0}
 \end{array} \right) \cdot \quad (6)
 \end{array}$$

Обозначим матрицу сумм $\|m_{ni}\|$.

Несмотря на то, что величины P и \tilde{P} являются непрерывными, их оценки P_i^* и \tilde{P}_i^* , строго говоря, при конечном n дискретны. Дискретной является и их разность ΔP_i^* как оценка абсолютной погрешности совпадения вероятностей, которую в усредненном виде $\overline{\Delta P^*}$ удобно использовать в роли функции различия (неоднородности) в числителе формулы статистики (1) \overline{M}_{m_d} . Дробно-рациональные значения перечисленных оценок определяются алфавитом $d_{ni} \in \{-1, 0, 1\}$, формирующим алфавит $m_n \in \{-n, -(n-1), \dots, 0, (n-1), n\}$ независимо от эмпирических данных.

Однако для выражения знаменателя этой статистики через дисперсию D_{m_d} в большинстве практических случаев достаточных аналитических оснований найти не удастся. Ограничимся заменой дисперсии на ее оценку \overline{D}_{m_d} , превращающую знаменатель (1) также в эмпирическую функцию. Рабочий вариант критериальной статистики представим в следующей форме:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{\overline{M}_{m_d}}{\sqrt{\overline{D}_{m_d}}}. \quad (7)$$

Возможность выполнения нуль-гипотезы H_0 реализуется при несмещенном от нуля математическом ожидании числителя. Если выполнено аналогичное требование к знаменателю через исправленную выборочную дисперсию в виде

$$\overline{D}_{m_d} = \frac{N_0}{N_0 - 1} D_{m_d}^*, \quad (8)$$

то эта статистика входит в класс методов статистической проверки гипотез по критерию Стьюдента.

Закон распределения последовательностей на выборках, не кратных периоду, однозначно определить нельзя. Типичный подход в известных конструкциях критериев безальтернативно подразумевает применение критерия Стьюдента при неизвестной дисперсии оценки числителя критерия.

Общее описание тестовых испытаний критерия значимой однородности ПСП. В процессе проведения тестовых испытаний каждое значение аргумента n предполагает фактическое формирование нескольких одинаковых сумм m_n . Число таких сумм обозначим ν_{m_n} , для которого справедливо равенство $\sum_{m_n=-n}^n \nu_{m_n} = N_0$.

Количественное распределение

$$\left\langle \nu_{m_n} \mid m_n = \overline{-n, n} \right\rangle \text{ для каждого } n = \overline{1, n_{\max}} \quad (9)$$

представлено в общей форме табл. 1.

Численные значения средней разности и выборочной оценки ее дисперсии выражаются через усреднения сумм частных выборок. Как функции от n они представлены в табл. 2 эквивалентными математическими формулами на основе элементов матрицы $\|m_{ni}\|$ и табл. 1. Выбор конкретной вычислительной формулы производится с учетом алгоритмических предпочтений при программной реализации критерия.

Таблица 1

Общий вид количественного распределения сумм элементов частных выборок

ν_{m_n}	ν_{-n}	ν_{-n+1}	...	ν_{-1}	ν_0	ν_1	...	ν_{n-1}	ν_n
m_n	$-n$	$-n+1$...	-1	0	1	...	$n-1$	n

Таблица 2

Варианты выборочной средней разности и оценки ее дисперсии

Выборочные оценки	По строкам матрицы $\ m_{ni}\ $	По табл. 1
$\overline{M}_{m_d}(n)$	$\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} m_{ni}$	$\frac{1}{N_0} \sum_{m_n=-n}^n m_n \nu_{m_n}$
$D_{m_d}^*(n)$	$\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} [m_{ni} - \overline{M}_{m_d}(n)]^2$	$\frac{1}{N_0} \sum_{m_n=-n}^n [m_n - \overline{M}_{m_d}(n)]^2 \nu_{m_n}$
$D_{m_d}^*(n) = \overline{\alpha}_2(n) - \overline{M}_{m_d}^2(n)$	$\overline{\alpha}_2(n) = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} m_{ni}^2$	$\overline{\alpha}_2(n) = \frac{1}{N_0} \sum_{m_n=-n}^n m_n^2 \nu_{m_n}$

С учетом (8) формула статистики (7) примет вид

$$t_{\text{эмп}}(n) = \overline{M}_{m_d}(n) \sqrt{\frac{N_0 - 1}{N_0 D_{m_d}^*(n)}}.$$

Используя элементы матрицы $\|m_{ni}\|$ и запись выборочной оценки дисперсии через оценку второго начального момента $\overline{\alpha}_2(n)$, получаем расчетную формулу статистики, выражающую случайную величину для сравнения с границами двусторонней критической области:

$$t_{\text{эмп}}(n) = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} m_{ni}}{\sqrt{\frac{N_0}{N_0-1} \left[N_0 \sum_{i=1}^{N_0} m_{ni}^2 - \left(\sum_{i=1}^{N_0} m_{ni} \right)^2 \right]}} = \frac{\Sigma_m}{\sqrt{\frac{N_0}{N_0-1} \left[N_0 \Sigma_{m^2} - \Sigma_m^2 \right]}}. \quad (10)$$

Математически эквивалентную форму статистики также можно получить на основе распределения (9) по табл. 1 через переменные m_n и v_{m_n} .

Цепочка алгоритмических процедур нахождения максимальной длины выборок обеих последовательностей, обладающих значимой однородностью по вероятности, в общем виде следующая:

$$\alpha, n = \overline{1, n_{\max}}, N_0, N, \langle a \rangle - \langle b \rangle = \langle d \rangle \Rightarrow \|d_{ni}\| \Rightarrow \|m_{ni}\| \Rightarrow \Rightarrow \Sigma_m, \Sigma_{m^2}, \Sigma_m^2 \Rightarrow |t_{\text{эмп}}| < t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0, \min n(|t_{\text{эмп}}| < t_{\text{кр}}) = n_{\text{кр}}, \quad (11)$$

где $\Sigma_m = \sum_{i=1}^{N_0} m_{ni}$, $\Sigma_{m^2} = \sum_{i=1}^{N_0} m_{ni}^2$ и $\Sigma_m^2 = \left(\sum_{i=1}^{N_0} m_{ni} \right)^2$ – целочисленные переменные, образованные элементами матрицы $\|m_{ni}\|$ и представляющие в (10) исходные переменные \bar{M}_{m_d} , $\bar{\alpha}_2$ и $\bar{M}_{m_d}^2$ из табл. 2, соответственно.

Пример. Пусть даны две двоичные последовательности

$$\langle a \rangle = 111100010011010, \dots \text{ и } \langle b \rangle = 000000001100010, \dots,$$

тогда результирующая последовательность (РП) будет сформирована вычитанием элементов АП из элементов БП $\langle d \rangle = \langle a \rangle - \langle b \rangle$:

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
БП	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
АП	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
РП	1	1	1	1	0	0	0	1	-1	-1	1	1	0	0	0

По результирующей последовательности строится матрица выборок d_j по формуле (3), представляющая собой последовательность, сдвинутую на количество тактов, равное порядковому номеру строки, в которой записана последовательность (рис. 1):

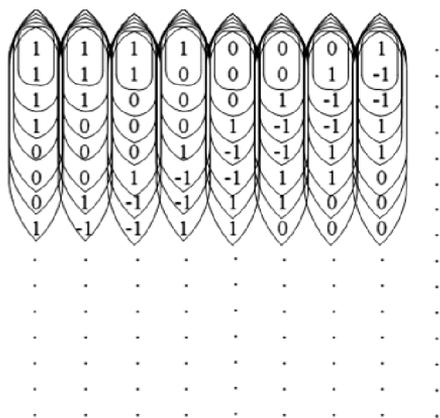


Рис. 1. Фрагмент матрицы выборок d_j для первых восьми разрядов последовательности по формуле (3)

Полученный материал используется при формировании матрицы m_j по формуле (6), элементы которой получаются путем суммирования соответствующего элемента матрицы d_{ij} и всех вышестоящих элементов данного столбца указанной матрицы (табл. 3):

Таблица 3

Матрица m_j , полученная по формуле (5)
для первых восьми разрядов последовательности $\langle d \rangle$

Номер разряда последовательности $\langle d \rangle$							
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	0	0	0	1
2	2	2	1	0	0	1	0
3	3	2	1	0	1	0	-1
4	3	2	1	1	0	-1	0
4	3	2	2	0	-1	0	1
4	3	3	1	-1	0	1	1
4	4	2	0	0	1	1	1
5	3	1	1	1	1	1	1

По результирующей последовательности строится матрица v_m для последующего нахождения математического ожидания и среднеквадратического отклонения с целью построения статистики критерия (табл. 4):

Таблица 4

Матрица частот v_m для первого этапа критерия

n	m									
	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
1	0	2	6	7	0	0	0	0	0	0
2	1	0	6	4	4	0	0	0	0	0
3	0	2	3	5	3	2	0	0	0	0
4	0	1	3	5	3	2	1	0	0	0
5	0	1	3	2	5	2	2	0	0	0
6	0	1	2	4	0	5	3	0	0	0
7	0	0	3	3	2	0	7	0	0	0
8	0	0	0	7	0	2	3	3	0	0
9	0	0	0	3	5	0	4	2	1	0
10	0	0	0	2	2	5	2	3	1	0
11	0	0	0	1	2	3	5	3	1	0
12	0	0	0	0	2	3	5	3	2	0
13	0	0	0	0	0	4	4	6	0	1
14	0	0	0	0	0	0	7	6	2	0
15	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0

В табл. 5 приведены математические ожидания, дисперсии, а также эмпирические статистики критерия, вычисленные по формуле (1) и соответствующие длинам выборки n для табл. 2.

Полученная эмпирическим путем статистика сравнивается со статистикой критерия Стьюдента на предмет успешного прохождения для ошибки первого рода $\alpha = 0,05$. На рис. 2 представлены графики исследуемой эмпирической статистики и статистики критерия Стьюдента.

Таблица 5

Математическое ожидание, дисперсия, эмпирическая и теоретическая статистики для первого этапа критерия

n	M_m	M_m^2	D_m	$t_{\text{эмп}}$	$t_{\text{Стьюд}}$
1	0,33	0,11	0,49	0,48	
2	0,67	0,44	1,16	0,62	12,7
3	1,00	1,00	1,47	0,83	4,3
4	1,33	1,78	1,69	1,03	3,18
5	1,67	2,78	2,09	1,15	2,78
6	2,00	4,00	2,53	1,26	2,57
7	2,33	5,44	2,76	1,41	2,45
8	2,67	7,11	2,76	1,61	2,36
9	3,00	9,00	2,53	1,89	2,31
10	3,33	11,11	2,09	2,31	2,26
11	3,67	13,45	1,69	2,82	2,23
12	4,00	16,00	1,47	3,30	2,2
13	4,33	18,77	1,16	4,03	2,18
14	4,67	21,78	0,49	6,67	2,16
15	5,00	25,00	0,00	∞	2,14

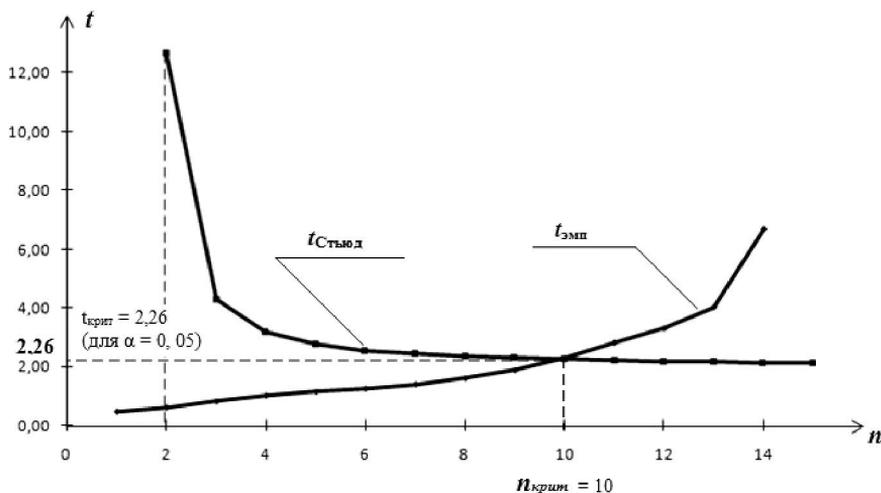


Рис. 2. Графики эмпирической статистики критерия и статистики критерия Стьюдента

Как видно из рис. 2, для соответствующего уровня значимости и степеней свободы значение теоретической статистики Стьюдента получилось 2,26.

Эмпирическая статистика удовлетворяет выбранным условиям не на всем диапазоне выборки. Так, начиная с $n = 10$, критерий показывает существенное статистическое различие по вероятности двоичных последовательностей.

Для проверки последовательностей по второму этапу необходимо для исходной базовой М-последовательности $\langle a \rangle = 111100010011010, \dots$, сформировать дополнительную, сдвинутая на один такт $\langle a_{\tau=1} \rangle = 111000100110101, \dots$. Тогда вспомогательная последовательность, характеризующая свойство момента

второго порядка для анализируемой БП, будет сформирована умножением этих двух последовательностей:

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
БП	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
БП _{τ=1}	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
РП _{БПτ=1}	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Аналогичная процедура проводится и для АП, после чего будет сформирована итоговая последовательность вычитанием элементов АП из элементов БП $\langle d \rangle_{\tau=1} = \langle a \rangle_{\tau=1} - \langle b \rangle_{\tau=1}$:

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
БП _{τ=1}	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
АП _{τ=1}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
РП _{τ=1}	1	1	1	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0

По полученной последовательности для данного сдвига также строится матрица ν_m для последующего нахождения математического ожидания и среднеквадратического отклонения, с целью построения статистики критерия для момента второго порядка (табл. 6):

Таблица 6

Матрица частот ν_m для второго этапа критерия

n	m					
	-1	0	1	2	3	4
1	1	10	4	0	0	0
2	2	7	4	2	0	0
3	2	6	4	2	1	0
4	2	5	4	2	2	0
5	2	4	4	2	3	0
6	2	4	2	3	4	0
7	1	6	0	2	6	0
8	0	6	2	0	6	1
9	0	4	3	2	4	2
10	0	3	2	4	4	2
11	0	2	2	4	5	2
12	0	1	2	4	6	2
13	0	0	2	4	7	2
14	0	0	0	4	10	1
15	0	0	0	0	14	1

В табл. 7 приведены математические ожидания, дисперсии, а также эмпирические статистики критерия, вычисленные по формуле (1) и соответствующие длинам выборки n .

Как и на предыдущем этапе, была выбрана ошибка первого рода $\alpha = 0,05$. На рис. 3 представлены графики эмпирической и теоретической статистики критерия Стьюдента.

Для соответствующего уровня значимости и степеней свободы значение теоретической статистики получилось 2,22.

Рис. 3 демонстрирует согласие не на всем диапазоне выборки. Так, начиная с $n = 12$ критерий показывает существенное статистическое различие двоичных последовательностей по моменту второго порядка.

Таблица 7

Математическое ожидание, дисперсия,
эмпирическая и теоретическая статистики критерия
для второго этапа критерия

n	M_m	M_m^2	D_m	$t_{эмп}$	$t_{Стьюд}$
1	0,20	0,04	0,29	0,37	
2	0,40	0,16	0,77	0,46	12,70
3	0,60	0,36	1,17	0,55	4,30
4	0,80	0,64	1,49	0,66	3,18
5	1,00	1,00	1,73	0,76	2,78
6	1,20	1,44	2,03	0,84	2,57
7	1,40	1,96	2,24	0,94	2,45
8	1,60	2,56	2,24	1,07	2,36
9	1,80	3,24	2,03	1,26	2,31
10	2,00	4,00	1,73	1,52	2,26
11	2,20	4,84	1,49	1,80	2,23
12	2,40	5,76	1,17	2,22	2,20
13	2,60	6,76	0,77	2,96	2,18
14	2,80	7,84	0,29	5,17	2,16
15	3,07	9,41	0,06	12,32	2,14

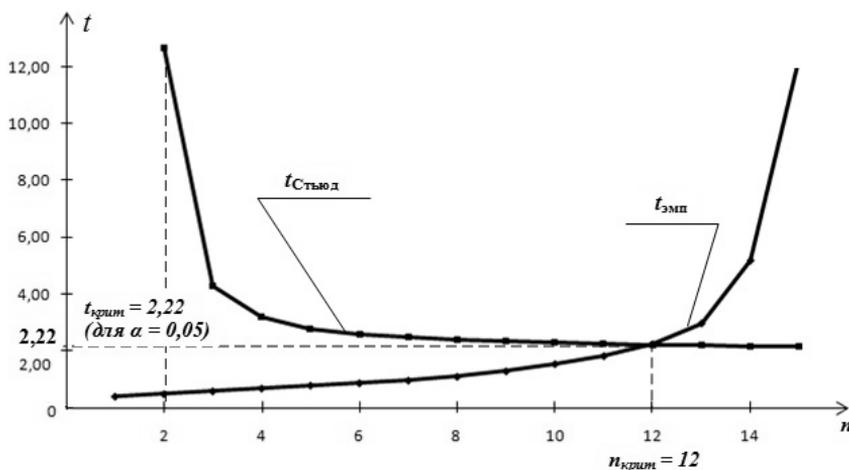


Рис. 3. Графики эмпирической статистики критерия
и статистики критерия Стьюдента для РП_{с=1}

Выводы. 1. Разработанный критерий позволяет дать оценку статистической однородности последовательностей на выборках, некратных периоду. Особенность данного подхода заключается в его двухэтапности, подразумевающей сравнение по АКФ для последовательностей, имеющих внутренние корреляционные зависимости. Возможное применение критерия – в имитационных моделях, для сокращения аппаратных, временных или алгоритмических затрат, что достигается путем замены одной последовательности другой, но более простой в плане реализации.

2. Рассмотрен подход к применению двухэтапного вида критерия. Определена задача нахождения максимальной длины двоичных последовательностей $\langle a \rangle$ и $\langle b \rangle$ при условии их статистической однородности с заданным уровнем значимости α . Дано понятие статистики, на основе которой осуществляется определение однородности двух выборок, в том числе и зависимых. Эта статистика пропорциональна эмпирическому расхождению средних значений обеих последовательности и обратно пропорциональна стандартному отклонению этих расхождений. Дается определение критических зон, позволяющих принять или отклонить нуль-гипотезу об однородности с вероятностью ошибки α .

3. Сформирован комплекс алгоритмических процедур, образующих критерий статистической однородности на всех длинах частных выборок до заданной максимальной, или критической. Приведен общий вид количественного распределения сумм элементов частных выборок.

4. Рассмотрены примеры получения эмпирической статистики критерия и представлены графики сравнения ее со статистикой критерия Стьюдента.

Литература

1. Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах. М.: Дрофа, 2003.
2. Венцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Физматлит, 1962.
3. Иванов М.А., Чугунков И.В. Теория, применение и оценка качества генераторов псевдослучайных последовательностей. М.: КУДИЦ-ОБРАЗ, 2003.
4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.
5. Кузнецов В.М., Песошин В.А. Генераторы случайных и псевдослучайных последовательностей на цифровых элементах задержки. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2013.
6. Ниворожкина Л.И., Морозова З.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Эксмо, 2008.
7. Песошин В.А., Кузнецов В.М. Генераторы псевдослучайных и случайных чисел на регистрах сдвига. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2007.
8. Песошин В.А., Кузнецов В.М., Ширшова Д.В. Генераторы равновероятностных псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра сдвига с линейной обратной связью // Автоматика и телемеханика. 2016. № 9. С. 136–149.

ШИРШОВА ДАРЬЯ ВАДИМОВНА – старший преподаватель кафедры компьютерных систем, Казанский государственный технический университет имени А.Н. Туполева (КНИТУ-КАИ), Россия, Казань (Einstein_Darya@mail.ru).

D. SHIRSHOVA

CRITERION OF SIGNIFICANT HOMOGENEITY OF BINARY SEQUENCES

Key words: statistical indistinguishability, criterion of statistical homogeneity, random sequence, pseudorandom sequence, length of sample, simulation model, trust half-interval, probabilistic moment, probabilistic moment assessment.

The purpose of this article is to form a complex of algorithmic procedures, forming a criterion of statistical homogeneity of two sequences at all lengths of partial samples to a given maximum or critical. The relevance of this complex is due to the task of replacing all or a number of sequences used in the simulation with their simpler equivalents in algorithmic terms, that is by alternative implementations for the release of computer hardware resources. The considered approaches to the use of a two-stage type of statistical

homogeneity criterion for random or pseudo-random sequences samples by the probabilistic moments of the first and second orders are implemented in a multi-cycle version, which is a distinctive feature of this method. The main argument is the length of the sample. Examples of work of criterion for zones of statistical homogeneity and heterogeneity of pseudo-random sequences (PRS) are given. The developed criterion allows us to assess the statistical homogeneity of sequences on samples that are not multiples of the period. The peculiarity of the considered approach is its two-stage character, implying a comparison by ACF for sequences with internal correlation dependencies. The use of this criterion in simulation models will reduce hardware, time or algorithmic costs, by replacing one sequence with another, which is easier to implement.

References

1. Vatutin V.A., Ivchenko G.I., Medvedev Yu.I., Chistyakov V.P. *Teoriya veroyatnosti i matematicheskaya statistika v zadachakh* [Probability theory and mathematical statistics in problems]. Moscow, Drofa Publ., 2003.
2. Venttsel' E.S. *Teoriya veroyatnosti* [Probability theory] Moscow, Fizmatlit Publ., 1962.
3. Ivanov M.A., Chugunkov I.V. *Teoriya, primeneniye i otsenka kachestva generatorov psevdosluchainykh posledovatel'nostei* [Theory, application and quality evaluation of pseudorandom sequence generators]. Moscow, KUDITs-OBRAZ Publ., 2003.
4. Kremer N.Sh. *Teoriya veroyatnosti i matematicheskay astatistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow, YuNITI-DANA Publ., 2002.
5. Kuznetsov V.M., Pesoshin V.A. *Generatory sluchainykh i psevdosluchainykh posledovatel'nostei na tsifrovyykh elementakh zaderzhki* [Random and pseudo-random sequence generators on digital delay elements]. Kazan, Kazan Technical University Publ., 2013.
6. Nivorozhkina L.I., Morozova Z.A. *Teoriya veroyatnosti i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow, Eksmo Publ., 2008.
7. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M. *Generatory psevdosluchainykh i sluchainykh chisel na registrakh sdviga* [Генераторы псевдослучайных и случайных чисел на регистрах сдвига]. Kazan, Kazan Technical University Publ, 2007.
8. Pesoshin V.A., Kuznetsov V.M., Shirshova D.V. *Generatory ravnoveroyatnostnykh psevdosluchainykh posledovatel'nostei nemaksimal'noi dliny na osnove registra sdviga s lineinoi obratnoi svyaz'yu* [Generators of the equiprobable pseudorandom nonmaximal-length sequences based on linear-feedback shift registers]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2016, no. 9, pp. 136–149.

SHIRSHOVA DARIA – Senior Lecturer of Computer Systems Department, Kazan State Technical University named after A. Tupolev (KNITU-KAI), Russia, Kazan (Einstein_Darya@mail.ru).

Формат цитирования: *Ширшова Д.В.* Критерий значимой однородности двоичных последовательностей // Вестник Чувашского университета. – 2018. – № 3. – С. 243–255.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Вестник Чувашского университета» просит авторов руководствоваться нижеприведенными правилами.

1. Авторские оригиналы представляются на бумажном и электронном носителе. Авторский текстовый оригинал должен быть пронумерован и подписан авторами на титульном листе с указанием даты.

2. К статьям, направляемым в редакцию, прилагаются:

- 1) *заявление автора на имя главного редактора;*
- 2) *анкета авторов;*
- 3) *две внешние рецензии;*
- 4) *ходатайство научного руководителя;*
- 5) *экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати.*

3. Авторы должны указать рубрику, в которой следует поместить статью.

4. Оформление статьи:

- 1) *классификационные индексы Универсальной десятичной классификации (УДК), Библиотечно-библиографического классификатора (ББК);*
- 2) *инициалы и фамилия авторов;*
- 3) *название статьи;*
- 4) *ключевые слова;*
- 5) *аннотация статьи;*
- 6) *название статьи, инициалы и фамилия автора на английском языке;*
- 7) *ключевые слова на английском языке;*
- 8) *аннотация на английском языке;*
- 9) *текст статьи;*
- 10) *пристатейный библиографический список;*
- 11) *транслитерированный библиографический список References;*
- 11) *сведения об авторе.*

Авторские оригиналы подготавливаются с помощью компьютера в среде Microsoft Word (файлы типа doc). Формат бумаги А4, поля: справа и слева 4 см, сверху 4,5 см, снизу 5,7 см, от края до верхнего колонтитула 3 см, красная строка 0,75 см. Текст статьи набирается шрифтом Times New Roman размера 11 пт через 1 интервал.

Текст статьи представляется в двух экземплярах с приложением файла в электронном виде.

5. Рисунки. Количество рисунков не более 4. На рисунки должны быть ссылки. Рисунки должны быть внедрены в режиме Вставка Объект Рисунок Microsoft Word. Подрисуночные подписи выполняются шрифтом размера 9 пт.

6. Формулы и буквенные обозначения по тексту. Формулы набираются в редакторе формул Microsoft Equation. Шрифт для греческих букв – Symbol, для всех остальных – Times New Roman, основной размер 11 пт, крупный индекс 7 пт, мелкий 5 пт.

Латинские буквы набираются курсивом, буквы греческого алфавита и кириллицы – прямым шрифтом, обозначения матриц, векторов, операторов – прямым полужирным шрифтом.

Формулы располагаются по центру страницы. Номер формулы ставится у правого края. Нумеруются лишь те формулы, на которые имеются ссылки.

При выборе единиц физических величин рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

7. Таблицы. Текст в таблицах набирается шрифтом размером 9 пт, заголовки выделяются полужирным шрифтом. На таблицы должны быть ссылки.

8. Список литературы. Список строится по алфавиту, записи рекомендуется располагать сначала на языке издания, в которое включен список, затем на других языках. Источники набираются шрифтом Times New Roman размера 9 пт. При оформлении списка литературы необходимо руководствоваться ГОСТом Р 7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила оформления».

Ссылки на источники в тексте даются в квадратных скобках, например [1], [1. С. 5].

9. Список References. Транслитерацию русского текста в латиницу следует производить в соответствии со стандартом BSI.

10. Сведения об авторах набираются полужирным шрифтом размера 10 пт *на русском и английском языках в именительном падеже* по следующей форме: *Фамилия, имя, отчество – ученая степень, должность, место работы, страна, город. Контактная информация (e-mail).*

11. Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, возвращаются без рассмотрения. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответами на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

12. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

13. В одном номере журнала может быть опубликовано, как правило, не более двух статей одного автора, в том числе в соавторстве.

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭНЕРГЕТИКА

Афанасьев А.А., Ефимов В.В., Токмаков Д.А. Многополюсные зубцовые трёхфазные обмотки для регулируемого магнитного редуктора.....	5
Бычков А.В., Славутский Л.А. Возможности корреляционной обработки импульсных ультразвуковых сигналов при бесконтактном виброконтроле оборудования электроэнергетики.....	24
Васильев Е.Г., Иванов И.П., Самуилов Д.В., Свинцов Г.П. Обобщенные электромагнитные характеристики клапанных электромагнитов модульных контакторов	33
Ганиев Р.Н., Шатунов С.Н. Частотно-регулируемый электропривод с рекуперацией в составе кордной линии производства грузовых автошин	44
Гуцун И.А. Сравнение моделей разрушения углепластика токами молнии.....	53
Карчин В.В., Мясникова Т.В., Воробьев М.К. Планирование режима потребления электроэнергии потребителями в современных условиях тарифного регулирования.....	60
Львова Э.Л., Миронова А.Н. Экспериментальные исследования влияния группы дуговых печей на питающее напряжение.....	67
Миронов Ю.М., Миронова А.Н. Повышение экономической эффективности дуговых сталеплавильных печей с помощью оптимизации их энергопотребления	79
Орлов А.И., Волков С.В. Сравнение алгоритмов управления устройствами выравнивания нагрузки при их групповой работе	93
Орлов В.Н., Афанасьев В.В., Ковалев В.Г., Тарасов В.А. Влияние физико-химических факторов на процесс термораспада твёрдых углеродных материалов при линейном нагреве	102
Петров В.Н., Руссова Н.В., Самуилов Д.В., Свинцов Г.П. Влияние размеров, соразмерностей, условий питания и функционирования двухобмоточного клапанного электромагнита постоянного напряжения на минимизированную массу его активных материалов	114
Приказчиков А.В., Макаров А.М., Кравченко Г.А. Исследование частотных и температурных зависимостей электрических параметров полифениленсульфида.....	126
Славутский А.Л. Моделирование режима выбега и самозапуска асинхронного двигателя в составе узла комплексной нагрузки	132

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Алексеев Б.В., Иваницкий А.Ю., Плотникова Е.В. Об оценке константы в лемме Хоффмана.....	139
Бакаева О.А. Анализ процессов компьютерного моделирования вычисления числа Π методом Монте-Карло	151
Бычкова И.Ю., Бычков А.В., Васильева Л.Н., Гильденберг Б.М., Горбунов В.И. Корреляционная обработка сигналов для уменьшения погрешности импульсных ультразвуковых измерений	163
Галанина Н.А., Иванова Н.Н. Вычислительные аспекты быстрого преобразования Фурье и вопросы его реализации на ПЛИС	172
Иванова Н.Н., Галанина Н.А., Моисеев Д.В. Особенности реализации алгоритма БПФ на ПЛИС типа FPGA.....	182
Ишмуратова Т.В. Математическое моделирование потерь в случае наступления дефолта на уровне кредитного обязательства	192
Казакова А.О. О сходимости численного метода линейных граничных элементов для решения полигармонического уравнения	206
Микишианина Е.А. Алгоритм решения задачи квадратичного программирования с ограничениями, содержащими параметр	217
Песошин В.А., Кузнецов В.М., Рахматуллин А.Х., Галимов Р.Р., Ямщикова А.Д. Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на основе регистра с внутренними сумматорами по модулю два (Часть 4)	224
Федорова П.Н., Иванова Г.Ф., Славутская Е.В. Нейронная сеть: селективная и статистическая оценка внутрисистемных связей неоднородных психодиагностических данных	235
Ширинова Д.В. Критерий значимой однородности двоичных последовательностей	243
Правила для авторов	256

CONTENTS

ELECTRICAL TECHNOLOGY AND POWER ENGINEERING

Afanasyev A., Efimov V., Tokmakov D.
MULTI-POLAR TOOTH THREE-PHASE WINDINGS
FOR ADJUSTABLE MAGNETIC GEAR..... 5

Bychkov A., Slavutskii L.
CAPABILITIES OF CORRELATION PROCESSING OF PULSE ULTRASONIC SIGNALS FOR
NONCONTACT VIBRATION CONTROL
OF ELECTRIC POWER INDUSTRY EQUIPMENT 24

Vasilyev E., Ivanov I., Samuilov D., Svintsov G.
GENERALIZED ELECTROMAGNETIC CHARACTERISTICS
OF VALVE ELECTROMAGNETS OF MODULAR CONTACTORS 33

Ganiev R., Shatunov S.
FREQUENCY-REGULATED ELECTRIC DRIVE WITH RECUPERATION
OF THE CORD LINE IN THE TIRE PRODUCTION 44

Gushchin I.
COMPARISON OF DESTRUCTION MODELS OF CFRP BY LIGHTNING CURRENTS..... 53

Karchin V., Myasnikova T., Vorobiev K.
PLANNING OF CONSUMERS ELECTRICITY CONSUMPTION REGIME
IN MODERN CONDITIONS OF TARIFF REGULATION..... 60

Lvova E., Mironova A.
EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS OF THE INFLUENCE OF ARC-FURNACE GROUP ON
SUPPLY VOLTAGE..... 67

Mironov Yu., Mironova A.
ECONOMIC EFFICIENCY INCREASE OF ELECTRIC ARC FURNACES
BY OPTIMIZING THEIR ENERGY CONSUMPTION 79

Orlov A., Volkov S.
COMPARISON OF CONTROL ALGORITHMS BY LOAD BALANCING DEVICES
IN THEIR GROUP WORK..... 93

Orlov V., Afanasyev V., Kovalev V., Tarasov V.
INFLUENCE OF PHYSICAL AND CHEMICAL FACTORS
ON THE THERMODOrganage PROCESS OF SOLID CARBON MATERIALS
WITH LINEAR HEATING..... 102

Petrov V., Russova N., Samuilov D., Svintsov G.
INFLUENCE OF DIMENSIONS, PROPORTIONS, POWER CONDITIONS
AND OPERATION OF TWO-WINDING VALVED DC ELECTROMAGNET
ON MINIMIZED MASS OF ITS ACTIVE MATERIALS 114

Prikazhshchikov A., Makarov A., Kravchenko G.
STUDY OF FREQUENCY AND TEMPERATURE DEPENDENCES
OF ELECTRICAL PARAMETERS OF POLYPHENYLENESULPHIDE 126

Slavutskiy A.
SIMULATION OF THE RUNNING-OUT MODE AND SELF-STARTING
OF INDUCTION MOTOR IN THE COMPLEX LOAD NODE 132

INFORMATICS, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL

Alekseev B., Ivanitskiy A., Plotnikova E. ESTIMATION OF CONSTANT IN HOFFMAN'S LEMMA	139
Bakaeva O. ANALYSIS OF PROCESSES OF COMPUTER MODELING OF NUMBER PI CALCULATION BY MONTE CARLO METHOD	151
Bychkova I., Bychkov A., Vasileva L., Gildenberg B., Gorbunov V. CORRELATION PROCESSING OF SIGNALS FOR REDUCING THE ERROR OF PULSE ULTRASONIC MEASUREMENTS.....	163
Galanina N., Ivanova N. COMPUTING ASPECTS OF FAST FOURIER TRANSFORM AND ISSUES OF ITS FPGA REALIZATION.....	172
Ivanova N., Galanina N., Moiseev D. FFT ALGORITHM REALIZATION FEATURES ON FPGA	182
Ishmuratova T. MATHEMATICAL MODELS FOR ESTIMATING LGD.....	192
Kazakova A. ON THE CONVERGENCE OF NUMERICAL LINEAR BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR SOLVING POLYGARMONIC EQUATION.....	206
Mikishanina E. ALGORITHM FOR SOLVING THE PROBLEM OF QUADRATIC PROGRAMMING WITH CONSTRAINTS, CONTAINING THE PARAMETER	217
Pesoshin V., Kuznetsov V., Rakhmatullin A., Galimov R., Yamshchikova A. NONMAXIMAL LENGTH PSEUDORANDOM NUMBER GENERATORS BASED ON INTERNAL XORS SHIFT REGISTER (Part 4)	224
Fedorova P., Ivanova G., Slavutskaya E. NEURAL NETWORK: SELECTIVE AND STATISTICAL ASSESSMENT OF INTRA SYSTEMIC LINKS OF INHOMOGENEOUS PSYCHODIAGNOSTIC DATA	235
Shirshova D. CRITERION OF SIGNIFICANT HOMOGENEITY OF BINARY SEQUENCES	243
RULES FOR THE AUTHORS	256

ВЕСТНИК ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Технические науки
№ 3 2018

Редактор ***Н.И. Завгородняя***
Технический редактор ***Н.Н. Иванова***

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзоре)
Свидетельство о регистрации средства массовой информации
ПИ № ФС77-66541 от 21.07.2016 г.

Сдано в набор 29.06.18. Подписано в печать 25.09.18. Выход в свет 01.10.18.
Формат 70×100/16. Бумага писчая. Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 21,7. Уч.-изд. л. 21,1.
Тираж 200 экз. Заказ № 1141. Свободная цена.

Адрес редакции и издателя
428015, Чебоксары, Московский просп., 15

Типография Чувашского университета
428015, Чебоксары, Московский просп., 15